

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique

Université de BADJI MOKHTAR –Annaba-  جامعة باجي مختار – عنابة

Faculté des Sciences de L'ingénieur

Département de Métallurgie et Génie des Matériaux

MEMOIRE DE MAGISTER

OPTION : Mise en forme des métaux

Thème

**Contribution à l'amélioration d'un
modèle simple du laminage des tôles.**

DIRECTEUR DE MEMOIRE:

Dr. ZAAF Mohamed

présenté par :

Mr. SLIMANI kheireddine

DEVANT LE JURY

Mr. BOUDEBANE.A	Président MCA	Université d'Annaba
Mr. MEBAREK.A	Examineur MCA	Université d'Annaba
Mr.LEMOUI.A	Examineur MCA	Université d'Annaba
Mr.OUZINE.B	Examineur MCA	Université d'Annaba
Mr. ZAAF.M	Directeur de mémoire MCA	Université d'Annaba

Année: 2014/2015

SOMMAIRE

SOMMAIRE

	Page
Résumé	01
Introduction Générale	04
Chapitre I: Laminage tandem	
1.1 INTRODUCTION	05
1.2 Historique	05
1.3 Aperçu du processus	07
1.4 . Avantages du laminage à froid tandem continu	09
1.5. Motivations essentielles et moteurs	09
1.6. Conclusion	10
Chapitre II : Etude bibliographique	
Introduction	11
2.1.Déformation plastique et comportement des métaux	11
2.1.1.Aspect microscopique de la déformation plastique	11
2.1.2.Mécanisme de déformation dans les poly cristaux	12
2.2.Mecanique de la plasticité	12
2.2.1.Définition	12
2.2.2.Principe du travail maximale de HILL	12
2.2.3.Plasticité standard	13
2.2.4.Plasticité sans écrouissage	14
2.2.5.Plasticité avec écrouissage	14
2.2.5.1.Description de l'écrouissage	14
2.3.5.2.Plasticité avec écrouissage isotrope	14
2.3.Critères de limites élastiques	15
2.3.1 Critère de Tresca	15
2.3.2 Critère de Von Misés	16
2.3.3. Critère de Hill	16
2.3.4. Autres critères	17
2.3.5 .Conclusion	17

2.4. Présentation mécanique du laminage	18
2.4.1. Généralité sur laminage	18
2.4.2.Aspects liés au procédé	18
2.4.2.1. Aspects géométriques	18
2.4.2.2 . Aspects cinématique	19
2.4.2.3 .Aspects liés aux forces et aux contraintes	20
2.4.3. Lois de comportements	21
2.4.3.1.Cadre et formalisme général	21
2.4. 3.2.Formulation de la loi de comportement au cadre étudié	21
2.4.4.Lois d'écroutissage	22
2.4.4.1. <i>Modèle d'Hollomon :</i>	22
2.4.4.2 . <i>Modèle de Ludwick :</i>	22
2.4.4.3. <i>Modèle de Swift :</i>	23
2.4.4.4. Formulation finale de la loi de comportement :	23
2.4.5.Aspects liés à la loi de frottement	23
2.4.5.1 Modèles de frottements plastiques :	24
A. LOI DE COULOMB	24
B. <i>LOI DE TRESCA:</i>	25
2.4.5.2. Modèles de frottements viscoplastiques :	25
2.4 .5.3.Modèles régularisés :	26
2.5.Couplage entre cages	27
2.6.Conclusion	29

Chapitre III : Méthode des tranches

3. Méthode des tranches	30
3.1. Applications numériques	30
-Cas 1	31
-Cas 2	33
3.5. Conclusion	37

Chapitre IV :CALCUL ET MODELISATION

4.1. Introduction	38
4.2. Présentation Du problème	38
4.3. Présentation du calcul	39
4.3 .1. Développement de newton	40
4.3.2.Relation entre la vitesse et la tension	44
4.3.2.1.La formule generalésée	50
4.4.PROGRAMATION ET CALCUL (MATLAB)	55
4.4.1SCHEMA DE CALCUL	55
4.4.2.Schéma retenu	57
4.4.3.Application pour 5 cages	58
4.4.4. Deuxième code de calcul Matlab	68
4.4.4.1. Introduction des données	68
4.4.4.2.Resultats	69
4.5 Conclusion	73
<i>Conclusion general</i>	75
<i>Référence bibliographique</i>	76
<i>Annexe</i>	80

Résumé

Résumé

Au cours du laminage tandem, le passage simultané de la tôle entre plusieurs cages successives pose un problème de régulation des tensions inter-cages. Les industriels ont tendance à supposer les tensions égales entre une cage et une autre, c'est-à-dire entre la sortie d'une cage et l'entrée de la cage suivante. Ce qui entraîne un problème de régulation des vitesses. En effet, cela donne en général des vitesses différentes entre l'entrée d'une passe et la sortie de la passe précédente. Ce qui peut conduire à des ondulations ou des tensions excessives susceptibles d'engendrer des ruptures des bandes.

L'objet de ce travail est d'arriver à déterminer pour chaque cas, la rectification à apporter pour obtenir des vitesses et des tensions égales entre la sortie de chaque cage et l'entrée de la cage qui la suit.

Pour cela, nous avons d'abord mis au point un modèle de calcul basé sur la méthode des tranches avec prise en compte de l'élasticité des cylindres. Une comparaison des résultats de notre modèle avec LAM3 a montré sa fiabilité.

Afin d'illustrer cette situation, nous avons repris les données tirés du site du laminoir tandem du complexe sidérurgique Arcelor-Mittal d'El Hadjar en Algérie. Ce laminoir tandem contient cinq cages. L'utilisation de notre modèle de laminage donne des résultats qui confirment la problématique présentée ci-dessus.

Ensuite, nous avons repris le calcul des corrections des tensions pour trois cages de travail déjà faits par P.Montmitonnet. Sur la base de ces calculs, on a mis au point un modèle qui généralise les résultats présentés par ce dernier. Son application au cas du tandem d'El-hadjar (cinq cages) a confirmé la fiabilité de notre modèle, et ce indépendamment du nombre de cages.

Les modèles ont été développés sous environnement Matlab. Ce qui a permis de faciliter les calculs et la programmation.

Il en résulte un modèle simple, rapide d'exécution, ouvert aux progrès en mise en forme et susceptible d'aider les industriels pour piloter leurs opérations de laminage au tandem.

Mots clés : Modélisation, Simulation, Laminage, vitesse ,tension.

Abstract:

In the tandem rolling, the simultaneous passage of the sheet between multiple cages poses a control problem of inter-stand tension. Manufacturers tend to ask the equal voltages between a cage and another, that is to say between the output of a cage and the input of the next cage. This causes a speed regulation problem. Indeed, this generally gives different speeds between the input and pass out of the previous pass. Which may lead to ripples or excessive tension may cause breakage of the strips.

To illustrate this situation, we propose to take the data from the tandem mill site steel complex Arcelor-Mittal El Hadjar Algeria. It contains five stand tandem mill.

The purpose of this work is to get to determine for each case, the correction to be made to obtain equal speeds and tensions between the output of each cage and the door of the cage that follows.

We first introduced the calculation for three cages [P.MONTMITONET], after the calculations have been developed for Cinque cages and define the relationship between the speed and tension, to derive a generalized formula irrespective of the number of cage .

To our simplified calculation model, two Matlab program was developed;

- the first: Greenhouse to the rolling calculation (speeds, the neutral plane,)

- the second: to make corrections tensions in order to obtain equal speed between the output of a cage and the input of the next cage

- The Results show the convergence speed after the correction of tension, like that, to avoid the risk of breakage or undulation of the rolled strip and pre calculated magnitudes we do not stray from reality.

Key words: Modeling, Simulation, Rolling, speed, tension.

ملخص :

في التصفيح المتداول جنبا إلى جنب، المرور المحاكي للسبيكة بين أقفاص متعددة يطرح مشكلة تنظيم التوتر بين السبائك. و في نفس الاتجاه تميل لطرح التوتر متساوي بين قفص وآخر، بمعنى بين خروج من القفص والدخول في القفص مما يسبب في تنظيم السرعات ، وهذا يعطي عموما سرعات مختلفة بين دخول تمريرة وخروج تمريرة السابقة.

لتوضيح هذه الحالة، فإننا نقترح أن تحصل على البيانات من موقع التصفيح المتداول من شركة مجمع الصلب ارسيلور ميتال حجار الجزائر. يحتوي التصفيح المتداول على خمسة أقفاص والغرض من هذا العمل هو للوصول الى تحديد لكل حالة، والتصحيح ليتم الحصول على سرعات والتوترات متساوية بين مخرجات كل قفص وباب القفص الذي يلي.

بعدها وضعنا الحسابات لخمسة أقفاص . وحددنا العلاقة بين السرعة والتوتر، لاشتقاق صيغة تعميم بصرف النظر عن عدد الأقفاس.

قدمنا أول حساب لثلاثة أقفاص [P.MONTMITONET]

و لتبسيط نموذج الحساب طورنا اثنين من برنامج ماتلاب

أول :القيام بحساب التصفيح (سرعات، المخطط محايدة،.....)

والثاني :لإجراء التصحيح التوترات من أجل الحصول على سرعة متساوية بين الخارج من القفص والداخل القفص المقبل.

أظهرت النتائج سرعة التقارب بعد التصحيح من التوتر، من هذا القبيل، لتجنب خطر الكسر أو تموج الشريط المدرفل واحتساب المتغيرات التقريبي لا تبتعد كثيرا عن الواقع.

الكلمات المفتاحية: النمذجة ، المحاكاة ، المتداول ، السرعة ، التوتر.

INTRODUCTION

GENERALE

Introduction générale

La prédiction de l'effort et du couple de laminage, des contraintes et des vitesses est indispensable pour conduire de façon optimale une opération industrielle comme celle de laminage. La connaissance préalable de ses grandeurs mécaniques permet la bonne mise au point d'un programme de laminage, de prévoir le bombé des cylindres, le cédage et une consommation optimal de l'énergie.

De grands progrès ont été réalisés ces dernières années dans la mise au point de codes de calculs permettant cela.

La méthode des éléments finis est aujourd'hui la plus utilisée, mais elle demeure lourde et demande un temps de calcul important, ce qui la rend désagréable et peu recommandable pour les industriels qui cherchent des modèles on-line pour piloter leurs opérations. Ce travail se veut une contribution répondant à cette dernière exigence.

Il est avéré que la méthode des tranches est celle qui répond le mieux à cette exigence pour le laminage à froid des tôles minces.

Nous avons donc commencé après une recherche bibliographique par mettre au point un modèle basé sur la méthode des tranches sous environnement MATLAB.

Après cela, nous avons introduit dans ce modèle la prise en compte de l'élasticité des cylindres. Une comparaison avec des résultats tirés de la bibliographie qui utilise la méthode des éléments finis ont confirmé la fiabilité de nos résultats.

Le laminage tandem pose un sérieux problème de régulation des tensions entre les cages. Très souvent, les industriels ont tendance à poser les tensions telles que la tension de sortie d'une cage en amont est égale à la tension d'entrée de la cage qui la suit. Cela engendre très souvent des vitesses différentes dans les sections considérées. L'objet essentiel de ce travail consiste à mettre au point un modèle qui calcule les rectifications de tensions à faire pour avoir des vitesses de sortie d'une cage i aux vitesses d'entrées de la cage $i+1$. Pour cela, on a démarré d'un calcul analytique déjà fait par P Montmitonnet. Nous avons ensuite développé ce travail par une généralisation des résultats obtenus par ce dernier en utilisant un développement de Newton. Les résultats obtenus permettent la correction des tensions avec des vitesses acceptables.

Il en résulte un modèle sous environnement Matlab rapide d'exécution, fiable qu'on peut recommander pour les industriels.

CHAPITRE I :

***Le Laminage
tandem***

1.1 Introduction :

Le laminage à froid au tandem des bandes métalliques est un processus multi-variable non linéaire et très complexe, dont le contrôle présente un défi majeur pour l'ingénierie.

La technologie actuelle pour le contrôle de ce processus se fonde généralement sur une structure développée au R-U tôt pendant les années 1970 par G.F. Bryant [1]. Dans cette technique les effets indésirables des interactions entre les nombreuses variables des processus sont partiellement atténués par la simple-entrée-simple-production (SISO) et les boucles d'avertissement simples-multi-input de la production (SIMO) fonctionnant sur des variables sélectionnées.

En plus, le problème global de contrôle est décomposé en plusieurs problèmes distincts en vue de fournir l'ajustement indépendant de la tension et de l'épaisseur de bande n'importe où dans le processus de laminage.

Comme étape pour arriver à ce besoin, l'objectif de cette partie travail est de présenter quelques approches utilisées pour le contrôle du processus à froid du laminage tandem des métaux. Ce travail couvre les aspects théoriques et appliqués, il nous éclairera sur les observations des diverses approches.

1.2 Historique

Les premiers pas du laminage tandem été apparus autour du quatorzième siècle où de très petits laminoirs ont été utilisés pour aplatir les métaux à froid tels que l'or, l'argent, ou les autres matériaux qui ont été utilisés dans les bijoux ou les travaux d'art [2].

En 1480 Leonardo da Vinci décrit dans ses notes des machines pour le laminage à froid des feuilles et des barres, mais il est probable que ces cages de laminage n'ont jamais été construites avant.

Durant la seconde moitié du seizième siècle, le laminage à froid du métal a commencé à prendre plus d'importance avec le début de son utilisation pour des applications diverses telles que les tuyaux.

Le 17ème siècle a vu naître le laminage à chaud des barres des matériaux ferreux dans l'ensemble de l'Europe et particulièrement en Allemagne, avec des applications un siècle plus tard en Angleterre et au Pays de Galles.

Ces laminoirs étaient de simples cages. C'est au 18ème siècle que le métal a été laminé dans des cages successives disposées comme un laminage tandem. D'abord pour le laminage à chaud des fils machines en Angleterre en 1766. En 1798 un brevet a été publié pour le laminage tandem pour les produits métalliques plats et en feuilles.

La taille des laminoirs et de leurs produits laminés a augmenté de manière significative pendant le 19ème siècle avec l'arrivée de la Révolution Industrielle, qui a causé une augmentation énorme des demandes du fer et de l'acier.

La disposition à quatre a été présentée en 1872 en Angleterre et légèrement plus tôt en Allemagne pour le laminage des rails.

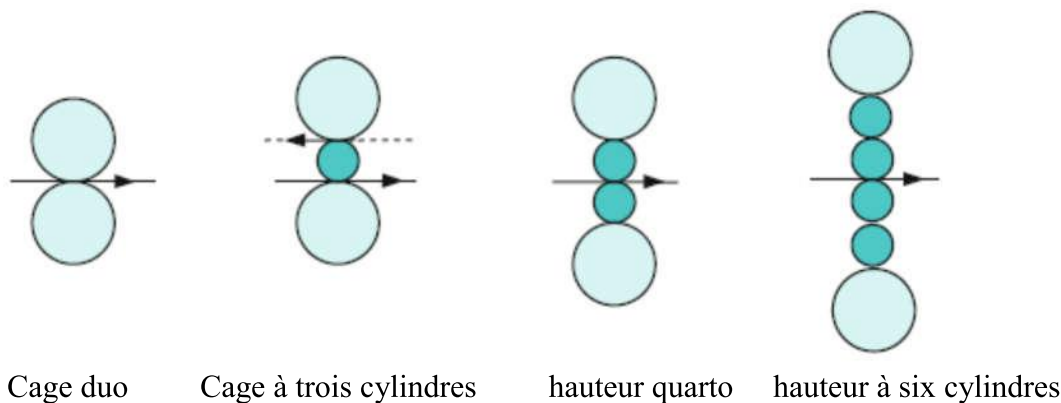


Figure I.1 : Différents types de Cages

La mise au point de cages trios (trois cylindres) avec un faible diamètre au cylindre du milieu a fourni la force d'entraînement pour le laminage à froid de l'acier comme un processus réussi. La commercialisation de ce type de laminoirs s'est produite en grande partie dans les Etats-Unis à Pittsburgh, Pennsylvanie par la Société américaine de fer et l'acier, qui plus tard a été acquise par Jones et Laughlin Steel Corporation.

Le premier laminoir quarto pour le laminage à froid de l'acier a été employé expérimentalement par Allegheny Ludlum Steel Corporation en 1923 [3].

Le laminage à froid tandem de la bande en acier était apparu en 1904 à l'ouest de Leechburg Steel Company et également près de Pittsburgh.

Cependant, les opérations de laminage tandem à froid avec tensions inter-cages a eu lieu vers 1915 à Superior Steel Company à Pittsburgh, et en 1926 a commencé à travailler dans Butler Usine de la Pennsylvanie d'American Rolling Company. Les années 1930 ont vu un avancement significatif dans les largeurs maximum de la bande laminée à froid ont atteint 890 millimètres pour arriver à pas moins de 2.290 millimètres en 1940.

Pendant la deuxième guerre mondiale, la plupart des laminoirs en service étaient constitués de cages quartos. Les années soixante ont vu la prédominance de laminoirs tandems formés de cinq à six cages.

Des avancées considérables en technologie de laminage ont été faites pendant les années 1970. Ils ont permis des tolérances dimensionnelles très serrées, une bonne qualité de surface et des vitesses de laminage très élevées, ce qui a engendré une grande productivité.

1.3 Aperçu du processus

Le laminage à froid tandem de la bande en acier est un processus qui permet de laminier simultanément une bobine de grande longueur dans plusieurs cages (voir figure suivante).

Il se produit après le laminage à chaud où les brames en acier sont chauffés dans un four. Après le laminage à chaud et avant le laminage à froid, la bande passe dans un bain d'acide pour éliminer les oxydes formés pendant le laminage à chaud.

Le processus de laminage à froid donne après une réduction supplémentaire une bande plus mince généralement inférieur ou égale à 1, 25 millimètres.

La réduction de l'épaisseur est provoquée par un effort de compression très important entre le cylindre de travail et la tôle. Dans cette région le métal est en déformation plastique, et là glisse entre la bande et la surface du travail du cylindre.

L'énergie requis pour réaliser la réduction de l'épaisseur de bande cause une élévation de la température qui diminue sous l'effet de l'air entre les cages et du lubrifiant.

Pour bien piloter une opération de laminage, il est indispensable de contrôler les paramètres qui le gouvernent (dimensions, vitesses, tensions, couple et effort de laminage). Ce contrôle nécessite une instrumentation fiable que nous présentons ci-dessous [4,5].

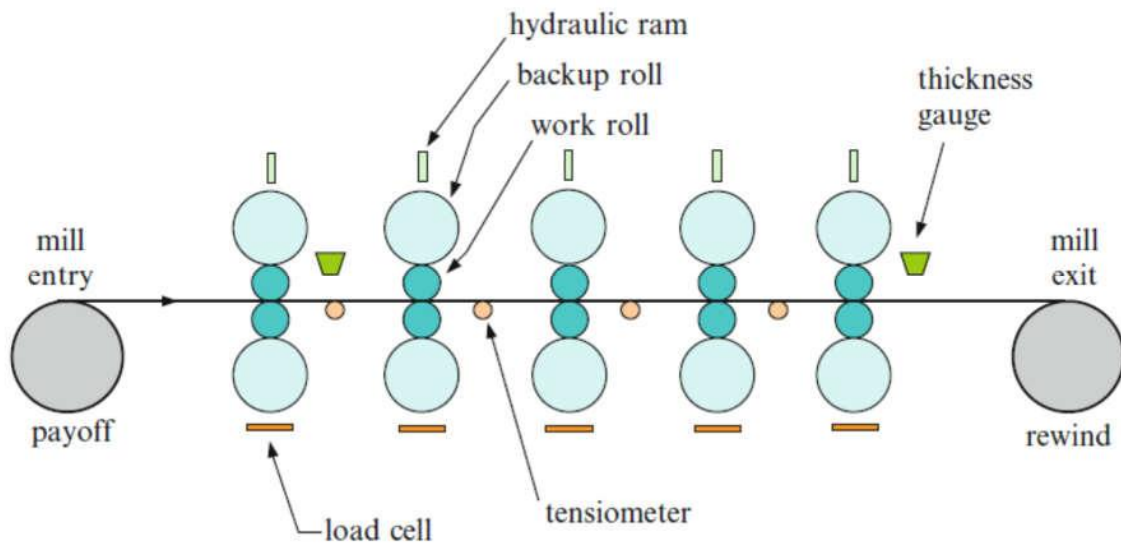


Fig. I,2 laminage à froid tandem de Cinq-cages, configuration autonome

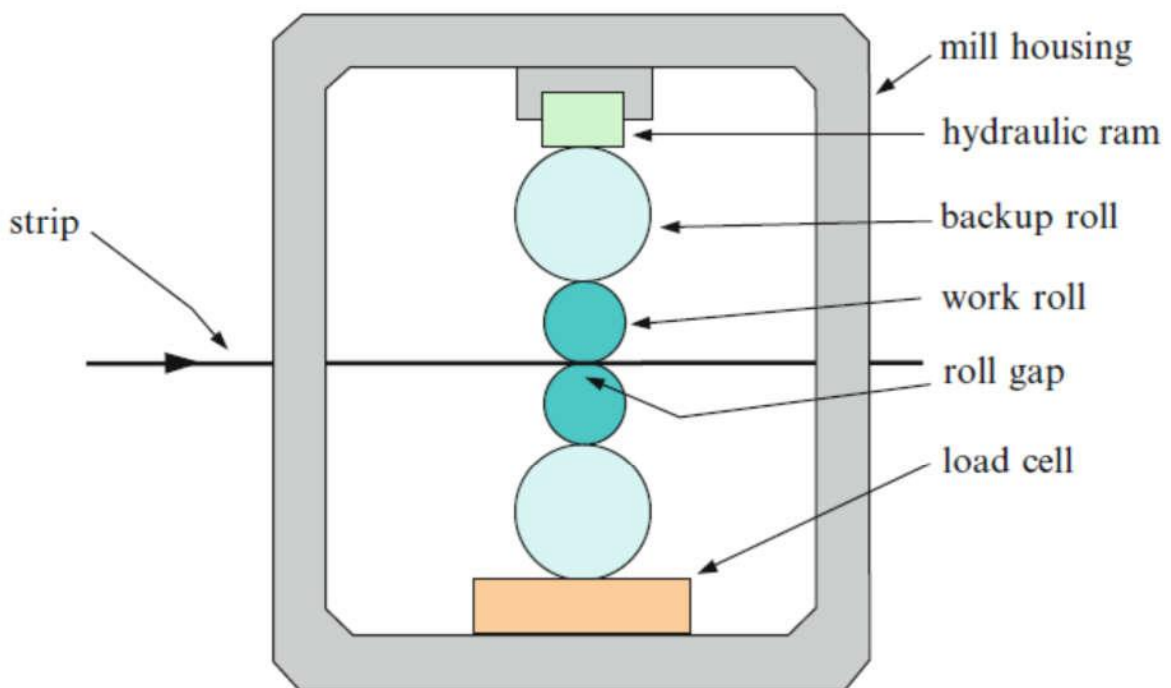


Fig. I,3 disposition typique d'une cage de laminage quarto

L'instrumentation du laminoir se compose généralement des sondes pour mesurer la force exercées sur les cylindres de travail, les forces de tensions inter cage, l'épaisseur de bande à la sortie de la première et dernier supports, les vitesses de petit tambour de travail, les forces exercées par le système hydraulique et la vitesse réelle de bande [5].

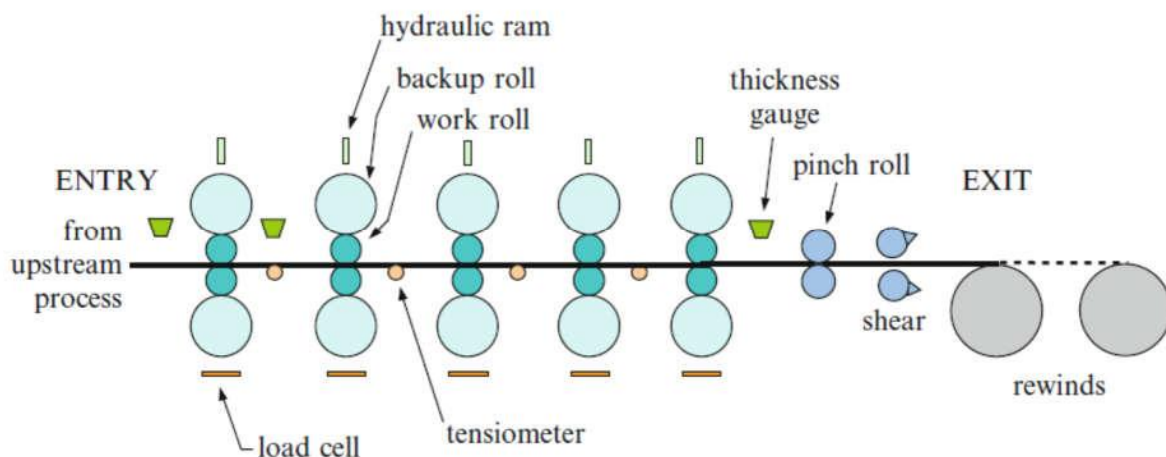


Fig. I,4 moulin froid tandem de Cinq-support, configuration continue

Après le laminage à froid, la bande subit un recuit pour reconstituer son formabilité qui a été réduite à cause de l'écrouissage après laminage.

1.4. Avantages du laminage à froid tandem continu

Le laminage au tandem a plusieurs avantages par rapport au processus réalisé dans une seule cage. Le plus significatif de ces derniers est l'augmentation de la productivité réalisée en raison de non interruption du procédé sans avoir à changer les bobines.

C'est pour cela que pratiquement toutes les nouvelles installations dans les vingt et unième siècle sont les tandems.

Le dispositif le plus utilisé généralement pour le stockage est l'accumulateur horizontal comme présenté dans la figure suivante.

1.5. Motivations essentielles et moteurs

Les laminoirs à froid tandem modernes sont actionnés par les machines à vitesse variables qui sont données par les moteurs synchrones ou les moteurs à induction [6].

Les commandes de ces moteurs sont en grande partie source impulsion-largeur-modulée de la tension (PWM) convertisseurs qui sont actionnés à partir d'un lien de C.C avec un embout avant actif.

Cette topologie particulière d'entraînement injecte les harmoniques très bas dans la puissance système de sorte que la déformation dans la tension et le courant soient réduits aux niveaux très bas sans besoin de filtres harmoniques.

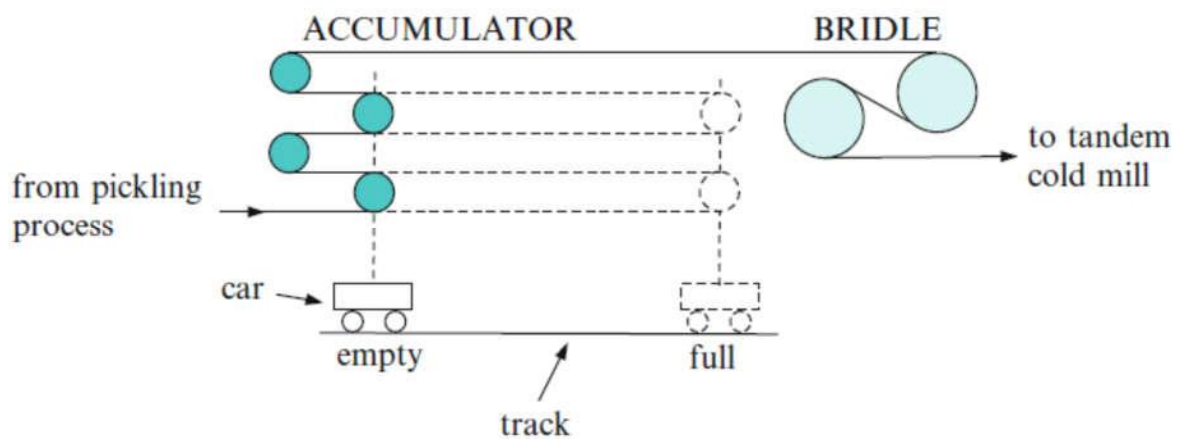


Figure I.5 interface typique entre le processus de marinage et le moulin froid tandem

L'efficacité de la commande elle-même est tout à fait haut, presque tout à fait 99%.

Dans quelques conceptions d'entraînement l'opération est maintenue pendant certaines chutes de tension de réseau sans déclenchement.

1.6. Conclusion :

Ce chapitre nous a permis de présenter un bref aperçu historique de l'utilisation des laminoirs tandems et leurs utilisations et fonctionnements.

CHAPITRE II :

Etude

Bibliographique

Introduction

La maîtrise du laminage, comme tout procédé de mise en forme nécessite la connaissance des aspects aussi bien physique que mécanique. Comme on dit, la mise en forme a deux pieds. La physique et la mécanique de la plasticité.

Nous proposons donc de présenter dans ce chapitre d'abord une synthèse des aspects gouvernants la physique et la mécanique de la plasticité, suivis par une présentation d'une approche mécanique du laminage. La dernière partie abordera plus concrètement le sujet de notre travail, à savoir une synthèse bibliographique sur l'influence des paramètres technologiques du laminage notamment (les tensions et les vitesses) ainsi que les différents travaux qui ont abordé le problème de régulation des tensions.

2.1. Déformation plastique et comportement des métaux

2.1.1. Aspect microscopique de la déformation plastique

La déformation plastique d'un métal est provoquée par le déplacement irréversible de dislocation qui est émise et propagé par le déclenchement des sources de Franck et Read.

Pour commencer à déplacer une dislocation, il faut lui exercer une force telle que:

$$F = \tau \cdot b$$

τ : est le scission dans un plan de glissement de dislocation.

b : est le vecteur de Burgers.

La déformation plastique dans un monocristal se produit quand la cession résolue dans le plan et la direction de glissement atteint une valeur critique, on peut aussi écrire :

$$F = b \cdot \tau_c = b_i \sigma_{ij} n_j$$

b_i : Les composantes de vecteur du Burgers.

σ_{ij} : Le tenseur de contrainte (du l'outil)

n_j : Les composantes de l'anormale au plan de glissement

Si : $\tau < \tau_c \Rightarrow$ domaine élastique,

Si : $\tau \geq \tau_c \Rightarrow$ déformation plastique.

Dans un monocristal, il existe plusieurs systèmes de glissement, c'est le système le plus dense qui sera actif en premier. [7]

2.1.2 Mécanisme de déformation dans les poly cristaux

En réalité, le comportement d'un poly cristal soumis à un champ de contrainte est fortement influence par l'interaction entre les grains de l'agrégat «poly cristal».

Dans un poly cristal, la déformation plastique commence dans les grains les plus favorablement orientés pour le glissement quand la contrainte atteinte une certaine valeur σ_i .

Mais la déformation plastique de ces grains isolés dans un solide qui reste élastique ne se développe pas librement, elle reste très limitée, donc il faut augmenter la contrainte (au dessus de σ_i) pour provoquer la déformation plastique de tous les grains. [8]

2.2.Mecanique de la plasticité

2.2.1.Définition

Un comportement est dit plastique si dans un processus irréversible les contraintes ne dépendent pas des vitesses.

En effet dans ce cadre, un comportement indépendant des vitesses sera défini par la condition

$$\sigma(\lambda \dot{\varepsilon}) = \sigma(\dot{\varepsilon}) \quad \forall \lambda \geq 0$$

Le cadre théorique de notre travail est donné par la plasticité standard basée sur le principe du travail maximal de Hill. [9, 10,11]

2.2.2.Principe du travail maximale de Hill

Compte tenu du second principe de la thermodynamique : $(\sigma - \sigma^*)\dot{\varepsilon} - \geq 0$

De cela découle :

1. $f(\sigma_{ij})$ convexe.
2. $\dot{\varepsilon}_{ij} \perp f(\sigma_{ij})$

Une loi d'écoulement exprime une relation entre un tenseur des contraintes situé sur la surface seuil et une direction dans l'espace des vitesses de déformation. On écrira alors

$$\dot{\varepsilon} = \lambda g(\sigma) \quad \forall \lambda \geq 0$$

On tire en particulier de cette inégalité $((\sigma - \sigma^*)\dot{\varepsilon} - \geq 0)$

- ✓ si σ est à l'intérieur de C alors $\dot{\varepsilon}$ est nul ;
- ✓ si σ est sur la frontière de C en un point régulier (tangente continue), alors $\dot{\varepsilon}$ est dirigé selon la normale extérieure à C ;

✓ si σ est sur un point anguleux de la frontière, alors $\dot{\epsilon}$ appartient au cône des normales (le cône limité par les normales aux différentes faces constituant le coin).

Ces résultats sont schématisés par la figure ci-dessous.

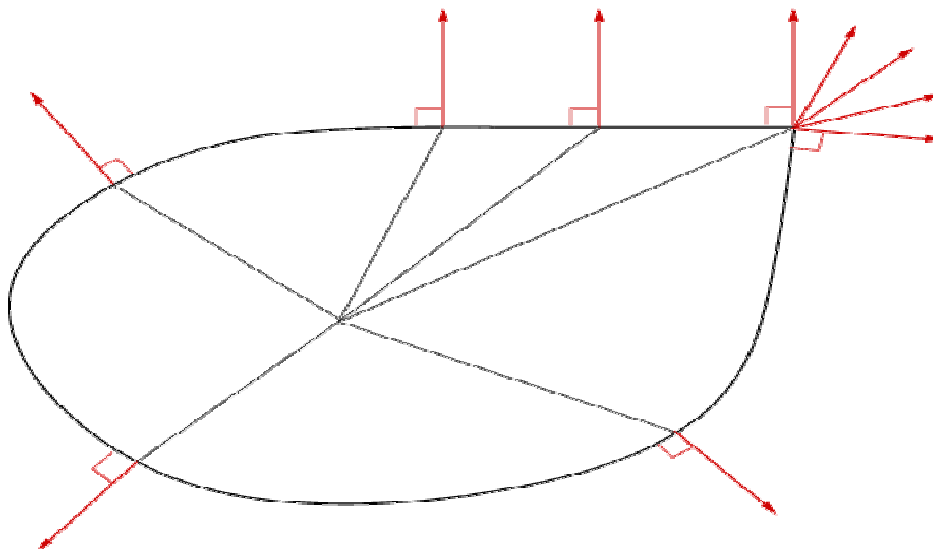


Figure 1 : Schéma représentatif de Principe du travail maximale de Hill.

2.2.3. Plasticité standard

Ce cadre est présenté dans ce qui suit :

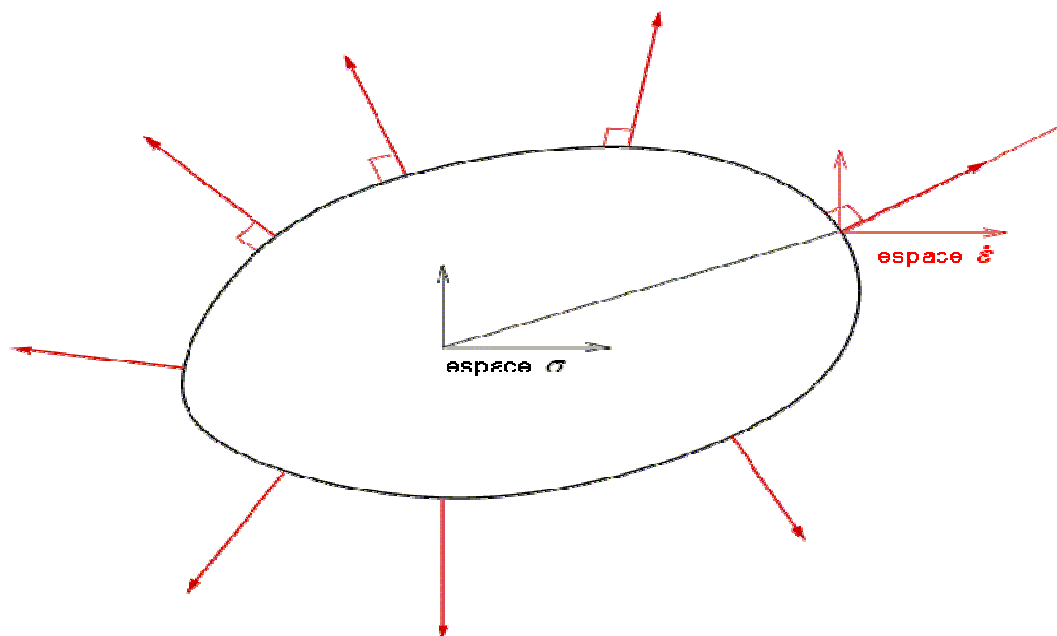


Figure 2 : Schéma représentatif de la plasticité standard. $\dot{\epsilon}$ normal à ∂C

Ce cadre donne les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} f(\sigma_{ij}) \leq 0 \\ \dot{\varepsilon}_{ij} = 0 \text{ si } f(\sigma_{ij}) < 0 \\ \dot{\varepsilon}_{ij} = \lambda \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} \text{ si } f(\sigma_{ij}) = 0 (\lambda \geq 0) \end{array} \right.$$

2.2.4. Plasticité sans écouissage

$$\sigma(\varepsilon) = \text{Const}$$

$$f(\sigma_{ij}) \leq 0$$

2.2.5. Plasticité avec écouissage

2.2.5.1 Description de l'écouissage

C'est une dilatation de la fonction seuil. On introduit donc une variable d'écouissage α et on écrit :

$$f(\sigma_{ij}, \underline{\alpha}) \leq 0 \quad \underline{\alpha} : \text{Variable d'écouissage}$$

2.2.5.2 . Plasticité avec écouissage isotrope :

Un écouissage est dit isotrope si la dilatation de la fonction seuil dans l'espace des contraintes est homothétique. Cela nous permet d'écrire :

$$f(X) = f(\sigma_{ij}, R(p)) = f(\sigma_{ij}) - R(p) \leq 0$$

Dans ce cas, $f(\sigma_{ij})$ sera une contrainte équivalente, $f(\sigma_{ij}) = \bar{\sigma}$ et $R(p)$ sera la fonction d'écouissage, $R(p) = \sigma_0(\bar{\varepsilon})$, $\sigma_0(\bar{\varepsilon})$ sera la loi d'écouissage identifiée expérimentalement.

$$\left\{ \begin{array}{l} f(\sigma_{ij}) \leq 0 \\ \dot{\varepsilon}_{ij} = 0 \text{ si } f(\sigma_{ij}) < 0 \\ \dot{\varepsilon}_{ij} = \lambda \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} \text{ si } f(\sigma_{ij}) = 0 (\lambda \geq 0), \quad \lambda = \dot{p} = \dot{\bar{\varepsilon}} \end{array} \right.$$

Pour identifier un comportement plastique, il faut connaître la fonction seuil, la loi d'écouissage et une loi d'évolution.

La fonction seuil passe par l'écriture des critères de plasticité, ils sont aussi appelés critères de limite élastiques.

2.3. Critères de limites élastiques

Ces critères donnent la fin du domaine élastique et le passage au domaine irréversible des déformations.

Dans le cas le plus simple, c'est-à-dire donné par l'essai de traction simple il se réduit à : $|\sigma| - \sigma_e < 0$ où σ_e est la contrainte limite dans le domaine élastique.

Cependant dans le cas général, cette dernière écriture ne suffit pas, on introduit donc la notion de critère de limite élastique qui dans le cadre général s'écrit : $f(\sigma_{ij}) < 0$ où $f(\sigma_{ij})$ est une fonction qui limite le domaine élastique dans l'espace des contraintes.

$f(\sigma_{ij}) = f(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{32}, \sigma_{21}, \sigma_{11}, \sigma_{13}) = f(I_1, J_2, J_3)$. I_1 : est le premier invariant du tenseur des contraintes. $I_1 = \text{trace}(\sigma_{ij})$ donc responsable du changement de volume. J_2 et J_3 sont les invariants du tenseur déviateur.

Au cas où la pression hydrostatique (aussi élevée soit elle) ne permet pas un changement de volume (cas des métaux), on peut négliger I_1 et donc poser : $f(\sigma_{ij}) = f(J_2, J_3) < 0$.

Si J_3 n'intervient pas, alors $f(\sigma_{ij}) = f(J_2) < 0$ et on obtient une surface seuil de révolution autour de l'axe hydrostatique.

2.3.1 Critère de Tresca

Hypothèses :

- ✓ Matériau isotrope.
- ✓ Effet Baushinger négligé.
- ✓ Insensibilité à la pression hydrostatique : $f(\sigma_{ij}) = f(S_{ij})$

Ce critère s'écrit:

$$\sigma_{i\max} - \sigma_{i\min} \leq \sigma_0, \quad i = 1, 2, 3,$$

C'est-à-dire pour $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ le critère s'écrit $\sigma_1 - \sigma_3 \leq \sigma_0$, $\sigma_0 = 2\tau_{\max}$

Autrement dit, on doit vérifier que la contrainte tangentielle maximale ne dépasse pas un seuil K qui est une constante qui dépend du matériau.

2.3.2 Critère de Von Misés

Mêmes hypothèses que pour le critère de Tresca, le critère de Von Misés s'écrit :

$$\frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} < \frac{\sigma_e^2}{3} \text{ Où } \frac{\sigma_e^2}{3} = K, \text{ autrement } \sqrt{3J_2} < \sigma_e$$

Il existe deux interprétations du critère de Von Misés, la première physique et la seconde géométrique.

En calculant l'énergie de distorsion ($W_{dist} = \frac{1}{4\mu} S_{ij} S_{ij} < W_{lim}$) c'est-à-dire que l'énergie de distorsion ne doit pas dépasser un certain seuil.

En traction simple, le calcul donne $W_{dist} = \sigma^2 / 3\mu$,

Ce qui donne en fin de calcul $\frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} < \frac{\sigma_e^2}{3}$.

D'un point de vue géométrique, si on se place dans l'espace des contraintes principales et on calcule les contraintes normale et tangentielle octaédrique on obtient :

$$\sigma_n^{oct} = \frac{1}{3} I_1, \quad \tau_{oct} = \frac{1}{9} \left\{ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right\} = \frac{2}{3} J_2$$

Dans ce cas, on dira que le critère de Von Misés exprime que la contrainte tangentielle octaédrique ne doit pas dépasser un seuil.

L'écriture finale et simplifiée de ce critère sera donc :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2)} - \sigma_e \leq 0$$

La présentation géométrique du critère de Von Misés dans l'espace des contraintes principales donne un cylindre à base circulaire tandis que le critère de Tresca donne un hexagone. Dans les deux cas, l'axe est donné par la direction normale octaédrique.

2.3.3. Critère de Hill

C'est une généralisation du critère de Von Misés pour prendre en compte l'anisotropie. Dans le cas orthotrope (trois direction privilégiés), il se présente suit :

$$f(\sigma_{ij}) - \sigma_e \leq 0$$

$$f(\sigma_{ij}) = \sqrt{H_{ijkl} \sigma_{kl} \sigma_{ij}} = \sqrt{F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + 2L\sigma_{12}^2 + 2M\sigma_{23}^2 + 2N\sigma_{31}^2}$$

H_{ijkl} : est le tenseur d'anisotropie de Hill.

2.3.4. Autres critères

Il existe aussi d'autres critères de plasticité. La prise en compte des aspects microstructuraux et de la nature des systèmes de glissements activés (à l'échelle physique de la plasticité) conduit souvent à remettre en cause la nature quadratique des critères de plasticité, on aboutit ainsi à des critères non quadratiques [6] de la forme suivante :

$$f(\sigma_{ij}) = \sqrt[m]{F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^m + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^m + H(\sigma_{22} - \sigma_{33})^m} \quad \text{Où } m \text{ est appelé coefficient de forme.}$$

La prise en compte de la variation de volume passe par l'écriture de critères sensibles à la pression hydrostatique, ces critères sont souvent utilisés en métallurgie des poudres ou en mécanique des sols [12]. Les plus usités sont les critères de Drucker-Pragers et de Mohr-Coulomb.

2.3.5. Conclusion

Dans cette partie, nous avons présenté les concepts et outils de base pour modéliser tout comportement plastique dans le cadre classique donné par la plasticité standard. Les travaux de recherche ont montré que ce cadre suffit largement pour modéliser le comportement plastique des métaux [13].

En effet, pour cela, nous avons besoin d'identifier la fonction seuil et donc les coefficients d'anisotropie si le matériau laminé est anisotrope, d'une loi d'évolution qui donne un rapport entre les déformations égale à un rapport entre les vitesses de déformations, et une loi d'écrouissage à identifier expérimentalement.

2.4. Présentation mécanique du laminage

2.4.1 Généralité sur laminage :

Le laminage est un procédé de mise en forme par déformation plastique dans lequel les outils au contact du produit en cours de déformation sont des solides de révolution. Ils sont animés d'un mouvement de rotation autour d'axes fixes dans lesquels le produit laminé est entraîné par frottement, ce qui permet de diminuer son épaisseur.

Nous pouvons ainsi diviser les aspects gouvernants ce procédé en trois. Le premier concerne les aspects liés au procédé lui-même, c'est-à-dire à la géométrie de la partie déformée, à sa cinématique ainsi qu'à la nature des forces et des contraintes mises en jeu au cours du laminage. Le second concerne les aspects liés au comportement du matériau laminé, c'est-à-dire aussi bien les phénomènes métallurgiques qui s'y déroulent qu'à leurs traductions à l'échelle macro et leurs formulations mathématiques par le langage de la mécanique des milieux continus. La troisième est liée au frottement métal cylindres et aux phénomènes qui s'y déroulent.

2.4.2 Aspects liés au procédé :

2.4.2.1. Aspects géométriques :

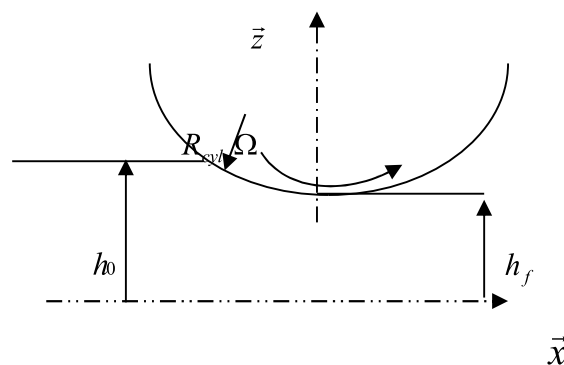


Figure .II.3 : Schéma simplifié du foyer de déformation.

Le foyer de déformation en laminage est caractérisé géométriquement par:

Les hauteurs d'entrée (h_0) et de sortie (h_f)

Le rayon du cylindre de travail R_{cyl}

Le plan neutre désigné par l'angle neutre γ_n : Il coïncide avec la section où vitesse linéaire des cylindres de travail est égale à la vitesse du métal, autrement dit à la section où la vitesse de glissement v_g est nulle. Il est évident aussi que la contrainte de frottement est nulle au point neutre[14,15].

2.4.2.2.Aspects cinématiques

Le laminage implique à priori un mouvement des particules du métal suivant les trois directions de l'espace, ce qui donne un vecteur vitesse du type. $\vec{v} = \vec{v}(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

$$\vec{v} \begin{cases} \vec{v}_x \\ \vec{v}_y \\ \vec{v}_z \end{cases}$$

En outre, si on considère le cisaillement suivant toutes les directions, le tenseur des vitesses de déformations s'écrit :

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{11} & \dot{\epsilon}_{12} & \dot{\epsilon}_{13} \\ \dot{\epsilon}_{21} & \dot{\epsilon}_{22} & \dot{\epsilon}_{23} \\ \dot{\epsilon}_{31} & \dot{\epsilon}_{32} & \dot{\epsilon}_{33} \end{bmatrix}$$

En négligeant les cisaillements, en considérant l'élargissement nul du fait que la largeur de la tôle est très supérieure à la hauteur moyenne et compte tenu du comportement plastique incompressible du laminé, ce tenseur s'écrit :

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \begin{bmatrix} -\dot{\epsilon}_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon}_3 \end{bmatrix}$$

Le matériau laminé étant incompressible (volume constant), on peut donc écrire $\dot{\epsilon}_1 = -\dot{\epsilon}_3$

où $\dot{\epsilon}_1 = \frac{\partial v_1}{\partial x}$. v_1 : est la vitesse horizontale du laminé.

$v_1 = v_g + v_{cyl}$, $v_{cyl} = \Omega R_{cyl}$ où Ω est la vitesse angulaire du cylindre de travail.

v_g : Vitesse de glissement.

2.4.2.3. Aspects liés aux forces et aux contraintes

Le tenseur des contraintes se présente à priori de la façon suivante

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

La prise en compte des six composantes du tenseur des contraintes est encore très lourde pour le calcul, cependant il s'avère que les différentes composantes de cisaillement sont négligeables par rapport aux contraintes longitudinales (en utilisant une loi d'évolution où les vitesses de déformations en cisaillement sont nulles donne des contraintes de cisaillement nulles). Ce qui nous permet d'écrire le tenseur des contraintes comme suit :

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

Notons que dernier tenseur est valable pour le matériau laminé, La prise en compte du contact métal-cylindre donne une contrainte de scission. Cette dernière ne sera pas prise en compte dans la formulation de la loi de comportement mais doit être prise en compte dans l'écriture des équations à résoudre au cadre du laminage.

En plus des trois composantes du tenseur des contraintes, nous avons aussi la contrainte de scission τ qui résulte comme dit ci-dessus du frottement métal-cylindre.

Nous avons donc quatre contraintes ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \tau$) à connaître pour maîtriser le procédé. Le problème demeure encore très lourd si nous devons considérer leurs variations suivant les trois directions de l'espace. Compte tenu des rapports dimensionnels $b \gg h$, il se trouve que les variations de ces contraintes suivant les directions transversales et normales sont très faibles par rapport à la direction longitudinale de laminage ($\frac{\partial \sigma}{\partial x} \gg \frac{\partial \sigma}{\partial y}$ et $\frac{\partial \sigma}{\partial x} \gg \frac{\partial \sigma}{\partial z}$), ce qui simplifie considérablement le problème. Ce qui revient à conclure que les variations des contraintes et des vitesses n'ont lieu que pour la direction longitudinale, et par conséquent le modèle de calcul monodimensionnel suffira.

Il est à noter aussi que le frottement joue un rôle primordial au cours du laminage puisqu'il conditionne son déroulement. Comme on dit, pas de frottement, pas de laminage.

La condition d'engagement du métal est dictée par la condition $\mu \geq \tan \alpha$, où μ est le coefficient de frottement de Coulomb et α l'angle de laminage. [17]

2.4.3 . lois de comportements

2.4. 3.1.Cadre et formalisme général

Le modèle que nous avons utilisé est le modèle classique utilisé pour la description du laminage, il correspond dans ce cas à la plasticité associée de Von Misés.

Elles font intervenir la fonction seuil $f(\sigma_{ij})$, le potentiel plastique $g(\sigma_{ij})$ qui coïncidera avec la fonction seuil dans ce cas (plasticité associée) et la loi d'écrouissage $R(p)$ où p est la variable d'écrouissage isotrope ($\lambda = \dot{p}$)

La base théorique a été déjà présentée dans la section 2 de ce chapitre. Nous présentons dans ce qui suit son application au laminage.

2.4. 3.2.Formulation de la loi de comportement au cadre étudié

Le tenseur des contraintes et de déformation des tôles mince ayant une grande largeur (comme c'est le cas du laminage à froid) se présente comme suit :

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} -\varepsilon_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix}$$

La condition de déformation plane nous amène suite à l'utilisation d'une loi d'évolution à calculer la contrainte équivalente de Von –Misés comme suit :

$$\bar{\sigma} = \frac{\sqrt{3}}{2} |\sigma_1 - \sigma_3|.$$

De même la plasticité de Von-Misés permet d'écrire dans ce cas la déformation équivalente comme suit : $\bar{\varepsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} |\varepsilon_3|$.

En posant $\frac{\sqrt{3}}{2} = C_0$, on pourra formuler la loi de comportement général comme suit :

$$C_0 |\sigma_1 - \sigma_3| = f\left(\frac{1}{C_0} |\varepsilon_3|\right) g\left(\frac{1}{C_0} |\dot{\varepsilon}_3|\right) = \sigma_0$$

C_0 est un coefficient qui dépend de l'anisotropie du matériau étudié, dans le cas de Von-Misés, $C_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$. $f\left(\frac{1}{C_0} |\varepsilon_3|\right)$ est la fonction seuil et $g\left(\frac{1}{C_0} |\dot{\varepsilon}_3|\right)$ est une fonction qui dépendra de la sensibilité du comportement du laminé aux vitesses, en général il est égale à un en plasticité (laminage à froid).

2.4.4. Lois d'écoulement

La prise en compte de l'écoulement est essentielle pour une modélisation fiable du comportement des matériaux en plasticité. Nous présentons les modèles les plus utilisés actuellement en mise en forme.

2.4.4.1. Modèle d'Hollomon : Elle est aussi appelée loi puissance.

Cette loi est très simple et convient pour les aciers doux ou mi-durs, ainsi que pour les métaux ou alliages à faible limite d'élasticité, par contre, elle ne constitue qu'une approximation grossière pour les alliages à haute résistance. [18]

$$\bar{\sigma} = A \bar{\varepsilon}^n$$

A est la valeur de la contrainte d'écoulement pour une déformation totale égale à 1 et n le coefficient d'écoulement. Il représente la faculté du matériau à se déformer plastiquement avant striction.

2.4.4.2. Modèle de Ludwick :

Ce modèle donne de bonnes prédictions pour les aciers alliés, les aciers à haute résistance, les aciers austénitiques et les alliages d'aluminium. Elle est formulée comme suit : $\bar{\sigma} = \sigma_0 + A \bar{\varepsilon}^n$

σ_0 : La limite élastique, en pratique on prend souvent la contrainte à 0,2% de déformation.

2.4.4.3. Modèle de Swift :

Il s'écrit : $\bar{\sigma} = A(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon})^n$

Ce modèle convient mieux pour les aciers à haute limite d'élasticité. Cette loi revient à translater de ε_0 la courbe de la loi puissance parallèlement à l'axe ε [11, 12,13,14,15].

Discussion

Du fait qu'il donne les meilleures prédictions pour les aciers ordinaires, nous concluons que le modèle d'Hollomon convient mieux pour notre travail.

2.4.4.4. Formulation finale de la loi de comportement :

Elle se résume à l'écriture du critère de plasticité. Cela consiste à calculer la contrainte équivalente en fonction de la déformation équivalente.

Le cadre de Von-mises combiné à la loi d'érouissage d'Hollomon pour le laminage des bandes minces donne la relation suivante :

$$\bar{\sigma} = \frac{\sqrt{3}}{2} |\sigma_1 - \sigma_3| = A \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{n+1} |\varepsilon_3|^n, \quad \varepsilon_3 = \ln \left(\frac{h}{h_0} \right)$$

2.4.5. Aspects liés à la loi de frottement

Par définition, on appelle loi de frottement, toute relation permettant de calculer le vecteur contrainte tangentielle en fonction des paramètres de contact [16, 17, 18].

$$\tau = \tau(X, Y, Z, W, t)$$

X : Variables thermomécaniques, contraintes normales, vitesses de glissement, température.

Y : Rhéologie de l'outil et de la pièce déformée, module de Young, coefficient de poisson, contrainte d'écoulement.

Z : Etat de surface, rugosité, composition chimique, énergie de surface...

W : Dans le cas d'un contact lubrifié, propriétés du lubrifiant, son mode d'alimentation, ses additifs, etc....

t : Temps.

En vérité, il n'existe pas de lois de frottement permettant de prendre en considération de façon rigoureuse tous ces paramètres. Il s'agira dans la réalité d'utiliser des modèles tenant compte des paramètres jugés essentiels que l'on intégrera. Ces modèles feront intervenir des constantes adimensionnelles appelés coefficient de frottement qui est déterminé expérimentalement [17]. Il traduit l'influence des paramètres cachés, c'est à dire ceux qui ne sont pas explicitement intégrés à la loi.

Une loi de frottement peut être isotrope ou anisotrope. Pour notre part, nous travaillerons dans le premier cadre, c'est à dire que la contrainte tangentielle et la vitesse de glissement ont les mêmes directions .

En mise en forme, on peut utiliser plusieurs modèles de frottement selon la nature et la complexité des phénomènes mises en jeu.

Nous présentons dans ce qui suit les modèles les plus usités que nous implantons dans notre programme de calcul. On distingue trois grandes classes de modèles. Les modèles plastiques, viscoplastiques et régularisés.

2.4.5.1 Modèles de frottements plastiques :

Ils découlent des lois de comportement plastiques. Ainsi, on retrouve les mêmes hypothèses et donc les mêmes conséquences par rapport à la sensibilité de la réponse vis-à-vis des vitesses. C'est-à-dire que la contraintes de frottement ne dépendra pas des vitesses en termes de module, mais seront fonction des vitesses pour la direction et le sens.

A. LOI DE COULOMB

C'est la transcription surfacique du modèle rhéologique de Coulomb. Elle se caractérise par l'intervention de la contrainte normale σ_n [17].

$$\begin{cases} Si & \tau < \mu\sigma_n \rightarrow v_g = 0 \\ Si & \tau = \mu\sigma_n \rightarrow \exists \lambda \text{ tel que } v_g = -\lambda\tau \\ & \tau > \mu\sigma_n : impossible \end{cases}$$

μ est un coefficient qui permet de prendre en considération l'influence des paramètres cachés. Lors de l'application de cette loi, deux choix sont possibles :

a. $\tau = \mu\sigma_n$

b. $\tau = \min\left\{\mu\sigma_n, \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}\right\}$

Les deux choix sont cohérents et souvent utilisés, nous utiliserons pour notre part la deuxième du fait qu'elle est plus ouverte dans les modèles numériques. La prise en compte de la vitesse de glissement nous amène à adopter l'écriture suivante:

$$\tau = -\min\left\{\mu\sigma_n, \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}\right\} \frac{\vec{v}_g}{|\vec{v}_g|}$$

B. LOI DE TRESCA:

C'est une loi qui dérive directement des lois de plasticité de Tresca et de Von-Misés [17].

$$\tau = -m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \frac{\vec{v}_g}{|\vec{v}_g|}, \quad 0 \leq m \leq 0.85 [17]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Si } \tau = 0 \rightarrow v_g = 0 \\ \text{Si } \tau = \mp m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \rightarrow \exists \lambda \text{ tel que } v_g = -\lambda \tau \\ \tau > m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \text{ impossible} \end{array} \right.$$

Un élément fondamental commun à ces deux précédentes lois est qu'ils sont tirés de critères de plasticité et donc présentent la notion de seuil et de critère. Ce qui caractérise les lois de type plastique.

Afin d'éliminer la notion de domaine interdit ($\tau > \tau_c$), on passe aux lois viscoplastiques.

2.4.5.2. Modèles de frottements viscoplastiques :

Sur la base des lois de comportement viscoplastiques qui éliminent la notion de domaine interdit (la contrainte est d'autant plus forte que la vitesse de déformation est grande), a été construit son homologue en terme de comportement de surface. Cela donne une loi de frottement viscoplastique [16, 17]. La loi viscoplastique la plus usitée en mise en forme est celle de Norton Hoff.

Elle est fondée sur une analogie avec la loi puissance de fluage.

$$\tau = -\alpha..v_g^p$$

Il existe une forme particulière de cette loi qui est donnée par sa linéarisation, c'est le cas visqueux newtonien qui donne $\tau = -\alpha..v_g$.

On peut aussi écrire la loi viscoplastique de la façon suivante : $\tau = \tau_c \left(\frac{v_g}{v_{ref}} \right)^p$

Où v_{ref} est une vitesse de référence. Pour le cas du laminage, on peut la prendre égale à la vitesse des cylindres de travail. τ_c est calculée par la loi de Coulomb ou de Tresca.

μ, α et p dépendent des paramètres cachés que sont la température, la rugosité, les lubrifiants [17] etc....

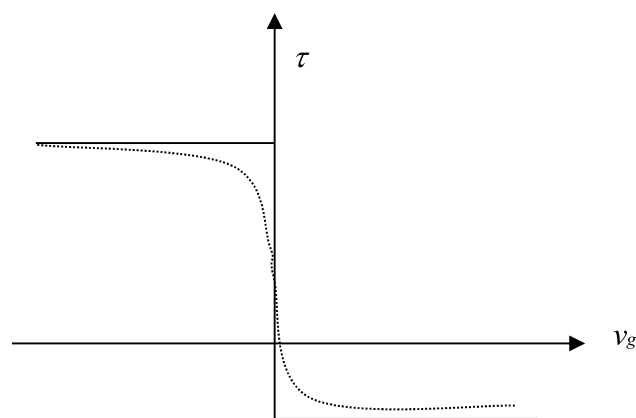


Figure 02 : Contrainte de frottement en fonction de la vitesse de glissement

- Frottement plastique
- Frottement viscoplastique

2.4 .5.3. Modèles régularisés :

Les lois de frottement sec (Coulomb et Tresca) donnent une discontinuité au point neutre. Pour lever cette difficulté, on remplace la relation $\tau(v_g)$ par un lissage continu. Cela donne une relation de type $\tau = \tau_c f(v_g)$ où $f(v_g)$ est une fonction continue et dérivable en tout point. Notons que cette démarche est purement numérique (artifice numérique) et qu'elle est dénuée de sens physique, ce qui n'est pas le cas des lois viscoplastiques. La littérature donne plusieurs propositions pour cette régularisation [18].

Proposition de Kobayashi:

$$\tau = \tau_c \operatorname{arctg} \left(\frac{v_g}{K} \right)$$

τ_c est calculé dans le cadre d'un modèle de frottement sec.

K est une constante physique déterminée expérimentalement.

Proposition de Gratacos:

$$\tau = \tau_c \frac{v_g}{\sqrt{v_g^2 + K^2}} \frac{\sigma_n}{\sqrt{\sigma_n^2 + K'^2}}$$

Où $K' \rightarrow 1$ si $\sigma_n \gg K'$, ce modèle est une extension au modèle de Kobayashi.

Il répond à l'observation expérimentale [17] qui conclut que pour de faibles contraintes normales, l'influence de σ_n sur τ ne peut être négligé. $\tau_c = m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$.

Les modèles de frottement que nous venons de présenter seront programmés dans une unité à part. Son architecture permettra de l'utiliser dans différents programmes traitant les problèmes de mise en forme. Pour notre part, le caractère ouvert du programme principal facilitera l'implantation du modèle de frottement choisit.

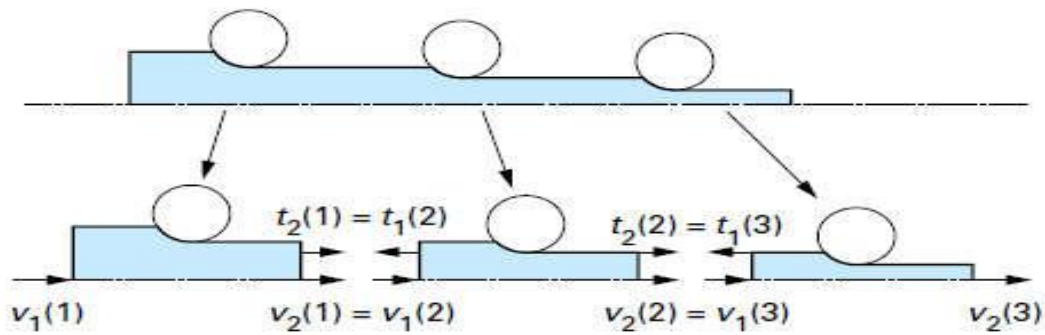
Notons par ailleurs que le frottement est utilisé comme paramètre d'ajustement.

La critique principale que nous pouvons porter à ces modèles est la non prise en compte explicite de la lubrification.

2.5. Couplage entre cages

Lors d'un laminage tandem (c'est-à-dire que le produit est en prise simultanément dans plusieurs cages), des tensions se créent inévitablement entre les cages, du fait du différentiel de vitesse.

Remarquons qu'il faut toujours éviter la mise en compression des inters cages ou la tôle plierait, mais aussi une traction excessive qui la strictionnerait. On a d'autre part besoin de connaître ces tensions inter cages (non régulée) pour calculer les efforts et couples de chaque cage, M. Pierre Montmitonet à donner une méthode de détermination de ces tensions [26].



Fi

figure III.1.-Découplage des calculs multi cages. Condition cinématique et mécanique

La figure n°1 expose le problème sous sa forme la plus simple : trois cages en interaction ; la nature du produit importe peu. Le calcul de chaque cage fait intervenir, comme des conditions aux limites, des tractions imposées, supposées homogènes sur les sections d'entrée et de sortie, soit $t_1(i)$ et $t_2(i)$ [$i=1,2,3$]. Evidemment $t_2(i) = t_1(i+1)$ pour $i = 1$ ou 2 .

La méthode des tranches peut donner le point neutre de chaque cage ce que donne l'accès aux vitesses $v_1(i)$ et $v_2(i)$. On doit bien entendu, d'un point de vue physique, respecter les conditions : $v_2(i) = v_1(i+1)$ pour $i=1$ ou 2(1)

On initialise un calcul itératif avec des valeurs arbitraires des $t_1(i)$ et $t_2(i)$,

Comme ce ne sont certainement pas les bonnes, la condition (1) ne sera pas respectée et il nous faut calculer les corrections Δt à appliquer pour l'obtenir à une précision demandée près. Prenons l'inter cage (1-2) par exemple, et supposons obtenues, à un certain stade, des approximations $v_2(1)$ [fonction de $t_1(1)$ et $t_2(1)$] et $v_1(2)$ [fonction de $t_1(2)$ et $t_2(2)$]. Linéarisons par une méthode de Newton, en écrivant que :

$$\begin{aligned}
 v_2(1) + \Delta v_2(1) &= v_2(1) + \frac{\partial v_2(1)}{\partial t_1(1)} \Delta t_1(1) + \frac{\partial v_2(1)}{\partial t_2(1)} \Delta t_2(1) \\
 &= v_1(2) + \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_1(2)} \Delta t_1(2) + \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_2(2)} \Delta t_2(2) \\
 &= v_1(2) + \Delta v_1(2)
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} v_2(1) + \Delta v_2(1) \\ = v_1(2) + \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_1(2)} \Delta t_1(2) \\ + \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_2(2)} \Delta t_2(2) \\ = v_1(2) + \Delta v_1(2) \end{aligned}} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

Ce qui compte tenu de $\Delta t_2(1) = \Delta t_1(2)$ et du fait que $t_1(1)$ et $t_2(3)$ sont en général imposées, donc $\Delta t_1(1) = \Delta t_2(3) = 0$, donne :

$$\left(\frac{\partial v_2(1)}{\partial t_2(1)} - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_1(2)} \right) \Delta t_2(1) - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_2(2)} \Delta t_2(2) = v_1(2) - v_2(1) \dots\dots(3)$$

Et pour l'intercage (2-3) :

$$\frac{\partial v_2(2)}{\partial t_1(2)} \Delta t_2(1) + \left(\frac{\partial v_2(2)}{\partial t_2(2)} - \frac{\partial v_1(3)}{\partial t_1(3)} \right) \Delta t_2(2) = V_1(3) - V_2(2) \dots (4)$$

La forme matricielle $\Delta t = M^{-1} \cdot \Delta V$

$$\begin{pmatrix} \Delta t_2(1) \\ \Delta t_2(2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial v_2(1)}{\partial t_2(1)} - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_1(2)} & \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_2(2)} \\ \frac{\partial v_2(2)}{\partial t_1(2)} & \frac{\partial v_2(2)}{\partial t_2(2)} - \frac{\partial v_1(3)}{\partial t_1(3)} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} V_1(2) - V_2(1) \\ V_1(3) - V_2(2) \end{pmatrix} \dots (5)$$

2.6. Conclusion

Cette étude bibliographique nous a permis d'étudier les bases de la plasticité, aussi bien physique que mécanique et son application au laminage des tôles.

Il en ressort que pour modéliser le laminage, nous devons étudier avec soin trois aspects.

Le premier concerne la présentation mécanique du problème étudié en fonction des dimensions du laminé afin de poser le tenseur des contraintes des déformations ainsi que les équations d'équilibre sans risque d'erreurs conséquentes.

Le second concerne la loi de comportement et sa formulation au cadre de laminage.

Le troisième concerne la loi de frottement. Comme cette dernière est très compliquée à écrire de façon rigoureuse, le choix du modèle se fait intuitivement sur la base des aspects physiques gouvernants le frottement et jugés essentiels. Comme très souvent en mise en forme, le frottement sera utilisé comme paramètre d'ajustement de nos résultats.

A la fin on a présenté le modèle de pierre Montmitonet qui montre le calcul tension –vitesse dans un laminoir tandem de trois cages, notre contribution est présentée dans le dernier chapitre.

CHAPITRE III :

Méthode des tranches

3. Méthode des tranches

3.1. Applications numériques

L'objectif de cette application numérique est de comparer les courbes de LAM3 dans différents cas par les courbes de notre code de calcul Matlab (détaillé dans le chapitre 4) et les courbes de la méthode des tranches [15].

Les applications numériques sont faites pour deux cas de laminage [15].

(1) $\lambda = 0.7$, $e = 0.08$ (que nous avons nommé le cas de laminage à froid)

(2) $\lambda = 0.7$, $e = 0.18$ (que nous avons nommé le cas de laminage à chaud)

Nous allons successivement comparer les prévisions de la méthode des tranches (avec un critère de frottement de Tresca), du modèle Bland & Ford (avec un critère de frottement Coulomb) et du modèle de Sims (avec un critère de frottement de Tresca) avec les prévisions de LAM3 [15], et voir la convergence du code matlab.

A/ Méthode des tranches

Cas 1 :

Rappelons les paramètres de ce cas de laminage « à froid »

Paramètres adimensionnels [15]:

$\lambda = 0.7$, $e = 0.08$, $k = 0.4$ (Frottement de Tresca), $t_e = t_s = 0.25$

Paramètres dimensionnés :

Rappelons que nous avons retenu les valeurs dimensionnées de base suivantes :

$\sigma_0 = 600$ MPa, $R = 250$ mm, $V_c = 1000$ mm/s, ($\omega = (V_c/R) = 4$ rad/s)

Ce qui donne :

$$h_e = \frac{2R(1-\lambda)e^2}{\lambda^2 + e^2(\lambda-1)^2} = 1.957 \text{ mm}$$

$$H_s = \lambda h_e = 1.370 \text{ mm}$$

$$\sigma_0 = 150 \text{ MPa}, \sigma_s = 150 \text{ MPa}$$

$$L = 17.12 \text{ mm}$$

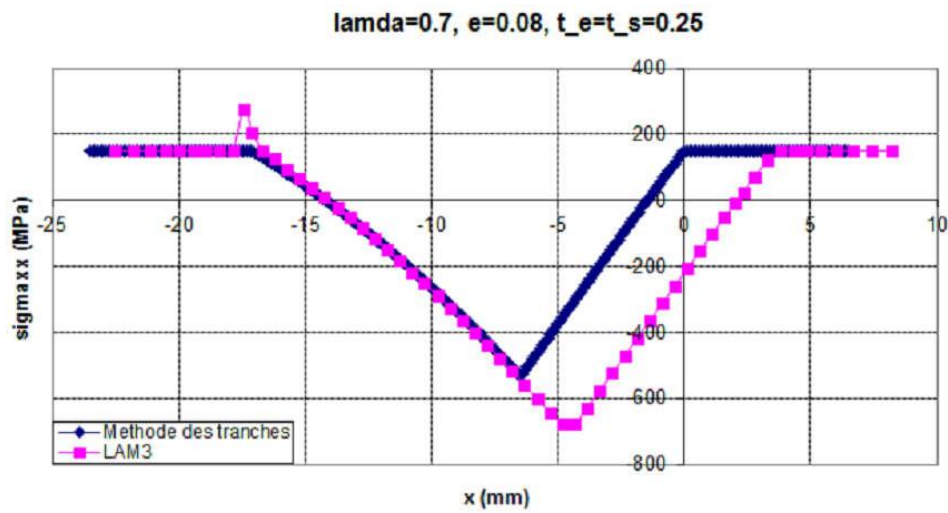


Figure 3-1-A : Comparaison des contraintes σ_{xx} [15].

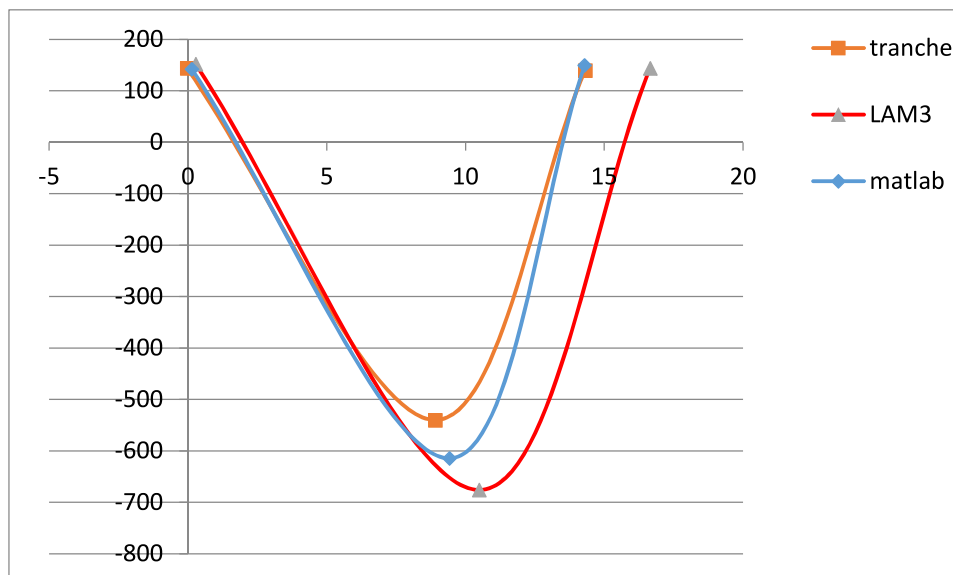


Figure 3-1-b : Comparaison des contraintes σ_{xx} avec matlab

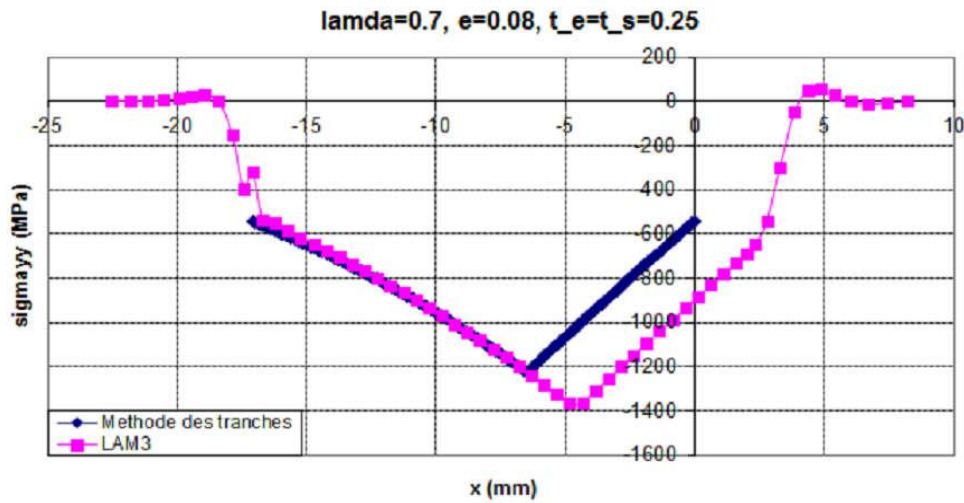


Figure 3-2-a : Comparaison des contraintes σ_{yy} [15].

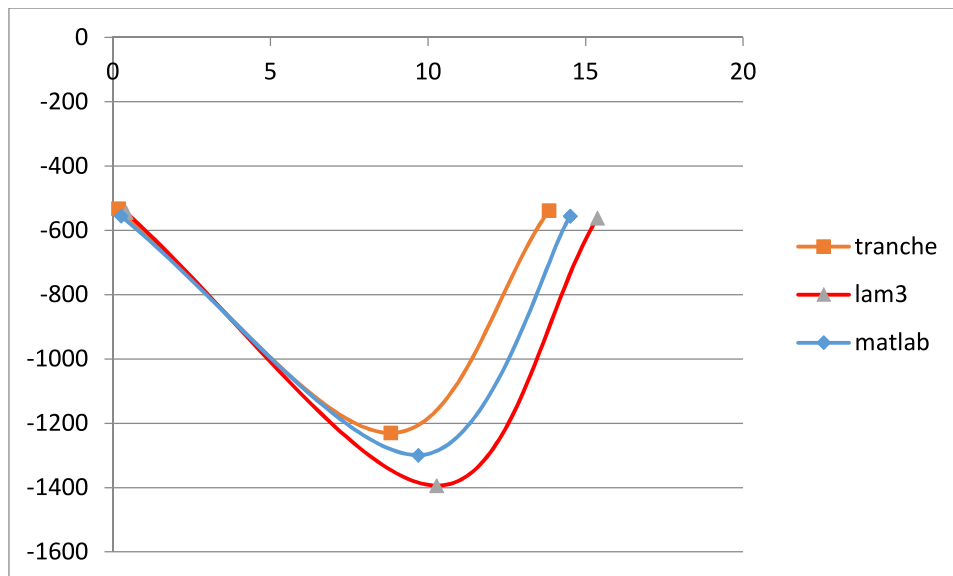


Figure 3-2-b : Comparaison des contraintes σ_{yy} avec matlab

Dans le cas 1 (laminage à froid) ($e = 0.08$), nous trouvons que les champs approchés calculés par la méthode des tranches approchent bien les champs de contraintes σ_{xx} σ_{yy} calculés par LAM3 pour la partie avant le point neutre dans l'emprise.

Le courbe calculé par matlab (notre modèle développé) est meilleur que la méthode des tranche et donne une convergence à LAM3 .

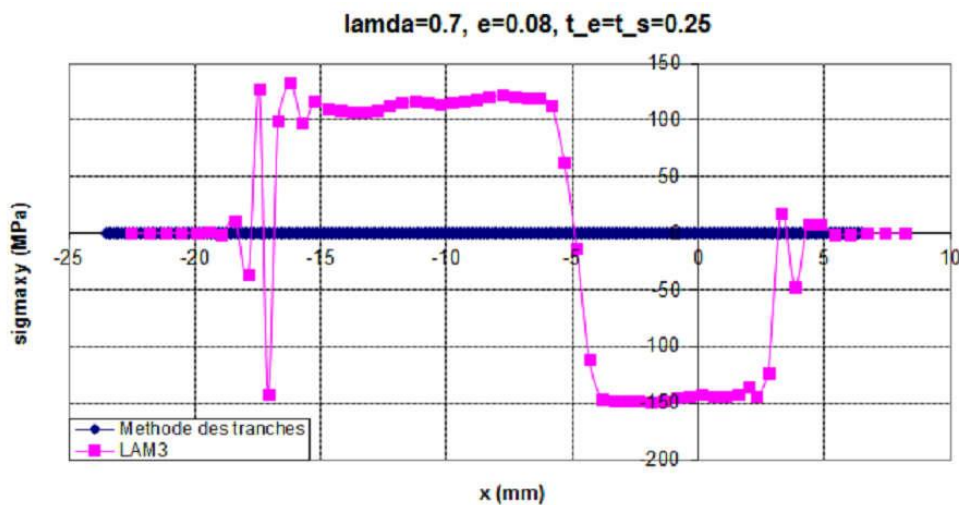


Figure 3-3-a : Comparaison des contraintes σ_{xy} [15].

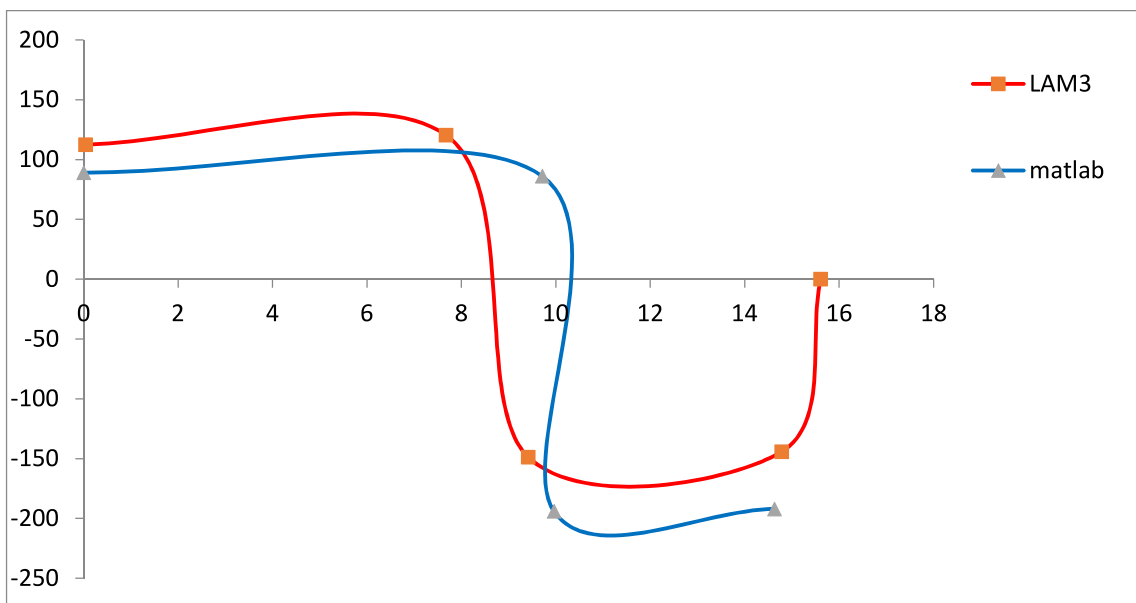


Figure 3-3-b : Comparaison des contraintes σ_{xy} avec matlab

La contrainte de cisaillement calculée par Matlab converge avec la courbe de LAM3

C/ Modèle de Sims

Etudions le cas de laminage « à froid » ($e = 0.08$).

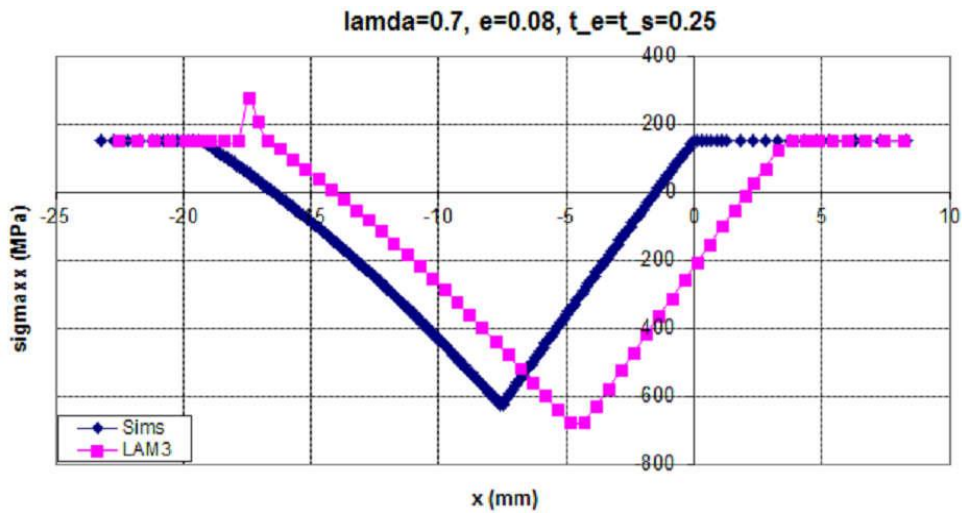


Figure 3-4.a : Comparaison des contraintes σ_{xx} [15].

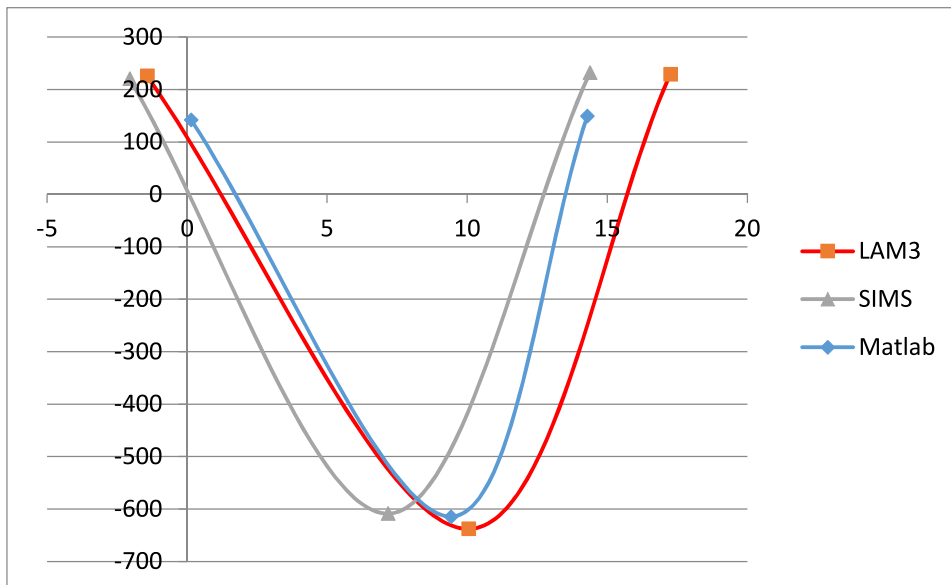


Figure 3-4. b: Comparaison des contraintes σ_{xx} avec matlab

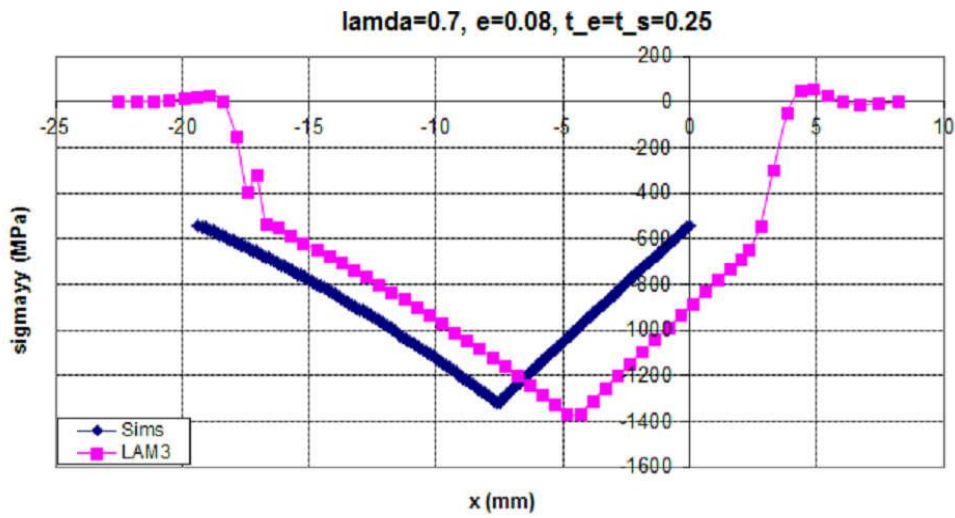


Figure 3-5.a: Comparaison des contraintes σ_{yy} [15].

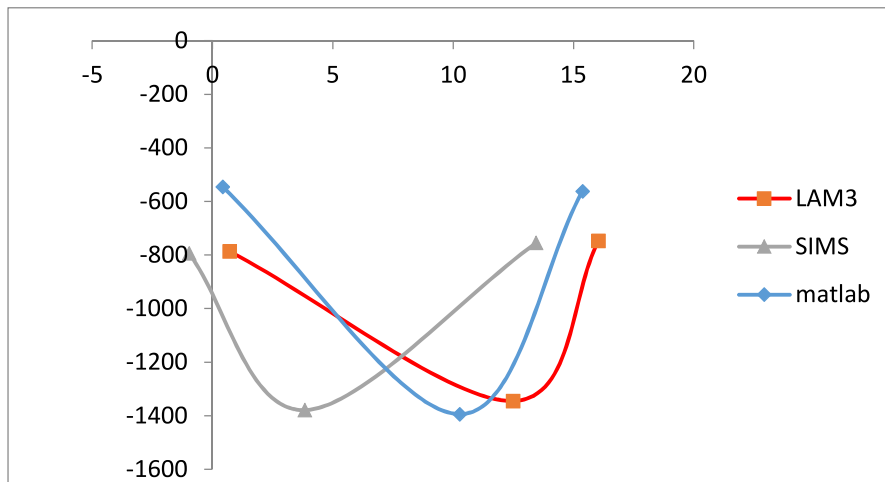


Figure 3-5.b: Comparaison des contraintes σ_{yy} avec MATLAB

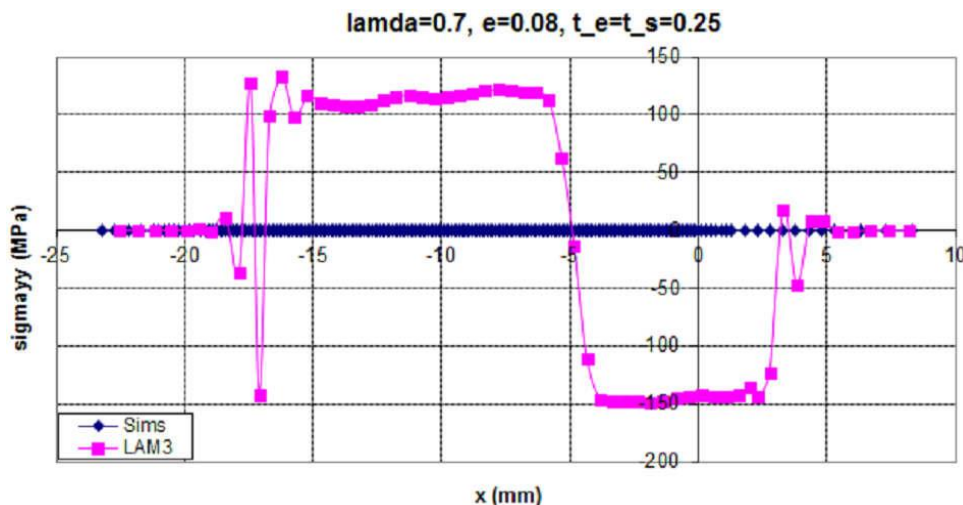


Figure 3-6.a : Comparaison des contraintes σ_{xy} [15].

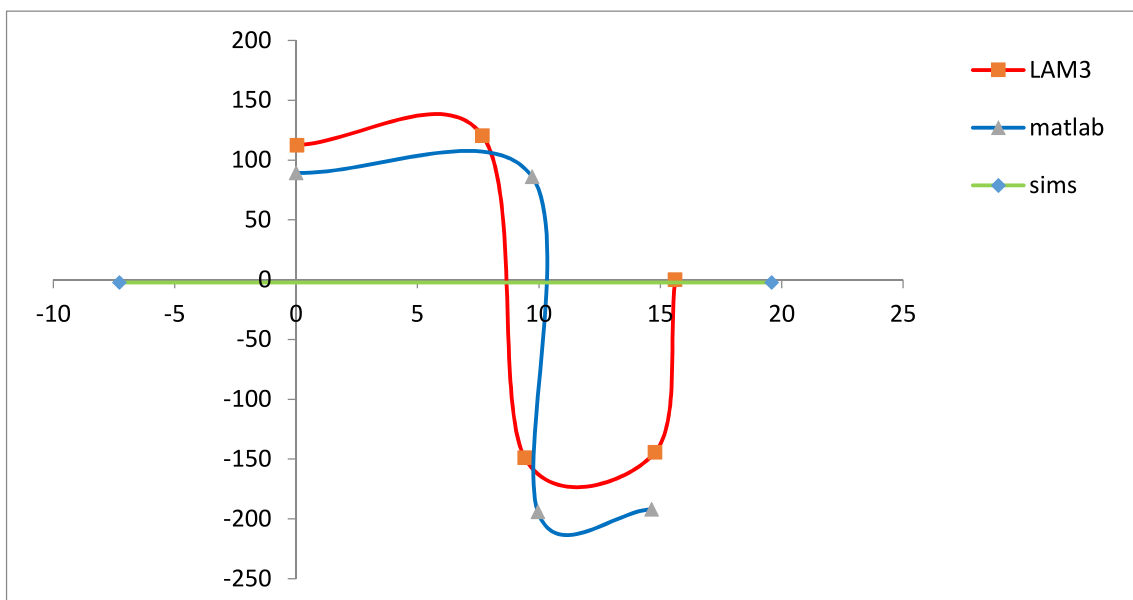


Figure 3-6.a : Comparaison des contraintes σ_{xy} avec matlab

Contrairement aux apparences des figures ci-dessus (Figure 3-5), on peut considérer que le modèle de SIMS donne (à une translation en x près) une meilleure approximation de la contrainte. Ceci est principalement dû au fait que la prise en compte d'un pseudo rayon déformé R' allonge la zone de contact entre la bande et le cylindre et permet ainsi de compenser la sous-estimation de cette longueur de contact dans les autres modèles, liée au non prise en compte du retour élastique en sortie de cylindre. Il nous semble toutefois

que ceci est assez artificiel et nous restons, à ce stade, convaincus de l'intérêt d'un modèle simplifié prenant en compte la déformation élastique.

3.5. Conclusion

Les modèles simplifiés classiques fonctionnent à peu près bien dans les cas de laminage à froid où les champs (de vitesse et de contraintes) sont à peu près uniformes dans l'épaisseur.

Mais dans le cas de laminage à chaud où les champs ne sont plus uniformes dans l'épaisseur. Ces modèles donnent alors de mauvais résultats. Une des raisons de ces problèmes est liée à l'approximation rigide plastique de ces modèles simplifiés. Lorsque e devient importantes, la partie isotrope du tenseur de contrainte devient importante et il est alors nécessaire de prendre en compte la variation de volume d'origine élastique pour espérer avoir une description simplifiée acceptable du processus de laminage .

-Notre modèle de calcul matlab présente de bon résultat en laminage à froid (détail chapitre 4) puisque il a pris en compte de l'élasticité des cylindre et le nombre de pas dans le calcul numérique égale 1000.

CHAPITRE IV :

***MODELISATION
ET CALCULS***

4.1. Introduction

Ce chapitre est le plus important dans ce travail. On va présenter d'abord le calcul pour trois cages [P.MONTMITONET].

L'objectif de notre travail consistera à trouver une formulation générale pour la résolution du problème de régulation des tensions. Après cela, nous appliquerons nos résultats au cas concret du tandem d'El-Hadjar qui contient cinq cages.

Comme présenté ci-dessus, le modèle de base que nous utilisons pour calculer les paramètres mécaniques est celui déjà développé par M ZAAF. Cependant, ce dernier modèle considère les cylindres rigides. Afin d'affiner nos résultats, nous proposons de le développer par la prise en compte de la déformation élastique des cylindres.

Lors de la mise au point informatique, nous avons utilisé Matlab. L'utilisation de Matlab nous a amené à reprendre le modèle initial de M ZAAF dans ce cadre.

Les résultats que nous avons obtenus nous permettent d'obtenir les corrections à apporter aux tensions inter-cages pour résoudre le problème, c'est-à-dire obtenir des vitesses et des tensions inter-cages égales.

4.2 Présentation Du problème

Au cours du laminage tandem, le passage simultané de la tôle entre plusieurs cages pose un problème de régulation des tensions inter-cages. Les industriels ont tendance à poser les tensions égales entre une cage et une autre, c'est-à-dire entre la sortie d'une cage et l'entrée de la cage suivante. Cela entraîne un problème de régulation des vitesses. En effet, cela donne en général des vitesses différentes entre l'entrée d'une passe et la sortie de la passe précédente. Ce qui peut conduire à des ondulations ou des tensions excessives susceptibles d'engendrer des ruptures des bandes.

Afin d'illustrer cette situation, nous proposons de reprendre les données tirés du site du laminoir tandem du complexe sidérurgique Arcelor-Mittal d'El Hadjar en Algérie. Ce laminoir tandem contient cinq cages [31].

4.1.1. Données de calcul :

Nous répartissons les données en trois catégories. Les premières sont inhérentes au procédé, c'est dire géométriques et cinématiques. Les secondes liées au matériau et les troisièmes au frottement entre les cylindres de travail et la tôle laminée [31].

4.1.2 Données procédé : Tableau. III.1

N° de la Cage	$h_{entrée}(mm)$	$h_{sortie}(mm)$	$R_{cyl}(mm)$	$\Omega(rad / s)$
1	3	2.24241821	281	36 .8
2	2.24241821	1.53457854	264	56.08
3	1.53457854	1.12283544	270	64.07
4	1.12283544	0.85701054	281	70.37
5	0.85701054	0 .69469665	281	76.02

4.1.3 Données matériau

Le cadre est donné par la plasticité de Von Misés avec un écrouissage isotrope d'Hollomon :

Plasticité de Von Misés : $f(\sigma_{ij}, R) = 0 \Rightarrow \bar{\sigma} - \sigma_0 = 0$

$\bar{\sigma} = \sqrt{3J_2}$, σ_0 est la contrainte d'écoulement du matériau.

L'écrouissage d'Hollomon est donné par la relation suivante : $\sigma_0 = A\bar{\epsilon}^n$. A et n sont identifiés expérimentalement suite à des essais de traction simple. Nous utilisons dans ce travail, les résultats obtenus par Amina Guerairia lors de son mémoire de Mastère M2 soutenus en juin 2012.

$$\sigma_0 = 600\bar{\epsilon}^{0.125}$$

4.1.4. Données frottement :

Il est pratiquement impossible d'identifier la loi de frottement pour chaque cage. Comme pratiqué usuellement lors de la modélisation en mise en forme, le frottement sera utilisé comme paramètre d'ajustement. La loi de frottement utilisée sera celle de Tresca .

$$\left\{ \begin{array}{l} Si \quad \tau < \mu\sigma_n \rightarrow v_g = 0 \\ Si \quad \tau = \mu\sigma_n \rightarrow \exists \lambda \text{ tel que } v_g = -\lambda\tau \\ \tau > \mu\sigma_n : impossible \end{array} \right.$$

$$\tau = -m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \frac{\vec{v}_g}{|\vec{v}_g|}, \quad 0 \leq m \leq 0.85 \quad [17]$$

Le coefficient de frottement m sera donc choisit de telle sorte que l'effort de laminage calculé sera égal à l'effort mesuré.

Le modèle de calcul utilisé sera celui déjà développé par M ZAAF dans le cadre de son Doctorat d'état. C'est un modèle simple basé sur la méthode des tranches. Le point neutre est déterminé par la méthode du tir, la solution technique par la méthode de la sécante et l'intégration numérique de l'équation d'équilibre par la méthode de Runge-Kutta.

Tableau III.2 : coefficient de frottement

N° de Cage	1	2	3	4	5
m	0,18	0,14	0,14	0,13	0,12

Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau ci -dessus :

Tableau III.3 :

N° de Cage	1	2	3	4	5
T_e	30 tf	22 tf	19 tf	14 tf	11 tf
T_s	22 tf	19 tf	14 tf	11 tf	09 tf
v_e	8.918 m/s	12 .574 m/s	17.699 m/s	25.833 m/s	29.686 m/s
v_s	10.35 m/s	15.12 m/s	21.536 m/s	30.092 m/s	32.061 m/s
v_{cyl}	8.531m/s	11.796 m/s	19.714m/s	23.856m/s	32.008 m/s

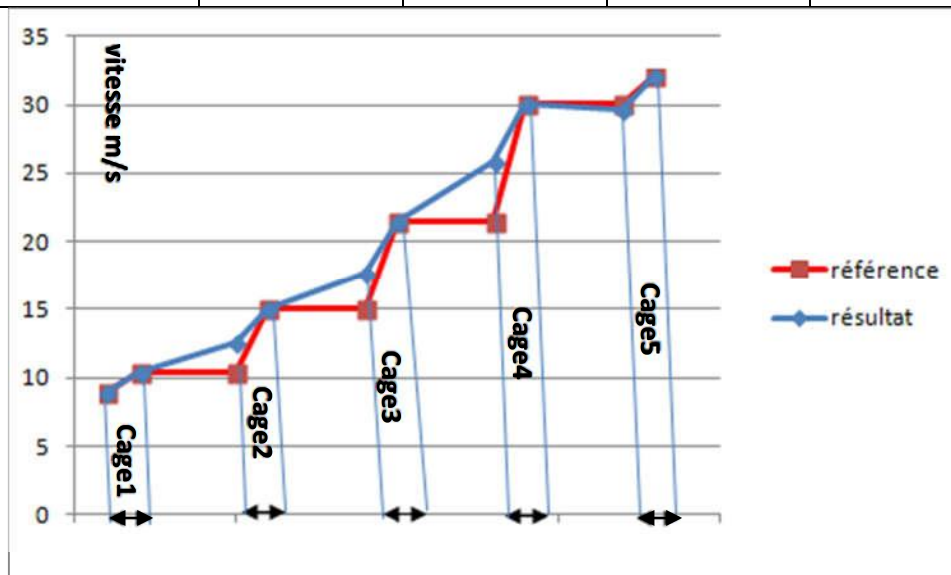


Figure III.1.variation de vitesse au cours du tandem

Les résultats obtenus montrent une différence significative entre les vitesses d'entrée et de sortie pour chaque cage et celle qui la précède.

L'objet de ce travail est d'arriver à déterminer pour chaque cas, la rectification à apporter pour obtenir des vitesses et des tensions égales entre la sortie de chaque cage et l'entrée de la cage qui la suit.

4.2. CALCUL POUR CING CAGES

On va refaire le même calcul, présenté dans le chapitre 2 plus détaillé pour Cinq (05) cages.

Pour un laminage tandem de Cinq cages (c'est le cas de Arcelor Mittal.) les tensions au limites sont imposées donc : $\Delta t_1(1) = \Delta t_2(5) = 0$

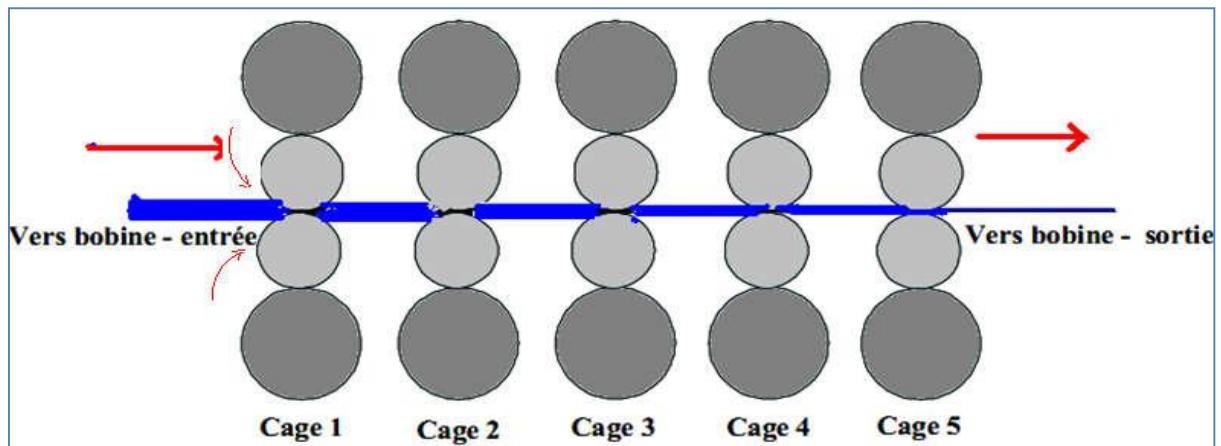


Figure III.2-Découplage des calculs pour 5cages

-Inter cage (1/2)

$$\begin{aligned}
 v_2(1) + \Delta v_2(1) &= v_2(1) + \frac{\partial v_2(1)}{\partial t_1(1)} \Delta t_1(1) + \frac{\partial v_2(1)}{\partial t_2(1)} \Delta t_2(1) \\
 &= v_1(2) + \Delta v_1(2) \\
 &= v_1(2) + \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_1(2)} \Delta t_1(2) + \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_2(2)} \Delta t_2(2) \\
 \rightarrow v_2(1) + \frac{\partial v_2(1)}{\partial t_1(1)} \Delta t_1(1) + \frac{\partial v_2(1)}{\partial t_2(1)} \Delta t_2(1) - v_1(2) - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_1(2)} \Delta t_1(2) - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_2(2)} \Delta t_2(2) &= 0 \\
 v_1(2) - v_2(1) &= \frac{\partial v_2(1)}{\partial t_1(1)} \overset{0}{\Delta t_1(1)} + \frac{\partial v_2(1)}{\partial t_2(1)} \Delta t_2(1) - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_1(2)} \overset{\Delta t_2(1)}{\Delta t_1(2)} - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_2(2)} \Delta t_2(2)
 \end{aligned}$$

sachons que : $\Delta t_1(1)=0$ ET $\Delta t_1(2)=\Delta t_2(1)$

$$\rightarrow v_1(2)-v_2(1)=\frac{\partial v_2(1)}{\partial t_2(1)}\Delta t_2(1)-\frac{\partial v_1(2)}{\partial t_1(2)}\Delta t_2(1)-\frac{\partial v_1(2)}{\partial t_2(2)}\Delta t_2(2)$$

$$v_1(2)-v_2(1)=\left(\frac{\partial v_2(1)}{\partial t_2(1)}-\frac{\partial v_1(2)}{\partial t_1(2)}\right)\Delta t_2(1)-\frac{\partial v_1(2)}{\partial t_2(2)}\Delta t_2(2)$$

-Inter cage (2/3)

$$v_1(3)+\Delta v_1(3)=v_1(3)+\frac{\partial v_1(3)}{\partial t_1(3)}\Delta t_1(3)+\frac{\partial v_1(3)}{\partial t_2(3)}\Delta t_2(3)$$

$$=v_2(2)+\Delta v_2(2)$$

$$=v_2(2)+\frac{\partial v_2(2)}{\partial t_1(2)}\Delta t_1(2)+\frac{\partial v_2(2)}{\partial t_2(2)}\Delta t_2(2)$$

$$v_1(3)+\frac{\partial v_1(3)}{\partial t_1(3)}\Delta t_1(3)+\frac{\partial v_1(3)}{\partial t_2(3)}\Delta t_2(3)-v_2(2)-\frac{\partial v_2(2)}{\partial t_1(2)}\Delta t_1(2)-\frac{\partial v_2(2)}{\partial t_2(2)}\Delta t_2(2)=0$$

Sachons que : $\Delta t_1(3)=\Delta t_2(2)$ et $\Delta t_1(2)=\Delta t_2(1)$

$$\rightarrow v_1(3)-v_2(2)=\left(\frac{\partial v_2(2)}{\partial t_2(2)}-\frac{\partial v_1(3)}{\partial t_1(3)}\right)\Delta t_2(2)-\frac{\partial v_1(3)}{\partial t_2(3)}\Delta t_2(3)+\frac{\partial v_2(2)}{\partial t_1(2)}\Delta t_2(1)$$

-Inter cage (3/4)

$$v_1(4)+\Delta v_1(4)=v_1(4)+\frac{\partial v_1(4)}{\partial t_1(4)}\Delta t_1(4)+\frac{\partial v_1(4)}{\partial t_2(4)}\Delta t_2(4)$$

$$=v_2(3)+\Delta v_2(3)$$

$$=v_2(3)+\frac{\partial v_2(3)}{\partial t_1(3)}\Delta t_1(3)+\frac{\partial v_2(3)}{\partial t_2(3)}\Delta t_2(3)$$

$$v_1(4)+\frac{\partial v_1(4)}{\partial t_1(4)}\Delta t_1(4)+\frac{\partial v_1(4)}{\partial t_2(4)}\Delta t_2(4)-v_2(3)-\frac{\partial v_2(3)}{\partial t_1(3)}\Delta t_1(3)-\frac{\partial v_2(3)}{\partial t_2(3)}\Delta t_2(3)$$

Sachons que : $\Delta t_1(4)=\Delta t_2(3)$ et $\Delta t_1(3)=\Delta t_2(2)$

$$\rightarrow v_1(4)-v_2(3)=\left(\frac{\partial v_2(3)}{\partial t_2(3)}-\frac{\partial v_1(4)}{\partial t_1(4)}\right)\Delta t_2(3)-\frac{\partial v_1(4)}{\partial t_2(4)}\Delta t_2(4)+\frac{\partial v_2(3)}{\partial t_1(3)}\Delta t_2(2)$$

-Inter cage (4/5)

$$v_1(5)+\Delta v_1(5)=v_1(5)+\frac{\partial v_1(5)}{\partial t_1(5)}\Delta t_1(5)+\frac{\partial v_1(5)}{\partial t_2(5)}\Delta t_2(5)$$

$$=v_2(4)+\Delta v_2(4)$$

$$= v_2(4) + \frac{\partial v_2(4)}{\partial t_1(4)} \Delta t_1(4) + \frac{\partial v_2(4)}{\partial t_2(4)} \Delta t_2(4)$$

$$v_1(5) + \frac{\partial v_1(5)}{\partial t_1(5)} \Delta t_1(5) + \frac{\partial v_1(5)}{\partial t_2(5)} \overset{0}{\Delta t_2(5)} - v_2(4) - \frac{\partial v_2(4)}{\partial t_1(4)} \Delta t_1(4) - \frac{\partial v_2(4)}{\partial t_2(4)} \Delta t_2(4)$$

sachons que : $\Delta t_1(5) = \Delta t_2(4)$ et $\Delta t_1(4) = \Delta t_2(3)$ et $\Delta t_2(5) = 0$

$$\rightarrow v_1(5) - v_2(4) = \left(\frac{\partial v_2(4)}{\partial t_2(4)} \quad \frac{\partial v_1(5)}{\partial t_1(5)} \right) \Delta t_2(4) + \frac{\partial v_2(4)}{\partial t_1(4)} \Delta t_2(3)$$

Donc les 4 équations obtenues sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1(2) - v_2(1) = \left(\frac{\partial v_2(1)}{\partial t_2(1)} - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_1(2)} \right) \Delta t_2(1) - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_2(2)} \Delta t_2(2) \quad \dots(1) \\ v_1(3) - v_2(2) = \left(\frac{\partial v_2(2)}{\partial t_2(2)} - \frac{\partial v_1(3)}{\partial t_1(3)} \right) \Delta t_2(2) - \frac{\partial v_1(3)}{\partial t_2(3)} \Delta t_2(3) + \frac{\partial v_2(2)}{\partial t_1(2)} \Delta t_2(1) \quad \dots(2) \\ v_1(4) - v_2(3) = \left(\frac{\partial v_2(3)}{\partial t_2(3)} - \frac{\partial v_1(4)}{\partial t_1(4)} \right) \Delta t_2(3) - \frac{\partial v_1(4)}{\partial t_2(4)} \Delta t_2(4) + \frac{\partial v_2(3)}{\partial t_1(3)} \Delta t_2(2) \quad \dots(3) \\ v_1(5) - v_2(4) = \left(\frac{\partial v_2(4)}{\partial t_2(4)} - \frac{\partial v_1(5)}{\partial t_1(5)} \right) \Delta t_2(4) + \frac{\partial v_2(4)}{\partial t_1(4)} \Delta t_2(3) \quad \dots(4) \end{array} \right.$$

Par ces équations, on peut déduire la forme matricielle $\Delta t = M^{-1} \Delta v$

$$\begin{pmatrix} \Delta t_2(1) \\ \Delta t_2(2) \\ \Delta t_2(3) \\ \Delta t_2(4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial v_2(1)}{\partial t_2(1)} - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_1(2)} & -\frac{\partial v_1(2)}{\partial t_2(2)} & 0 & 0 \\ \frac{\partial v_2(2)}{\partial t_1(2)} & \frac{\partial v_2(2)}{\partial t_2(2)} - \frac{\partial v_1(3)}{\partial t_1(3)} & -\frac{\partial v_1(3)}{\partial t_2(3)} & 0 \\ 0 & \frac{\partial v_2(3)}{\partial t_1(3)} & \frac{\partial v_2(3)}{\partial t_2(3)} - \frac{\partial v_1(4)}{\partial t_1(4)} & -\frac{\partial v_1(4)}{\partial t_2(4)} \\ 0 & 0 & \frac{\partial v_2(4)}{\partial t_1(4)} & \frac{\partial v_2(4)}{\partial t_2(4)} - \frac{\partial v_1(5)}{\partial t_1(5)} \end{pmatrix} \overset{-1}{\begin{pmatrix} v_1(2) - v_2(1) \\ v_1(3) - v_2(2) \\ v_1(4) - v_2(3) \\ v_1(5) - v_2(4) \end{pmatrix}}$$

3.4 Relation entre la vitesse et la tension :

Il faut trouver une relation entre la vitesse et la tension pour pouvoir faire les dérivés : $\frac{\partial v_1}{\partial t_1}$, $\frac{\partial v_1}{\partial t_2}$, $\frac{\partial v_2}{\partial t_1}$, $\frac{\partial v_2}{\partial t_2}$.

Donc déterminé tout les composants de la matrice M et après on déduit M^{-1}

Et déduire les Δt , donc connaître les tensions réelles $t=t'+\Delta t$

-L'acier est fortement écrouissable à froid, la valeur de σ_0 croit donc de l'entrée a la sortie [11].

- le frottement est assez bien schématisé par un modèle de coulomb

$$\tau = \mu |\sigma|$$

- La déformation élastique du cylindre (qui se traduit par sont aplatissement, donc d'allongement de l'emprise) cesse d'être négligeable, cela est du d'une part du fait que le le métal est plus dur (plus froid), d'autre part du fait que la prise de fer est plus faible (produit plus plat) qu'en laminage a chaud.

* ces conditions rendre la résolution de l'équation d'équilibre du laminage plus difficile et nécessite des approximations.

1- D'après la conservation du débit $\implies cste = \frac{\text{volume}}{\text{temp}}$

$$\frac{V_1}{t_1} = \frac{V_n}{t_n} \implies B \cdot h_1 \frac{L_1}{t_1} = B \cdot h_n \frac{L_n}{t_n} \quad V : \text{volume}$$

$$h_1 \cdot v_1 = h_n \cdot v_n = h_n \cdot w \cdot R \quad \text{puisque } v_n = w R \quad v : \text{vitesse}$$

$$\implies v_1 = \frac{h_n w R}{h_1}$$

$$v_2 = \frac{h_n w R}{h_2}$$

On sait que $h_n = (1 + R\theta^2)$ d'après la géométrie

$$\text{Donc } v_1 = \frac{(1+R\theta_n^2)wR}{h_1} \quad v_2 = \frac{(1+R\theta_n^2)wR}{h_2}$$

pour pouvoir calculer $\frac{\partial v}{\partial T}$ des différentes cages « entrée et sortie »

$$\frac{\partial v_2}{\partial t_1} = \frac{\partial}{\partial t_1} \left[\frac{wR(1+R\theta_n^2)}{h_2} \right] \quad \text{puisque } \theta_n \text{ dépend de } T_1 \text{ et } T_2 [23,24].$$

On sait que $\frac{\partial}{\partial x} (f(x))^n = n f(x)^{n-1} \cdot \frac{\partial}{\partial x} f(x)$

$$\Rightarrow \frac{\partial v_2}{\partial t_1} = \frac{wR}{h_2} \frac{\partial}{\partial t_1} (1 + R\theta_n^2) = \frac{wR^2}{h_2} \frac{\partial \theta_n^2}{\partial t_1}$$

$$= 2 \frac{wR^2}{h_2} \theta_n \frac{\partial \theta_n}{\partial t_1}$$

$$\frac{\partial \theta_n}{\partial t_1} = ? \Rightarrow \text{il faut deduire et apres faire les dérivé } \frac{\partial \theta_n}{\partial t_1} \text{ et } \frac{\partial \theta_n}{\partial t_2}$$

Il y'a plusieurs formules dans la littérature qui détermine la position du point neutre basé sur différentes hypothèses et approximations, parmi ces formules :

$$H(\varphi) = \sqrt{\frac{2R}{h_2}} \operatorname{Arctan} \sqrt{\frac{R}{2h_2}} \varphi$$

$$\theta_n = \sqrt{\frac{2h_2}{R}} \tan \sqrt{\frac{2h_2}{2R}} H_n \quad [1]$$

$$H_n = \frac{h_1}{2} - \frac{1}{2\mu} \log \left(\frac{h_1}{h_2} \frac{1 - \frac{t_2}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}}}{1 - \frac{t_1}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}}} \right)$$

$$H_n = (1 + R\theta_n^2)$$

$$\sqrt{\frac{2R}{h_2}} \operatorname{Arctan} \sqrt{\frac{R}{2h_2}} \theta_n = \frac{h_1}{2} - \frac{1}{2\mu} \log \left(\frac{h_1}{h_2} \frac{1 - \frac{t_2}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}}}{1 - \frac{t_1}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}}} \right)$$

On peut deduire θ_n

$$\theta_n = \sqrt{\frac{2h_2}{R}} \tan \sqrt{\frac{2h_2}{2R}} \left(\frac{h_1}{2} - \frac{1}{2\mu} \log \left(\frac{h_1}{h_2} \frac{1 - \frac{t_2}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}}}{1 - \frac{t_1}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}}} \right) \right)$$

$$\theta_n = \sqrt{\frac{2h_2}{R}} \tan \sqrt{\frac{2h_2}{2R}} \left(\frac{h_1}{2} - \frac{1}{2\mu} \log \left(\frac{h_1}{h_2} \frac{1 - \frac{t_2}{\sigma_0}}{1 - \frac{t_1}{\sigma_0}} \right) \right) \text{ sachant que } \sigma'_0 = 2 \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$$

On appliquant l'approximation des petites angles ;

$$\Rightarrow \theta_n = \left(\frac{h_2 h_1}{4R} - \frac{h_2}{4R\mu} \log \left(\frac{h_1}{h_2} \frac{1 - \frac{t_2}{\sigma_0}}{1 - \frac{t_1}{\sigma_0}} \right) \right) \text{ depuis cette équation ,on peut calculer les}$$

dérivés $\frac{\partial \theta_n}{\partial t_1}$ et $\frac{\partial \theta_n}{\partial t_2}$

$$\frac{\partial \theta_n}{\partial t_1} = \frac{\partial}{\partial t_1} \left(\frac{h_2 h_1}{4R} - \frac{h_2}{4R\mu} \log \left(\frac{h_1}{h_2} \frac{1 - \frac{t_2}{\sigma_0}}{1 - \frac{t_1}{\sigma_0}} \right) \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t_1} \left(\frac{h_2 h_1}{4R} \right) = 0 \text{ puisque cette formule ne depend pas de } t_1$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \theta_n}{\partial t_1} = \frac{\partial}{\partial t_1} \left(- \frac{h_2}{4R\mu} \log \left(\frac{h_1}{h_2} \frac{1 - \frac{t_2}{\sigma_0}}{1 - \frac{t_1}{\sigma_0}} \right) \right)$$

$$\frac{\partial \theta_n}{\partial t_1} = \left(- \frac{h_2}{4R\mu} \frac{\partial}{\partial t_1} \log \left(\frac{h_1}{h_2} \frac{1 - \frac{t_2}{\sigma_0}}{1 - \frac{t_1}{\sigma_0}} \right) \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_n}{\partial t_1} &= - \frac{h_2}{4R\mu} \left(\frac{\partial}{\partial t_1} \log \left(\frac{h_1}{h_2} \right) + \frac{\partial}{\partial t_1} \log \left(1 - \frac{t_2}{\sigma_0} \right) - \frac{\partial}{\partial t_1} \log \left(1 - \frac{t_1}{\sigma_0} \right) \right) \\ &= + \frac{h_2}{4R\mu} \left(\frac{\partial}{\partial t_1} \log \left(1 - \frac{t_1}{\sigma_0} \right) \right) \end{aligned}$$

$$\text{Puisque } \frac{\partial}{\partial t_1} \log \left(\frac{h_1}{h_2} \right) = 0 \text{ ET } \frac{\partial}{\partial t_1} \log \left(1 - \frac{t_2}{\sigma_0} \right) = 0$$

$$\frac{\partial \theta_n}{\partial t_1} = + \frac{h_2}{4R\mu} \left(\frac{\partial}{\partial t_1} \log \left(1 - \frac{t_1}{\sigma_0} \right) \right) = \frac{h_2}{4R\mu} \left(\frac{0 - \frac{\sigma'_0}{\sigma_0}}{1 - \frac{t_1}{\sigma_0}} \right)$$

$$= \frac{h_2}{4R\mu} \left(\frac{\frac{\sigma'_0}{2}}{\frac{\sigma'_0}{\sigma'_0 - t_1}} \right) = \frac{h_2}{4R\mu} \left(\frac{1}{\sigma'_0 - t_1} \right) \quad \text{Comme } \sigma'_0 = 2 \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \theta_n}{\partial t_1} = \frac{h_2}{4R\mu} \left(\frac{1}{2 \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_1} \right)$$

$$\frac{\partial \theta_n}{\partial t_2} = \frac{\partial}{\partial t_2} \left(\frac{h_2 h_1}{4R} - \frac{h_2}{4R\mu} \log \left(\frac{h_1}{h_2} \frac{1 - \frac{t_2}{\sigma'_0}}{1 - \frac{t_1}{\sigma'_0}} \right) \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t_2} \left(\frac{h_2 h_1}{4R} \right) = 0 \text{ puisque cette formule ne depend pas de } t_2$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \theta_n}{\partial t_2} = \frac{\partial}{\partial t_2} \left(- \frac{h_2}{4R\mu} \log \left(\frac{h_1}{h_2} \frac{1 - \frac{t_2}{\sigma'_0}}{1 - \frac{t_1}{\sigma'_0}} \right) \right)$$

$$\frac{\partial \theta_n}{\partial t_2} = \left(- \frac{h_2}{4R\mu} \frac{\partial}{\partial t_1} \log \left(\frac{h_1}{h_2} \frac{1 - \frac{t_2}{\sigma'_0}}{1 - \frac{t_1}{\sigma'_0}} \right) \right)$$

$$\frac{\partial \theta_n}{\partial t_2} = - \frac{h_2}{4R\mu} \left(\frac{\partial}{\partial t_2} \log \left(\frac{h_1}{h_2} \right) + \frac{\partial}{\partial t_2} \log \left(1 - \frac{t_2}{\sigma'_0} \right) - \frac{\partial}{\partial t_2} \log \left(1 - \frac{t_1}{\sigma'_0} \right) \right)$$

$$= - \frac{h_2}{4R\mu} \left(\frac{\partial}{\partial t_2} \log \left(1 - \frac{t_2}{\sigma'_0} \right) \right)$$

$$\text{Puisque } \frac{\partial}{\partial t_2} \log \left(\frac{h_1}{h_2} \right) = 0 \text{ ET } \frac{\partial}{\partial t_2} \log \left(1 - \frac{t_1}{\sigma'_0} \right) = 0$$

$$\frac{\partial \theta_n}{\partial t_2} = + \frac{h_2}{4R\mu} \left(\frac{\partial}{\partial t_1} \log \left(1 - \frac{t_2}{\sigma'_0} \right) \right) = \frac{h_2}{4R\mu} \left(\frac{0 - \frac{\sigma'_0}{2}}{\frac{\sigma'_0}{1 - \frac{t_2}{\sigma'_0}}} \right)$$

$$= \frac{h_2}{4R\mu} \left(\frac{\frac{\sigma'_0}{2}}{\frac{\sigma'_0}{\sigma'_0 - t_2}} \right) = \frac{h_2}{4R\mu} \left(\frac{1}{\sigma'_0 - t_2} \right) \quad \text{Comme } \sigma'_0 = 2 \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \theta_n}{\partial t_2} = \frac{h_2}{4R\mu} \left(\frac{1}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_2} \right)$$

-Après avoir les relations $\frac{\partial \theta_n}{\partial t_2}$ et $\frac{\partial \theta_n}{\partial t_1}$ on peut donc calculer :

$$\frac{\partial v_1}{\partial t_1}, \quad \frac{\partial v_1}{\partial t_2}, \quad \frac{\partial v_2}{\partial t_1}, \quad \frac{\partial v_2}{\partial t_2}.$$

$\frac{\partial v_2}{\partial t_1} = 2 \frac{WR^2}{h_2} \theta_n \frac{\partial \theta_n}{\partial t_1}$ on remplace $\frac{\partial \theta_n}{\partial t_1}$ par sa valeur calculée

$$\Rightarrow \frac{\partial v_2}{\partial t_1} = 2 \frac{WR^2}{h_2} \theta_n \frac{h_2}{4R\mu} \left(\frac{1}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_1} \right)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t_1} = \frac{2WR^2 \theta_n}{h_2} \frac{h_n}{4R\mu} \left(\frac{1}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_1} \right)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t_1} = \frac{WR\theta_n}{h_2} \frac{1}{2\mu} \left(\frac{1+R\theta_n^2}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_1} \right) = \frac{WR\theta_n}{2\mu \left(\frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_1 \right)} \left(\frac{1+R\theta_n^2}{h_2} \right)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t_2} = \frac{\partial}{\partial t_2} \left[\frac{WR(1+R\theta_n^2)}{h_2} \right]$$

On sait que $\frac{\partial}{\partial x} (f(x))^n = n f(x)^{n-1} \cdot \frac{\partial}{\partial x} f(x)$

$$\Rightarrow \frac{\partial v_2}{\partial t_2} = \frac{WR}{h_2} \frac{\partial}{\partial t_2} (1 + R\theta_n^2) = \frac{WR^2}{h_2} \frac{\partial \theta_n^2}{\partial t_2}$$

$$= 2 \frac{WR^2}{h_2} \theta_n \frac{\partial \theta_n}{\partial t_2} \qquad \frac{\partial \theta_n}{\partial t_2} = \frac{h_2}{4R\mu} \left(\frac{1}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_2} \right)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t_2} = 2 \frac{WR^2}{h_2} \theta_n \frac{h_2}{4R\mu} \left(\frac{1}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_2} \right)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t_2} = \frac{2WR^2 \theta_n}{h_2} \frac{h_n}{4R\mu} \left(\frac{1}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial v_2}{\partial t_2} = \frac{WR\theta_n}{h_2} \frac{1}{2\mu} \left(\frac{1+R\theta_n^2}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}-t_2} \right) = \frac{WR\theta_n}{2\mu\left(\frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}}-t_2\right)} \left(\frac{1+R\theta_n^2}{h_2} \right)$$

$$v_1 = \frac{(1+R\theta_n^2)WR}{h_1}$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t_1} = \frac{\partial}{\partial t_1} \left[\frac{WR(1+R\theta_n^2)}{h_1} \right]$$

On sait que $\frac{\partial}{\partial x} (f(x))^n = n f(x)^{n-1} \cdot \frac{\partial}{\partial x} f(x)$

$$\Rightarrow \frac{\partial v_1}{\partial t_1} = \frac{wR}{h_1} \frac{\partial}{\partial t_1} (1 + R\theta_n^2) = \frac{wR^2}{h_1} \frac{\partial \theta_n^2}{\partial t_1}$$

$$= 2 \frac{WR^2}{h_1} \theta_n \frac{\partial \theta_n}{\partial t_1} \qquad \frac{\partial \theta_n}{\partial t_1} = \frac{h_2}{4R\mu} \left(\frac{1}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}-t_1} \right)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t_1} = 2 \frac{WR^2}{h_1} \theta_n \frac{h_2}{4R\mu} \left(\frac{1}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}-t_1} \right)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t_1} = \frac{2WR^2\theta_n}{h_1} \frac{h_n}{4R\mu} \left(\frac{1}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}-t_1} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial v_1}{\partial t_1} = \frac{WR\theta_n}{h_1} \frac{1}{2\mu} \left(\frac{1+R\theta_n^2}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}-t_1} \right) = \frac{WR\theta_n}{2\mu\left(\frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}}-t_1\right)} \left(\frac{1+R\theta_n^2}{h_1} \right) = \frac{\partial v_1}{\partial t_1} \frac{h_2}{h_1}$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t_1} = \frac{\partial v_1}{\partial t_1} \frac{h_2}{h_1}$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t_2} = \frac{\partial}{\partial t_2} \left[\frac{WR(1+R\theta_n^2)}{h_1} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{\partial v_1}{\partial t_2} = \frac{wR}{h_1} \frac{\partial}{\partial t_2} (1 + R\theta_n^2) = \frac{wR^2}{h_1} \frac{\partial \theta_n^2}{\partial t_2}$$

$$= 2 \frac{WR^2}{h_1} \theta_n \frac{\partial \theta_n}{\partial t_2} \qquad \frac{\partial \theta_n}{\partial t_2} = \frac{h_2}{4R\mu} \left(\frac{1}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}-t_2} \right)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t_2} = 2 \frac{WR^2}{h_1} \theta_n \frac{h_2}{4R\mu} \left(\frac{1}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_2} \right)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t_2} = \frac{2WR^2\theta_n}{h_1} \frac{h_n}{4R\mu} \left(\frac{1}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial v_1}{\partial t_2} = \frac{WR\theta_n}{h_1} \frac{1}{2\mu} \left(\frac{1+R\theta_n^2}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_2} \right) = \frac{WR\theta_n}{2\mu \left(\frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_2 \right)} \left(\frac{1+R\theta_n^2}{h_1} \right) = \frac{\partial v_2}{\partial t_2} \frac{h_2}{h_1}$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t_2} = \frac{\partial v_2}{\partial t_2} \frac{h_2}{h_1}$$

Remarque :

On a calculer les dérivés $\frac{\partial v_1}{\partial t_1}$, $\frac{\partial v_1}{\partial t_2}$, $\frac{\partial v_2}{\partial t_1}$, $\frac{\partial v_2}{\partial t_2}$. Donc on peut faire la déférence et déduire tout les composant de la matrice (M 4x4).

3.5 La formule generalésée :

On a déduit la formule généralisée sous forme d'algorithme apres plusieurs manipulation et plusieurs vérification en changeant le nombre de cage à chaque fois ,la formule généralisée est comme suit :

Pour i de 1 à (n-1) faire :

$$v_1(i+1) - v_2(i) = \left(\frac{\partial v_2(i)}{\partial t_2(i)} - \frac{\partial v_1(i+1)}{\partial t_1(i+1)} \right) \Delta t_2(i) + \frac{\partial v_2(i)}{\partial t_1(i)} \Delta t_2(i-1) - \frac{\partial v_1(i+1)}{\partial t_2(i+1)} \Delta t_2(i+1)$$

n est le nombre de cage n-1 est le nombre d'intercage

l'indice 1 devant les v et les t signifi l'entrée

l'indice 2 devant les v et les t signifi la sortie

$$\Delta t_1(1) = 0 \quad \Delta t_2(n) = 0 \quad \Delta t(0) = 0$$

Pour vérifier la fiabilité de la formule généralisée, on va la vérifier pour différentes valeurs de n ; $n=2, n=3, n=4, n=5, n=6$.

$$\text{Pour } n=2 \quad v_1(i+1) - v_2(i) = \left(\frac{\partial v_2(i)}{\partial t_2(i)} - \frac{\partial v_1(i+1)}{\partial t_1(i+1)} \right) \Delta t_2(i) + \frac{\partial v_2(i)}{\partial t_1(i)} \Delta t_2(i-1) \\ - \frac{\partial v_1(i+1)}{\partial t_2(i+1)} \Delta t_2(i+1)$$

⇒ une seule équation donc une seule équation

$$\Delta t_1(1) = 0 \quad \Delta t_2(2) = 0 \quad \text{conditions aux limites}$$

Par la 1ère méthode :

$$v_2(1) + \Delta v_2(1) = v_2(1) + \frac{\partial v_2(1)}{\partial t_1(1)} \Delta t_1(1) + \frac{\partial v_2(1)}{\partial t_2(1)} \Delta t_2(1)$$

$$= v_1(2) + \Delta v_1(2)$$

$$= v_1(2) + \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_1(2)} \Delta t_1(2) + \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_2(2)} \Delta t_2(2)$$

$$v_1(2) - v_2(1) + \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_1(2)} \Delta t_1(2) + \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_2(2)} \Delta t_2(2) - \frac{\partial v_2(1)}{\partial t_1(1)} \Delta t_1(1) - \frac{\partial v_2(1)}{\partial t_2(1)} \Delta t_2(1) = 0$$

$$v_1(2) - v_2(1) = \left(\frac{\partial v_2(1)}{\partial t_2(1)} - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_1(2)} \right) \Delta t_2(1)$$

Par la méthode de la formule généralisée : Pour i de 1 à 1

$$v_1(1+1) - v_2(1) = \left(\frac{\partial v_2(1)}{\partial t_2(1)} - \frac{\partial v_1(1+1)}{\partial t_1(1+1)} \right) \Delta t_2(1) + \frac{\partial v_2(1)}{\partial t_1(1)} \Delta t_2(1-1) - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_2(2)} \Delta t_2(2)$$

$$\text{On sait que } \Delta t_1(1) = 0 \quad \text{et } \Delta t_2(0) = 0 \quad \text{et } \Delta t_2(2) = 0$$

$$\Rightarrow v_1(2) - v_2(1) = \left(\frac{\partial v_2(1)}{\partial t_2(1)} - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_1(2)} \right) \Delta t_2(1) \quad \text{c'est vérifié}$$

On remarque que les deux méthodes ont le même résultat pour $n=2$

Pour $n=3$

Par la 1ère méthode

C'est déjà calculé dans 4.1

Le nombre d'intercage est 2 donc on va avoir deux equations

$$v_1(2) - v_2(1) = \left(\frac{\partial v_2(1)}{\partial t_2(1)} - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_1(2)} \right) \Delta t_2(1) - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_2(2)} \Delta t_2(2)$$

$$v_1(3) - v_2(2) = \left(\frac{\partial v_2(2)}{\partial t_2(2)} - \frac{\partial v_1(3)}{\partial t_1(3)} \right) \Delta t_2(2) + \frac{\partial v_2(2)}{\partial t_1(2)} \Delta t_2(1)$$

Par la méthode de la formule généralisée :

Pour $i=1$

$$v_1(2) - v_2(1) = \left(\frac{\partial v_2(1)}{\partial t_2(1)} - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_1(2)} \right) \Delta t_2(1) + \frac{\partial v_2(1)}{\partial t_1(1)} \Delta t_2(0) - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_2(2)} \Delta t_2(2)$$

$$v_1(2) - v_2(1) = \left(\frac{\partial v_2(1)}{\partial t_2(1)} - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_1(2)} \right) \Delta t_2(1) - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_2(2)} \Delta t_2(2) \text{ c'est vérifiée}$$

Pour $i=2$

$$v_1(3) - v_2(2) = \left(\frac{\partial v_2(2)}{\partial t_2(2)} - \frac{\partial v_1(3)}{\partial t_1(3)} \right) \Delta t_2(2) + \frac{\partial v_2(2)}{\partial t_1(2)} \Delta t_2(1) - \frac{\partial v_1(3)}{\partial t_2(3)} \Delta t_2(3)$$

$$\Delta t_2(3) = 0$$

$$v_1(3) - v_2(2) = \left(\frac{\partial v_2(2)}{\partial t_2(2)} - \frac{\partial v_1(3)}{\partial t_1(3)} \right) \Delta t_2(2) + \frac{\partial v_2(2)}{\partial t_1(2)} \Delta t_2(1) \text{ C'est vérifiée}$$

On remarque que les deux méthodes ont le même resultat pour $n=3$

Pour $n=5$

Par la 1ère méthode

C'est déjà calculée dans 4.2 et on a obtenus les 04 equation çï dessus :

$$v_1(2) - v_2(1) = \left(\frac{\partial v_2(1)}{\partial t_2(1)} - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_1(2)} \right) \Delta t_2(1) - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_2(2)} \Delta t_2(2)$$

$$v_1(3) - v_2(2) = \left(\frac{\partial v_2(2)}{\partial t_2(2)} - \frac{\partial v_1(3)}{\partial t_1(3)} \right) \Delta t_2(2) + \frac{\partial v_2(2)}{\partial t_1(2)} \Delta t_2(1) - \frac{\partial v_1(3)}{\partial t_2(3)} \Delta t_2(3)$$

$$v_1(4) - v_2(3) = \left(\frac{\partial v_2(3)}{\partial t_2(3)} - \frac{\partial v_1(4)}{\partial t_1(4)} \right) \Delta t_2(3) + \frac{\partial v_2(3)}{\partial t_1(3)} \Delta t_2(2) - \frac{\partial v_1(4)}{\partial t_2(4)} \Delta t_2(4)$$

$$v_1(5) - v_2(4) = \left(\frac{\partial v_2(4)}{\partial t_2(4)} - \frac{\partial v_1(5)}{\partial t_1(5)} \right) \Delta t_2(4) + \frac{\partial v_2(4)}{\partial t_1(4)} \Delta t_2(3)$$

Par la méthode de la formule généralisée :

$$\Delta t_1(1) = 0 \quad \Delta t_2(5) = 0 \quad \Delta t(0) = 0$$

Pour i=1

$$v_1(2) - v_2(1) = \left(\frac{\partial v_2(1)}{\partial t_2(1)} - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_1(2)} \right) \Delta t_2(1) + \frac{\partial v_2(1)}{\partial t_1(1)} \Delta t_2(0) - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_2(2)} \Delta t_2(2)$$

$$v_1(2) - v_2(1) = \left(\frac{\partial v_2(1)}{\partial t_2(1)} - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_1(2)} \right) \Delta t_2(1) - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_2(2)} \Delta t_2(2) \quad \text{C'est vérifiée}$$

Pour i=2

$$v_1(3) - v_2(2) = \left(\frac{\partial v_2(2)}{\partial t_2(2)} - \frac{\partial v_1(3)}{\partial t_1(3)} \right) \Delta t_2(2) + \frac{\partial v_2(2)}{\partial t_1(2)} \Delta t_2(1) - \frac{\partial v_1(3)}{\partial t_2(3)} \Delta t_2(3)$$

C'est vérifiée

Pour i=3

$$v_1(4) - v_2(3) = \left(\frac{\partial v_2(3)}{\partial t_2(3)} - \frac{\partial v_1(4)}{\partial t_1(4)} \right) \Delta t_2(3) + \frac{\partial v_2(3)}{\partial t_1(3)} \Delta t_2(2) - \frac{\partial v_1(4)}{\partial t_2(4)} \Delta t_2(4)$$

C'est vérifiée

Pour i=4

$$v_1(5) - v_2(4) = \left(\frac{\partial v_2(4)}{\partial t_2(4)} - \frac{\partial v_1(5)}{\partial t_1(5)} \right) \Delta t_2(4) + \frac{\partial v_2(4)}{\partial t_1(4)} \Delta t_2(3) - \frac{\partial v_1(5)}{\partial t_2(5)} \Delta t_2(5)$$

$$v_1(5) - v_2(4) = \left(\frac{\partial v_2(4)}{\partial t_2(4)} - \frac{\partial v_1(5)}{\partial t_1(5)} \right) \Delta t_2(4) + \frac{\partial v_2(4)}{\partial t_1(4)} \Delta t_2(3) \quad \text{C'est vérifiée}$$

On remarque que les deux méthodes ont le même résultat pour $n=5$

Pour $n=6$

Nombre d'intercage 5 , donc 5 équations

Les conditions aux limites sont :

$$\Delta t_1(1) = 0 \quad \Delta t_2(6) = 0 \quad \Delta t_1(0) = 0$$

Par la 1ère méthode

$$v_1(2) - v_2(1) = \left(\frac{\partial v_2(1)}{\partial t_2(1)} - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_1(2)} \right) \Delta t_2(1) - \frac{\partial v_1(2)}{\partial t_2(2)} \Delta t_2(2)$$

$$v_1(3) - v_2(2) = \left(\frac{\partial v_2(2)}{\partial t_2(2)} - \frac{\partial v_1(3)}{\partial t_1(3)} \right) \Delta t_2(2) + \frac{\partial v_2(2)}{\partial t_1(2)} \Delta t_2(1) - \frac{\partial v_1(3)}{\partial t_2(3)} \Delta t_2(3)$$

$$v_1(4) - v_2(3) = \left(\frac{\partial v_2(3)}{\partial t_2(3)} - \frac{\partial v_1(4)}{\partial t_1(4)} \right) \Delta t_2(3) + \frac{\partial v_2(3)}{\partial t_1(3)} \Delta t_2(2) - \frac{\partial v_1(4)}{\partial t_2(4)} \Delta t_2(4)$$

$$v_1(5) - v_2(4) = \left(\frac{\partial v_2(4)}{\partial t_2(4)} - \frac{\partial v_1(5)}{\partial t_1(5)} \right) \Delta t_2(4) + \frac{\partial v_2(4)}{\partial t_1(4)} \Delta t_2(3) - \frac{\partial v_1(5)}{\partial t_2(5)} \Delta t_2(5)$$

$$v_1(6) - v_2(5) = \left(\frac{\partial v_2(5)}{\partial t_2(5)} - \frac{\partial v_1(6)}{\partial t_1(6)} \right) \Delta t_2(5) + \frac{\partial v_2(5)}{\partial t_1(5)} \Delta t_2(4)$$

Par la méthode de la formule généralisée :

Pour i de 1 à 5

$$\begin{aligned} v_1(i+1) - v_2(i) &= \left(\frac{\partial v_2(i)}{\partial t_2(i)} - \frac{\partial v_1(i+1)}{\partial t_1(i+1)} \right) \Delta t_2(i) + \frac{\partial v_2(i)}{\partial t_1(i)} \Delta t_2(i-1) \\ &\quad - \frac{\partial v_1(i+1)}{\partial t_2(i+1)} \Delta t_2(i+1) \end{aligned}$$

Les 03 premières équations sont déjà vérifiées dans l'exemple précédent

Pour $i=4$

$$v_1(5) - v_2(4) = \left(\frac{\partial v_2(4)}{\partial t_2(4)} - \frac{\partial v_1(5)}{\partial t_1(5)} \right) \Delta t_2(4) + \frac{\partial v_2(4)}{\partial t_1(4)} \Delta t_2(3) - \frac{\partial v_1(5)}{\partial t_2(5)} \Delta t_2(5)$$

C'est vérifiée

Pour $i=5$

$$v_1(6) - v_2(5) = \left(\frac{\partial v_2(5)}{\partial t_2(5)} - \frac{\partial v_1(6)}{\partial t_1(6)} \right) \Delta t_2(5) + \frac{\partial v_2(5)}{\partial t_1(5)} \Delta t_2(4) - \frac{\partial v_1(6)}{\partial t_2(6)} \Delta t_2(6)$$

$\Delta t_2(6) = 0$ Donc :

$$v_1(6) - v_2(5) = \left(\frac{\partial v_2(5)}{\partial t_2(5)} - \frac{\partial v_1(6)}{\partial t_1(6)} \right) \Delta t_2(5) + \frac{\partial v_2(5)}{\partial t_1(5)} \Delta t_2(4) \quad \text{C'est vérifiée}$$

Donc La formule généralisée est fiable et dans les prochaines étapes on va développer un code de calcul MATLAB, afin de simplifier le travail quel que soit le nombre de cage du laminoire tandem et on peut déduire les corrections des tensions.

3.6 .PROGRAMATION ET CALCUL

On a développé deux codes de calcul Matlab ;

L'objectif du 1^{er} programme est l'obtention du point neutre et l'angle neutre et déterminer les vitesses d'entrée et sortie de chaque cage et d'autres résultats de laminage d'une façon simple et avoir les courbes d'évolution de contrainte dans le foyer de déformation.

Il nous faut les données de laminage de chaque cage afin de les introduire dans le programme.

3.6.1 Schéma de calcul

Le schéma de résolution classique consiste à résoudre cette équation :

A partir de l'entrée pour x croissant

A partir de la sortie pour x décroissant

Le point neutre étant alors obtenu par l'intersection des deux courbes associées. Cette procédure fonctionne sans problèmes pour le comportement indépendant des vitesses pour le comportement (Plasticité) comme pour le frottement (Coulomb ou Tresca) [5,6]. Elle n'est plus applicable par contre lorsque la vitesse - et donc la position du point neutre - intervient explicitement c'est à dire en viscoplasticité ou lorsque la loi de frottement dépend des vitesses.

3.6.2 Schéma retenu :

Le point neutre est défini par la vitesse de glissement nulle, l'hypothèse d'une répartition uniforme des vitesses dans chaque section combinée à la condition d'incompressibilité impose la conservation du débit $vh = Cte = \Omega R h_n$.

Une fois le point neutre connu on peut déterminer les vitesses le long de l'emprise et donc la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}_3$. La détermination de ce point neutre joue donc un rôle essentiel dans la résolution du problème.

Il reste alors à intégrer l'équation de Karman en utilisant pour $(\sigma_1 - \sigma_3)$ les expressions la loi de comportement et pour τ la loi de frottement. Les conditions aux limites sont données par les tensions inter cages et donc par les valeurs des contraintes longitudinales à l'entrée et à la sortie de l'emprise.

L'algorithme de calcul est présenté dans la Figure (3..2).

Cet algorithme permet de calculer l'ensemble des paramètres mécaniques le long de l'emprise en supposant un état de déformation plan ($\varepsilon_2 = 0$). Il considère donc que les paramètres mécaniques ne changent pas suivant la direction transversale de laminage. Comme présenté plus haut, la loi d'évolution reportée dans cette hypothèse donne σ_y comme valeur intermédiaire entre σ_x et σ_z .

Ce code de calcul donne des résultats précis au centre de la tôle car dans ce cas précis

$$\dot{\varepsilon}_y = 0 \text{ et } v_y = 0$$

Or, on sait qu'au bord $\sigma_y = 0$, ce qui est contradictoire avec le résultat qui donne σ_y intermédiaire.

Cependant, il faut noter que l'hypothèse qui pose les vitesses transversales nulles ne se vérifient pas que dans une toute petite partie de la tôle, du côté de ses rives.

Algorithme de calcul

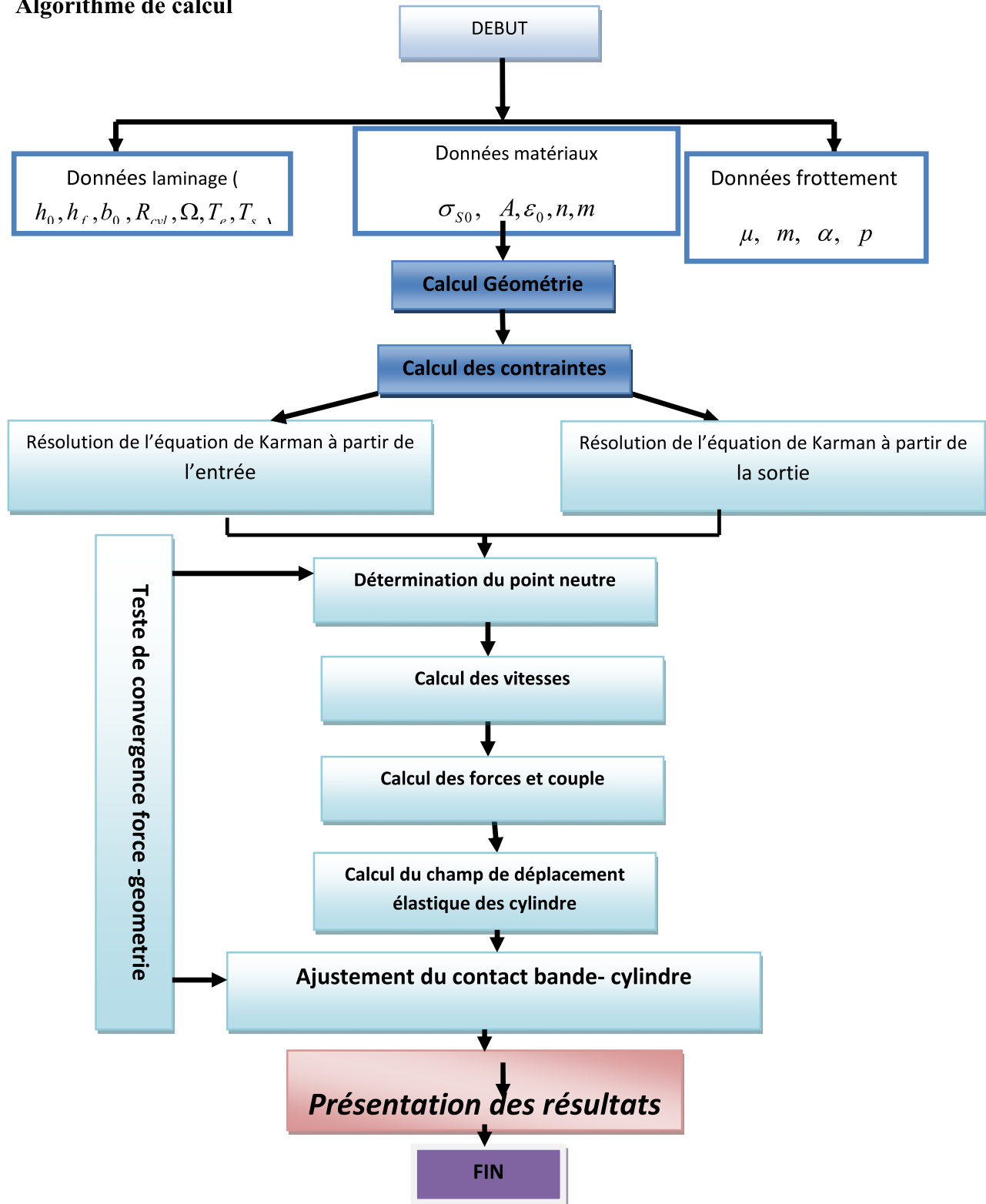


Figure II4.3: Algorithme de calcul

4.6.3 Application pour les 5 cages

Passe 1

Les données de calcul sont :

$$R_{\text{cyl}}=0.281 \text{ m}$$

$$\sigma_0 = 387,15 \cdot 10^6 \text{ Pa,}$$

$$T_e=30(\text{tf}), \quad T_s=22 (\text{tf})$$

$$h_e=2\text{mm} \quad h_s=1.53\text{mm}, \quad b=1020\text{mm,}$$

$$\Omega = 30,36 \text{ rd/s,}$$

$$\text{Ecrouissage de Hollomon} \quad A=663 \cdot 10^6, \quad n=0.125$$

$$T_e=30 \text{ tf}=294199,5 \text{ N}$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{T_e}{s} = \frac{294199,5}{2 \times 1020} = 144,215 \text{ MPa}$$

$$q_0 = \frac{t_1}{\sigma_0} = 0,3725$$

$$T_s=22\text{tf}=215746,3 \text{ N}$$

$$t_2 = \frac{T_s}{s} = \frac{215746,3}{1,53 \times 1020} = 138,2454 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow q_1 = \frac{t_2}{\sigma_0} = 0,3570$$

-On va introduire ces données dans notre code de calcul et les résultats seront affichés

-Tout les détails de programmation sont présentés en annexe.

Remarque : les unités dans les courbes matlab présentés sont MPa pour les contraintes et mm pour les distance.

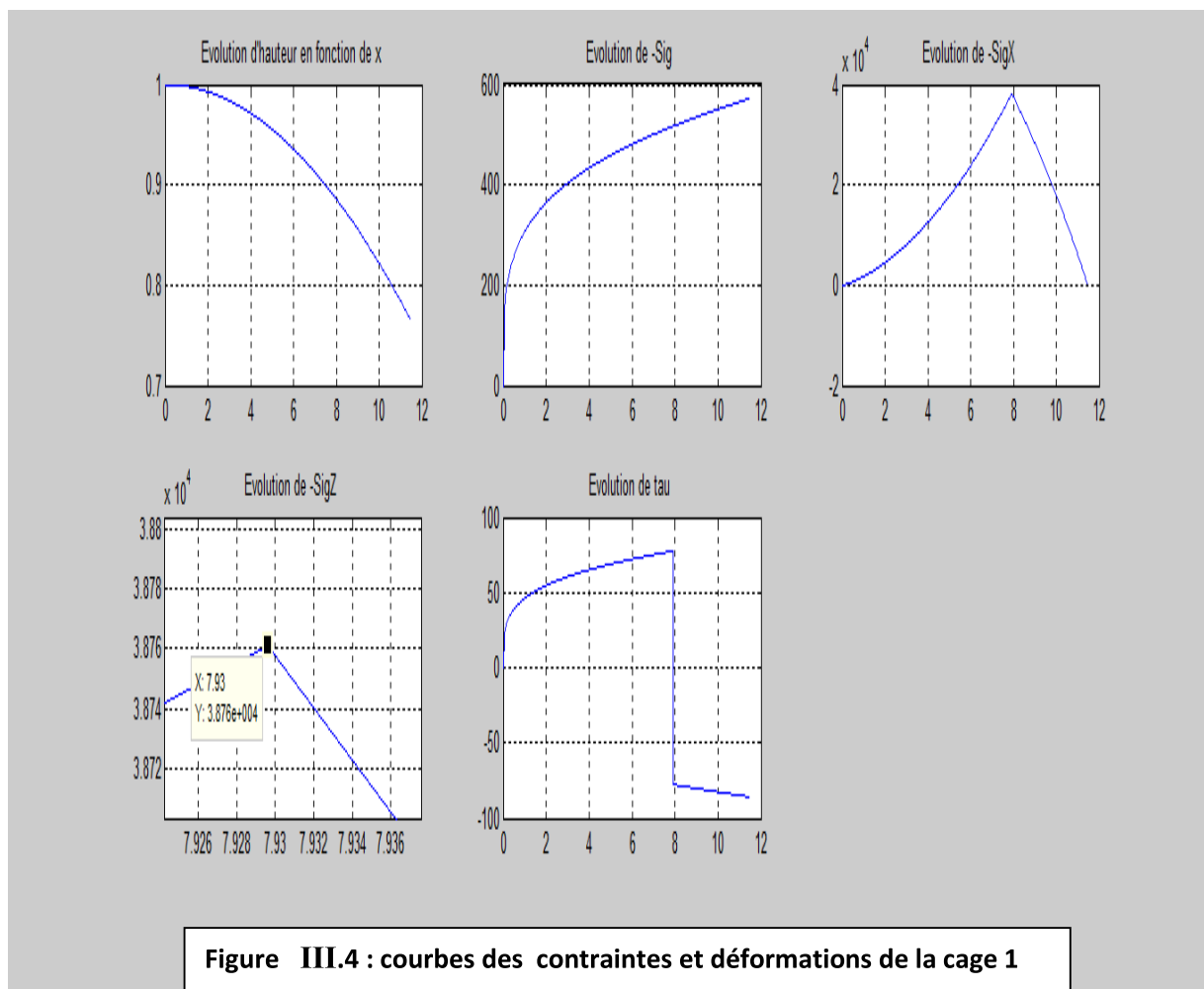
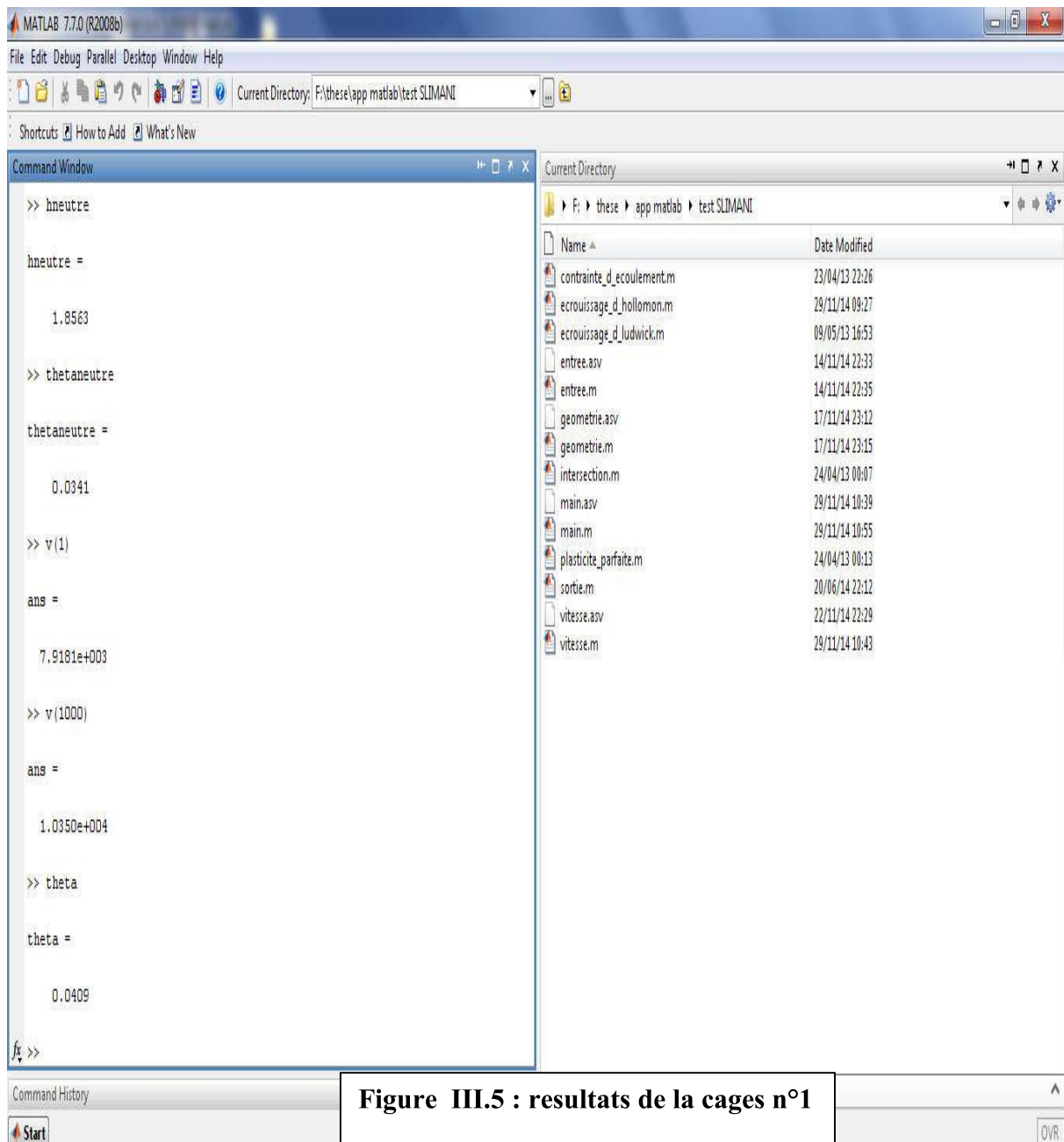


Figure III.4 : courbes des contraintes et déformations de la cage 1

**Remarque :**

Dans notre code de calcul ,on a utilisé le nombre de pas 1000

Pour plus de précision ,donc la vitesse d'entrée est $v(1)$ et la vitesse de sortie est $v(1000)$

Les points 1 et 1000 corespondent à l'entrée et à la sortie

$$L_c = 11,4922 \text{ mm}$$

$$H_{\text{neutre}} = 1,8563 \text{ mm}$$

$$\text{Angle de laminage} = 0,0409 \text{ rad}$$

$$\text{Angle neutre} = 0,0341$$

$$\text{Vitesse d'entrée } v_1(1) = 7.9181 \text{ m/s}$$

$$\text{Vitesse de sortie } v_2(1) = 10.35 \text{ m/s}$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t_1} = \frac{WR\theta_n}{h_2} \frac{1}{2\mu} \left(\frac{1+R\theta_n^2}{\frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_1} \right) = \frac{WR\theta_n}{2\mu \left(\frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_1 \right)} \left(\frac{1+R\theta_n^2}{h_2} \right)$$

$$= \frac{36,8 \times 281 \times 0,0296}{2 \times 0,15 \left(\frac{2 \times 387,15}{1,7320} - 144,215 \right)} \times \left(\frac{1 + 281 \times (0,0296^2)}{1,53} \right)$$

$$= 3,8659$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t_2} = \frac{WR\theta_n}{h_2} \frac{1}{2\mu} \left(\frac{1+R\theta_n^2}{\frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_2} \right) = \frac{WR\theta_n}{2\mu \left(\frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_2 \right)} \left(\frac{1+R\theta_n^2}{h_2} \right)$$

$$= \frac{36,8 \times 281 \times 0,0296}{2 \times 0,15 \left(\frac{2 \times 387,15}{1,7320} - 138,245 \right)} \times \left(\frac{1 + 281 \times (0,0296^2)}{1,53} \right)$$

$$= 3.7816$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t_1} = \frac{\partial v_2}{\partial t_1} \frac{h_2}{h_1} = 2,9574$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t_2} = \frac{\partial v_2}{\partial t_2} \frac{h_2}{h_1} = 2,8929$$

Cage n°2

Les données de calcul sont :

$$R_{\text{cyl}} = 256 \text{ mm}$$

$$\sigma_0 = 570 \text{ MPa,}$$

$$T_e = 22(\text{tf}), \quad T_s = 19(\text{tf})$$

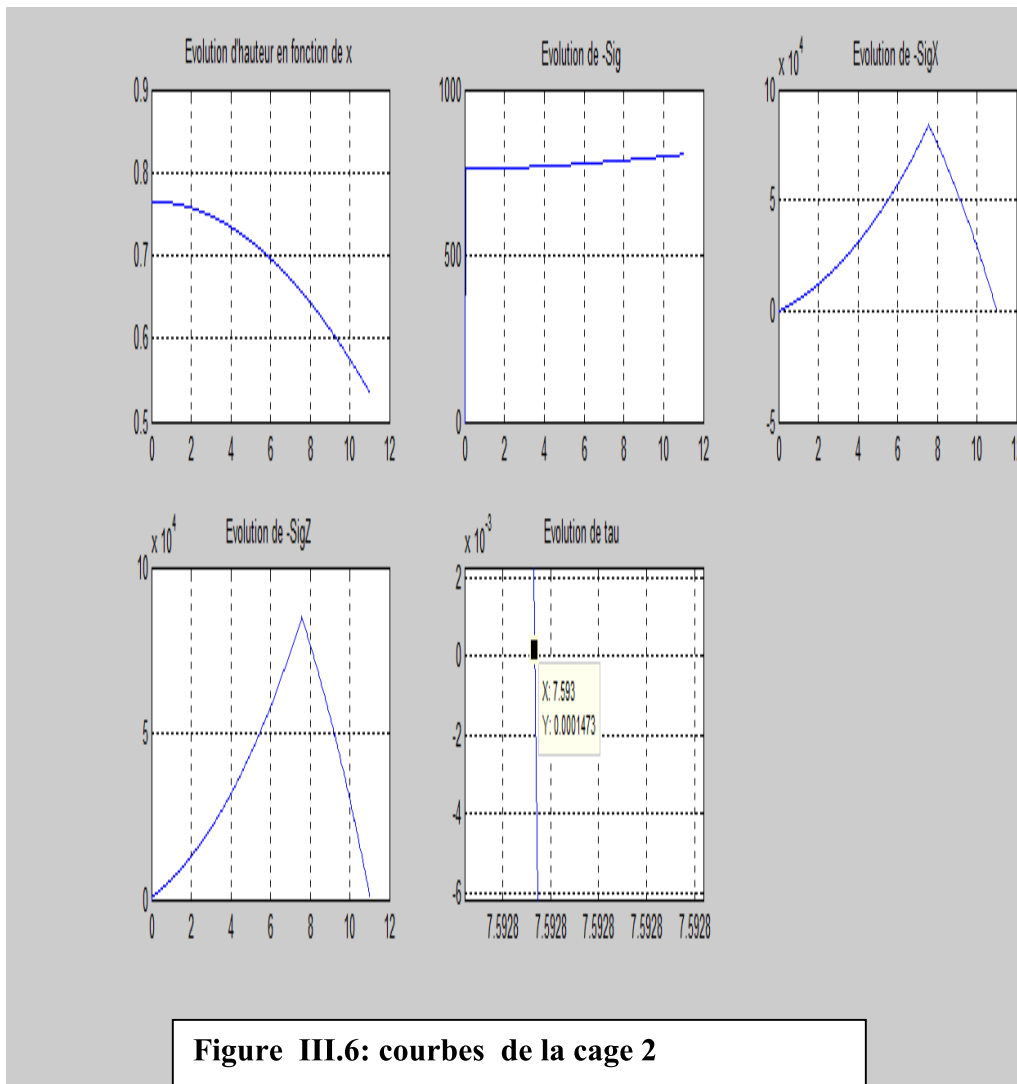
$$h_e = 1.53 \text{ mm} \quad h_s = 1.07 \text{ mm}, \quad b = 1020 \text{ mm,}$$

$$\Omega = 46,08 \text{ rd/s,}$$

$$\text{Ecrouissage de holomon} \quad A = 807.2, \quad n = 0.064$$

$$\text{Frottement plastique} \quad m = 0.14$$

Convertir $t_1=138,2457388$ $q_0=0,2425$
 Et $t_2=170,722329$ $q_1=0,2951$



X neutre est la position ou la contrainte tangentielle égale à zero

Et aussi ou la contrainte normale et maximale.

$L_c=10,8517\text{mm}$

$H_{\text{neutre}}=1,3715\text{mm}$

Angle du laminage= $0,0424$ rd

Angle neutre= $0,343$

$V(\text{entrée})=12,574\text{m/s}$

$V(\text{sortie})=15,12\text{m/s}$

$$\begin{aligned}\frac{\partial v_2}{\partial t_1} &= \frac{WR\theta_n}{h_2} \frac{1}{2\mu} \left(\frac{1+R\theta_n^2}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}-t_1} \right) = \frac{WR\theta_n}{2\mu \left(\frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}}-t_1 \right)} \left(\frac{1+R\theta_n^2}{h_2} \right) \\ &= \frac{46,08 \times 256 \times 0,0343}{2 \times 0,14 \left(\frac{2 \times 570}{1,7320} - 138,245 \right)} \times \left(\frac{1+281 \times (0,0303^2)}{1,07} \right) \\ &= 3,5571\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial v_2}{\partial t_2} &= \frac{WR\theta_n}{h_2} \frac{1}{2\mu} \left(\frac{1+R\theta_n^2}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}-t_2} \right) = \frac{WR\theta_n}{2\mu \left(\frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}}-t_2 \right)} \left(\frac{1+R\theta_n^2}{h_2} \right) \\ &= \frac{56,08 \times 264 \times 0,0303}{2 \times 0,14 \left(\frac{2 \times 570}{1,7320} - 170,7223 \right)} \times \left(\frac{1+281 \times (0,0303^2)}{1,07} \right) \\ &= 3,7938\end{aligned}$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t_1} = \frac{\partial v_2}{\partial t_1} \frac{h_2}{h_1} = 2,4876$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t_2} = \frac{\partial v_2}{\partial t_2} \frac{h_2}{h_1} = 2,6531$$

Cage n=°3

$R_{cyl}=0.270$ m

$\sigma_0 = 720. 10^6$ Pa,

$T_e=19$ (tf), $T_s=14$ (tf)

$h_e=1.07$ mm $h_s=0.78$ mm, $b=1020$ mm,

$\Omega = 64,87$ rd/s,

Ecrouissage de holomon $A=843,2. 10^6$, $n=0.024$

Frottement plastique $m=0,14$

Convertir $t_1=170,722329$ $q_0=0,2371114$

Et $t_2=172,565485$ $q_1=0,239674$

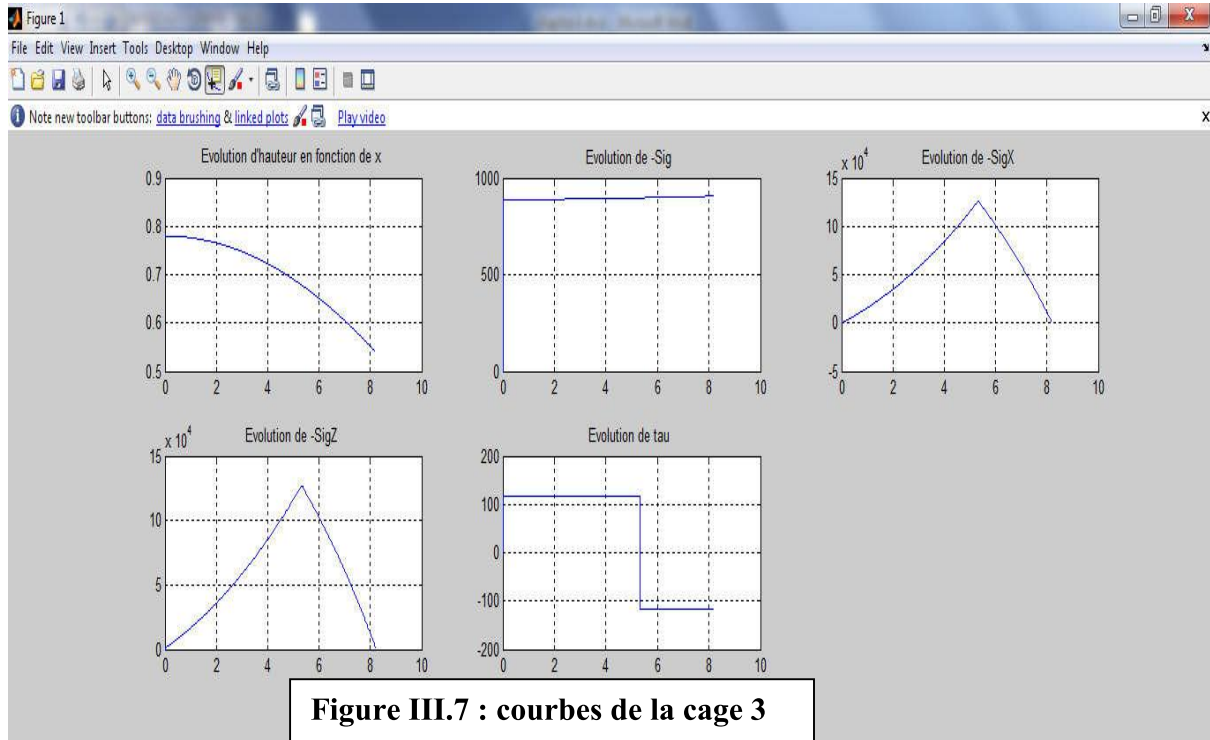


Figure III.7 : courbes de la cage 3

Xneutre=5,473 hn=0.9591

Lc=8 ,8487

Theta=0,0328 rd

Theta neutre=0,0258

Ventree=17,699m/s

Vsortie=21,536 m/s

$$\frac{\partial v_2}{\partial t_1} = \frac{WR\theta_n}{h_2} \frac{1}{2\mu} \left(\frac{1 + R\theta_n^2}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_1} \right) = \frac{WR\theta_n}{2\mu \left(\frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_1 \right)} \left(\frac{1 + R\theta_n^2}{h_2} \right)$$

$$= 2.99943$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t_2} = \frac{WR\theta_n}{h_2} \frac{1}{2\mu} \left(\frac{1 + R\theta_n^2}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_2} \right) = \frac{WR\theta_n}{2\mu \left(\frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_2 \right)} \left(\frac{1 + R\theta_n^2}{h_2} \right)$$

$$= 3,00781$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t_1} = 2,1865$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t_1} = 2,192606$$

CAGE N°=4

Les données de calcul sont :

$$R_{cy1}=0.281 \text{ m}$$

$$\sigma_0 = 756. 10^6 \text{ Pa,}$$

$$T_e=14 \text{ (tf), } T_s=11 \text{ (tf)}$$

$$h_e=0.78\text{mm} \quad h_s= 0.54\text{mm,} \quad b=1020\text{mm,}$$

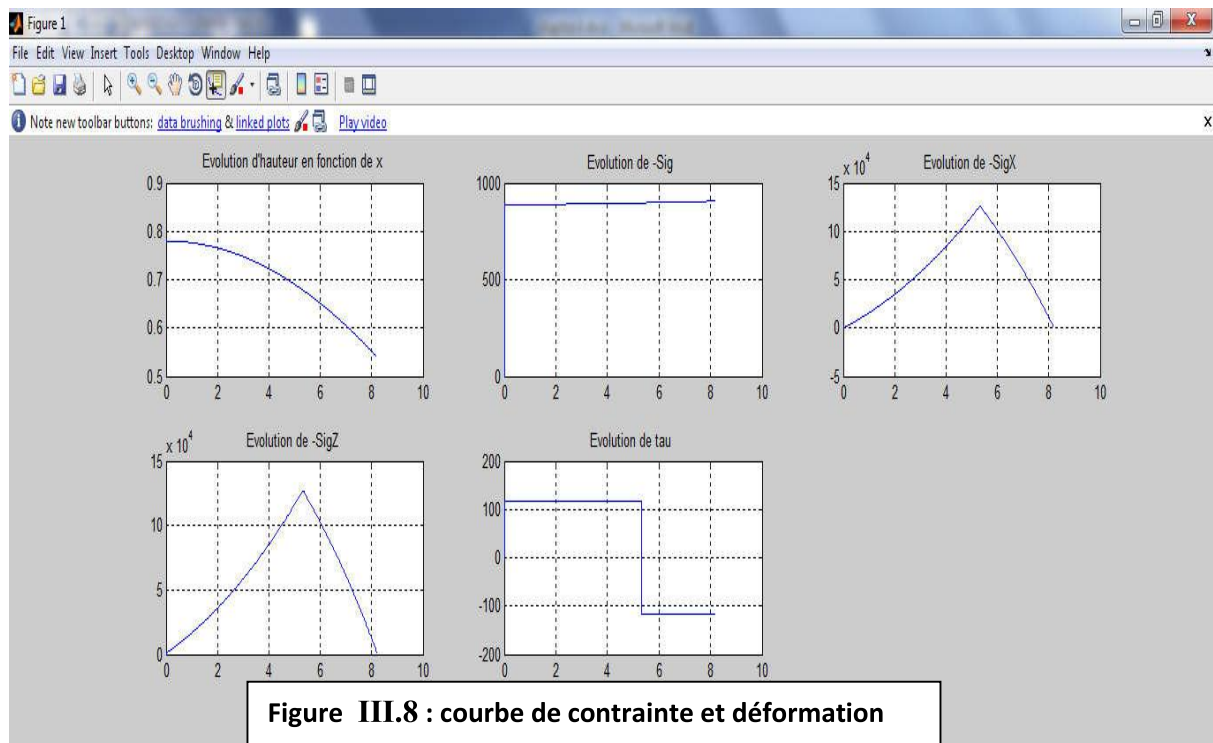
$$\Omega = 85,18 \text{ rd/s,}$$

$$\text{Ecrouissage de Hollomon } A=894,5. 10^6, \quad n=0.022$$

$$\text{Frottement de tresca } m=0,14$$

$$\text{Convertir } t_1=172,5654 \quad q_0=0,228261$$

$$\text{Et } t_2=195,8481 \quad q_1=0,2590$$



$$X_{neutre}=5,33\text{mm}$$

$$LC=8,2122\text{mm}$$

$$H_{neutre}=0,6789 \text{ mm}$$

$$\text{Theta}=0,0292 \text{ rd}$$

$$\text{Thetaneutre}=0,0222 \text{ rd}$$

$$V_1=21,833\text{m/s}$$

$$V_2=30,092\text{m/s}$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t_1} = \frac{WR\theta_n}{h_2} \frac{1}{2\mu} \left(\frac{1 + R\theta_n^2}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_1} \right) = \frac{WR\theta_n}{2\mu \left(\frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_1 \right)} \left(\frac{1 + R\theta_n^2}{h_2} \right)$$

$$=3,663425$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t_2} = \frac{WR\theta_n}{h_2} \frac{1}{2\mu} \left(\frac{1 + R\theta_n^2}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_2} \right) = \frac{WR\theta_n}{2\mu \left(\frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_2 \right)} \left(\frac{1 + R\theta_n^2}{h_2} \right)$$

$$=3,789212$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t_1} = 2,5362$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t_1} = 2,623297$$

CAGE n°5

Les données de calcul sont :

$$R_{\text{cyl}}=0.281 \text{ m}$$

$$\sigma_0 = 802. 10^6 \text{ Pa,}$$

$$T_e=11 \text{ (tf), } T_s=9 \text{ (tf)}$$

$$h_e=0.54\text{mm} \quad h_s= 0.50\text{mm}, \quad b=1020\text{mm,}$$

$$\Omega = 114,18\text{rd/s,}$$

Modèle parfaitement plastique

$$\text{Frottement de tresca } m=0,13$$

$$\text{Convertir } t_1=195,8481 \quad q_0= 0,244810$$

$$\text{Et } t_2=216,3231 \quad q_1=0,27040$$

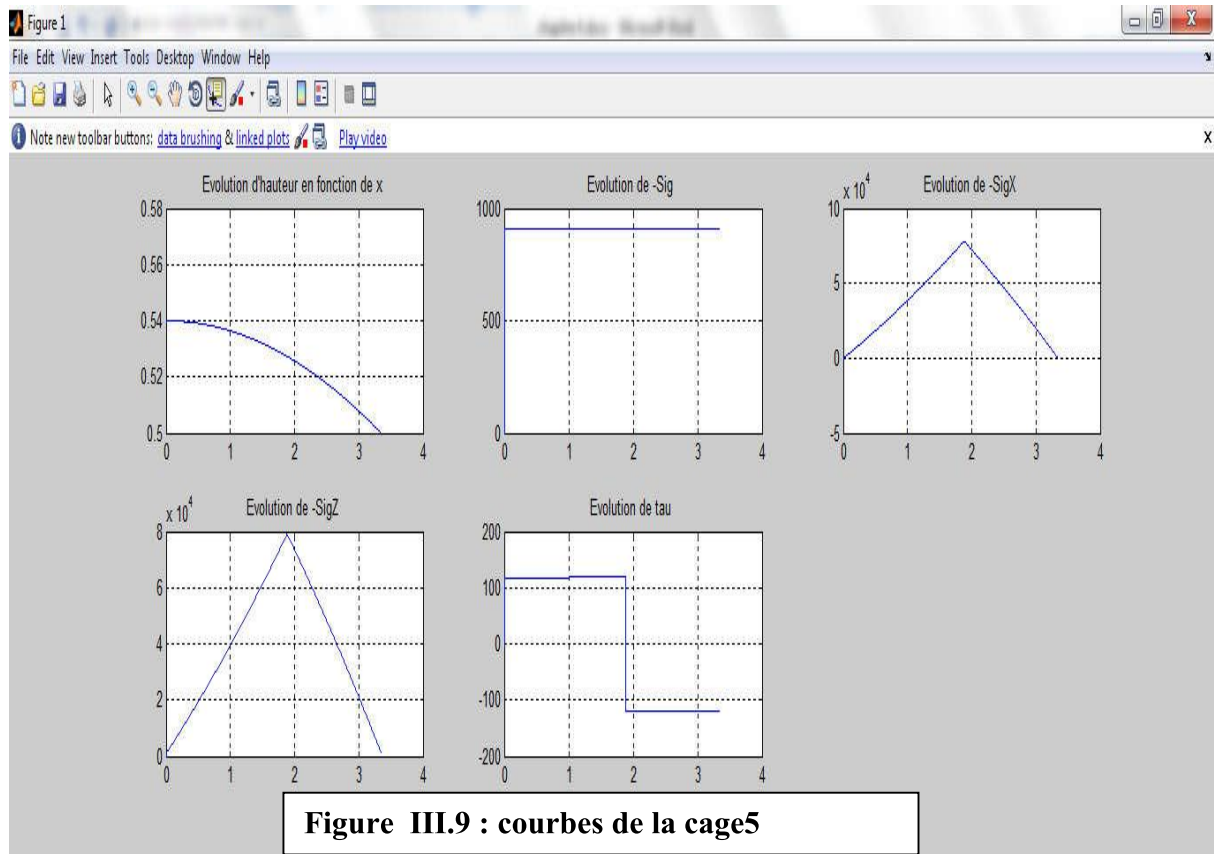


Figure III.9 : courbes de la cage5

Xneutre=1,886 mm

LC=3,3526 mm

Hneutre=0,5273 mm

Theta=0,0119 rd

Thetaneutre=0,0099 rd

$v_1 = 30,686\text{m/s}$

$v_2 = 32,061\text{m/s}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_2}{\partial t_1} &= \frac{WR\theta_n}{h_2} \frac{1}{2\mu} \left(\frac{1 + R\theta_n^2}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_1} \right) = \frac{WR\theta_n}{2\mu \left(\frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_1 \right)} \left(\frac{1 + R\theta_n^2}{h_2} \right) \\ &= \frac{75 \times 281 \times 0,017}{2 \times 0,14 \left(\frac{2 \times 800}{1,7320} - 195,8481 \right)} \times \left(\frac{1 + 281 \times (0,017^2)}{0,4} \right) \\ &= 1,66927 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t_2} = \frac{WR\theta_n}{h_2} \frac{1}{2\mu} \left(\frac{1 + R\theta_n^2}{2\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_2} \right) = \frac{WR\theta_n}{2\mu \left(\frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}} - t_2 \right)} \left(\frac{1 + R\theta_n^2}{h_2} \right)$$

$$=1,717363$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t_1} = 1,54562$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t_1} = 1,59015$$

Tableau III.4 resultats des calculs primaires

N° de cage	1	2	3	4	5
v_1 en m/s	7,918	12,57	17,699	21,833	30,686
v_2 en m/s	10,35	15,12	21,536	30,092	32,061

On remarque que la vitesse d'entrée d'une cages n'égale pas la vitesse de sortie de la cage précédente. Et c'est ça l'objectif de notre travail et le but du 2ème code de calcul afin de trouvé les correction des tensions pour que les vitesse soit régularisé.

2^{ème} code de calcul MATLAB//

ON va introduire les resultat du premier code de calcul (les v(i) de chaque cage afin d'obtenir les corrections des tensions inter cage.

Pour notre cas n=5 (le nombre de cage)

Et on fait une codification pour les dérivé

$$A1 = \frac{\partial v_1}{\partial t_1}, \quad A2 = \frac{\partial v_1}{\partial t_2}, \quad B1 = \frac{\partial v_2}{\partial t_1}, \quad B2 = \frac{\partial v_2}{\partial t_2}, \quad C = v_2 - v_1$$

INTRODUCTION DES DONNEES :

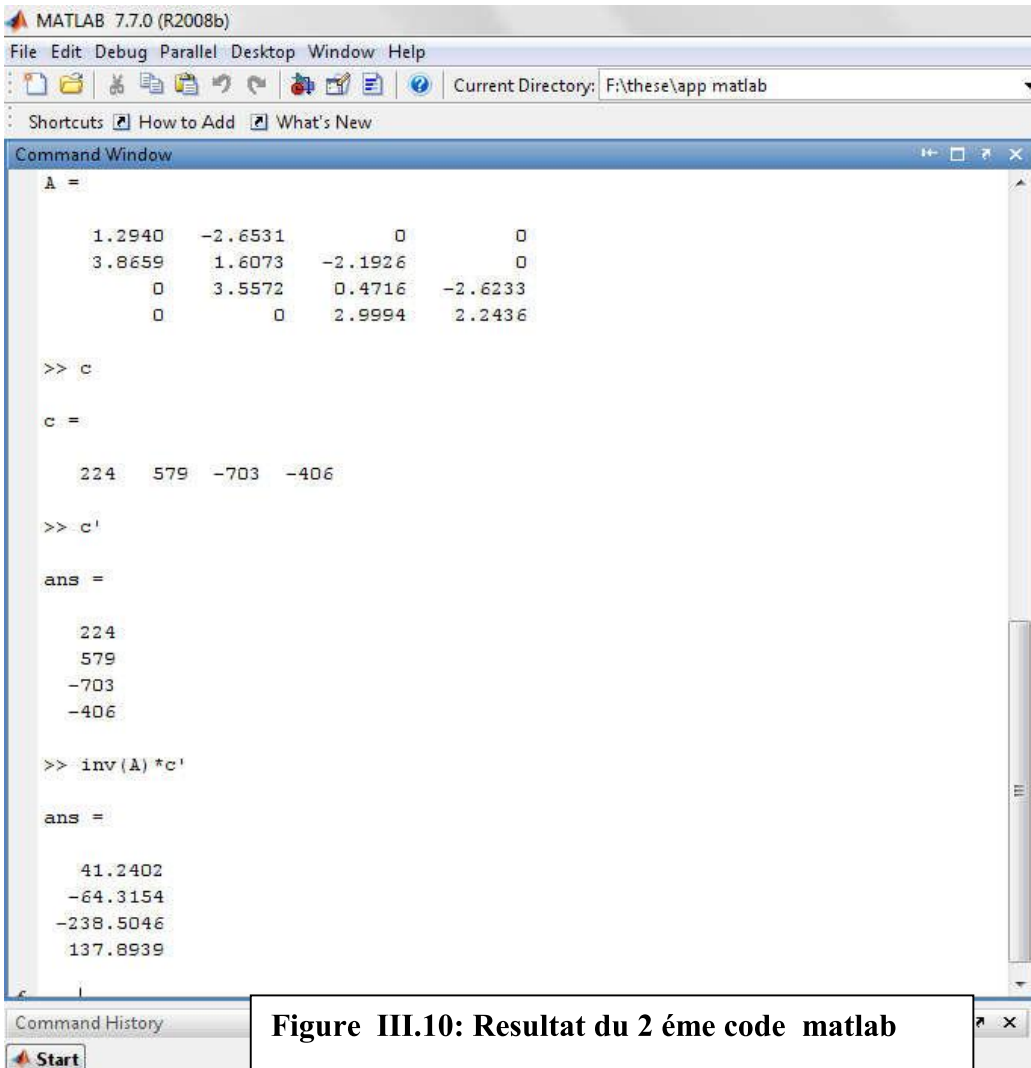
Les données de calcul de ce programme sont :

-Les vitesse d'entrée et de sortie de chaque cage afin de construire la matrice C= $v_2 - v_1$

-les dérivés A1.A2.B1.B2. de chaque cage pour construire la matrice A .

(Voir annexe)

Resultats :



```

MATLAB 7.7.0 (R2008b)
File Edit Debug Parallel Desktop Window Help
Current Directory: F:\these\app matlab
Shortcuts How to Add What's New

Command Window
A =
    1.2940   -2.6531     0         0
    3.8659    1.6073   -2.1926     0
         0    3.5572    0.4716   -2.6233
         0         0    2.9994    2.2436

>> c
c =
    224    579   -703   -406

>> c'
ans =
    224
    579
   -703
   -406

>> inv(A)*c'
ans =
    41.2402
   -64.3154
  -238.5046
   137.8939

```

Command History

Start

Figure III.10: Resultat du 2 éme code matlab

On va remplacé les nouveau tension $t' = \Delta t + t$

Δt :la correction

,t :l'ancienne tension.

,t' :la nouvelle tention

$$\Delta t = \begin{pmatrix} 41.2402 \\ -64.3154 \\ -238.5046 \\ 137.8939 \end{pmatrix}$$

Donc : $t_2'(1) = 41,2402 + 138,2457388 = 179,485938$ Mpa

$t_2'(2) = -64.3154 + 170,722329 = 106,406929$ Mpa

$t_2'(3) = -238.5046 + 172,565485 = -65,939115$ Mpa

$t_2'(2) = 137.8939 + 195,848129 = 333,742029$ Mpa

$\Rightarrow q_{0(1)} = 0.372505$ $q_{1(1)} = 0.46360826$

$q_{0(2)} = 0.3148$ $q_{1(2)} = 0.186678$

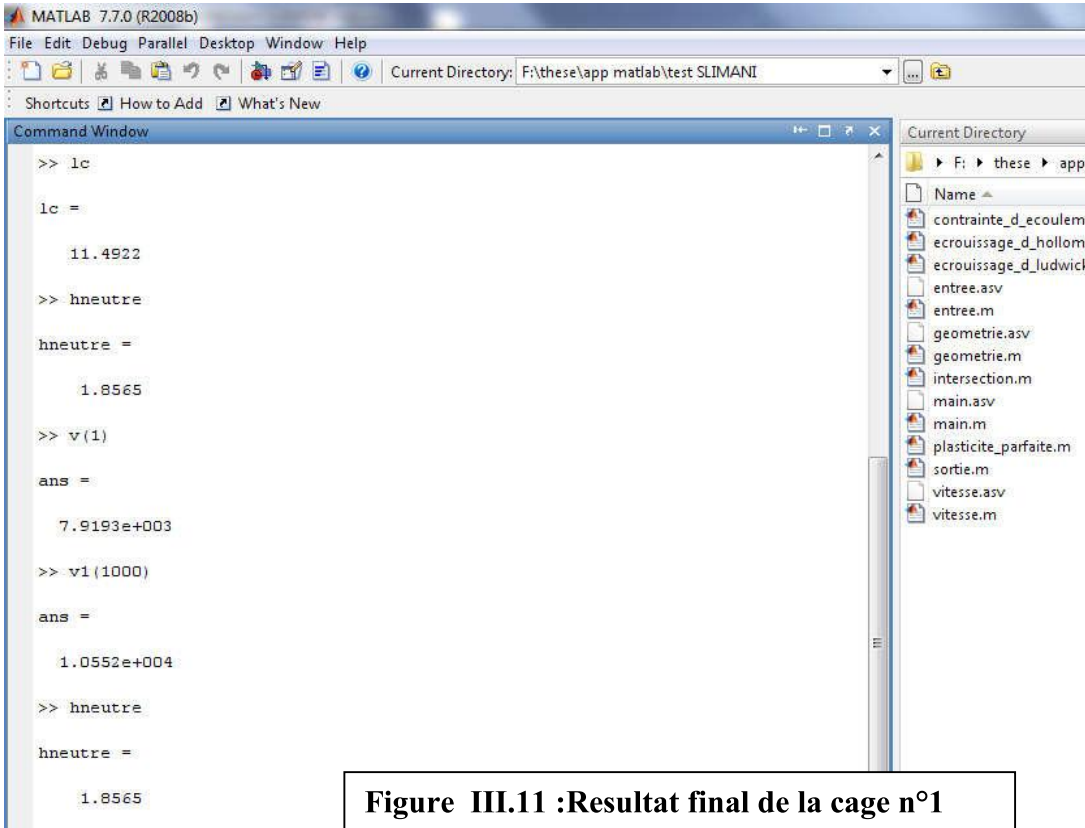
$q_{0(3)} = 0.147787$ $q_{1(3)} = -0.091582$

$q_{0(4)} = -0.087221$ $q_{1(4)} = 0.441457$

$q_{0(5)} = 0.416137$ $q_{1(5)} = 0.2704$

On va introduire les tension apres correction de nouveau dans le premier code de calcul , les resultat finale sont aficher çï dessous :

Cage1



The screenshot shows the MATLAB Command Window with the following commands and outputs:

```

>> lc
lc =
    11.4922

>> hneutre
hneutre =
    1.8565

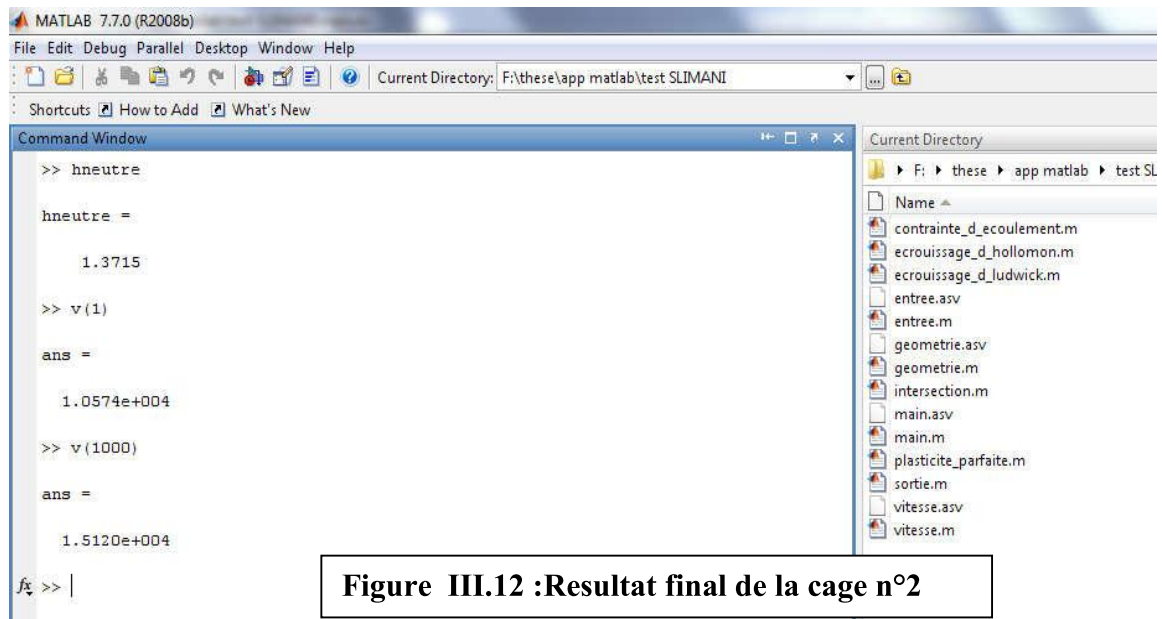
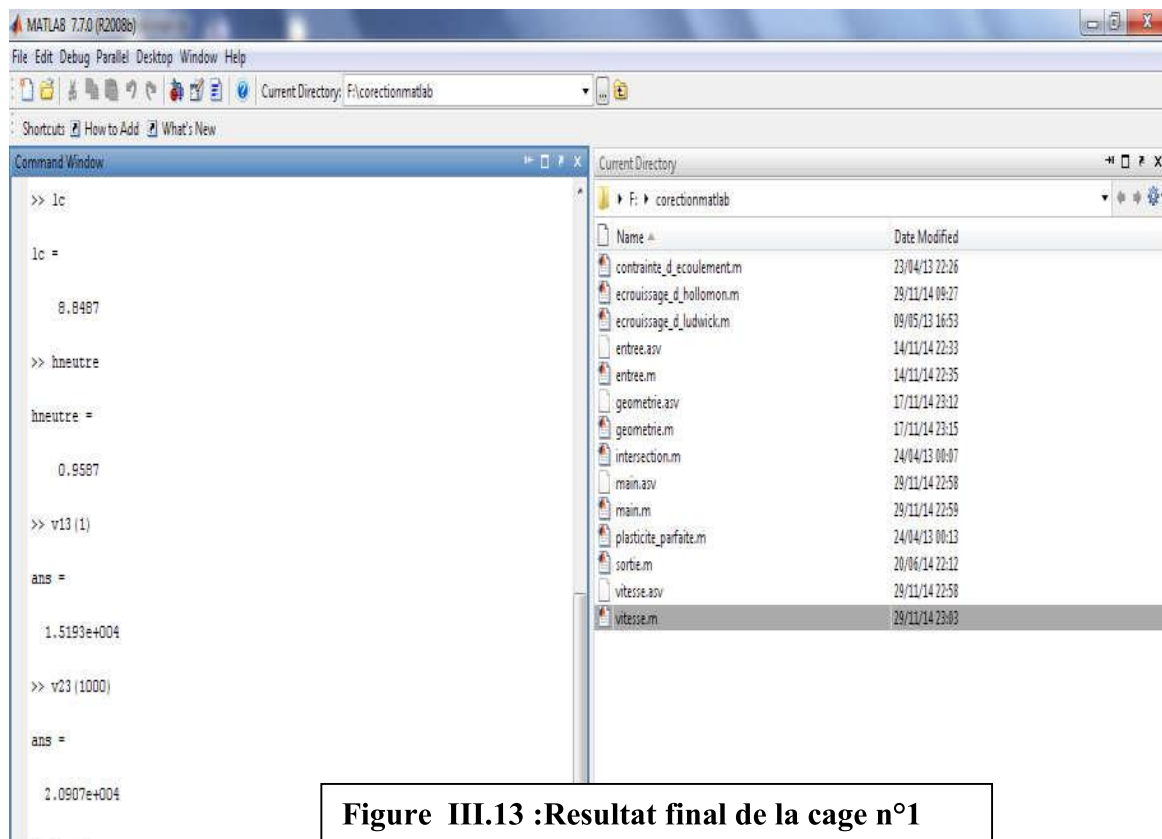
>> v(1)
ans =
    7.9193e+003

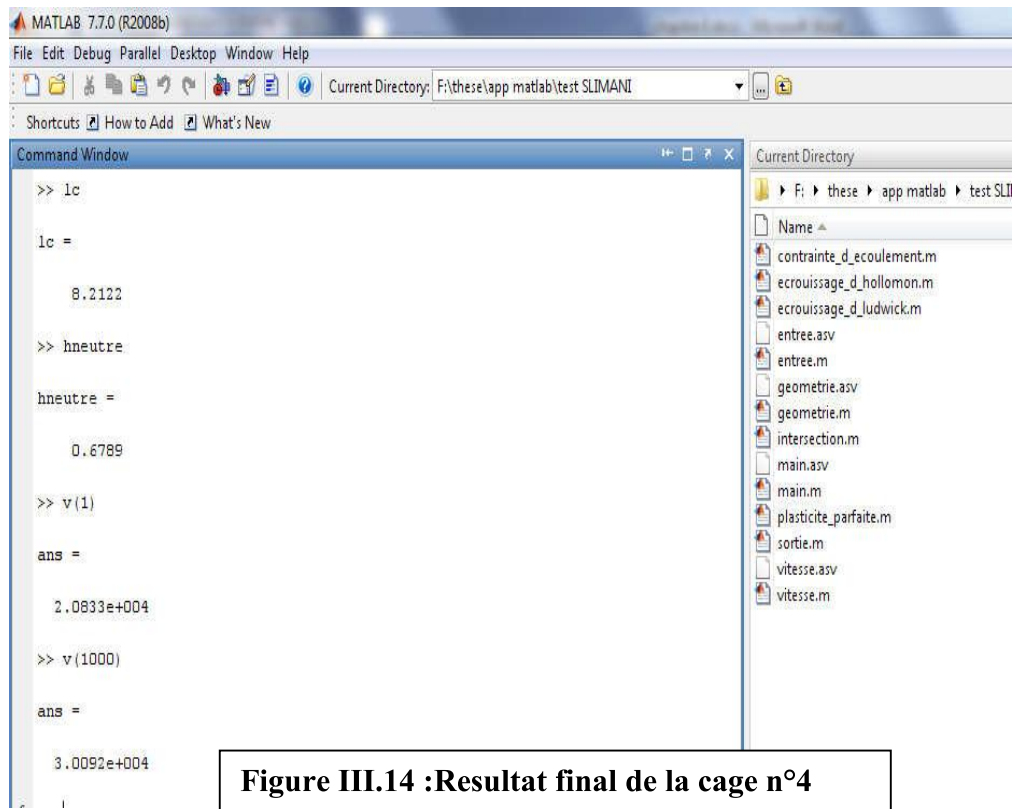
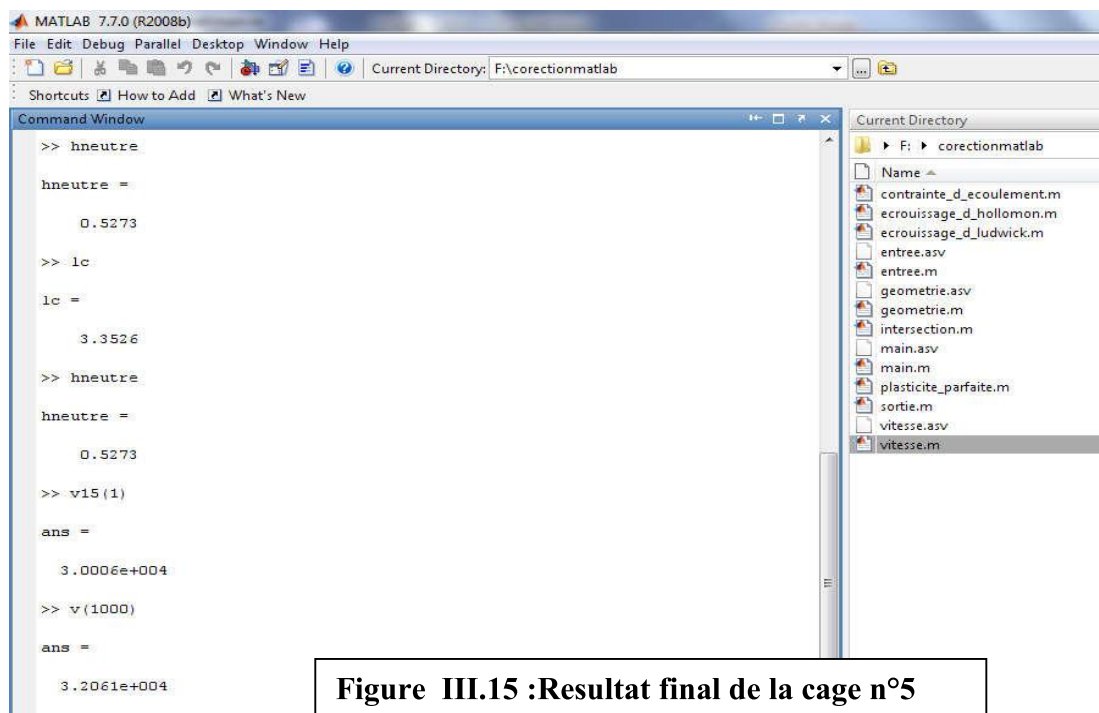
>> v1(1000)
ans =
    1.0552e+004

>> hneutre
hneutre =
    1.8565
  
```

The Command Window also shows the current directory as 'F:\these\app matlab\test SLIMANI' and a list of files in the 'app' subdirectory, including 'contrainte_d_ecoulem', 'ecrouissage_d_hollom', 'ecrouissage_d_ludwick', 'entree.asv', 'entree.m', 'geometrie.asv', 'geometrie.m', 'intersection.m', 'main.asv', 'main.m', 'plasticite_p parfaite.m', 'sortie.m', 'vitesse.asv', and 'vitesse.m'.

Figure III.11 :Resultat final de la cage n°1

Cage2 :**Cage3 :**

Cage4 :**Cage 5**

CONCLUSION

Tableau III.5 résultats final

N° de cage	1	2	3	4	5
v_1 en m/s	7,9193	10,574	15,193	20,833	30,006
v_2 en m/s	10,552	15,12	20,907	30,092	32,061

Dans ce chapitre on a fait beaucoup de developement et calculs numerique et analytique afin d'obtenir un bon resultat final , le tableau ci-dessus montre la convergence de la vitesse de sortie et la vitesse d'entrée de la cage suivante apres la correction des tennsions.

Conclusion Générale

CONCLUSION

Les travaux présentés dans ce mémoire portent essentiellement sur l'amélioration des modèles simplifiés classiques du laminage.

Pour cet objectif, nous avons construit des modèles simplifiés semi-analytiques qui prennent en compte les déformations plastiques des tôles avec écrouissage, les déformations élastiques des cylindres et la régulation des tensions entre les cages.

Après une description succincte de l'historique et des progrès réalisés dans le laminage continu ou laminage tandem, nous avons introduit les notions de base de la théorie de la plasticité et son application au processus de laminage.

L'application de la méthode des tranches combinée à la prise en compte de l'élasticité des cylindres nous a permis de mettre au point un modèle simple, rapide d'exécution et ouvert aux progrès réalisés en mise en forme tant dans les lois de comportements volumiques que surfaciques. La comparaison des résultats de notre modèle avec LAM3 ont confirmé sa fiabilité.

Nous avons aussi mis au point un modèle qui permet de rectifier les tensions inter-cages pour obtenir des vitesses de sorties pour chaque cage égales aux vitesses d'entrées de la cage suivante. Ce modèle s'appuie sur les développements déjà faits par P.Montmitonnet pour trois cages. Notre contribution a consisté à généraliser ses résultats. Nous obtenons ainsi un modèle utilisable quelque-soit pour le nombre de cage. Ce modèle utilise un développement de Newton sous environnement Matlab.

Il en résulte un code fiable que nous pouvons recommander aux industriels.

REFERENCES
BIBLIOGRAPHIQUE

Références bibliographique

- [1]. Bryant GF. L'automation des moulins tandem. Londres : L'institut de sidérurgique ; 1973.
- [2]. Carlton AJ, et autres automation du moulin froid tandem en acier de LTV Hennepin. Acier Eng. de fer. 1992 ; 69(6) : 17-28.
- [3]. Duval P, parcs JC, technologie de Fellus G. Latest AGC installée au froid de support de Cleveland 5 de LTV moulin. Acier Eng. 1991 de fer ; 69(11) : 46-51.
- [4]. Geddes EJM, Postlewaite I. Improvements de la qualité du produit en tandem laminant à froid employant contrôle multivariable robuste. Technol. 1998 ; 6(2) : 257-69.
- [5]. Hoshino I, et autres contrôle multivariable basé sur observateur du moulin tandem froid en aluminium. Automatica. 1988 ; 24(6) : 741-54.
- [6]. Plan horizontal de Roberts. L'histoire du roulement. Dans : Laminage à froid de l'acier. New York : Marcel Dekker ; 1978.
- [7] F Sidoroff. Cours de comportement et endommagement des matériaux. Ecole centrale de Lyon. 1984.
- [8] A Dogui.A. F Sidoroff, Large strain formulation of anisotropic elasto-plasticity for metal forming, Comp.Meth. for Predicting Material processing defects, ed. M.Predeleanu, Elsevier, 1987, pp81-85,93-97.
- [9] A Dogui. Plasticité anisotrope en grandes déformations. Thèse de doctorat d'état es-sciences. Ecole centrale de Lyon. 1989.
- [10] F Sidoroff, Modèles phénoménologiques, Physique et mécanique de la mise en forme, école d'été d'oléron, 1990, pp 297-307.
- [11] : Amna Znaidi , Identification des lois de comportement élastoplastiques, thèse de doctorat soutenue à la faculté des sciences de Tunis, février 2004.
- [12] : Jean-Pierre MAGNAN, Lois de comportement et modélisation des Sols, Techniques de l'ingénieur, c218, 10/11/1997

Références bibliographique

- [13] : F Sidoroff. Cours de comportement et endommagement des matériaux. Ecole centrale de Lyon. 1984.
- [14] Dr Ahmed Boutbicha, Métallurgie physique, publication de l'université Badji Mokhtar – Annaba 2007-2008 .
- [15] Huy LE DANG Modélisation simplifiée des processus de laminage 2014
- [16] A Khalfallah, Identification des lois de comportement élastoplastiques par essais inhomogènes et Simulations numérique, thèse de doctorat soutenue à la faculté des sciences de Tunis, en février 2004.
- [17] P Montmitonnet. Lois de frottement et déformation plastique. Matériaux et techniques, N° 1-2-3, p 08-29. 1993.
- [18] A Znaidi , Identification des lois de comportement élastoplastiques, thèse de doctorat soutenue à la faculté des sciences de Tunis, février 2004.
- [19] A Khalfallah , Anisotropic parameter identification using inhomogeneous tensile test, European journal of Mechanics A/Solids 21 p 927 et 935. (2002)
- [20] CHEHAOUI Walid, formulation & identification de la loi de comportement du C11B au laminage à froid, thème d'ingénieur, Université Annaba, 1998.
- [21] JEAN-PAUL BAILON ; JEAN-MARIE DORLOT, Des Matériaux ,Troisième édition, polytechnique 2000-2001, p 124-138.
- [22] Abd al majid wazwaz- Partial Differential Equations and Solitary Waves Theory 2010 springer
- [23] Solving frontier Problems of Physics: The Decomposition Method “George adomion”
- [24] V. Poloukhoine. Simulation mathématique sur ordinateur des laminoirs à tôles. p 16-46 1976.
- [25] A.HALLOUMI . Modélisation mécanique et thermique du procédé de laminage asymétrique, soutenue à Saint-Etienne, le 17/01/2011
- [26] P .Montmitonnet. Technique de l'ingénieur. M616. Paris 2000.
- [27] P. Daigners. La méthode des tranches. Mise en forme des métaux et alliages. Université d'été de Métallurgie physique de Villars-sur-Ollon, p245-246. Septembre 1975.
- [28] V. Poloukhoine. Simulation mathématique sur ordinateur des laminoirs à tôles. p 16-46 1976.

Références bibliographique

[29] F. Sidoroff. Cours de M-M-C, Ecole centrale de Lyon. 1984.

[30] J Oudin. Approches expérimentales et numériques des conditions de contact et de frottement. Physique et mécanique de la mise en forme, p 404 -298. Ecole d'été d'Oléron. 1990.

[31] MANUAL Arcelor Mittal.

ANNEXE

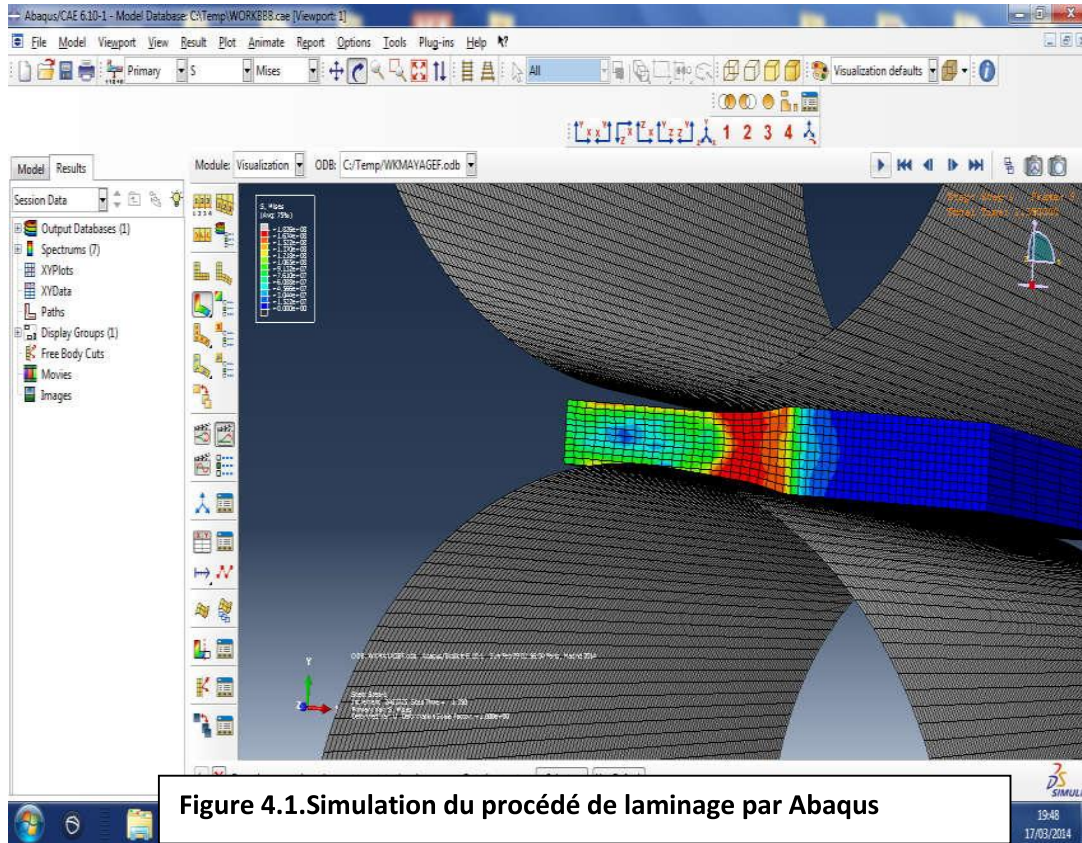


Figure 4.1. Simulation du procédé de laminage par Abaqus

Variation de la contrainte de vonmises selon X ($\partial\sigma/\partial x$)

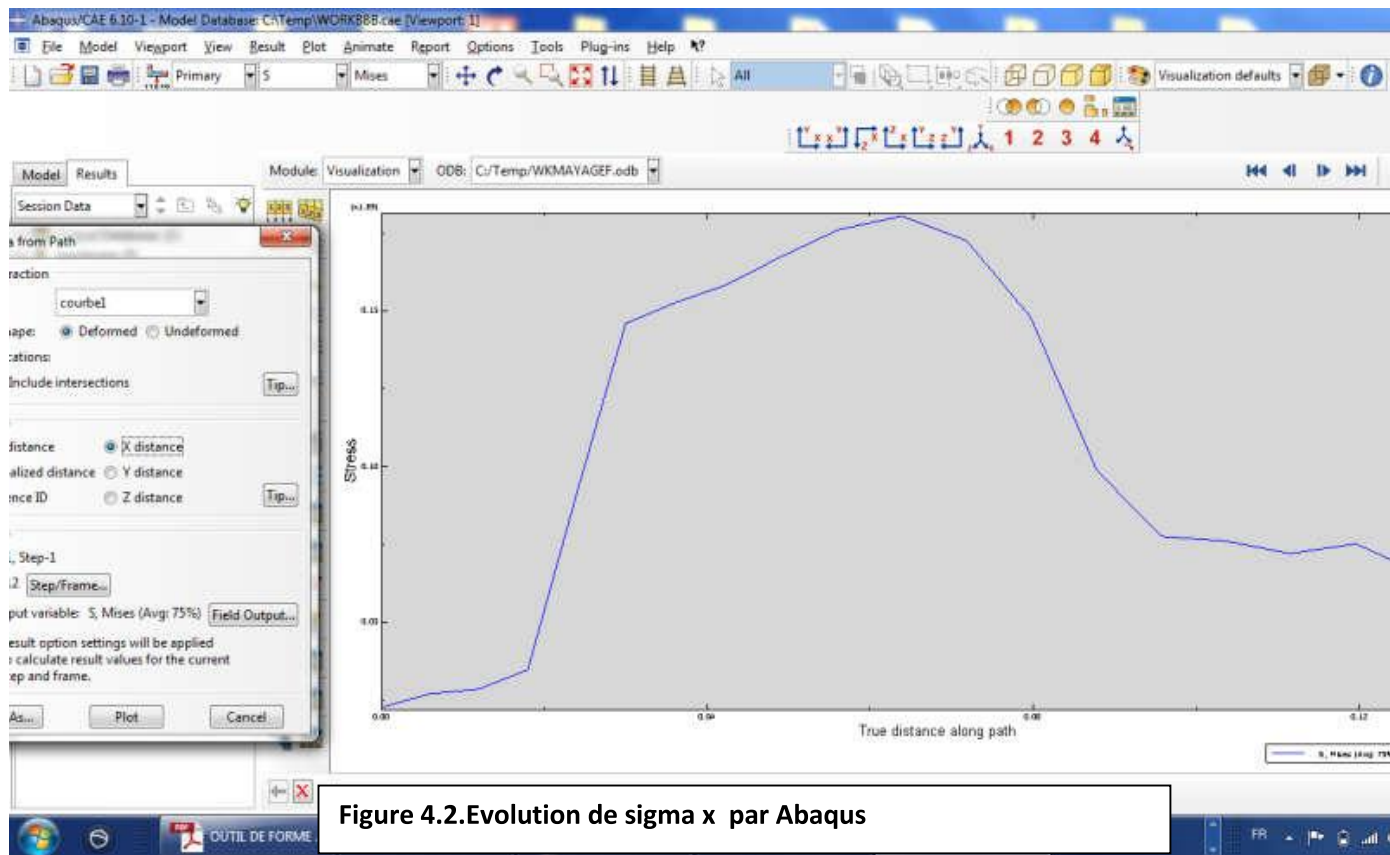


Figure 4.2. Evolution de sigma x par Abaqus

Variation de la contrainte S_{11} selon $X(\partial\sigma_{xx}/\partial x)$

*

```

1 -   clc
2 -   clear all
3 -   Aacr=663;
4 -   necr=0.125;
5 -   rcyl=281;
6 -   h0=2;
7 -   hf=1.53;
8 -   npas=1000;
9 -   type_d_ecrouissage=1;
10 -  calcul_frott=0;
11 -  sig0=387.15;
12 -  q0=0.37;
13 -  q1=0.35;
14 -  mfrot=0.15;
15 -  ffrot=0.15;
16 -  omega=30.36;
17
18 -  [x,haut,hpas,lc]=geometrie(rcyl,h0,hf,npas);
19 -  [sig]=contrainte_d_ecoulement(type_d_ecrouissage,npas,sig0,...
20     haut,h0,Aacr,necr);
21 -  [sigxe,sigze,taue]=entree(rcyl,hpas,npas,x,q0,calcul_frott,mfrot,...
22     ffrot,haut,sig);
23 -  [sigxs,sigzs,taus]=sortie(rcyl,hpas,npas,x,q1,calcul_frott,mfrot,...
24     ffrot,haut,sig);
25 -  [sigx,sigz,tau]=intersection(npas,sigxe,sigze,sigzs,taue,taus,sig);
26 -  [v,vg,hneutre]=vitesse(omega,rcyl,hpas,npas,haut,h0,sigz);
27 -  theta=asin((lc)/rcyl);
28 -  % thetaneutre=acos((rcyl-((0.4812-hf)*0.5))/rcyl);
29
30 -  subplot(3,3,1)
31 -  plot(x,haut)
32 -  title('Evolution d''hauteur en fonction de x')
33 -  grid on

```

Figure 4.3.introduction des données matlab

Figure 1

File Edit View Insert Tools Desktop Window Help



Note new toolbar buttons: [data brushing](#) & [linked plots](#) [Play video](#)

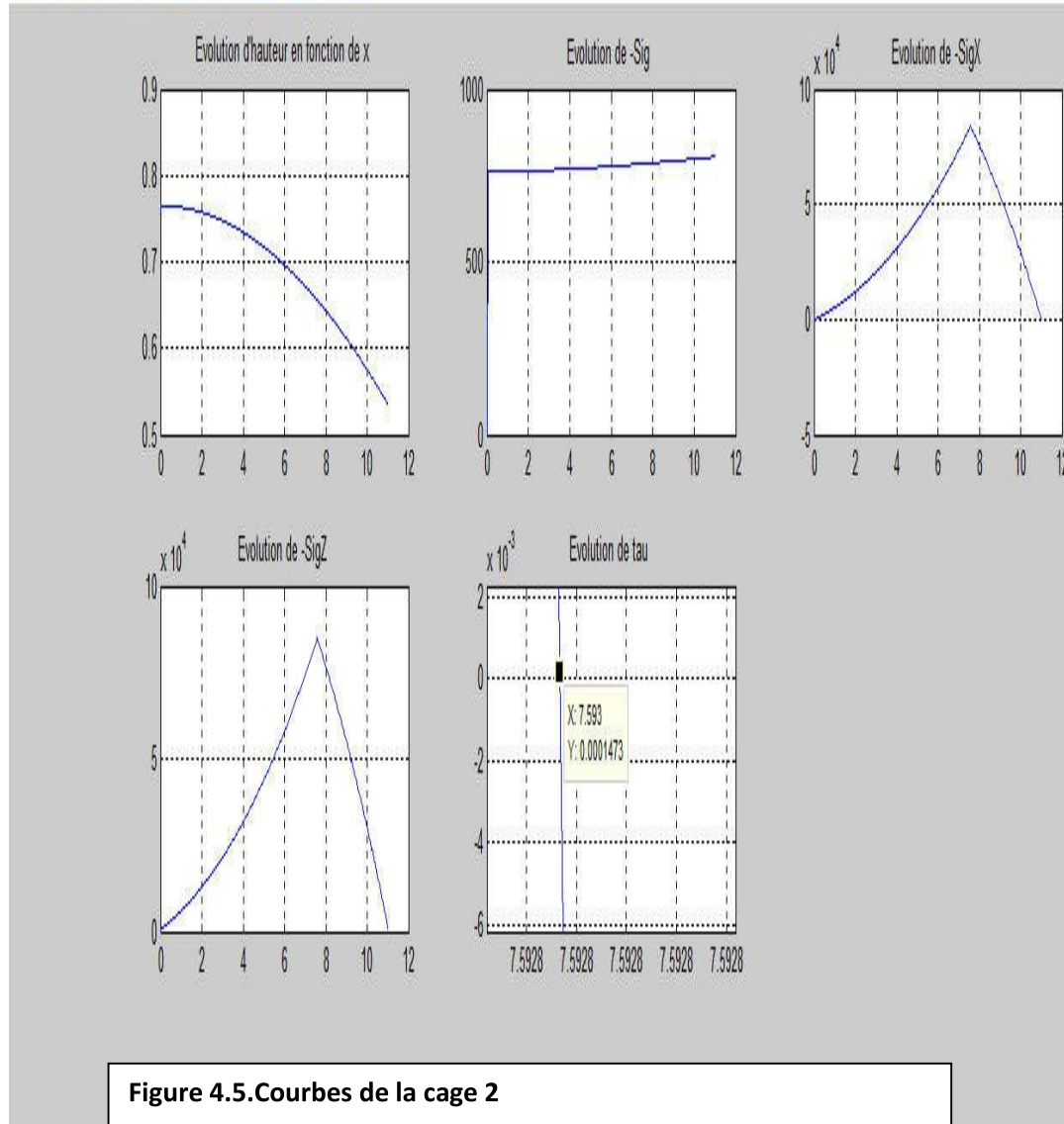


Figure 4.5. Courbes de la cage 2

