

Ministère de l'enseignement Supérieur et de la recherche Scientifique

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Badji Mokhtar Annaba University  
Université Badji Mokhtar – Annaba  
Faculté de Technologie



جامعة باجي مختار – عنابة

كلية التكنولوجيا

Département Electronique

قسم الإلكترونيك

## Thèse

Présentée pour obtenir le diplôme de

### Doctorat Troisième Cycle

Filière : Télécommunications

Spécialité : Télécommunications optiques et micro-ondes

Par :

**DJEDOUANI Nada**

Thème :

### **Caractérisation de surfaces rugueuses à l'aide de la méthode des petites perturbations et du modèle des faibles pentes**

Thèse soutenue le 15 décembre 2022 devant le jury composé de :

N°	Nom et prénom	Grade	Etablissement	Qualité
01	SAOUCHI Kaddour	Prof.	Université Badji Mokhtar -Annaba	Président
02	LAFIFI Saddek	Prof.	Université Badji Mokhtar -Annaba	Rapporteur
03	DUSSÉAUX Richard	Prof.	Université de Versailles France	Co-rapporteur
04	GHERS Mokhtar	Prof.	Université Badji Mokhtar -Annaba	Examineur
05	BOUFELFEL Ahmed	Prof.	Université - 8 Mai 1945 Guelma	Examineur
06	BOUGHAZI Mohamed	Prof.	Université Badji Mokhtar -Annaba	Examineur

« توصيف بنيات متعددة الطبقات مشوهة عشوائيا باستخدام طريقة الاضطراب

الصغير ونموذج الميل المنخفض »

الملخص

تركز هذه الرسالة على توصيف الأسطح الخشنة باستخدام طريقة الاضطراب الصغير ونموذج الانحدار المنخفض. تمت دراسة هدفين رئيسيين، الهدف الأول يتعلق بالمشكل المباشر ويتكون من عمل نمذجة تحليلية للانعراج بواسطة هياكل ثنائية الأبعاد (D2)، باستخدام طرق تقريبية لتحديد التعبيرات التحليلية للكثافة المنعرجة، والهدف الثاني هو إيجاد المعلمات الكهربائية والهندسية لهيكل ثنائي الأبعاد (D2). تمت صياغة مشكلة الانقلاب هذه كتحسين دالة التكلفة ويتم حلها باستخدام خوارزميتين، التلدين المحاكي وتحسين سرب الجسيمات. تتكون دالة التكلفة من الانحراف التريبيعي متكامل بين شدة الاستقطاب غير المتماسكة التي تم الحصول عليها من تعبيرات المشكل المباشر وتلك المقاسة. بالنسبة للتكوينات المدروسة، أوضحنا أن الطريقة العكسية فعالة في مشاكل التنبؤ بثمانية أو عشر معاملات.

**كلمات مفتاحية:** الطبقات المشوهة عشوائيا، طريقة الاضطراب الصغير، نموذج الميل المنخفض، شدة الاستقطاب غير المتماسكة، مشكلة المعكوس، دالة التكلفة، التلدين المحاكي، تحسين سرب الجسيمات.

# « Caractérisation de surfaces rugueuses à l'aide de la méthode des petites perturbations et du modèle des faibles pentes »

## **Résumé**

Cette thèse porte sur la caractérisation des surfaces rugueuses à l'aide de la méthode des petites perturbations et du modèle à faible pente. Deux objectifs principaux ont été étudiés, le premier objectif concerne le problème direct et consiste à faire une modélisation analytique de la diffraction par des structures bidimensionnelles (2D), en utilisant des méthodes approchées pour déterminer les expressions analytiques de la densité diffractée, et le deuxième objectif est de trouver les paramètres électriques et géométriques d'une structure bidimensionnelle (2D). Ce problème d'inversion est formulé comme une optimisation de la fonction coût et est résolu à l'aide de deux algorithmes, le recuit simulé et l'optimisation par essaim de particules. La fonction coût consiste en l'écart au carré intégré entre les intensités de polarisation incohérentes obtenues à partir des expressions du problème directe et mesurées. Pour les configurations étudiées, nous avons montré que la méthode inverse est efficace pour les problèmes de prédiction à huit ou dix paramètres.

**Mots clés :** Surfaces rugueuses, méthode des petites perturbations, modèle des faibles pentes, intensité incohérente, problème inverse, fonction coût, recuit simulé, optimisation par essais particuliers.

# « The characterization of rough surfaces using the small perturbation method and the small slope approximation»

## ***Abstract***

This thesis focuses on the characterization of rough surfaces using the small perturbation method and the low slope model. Two main objectives have been studied, the first objective concerns the direct problem and consists in making an analytical modeling of the diffraction by two-dimensional (2D) structures, using approximate methods to determine the analytical expressions of the diffracted density, and the second objective is to find the electrical and geometrical parameters of a two-dimensional (2D) structure. This inversion problem is formulated as a cost function optimization and is solved using two algorithms, simulated annealing and particle swarm optimization. The cost function consists of the integrated squared deviation between the incoherent polarization intensities obtained from the expressions the direct problem and measured. For the studied configurations, we have shown that the inverse method is effective for prediction problems with eight or ten parameters.

**Key words:** Rough surfaces, small perturbation method, low slope model, incoherent intensity, inverse problem, cost function, simulated annealing, particle swarm optimization.

## **Remerciements**

*En premier lieu, je tiens à remercier chaleureusement, mon directeur de thèse monsieur le Professeur LAFIFI Saddek, qui a cru en mes capacités et a accepté de diriger ma thèse. Je voudrai le remercier d'avoir enrichi mes connaissances. Son soutien et ses encouragements ainsi que sa bienveillance fraternelle m'ont comblé. Monsieur, j'ai beaucoup apprécié votre rigueur scientifique et votre sens critique qui m'ont beaucoup apporté. Vous êtes su m'orienter et guider mes travaux par ta constante attention et tes nombreux conseils et suggestions. Merci pour le temps consenti et la patience tout au long de ces quatre années. Aucun mot ne saurait exprimer la gratitude, le respect et la reconnaissance que je vous dois.*

*Je tiens également à remercier le Professeur DUSSEAUX Richard mon co-directeur de thèse pour son aimable disponibilité et je témoigne ma sincère gratitude d'avoir le mérite de co-diriger depuis l'université de Versailles ce travail. Ses remarques et ses précieuses suggestions m'ont beaucoup aidé à la finalisation de ce travail. Toute mon estime et mes profonds respects.*

*Je tiens également à remercier le Professeur SAOUCHI Kaddour le directeur de laboratoire d'étude et de recherche en instrumentation et en communication d'Annaba (LERICA), pour le temps qu'il a bien voulu me consacrer en tant que président du jury.*

*J'exprime mes sincères et respectueux remerciements au Professeur GHERS Mokhtar pour avoir accepté de juger ce travail et assurer la tâche d'examineur.*

*À BOUFELFEL Ahmed Professeur à l'université du Guelma : je suis très touché de l'honneur que vous me faites en acceptant d'examiner cette thèse et de prendre part à ce jury.*

*J'adresse également tous mes remerciements au Professeur BOUGHAZI Mohamed pour avoir accepté de participer à ce jury et d'examiner mon travail.*

*J'exprime toute ma gratitude aux membres du laboratoire. Et puis, bien sûr, je n'oublie pas tous les professeurs et les personnels du département d'électronique.*

*Et enfin, que nos chers parents, et bien avant tout, trouvent ici l'expression de nos remerciements les plus sincères et les plus profonds en reconnaissance de leurs sacrifices, aides, soutien et encouragement.*

*Nous tenons à remercier tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à la réalisation de ce travail.*

## *Dédicaces*

*Je remercie Dieu le tout-puissant qui m'a donné la foi et la force  
de mener ce travail à son terme.*

*A mes très chers parents qui m'ont guidé durant les moments les  
plus pénibles de ce long chemin, qui grâce à leur amour et leur  
soutien et leur sacrifice pour nous et joué le rôle le plus  
important pour ma réussite. Ma mère qui a été à mes côtés et  
m'a soutenu durant toute ma vie, et mon père qui a sacrifié  
toute sa vie afin de me voir devenir ce que je suis, merci mes  
parents.*

*Et a tous mes frères et mes sœurs qui ont contribué à la force qui  
m'a amené jusqu'à ici.*

## Liste des figures

Figure I.1. Schéma simplifié d'une surface séparant deux milieux différents.....	7
Figure I.2. Schéma représentant la polarisation du champ électrique. (a) polarisation horizontale, (b) polarisation verticale.....	9
Figure II.1. Profil d'une structure multicouche bidimensionnelle rugueuse aléatoirement. ....	15
Figure II.2. Intensité incohérente en fonction de l'angle d'observation en polarisation horizontale (a) et en polarisation verticale (b) pour $\theta_0 = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ et $60^\circ$ et une fonction d'autocorrélation Gaussienne dans le cas de double interface.....	36
Figure II.3. Intensité incohérente en fonction de l'angle d'observation en polarisation horizontale (a) et en polarisation verticale (b) pour $\theta_0 = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ et $60^\circ$ et une fonction d'autocorrélation Gaussienne dans le cas de trois interfaces.....	37
Figure II.4. Intensité incohérente en fonction de l'angle d'observation en polarisation horizontale (a) et en polarisation verticale (b) pour $\theta_0 = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ et $60^\circ$ et une fonction d'autocorrélation exponentielle dans le cas de doubles interfaces.....	38
Figure II.5. Intensité incohérente en fonction de l'angle d'observation en polarisation horizontale (a) et en polarisation verticale (b) pour $\theta_0 = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ et $60^\circ$ et une fonction d'autocorrélation exponentielle dans le cas de trois interfaces.....	39
Figure II.6. Intensité incohérente rétrodiffusée en fonction de la fréquence en polarisation horizontale (a) et en polarisation verticale (b) à différentes valeurs d'angle incident dans le cas de trois interfaces. ....	40
Figure II.7. Intensité incohérente rétrodiffusée en fonction de l'angle d'incidence en polarisation horizontale (a) et en polarisation verticale (b) à différentes fréquences entre 1 et 2 GHz dans le cas de trois interfaces. ....	41
Figure IV.1. Température et fonction coût pour une simulation en fonction de l'itération .....	67
Figure IV.2. Erreurs relatives (en pour cent) commises sur les paramètres électriques et l'épaisseur de la couche de neige – Cas isotrope.....	68
Figure IV.3. Erreurs relatives (en pour cent) commises sur les paramètres de rugosité – Cas isotrope. ....	69
Figure IV.4. Rapports écart type / valeurs réelles pour les paramètres électriques et l'épaisseur de la couche de neige – Cas anisotrope.....	70
Figure IV.5. Rapports écart type / valeurs réelles pour les paramètres géométriques des deux interfaces – Cas isotrope.....	70
Figure IV.6. Erreurs relatives (en pour cent) commises sur les paramètres électriques et l'épaisseur de la couche de neige – Cas anisotrope.....	72
Figure IV.7. Erreurs relatives (en pour cent) commises sur les paramètres géométriques des deux interfaces – Cas anisotrope.....	72
Figure IV.8. Rapports écart type / valeurs réelles pour les paramètres électriques et l'épaisseur de la couche de neige – Cas anisotrope.....	73
Figure IV.9. Rapports écart type / valeurs réelles pour les paramètres géométriques des deux interfaces – Cas anisotrope.....	73

*Figure IV.10. Epaisseur de la couche de neige estimée à partir d'un jeu d'intensités bruitées en fonction de l'épaisseur réelle pour la configuration C5 et une fonction d'autocorrélation Gaussienne – Cas anisotrope..... 74*

*Figure IV.11. Epaisseur de la couche de neige estimée à partir d'un jeu d'intensités bruitées en fonction de l'épaisseur réelle pour la configuration C6 et une fonction d'autocorrélation exponentielle – Cas anisotrope. . 75*

## *Liste des tableaux*

<i>Tableau IV-1- Valeurs réelle des paramètres électriques et géométriques, bornes inférieure et supérieure du vecteur de paramètre pour la configuration isotropes. Les paramètres géométriques sont exprimés en cm.....</i>	<i>56</i>
<i>Tableau IV-2- Résultat de l'inversion pour deux paramètres dans le cas de simple interface. ....</i>	<i>57</i>
<i>Tableau IV-3- Résultat de l'inversion pour cinq variables dans le cas de double interface avec la première est rugueuse. ....</i>	<i>58</i>
<i>Tableau IV-4- Résultat de l'inversion pour cinq variables dans le cas de double interface non corrélées et ayant la même la fonction d'autocorrélation.....</i>	<i>58</i>
<i>Tableau IV-5- Résultat de l'inversion pour cinq variables dans le cas de double interface parallèles. ....</i>	<i>59</i>
<i>Tableau IV-6- Résultat de l'inversion pour huit variables dans le cas de trois interfaces avec la première est rugueuse. ....</i>	<i>59</i>
<i>Tableau IV-7- Résultat de l'inversion pour huit variables dans le cas de trois interfaces non corrélées et ayant la même la fonction d'autocorrélation.....</i>	<i>60</i>
<i>Tableau IV-8- Résultat de l'inversion pour huit variables dans le cas de trois interfaces parallèles.....</i>	<i>60</i>
<i>Tableau IV-9- Résultat de l'inversion pour quatre paramètres dans le cas d'une simple interface isotrope.....</i>	<i>61</i>
<i>Tableau IV-10- Résultat de l'inversion pour neuf variables dans le cas de deux interfaces rugueuses. ....</i>	<i>61</i>
<i>Tableau IV-11- Résultat de l'inversion pour quatorze variables dans le cas de trois interfaces rugueuses. ....</i>	<i>62</i>
<i>Tableau IV-12- Résultat de l'inversion pour neuf variables dans le cas de deux interfaces rugueuses. ....</i>	<i>63</i>
<i>Tableau IV-13- Les valeurs réelle des paramètres électriques et géométriques, bornes inférieure et supérieure du vecteur de paramètres pour les configurations isotropes. Les paramètres géométriques sont exprimés en cm. ..</i>	<i>66</i>
<i>Tableau IV-14- Les valeurs réelles des paramètres électriques et géométriques, bornes inférieure et supérieure du vecteur de paramètres pour les configurations anisotropes. Les paramètres géométriques sont exprimés en cm. ....</i>	<i>66</i>

# *Table des matières*

المخلص.....	I
<b>Résumé.....</b>	<b>II</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>III</b>
Remerciements... ..	IV
Dédicaces.....	V
Liste des figures.. ..	VI
Liste des tableaux .....	VIII
Table des matières.....	IX
<b>Introduction générale.....</b>	<b>1</b>
<b>ChapitreI. Équations de Maxwell et propagation des ondes électromagnétiques.....</b>	<b>4</b>
I.1 Introduction .....	5
I.2 Ondes électromagnétiques .....	5
I.2.1 Définition .....	5
I.2.2 Les équations de Maxwell.....	5
I.2.3 Les relations de constitutions .....	6
I.2.4 Les conductions aux limites .....	7
I.2.5 Les équations de propagation.....	8
I.2.6 La polarisation .....	9
I.3 Réflexion et réfraction des ondes électromagnétiques et coefficients de Fresnel .....	10
I.4 Conclusion.....	12
<b>ChapitreII. Champs diffractés par une structure multicouche bidimensionnelle rugueuse aléatoirement.....</b>	<b>15</b>
II.1 Introduction .....	14
II.2 Formulation du problème .....	15
II.2.1 Description de la structure .....	15
II.3 Développement de Rayleigh et les expressions des champs diffractés .....	16
II.3.1 Développement de Rayleigh .....	16
II.3.2 Les expressions des champs diffractés .....	17
II.3.3 Conditions aux limites .....	20
II.4 Méthode de résolution (SPM).....	22
II.4.1 Historique .....	22
II.4.2 Principe générale.....	22
II.4.3 Résolution à l'ordre zéro (cas non rugueux) .....	22
II.4.4 Résolution à l'ordre un (cas rugueux) .....	24
II.5 Résolution par la méthode de faible pente (SSA) .....	28
II.5.1 Historique .....	28

II.5.2	Les amplitudes diffractées et l'intensité incohérente.....	28
II.6	Cas particuliers étudiés dans le problème inverse.....	29
II.6.1	Cas d'un système de deux couches ( $N = 2$ ).....	29
II.6.2	Cas d'un système de trois couches ( $N = 3$ ).....	30
II.6.3	Cas d'un système de quatre couches ( $N = 4$ ).....	31
II.7	Application numérique.....	34
II.7.1	Intensité incohérente sous un angle d'observation quelconque.....	35
II.7.2	Intensité incohérente en rétrodiffusion.....	39
II.8	Conclusion.....	42
<b>Chapitre III. Caractérisation de surfaces rugueuses à l'aide de la méthode des petites perturbations et le modèle des faibles pentes. ....</b>		<b>43</b>
III.1	Introduction.....	44
III.2	Modèle proposé.....	44
III.2.1	Cas d'une seule interface rugueuse (la première par exemple).....	44
III.2.2	Dans le cas de plusieurs interfaces rugueuses.....	45
III.3	Les méthodes d'optimisations.....	46
III.3.1	Les méthodes exactes.....	47
III.3.2	Les algorithmes d'optimisation stochastique.....	47
III.3.3	Méthode du recuit simulé (Simulated Annealing SA).....	48
III.3.4	Méthode d'optimisation par essaims particulaires (Partial Swarm Optimisation PSO) .....	50
III.3.5	Influence du bruit de mesure.....	52
III.4	Conclusion.....	52
<b>Chapitre IV. Inversion des paramètres électriques et géométriques d'un milieu stratifié à interfaces rugueuses. ....</b>		<b>54</b>
IV.1	Caractérisation des paramètres électriques et géométriques.....	55
IV.1.1	Introduction.....	55
IV.1.2	Paramètres d'inversion.....	55
IV.1.3	Résultats d'inversion.....	57
IV.1.4	Conclusion.....	63
IV.2	Influence du bruit sur la caractérisation des paramètres électriques et géométriques.....	63
IV.2.1	Introduction.....	63
IV.2.2	Paramètres d'inversion.....	64
IV.2.3	Résultats d'inversion.....	65
IV.2.4	Conclusion.....	75
<b>Conclusion Générale.....</b>		<b>77</b>
<b>Références bibliographiques.....</b>		<b>79</b>
<b>Annexe A.....</b>		<b>84</b>
<b>Annexe B.....</b>		<b>85</b>

## ***Introduction générale***

L'étude de la diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses a commencé depuis plus d'un siècle. Les recherches théoriques dans ce domaine se poursuivent activement de nos jours, car de multiples applications existent en télédétection, en télécommunication, en optique et en imagerie médicale. Toutes ces applications bénéficient largement de la disponibilité de méthodes de diffusion abordables, capables d'évaluer efficacement l'interaction du champ électromagnétique avec des structures naturelles. Dans le cas de la télédétection hyperfréquence active, un des objectifs est l'analyse de l'écho radar recueilli après son interaction avec la surface de la terre. À partir de cette signature radar, nous cherchons à obtenir des renseignements sur les paramètres électriques et géométriques de la scène observée.

La modélisation électromagnétique est indispensable pour établir le lien entre les paramètres caractéristiques de la surface (écart-type des hauteurs, longueurs de corrélation et permittivités relatives) et l'intensité diffractée (quantité de la puissance électromagnétique renvoyée dans une direction donnée divisée par la puissance incidente. Plus précisément, c'est la moyenne statistique de l'intensité. On parle d'intensité incohérente). Le modèle des faibles pentes (modèle SSA en anglais, Small Slope Approximation) est très utilisé pour l'estimation de la réponse radar des surfaces océaniques [1]-[2]. Ce modèle a un domaine d'application qui contient celui de la méthode des petites perturbations (SPM en anglais, Small Perturbation Method), valide pour des rugosités faibles devant la longueur d'onde incidente [3], et celui de la méthode de Kirchhoff [4], valide pour des surfaces ayant des rayons de courbure grands devant la longueur d'onde. Malgré cette riche avancée de la recherche, l'analyse des champs diffractés et la modélisation de la diffraction par des surfaces déformées aléatoirement reste néanmoins un sujet discutable.

L'objet de notre thèse est d'analyser le signal diffracté par la surface rugueuse à l'aide de la méthode des petites perturbations et de la méthode des faibles pentes et d'exploiter le signal diffracté pour remonter aux caractéristiques de la surface. Notre travail porte sur l'étude du phénomène de diffraction d'une onde plane monochromatique par une structure naturelle. Cette structure est un empilement des interfaces rugueuses aléatoirement. Chaque interface sépare deux milieux d'indices optiques différents et elle est caractérisée par une fonction statistique bien définie. Le problème direct consiste à estimer à l'aide d'un code électromagnétique la signature électromagnétique de la surface à une fréquence donnée connaissant les propriétés géométriques et électriques de la structure à interfaces rugueuses. Le problème inverse est d'estimer les paramètres des propriétés géométriques et électriques de la structure à interfaces rugueuses à partir d'une minimisation entre le signal mesuré et le signal simulé sur une gamme de fréquences et/ou un domaine angulaire à différentes polarisations.

Les problèmes inverses en électromagnétisme sont utilisés dans de nombreux domaines de recherche scientifique, technique, militaire et médicale. Ils conduisent à une estimation des propriétés électriques et géométriques des structures naturelles. Alors les problèmes inverses sont essentiellement de nature diagnostique. Les constantes diélectriques complexes (la permittivité relative), les épaisseurs des couches et les propriétés statistiques des interfaces sont les inconnues du problème de diffusion inverse. Le problème inverse impose de définir et de tester plusieurs fonctions coûts et techniques de minimisation [5]. Les résolutions du problème inverse représentent, la récupération des paramètres des surfaces rugueuses à partir de données rétrodiffusées. Nous trouvons que les anciennes approches, les modèles théoriques [6] ainsi que de modèles empiriques (ou semi-empiriques) peuvent réaliser cette récupération [7]-[9], mais il est possible aussi de résoudre ce problème à l'aide d'algorithmes qui sont appelés les algorithmes d'optimisations.

Dans notre travail, nous utilisons deux approches de minimisation conventionnelles qui sont appliquées pour trouver la plus petite valeur possible de la fonction coût. L'optimisation des essaims de particules (PSO en anglais, Partical Swarm Optimization) [10], est une méthode métaheuristique catégorisé sur les méthodes évolutionnistes. Ce type de méthodes fait un vacarme dans les domaines de la résolution de problèmes complexes après leur apparence. La méthode de recuit simulé (SA en anglais, Simulated Annealing), elle adopte une procédure itérative en fonction du paramètre de température variable qui imite la transaction de recuit du travail des métaux [11]-[13].

Ce manuscrit est composé de quatre chapitres. Le premier chapitre constitue une vision générale sur différentes notions fondamentales de l'électromagnétisme. Nous écrivons les équations de Maxwell, les relations constitutives, ainsi que les relations de continuité, en régime harmonique [14]-[15].

Dans le deuxième chapitre, nous présentons une description de la structure que nous étudions. Nous donnons les propriétés statistiques de la structure en couches bidimensionnelle et définissons les spectres d'interfaces pour la fonction de corrélation gaussienne et bi-exponentielle, isotrope ou anisotrope [16]. Puis, nous introduisons les intégrales de Rayleigh [17] et nous écrivons les expressions asymptotiques des champs diffusés. Nous déterminons les expressions des intensités incohérentes co-polarisées dans le cadre de la méthode SPM et de la méthode SSA [18]. En fin de ce chapitre, nous montrons l'effet de l'angle incident et la fréquence sur les amplitudes du signal détecté.

Dans le troisième chapitre, nous présentons le rapport des intensités et le rapport de l'indice des couches de surfaces rugueuses [19] en polarisations directes dans une direction d'observation donnée. Puis, nous donnons les expressions des fonctions coût utilisées. Nous présentons une brève étude théorique sur les méthodes d'optimisations et les deux méthodes que nous utilisons, la méthode de recuit simulé (SA) est la méthode des essaims de particulaires (PSO). En fin de ce chapitre, nous modélisons le bruit qui représente l'erreur de mesure pour étudier la sensibilité de l'approche d'optimisation.

Le chapitre quatre présente le problème inverse qui peut être considéré comme un problème d'estimation de paramètre non linéaire. Ce chapitre est divisé en deux parties. Dans la première partie, à titre de comparaison, nous appliquons deux schémas d'optimisations appelés recuit simulé (SA) et l'essaim de particules (PSO) pour résoudre notre problème. Le but de cette partie est d'étudier les performances de ces deux méthodes en inversion associée à des structures en couches avec deux fonctions coût. La deuxième partie est consacrée à récupérer les paramètres électriques et géométriques d'un milieu stratifié avec deux interfaces rugueuses. Nous utilisons l'algorithme de recuit simulé SA et nous étudions la sensibilité de l'approche d'optimisation au bruit des données. Nous considérons des configurations de radar bi-statique mono-fréquence. Les données synthétiques sont les intensités incohérentes co-polarisées obtenues à partir de l'approximation des petites pentes (SSA) du premier ordre. La fonction coût consiste en l'écart au carré intégré entre les intensités incohérentes obtenues à partir de la méthode SSA et celles obtenues à partir de la méthode SPM. Le schéma d'inversion est appliqué aux paramètres électriques et géométriques impliqués dans les expressions analytiques des intensités incohérentes co-polarisées données par la méthode SPM. Nous étudions l'influence de la forme de la fonction d'autocorrélation bi-exponentielle ou gaussienne sur l'estimation des paramètres. Nous considérons également des fonctions de corrélation anisotropes et définissons des configurations afin d'obtenir une estimation satisfaisante de toutes les longueurs de corrélations [21]. L'étude est appliquée aux sols enneigés en bande L [22]-[23].

Enfin, nous présentons dans la conclusion le travail effectué pendant les quatre années de recherche. Nous discutons les résultats obtenus lors de l'étude de la diffraction par des structures multicouches rugueuses aléatoirement. On présente un aperçu de tous les résultats exposés au niveau des chapitres, on montre l'efficacité et la validité des modèles proposés dans le cas de la structure à double interface.

# **Chapitre I. Équations de Maxwell et propagation des ondes électromagnétiques.**

I.1 Introduction

I.2 Ondes électromagnétiques

I.3 Phénomène de diffraction et coefficients de Fresnel

I.4 Conclusion

## I.1 Introduction

Dans ces dernières années, nombreux progrès de la théorie électromagnétique ont été effectués en réponse à de nouvelles applications à micro-ondes, à l'optique et à l'acoustique. En 1865 le physicien James Clark Maxwell propose un système de quatre équations différentielles qui unifient les phénomènes de l'électricité et du magnétisme [15]. Ces équations sont les équations fondamentales d'électromagnétisme, parce que tout l'électromagnétisme est contenu dans ces équations.

Dans ce premier chapitre nous rappelons les différentes notions fondamentales de l'électromagnétisme. Nous écrivons les équations de Maxwell, les relations de constitutions, ainsi que les relations de continuités. A la fin de ce chapitre nous donnons le comportement de la propagation des ondes électromagnétiques dans le vide et dans un milieu diélectrique qui permettra de comprendre les phénomènes de réflexion et de diffraction.

## I.2 Ondes électromagnétiques

### I.2.1 Définition

Une onde électromagnétique est une onde ayant un champ électrique  $\mathbf{E}$  et un champ magnétique  $\mathbf{H}$ , qui sont dirigés perpendiculaires entre eux et perpendiculaires à la direction de la propagation de l'onde, pour cette raison ils sont dits transversales. Et d'après Maxwell, ces champs sont déterminés, dans le cas général, à partir des densités de charge et de courant, par quatre équations fondamentales, qui sont valables en tout point de l'espace et quel que soit le milieu. Dans cette section, on s'intéresse à la présentation des équations de Maxwell sous leur forme différentielle.

### I.2.2 Les équations de Maxwell

D'après Maxwell, nous pouvons déterminer les champs de l'onde électromagnétique, dans le cas général, à partir des densités de charge  $\rho$  et de courant  $\mathbf{J}$ , par quatre équations fondamentales, qui sont valables en tout point de l'espace et quel que soit le milieu.

En régime temporel, les équations de Maxwell, dans un milieu diélectrique quelconque, sont données par [15], [24] :

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad (\text{I.1})$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{I.2})$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho \quad (\text{I.3})$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{I.4})$$

L'équation (I.1) est appelée l'équation du flux magnétique, cette loi exprime l'absence de charge ou monopole magnétique, cela permet de montrer que le flux magnétique à travers n'importe quelle surface de Gauss est nul. La deuxième équation (I.2) est nommée Maxwell-Faraday, cette équation exprime la relation entre le champ électrique et le flux magnétique en fonction du temps. L'équation (I.3) est l'équation Maxwell-Gauss, elle présente la loi de Gauss en électrostatique qui décrit la relation entre le champ électrique d'une surface fermée et la charge électrique existante dans cette surface. La quatrième équation (I.4) est l'équation de Maxwell-Ampère qui montre que le champ magnétique peut être généré par des courants électriques.

Avec :

**E** : Champ électrique (volts/m).

**B** : Densité du flux magnétique (Tesla).

**D** : Densité de déplacement (Ampères/m).

**J** : Densité de courant électrique (Ampères/m<sup>2</sup>).

$\rho$  : Densité de charge électrique (Coulombs/m<sup>3</sup>).

Dans les coordonnées cartésiennes l'opérateur *div* est remplacé par  $\nabla$  et l'opérateur **rot** remplace par  $\nabla \wedge$  (avec  $\nabla$  opérateur Nabla). Ces quatre équations fondamentales sont valables en tout point de l'espace et quel que soit le milieu.

### I.2.3 Les relations de constitutions

Afin de déterminer les composantes des vecteurs **E**, **H**, **D** et **B**, il est nécessaire d'utiliser en plus des équations de Maxwell, les équations de constitutions. Pour un milieu LHI (Linéaire, homogène, isotrope) avec la linéarité caractérise le fait que les quantités  $\varepsilon$  et  $\mu$  sont indépendantes de l'intensité de **E** et **H**, l'homogénéité que  $\varepsilon$  et  $\mu$  ne dépendent pas du point spatial considéré et l'isotropie que  $\varepsilon$ ,  $\mu$  et  $\sigma$  sont scalaires, les grandeurs **D**, **B** et **J** sont liés à **E** et **H** par les relations de constitutions suivantes [15]:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} \quad (\text{I.5})$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad (\text{I.6})$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (\text{I.7})$$

Où  $\sigma$ ,  $\varepsilon$  et  $\mu$  sont respectivement la conductivité, la permittivité électrique et perméabilité magnétique. Avec  $\varepsilon_0$  et  $\mu_0$  sont, la permittivité électrique et perméabilité magnétique dans le vide :

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi \times 10^9} \text{ F / m } , \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H / m } .$$

### I.2.4 Les conductions aux limites

Les problèmes électromagnétiques sont basés sur les équations de Maxwell. Ces équations sont applicables pour les milieux continus, au-delà nous ne pouvons pas utiliser ces équations pour les milieux finis. Il faudra associer aux équations de Maxwell les conditions que doivent vérifier les champs électromagnétiques aux frontières entre les différents milieux, possédant des caractéristiques diélectriques différentes.

Considérons une surface qui sépare deux milieux différents, notons 1 et 2 deux milieux homogènes et isotropes, présentée dans la figure I.1. Pour pouvoir décrire le passage du rayonnement du milieu 1 au milieu 2, on définit les conditions aux limites imposées au champ électrique et magnétique par la continuité des composantes normales et tangentielles [15], [24].

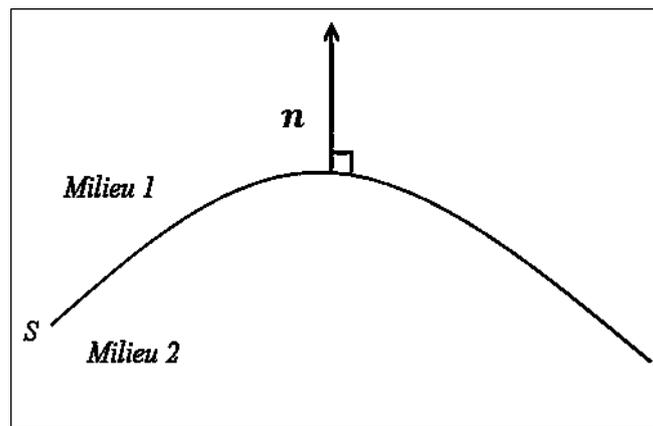


Figure I.1. Schéma simplifié d'une surface séparant deux milieux différents.

- **La continuité des composantes normales**

Cette dernière est définie à partir du déplacement électrique  $\mathbf{D}$  et la densité de flux magnétique  $\mathbf{B}$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = 0 \quad (\text{I.8})$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0 \quad (\text{I.9})$$

- **La continuité des composantes tangentielles**

Cette condition est écrite selon le champ électrique  $\mathbf{E}$  et le champ magnétique  $\mathbf{H}$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = \mathbf{0} \quad (\text{I.10})$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = \mathbf{0} \quad (\text{I.11})$$

La normale  $\mathbf{n}$  est la direction perpendiculaire à la surface de séparation, on note que pour une surface non plane la normale dépend du point considéré.

### I.2.5 Les équations de propagation

Afin de présenter les équations de propagation, nous introduisons les deux équations de Maxwell (I.2) et (I.4), et les deux relations de constitutions (I.5) et (I.6). En appliquant l'opérateur **rot**, et en utilisant la propriété suivante [15], [24] :

$$\mathbf{rot}(\mathbf{rot} \mathbf{V}) = \mathbf{grad}(\mathit{div} \mathbf{V}) - \Delta \mathbf{V} \quad (\text{I.12})$$

Où  $\Delta$  représente le Laplacien.

Les équations de propagation de  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  s'écrivent sous les formes suivantes :

$$\mathbf{grad}(\mathit{div} \mathbf{E}) - \Delta \mathbf{E} + \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mathbf{0} \quad (\text{I.13})$$

$$\mathbf{grad}(\mathit{div} \mathbf{H}) - \Delta \mathbf{H} + \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = \mathbf{0} \quad (\text{I.14})$$

Si le milieu de propagation ne contient ni courants ni charges électriques libres ( $\rho_s = 0$  et  $\mathbf{J}_s = \mathbf{0}$ ). Les équations de propagation sont écrites par :

$$\Delta \mathbf{E} - \varepsilon\mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mathbf{0} \quad (\text{I.15})$$

$$\Delta \mathbf{H} - \varepsilon\mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = \mathbf{0} \quad (\text{I.16})$$

Les équations (I.15) et (I.16) portent le nom équations de Helmholtz. En régime harmonique, elles acceptent une solution particulière donnée sous la forme :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{j(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})} \quad (\text{I.17})$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{j(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})} \quad (\text{I.18})$$

Cette solution est l'onde plane progressive qui présente l'onde la plus simple à manipuler dans la physique.  $\mathbf{r}$  est le vecteur représentant les coordonnées d'un point de l'espace et  $\mathbf{E}_0$  et  $\mathbf{H}_0$  définissent les amplitudes complexes initiales sont indépendants de  $\mathbf{r}$ . Le vecteur  $\mathbf{k}$  est le vecteur d'onde dans le milieu de propagation. Nous montrons facilement qu'en régime harmonique les deux dernières équations de Helmholtz (I.15) et (I.16) imposent la valeur du carré scalaire du vecteur  $\mathbf{k}$  :

$$k^2 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \omega^2 \quad (\text{I.19})$$

Finalement, les équations de Helmholtz (I.15) et (I.16) peuvent donc s'écrire sous la forme scalaire :

$$\Delta \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = \mathbf{0} \quad (\text{I.20})$$

$$\Delta \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = \mathbf{0} \quad (\text{I.21})$$

Dans le cas général,  $\varepsilon_r$  est complexe :  $\varepsilon_r = \varepsilon_r' - j\varepsilon_r''$ . Si le milieu est transparent ou diélectrique sans perte,  $\varepsilon_r$  et  $k$  sont réels. Le nombre d'ondes  $k$  s'exprime dans le vide par :

$$k = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = \omega/c = 2\pi/\lambda \quad (\text{I.22})$$

Les champs, électrique et magnétique, sont reliés par l'impédance du milieu notée  $Z$ , qui est donnée par :

$$Z = \|\mathbf{E}\|/\|\mathbf{H}\| = \sqrt{\mu/\varepsilon} \quad (\text{I.23})$$

On note que l'impédance dans le vide est  $Z = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 120\pi$  ohms.

### I.2.6 La polarisation

La polarisation est une propriété de l'onde électromagnétique qui décrit l'orientation du champ électrique  $\mathbf{E}$  dans la direction perpendiculaire à la direction de propagation. Si le champ électrique  $\mathbf{E}$  de l'onde est perpendiculaire au plan incident (Figure I.2 (a)), on dit que l'onde a une polarisation transversale électrique (TE) appelée aussi polarisation horizontale ( $h$ ) et notée généralement par  $E_{\perp}$ . Si le champ électrique  $\mathbf{E}$  est parallèle au plan incident (Figure I.2 (b)), on dit que l'onde a une polarisation transversale magnétique ou verticale (TM ou  $v$ ), elle notée  $H_{\parallel}$  [15].

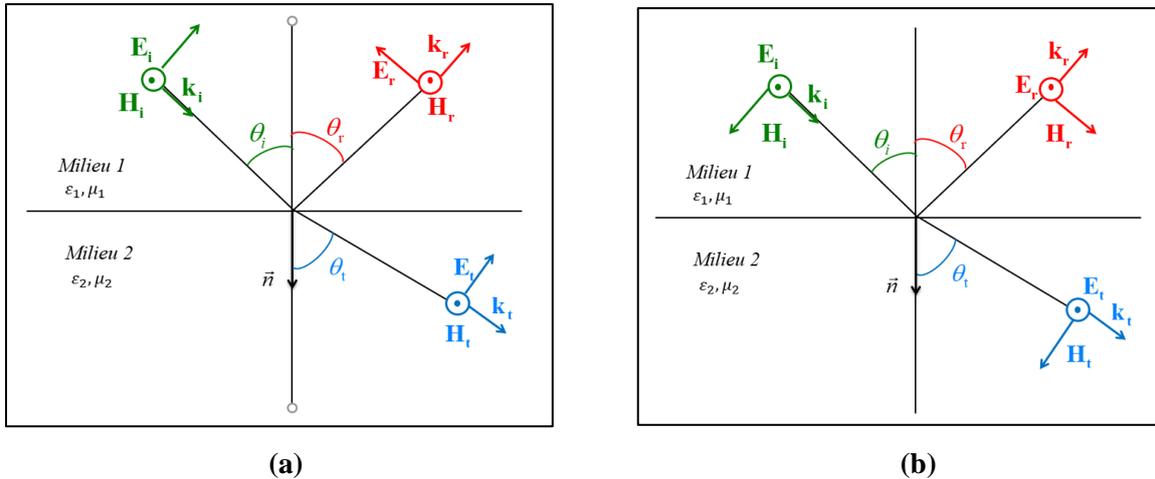


Figure I.2. Schéma représentant la polarisation du champ électrique. (a) polarisation horizontale, (b) polarisation verticale.

Avec :

- $\mathbf{E}_i$ ,  $\mathbf{E}_r$  et  $\mathbf{E}_t$  respectivement le champ électrique incident, réfléchi et transmis.
- $\mathbf{H}_i$ ,  $\mathbf{H}_r$  et  $\mathbf{H}_t$  respectivement le champ magnétique incident, réfléchi et transmis.
- $\mathbf{k}_i$ ,  $\mathbf{k}_r$  et  $\mathbf{k}_t$  respectivement le vecteur d'onde incidente, réfléchi et transmise.
- $\theta_i$ ,  $\theta_r$  et  $\theta_t$  respectivement l'angle d'incidence, réfléchi et transmis.
- $\varepsilon$  la constante diélectrique (ou permittivité diélectrique) du milieu,  $\mu$  la perméabilité diélectrique du milieu.

Comme le plan incident est une surface à géométrie plane, alors l'onde incidente, au contact de la surface donne naissance à une onde réfléchie dans le milieu 1 et une onde transmise vers le milieu 2. Ces ondes réfléchi et transmise auront la même polarisation que l'onde incidente. Mais dans le cas de surface rugueuse, les ondes réfléchi et transmise ont deux composantes : une composante similaire à la polarisation du champ incident, elle est appelée polarisation directe et l'autre orthogonale appelée, polarisation croisée [25].

### I.3 Réflexion et réfraction des ondes électromagnétiques et coefficients de Fresnel

Nous considérons une onde plane qui se propage dans l'espace et en collision avec une surface parfaitement plane sépare deux milieux caractérisés par les permittivités relatives  $\varepsilon_{r1}$  et  $\varepsilon_{r2}$  respectivement, avec un angle incident  $\theta_i$ . Elle donne naissance à deux ondes, une onde réfléchi vers le milieu 1 selon un angle  $\theta_r$ , et une onde transmise selon l'angle  $\theta_t$  vers le milieu 2. Cette réflexion est dite spéculaire. La condition à la limite qui impose la continuité des composantes tangentielles obéit les ondes pour suivre les lois de Snell-Descart qui donne la relation suivante :

$$n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_t) \quad (I.24)$$

Où  $n_1 = \sqrt{\varepsilon_{r1}\mu_{r1}}$  et  $n_2 = \sqrt{\varepsilon_{r2}\mu_{r2}}$  sont les indices optiques du milieu 1 et 2.

Dans le cas où les milieux 1 et 2 sont diélectriques  $\mu_{r1,2} = 1$ , on aura  $n_{1,2} = \sqrt{\varepsilon_{r1,2}}$ . Nous supposons que le milieu 1 présente l'air ( $\varepsilon_{r1} = 1$ ) et on calcule les coefficients de Fresnel. Ces coefficients interviennent dans la description du phénomène de réflexion et réfraction d'onde électromagnétique. Les coefficients de réflexion  $R$  et de transmission  $T$  dépendent de la polarisation de l'onde incidente. Ils sont donnés par [26] :

En polarisation électrique  $E_{\parallel}$  :

$$R_{E//} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1} \cos \theta_0 - \sqrt{\varepsilon_2} \cos \theta_t}{\sqrt{\varepsilon_1} \cos \theta_0 + \sqrt{\varepsilon_2} \cos \theta_t} \quad (I.25)$$

$$T_{E//} = \frac{2\sqrt{\varepsilon_1} \cos \theta_0}{\sqrt{\varepsilon_1} \cos \theta_0 + \sqrt{\varepsilon_2} \cos \theta_t} \quad (I.26)$$

Et en polarisation magnétique  $H_{//}$  :

$$R_{H//} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1} \cos \theta_t - \sqrt{\varepsilon_2} \cos \theta_0}{\sqrt{\varepsilon_1} \cos \theta_t + \sqrt{\varepsilon_2} \cos \theta_0} \quad (I.27)$$

$$T_{H//} = \frac{2\sqrt{\varepsilon_1} \cos \theta_0}{\sqrt{\varepsilon_1} \cos \theta_t + \sqrt{\varepsilon_2} \cos \theta_0} \quad (I.28)$$

Dans le cas de  $\theta_0 = 0$  (le vecteur d'onde incidente est parallèle à la normale de la surface), les coefficients de réflexion et de transmission ne dépendent pas de la polarisation de l'onde incidente. Ils sont donnés par [26] :

$$R = \frac{\sqrt{\varepsilon_1} - \sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1} + \sqrt{\varepsilon_2}} \quad (I.29)$$

$$T = \frac{2\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_1} + \sqrt{\varepsilon_2}} \quad (I.30)$$

Le phénomène de la diffraction d'une onde électromagnétique par une surface dépend de la géométrie de celle-ci. Les réponses d'une surface plane et d'une surface rugueuse à une excitation électromagnétique sont totalement différentes. Comme nous l'avons dit dans le premier cas, la totalité de l'énergie incidente sera réfléchié suivant la direction spéculaire, alors que la présence des rugosités, dans le deuxième cas, introduit de nouvelles directions de diffraction. L'énergie diffusée dans ce cas est composée de deux parties, une partie cohérente qui représente la partie diffusée dans la région proche de la direction spéculaire et qui résulte d'une réflexion simple de l'onde sur la surface, et une partie incohérente qui correspond à l'énergie diffusée dans toutes les autres directions. Les surfaces rugueuses sont généralement décrites par ses propriétés diélectriques, et par la géométrie de celle-ci.

Afin de définir la rugosité d'une surface rugueuse, nous utilisons la description statistique de cette surface, on définit une fonction d'autocorrélation des hauteurs, un écart type des hauteurs et une longueur de corrélation. Cette description statistique est d'un intérêt fondamental dans la modélisation du phénomène de diffraction par les surfaces rugueuses.

## **I.4 Conclusion**

Dans ce premier chapitre, nous avons donné une vision générale sur les différentes notions fondamentales de l'électromagnétisme nécessaire à notre problème. Nous avons commencé par une brève présentation de l'onde électromagnétique, les équations de Maxwell et les équations de propagation. Nous avons aussi présenté le problème de l'interaction d'une onde électromagnétique avec une surface parfaitement plane et les coefficients de Fresnel.

## **Chapitre II. Champs diffractés par une structure multicouches bidimensionnelle rugueuse aléatoirement**

- II.1 Introduction
- II.2 Formulation du problème
- II.3 Développement de Rayleigh
- II.4 La résolution par la méthode des petites perturbations (SPM)
- II.5 La résolution par le modèle des faibles pentes (SSA)
- II.6 Cas particuliers étudiés dans le problème inverse
- II.7 Applications numériques
- II.8 Conclusion

## II.1 Introduction

L'analyse du champ électromagnétique diffracté par une surface rugueuse (type sol nu) éclairée par une onde radar est d'une grande complexité car ce champ dépend de la loi d'éclairement et de la polarisation de l'onde incidente (orientation du vecteur électrique incident par rapport au plan moyen de la surface) mais aussi de la géométrie de la surface (écart-type des hauteurs, longueurs de corrélation) et de sa permittivité (étroitement liée à l'humidité pour les sols agricoles).

La modélisation de ces champs diffractés a été étendue pour relier les champs électromagnétiques et leurs caractéristiques avec les paramètres physiques et géométriques de la surface du sol. On distingue en général quatre classes de modèles : les modèles empiriques, semi empiriques et les modèles théoriques analytiques et les modèles numériques.

Les modèles empiriques et semi empiriques sont fondés et calés sur les données réelles [7]-[9]. Les modèles théoriques analytiques (les méthodes approchées) sont fondés sur des hypothèses simplificatrices, ils dépendent de la rugosité de surface qui limite la possibilité d'application. Ces modèles sont appliqués quand la longueur d'onde est faible devant la hauteur de rugosité des interfaces. Nous citons la méthode des petites perturbations (SPM, Small Perturbation Method) qui est valable pour des surfaces très faiblement rugueuses [3], la méthode de Kirchhoff qui valide pour des surfaces ayant des rayons de courbure grands devant la longueur d'onde [4], l'approximation de faible pente (SSA, Small Slope Approximation) [1]-[2] et la méthode d'optique géométrique GO [4]. Ces méthodes ont des inconvénients ce qui concerne le temps de calcul, l'espace de stockage mémoire, leurs domaines de validité restent limités et elles manquent de précision. Les modèles numériques (les méthodes exactes) sont basés sur la résolution des équations de Maxwell. Ils permettent de donner des calculs exacts des équations intégrales des champs décrivant la diffusion de surface. Par conséquent ils servent comme références pour qualifier les méthodes approchées et l'extension de leur domaine de validité. Le domaine d'application des modèles numériques est illimité car elles ne reposent sur aucune hypothèse physique simplificatrice. Leurs seules contraintes sont le temps de calcul est élevé et la place mémoire requise. Nous citons la Méthode des Moments (MoM) qui permet de modéliser des interactions sur des modèles de grande taille [27], la méthode C [28], la méthode des différences finies (FDTD) [29], et la méthode de Monte Carlo [30].

Ce chapitre porte sur l'étude de problème direct. L'objet est d'analyser le signal diffracté par une structure multicouche à interfaces rugueuses connaissant sa rugosité et ces paramètres électriques à l'aide de la méthode des petites perturbations et de la méthode des faibles pentes et d'exploiter le signal diffracté à une fréquence et à un angle d'incidence donnée. Nous commençons par poser une description de la géométrie de la structure. Ensuite nous écrivons les expressions des champs incidents, diffractés et transmis par le développement de Rayleigh.

## II.2 Formulation du problème

### II.2.1 Description de la structure

Nous commençons ce chapitre en décrivant la géométrie de la structure dans laquelle notre problème sera posé. La structure est un empilement de plusieurs interfaces rugueuses bidimensionnelles et non parallèles (Figure.II.1). Ces interfaces sont des plans aléatoirement déformés de dimensions  $L \times L$ . Chaque deux interfaces successives sont séparées par une couche d'épaisseur  $d_i = u_{i+1} - u_i$  avec  $u_1 = 0$ .

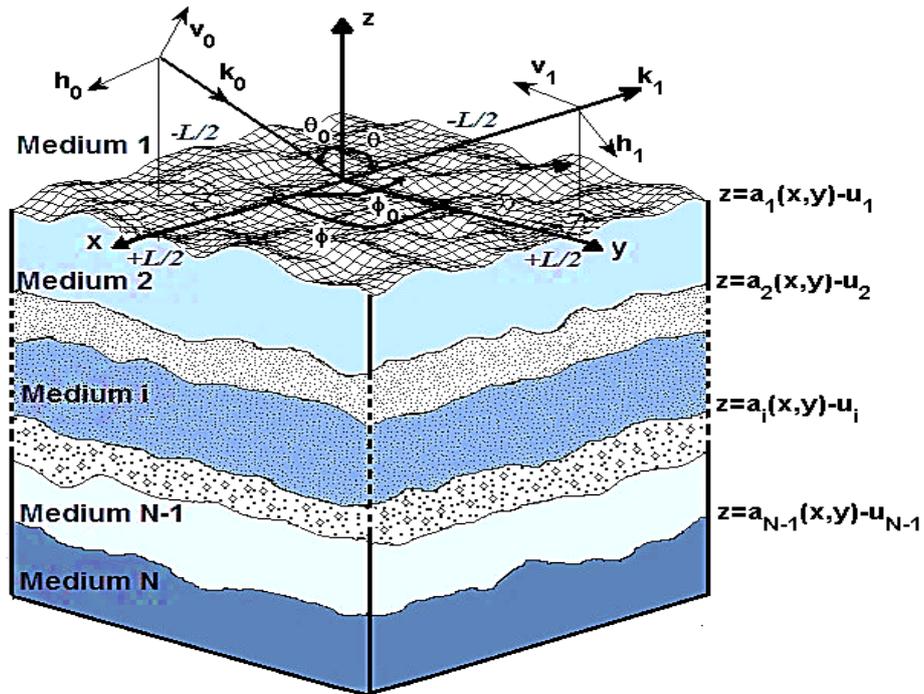


Figure II.1. Profil d'une structure multicouche bidimensionnelle rugueuse aléatoirement.

La fonction  $a_i(x, y)$  décrit l'interface  $i$  séparant les deux couches  $i$  et  $i+1$  qui est une réalisation de processus aléatoire Gaussien centré ( $\langle a_i(x, y) \rangle = 0, \forall x$ ) et supposés stationnaires à l'ordre 2. Par la suite, les crochets  $\langle \rangle$  désignent l'espérance mathématique. Les fonctions aléatoires  $a_i(x, y)$  peuvent être décrites à partir des relations de filtrage. Les interfaces peuvent être corrélées ou non corrélées, isotropes ou anisotropes [16].

Les fonctions d'autocorrélation  $R_{ii}(x, y)$  et d'intercorrélations  $R_{ij}(x, y)$  sont données par :

$$R_{ii}(x, y) = \sigma_i^2 \exp \left[ - \left( \sqrt{\frac{x^2}{l_{xi}^2} + \frac{y^2}{l_{yi}^2}} \right)^{2H} \right] \quad (\text{II.1})$$

$$R_{ij}(x, y) = q_{ij} \sigma_i \sigma_j 2 \sqrt{\frac{l_{xi} l_{xj} l_{yi} l_{yj}}{(l_{xi}^2 + l_{xj}^2)(l_{yi}^2 + l_{yj}^2)}} \exp \left[ - \left( \sqrt{\frac{2x^2}{l_{xi}^2 + l_{xj}^2} + \frac{2y^2}{l_{yi}^2 + l_{yj}^2}} \right)^{2H} \right] \quad (\text{II.2})$$

Pour l'interface  $i$ ,  $l_{xi}$  et  $l_{yi}$  représentent les longueurs de corrélation suivant  $x$  et  $y$  et déterminent l'anisotropie de la surface  $i$ . La surface est isotrope si  $l_{xi} = l_{yi}$  et anisotrope si  $l_{xi} \neq l_{yi}$ .  $\sigma_i$  la hauteur quadratique moyenne et  $H$  est le paramètre de Hurst avec  $H = 1$ , la fonction de corrélation est gaussienne,  $H = 1/2$  la fonction de corrélation est elliptique. Le coefficient  $q_{ij}$  entre l'interface  $i$  et  $j$  est un paramètre de mélange avec  $|q_{ij}| \leq 1$ . Si  $q_{ij} = 0$ , les deux interfaces ne sont pas corrélées, sinon, ils sont totalement ou partiellement corrélés.

Dans le cas gaussien les spectres associés aux deux interfaces sont eux-mêmes gaussiens avec :

$$\hat{R}_{ii}(\alpha, \beta) = \sigma_i^2 l_{xi} l_{yi} \pi \exp \left( -\alpha^2 \frac{l_{xi}^2}{4} - \beta^2 \frac{l_{yi}^2}{4} \right) \quad (\text{II.3})$$

$$\hat{R}_{ij}(\alpha, \beta) = q_{ij} \sigma_i \sigma_j \pi \sqrt{l_{xi} l_{xj} l_{yi} l_{yj}} \exp \left[ -\alpha^2 \frac{(l_{xi}^2 + l_{xj}^2)}{8} - \beta^2 \frac{(l_{yi}^2 + l_{yj}^2)}{8} \right] \quad (\text{II.4})$$

Dans le cas elliptique les spectres s'écrivent :

$$\hat{R}_{ii}(\alpha, \beta) = \frac{2\pi \sigma_i^2 l_{xi} l_{yi}}{(1 + \alpha^2 l_{xi}^2 + \beta^2 l_{yi}^2)^{3/2}} \quad (\text{II.5})$$

$$\hat{R}_{ij}(\alpha, \beta) = \frac{q_{ij} \sigma_i \sigma_j \pi 2 \sqrt{l_{xi} l_{xj} l_{yi} l_{yj}}}{\left[ 1 + \alpha^2 \frac{(l_{xi}^2 + l_{xj}^2)}{2} + \beta^2 \frac{(l_{yi}^2 + l_{yj}^2)}{2} \right]^{3/2}} \quad (\text{II.6})$$

Où  $\hat{R}_{ii}(\alpha, \beta)$  et  $\hat{R}_{ij}(\alpha, \beta)$  représentent respectivement les transformées de Fourier bidimensionnelles des fonctions  $R_{ii}(x, y)$  et  $R_{ij}(x, y)$ .

## II.3 Développement de Rayleigh et les expressions des champs diffractés

### II.3.1 Développement de Rayleigh

Rayleigh fut l'un des premiers à s'intéresser à l'étude de la diffusion par une surface rugueuse. Il a développé en 1877 un critère qui porte son nom pour caractériser le degré de rugosité d'une surface en fonction de sa géométrie, des caractéristiques de l'onde incidente  $\theta_0$  et de la longueur d'onde  $\lambda$

(Plus la longueur d'onde est grande plus la surface apparaît lisse). Le critère de Rayleigh s'écrit sous la forme donnée par [17] :

$$R_a < \frac{\pi}{4} \quad (\text{II.7})$$

Où  $R_a$  est appelé paramètre de Rayleigh, et qui est donné par :

$$R_a = k\sigma \cos(\theta_0) \quad (\text{II.8})$$

Où  $\sigma$  est la hauteur quadratique moyenne.

Les champs diffractés par une structure rugueuse se forment sous la forme de développement de Rayleigh, obtenu à partir de la transformée de Fourier de l'équation de Helmholtz, qui définit que l'onde diffractée est formée par une somme d'onde plane montante et descendante. Ce développement peut ainsi vérifier les conditions aux limites ce qui est suffisant pour résoudre le problème complètement. Il est aussi important de noter que le développement de Rayleigh reste valable à tout point de l'espace [31].

### II.3.2 Les expressions des champs diffractés

L'espace est rapporté à un trièdre orthonormé (Oxyz), muni d'une base orthonormée ( $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{z}$ ). La structure présentée dans la figure II.1, est éclairée dans l'air par une onde plane monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ . Cette onde est portée par son vecteur d'ondes  $\mathbf{k}_0$ , qui est repéré dans l'espace par l'angle de site  $\theta_0$  par rapport à l'axe (Oz) et l'angle azimut  $\phi_0$  dans le plan (xOy), et est noté par [31] :

$$\mathbf{k}_0 = \alpha_0 \mathbf{x} + \beta_0 \mathbf{y} - \gamma_0 \mathbf{z} \quad (\text{II.9})$$

Avec :

$$\begin{cases} \alpha_0 = k_1 \sin \theta_0 \cos \phi_0 \\ \beta_0 = k_1 \sin \theta_0 \sin \phi_0 \\ \gamma_0 = k_1 \cos \theta_0 \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

Où :  $\frac{-\pi}{2} \leq \theta_0 \leq \frac{+\pi}{2}$  et  $0 \leq \phi_0 \leq 2\pi$ .

On considère la dépendance temporelle  $\exp(j\omega t)$ . Le milieu 1 est assimilé au vide. On note  $Z_1$  l'impédance du vide, et  $k_1$  le nombre d'onde. Puisque l'onde incidente est une onde plane,  $\mathbf{k}_0$  est perpendiculaire au champ incident, et nous pouvons décomposer le vecteur champ électrique incident

$\mathbf{E}_0$  en deux vecteurs unités  $\mathbf{h}_0$  et  $\mathbf{v}_0$  dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation. Notons que  $(\mathbf{v}_0, \mathbf{h}_0, \mathbf{k}_0/k_1)$  est un système orthogonal. Les deux vecteurs  $\mathbf{h}_0$  et  $\mathbf{v}_0$  représentent la polarisation horizontale ( $E_{//}$ ) et verticale ( $H_{//}$ ) respectivement. Ils sont obtenus à partir de la définition du vectoriel, et selon (II.9) avec les composantes  $(\alpha_0, \beta_0, \gamma_0)$  du vecteur d'onde  $\mathbf{k}_0$ , ainsi :

$$\mathbf{h}_0 = \frac{\mathbf{k}_0 \wedge \mathbf{z}}{|\mathbf{k}_0 \wedge \mathbf{z}|} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_0^2 + \beta_0^2}} (\beta_0 \mathbf{x} - \alpha_0 \mathbf{y}) \quad (\text{II.11})$$

$$\mathbf{v}_0 = \mathbf{h}_0 \wedge \frac{\mathbf{k}_0}{k_1} = \frac{\gamma_0}{k_1 \sqrt{\alpha_0^2 + \beta_0^2}} (\alpha_0 \mathbf{x} + \beta_0 \mathbf{y}) + \frac{\sqrt{\alpha_0^2 + \beta_0^2}}{k_1} \mathbf{z} \quad (\text{II.12})$$

Sachant que l'expression du vecteur du champ magnétique dans chaque milieu est donnée par :

$$\mathbf{H}_i = \frac{\mathbf{k}_i}{k_i Z_i} \wedge \mathbf{E}_i \quad (\text{II.13})$$

Les expressions du champ électrique et magnétique incident peuvent s'écrire :

$$\mathbf{E}_0 = [A_{0(h)}(\alpha_0, \beta_0) \mathbf{h}_0 + A_{0(v)}(\alpha_0, \beta_0) \mathbf{v}_0] \exp(-j\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}) \quad (\text{II.14})$$

$$\mathbf{H}_0 = \frac{1}{Z_1} (-A_{0(h)}(\alpha_0, \beta_0) \mathbf{v}_0 + A_{0(v)}(\alpha_0, \beta_0) \mathbf{h}_0) \exp(-j\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}) \quad (\text{II.15})$$

Le vecteur directeur  $\mathbf{r}$  de l'onde incidente est donné par :

$$\mathbf{r} = x\mathbf{x} + y\mathbf{y} + z\mathbf{z} \quad (\text{II.16})$$

Les champs, électrique et magnétique, diffractés dans le milieu 1 qui représente le vide, sont donnés dans le sens positif  $+z$ , sous la forme suivante :

$$\mathbf{E}_1 = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (A_{1(h)} \mathbf{h}_1^+ + A_{1(v)} \mathbf{v}_1^+) \exp(-j\mathbf{k}_1^+ \cdot \mathbf{r}) d\alpha d\beta \quad (\text{II.17})$$

$$\mathbf{H}_1 = \frac{1}{4\pi^2 Z_1} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (-A_{1(h)} \mathbf{v}_1^+ + A_{1(v)} \mathbf{h}_1^+) \exp(-j\mathbf{k}_1^+ \cdot \mathbf{r}) d\alpha d\beta \quad (\text{II.18})$$

Les champs électriques et magnétiques diffractés dans le milieu  $i$  ( $i = \overline{2, N-1}$ ) sont représentés par des ondes se déplaçant dans le sens positif  $+z$  et négatif  $-z$ , et on écrit :

$$\mathbf{E}_i = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [(A_{i(h)}^- \mathbf{h}_i^- + A_{i(v)}^- \mathbf{v}_i^-) \exp(-j\mathbf{k}_i^- \cdot \mathbf{r}) + (A_{i(h)}^+ \mathbf{h}_i^+ + A_{i(v)}^+ \mathbf{v}_i^+) \exp(-j\mathbf{k}_i^+ \cdot \mathbf{r})] d\alpha d\beta \quad (\text{II.19})$$

$$\mathbf{H}_i = \frac{1}{4\pi^2 Z_i} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ (-A_{i(h)}^- \mathbf{v}_i^- + A_{i(v)}^- \mathbf{h}_i^-) \exp(-j\mathbf{k}_i^- \cdot \mathbf{r}) + (-A_{i(h)}^+ \mathbf{v}_i^+ + A_{i(v)}^+ \mathbf{h}_i^+) \exp(-j\mathbf{k}_i^+ \cdot \mathbf{r}) \right] d\alpha d\beta \quad (\text{II.20})$$

Dans le milieu  $N$ , on distingue que des ondes se déplacent dans le sens négatif  $-z$ , alors :

$$\mathbf{E}_N = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (A_{N(h)} \mathbf{h}_N^- + A_{N(v)} \mathbf{v}_N^-) \exp(-j\mathbf{k}_N^- \cdot \mathbf{r}) d\alpha d\beta \quad (\text{II.21})$$

$$\mathbf{H}_N = \frac{1}{4\pi^2 Z_N} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (-A_{N(h)} \mathbf{v}_N^- + A_{N(v)} \mathbf{h}_N^-) \exp(-j\mathbf{k}_N^- \cdot \mathbf{r}) d\alpha d\beta \quad (\text{II.22})$$

Les vecteurs de propagation  $\mathbf{k}_i^\pm$  dans le milieu  $i$  sont définis par :

$$\mathbf{k}_i^\pm = \alpha \mathbf{x} + \beta \mathbf{y} \pm \gamma_i \mathbf{z} \quad (\text{II.23})$$

Avec :

$$\begin{cases} \alpha = k_i \sin \theta \cos \phi \\ \beta = k_i \sin \theta \sin \phi \\ \gamma_i = \sqrt{k_i^2 - \beta^2 - \alpha^2} = k_i \cos \theta \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

Où :  $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$  et  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ .

Pour que les ondes soient propagatives, les constantes de propagation  $\gamma_i$  doivent présenter une partie imaginaire inférieure ou égale à zéro  $\text{Im}(\gamma_i) \leq 0$ . Les constantes de propagation associées à  $(\alpha_0, \beta_0)$  sont notées  $\gamma_{i,0} = \gamma_i(\alpha_0, \beta_0)$  avec  $\gamma_0 = \gamma_{1,0}$  dans le milieu 1.

On note que  $(\mathbf{v}_i^\pm, \mathbf{h}_i^\pm, \mathbf{k}_i^\pm / k_i)$  est un système orthogonal. On exprime les vecteurs unités  $\mathbf{h}_i^\pm$  et  $\mathbf{v}_i^\pm$ , qui composent l'onde diffractée, comme suit (ici, les composantes du vecteur  $\mathbf{k}_i^\pm$  sont  $(\alpha, \beta, \pm\gamma_i)$ ) :

$$\mathbf{h}_i^\pm = \frac{\mathbf{k}_i^\pm \wedge \mathbf{z}}{|\mathbf{k}_i^\pm \wedge \mathbf{z}|} = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} (\beta \mathbf{x} - \alpha \mathbf{y}) \quad (\text{II.25})$$

$$\mathbf{v}_i^\pm = \mathbf{h}_i^\pm \wedge \frac{\mathbf{k}_i^\pm}{k_i} = \frac{\mp \gamma_i}{k_i \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} (\alpha \mathbf{x} + \beta \mathbf{y}) + \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{k_i} \mathbf{z} \quad (\text{II.26})$$

### II.3.3 Conditions aux limites

La continuité des champs, électrique et magnétique, tangentiels à l'interface rugueuse  $z = a_i(x, y) - u_i$  est exprimée par les deux relations suivantes :

$$[\mathbf{n}_i \wedge \mathbf{E}_i]_{z=a_i(x,y)-u_i} = [\mathbf{n}_i \wedge \mathbf{E}_{i+1}]_{z=a_i(x,y)-u_i} \quad (\text{II.27})$$

$$[\mathbf{n}_i \wedge \mathbf{H}_i]_{z=a_i(x,y)-u_i} = [\mathbf{n}_i \wedge \mathbf{H}_{i+1}]_{z=a_i(x,y)-u_i} \quad (\text{II.28})$$

Avec  $\mathbf{n}_i$  est le vecteur unitaire normal à l'interface  $i$ , et son expression s'écrit :

$$\mathbf{n}_i = \frac{-a_{ix}\mathbf{x} - a_{iy}\mathbf{y} + \mathbf{z}}{\sqrt{1 + a_{ix}^2 + a_{iy}^2}} \quad (\text{II.29})$$

Où :  $a_{ix} = \partial a_i(x, y) / \partial x$  et  $a_{iy} = \partial a_i(x, y) / \partial y$

On définit d'après (II.25), (II.26) et (II.29), les deux produits vectoriels suivants :

$$\mathbf{n}_i \wedge \mathbf{h}_{i,i+1}^\pm = \frac{1}{\sqrt{1 + a_{ix}^2 + a_{iy}^2} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \left[ \alpha \mathbf{x} + \beta \mathbf{y} + (\alpha a_{ix} + \beta a_{iy}) \mathbf{z} \right] \quad (\text{II.30})$$

$$\mathbf{n}_i \wedge \mathbf{v}_{i,i+1}^\pm = \frac{\left\{ \left[ \pm \gamma_{i,i+1} \beta - (\alpha^2 + \beta^2) a_{iy} \right] \mathbf{x} + \left[ \mp \gamma_{i,i+1} \alpha + (\alpha^2 + \beta^2) a_{ix} \right] \mathbf{y} \mp \gamma_{i,i+1} (\alpha a_{iy} - \beta a_{ix}) \mathbf{z} \right\}}{k_{i,i+1} \sqrt{1 + a_{ix}^2 + a_{iy}^2} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \quad (\text{II.31})$$

En rapportant (II.17)-(II.22), (II.30) et (II.31) dans les expressions des conditions aux limites (II.27) et (II.28), à l'interface  $z = a_i(x, y) - u_i$  (dans ce qui suit on écrit  $z = a_i - u_i$ ), on obtient deux équations vectorielles. Ces équations vectorielles peuvent être écrites en tant que trois équations scalaires pour chaque équation vectorielle suivant les directions  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$  et  $\mathbf{z}$ . On note que les équations scalaires linéaires pour les directions  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$  sont indépendantes, alors que les équations scalaires linéaires pour des directions  $\mathbf{z}$  ne sont pas indépendantes. Ainsi, on obtient les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{\alpha A_{i(h)}^+}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(+j\gamma_i u_i) \exp(-j\gamma_i a_i) + \left( \frac{\gamma_i \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_{iy} \right) \frac{A_{i(v)}^+}{k_i} \exp(+j\gamma_i u_i) \exp(-j\gamma_i a_i) \right. \\
 & \left. + \frac{\alpha A_{i(h)}^-}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(-j\gamma_i u_i) \exp(+j\gamma_i a_i) - \left( \frac{\gamma_i \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_{iy} \right) \frac{A_{i(v)}^-}{k_i} \exp(-j\gamma_i u_i) \exp(+j\gamma_i a_i) \right] \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \\
 & = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{\alpha A_{i+1(h)}^+}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(+j\gamma_{i+1} u_i) \exp(-j\gamma_{i+1} a_i) + \left( \frac{\gamma_{i+1} \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_{iy} \right) \frac{A_{i+1(v)}^+}{k_{i+1}} \exp(+j\gamma_{i+1} u_i) \exp(-j\gamma_{i+1} a_i) \right. \\
 & \left. + \frac{\alpha A_{i+1(h)}^-}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(-j\gamma_{i+1} u_i) \exp(+j\gamma_{i+1} a_i) - \left( \frac{\gamma_{i+1} \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_{iy} \right) \frac{A_{i+1(v)}^-}{k_{i+1}} \exp(-j\gamma_{i+1} u_i) \exp(+j\gamma_{i+1} a_i) \right] \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta
 \end{aligned} \tag{II.32}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{\beta A_{i(h)}^+}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(+j\gamma_i u_i) \exp(-j\gamma_i a_i) - \left( \frac{\gamma_i \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_{ix} \right) \frac{A_{i(v)}^+}{k_i} \exp(+j\gamma_i u_i) \exp(-j\gamma_i a_i) \right. \\
 & \left. + \frac{\beta A_{i(h)}^-}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(-j\gamma_i u_i) \exp(+j\gamma_i a_i) + \left( \frac{\gamma_i \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_{ix} \right) \frac{A_{i(v)}^-}{k_i} \exp(-j\gamma_i u_i) \exp(+j\gamma_i a_i) \right] \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \\
 & = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{\beta A_{i+1(h)}^+}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(+j\gamma_{i+1} u_i) \exp(-j\gamma_{i+1} a_i) - \left( \frac{\gamma_{i+1} \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_{ix} \right) \frac{A_{i+1(v)}^+}{k_{i+1}} \exp(+j\gamma_{i+1} u_i) \exp(-j\gamma_{i+1} a_i) \right. \\
 & \left. + \frac{\beta A_{i+1(h)}^-}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(-j\gamma_{i+1} u_i) \exp(+j\gamma_{i+1} a_i) + \left( \frac{\gamma_{i+1} \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_{ix} \right) \frac{A_{i+1(v)}^-}{k_{i+1}} \exp(-j\gamma_{i+1} u_i) \exp(+j\gamma_{i+1} a_i) \right] \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta
 \end{aligned} \tag{II.33}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ - \left( \frac{\gamma_i \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_{iy} \right) \frac{A_{i(h)}^+}{k_i Z_i} \exp(+j\gamma_i u_i) \exp(-j\gamma_i a_i) + \frac{\alpha A_{i(v)}^+}{Z_i \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(+j\gamma_i u_i) \exp(-j\gamma_i a_i) \right. \\
 & \left. + \left( \frac{\gamma_i \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_{iy} \right) \frac{A_{i(h)}^-}{k_i Z_i} \exp(-j\gamma_i u_i) \exp(+j\gamma_i a_i) + \frac{\alpha A_{i(v)}^-}{Z_i \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(-j\gamma_i u_i) \exp(+j\gamma_i a_i) \right] \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \\
 & = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ - \left( \frac{\gamma_{i+1} \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_{iy} \right) \frac{A_{i+1(h)}^+}{k_{i+1} Z_{i+1}} \exp(+j\gamma_{i+1} u_i) \exp(-j\gamma_{i+1} a_i) + \frac{\alpha A_{i+1(v)}^+}{Z_{i+1} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(+j\gamma_{i+1} u_i) \exp(-j\gamma_{i+1} a_i) \right. \\
 & \left. + \left( \frac{\gamma_{i+1} \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_{iy} \right) \frac{A_{i+1(h)}^-}{k_{i+1} Z_{i+1}} \exp(-j\gamma_{i+1} u_i) \exp(+j\gamma_{i+1} a_i) + \frac{\alpha A_{i+1(v)}^-}{Z_{i+1} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(-j\gamma_{i+1} u_i) \exp(+j\gamma_{i+1} a_i) \right] \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta
 \end{aligned} \tag{II.34}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \left( \frac{\gamma_i \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_{ix} \right) \frac{A_{i(h)}^+}{k_i Z_i} \exp(+j\gamma_i u_i) \exp(-j\gamma_i a_i) + \frac{\beta A_{i(v)}^+}{Z_i \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(+j\gamma_i u_i) \exp(-j\gamma_i a_i) \right. \\
 & \left. - \left( \frac{\gamma_i \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_{ix} \right) \frac{A_{i(h)}^-}{k_i Z_i} \exp(-j\gamma_i u_i) \exp(+j\gamma_i a_i) + \frac{\beta A_{i(v)}^-}{Z_i \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(-j\gamma_i u_i) \exp(+j\gamma_i a_i) \right] \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \\
 & = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \left( \frac{\gamma_{i+1} \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_{ix} \right) \frac{A_{i+1(h)}^+}{k_{i+1} Z_{i+1}} \exp(+j\gamma_{i+1} u_i) \exp(-j\gamma_{i+1} a_i) + \frac{\beta A_{i+1(v)}^+}{Z_{i+1} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(+j\gamma_{i+1} u_i) \exp(-j\gamma_{i+1} a_i) \right. \\
 & \left. - \left( \frac{\gamma_{i+1} \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_{ix} \right) \frac{A_{i+1(h)}^-}{k_{i+1} Z_{i+1}} \exp(-j\gamma_{i+1} u_i) \exp(+j\gamma_{i+1} a_i) + \frac{\beta A_{i+1(v)}^-}{Z_{i+1} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(-j\gamma_{i+1} u_i) \exp(+j\gamma_{i+1} a_i) \right] \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta
 \end{aligned} \tag{II.35}$$

La résolution de ce système d'équation est très compliquée, mais elle est faite dans [18] avec la méthode SPM et SSA.

## II.4 Méthode de résolution (SPM)

### II.4.1 Historique

La méthode de petite perturbation (SPM). Cette méthode a été étudiée et largement appliquée aux problèmes d'optique, de télédétection et de propagation. Elle est introduite par Lord Rayleigh [17] pour résoudre les problèmes d'acoustique pour des surfaces sinusoïdales (surfaces périodiques). Puis elle a été adaptée par Fano pour les réseaux optiques. Ensuite, Rice a développé l'expression du champ diffusé pour des surfaces parfaitement conductrices et diélectriques [32]-[33]. Valenzuela a terminé le calcul du deuxième ordre pour les perturbations 1D des plans nivelés [34]. Plus récemment, Voronovich a dérivé de cette méthode une formulation matricielle compacte de SPM2 dans le cas du diélectrique vectoriel [9] et Johnson a terminé les calculs au troisième et quatrième ordre [35]-[36].

### II.4.2 Principe générale

Pour déterminer les amplitudes de diffraction, la méthode des petites perturbations permet de représenter l'amplitude de diffraction et les fonctions exponentielles dépendant du profil de la surface par leur développement en série entière :

$$A_{i(a)} = \sum_{p=0}^{\infty} A_{i(a)}^{(p)} \quad (a = h, v) \quad (\text{II.36})$$

$$\exp(\pm j\gamma_i a_i(x, y)) = \sum_{p=0}^{\infty} \left[ \frac{\pm j\gamma_i a_i(x, y)}{p!} \right]^p \quad (\text{II.37})$$

Le symbole  $p$  indique l'ordre de perturbation [37].

### II.4.3 Résolution à l'ordre zéro (cas non rugueux)

À l'ordre zéro, les interfaces sont parfaitement lisses, et les fonctions qui décrivent les interfaces sont nulles ( $a_i(x, y) = 0$ ).

#### II.4.3.1 Amplitudes réfléchies et transmises (milieu 1 et $N$ )

L'amplitude des ondes réfléchiées dans le milieu 1 est dans le sens positif et l'amplitude transmise dans le milieu  $N$  dans le sens négatif. A l'ordre 0, dans la polarisation horizontale et verticale, l'amplitude des ondes réfléchies sont notées  $A_{1(h,v)}^{(0)}(\alpha_0, \beta_0)$  dans le milieu 1 et transmise  $A_{N(h,v)}^{(0)}(\alpha_0, \beta_0)$  dans le milieu  $N$ . Ces amplitudes présentent les coefficients de réflexion et de transmission de Fresnel. On écrit [31] :

$$A_{1(h,v)}^{(0)}(\alpha_0, \beta_0) = \frac{M_{1,N}^{12(h,v)}(\alpha_0, \beta_0)}{M_{1,N}^{22(h,v)}(\alpha_0, \beta_0)} A_{0(h,v)}(\alpha_0, \beta_0) \quad (\text{II.38})$$

$$A_{N(h,v)}^{(0)}(\alpha_0, \beta_0) = \frac{1}{M_{1,N}^{22(h,v)}(\alpha_0, \beta_0)} A_{0(h,v)}(\alpha_0, \beta_0) \quad (\text{II.39})$$

Où  $M_{1,N}^{12(h,v)}(\alpha_0, \beta_0)$  et  $M_{1,N}^{22(h,v)}(\alpha_0, \beta_0)$  sont des coefficients de deuxième colonne de la matrice  $\mathbf{M}$  qui a pour expression :

$$\mathbf{M}_{1,N}^{(h,v)}(\alpha_0, \beta_0) = \begin{bmatrix} M_{1,N}^{11(h,v)}(\alpha_0, \beta_0) & M_{1,N}^{12(h,v)}(\alpha_0, \beta_0) \\ M_{1,N}^{21(h,v)}(\alpha_0, \beta_0) & M_{1,N}^{22(h,v)}(\alpha_0, \beta_0) \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^{N-1} \mathbf{C}_{(i,i+1)}^{(h,v)}(\alpha_0, \beta_0) \quad (\text{II.40})$$

$\mathbf{C}_{(i,i+1)}^{(h,v)}(\alpha, \beta)$  (ici  $\alpha = \alpha_0, \beta = \beta_0$ ) est la matrice définie par :

En polarisation  $E_{//}$  :

$$\mathbf{C}_{(i,i+1)}^{(h)}(\alpha, \beta) = \begin{pmatrix} \frac{\gamma_i + \gamma_{i+1}}{2\gamma_i} \exp[+j(\gamma_{i+1} - \gamma_i)u_i] & \frac{\gamma_i - \gamma_{i+1}}{2\gamma_{i0}} \exp[-j(\gamma_{i+1} + \gamma_i)u_i] \\ \frac{\gamma_i - \gamma_{i+1}}{2\gamma_i} \exp[+j(\gamma_{i+1} + \gamma_i)u_i] & \frac{\gamma_i + \gamma_{i+1}}{2\gamma_i} \exp[-j(\gamma_{i+1} - \gamma_i)u_i] \end{pmatrix} \quad (\text{II.41})$$

Et en polarisation  $H_{//}$  :

$$\mathbf{C}_{(i,i+1)}^{(v)}(\alpha, \beta) = \begin{pmatrix} \frac{k_{i+1}^2 \gamma_i + k_i^2 \gamma_{i+1}}{2k_i k_{i+1} \gamma_i} \exp[+j(\gamma_{i+1} - \gamma_i)u_i] & \frac{k_{i+1}^2 \gamma_i - k_i^2 \gamma_{i+1}}{2k_i k_{i+1} \gamma_i} \exp[-j(\gamma_{i+1} + \gamma_i)u_i] \\ \frac{k_{i+1}^2 \gamma_i - k_i^2 \gamma_{i+1}}{2k_i k_{i+1} \gamma_i} \exp[+j(\gamma_{i+1} + \gamma_i)u_i] & \frac{k_{i+1}^2 \gamma_i + k_i^2 \gamma_{i+1}}{2k_i k_{i+1} \gamma_i} \exp[-j(\gamma_{i+1} - \gamma_i)u_i] \end{pmatrix} \quad (\text{II.42})$$

### II.4.3.2 Amplitudes réfléchies dans le milieu $i$

Dans le milieu  $i$  les ondes sont réfléchies dans les deux sens, positif et négatif. Les amplitudes des ondes dans le milieu  $i$  ( $i = \overline{2, N-1}$ ) sont données par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A_{i(h,v)}^{+(0)}(\alpha_0, \beta_0) \\ A_{i(h,v)}^{-(0)}(\alpha_0, \beta_0) \end{bmatrix} &= \frac{\mathbf{M}_{i,N}^{(h,v)}(\alpha_0, \beta_0)}{M_{1,N}^{22(h,v)}(\alpha_0, \beta_0)} \begin{bmatrix} 0 \\ A_{0(h,v)}(\alpha_0, \beta_0) \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{M_{1,N}^{22(h,v)}(\alpha_0, \beta_0)} \begin{bmatrix} M_{i,N}^{12(h,v)}(\alpha_0, \beta_0) \\ M_{i,N}^{22(h,v)}(\alpha_0, \beta_0) \end{bmatrix} A_{0(h,v)}(\alpha_0, \beta_0) \end{aligned} \quad (\text{II.43})$$

### II.4.4 Résolution à l'ordre un (cas rugueux)

On écrit l'expression analytique des amplitudes diffractées à l'ordre 1 dans les deux polarisations par :

En polarisation horizontale  $E_{//}$  :

$$\begin{pmatrix} A_{i(h)}^{+,1}(\alpha, \beta) \\ A_{i(h)}^{-,1}(\alpha, \beta) \end{pmatrix} = C_{i,i+1}^{1,h}(\alpha, \beta) \begin{pmatrix} A_{i+1(h)}^{+,1}(\alpha, \beta) \\ A_{i+1(h)}^{-,1}(\alpha, \beta) \end{pmatrix} + j(k_i^2 - k_{i+1}^2) \hat{a}_i(\zeta, \xi) \begin{bmatrix} \frac{D_i^{hh}(\alpha, \beta)}{M_{1,N}^{22(h)}(\alpha_0, \beta_0)} \left[ \frac{M_{i+1,N}^{12,h}(\alpha_0, \beta_0)}{M_{i+1,N}^{22,h}(\alpha_0, \beta_0)} \right] A_{0(h)}(\alpha_0, \beta_0) \\ + \frac{D_i^{hv}(\alpha, \beta)}{M_{1,N}^{22(v)}(\alpha_0, \beta_0)} \left[ \frac{M_{i+1,N}^{12,v}(\alpha_0, \beta_0)}{M_{i+1,N}^{22,v}(\alpha_0, \beta_0)} \right] A_{0(v)}(\alpha_0, \beta_0) \end{bmatrix} \quad (\text{II.44})$$

Et, en polarisation verticale  $H_{//}$  :

$$\begin{pmatrix} A_{i(v)}^{+,1}(\alpha, \beta) \\ A_{i(v)}^{-,1}(\alpha, \beta) \end{pmatrix} = C_{i,i+1}^{1,v}(\alpha, \beta) \begin{pmatrix} A_{i+1(v)}^{+,1}(\alpha, \beta) \\ A_{i+1(v)}^{-,1}(\alpha, \beta) \end{pmatrix} + j(k_i^2 - k_{i+1}^2) \hat{a}_i(\zeta, \xi) \begin{bmatrix} \frac{D_i^{vh}(\alpha, \beta)}{M_{1,N}^{22(h)}(\alpha_0, \beta_0)} \left[ \frac{M_{i+1,N}^{12,h}(\alpha_0, \beta_0)}{M_{i+1,N}^{22,h}(\alpha_0, \beta_0)} \right] A_{0(h)}(\alpha_0, \beta_0) \\ + \frac{D_i^{vv}(\alpha, \beta)}{M_{1,N}^{22(v)}(\alpha_0, \beta_0)} \left[ \frac{M_{i+1,N}^{12,v}(\alpha_0, \beta_0)}{M_{i+1,N}^{22,v}(\alpha_0, \beta_0)} \right] A_{0(v)}(\alpha_0, \beta_0) \end{bmatrix} \quad (\text{II.45})$$

où:  $\zeta = \alpha - \alpha_0$ ,  $\xi = \beta - \beta_0$ , et  $\hat{a}_i(\alpha, \beta)$  représente la transformée de fourrier bidimensionnelle de la fonction  $a_i(x, y)$  divisée par  $\sqrt{L}$ .

On définit en polarisation horizontale les matrices :

$$\begin{cases} D_i^{hh} = \frac{\cos(\varphi - \varphi_0)}{2\gamma_i} \begin{pmatrix} \exp[+j(\gamma_{0i+1} - \gamma_i)u_i] & \exp[-j(\gamma_{0i+1} + \gamma_i)u_i] \\ -\exp[+j(\gamma_{0i+1} + \gamma_i)u_i] & -\exp[-j(\gamma_{0i+1} - \gamma_i)u_i] \end{pmatrix} \\ D_i^{hv} = \frac{\gamma_{0i+1} \sin(\varphi - \varphi_0)}{2\gamma_i k_{i+1}} \begin{pmatrix} -\exp[+j(\gamma_{0i+1} - \gamma_i)u_i] & \exp[-j(\gamma_{0i+1} + \gamma_i)u_i] \\ \exp[+j(\gamma_{0i+1} + \gamma_i)u_i] & -\exp[-j(\gamma_{0i+1} - \gamma_i)u_i] \end{pmatrix} \end{cases} \quad (\text{II.46})$$

Et, en polarisation verticale :

$$\begin{cases} D_i^{vh} = \frac{\sin(\varphi - \varphi_0)}{2k_i} \begin{pmatrix} \exp[+j(\gamma_{0i+1} - \gamma_i)u_i] & \exp[-j(\gamma_{0i+1} + \gamma_i)u_i] \\ \exp[+j(\gamma_{0i+1} + \gamma_i)u_i] & \exp[-j(\gamma_{0i+1} - \gamma_i)u_i] \end{pmatrix} \\ D_i^{vv} = \frac{1}{2\gamma_i k_i k_{i+1}} \begin{pmatrix} \eta^+ \cdot \exp[+j(\gamma_{0i+1} - \gamma_i)u_i] & -\eta^- \cdot \exp[-j(\gamma_{0i+1} + \gamma_i)u_i] \\ \eta^- \cdot \exp[+j(\gamma_{0i+1} + \gamma_i)u_i] & -\eta^+ \cdot \exp[-j(\gamma_{0i+1} - \gamma_i)u_i] \end{pmatrix} \end{cases} \quad (\text{II.47})$$

Avec :

$$\begin{cases} \eta^+ = (\chi\chi_0 + \gamma_i\gamma_{0i+1} \cos(\varphi - \varphi_0)) \\ \eta^- = (-\chi\chi_0 + \gamma_i\gamma_{0i+1} \cos(\varphi - \varphi_0)) \end{cases} \quad (\text{II.48})$$

Où  $\chi = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$

et :

$$\begin{cases} \cos(\varphi - \varphi_0) = \sin\varphi\sin\varphi_0 + \cos\varphi_0\cos\varphi = \frac{(\beta\beta_0 + \alpha\alpha_0)}{\chi_0\chi} \\ \sin(\varphi - \varphi_0) = \sin\varphi\cos\varphi_0 - \cos\varphi\sin\varphi_0 = \frac{(\beta\alpha_0 - \alpha\beta_0)}{\chi_0\chi} \end{cases} \quad (\text{II.49})$$

#### II.4.4.1 Amplitudes diffractées et transmises (milieu 1 et N)

Les amplitudes diffractées  $A_{1(h,v)}^{+,1}(\alpha, \beta)$  dans le milieu 1, et les amplitudes transmises  $A_{N(h,v)}^{-,1}(\alpha, \beta)$  dans le milieu N, dans les deux polarisations.

En polarisation horizontale sont :

$$A_{1(h)}^{+,1} = j \sum_{j=1}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) \left[ \left( S_{1,j}^{+,hh} - \frac{M_{1,N}^{12,h}(\alpha, \beta)}{M_{1,N}^{22,h}(\alpha, \beta)} S_{1,j}^{-,hh} \right) A_{0(h)} + \left( S_{1,j}^{+,hv} - \frac{M_{1,N}^{12,h}(\alpha, \beta)}{M_{1,N}^{22,h}(\alpha, \beta)} S_{1,j}^{-,hv} \right) A_{0(v)} \right] \quad (\text{II.50})$$

Avec :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} S_{i,j}^{+,hh} \\ S_{i,j}^{-,hh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{j,hh}^+ M_{i,j}^{11,h}(\alpha, \beta) + N_{j,hh}^- M_{i,j}^{12,h}(\alpha, \beta) \\ N_{j,hh}^+ M_{i,j}^{21,h}(\alpha, \beta) + N_{j,hh}^- M_{i,j}^{22,h}(\alpha, \beta) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} S_{i,j}^{+,hv} \\ S_{i,j}^{-,hv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{j,hv}^+ M_{i,j}^{11,h}(\alpha, \beta) + N_{j,hv}^- M_{i,j}^{12,h}(\alpha, \beta) \\ N_{j,hv}^+ M_{i,j}^{21,h}(\alpha, \beta) + N_{j,hv}^- M_{i,j}^{22,h}(\alpha, \beta) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (\text{II.51})$$

et

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} N_{i,hh}^+ \\ N_{i,hh}^- \end{bmatrix} = \frac{1}{M_{1,N}^{22,h}(\alpha_0, \beta_0)} \begin{bmatrix} D_i^{11,hh} M_{i+1,N}^{12,h}(\alpha_0, \beta_0) + D_i^{12,hh} M_{i+1,N}^{22,h}(\alpha_0, \beta_0) \\ D_i^{21,hh} M_{i+1,N}^{12,h}(\alpha_0, \beta_0) + D_i^{22,hh} M_{i+1,N}^{22,h}(\alpha_0, \beta_0) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} N_{i,hv}^+ \\ N_{i,hv}^- \end{bmatrix} = \frac{1}{M_{1,N}^{22,v}(\alpha_0, \beta_0)} \begin{bmatrix} D_i^{11,hv} M_{i+1,N}^{12,v}(\alpha_0, \beta_0) + D_i^{12,hv} M_{i+1,N}^{22,v}(\alpha_0, \beta_0) \\ D_i^{21,hv} M_{i+1,N}^{12,v}(\alpha_0, \beta_0) + D_i^{22,hv} M_{i+1,N}^{22,v}(\alpha_0, \beta_0) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (\text{II.52})$$

$$A_{N(h)}^{-,1} = -j \frac{1}{M_{1,N}^{22,h}} \sum_{j=1}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) \left[ S_{1,j}^{-,hh} A_{0(h)} + S_{1,j}^{-,hv} A_{0(v)} \right] \quad (\text{II.53})$$

Et en polarisation verticale, on a :

$$A_{1(v)}^{+1} = j \sum_{j=1}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) \left[ \left( S_{1,j}^{+,vh} - \frac{M_{1,N}^{12,v}(\alpha, \beta)}{M_{1,N}^{22,v}(\alpha, \beta)} S_{1,j}^{-,vh} \right) A_{0(h)} + \left( S_{1,j}^{+,vv} - \frac{M_{1,N}^{12,v}(\alpha, \beta)}{M_{1,N}^{22,v}(\alpha, \beta)} S_{1,j}^{-,vv} \right) A_{0(v)} \right] \quad (\text{II.54})$$

$$A_{N(v)}^{-1} = -\frac{j}{M_{1,N}^{22,v}} \sum_{j=1}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) \left[ S_{1,j}^{-,vh} A_{0(h)} + S_{1,j}^{-,vv} A_{0(v)} \right] \quad (\text{II.55})$$

Et en polarisation horizontale :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} S_{i,j}^{+,vh} \\ S_{i,j}^{-,vh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{j,vh}^+ M_{i,j}^{11,v}(\alpha, \beta) + N_{j,vh}^- M_{i,j}^{12,v}(\alpha, \beta) \\ N_{j,vh}^+ M_{i,j}^{21,v}(\alpha, \beta) + N_{j,vh}^- M_{i,j}^{22,v}(\alpha, \beta) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} S_{i,j}^{+,vv} \\ S_{i,j}^{-,vv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{j,vv}^+ M_{i,j}^{11,v}(\alpha, \beta) + N_{j,vv}^- M_{i,j}^{12,v}(\alpha, \beta) \\ N_{j,vv}^+ M_{i,j}^{21,v}(\alpha, \beta) + N_{j,vv}^- M_{i,j}^{22,v}(\alpha, \beta) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (\text{II.56})$$

et

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} N_{i,vh}^+ \\ N_{i,vh}^- \end{bmatrix} = \frac{1}{M_{1,N}^{22(h)}(\alpha_0, \beta_0)} \begin{bmatrix} D_i^{11,vh} M_{i+1,N}^{12,h}(\alpha_0, \beta_0) + D_i^{12,vh} M_{i+1,N}^{22,h}(\alpha_0, \beta_0) \\ D_i^{21,vh} M_{i+1,N}^{12,h}(\alpha_0, \beta_0) + D_i^{22,vh} M_{i+1,N}^{22,h}(\alpha_0, \beta_0) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} N_{i,vv}^+ \\ N_{i,vv}^- \end{bmatrix} = \frac{1}{M_{1,N}^{22(v)}(\alpha_0, \beta_0)} \begin{bmatrix} D_i^{11,vv} M_{i+1,N}^{12,v}(\alpha_0, \beta_0) + D_i^{12,vv} M_{i+1,N}^{22,v}(\alpha_0, \beta_0) \\ D_i^{21,vv} M_{i+1,N}^{12,v}(\alpha_0, \beta_0) + D_i^{22,vv} M_{i+1,N}^{22,v}(\alpha_0, \beta_0) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (\text{II.57})$$

#### II.4.4.2 Amplitudes diffractées dans le milieu $i$

Les amplitudes diffractées à l'ordre 1 dans le milieu  $i$  ( $i = \overline{2, N-1}$ ) de la structure étudiée, sont données par les expressions suivantes :

En polarisation horizontale :

$$\left( \begin{matrix} A_{i(h)}^{+1} \\ A_{i(h)}^{-1} \end{matrix} \right) = \left\{ \begin{array}{l} \left[ \begin{array}{l} j \sum_{j=i}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) S_{i,j}^{+,hh} - j \sum_{j=1}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) \frac{M_{i,N}^{12,h}}{M_{1,N}^{22,h}} S_{1,j}^{-,hh} \\ j \sum_{j=i}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) S_{i,j}^{-,hh} - j \sum_{j=1}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) \frac{M_{i,N}^{22,h}}{M_{1,N}^{22,h}} S_{1,j}^{-,hh} \end{array} \right] A_{0(h)} \\ + \left[ \begin{array}{l} j \sum_{j=i}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) S_{i,j}^{+,hv} - j \sum_{j=1}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) \frac{M_{i,N}^{12,h}}{M_{1,N}^{22,h}} S_{1,j}^{-,hv} \\ j \sum_{j=i}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) S_{i,j}^{-,hv} - j \sum_{j=1}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) \frac{M_{i,N}^{22,h}}{M_{1,N}^{22,h}} S_{1,j}^{-,hv} \end{array} \right] A_{0(v)} \end{array} \right\} \quad (\text{II.58})$$

Et en polarisation verticale :

$$\left( \begin{array}{c} A_{i(v)}^{+,1} \\ A_{i(v)}^{-,1} \end{array} \right) = \left\{ \begin{array}{l} \left[ \begin{array}{l} j \sum_{j=i}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) S_{i,j}^{+,vv} - j \sum_{j=1}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) \frac{M_{i,N}^{12,v}}{M_{1,N}^{22,v}} S_{1,j}^{-,vv} \\ j \sum_{j=i}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) S_{i,j}^{-,vv} - j \sum_{j=1}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) \frac{M_{i,N}^{22,v}}{M_{1,N}^{22,v}} S_{1,j}^{-,vv} \end{array} \right] A_{0(v)} \\ + \left[ \begin{array}{l} j \sum_{j=i}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) S_{i,j}^{+,vh} - j \sum_{j=1}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) \frac{M_{i,N}^{12,v}}{M_{1,N}^{22,v}} S_{1,j}^{-,vh} \\ j \sum_{j=i}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) S_{i,j}^{-,vh} - j \sum_{j=1}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) \frac{M_{i,N}^{22,v}}{M_{1,N}^{22,v}} S_{1,j}^{-,vh} \end{array} \right] A_{0(h)} \end{array} \right\} \quad (\text{II.59})$$

L'amplitude diffractée obtenues par la méthode SPM  $A_{1(ba)}^{+,1,(SPM)}$  au-dessus de la surface où l'indice ( $a$ ) donne la polarisation de l'onde incidente et ( $b$ ) donne la polarisation de l'onde diffractée avec : ( $b, a \in \{h, v\}; b \neq a$ ). Elle est représentée par une somme de deux composantes l'une correspondant à la polarisation directe  $A_{i(bb)}^{\pm 1}$  et l'autre à la polarisation croisée  $A_{i(ba)}^{\pm 1}$ . D'une façon générale, l'expression de l'amplitude de diffraction est :

$$A_{1(ba)}^{+,1,(SPM)}(\alpha, \beta) = 4\pi^2 A_{1(a)}^{+(0)}(\alpha_0, \beta_0) \delta(\zeta) \delta(\xi) + A_{1(ba)}^{+(1)}(\alpha, \beta) \quad (\text{II.60})$$

Le premier terme d'addition  $A_{1(a)}^{+(0)}$  définit l'amplitude donnée à l'ordre 0, nous conduit à l'intensité cohérente, et le deuxième terme  $A_{1(ba)}^{+(1)}$  nous conduit à l'intensité incohérente et s'exprime sous la forme :

$$A_{1(ba)}^{+(1)}(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^{N-1} K_i^{(+,ba)}(\alpha, \beta) \hat{a}_i(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \quad (\text{II.61})$$

Les grandeurs complexes  $K_i^{(+,ba)}(\alpha, \beta)$  sont les noyaux électromagnétiques. Ils dépendent des permittivités relatives des différents milieux et des épaisseurs moyennes  $d_i$  des couches  $i$  ( $i = \overline{1, N-2}$ ).

Où il est défini par :

$$K_i^{(+,ba)}(\alpha, \beta) = j(k_i^2 + k_{i+1}^2) \left[ S_{1,i}^{+,ba} - \frac{M_{i,N}^{12,b}(\alpha, \beta)}{M_{i,N}^{22,b}(\alpha, \beta)} S_{1,j}^{-,ba} \right] \quad (\text{II.62})$$

Les amplitudes complexes  $A_{i(bb)}^{\pm 1}$  (avec  $b = h$  ou  $b = v$ ) et  $A_{i(ba)}^{\pm 1}$  (avec  $a = v$  pour  $b = h$  ou  $a = h$  pour  $b = v$ ) sont données par :

$$\begin{bmatrix} A_{i(bb)}^{+(1)} \\ A_{i(bb)}^{-(1)} \end{bmatrix} = j \sum_{j=i}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) \begin{bmatrix} S_{i,j}^{+,bb} \\ S_{i,j}^{-,bb} \end{bmatrix} - j \sum_{j=1}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) \begin{bmatrix} M_{i,N}^{12,b}(\alpha, \beta) \\ M_{i,N}^{22,b}(\alpha, \beta) \end{bmatrix} \frac{S_{1,j}^{-,bb}}{M_{1,N}^{22,b}(\alpha, \beta)} \quad (\text{II.63})$$

$$\begin{bmatrix} A_{i(ba)}^{+(1)} \\ A_{i(ba)}^{-(1)} \end{bmatrix} = j \sum_{j=i}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) \begin{bmatrix} S_{i,j}^{+,ba} \\ S_{i,j}^{-,ba} \end{bmatrix} - j \sum_{j=1}^{N-1} (k_j^2 - k_{j+1}^2) \hat{a}_j(\zeta, \xi) \begin{bmatrix} M_{i,N}^{12,b}(\alpha, \beta) \\ M_{i,N}^{22,b}(\alpha, \beta) \end{bmatrix} \frac{S_{1,j}^{-,ba}}{M_{1,N}^{22,b}(\alpha, \beta)}$$

Dans le cadre de la méthode SPM1, pour un milieu stratifié, pour  $L \rightarrow +\infty$ , l'intensité incohérente dans la polarisation  $(ba)$  se met sous la forme [18] :

$$I_{f(ba)}^{SPM}(\theta, \phi) = \frac{\cos^2 \theta}{\lambda^2 \cos \theta_0} \left\{ \sum_{i=1}^{N-1} |K_{i(ba)}|^2 \hat{R}_{ii}(\zeta, \xi) + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N-1} \text{Re} \left[ K_{i(ba)} K_{j(ba)}^* \hat{R}_{ij}(\zeta, \xi) \right] \right\} \quad (\text{II.64})$$

## II.5 Résolution par la méthode de faible pente (SSA)

### II.5.1 Historique

La méthode de faible pente est une approche analytique de la solution des problèmes de diffusion d'onde, elle a été développée par Voronovich au milieu de 1980 [1]-[2]. Cette méthode est valable pour une rugosité arbitraire à condition que les pentes de la surface soient plus petites que les angles d'incidence et de diffusion, et indépendamment de la longueur d'onde du rayonnement incident. La SSA a un domaine prolongé d'applicabilité qui comprend le domaine de la SPM qui n'est valide que pour les surfaces avec une petite rugosité et le domaine de l'approximation de Kirchhoff qui est applicable à la surface avec longitude de corrélation, donc la SSA fait un pont entre deux approches classiques la SPM et l'approximation de Kirchhoff [38].

### II.5.2 Les amplitudes diffractées et l'intensité incohérente

Par l'utilisation de la méthode SPM, les amplitudes diffractées par une structure multicouche bidimensionnelles rugueuses aléatoirement avec la SSA, sont exprimées de la forme suivante [39] :

$$A_{i(ba)}^{(+1),SSA} = A_{0(a)} \sum_{i=1}^{N-1} \frac{K_{i(ba)}}{j(\gamma_1 + \gamma_0)} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(j\zeta x) \exp(j\xi y) \cdot \exp[j(\gamma_1 + \gamma_0) a_i(x, y)] dx dy \quad (\text{II.65})$$

D'après [29], si  $a_i(x, y) \rightarrow 0$  et  $L \rightarrow \infty$  les amplitudes diffractées obtenues par SSA sont identiques aux amplitudes obtenues par la méthode SPM à l'ordre 1, où :

$$A_{i(a)}^{(0)} = \begin{cases} \sum_{i=1}^{N-1} \frac{K_{i(aa)}(\alpha_0, \beta_0)}{2j\gamma_0} & \text{si } (a) = (b) \\ 0 & \text{si } (a) \neq (b) \end{cases} \quad (\text{II.66})$$

L'intensité incohérente dans le cadre de la méthode SSA1, s'écrit :

$$I_{f,(ba)}^{SSA}(\theta, \phi) = \frac{\gamma_1^2}{4\pi^2 \cos \theta_0 (\gamma_1 + \gamma_0)^2} \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{m=1}^{N-1} K_{n,(ba)}(\alpha, \beta) K_{m,(ba)}^*(\alpha, \beta) \exp\left[-\frac{\sigma_n^2 + \sigma_m^2}{2} (\gamma_1 + \gamma_0)^2\right] P_{nm} \quad (\text{II.67})$$

Avec :

$$P_{nm} = \sum_{q=1}^{+\infty} \frac{(\gamma_1 + \gamma_0)^{2q}}{q!} FT \left[ R_{nm}^q(x, y) \right] (\zeta, \xi) \quad (\text{II.68})$$

## II.6 Cas particuliers étudiés dans le problème inverse

### II.6.1 Cas d'un système de deux couches ( $N = 2$ )

#### II.6.1.1 Résolution à l'ordre zéro

Les expressions des amplitudes à l'ordre zéro dans le milieu 1 s'écrivent :

$$A_{1(h)}^{(0)} = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2} A_{0(h)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \quad (\text{II.69})$$

$$A_{1(v)}^{(0)} = \frac{k_2^2 \gamma_1 - k_1^2 \gamma_2}{k_2^2 \gamma_1 + k_1^2 \gamma_2} A_{0(v)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \quad (\text{II.70})$$

#### II.6.1.2 Résolution à l'ordre un

Dans le milieu 1, les ondes réfléchies ont pour expression :

En polarisation horizontale ( $E_{//}$ ),  $A_{0(h)} = 1; A_{0(v)} = 0$ , on a :

$$A_{1(hh)}^{(1)} = j(k_1^2 - k_2^2) \frac{2\gamma_{10} \cos(\varphi - \varphi_0)}{(\gamma_1 + \gamma_2)(\gamma_{10} + \gamma_{20})} \hat{a}_1(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \quad (\text{II.71})$$

$$A_{1(vh)}^{(1)} = j(k_1^2 - k_2^2) \frac{2k_1\gamma_{10}\gamma_2 \sin(\varphi - \varphi_0)}{(\gamma_{10} + \gamma_{20})(k_2^2\gamma_1 + k_1^2\gamma_2)} \hat{a}_1(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \quad (\text{II.72})$$

En polarisation verticale ( $H_{//}$ ),  $A_{0(h)} = 0; A_{0(v)} = 1$ , on a :

$$A_{1(vv)}^{(1)} = j(k_1^2 - k_2^2) \frac{2\gamma_{10} [k_2^2 \chi \chi_0 - k_1^2 \gamma_2 \gamma_{20} \cos(\varphi - \varphi_0)]}{(k_2^2 \gamma_{10} + k_1^2 \gamma_{20})(k_2^2 \gamma_1 + k_1^2 \gamma_2)} \hat{a}_1(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \quad (\text{II.73})$$

$$A_{1(hv)}^{(1)} = j \frac{2k_1\gamma_{10}\gamma_{20} (k_1^2 - k_2^2) \sin(\varphi - \varphi_0)}{(k_2^2 \gamma_{10} + k_1^2 \gamma_{20})(\gamma_1 + \gamma_2)} \hat{a}_1(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \quad (\text{II.74})$$

## II.6.2 Cas d'un système de trois couches ( $N = 3$ )

### II.6.2.1 Résolution à l'ordre zéro

Les expressions des amplitudes à l'ordre zéro dans le milieu 1 s'écrivent :

$$A_{1(h)}^{(0)} = \frac{\gamma_2(\gamma_1 - \gamma_3)\cos(\gamma_2 u_2) - j(\gamma_2^2 - \gamma_1\gamma_3)\sin(\gamma_2 u_2)}{r_{(h)}(\gamma)} A_{0(h)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \quad (\text{II.75})$$

$$A_{1(v)}^{(0)} = \frac{k_2^2 \gamma_2 (k_3^2 \gamma_1 - k_1^2 \gamma_3) \cos(\gamma_2 u_2) - j(k_1^2 k_3^2 \gamma_2^2 - k_2^4 \gamma_1 \gamma_3) \sin(\gamma_2 u_2)}{r_{(v)}(\gamma)} A_{0(v)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \quad (\text{II.76})$$

Avec :

$$r_{(h)}(\gamma) = \gamma_2(\gamma_1 + \gamma_3)\cos(\gamma_2 u_2) + j(\gamma_2^2 + \gamma_1\gamma_3)\sin(\gamma_2 u_2) \quad (\text{II.77})$$

$$r_{(v)}(\gamma) = k_2^2 \gamma_2 (k_3^2 \gamma_1 + k_1^2 \gamma_3) \cos(\gamma_2 u_2) + j(k_1^2 k_3^2 \gamma_2^2 + k_2^4 \gamma_1 \gamma_3) \sin(\gamma_2 u_2) \quad (\text{II.78})$$

### II.6.2.2 Résolution à l'ordre un

Dans le milieu 1, les ondes réfléchies ont pour expression :

En polarisation horizontale ( $E_{//}$ ),  $A_{0(h)} = 1$ ;  $A_{0(v)} = 0$ , on a :

$$A_{1(hh)}^{(1)} = \sum_{j=1}^2 K_j^{(hh)} \widehat{a}_j(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \quad (\text{II.79})$$

$$A_{1(vh)}^{(1)} = \sum_{j=1}^2 K_j^{(vh)} \widehat{a}_j(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \quad (\text{II.80})$$

Avec :

$$K_1^{(hh)} = j(k_1^2 - k_2^2) \frac{2\gamma_{10} \cos(\varphi - \varphi_0)}{r_{(h)}(\gamma) r_{(h)}(\gamma_0)} [\gamma_{20} \cos(\gamma_{20} u_2) + j\gamma_{30} \sin(\gamma_{20} u_2)] [\gamma_2 \cos(\gamma_2 u_2) + j\gamma_3 \sin(\gamma_2 u_2)]$$

$$K_2^{(hh)} = j(k_2^2 - k_3^2) \frac{2\gamma_{10} \gamma_{20} \gamma_2 \cos(\varphi - \varphi_0)}{r_{(h)}(\gamma) r_{(h)}(\gamma_0)}$$

$$K_1^{(vh)} = j(k_1^2 - k_2^2) \frac{2\gamma_{10} \gamma_2 k_1 \sin(\varphi - \varphi_0)}{r_{(v)}(\gamma) r_{(h)}(\gamma_0)} [\gamma_{20} \cos(\gamma_{20} u_2) + j\gamma_{30} \sin(\gamma_{20} u_2)] [k_2^2 \gamma_3 \cos(\gamma_2 u_2) + jk_3^2 \gamma_2 \sin(\gamma_2 u_2)]$$

$$K_2^{(vh)} = j(k_2^2 - k_3^2) \frac{2k_1 k_2^2 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_{10} \gamma_{20} \sin(\varphi - \varphi_0)}{r_{(v)}(\gamma) r_{(h)}(\gamma_0)}$$

En polarisation verticale (H//),  $A_{0(h)} = 0; A_{0(v)} = 1$ , on a :

$$A_{1(vv)}^{(1)} = \sum_{j=1}^2 K_j^{(vv)} \bar{a}_j(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \quad (\text{II.81})$$

$$A_{1(hv)}^{(1)} = \sum_{j=1}^2 K_j^{(hv)} \bar{a}_j(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \quad (\text{II.82})$$

Avec :

$$K_1^{(vv)} = j(k_1^2 - k_2^2) \frac{2\gamma_{10}}{r_{(v)}(\gamma)r_{(v)}(\gamma_0)} \left\{ k_2^2 \chi \chi_0 \left[ k_3^2 \gamma_2 \cos(\gamma_2 u_2) + j k_2^2 \gamma_3 \sin(\gamma_2 u_2) \right] \left[ k_3^2 \gamma_{20} \cos(\gamma_{20} u_2) + j k_2^2 \gamma_{30} \sin(\gamma_{20} u_2) \right] \right. \\ \left. - \gamma_{20} k_1^2 \gamma_2 \cos(\varphi - \varphi_0) \left[ k_2^2 \gamma_3 \cos(\gamma_2 u_2) + j k_3^2 \gamma_2 \sin(\gamma_2 u_2) \right] \left[ k_2^2 \gamma_{30} \cos(\gamma_{20} u_2) + j k_3^2 \gamma_{20} \sin(\gamma_{20} u_2) \right] \right\}$$

$$K_2^{(vv)} = j(k_2^2 - k_3^2) \frac{2\gamma_{10}\gamma_{20}\gamma_2 k_1^2 k_2^2}{r_{(v)}(\gamma)r_{(v)}(\gamma_0)} \left[ k_3^2 \chi \chi_0 - k_2^2 \gamma_3 \gamma_{30} \cos(\varphi - \varphi_0) \right]$$

$$K_1^{(hv)} = j(k_1^2 - k_2^2) \frac{2k_1\gamma_{10}\gamma_{20} \sin(\varphi - \varphi_0)}{r_{(h)}(\gamma)r_{(v)}(\gamma_0)} \left[ k_2^2 \gamma_{30} \cos(\gamma_{20} u_2) + j k_3^2 \gamma_{20} \sin(\gamma_{20} u_2) \right] \left[ \gamma_2 \cos(\gamma_2 u_2) + j \gamma_3 \sin(\gamma_2 u_2) \right]$$

$$K_2^{(hv)} = j(k_2^2 - k_3^2) \frac{2k_1 k_2^2 \gamma_2 \gamma_{10} \gamma_{20} \gamma_{30} \sin(\varphi - \varphi_0)}{r_{(h)}(\gamma)r_{(v)}(\gamma_0)}$$

### II.6.3 Cas d'un système de quatre couches ( $N = 4$ )

#### II.6.3.1 Résolution à l'ordre zéro

Les expressions des amplitudes à l'ordre zéro dans le milieu 1 s'écrivent :

$$A_{1(h)}^{(0)} = \frac{A_{0(h)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0)}{r_{(h)}(\gamma)} \times \left\{ \begin{aligned} & \gamma_2 \gamma_3 (\gamma_1 - \gamma_4) \cos(\gamma_2 u_2) \cos \gamma_3 (u_3 - u_2) + (\gamma_2^2 \gamma_4 - \gamma_1 \gamma_3^2) \sin(\gamma_2 u_2) \sin \gamma_3 (u_3 - u_2) \\ & - j \left[ \gamma_3 (\gamma_2^2 - \gamma_1 \gamma_4) \sin(\gamma_2 u_2) \cos \gamma_3 (u_3 - u_2) + \gamma_2 (\gamma_3^2 - \gamma_1 \gamma_4) \cos(\gamma_2 u_2) \sin \gamma_3 (u_3 - u_2) \right] \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.83})$$

$$A_{1(v)}^{(0)} = \frac{A_{0(v)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0)}{r_{(v)}(\gamma)} \times \left\{ \begin{aligned} & k_2^2 k_3^2 \gamma_2 \gamma_3 (k_4^2 \gamma_1 - k_1^2 \gamma_4) \cos(\gamma_2 u_2) \cos \gamma_3 (u_3 - u_2) + (k_1^2 k_3^4 \gamma_2^2 \gamma_4 - k_2^4 k_4^2 \gamma_1 \gamma_3^2) \sin(\gamma_2 u_2) \sin \gamma_3 (u_3 - u_2) \\ & - j \left[ k_3^2 \gamma_3 (k_1^2 k_4^2 \gamma_2^2 - k_2^4 \gamma_1 \gamma_4) \sin(\gamma_2 u_2) \cos \gamma_3 (u_3 - u_2) + k_2^2 \gamma_2 (k_1^2 k_4^2 \gamma_3^2 - n_3^4 \gamma_1 \gamma_4) \cos(\gamma_2 u_2) \sin \gamma_3 (u_3 - u_2) \right] \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.84})$$

Avec :

$$r_{(h)}(\gamma) = \left\{ \begin{aligned} & \gamma_2 \gamma_3 (\gamma_1 + \gamma_4) \cos(\gamma_2 u_2) \cos \gamma_3 (u_3 - u_2) - (\gamma_2^2 \gamma_4 + \gamma_1 \gamma_3^2) \sin(\gamma_2 u_2) \sin \gamma_3 (u_3 - u_2) \\ & + j \left[ \gamma_3 (\gamma_2^2 + \gamma_1 \gamma_4) \sin(\gamma_2 u_2) \cos \gamma_3 (u_3 - u_2) + \gamma_2 (\gamma_3^2 + \gamma_1 \gamma_4) \cos(\gamma_2 u_2) \sin \gamma_3 (u_3 - u_2) \right] \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.85})$$

$$r_{(v)}(\gamma) = \left\{ \begin{aligned} & k_2^2 k_3^2 \gamma_2 \gamma_3 (k_1^2 \gamma_1 + k_1^2 \gamma_4) \cos(\gamma_2 u_2) \cos \gamma_3 (u_3 - u_2) - (k_1^2 k_3^4 \gamma_2^2 \gamma_4 + k_2^4 k_4^2 \gamma_1 \gamma_3^2) \sin(\gamma_2 u_2) \sin \gamma_3 (u_3 - u_2) \\ & + j \left[ k_3^2 \gamma_3 (k_1^2 k_4^2 \gamma_2^2 + k_2^4 \gamma_1 \gamma_4) \sin(\gamma_2 u_2) \cos \gamma_3 (u_3 - u_2) + k_2^2 \gamma_2 (k_1^2 k_4^2 \gamma_3^2 + n_3^4 \gamma_1 \gamma_4) \cos(\gamma_2 u_2) \sin \gamma_3 (u_3 - u_2) \right] \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.86})$$

### II.6.3.2 Résolution à l'ordre un

Les ondes réfléchies dans le milieu 1 ont pour expression :

En polarisation horizontale ( $\mathbf{E}_{//}$ ),  $A_{0(h)} = 1$ ;  $A_{0(v)} = 0$ , on a :

$$A_{1(hh)}^{(1)} = \sum_{j=1}^3 K_j^{(hh)} \hat{a}_j(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \quad (\text{II.87})$$

$$A_{1(vh)}^{(1)} = \sum_{j=1}^3 K_j^{(vh)} \hat{a}_j(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \quad (\text{II.88})$$

Avec :

$$K_1^{(hh)} = j(k_1^2 - k_2^2) \frac{2\gamma_{10} \cos(\varphi - \varphi_0)}{r_{(h)}(\gamma) r_{(h)}(\gamma_0)} \left\{ \begin{aligned} & \gamma_{30} [\gamma_{20} \cos(\gamma_{20} u_2) \cos \gamma_{30} (u_3 - u_2) - \gamma_{30} \sin(\gamma_{20} u_2) \sin \gamma_{30} (u_3 - u_2)] \\ & + j\gamma_{40} [\gamma_{30} \sin(\gamma_{20} u_2) \cos \gamma_{30} (u_3 - u_2) + \gamma_{20} \cos(\gamma_{20} u_2) \sin \gamma_{30} (u_3 - u_2)] \end{aligned} \right\} \times$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \gamma_3 [\gamma_2 \cos(\gamma_2 u_2) \cos \gamma_3 (u_3 - u_2) - \gamma_3 \sin(\gamma_2 u_2) \sin \gamma_3 (u_3 - u_2)] \\ & + j\gamma_4 [\gamma_3 \sin(\gamma_2 u_2) \cos \gamma_3 (u_3 - u_2) + \gamma_2 \cos(\gamma_2 u_2) \sin \gamma_3 (u_3 - u_2)] \end{aligned} \right\}$$

$$K_2^{(hh)} = j(k_2^2 - k_3^2) \frac{2\gamma_{10} \gamma_{20} \gamma_2 \cos(\varphi - \varphi_0)}{r_{(h)}(\gamma) r_{(h)}(\gamma_0)} [\gamma_{30} \cos \gamma_{30} (u_3 - u_2) + j\gamma_{40} \sin \gamma_{30} (u_3 - u_2)] \times$$

$$[\gamma_3 \cos \gamma_3 (u_3 - u_2) + j\gamma_4 \sin \gamma_3 (u_3 - u_2)]$$

$$K_3^{(hh)} = j(k_3^2 - k_4^2) \frac{2\gamma_{10} \gamma_{20} \gamma_{30} \gamma_2 \gamma_3 \cos(\varphi - \varphi_0)}{r_{(h)}(\gamma) r_{(h)}(\gamma_0)}$$

$$K_1^{(vh)} = j(k_1^2 - k_2^2) \frac{2k_1\gamma_{10}\gamma_2 \sin(\varphi - \varphi_0)}{r_{(v)}(\gamma)r_{(h)}(\gamma_0)} \times \left\{ \begin{aligned} & \left[ \gamma_{30} \left[ \gamma_{20} \cos(\gamma_{20}u_2) \cos \gamma_{30}(u_3 - u_2) - \gamma_{30} \sin(\gamma_{20}u_2) \sin \gamma_{30}(u_3 - u_2) \right] \right. \\ & \left. + j\gamma_{40} \left[ \gamma_{30} \sin(\gamma_{20}u_2) \cos \gamma_{30}(u_3 - u_2) + \gamma_{20} \cos(\gamma_{20}u_2) \sin \gamma_{30}(u_3 - u_2) \right] \right\} \times \\ & \left\{ \begin{aligned} & \left[ k_3^2\gamma_4 \left[ k_2^2\gamma_3 \cos(\gamma_2u_2) \cos \gamma_3(u_3 - u_2) - k_3^2\gamma_2 \sin(\gamma_2u_2) \sin \gamma_3(u_3 - u_2) \right] \right. \\ & \left. + jk_4^2\gamma_3 \left[ k_3^2\gamma_2 \sin(\gamma_2u_2) \cos \gamma_3(u_3 - u_2) + k_2^2\gamma_3 \cos(\gamma_2u_2) \sin \gamma_3(u_3 - u_2) \right] \right\} \end{aligned} \right.$$

$$K_2^{(vh)} = j(k_2^2 - k_3^2) \frac{2k_1k_2^2\gamma_{10}\gamma_{20}\gamma_2\gamma_3 \sin(\varphi - \varphi_0)}{r_{(v)}(\gamma)r_{(h)}(\gamma_0)} \times \left[ \gamma_{30} \cos \gamma_{30}(u_3 - u_2) + j\gamma_{40} \sin \gamma_{30}(u_3 - u_2) \right] \left[ k_3^2\gamma_4 \cos \gamma_3(u_3 - u_2) + jk_4^2\gamma_3 \sin \gamma_3(u_3 - u_2) \right]$$

$$K_3^{(vh)} = j(k_3^2 - k_4^2) \frac{2k_1k_2^2k_3^2\gamma_{10}\gamma_{20}\gamma_{30}\gamma_2\gamma_3\gamma_4 \sin(\varphi - \varphi_0)}{r_{(v)}(\gamma)r_{(h)}(\gamma_0)}$$

En polarisation verticale (H//),  $A_{0(h)} = 0$ ;  $A_{0(v)} = 1$ , on a :

$$A_{1(vv)}^{(1)} = \sum_{j=1}^3 K_j^{(vv)} \widehat{a}_j(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \quad (\text{II.89})$$

$$A_{1(hv)}^{(1)} = \sum_{j=1}^3 K_j^{(hv)} \widehat{a}_j(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \quad (\text{II.90})$$

Avec :

$$K_1^{(vv)} = j(k_1^2 - k_2^2) \frac{2\gamma_{10}}{r_{(v)}(\gamma)r_{(v)}(\gamma_0)} \times \left( \begin{aligned} & k_2^2 \chi \chi_0 \left\{ \begin{aligned} & \left[ k_4^2\gamma_3 \left[ k_3^2\gamma_2 \cos(\gamma_2u_2) \cos \gamma_3(u_3 - u_2) - k_2^2\gamma_3 \sin(\gamma_2u_2) \sin \gamma_3(u_3 - u_2) \right] \right. \\ & \left. + jk_3^2\gamma_4 \left[ k_2^2\gamma_3 \sin(\gamma_2u_2) \cos \gamma_3(u_3 - u_2) + k_3^2\gamma_2 \cos(\gamma_2u_2) \sin \gamma_3(u_3 - u_2) \right] \right\} \\ & \times \left\{ \begin{aligned} & \left[ k_4^2\gamma_{30} \left[ k_3^2\gamma_{20} \cos(\gamma_{20}u_2) \cos \gamma_{30}(u_3 - u_2) - k_2^2\gamma_{30} \sin(\gamma_{20}u_2) \sin \gamma_{30}(u_3 - u_2) \right] \right. \\ & \left. + jk_3^2\gamma_{40} \left[ k_2^2\gamma_{30} \sin(\gamma_{20}u_2) \cos \gamma_{30}(u_3 - u_2) + k_3^2\gamma_{20} \cos(\gamma_{20}u_2) \sin \gamma_{30}(u_3 - u_2) \right] \right\} \\ & - k_1^2\gamma_2\gamma_{20} \cos(\varphi - \varphi_0) \left\{ \begin{aligned} & \left[ k_3^2\gamma_4 \left[ k_2^2\gamma_3 \cos(\gamma_2u_2) \cos \gamma_3(u_3 - u_2) - k_3^2\gamma_2 \sin(\gamma_2u_2) \sin \gamma_3(u_3 - u_2) \right] \right. \\ & \left. + jk_4^2\gamma_3 \left[ k_3^2\gamma_2 \sin(\gamma_2u_2) \cos \gamma_3(u_3 - u_2) + k_2^2\gamma_3 \cos(\gamma_2u_2) \sin \gamma_3(u_3 - u_2) \right] \right\} \\ & \times \left\{ \begin{aligned} & \left[ k_3^2\gamma_{40} \left[ k_2^2\gamma_{30} \cos(\gamma_{20}u_2) \cos \gamma_{30}(u_3 - u_2) - k_3^2\gamma_{20} \sin(\gamma_{20}u_2) \sin \gamma_{30}(u_3 - u_2) \right] \right. \\ & \left. + jk_4^2\gamma_{30} \left[ k_3^2\gamma_{20} \sin(\gamma_{20}u_2) \cos \gamma_{30}(u_3 - u_2) + k_2^2\gamma_{30} \cos(\gamma_{20}u_2) \sin \gamma_{30}(u_3 - u_2) \right] \right\} \end{aligned} \end{aligned} \right) \end{aligned}$$

$$K_2^{(vv)} = j(k_2^2 - k_3^2) \frac{2k_1^2 k_2^2 \gamma_2 \gamma_{10} \gamma_{20}}{r_{(v)}(\gamma) r_{(v)}(\gamma_0)} \times \left( \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} k_3^2 \gamma_3 \gamma_{30} \left[ k_4^4 \chi \chi_0 - k_3^2 k_2^2 \gamma_4 \gamma_{40} \cos(\varphi - \varphi_0) \right] \cos \gamma_{30} (u_3 - u_2) \cos \gamma_3 (u_3 - u_2) \\ - \left[ k_3^6 \gamma_4 \gamma_{40} \chi \chi_0 - k_2^2 k_4^4 \gamma_3^2 \gamma_{30}^2 \cos(\varphi - \varphi_0) \right] \sin \gamma_{30} (u_3 - u_2) \sin \gamma_3 (u_3 - u_2) \end{array} \right\} \\ + j k_3^2 k_4^2 \left\{ \begin{array}{l} \gamma_{30} \left[ k_3^2 \gamma_4 \chi \chi_0 - k_2^2 \gamma_3^2 \gamma_{40} \cos(\varphi - \varphi_0) \right] \cos \gamma_{30} (u_3 - u_2) \sin \gamma_3 (u_3 - u_2) \\ \gamma_3 \left[ k_3^2 \gamma_{40} \chi \chi_0 - k_2^2 \gamma_{30}^2 \gamma_4 \cos(\varphi - \varphi_0) \right] \cos \gamma_3 (u_3 - u_2) \sin \gamma_{30} (u_3 - u_2) \end{array} \right\} \end{array} \right)$$

$$K_3^{(vv)} = j(k_3^2 - k_4^2) \frac{2k_1^2 k_2^4 k_3^2 \gamma_{10} \gamma_{20} \gamma_{30} \gamma_2 \gamma_3}{r_{(v)}(\gamma) r_{(v)}(\gamma_0)} \left[ k_4^2 \chi \chi_0 - k_3^2 \gamma_4 \gamma_{40} \cos(\varphi - \varphi_0) \right]$$

$$K_1^{(hv)} = j(k_1^2 - k_2^2) \frac{2k_1 k_2^2 \gamma_{10} \gamma_{20} \sin(\varphi - \varphi_0)}{r_{(h)}(\gamma) r_{(v)}(\gamma_0)} \times \left\{ \begin{array}{l} k_3^2 \gamma_{40} \left[ k_2^2 \gamma_{30} \cos(\gamma_{20} u_2) \cos \gamma_{30} (u_3 - u_2) - k_3^2 \gamma_{20} \sin(\gamma_{20} u_2) \sin \gamma_{30} (u_3 - u_2) \right] \\ + j k_4^2 \gamma_{30} \left[ k_3^2 \gamma_{20} \sin(\gamma_{20} u_2) \cos \gamma_{30} (u_3 - u_2) + k_2^2 \gamma_{30} \cos(\gamma_{20} u_2) \sin \gamma_{30} (u_3 - u_2) \right] \end{array} \right\} \times \left\{ \begin{array}{l} \gamma_3 \left[ \gamma_2 \cos(\gamma_2 u_2) \cos \gamma_3 (u_3 - u_2) - \gamma_3 \sin(\gamma_2 u_2) \sin \gamma_3 (u_3 - u_2) \right] \\ + j \gamma_4 \left[ \gamma_3 \sin(\gamma_2 u_2) \cos \gamma_3 (u_3 - u_2) + \gamma_2 \cos(\gamma_2 u_2) \sin \gamma_3 (u_3 - u_2) \right] \end{array} \right\}$$

$$K_2^{(hv)} = j(k_2^2 - k_3^2) \frac{2k_1 k_2^2 \gamma_{10} \gamma_{20} \gamma_{30} \gamma_2 \sin(\varphi - \varphi_0)}{r_{(h)}(\gamma) r_{(v)}(\gamma_0)} \left[ k_3^2 \gamma_{40} \cos \gamma_{30} (u_3 - u_2) + j k_4^2 \gamma_{30} \sin \gamma_{30} (u_3 - u_2) \right] \times \left[ \gamma_3 \cos \gamma_3 (u_3 - u_2) + j \gamma_4 \sin \gamma_3 (u_3 - u_2) \right]$$

$$K_3^{(hv)} = j(k_3^2 - k_4^2) \frac{2k_1 k_2^2 k_3^2 \gamma_{10} \gamma_{20} \gamma_{30} \gamma_{40} \gamma_2 \gamma_3 \sin(\varphi - \varphi_0)}{r_{(h)}(\gamma) r_{(v)}(\gamma_0)}$$

## II.7 Application numérique

Pour étudier l'impact de l'angle d'incidence et de la fréquence sur l'intensité incohérente et l'intensité rétrodiffusée ( $\theta = -\theta_0$ ) obtenue par la méthode SPM et la méthode SSA, nous choisissons deux structures, la première est composée de deux interfaces non parallèles séparés par une distance moyenne  $u_2$ , la deuxième est composée de trois interfaces non parallèles séparés par deux distances moyenne  $u_2$  et  $u_3$ .

L'étude est appliquée en bande L, où la plage de fréquence entre 1 et 2 GHz. Aux sols à différentes humidités (contenu volumétrique en eau 15%, 20% et 25%) ce qui correspond aux valeurs de la permittivité relatives suivantes :  $6.26 - 0.52j$ ,  $8.45 - 0.85j$  et  $11.3 - 1.27j$  pour la fréquence 1GHz [37]. Les interfaces qui séparent les couches de notre structure sont caractérisées par des hauteurs

quadratiques moyennes  $\sigma_{a1} = 2$  cm et  $\sigma_{a2} = \sigma_{a3} = 1$  cm et des longueurs de corrélations  $lc_1 = lc_2 = 10$  cm et  $lc_3 = 20$  cm . Avec l'épaisseur de la couche entre première et deuxième interface  $u_2 = 5$ cm et l'épaisseur de la couche entre deuxième et troisième interface  $u_3 = 25$  cm .

Nous utilisons le modèle générique pour la constante diélectrique complexe relative  $\varepsilon_r$  dans le cas de changement de fréquence, c'est à dire, nous supposons que  $\varepsilon_r = \varepsilon'_r - j\sigma / (2\pi f \varepsilon_0)$  , où la partie imaginaire de la constante diélectrique varie avec la fréquence dans la gamme de fréquences considérée.

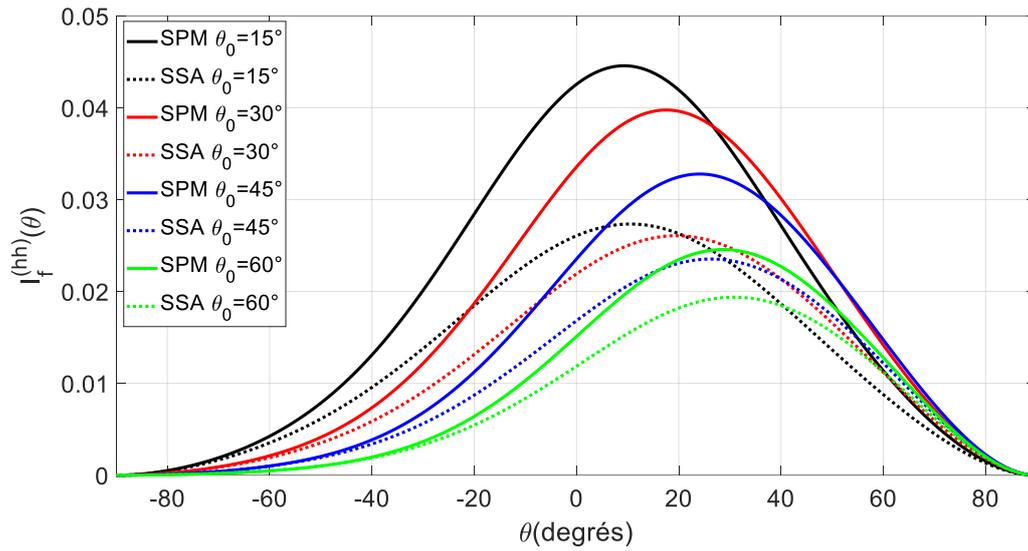
### II.7.1 Intensité incohérente sous un angle d'observation quelconque

Pour étudier l'effet de l'angle d'incidence et la fonction d'autocorrélation sur l'intensité incohérente en polarisation horizontale (*hh*) et en polarisation verticale (*vv*), deux configurations sont analysées :

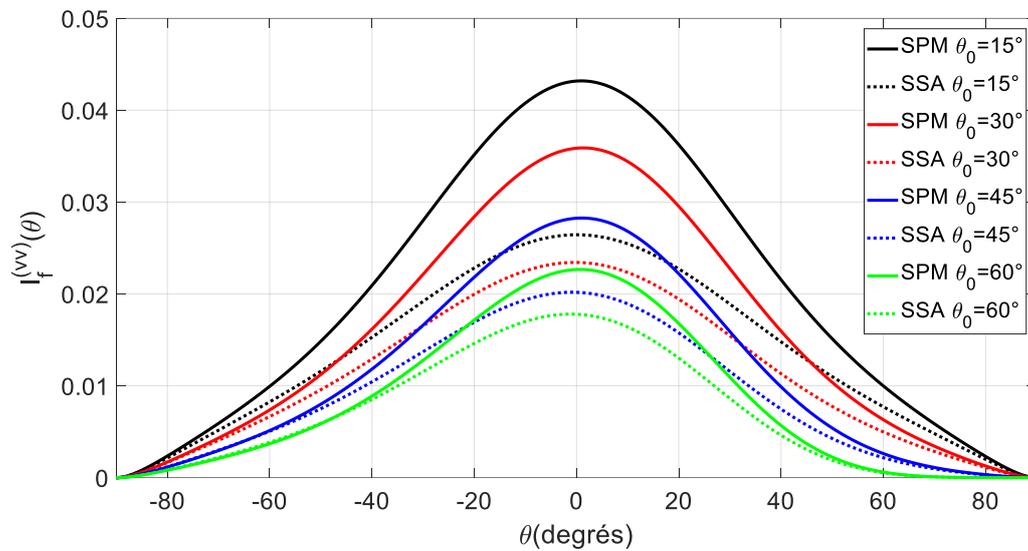
- Pour la configuration C1, sous  $\theta_0 = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  et  $60^\circ$  pour  $\theta = -90^\circ$  à  $+90^\circ$  et une fonction d'autocorrélation Gaussienne.
- Pour la configuration C2, sous  $\theta_0 = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  et  $60^\circ$  pour  $\theta = -90^\circ$  à  $+90^\circ$  et une fonction d'autocorrélation exponentielle.

La figure II.2 présente l'intensité incohérente obtenue par la méthode SPM et la méthode SSA en fonction d'angle d'observation avec la configuration C1 dans le cas de double interface en polarisation horizontale (*hh*) figure II.2 (a), et en polarisation verticale (*vv*) figure II.2 (b). La figure II.3 présente l'intensité incohérente obtenue par la méthode SPM et la méthode SSA en fonction d'angle d'observation avec la configuration C1 dans le cas de trois interfaces en polarisation horizontale (*hh*) figure II.3 (a), et en polarisation verticale (*vv*) figure II.3 (b).

On peut remarquer que pour les quatre valeurs de l'angle d'incidence, les courbes de l'intensité incohérente en polarisation horizontale (*hh*) et en polarisation verticale (*vv*) dans les deux cas (cas de doubles interfaces et de trois interfaces) sont semblables. Pour un angle d'incidence donné, l'intensité incohérente augmente avec l'augmentation d'angle d'observation dans les deux cas polarisations (*hh*) et (*vv*) pour atteindre la valeur maximale pour  $\theta_0 = 15^\circ$  à  $\theta = 10^\circ$ , pour  $\theta_0 = 30^\circ$  à  $\theta = 20^\circ$ , pour  $\theta_0 = 45^\circ$  à  $\theta = 25^\circ$  et pour  $\theta_0 = 60^\circ$  à  $\theta = 30^\circ$  en polarisation horizontale (*hh*), et en polarisation (*vv*) l'intensité incohérente ont les plus grandes valeurs pour les quatre valeurs de l'angle incidents  $\theta_0 = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  et  $60^\circ$  lorsque  $\theta = 0^\circ$ . Ces courbes diminuent pour des angles d'observations supérieures en valeurs absolues à ces angles. L'intensité incohérente obtenue par la méthode SPM est plus importante par rapport à celle obtenue par la méthode SSA dans les deux polarisations.



(a)



(b)

Figure II.2. Intensité incohérente en fonction de l'angle d'observation en polarisation horizontale (a) et en polarisation verticale (b) pour  $\theta_0 = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  et  $60^\circ$  et une fonction d'autocorrélation Gaussienne dans le cas de double interface.

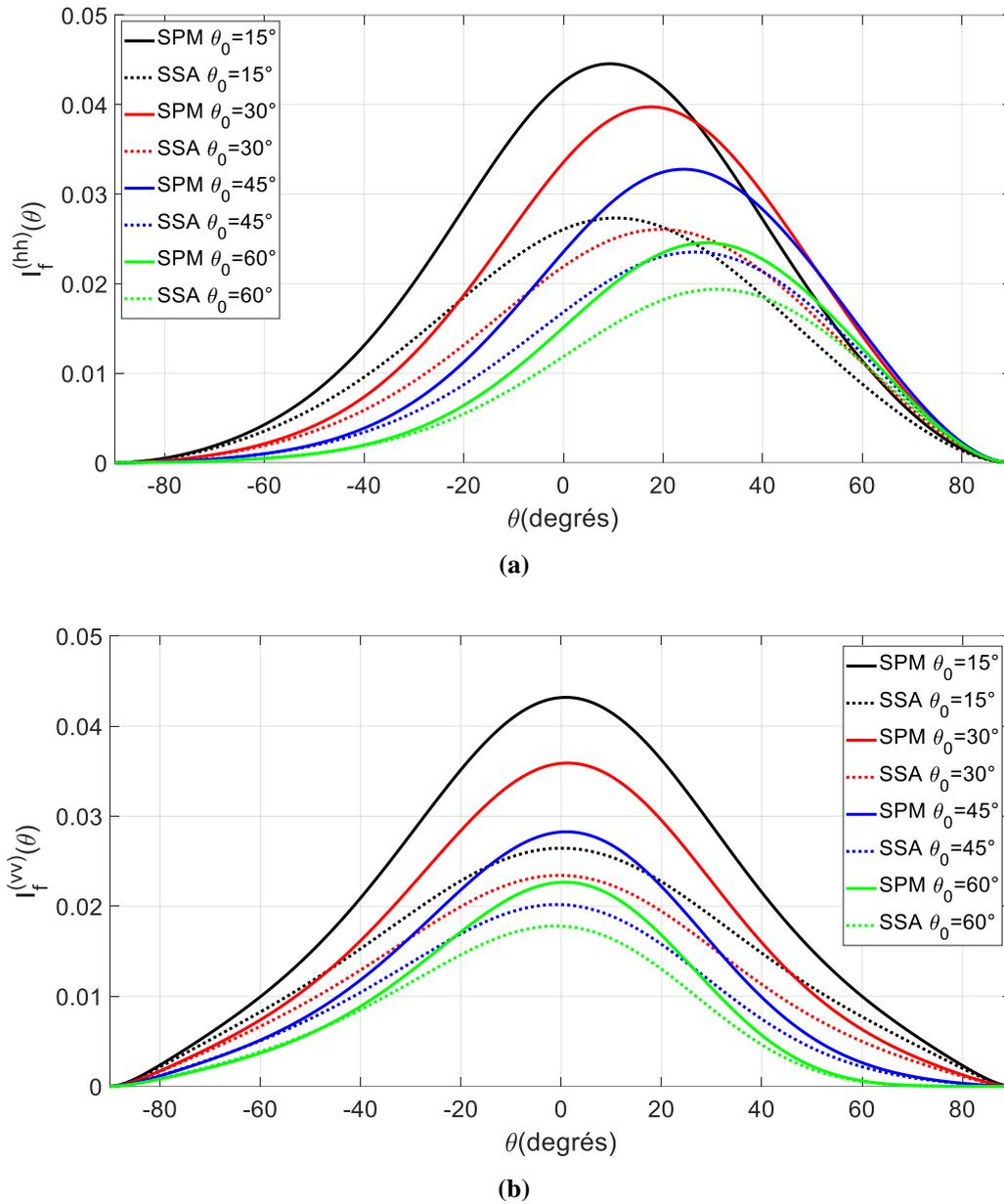
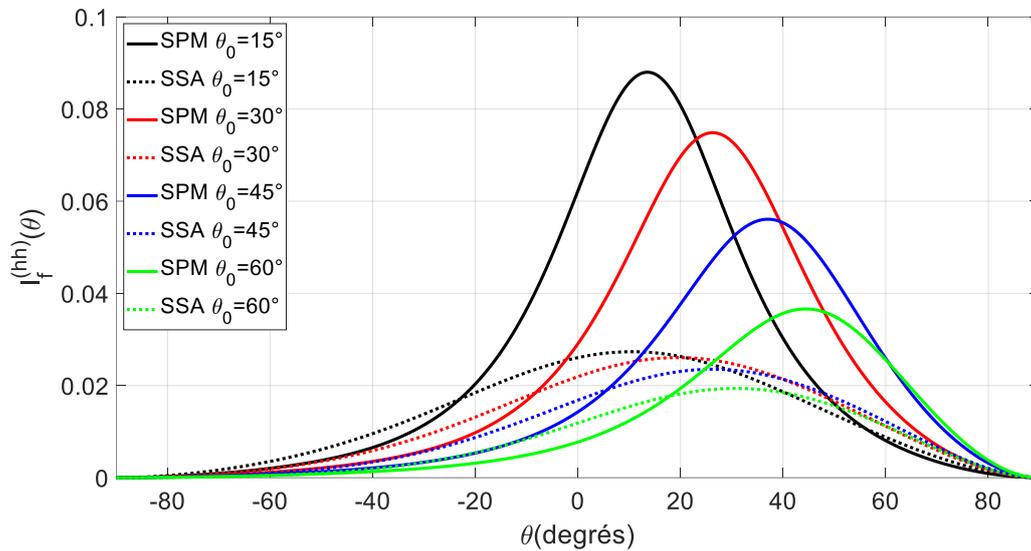


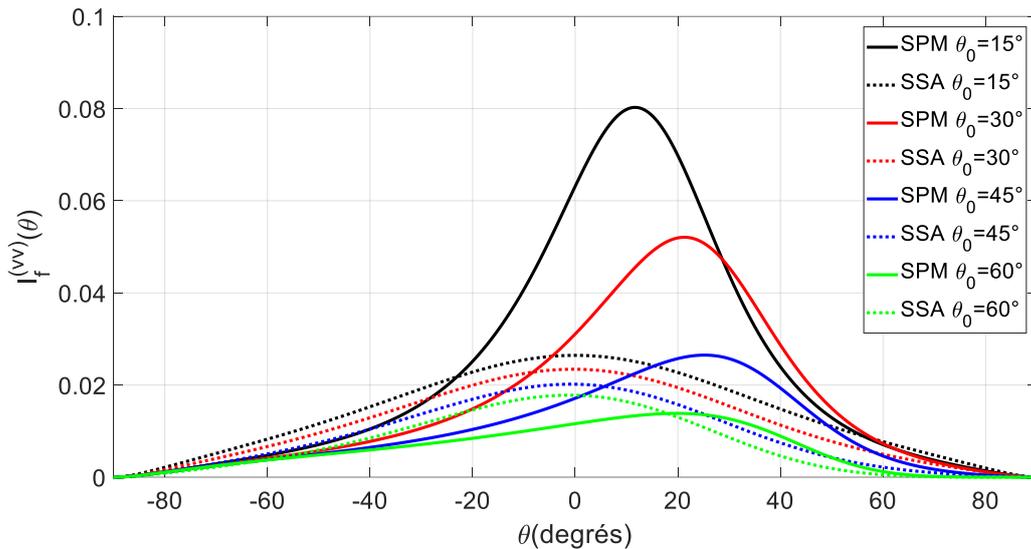
Figure II.3. Intensité incohérente en fonction de l'angle d'observation en polarisation horizontale (a) et en polarisation verticale (b) pour  $\theta_0 = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  et  $60^\circ$  et une fonction d'autocorrélation Gaussienne dans le cas de trois interfaces.

La figure II.4 présente l'intensité incohérente obtenue par la méthode SPM et la méthode SSA en fonction d'angle d'observation en polarisation horizontale ( $hh$ ) figure II.4 (a) et en polarisation verticale ( $vv$ ) figure II.4 (b), avec la configuration C2 dans le cas de double interface. La figure II.5 présente l'intensité incohérente obtenue par la méthode SPM et la méthode SSA en fonction d'angle d'observation en polarisation horizontale ( $hh$ ) figure II.5 (a) et en polarisation verticale ( $vv$ ) figure II.5 (b), avec la configuration C2 dans le cas de trois interfaces. On peut noter que pour un angle d'incidence donné, les courbes de l'intensité incohérente en polarisation horizontale ( $hh$ ) et en polarisation verticale ( $vv$ ) dans les deux cas (cas de doubles interfaces et de trois interfaces) sont semblables. L'intensité

incohérente augmente avec l'augmentation d'angle d'observation dans les deux cas polarisations ( $hh$ ) et ( $vv$ ), pour atteindre la valeur maximale pour  $\theta_0 = 15^\circ$  à  $\theta = 15^\circ$ , pour  $\theta_0 = 30^\circ$  à  $\theta = 25^\circ$ , pour  $\theta_0 = 45^\circ$  à  $\theta = 35^\circ$  et pour  $\theta_0 = 60^\circ$  à  $\theta = 45^\circ$ . On remarque que les amplitudes en polarisation horizontale sont plus élevées que celles en polarisation verticale, et dans les deux polarisations sont plus élevées dans la méthode SPM et que la méthode SSA. On peut remarquer aussi clairement l'effet de la fonction de corrélation pour la polarisation horizontale avec la méthode SPM, où l'intensité obtenue par une corrélation elliptique est plus importante par rapport à celle obtenue par une corrélation gaussienne.



(a)



(b)

Figure II.4. Intensité incohérente en fonction de l'angle d'observation en polarisation horizontale (a) et en polarisation verticale (b) pour  $\theta_0 = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  et  $60^\circ$  et une fonction d'autocorrélation exponentielle dans le cas de doubles interfaces.

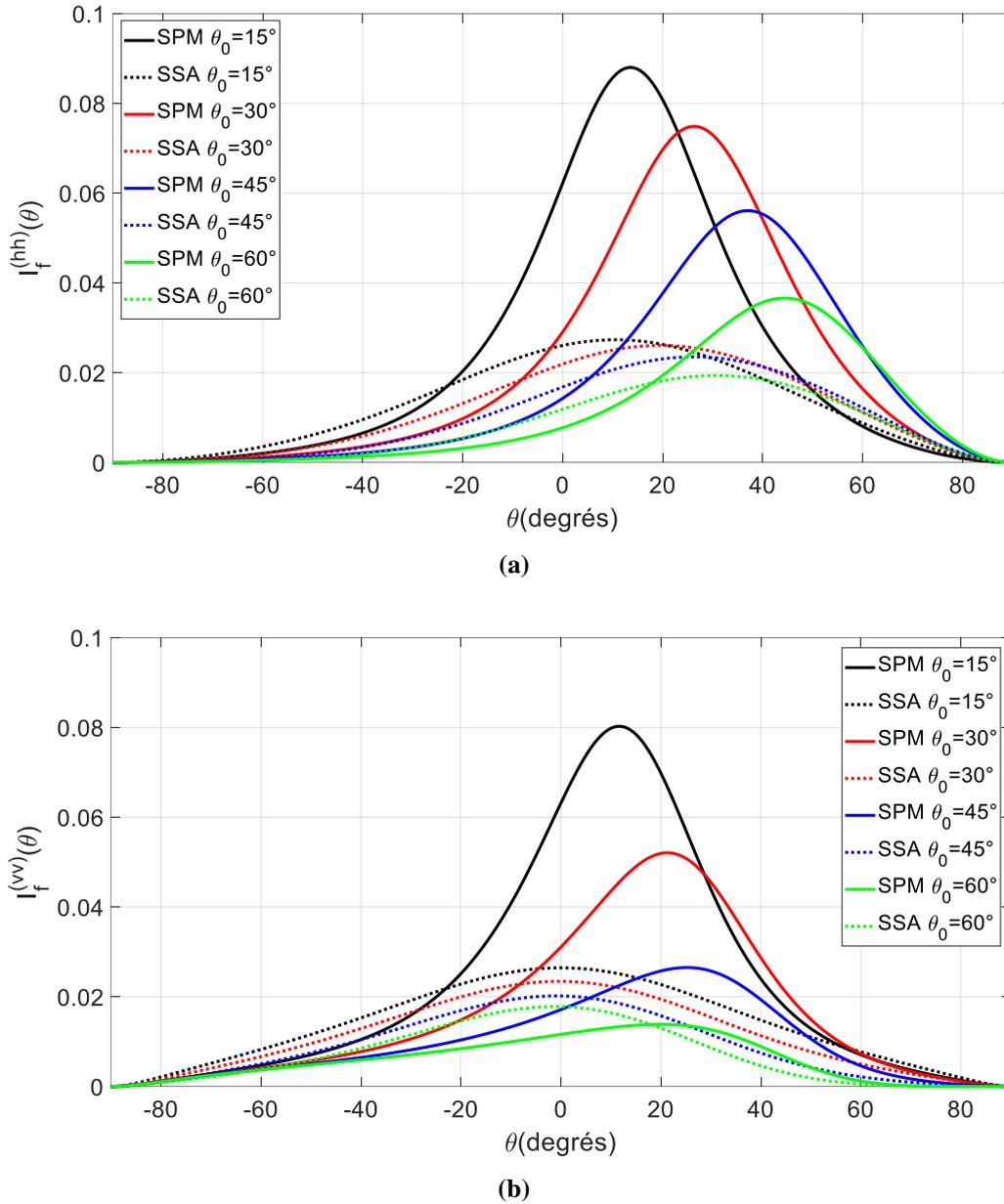


Figure II.5. Intensité incohérente en fonction de l'angle d'observation en polarisation horizontale (a) et en polarisation verticale (b) pour  $\theta_0 = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  et  $60^\circ$  et une fonction d'autocorrélation exponentielle dans le cas de trois interfaces.

## II.7.2 Intensité incohérente en rétrodiffusion

### II.7.2.1 Influence de l'angle d'incidence

À différente fréquence entre 1 et 2 GHz, pour différentes valeurs de l'angle d'incidence  $\theta_0 = 20^\circ$ ,  $\theta_0 = 30^\circ$ ,  $\theta_0 = 45^\circ$  et  $\theta_0 = 60^\circ$ . La figure II.6 présente l'intensité incohérente rétrodiffusée obtenue par la méthode SPM dans le cas de trois interfaces en fonction de la fréquence en polarisation horizontale ( $hh$ ) figure II.6 (a) et en polarisation verticale ( $vv$ ) figure II.6 (b). Les intensités dans les deux polarisations sont presque semblables. On remarque dans ces figures l'effet de la fréquence est

important sur l'intensité incohérente en rétrodiffusion dans les deux polarisations ( $hh$ ) et ( $vv$ ), où les amplitudes varient avec la variation de la valeur de la fréquence, et elle diminue avec l'augmentation de l'angle d'incidence. On remarque aussi que les amplitudes en polarisation verticale sont plus élevées que celles en polarisation horizontale.

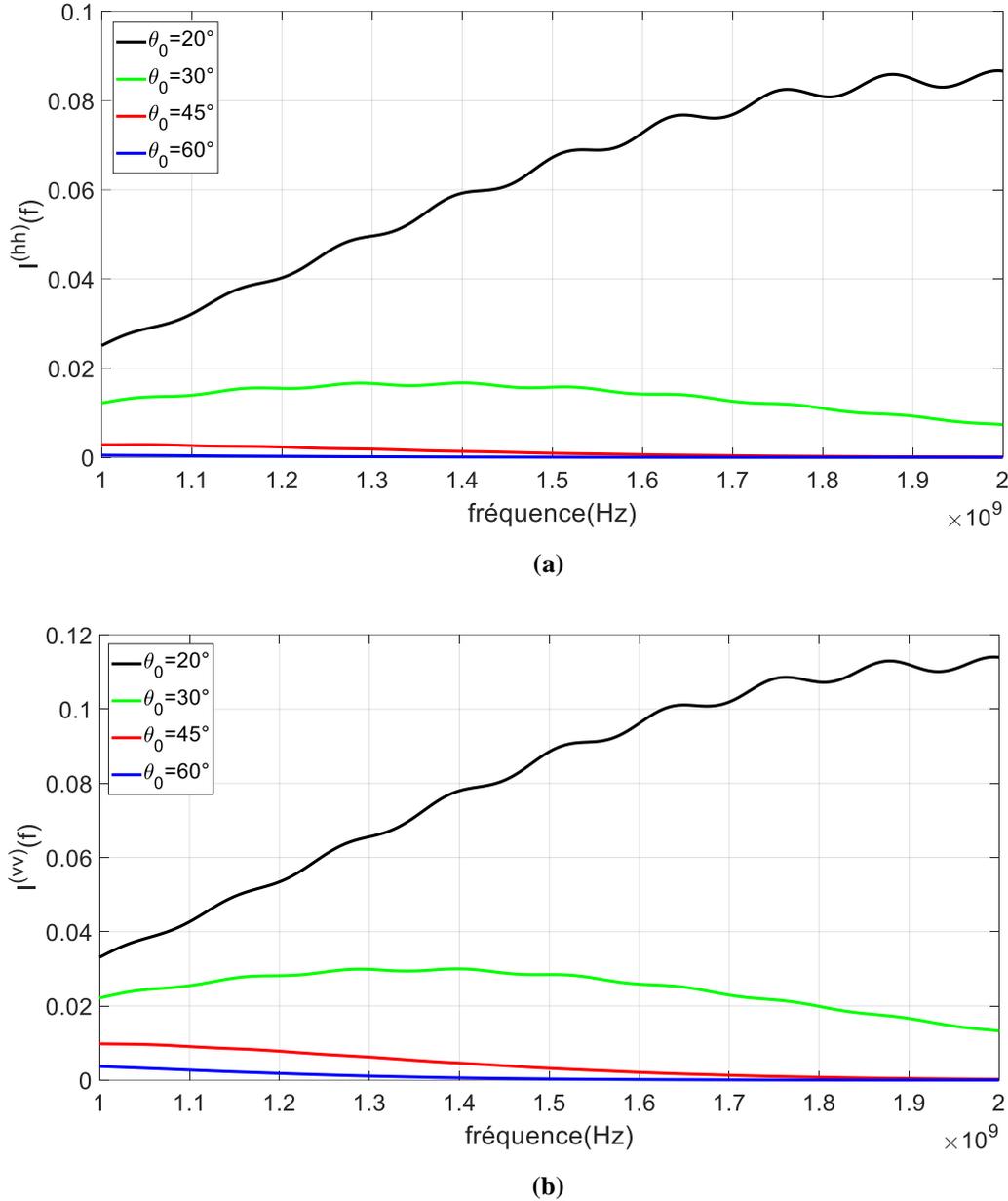


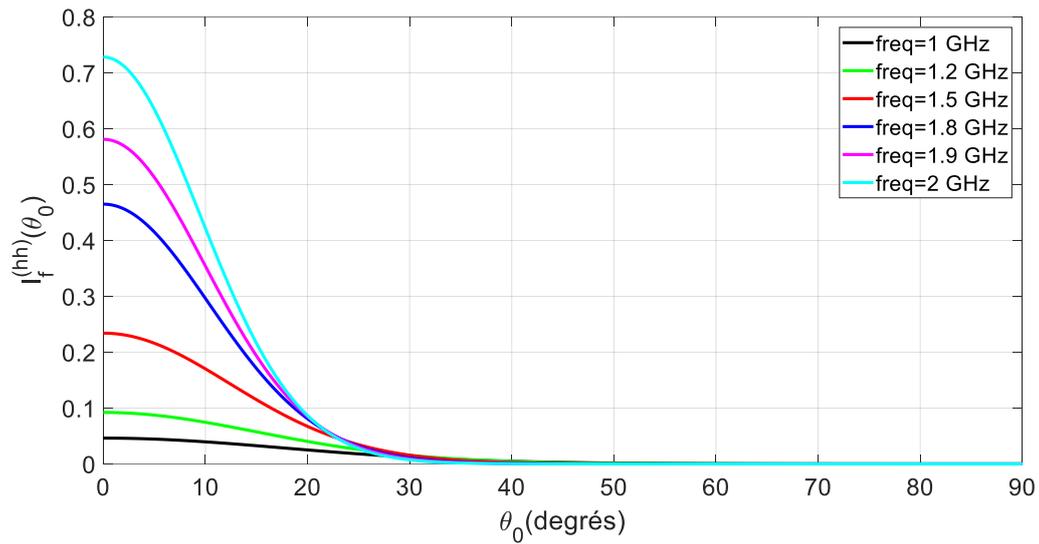
Figure II.6. Intensité incohérente rétrodiffusée en fonction de la fréquence en polarisation horizontale (a) et en polarisation verticale (b) à différentes valeurs d'angle incident dans le cas de trois interfaces.

### II.7.2.2 Influence de la fréquence

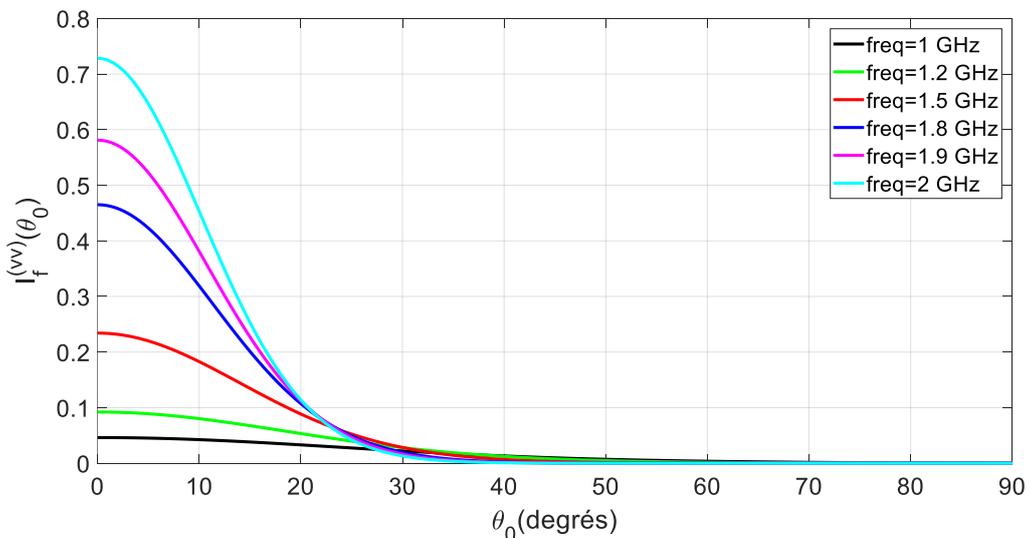
Nous considérons des configurations radar bi-statique mono-fréquence, en prend six valeurs de fréquence  $f_1 = 1$ ,  $f_2 = 1.2$ ,  $f_3 = 1.5$ ,  $f_4 = 1.8$ ,  $f_5 = 1.9$  et  $f_6 = 2$  GHz. La figure II.7 présente l'intensité incohérente rétrodiffusée obtenue par la méthode SPM dans le cas de trois interfaces en

fonction de l'angle d'incidence en polarisation horizontale (*hh*) figure II.7 (a) et en polarisation verticale (*vv*) figure II.7 (b).

Dans les deux polarisations, on remarque que la valeur de l'angle d'incidence et la valeur de la fréquence jouent un rôle remarquable sur le changement des amplitudes de l'intensité incohérente. Les amplitudes varient avec différentes valeurs de l'angle d'incidence. Les courbes débutent ces valeurs maximales pour l'angle d'incidence  $\theta_0 = 0^\circ$  et au fur à mesure l'augmentation de l'angle d'incidence elles diminuent pour tendre vers zéro. On remarque aussi que les amplitudes en polarisation horizontale sont plus élevées que celles en polarisation verticale.



(a)



(b)

Figure II.7. Intensité incohérente rétrodiffusée en fonction de l'angle d'incidence en polarisation horizontale (a) et en polarisation verticale (b) à différente fréquence entre 1 et 2 GHz dans le cas de trois interfaces.

## **II.8 Conclusion**

L'objectif de ce chapitre est d'estimer à l'aide de la méthode des petites perturbations SPM et de la méthode des faibles pentes SSA la signature électromagnétique d'une structure formée d'un empilement de plusieurs interfaces rugueuses bidimensionnelles pour une gamme de fréquence et à plusieurs angles d'observation.

Nous avons abordé dans un premier temps la description géométrique de la structure (les fonctions de corrélation et les spectres). Ensuite nous avons présenté les amplitudes diffractées et les intensités incohérentes en fonction des caractéristiques des surfaces (permittivités des milieux, épaisseur des couches, écart-type des hauteurs et longueurs de corrélation des interfaces).

Nous avons terminé le chapitre par des simulations pour montrer la différence entre les deux méthodes SPM et SSA, le cas de double interface à celui de triple interfaces, l'effet de corrélation (gaussienne et exponentielle) et l'effet des paramètres de mesure (angle et fréquence).

# **Chapitre III. Caractérisation de surfaces rugueuses à l'aide de la méthode des petites perturbations et le modèle des faibles pentes.**

III.1 Introduction

III.2 Modèle proposé

III.3 Méthodes d'optimisations

III.3.1 Les méthodes exactes

III.3.2 Les algorithmes d'optimisation stochastique

III.3.3 Méthode du recuit simulé (Simulated Annealing SA)

III.3.4 Méthode d'optimisation par essaims particulaires (Partial Swarm Optimisation PSO)

III.3.5 Influence du bruit de mesure

III.4 Conclusion

### III.1 Introduction

La détermination des propriétés des structures rugueuses stratifiées à partir de données de diffusion de champ électromagnétique est appelée : problème inverse. Ce problème inverse est utilisé dans de larges domaines scientifiques, techniques, militaires et médicaux.

L'analyse du champ électromagnétique diffracté par une structure multicouche bidimensionnelle rugueuse aléatoirement, éclairée par une onde radar a été étudiée dans le chapitre II. Les constantes diélectriques complexes (la permittivité relative), les épaisseurs des couches et les propriétés statistiques des interfaces sont les inconnues du problème de diffusion inverse associé à une structure multicouche à interfaces rugueuses. Les résolutions du problème inverse représentent la récupération des paramètres des surfaces rugueuses à partir de données rétrodiffusées.

L'objectif de ce chapitre est d'implémenter une procédure d'inversion conduisant à une estimation des paramètres diélectriques et les caractéristiques géophysiques à partir des données expérimentales [7], [40] et de l'expression analytique du rapport des intensités dans le cadre de la méthode SPM et SSA. La procédure d'inversion impose de définir et de tester plusieurs fonctions coûts et techniques de minimisation [41]. Notre problème inverse peut-être considéré comme un problème d'estimation de paramètre non linéaire. A titre de comparaisons, nous appliquons deux schémas d'optimisations appelés l'essaim de particulaires (PSO) [10] et recuit simulé (SA) [11]-[13] pour résoudre le problème. Le but de notre travail est d'étudier les performances de ces deux méthodes en inversion associée à des structures en couches.

### III.2 Modèle proposé

La résolution de notre problème inverse consiste à déterminer le vecteur  $\mathbf{p}$  des paramètres inconnus, à savoir les permittivités relatives des milieux et les caractéristiques géométriques et statistiques des interfaces.

Le signal diffusé peut être exprimé par la méthode des petites perturbations (SPM) et la méthode de faible pente (SSA). La fonction de rugosité de surface est indépendante de la polarisation.

#### III.2.1 Cas d'une seule interface rugueuse (la première par exemple)

Dans le cas d'une structure simple interface rugueuse ou multicouche avec uniquement la première interface est rugueuse, le rapport des intensités incohérentes avec les deux méthodes SPM et SSA a pour expression :

$$\rho_{ba,b'a'} = \frac{I_{f(b'a')}^{SPM}(\theta, \phi)}{I_{f(ba)}^{SPM}(\theta, \phi)} = \frac{I_{f(b'a')}^{SSA}(\theta, \phi)}{I_{f(ba)}^{SSA}(\theta, \phi)} = \frac{|K_{1(b'a')}|^2}{|K_{1(ba)}|^2} \quad (\text{III.1})$$

L'expression des noyaux  $K_{1(b'a')}$  et  $K_{1(ba)}$  dépendent du nombre des interfaces et des milieux. Le rapport  $\rho_{ba,b'a'}$  est également indépendant de la fonction de rugosité de surface.

Connaissant les expressions des noyaux électromagnétique, le rapport se simplifier et ne fait intervenir que les angles incident et réfléchi, la fréquence et la permittivité.

### III.2.2 Dans le cas de plusieurs interfaces rugueuses

Pour le cas d'une structure à plusieurs interfaces rugueuses, on peut se donner un modèle où :

- Les interfaces sont non corrélées et ayant la même fonction d'autocorrélation (même jeu de variances et longueurs de corrélation pour toutes les interfaces). Dans ce cas, le rapport des intensités devient pour les deux méthodes SPM1 et SSA1 :

$$\rho_{b'a',ba} = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} |K_{1(b'a')}|^2}{\sum_{i=1}^{N-1} |K_{1(ba)}|^2} \quad (\text{III.2})$$

Dans ce cas, le problème inverse se fait sur les parties réelles et imaginaires des permittivités des milieux et les épaisseurs de la structure.

- Les interfaces sont parallèles et donc pleinement corrélées et avec les mêmes fonctions d'autocorrélation et d'intercorrélations. Dans ce cas, le rapport des intensités devient dans le cadre des deux méthodes :

$$\rho_{b'a',ba} = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} |K_{i(b'a')}|^2 + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N-1} \text{Re} [K_{i(b'a')} K_{j(b'a')}^*]}{\sum_{i=1}^{N-1} |K_{i(ba)}|^2 + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N-1} \text{Re} [K_{i(ba)} K_{j(ba)}^*]} \quad (\text{III.3})$$

Comme dans le cas précédent, le problème inverse se fait sur les parties réelles et imaginaires des permittivités des milieux et sur les épaisseurs de la structure.

Dans le cas général, les interfaces sont non parallèles et donc non corrélées. Dans ce cas, le problème inverse se fait sur les parties réelles et imaginaires des permittivités des milieux, les longueurs de corrélations, les hauteurs quadratiques et sur les épaisseurs de la structure. Nous utilisons un autre rapport comme l'indice des couches de surface rugueuse [19]-[21], qui nous permet d'obtenir de bons résultats car ce rapport prend ces valeurs dans l'intervalle borné [0 1].

$$S_{ba,b'a'} = \frac{I_{f(b'a')}^{SPM}(\theta, \phi)}{I_{f(ba)}^{SPM}(\theta, \phi) + I_{f(b'a')}^{SPM}(\theta, \phi)} = \frac{1}{\rho_{b'a',ba} + 1} \quad (\text{III.4})$$

Dans ce cas, on définit la fonction coût à minimiser en utilisant l'indice des couches de surfaces rugueuses. Cette fonction coût nous permet de déterminer les paramètres inconnus du problème inverse.

$$f_{\text{coût}}(\mathbf{p}) = \frac{1}{N_\theta N_f} \sqrt{\sum_{i=1}^{N_\theta} \sum_{j=1}^{N_f} \left| \frac{1}{\rho_{b'a',ba}^{(th)}(\mathbf{p}, f_j, \theta_i) + 1} - \frac{1}{\rho_{b'a',ba}^{(exp)}(f_j, \theta_i) + 1} \right|^2} \quad (\text{III.5})$$

A titre de comparaison, nous avons utilisé une autre fonction coût, définie comme suit [41] :

$$f_{\text{cout}}(\mathbf{p}) = \frac{1}{N_\theta N_f} \sqrt{\sum_{i=1}^{N_\theta} \sum_{j=1}^{N_f} \left[ \left( \frac{I_{ba}^{(th)}(\mathbf{p}, f_j, \theta_i) - I_{ba}^{(exp)}(f_j, \theta_i)}{I_{ba}^{(exp)}(f_j, \theta_i)} \right)^2 + \left( \frac{I_{b'a'}^{(th)}(\mathbf{p}, f_j, \theta_i) - I_{b'a'}^{(exp)}(f_j, \theta_i)}{I_{b'a'}^{(exp)}(f_j, \theta_i)} \right)^2 \right]} \quad (\text{III.6})$$

Où  $N_\theta$  et  $N_f$  sont le nombre de points de mesure/simulation d'angle et de fréquence respectivement.  $I_{b,a}^{(exp)}(f_j, \theta_i)$  et  $I_{b',a'}^{(exp)}(f_j, \theta_i)$  sont constituées de mesures expérimentales ou simulées par ordinateur dans les paramètres de mesure (la fréquence  $f$  et l'angle d'observation  $\theta$ ).  $I_{ba}^{(th)}(\mathbf{p}, f_j, \theta_i)$ ,  $I_{b'a'}^{(th)}(\mathbf{p}, f_j, \theta_i)$  sont calculées théoriquement par résolution du problème direct basé sur la méthode SPM et SSA, qui contient le vecteur  $\mathbf{p}$  des inconnus du problème à savoir les paramètres électriques (permittivité électrique) ou géométrique des interfaces (écart type, longueur de corrélation et épaisseur des couches).

Dans le cas général, la minimisation se fait sur les parties réelles, imaginaires des permittivités des milieux, les épaisseurs de la structure et sur les écart-types et les longueurs de corrélation. Les intensités de diffractions dépendent de  $2N'$  parties réelles et imaginaires des permittivités complexes des  $N'=N-1$  milieux, des  $2N'$  paramètres de rugosités (écart-type et deux longueurs de corrélation) et de  $N'-1$  épaisseurs, soit au final  $5N'-1$  paramètres.

Les modèles d'inversion pour l'estimation les paramètres de vecteur  $\mathbf{p}$  peuvent généralement être classés en modèles théoriques [6] et modèles empiriques (ou semi-empiriques) [7]. Il est possible de résoudre le problème inverse à l'aide d'algorithmes basée sur des idées classiques, et bien connus en analyse numérique. Ces algorithmes sont appelés les algorithmes d'optimisations.

### III.3 Les méthodes d'optimisations

L'optimisation est un sujet très important pour atteindre une utilité maximale avec le moins d'effort. Il est utilisé dans divers domaines biologie, statistiques, ingénierie, mathématiques, médecine, sciences de gestion, économie et dans pratiquement tout ce que vous pouvez imaginer.

En mathématiques, l'optimisation consiste à la recherche de minimum ou maximum d'une fonction donnée. Avant l'arrivée à l'ère de l'informatique numérique, plusieurs approches et théories d'optimisation ont été utilisées pour résoudre des problèmes simples avec une ou quelques variables, tels que l'expansion de Taylor à variable unique, l'expansion de Taylor multivariable et les conditions de Karush – Kuhn – Tucker (KKT) [43]. En raison de la croissance de la complexité des problèmes, et avec le développement des sciences informatiques, il y a nombreuses excellentes méthodes développées jusqu'à présent. Ces méthodes peuvent être réparties en deux catégories : exacts et stochastiques.

### **III.3.1 Les méthodes exactes**

Les méthodes exactes s'appellent aussi les méthodes déterministes, donnent toujours le même résultat à condition de démarrer l'ensemble du processus avec exactement les mêmes conditions initiales. Certaines de ces méthodes exactes sont : la méthode d'itération Lambda (LIM), la programmation dynamique, et la méthode de Newton [44].

Si la relation entre une solution candidate et son adéquation est trop compliquée, il est difficile de résoudre un problème d'optimisation globale de manière déterministe. À ce stade, les algorithmes stochastiques ou probabilistes entrent en jeu.

### **III.3.2 Les algorithmes d'optimisation stochastique**

Les algorithmes d'optimisation stochastique fonctionnent généralement en simulant (de manière probabiliste), sont basés sur Monte Carlo. Ils présentent des solutions pas mauvaises mais non optimales dans moins de temps. Il existe deux grandes familles des algorithmes stochastiques sont : heuristiques et méta heuristiques.

#### **III.3.2.1 Les algorithmes heuristiques**

Les algorithmes heuristiques permettent de choisir la voie la plus prometteuse de recherche de la solution au problème posé, sans garantie sur la validité ou la précision de l'information fournie, telle que : programmation linéaire, programmation dynamique, la méthode de Nelder-Mead, et les algorithmes de gradients [45].

#### **III.3.2.2 Les algorithmes méta-heuristiques**

Les algorithmes méta-heuristiques sont des algorithmes pouvant être appliqués à la résolution d'un grand nombre de problèmes d'optimisations. Elles peuvent être vues comme des méthodologies de niveau supérieur, parce qu'elles sélectionnent des meilleures solutions et la randomisation. La sélection des meilleures garantit que les solutions convergent vers l'optimalité, tandis que la randomisation évite que les solutions soient piégées au niveau des optima locaux, et en même temps augmente la diversité des solutions. C'est qui garantira généralement que l'optimalité globale est réalisable [43].

Les méthodes méta-heuristiques se distinguent classiquement en deux groupes : les méthodes locales et les méthodes de recherche globale.

- Les méthodes locales permettent d'obtenir le minimum local le plus proche du point de départ. Elles essaient toujours d'améliorer la solution courante et sont donc incapables de s'extraire d'un minimum local puisque cela impliquerait d'accepter de dégrader la solution courante.
- Les méthodes globales possèdent un mécanisme leur permettant de s'extraire des minimas locaux. Elles sont plus adaptées à l'exploration globale de l'espace de recherche le plus souvent au détriment de l'exploration locale [46].

La plupart des algorithmes méta-heuristiques sont inspirés de la nature car ils ont été développés sur la base d'une certaine abstraction de la nature. Elles sont utilisées en physique (les méthodes de voisinage comme le recuit simulé (SA) [11], [13], et la recherche tabou (TS) [47]), en biologie de l'évolution (les algorithmes évolutifs comme les algorithmes génétiques (GA) [48], algorithme de recherche de nourriture bactérienne (BFA) [49], goutte d'eau intelligente (IWD) [50], et les stratégies d'évolution) ou encore en étiologie (l'optimisation des essaims de particules (PSO) [10], et les algorithmes de colonies de fourmis [51]).

### **III.3.3 Méthode du recuit simulé (Simulated Annealing SA)**

#### **III.3.3.1 Historique**

Le recuit simulé est une généralisation de la méthode Monte-Carlo, Metropolis et al, en 1953 proposent un algorithme pour la simulation de la progression d'un solide à l'équilibre thermique[52]. L'algorithme est connu sous le nom d'algorithme Metropolis. En 1983, Kirkpatrick et al, ont réalisé que l'algorithme Metropolis pouvait également être utilisé pour les calculs d'équation d'état pour les systèmes de particules en interaction. Ils ont appelé cet algorithme d'optimisation combinatoire le « recuit simulé » [11]. En (1984) Vanderbilt et Louie ont généralisé l'algorithme à l'optimisation des fonctions des variables continues [53]. Cerny a réalisé qu'il existe une relation de similitude profonde entre la minimisation de la fonction coût d'un problème d'optimisation combinatoire et le refroidissement lent d'un solide jusqu'à ce qu'il atteigne son état fondamental à faible énergie et que le processus d'optimisation puisse être réalisé en appliquant le Critère métropole [54].

#### **III.3.3.2 Définition**

La méthode du recuit simulé (SA) est une vigoureuse méthode de recherche méta-stochastique applicable à une large gamme de problèmes incluent les mathématiques (problèmes de graphes), la physique de la matière condensée (recherche de l'état fondamental des verres de spin), les problèmes d'ingénierie (conception VLSI), la programmation mathématique (optimisation combinatoire), les statistiques (réseaux de neurones) [55]. La méthode du recuit simulé est un algorithme d'optimisation s'inspire du processus de recuit physique. Ce processus utilisé en métallurgie pour améliorer la qualité d'un solide cherche un état d'énergie minimale qui correspond à une structure stable du solide.

### III.3.3.3 Principe de fonctionnement

Le recuit simulé est capable de minimiser les fonctions coût avec des minima globaux cachés parmi de nombreux minima locaux. Cette méthode utilise une analogie entre les paramètres inconnus dans un problème d'optimisation et les particules dans le processus de recuit des solides. Ces particules sont réparties aléatoirement dans la phase liquide à haute température. Si le refroidissement se fait assez lentement, à chaque température  $T$ , le solide atteint l'équilibre thermique, caractérisé par la distribution de Boltzmann [13]. Au fur et à mesure que la température diminue, la distribution se concentre sur les énergies inférieures, et enfin, lorsque la température s'approche de zéro, le seul état qui a une probabilité non nulle est l'état d'énergie minimum. Dans un problème d'optimisation, la fonction coût  $f_{\text{coût}}(\mathbf{p})$  et les configurations des paramètres du modèle sont respectivement analogues à l'énergie et aux différents états d'un solide.

Le schéma de recuit simulé utilisé dans cette étude est basé sur l'algorithme de Corana et al. [56]. Nous partons d'une supposition initiale  $\mathbf{p}_0$ , d'une température initiale  $T_0$  et d'un vecteur initial de longueur de pas  $\mathbf{v}_0$ . Une séquence aléatoire de points d'essai pour chaque paramètre est générée par :

$$\mathbf{p}'(m) = \mathbf{p}(m) + r\mathbf{v}(m) \quad (\text{III.7})$$

où  $m = 1, \dots, N$ , où  $N$  est le nombre de paramètres du modèle,  $\mathbf{p}'$  est la valeur d'essai d'un paramètre,  $\mathbf{p}$  la valeur optimale du paramètre (au début de la minimisation  $\mathbf{p}$  est l'estimation initiale, pendant la minimisation  $\mathbf{p}$  est la valeur optimale acceptée par l'algorithme);  $r$  est un nombre aléatoire tiré uniformément de  $[-1, 1]$ ,  $\mathbf{v}$  la longueur de pas des paramètres.

Pour chaque  $\mathbf{p}'$ , la fonction coût  $f_{\text{coût}}(\mathbf{p}')$  est calculée. Si  $f_{\text{coût}}(\mathbf{p}') - f_{\text{coût}}(\mathbf{p}) \leq 0$  alors  $f_{\text{coût}}(\mathbf{p}')$  est accepté comme nouveau minimum et  $\mathbf{p}'$  est accepté comme nouvelle valeur optimale de  $\mathbf{p}$ , sinon, elle peut être acceptée avec la probabilité  $p = e^{-(f_{\text{coût}}(\mathbf{p}') - f_{\text{coût}}(\mathbf{p}))/T}$ . Un nombre aléatoire  $p' \in [0, 1]$  est généré. Si  $p' < p$ , alors le point d'essai est accepté et la fonction monte. Le  $\mathbf{p}'$  n'est pas accepté comme nouvelle valeur optimale, il est simplement utilisé comme point à partir duquel le prochain point d'essai aléatoire est généré. Cette règle, appelée critère de Metropolis [52]. Le critère Metropolis est au cœur de la méthode, il contrôle la possibilité d'échapper à un minimum local par l'acceptation d'une montée. Le meilleur ensemble de paramètres  $\mathbf{p}$  est enregistré comme  $\mathbf{p}_{\text{optimum}}$ .

Cet ensemble de perturbations séquentielles est répété  $N_s$  fois. La longueur de pas est ensuite ajustée selon la règle d'ajustement de longueur de pas de l'algorithme Corana.

$$v'(m) = \begin{cases} v(m) \left[ 1 + \frac{n(m) / N_s - 0.6}{0.2} \right], & \text{si } n(m) > 0.6N_s \\ v(m) \left[ 1 + \frac{0.4 - n(m) / N_s}{0.2} \right]^{-1}, & \text{si } n(m) < 0.4N_s \\ v(m) & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{III.8})$$

Où  $m$  ( $m = 1, \dots, N$ ) est le nombre de mouvements acceptés le long de la  $j$  ième coordonnée depuis le dernier ajustement de longueur de pas. À mesure que la température diminue, la longueur du pas devient plus petite et l'algorithme de Corana se concentre sur une zone plus petite. Au contraire, si la température est forcée d'augmenter, selon le critère Metropolis, la longueur du pas et la probabilité d'accepter les mouvements en montée augmentent. Par conséquent, dans une situation où l'algorithme a convergé vers un minimum local, en augmentant la température, l'algorithme est autorisé à poursuivre sa recherche du minimum global avec une longueur de pas plus grande, c'est-à-dire dans une zone plus grande. Ce processus peut être répété plusieurs fois jusqu'à ce que la convergence vers le minimum global soit atteinte et l'itération se poursuit jusqu'à ce que le nombre de réglages de longueur de pas atteigne  $N_T$ . La température est réduite à ce point de  $T = T \cdot \exp(-R_T)$ , et l'itération se poursuit à la nouvelle température, à partir du point optimal actuel.

Le processus d'inversion s'arrête lorsque la valeur de la fonction coût devient inférieure à une valeur notée par  $f_{eps}$  dans cette étude, c'est-à-dire  $f_{coût} < f_{eps}$ , ou lorsque l'algorithme converge vers des minima locaux pour un certain nombre de fois avec une température qui atteint son minimum  $T_{min} = f_{opr} \cdot 10^{-3}$  ou encore après un nombre donné d'itérations pour des raisons de temps de calcul. Nous avons modifié l'algorithme de Corana afin de lui faire sortir d'un minimum local vers lequel l'algorithme a convergé. L'idée est simple et d'augmenter la température pour faire sortir l'algorithme de la zone minimale afin d'atteindre son minimale globale imposé par la condition  $f_{coût} < f_{eps}$ . L'algorithme proposé est schématisé dans l'annexe A.

### III.3.4 Méthode d'optimisation par essais particuliers (Partial Swarm Optimisation PSO)

#### III.3.4.1 Définition

La technique l'optimisation par essais particuliers (OEP ou PSO en anglais) est inspirée de la sagesse collective d'un groupe d'individus tels qu'un troupeau d'oiseaux, des animaux se déplaçant en troupes ou des bancs de poissons se déplaçant ensemble, développée par Dr. KENNEDY et Dr. EBERHART en 1995 [10].

Cet algorithme est similaire à la technique d'algorithme génétique pour l'optimisation, où elle utilise une « population » de solutions candidates pour déterminer une solution optimale du problème posé. Pour cette raison elle diffère des autres méthodes de d'optimisation méta-heuristiques. Les membres de ces populations appelées « particules » sont dispersés dans l'espace du problème. Chaque particule représentant une solution potentielle au problème en question. La qualité de chaque solution est évaluée à l'aide d'une fonction coût. Un processus de sélection est appliqué à chaque itération de l'algorithme PSO afin de former une nouvelle particule. Le processus de sélection est biaisé en faveur des particules en forme pour s'assurer qu'ils feront partie de la nouvelle particule. Cette procédure est répétée jusqu'à ce que la convergence soit atteinte. La meilleure solution trouvée devrait être une solution presque optimale.

### III.3.4.2 Principe de fonctionnement

Nous supposons que notre espace de recherche soit de  $n$ -dimension (où  $n$  représente le nombre de variables qui peuvent être déterminées dans le problème), et que la  $i$ -ème particule de l'essaim puisse être représentée par un vecteur de position en  $n$  éléments :  $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, x_{i3} \dots x_{in})$ . Il minimise ou maximise la fonction coût  $f(X_i)$ . La vitesse de particule est notée par :  $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, v_{i3} \dots v_{in})$ . Nous considérons aussi la meilleure position visitée par la particule qui est :  $P_{i,best} = (p_{i1}, p_{i2}, p_{i3} \dots p_{in})$ , et aussi la meilleure position explorée jusqu'à présent qui est :  $P_{g,best} = (p_{g1}, p_{g2}, p_{g3} \dots p_{gn})$ .

Donc, la position de la particule et sa vitesse sont mises à jour en utilisant les équations suivantes :

$$V_i(t+1) = wV_i(t) + r_1c_1 [P_{i,best} - X_i(t)] + r_2c_2 [P_{g,best} - X_i(t)] \quad (III.9)$$

$$X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1) \quad (III.10)$$

$w$  : est la constante de poids d'inertie. Ce paramètre est important pour équilibrer la recherche globale, également appelée exploration (lorsque des valeurs plus élevées sont définies), et la recherche locale, appelée exploitation (lorsque des valeurs inférieures sont définies).

Le produit entre le paramètre  $w$  et la vitesse  $V_i$  dans l'équation (III.9), c'est la mise à jour de la vitesse précédente de la particule :

- Si  $w = 1$ , le mouvement de la particule est entièrement influencé par son mouvement précédent, de sorte que la particule peut continuer dans la même direction.
- Si  $0 \leq w < 1$ , l'essaim peut explorer plus de zones dans le domaine de recherche, ce qui signifie que les chances de trouver un optimum global peuvent augmenter [10].

Si la particule s'éloigne de la position  $P_{i,best}$ , par conséquent, le moyen de la différence entre la meilleure position de la particule  $P_{i,best}$  et sa position actuelle  $X_i(t)$  augmente, attirant la particule dans sa meilleure position.

La différence  $P_{g,best}^t - X_i^t$  agit comme une attraction pour les particules vers le meilleur point jusqu'à ce qu'elle soit trouvée à une certaine  $t$  itération.

$c_1$ ,  $c_2$  : sont les coefficients d'accélération de PSO. Ils représentent le degré de « confiance » dans la meilleure solution trouvée par la particule individuelle ( $c_1$  paramètre cognitive) et par l'ensemble essaim ( $c_2$  paramètre social).

$r_1$ ,  $r_2$  : sont les vecteurs contenant des nombres aléatoires avec une distribution uniforme dans l'intervalle  $[0, 1]$ .

L'algorithme d'optimisation de PSO est schématisé dans l'**annexe B**.

### III.3.5 Influence du bruit de mesure

Pour analyser la sensibilité de notre méthode d'inversion au bruit de mesure, nous modélisons le bruit comme suit :

$$I_{(b'a)B}^{(\text{exp})}(f_j, \theta_{0i}) = I_{(b'a)}^{(\text{exp})}(f_j, \theta_{0i}) + N(0, \sigma^2) \quad (\text{III.11})$$

$I_{(b'a)B}^{(\text{exp})}(f_j, \theta_{0i})$ , représente l'intensité incohérente mesurée à un certain angle d'incidence  $\theta_{0i}$  et à une fréquence  $f_j$ . La quantité  $N(0, \sigma^2)$  est un nombre aléatoire représentant le bruit de mesure, qui est supposé avoir une distribution gaussienne de moyenne nulle et d'écart type  $\sigma$ . Nous supposons que  $\sigma = r_0 I_{(b'a)}^{(\text{exp})}(f_j, \theta_{0i})$ , ce qui signifie que l'écart type du bruit est proportionnel à l'intensité. Puisque  $N(0, \sigma^2) = \sigma N(0, 1) = r_0 I_{(b'a)B}^{(\text{exp})}(f_j, \theta_{0i}) N(0, 1)$ , l'expression (III.11) devient :

$$I_{(b'a)B}^{(\text{exp})}(f_j, \theta_{0i}) = I_{(b'a)}^{(\text{exp})}(f_j, \theta_{0i})(1 + r_0 N(0, 1)) \quad (\text{III.12})$$

## III.4 Conclusion

L'objectif de ce chapitre est d'étudier le problème inverse pour récupérer le vecteur  $p$  qui contient les inconnues du problème (les parties réelles et imaginaires des permittivités des milieux, les longueurs de corrélations, les hauteurs quadratiques et les épaisseurs de la structure).

Nous avons présenté deux types de fonction coût basées sur les rapports des intensités incohérentes pour les différentes descriptions des milieux rugueux. Par la suite, nous avons donné une vision générale sur les méthodes d'optimisation et une représentation théorique de la méthode de recuit simulé SA et la méthode de l'optimisation d'essaim particulière PSO.

Enfin nous avons fait une modélisation pour analyser la sensibilité de nos méthodes d'inversion au bruit de mesure.

# **Chapitre IV. Inversion des paramètres électriques et géométriques d'un milieu stratifié à interfaces rugueuses.**

## IV. 1 Caractérisation des paramètres électriques et géométriques

### IV.1.1 Introduction

### IV.1.2 Paramètres d'inversion

### IV.1.3 Résultats d'inversion

### IV.1.4 Conclusion

## IV. 2 Influence du bruit sur la caractérisation des paramètres électriques et géométriques

### IV.2.1 Introduction

### IV.2.2 Paramètres d'inversion

### IV.2.3 Résultats d'inversion

### IV.2.4 Conclusion

## IV.1 Caractérisation des paramètres électriques et géométriques

### IV.1.1 Introduction

Dans la première partie de ce chapitre de cette thèse, nous allons résoudre le problème d'inversion. Nous faisons une comparaison entre deux algorithmes d'optimisations globales expliquées dans le chapitre III, l'algorithme de recuit simulé et l'algorithme de l'essaim de particules. Les performances de deux algorithmes dépendent de plusieurs paramètres. Les paramètres de modèle d'une structure simple, doubles interfaces et triple interfaces rugueuses sont extraits des données constituées des coefficients de rétrodiffusion de multiples polarisations, angles et fréquences. Les exemples d'analyse et d'inversion montrent que ces méthodes inverses sont réalisables et efficaces.

Le but de notre travail est d'étudier les performances de ces deux méthodes en inversion associée à des structures en couches avec deux fonctions coût, afin de choisir la meilleure méthode et la meilleure fonction coût, qui nous permettrons de récupérer le plus grand nombre possible de paramètres dans le moins de temps possible.

### IV.1.2 Paramètres d'inversion

Avant d'appliquer la procédure d'inversion, le rapport des intensités en rétrodiffusion est établi en utilisant la méthode SPM et le modèle SSA pour trouver la fonction coût qui est basée sur des modèles analytiques et données existants. Nous choisissons les algorithmes SA et PSO pour minimiser ou rechercher le minimum de la fonction coût. Dans le cas général, pour la récupération des paramètres d'une structure, un schéma de minimisation comportant des paramètres inconnus. Les constantes diélectriques complexes ou les permittivités relatives des milieux (les parties réelles et imaginaires), les écarts type et les longueurs de corrélation pour les interfaces doivent être déterminés. Nous utilisons le modèle générique pour la constante diélectrique complexe, où la partie imaginaire de la constante diélectrique varie avec la fréquence dans la gamme de fréquences considéré.

Les paramètres de mesure sont, la fréquence et l'angle d'observation. Comme aujourd'hui, la radiométrie hyperfréquence en bande L (1 à 2 GHz) offre une capacité pour des observations fréquentes de l'humidité du sol à l'échelle mondiale, nous avons utilisé six fréquences de la bande L :  $f_1 = 1$ ,  $f_2 = 1.2$ ,  $f_3 = 1.4$ ,  $f_4 = 1.6$ ,  $f_5 = 1.8$  et  $f_6 = 2$  GHz, et les angles de mesure comme étant  $\theta_1 = 30^\circ$ ,  $\theta_2 = 45^\circ$  et  $\theta_3 = 60^\circ$ .

L'étude est appliquée en bande L, où la plage de fréquence entre 1 et 2 GHz. Sols à différentes humidités (contenu volumétrique en eau 15% , 20% et 25% ) ce qui correspond aux valeurs de la permittivité relatives suivantes :  $6.26 - 0.52j$ ,  $8.45 - 0.85j$  et  $11.3 - 1.27j$  pour la fréquence 1GHz [37]. Les interfaces séparant les couches de notre structure sont caractérisées par des hauteurs

quadratiques moyennes  $\sigma_{a1} = 2$  cm et  $\sigma_{a2} = \sigma_{a3} = 1$  cm et des longueurs de corrélations  $lc_1 = lc_2 = 10$  cm et  $lc_3 = 20$  cm . Avec l'épaisseur de la couche entre première et deuxième interface  $u_2 = 5$  cm et l'épaisseur de la couche entre deuxième et troisième interface  $u_3 = 6$  cm .

Nous utilisons le modèle générique pour la constante diélectrique complexe relative  $\varepsilon_r$  dans le cas de changement de fréquence, c'est à dire, nous supposons que  $\varepsilon_r = \varepsilon'_r - j\sigma / (2\pi f \varepsilon_0)$ , où la partie imaginaire de la constante diélectrique varie avec la fréquence dans la gamme des fréquences considérée.

Nous considérons les interfaces isotropes. On définit les deux vecteurs **LB** des valeurs limites inférieures et **UB** des valeurs limites supérieures, c'est-à-dire  $3 \leq \varepsilon'_r \leq 15$ ,  $0.0 \leq \sigma \leq 0.2$ ,  $0 \leq \sigma_s \leq 0.05$  et  $0.01 \leq l_c \leq 0.25$ . La contrainte sur l'épaisseur de couche  $0.1 \leq u \leq 1$ . Les éléments du vecteur **p** et ces limites sont résumés dans le tableau IV-1 suivant :

Paramètre	$\varepsilon'_2$	$\sigma_2$	$\varepsilon'_3$	$\sigma_3$	$\varepsilon'_4$	$\sigma_4$	$u_2$	$u_3$	$lc_1$	$\sigma_{s1}$	$lc_2$	$\sigma_{s2}$	$lc_3$	$\sigma_{s3}$
<i>m</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$p_{LB}(m)$	3	0	3	0	3	0	0.1	0.1	0.01	0.0	0.01	0.0	0.01	0.0
$p_{UB}(m)$	15	0.2	15	0.2	15	0.2	1	1	0.25	0.05	0.25	0.05	0.25	0.05
Valeurs réelles	6.26	0.04	8.45	0.07	11.3	0.1	0.5	0.6	0.1	0.02	0.1	0.01	0.2	0.01

Tableau IV-1- Valeurs réelle des paramètres électriques et géométriques, bornes inférieure et supérieure du vecteur de paramètre pour la configuration isotropes. Les paramètres géométriques sont exprimés en cm.

Les autres paramètres d'inversion utilisés dans l'algorithme sont  $T_0$ ,  $N_S$ ,  $N_T$ ,  $R_T$  et  $f_{eps}$ . Les valeurs de  $N_S$ ,  $N_T$  et  $R_T$ , utilisées dans cette étude sont les valeurs recommandées par Corana et al. [52], c'est-à-dire 20, 100 et 0.85, respectivement. La valeur de  $T_0$  est déterminée par l'algorithme en prenant un échantillon de  $Nrand$  ( $Nrand = 2000$ ) valeurs de la fonction coût et prendre la valeur  $T_0 = (\max f_{coût} - \min f_{coût}) / Nrand$ ,  $T_{final}$  et  $f_{eps}$  sont dérivées empiriquement pour obtenir des résultats précis. Il est facile de vérifier que les performances de l'algorithme sont indépendantes de la supposition initiale si les valeurs susmentionnées des paramètres d'inversion sont choisies.

Pour la méthode de PSO, les paramètres d'inversion utilisés dans l'algorithme sont  $Max\_It$  (nombre des itérations),  $N_{pop}$  (nombre de populations),  $c_1$ ,  $c_2$  et  $f_{eps}$  sont dérivées empiriquement pour obtenir des résultats précis.  $w = 1$  et sa valeur varie en fonction du nombre des itérations.

Il est facile de vérifier que les performances des algorithmes sont indépendantes de la supposition initiale si les valeurs susmentionnées des paramètres d'inversion sont choisies.

### IV.1.3 Résultats d'inversion

La procédure globale de l'inversion est divisée en deux parties, la première est considérablement simplifiée dans le cas où la minimisation se fait sur les parties réelles et imaginaires des permittivités des milieux et les épaisseurs de la structure d'où l'utilisation de la fonction coût (III.5), la seconde un peu compliquée où la minimisation se fait sur tous les paramètres diélectriques et géophysiques (les parties réelles et imaginaires des permittivités des milieux, les écarts type et les longueurs de corrélation pour les interfaces de la structure d'où l'utilisation de la fonction coût (III.6)

#### IV.1.3.1 L'utilisation de la fonction coût des rapports des intensités

Dans le cas de l'utilisation de la fonction coût des rapports des intensités (III.5), où la minimisation se fait sur les parties réelles et imaginaires des milieux et l'épaisseur de la structure.

Les tableaux (IV-2) -(IV-8) présentent les valeurs réelles et les suppositions initiales, ainsi que les résultats d'inversion finaux dans le cas de simple, double et triple interface. Nous remarquons que l'algorithme PSO donne les paramètres dans un temps mieux que l'algorithme SA pour les cas de simple et double interface. Dans le cas de trois interfaces, nous remarquons que l'algorithme SA est le plus efficace que l'algorithme PSO comme le montre les résultats en rouge dans les tableaux (IV-6) -(IV-8).

##### a) Dans le cas d'une simple interface

Le tableau IV.2 montre les valeurs réelles et les suppositions initiales, ainsi que les résultats d'inversion finaux avec  $N_\theta = 1$  et  $N_f = 5$ .

		$\varepsilon'_2$	$\sigma_2$
Vrai valeur		6.26	0.04
Valeur finale		6.26	0.04
SA	Estimation initiale	10.04	0.01
	$f_{\text{cout}}(\text{finale})$	$5.4 \times 10^{-6}$	
	Durée d'exécution	0.9 secondes.	
PSO	Estimation initiale	11.43	0.06
	$f_{\text{cout}}(\text{finale})$	$7.6 \times 10^{-6}$	
	Durée d'exécution	0.05 secondes.	

Tableau IV-2- Résultat de l'inversion pour deux paramètres dans le cas de simple interface.

##### b) Dans le cas de doubles interfaces

- Dans le cas de doubles interfaces mais une seule est rugueuse (la première, par exemple)

Le tableau IV.3 montre les valeurs réelles et les résultats d'inversion finaux dans le cas de deux interfaces avec  $N_\theta = 2$  et  $N_f = 5$ .

		$\varepsilon'_2$	$\sigma_2$	$\varepsilon'_3$	$\sigma_3$	$u$
valeur réelle		6.26	0.04	8.45	0.07	0.5
Valeur finale		6.26	0.04	8.45	0.07	0.5
SA	Estimation initiale	7.17	0.07	5.83	0.01	0.30
	$f_{cout}$ (finale)	$4.8 \times 10^{-8}$				
	Temps d'exécution	Une minute et 8 secondes				
PSO	Estimation initiale	4.26	0.04	3.31	0.08	0.35
	$f_{cout}$ (finale)	$5 \times 10^{-8}$				
	Temps d'exécution	8.7 secondes.				

Tableau IV-3- Résultat de l'inversion pour cinq variables dans le cas de double interface avec la première est rugueuse.

- Les deux interfaces sont non corrélées et ayant la même la fonction d'autocorrélation (même jeu de variances et longueurs de corrélation pour toutes les interfaces)

Le tableau IV.4 montre les valeurs réelles et les résultats d'inversion finaux dans le cas de deux interfaces  $N_\theta = 2$  et  $N_f = 5$

		$\varepsilon'_2$	$\sigma_2$	$\varepsilon'_3$	$\sigma_3$	$u$
valeur réelle		6.26	0.04	8.45	0.07	0.5
Valeur finale		6.26	0.04	8.45	0.07	0.5
SA	Estimation initiale	12.50	0.07	11.41	0.04	0.39
	$f_{cout}$ (finale)	$2.2 \times 10^{-8}$				
	Temps d'exécution	Une minute et 7 seconds.				
PSO	Estimation initiale	4.07	0.07	7.36	0.08	0.88
	$f_{cout}$ (finale)	$5 \times 10^{-8}$				
	Temps d'exécution	8 secondes.				

Tableau IV-4- Résultat de l'inversion pour cinq variables dans le cas de double interface non corrélées et ayant la même la fonction d'autocorrélation.

- Les deux interfaces sont parallèles et donc pleinement corrélées et avec les mêmes fonctions d'autocorrélation et d'intercorrélations.

Le tableau IV.5 montre les valeurs réelles et les résultats d'inversion finaux dans le cas de deux interfaces avec  $N_\theta = 2$  et  $N_f = 5$ .

		$\varepsilon'_2$	$\sigma_2$	$\varepsilon'_3$	$\sigma_3$	$u$
valeur réelle		6.26	0.04	8.45	0.07	0.5
Valeur finale		6.26	0.04	8.45	0.07	0.5
SA	Estimation initiale	6.90	0.05	9.08	0.08	0.43
	$f_{cout}(finale)$	$4.6 \times 10^{-08}$				
	Temps d'exécution	Une minute et 35 secondes.				
PSO	Estimation initiale	13.73	0.05	9.09	0.02	0.39
	$f_{cout}(finale)$	$4 \times 10^{-8}$				
	Temps d'exécution	5 secondes.				

Tableau IV-5- Résultat de l'inversion pour cinq variables dans le cas de double interface parallèles.

## c) Dans le cas trois interfaces rugueuses

- Dans le cas de trois interfaces mais une seule est rugueuse (la première, par exemple)

Le tableau IV.6 montre les valeurs réelles et les résultats d'inversion finaux dans le cas de trois interfaces avec  $N_\theta = 3$  et  $N_f = 6$ .

		$\varepsilon'_2$	$\sigma_2$	$\varepsilon'_3$	$\sigma_3$	$\varepsilon'_4$	$\sigma_3$	$u_1$	$u_2$
Valeur réelle		6.26	0.04	8.45	0.07	11.3	0.01	0.5	0.6
Valeur finale		6.26	0.04	8.45	0.07	11.3	0.01	0.5	0.6
SA	Estimation initiale	12.72	0.04	10.87	0.02	12.63	0.07	0.9	0.8
	$f_{cout}(finale)$	$7.64 \times 10^{-09}$							
	Temps d'exécution	6 minutes et 27 secondes.							
PSO	Estimation initiale	7.81	0.02	11.58	0.13	10.79	0.10	0.47	0.41
	Valeur finale	6.26	0.04	8.45	0.07	8.18	0.08	0.50	0.43
	$f_{cout}(finale)$	$9.74 \times 10^{-07}$							
	Temps d'exécution	8 minutes							

Tableau IV-6- Résultat de l'inversion pour huit variables dans le cas de trois interfaces avec la première est rugueuse.

- Les interfaces sont non corrélées et ayant la même la fonction d'autocorrélation (même jeu de variances et longueurs de corrélation pour toutes les interfaces)

Le tableau IV.7 montre les valeurs réelles et les résultats d'inversion finaux dans le cas de trois interfaces avec  $N_\theta = 3$  et  $N_f = 6$ .

		$\varepsilon'_2$	$\sigma_2$	$\varepsilon'_3$	$\sigma_3$	$\varepsilon'_4$	$\sigma_3$	$u_1$	$u_2$
valeur réelle		6.26	0.04	8.45	0.07	11.3	0.01	0.5	0.6
SA	Valeur finale	6.26	0.04	8.45	0.07	11.3	0.01	0.5	0.6
	Estimation initiale	8.60	0.07	8.70	0.14	3.27	0.18	0.4	0.5
	$f_{cout}(finale)$	$5.79 \times 10^{-09}$							
	Temps d'exécution	8 minutes et 55 secondes							
PSO	Estimation initiale	14.70	0.09	11.23	0.04	4.03	0.13	0.54	0.73
	Valeur finale	6.26	0.04	8.45	0.07	8.46	0.08	0.50	0.49
	$f_{cout}(finale)$	$1.19 \times 10^{-06}$							
	Temps d'exécution	7 minutes et 45 secondes							

Tableau IV-7- Résultat de l'inversion pour huit variables dans le cas de trois interfaces non corrélées et ayant la même la fonction d'autocorrélation.

- Les interfaces sont parallèles et donc pleinement corrélées et avec les mêmes fonctions d'autocorrélation et d'intercorrélation.

Le tableau IV.8 montre les valeurs réelles et les résultats d'inversion finaux dans le cas de trois interfaces avec  $N_\theta = 3$  et  $N_f = 6$ .

		$\varepsilon'_2$	$\sigma_2$	$\varepsilon'_3$	$\sigma_3$	$\varepsilon'_4$	$\sigma_3$	$u_1$	$u_2$
Valeur réelle		6.26	0.04	8.45	0.07	11.3	0.01	0.5	0.6
SA	Valeur finale	6.26	0.04	8.45	0.07	11.3	0.01	0.5	0.6
	Estimation initiale	10.91	0.02	8.42	0.19	12.64	0.18	0.1	0.1
	$f_{cout}(finale)$	$4.99 \times 10^{-09}$							
	Temps d'exécution	10 minutes et 6 secondes							
PSO	Estimation initiale	6.38	0.12	14.24	0.08	5.68	0.14	0.86	0.66
	Valeur finale	6.26	0.04	8.45	0.07	8.66	0.06	0.50	0.41
	$f_{cout}(finale)$	$4.60 \times 10^{-07}$							
	Temps d'exécution	10 minutes et 45 secondes							

Tableau IV-8- Résultat de l'inversion pour huit variables dans le cas de trois interfaces parallèles.

#### IV.1.3.2 Le cas général avec l'utilisation de la fonction coût des intensités

Dans le cas d'utilisation de la fonction coût (III.6) des intensités, où la minimisation se fait sur les parties réelles et imaginaires des permittivités des milieux, l'épaisseur de la structure, sur les écarts-types et les longueurs de corrélation avec des interfaces non corrélées. Les tableaux (IV-9) et (IV-10) présentent les résultats d'inversion dans le cas de simple interface et le cas de doubles interfaces. Nous observons que l'algorithme PSO donne les paramètres dans un temps mieux que l'algorithme SA dans les deux cas. Dans le tableau (IV-11), la méthode SA est plus efficace et donne de bons résultats avec un temps de calcul court dans le cas de trois interfaces. On peut conclure d'une façon générale que la méthode SA est plus efficace pour estimer les paramètres souterrains.

**a) Cas d'une simple interface**

Le tableau IV.9 montre les valeurs réelles et les résultats d'inversion finaux dans le cas d'une simple interface avec  $N_\theta = 1$  et  $N_f = 4$ .

		$\varepsilon'_2$	$\sigma_2$	$l_{c1}$	$\sigma_{s1}$
valeur réelle		6.26	0.04	0.1	0.01
Valeur finale		6.26	0.04	0.1	0.01
SA	Estimation initiale	4.86	0.05	1.14	0.00
	$f_{cout}(finale)$	$2.62 \times 10^{-6}$			
	Temps d'exécution	27secondes.			
PSO	Estimation initiale	12.25	0.07	0.30	0.18
	$f_{cout}(finale)$	$4.71 \times 10^{-5}$			
	Temps d'exécution	0.4 secondes			

Tableau IV-9- Résultat de l'inversion pour quatre paramètres dans le cas d'une simple interface isotrope.

**a) Cas de deux interfaces**

Les interfaces sont non corrélées et isotropes. Le tableau IV.10 montre les valeurs réelles et les résultats d'inversion finaux dans le cas de deux interfaces avec  $N_\theta = 2$  et  $N_f = 6$ .

		$\varepsilon'_2$	$\sigma_2$	$\varepsilon'_3$	$\sigma_3$	$u$	$l_{c1}$	$\sigma_{s1}$	$l_{c2}$	$\sigma_{s2}$	
Valeurs réelle		6.26	0.04	8.45	0.07	50	0.1	0.02	0.1	0.01	
SA	Estimation initiale	3.07	0.11	8.46	0.20	0.62	0.07	0.03	0.23	0.01	
	Valeurs finales	6.26	0.04	8.45	0.07	50	0.1	0.02	0.1	0.01	
	$f_{cout}(finale)$	$6.07 \times 10^{-08}$									
	Temps d'exécution	15 minutes et 32 secondes									
PSO	Estimation initiale	11.21	0.04	11.83	0.01	0.72	0.20	0.01	0.17	0.01	
	Valeurs finales	6.26	0.04	8.45	0.07	50	0.1	0.02	0.1	0.01	
	$f_{cout}(finale)$	$9.66 \times 10^{-08}$									
	Temps d'exécution	Une minute et 5 secondes									

Tableau IV-10- Résultat de l'inversion pour neuf variables dans le cas de deux interfaces rugueuses.

**b) Cas de trois interfaces**

Le tableau V.11 montre les valeurs réelles et les résultats d'inversion finaux dans le cas de trois interfaces avec  $N_\theta = 3$  et  $N_f = 6$ .

		$\varepsilon'_2$	$\sigma_2$	$\varepsilon'_3$	$\sigma_3$	$\varepsilon'_4$	$\sigma_4$	$u_2$	$u_3$	$l_{c1}$	$\sigma_{s1}$	$l_{c2}$	$\sigma_{s2}$	$l_{c3}$	$\sigma_{s3}$
Valeurs réelle		6.26	0.04	8.45	0.07	11.3	0.1	0.5	0.6	0.1	0.02	0.1	0.01	0.2	0.01
SA	Estimation initiale	8.06	0.15	12.84	0.03	8.0	0.2	0.8	0.12	0.04	0.03	0.0	0.03	0.0	0.04
	Valeurs finales	6.26	0.04	8.45	0.07	11.3	0.1	0.5	0.6	0.1	0.02	0.1	0.01	0.2	0.01
	$f_{\text{cout}}(\text{finale})$	$1.88 \times 10^{-12}$													
	Temps d'exécution	30 minutes et 13 secondes													
PSO	Estimation initiale	14.52	0.12	12.24	0.10	14.35	0.14	0.49	0.33	0.20	0.05	0.24	0.03	0.14	0.01
	Valeurs finales	6.26	0.04	8.45	0.07	9.81	0.14	0.50	0.64	0.10	0.02	0.10	0.01	0.25	0.00
	$f_{\text{cout}}(\text{finale})$	$9.74 \times 10^{-6}$													
	Temps d'exécution	21 minutes et 34 secondes													

Tableau IV-11- Résultat de l'inversion pour quatorze variables dans le cas de trois interfaces rugueuses.

### IV.1.3.3 Résultat d'inversion d'une structure double interface avec neuf paramètres (cas de l'article [42])

Nous considérons le cas général de la structure double interface avec ces neuf paramètres, les deux permittivités réelles  $\varepsilon'_1, \varepsilon'_2$ , les deux conductivités  $\sigma_1, \sigma_2$ , l'épaisseur  $u$  et les paramètres des deux interfaces  $\sigma_{a1}, \sigma_{a2}, l_{c1}$  et  $l_{c2}$ . A titre de comparaisons, nous utilisons la méthode SPM et la SSA pour déterminer les intensités incohérentes diffractées.

On utilise la fonction coût à minimiser sous la forme (III.6). Les paramètres de mesure sont la fréquence et l'angle d'observation. L'algorithme est finalement destiné à être utilisé avec les données radar d'un instrument expérimental basé sur une tour conçue pour l'estimation de l'humidité du sol souterrain. Par conséquent, les fréquences utilisées dans le modèle inverse sont les mêmes fréquences disponibles à partir du système radar à tour de l'observatoire hyperfréquence de la sous-voûte et du sous-sol (MOSS), c'est-à-dire  $f_1 = 120, f_2 = 137, f_3 = 150, f_4 = 420, f_5 = 435$  et  $f_6 = 450$  MHz. L'antenne radar est une antenne log-périodique, qui a un faisceau assez large. Ce faisceau peut être focalisé à divers endroits, offrant différents angles d'incidence. Nous choisissons les angles de mesure comme étant  $\theta_1 = 30^\circ$  et  $\theta_2 = 45^\circ$  [42]. L'algorithme d'optimisation utilisé dans cette partie est le recuit simulé.

Le tableau IV- 12 donne les résultats d'inversion en utilisant les deux méthodes SPM et SSA. Les vraies valeurs sont:  $\varepsilon'_2 = 4, \sigma_2 = 2 \times 10^{-2}, \varepsilon'_3 = 12, \sigma_3 = 1 \times 10^{-1}, u = 0.4, l_{c1} = 0.5, l_{c2} = 0.1$ , et  $\sigma_{a1} = 2\sigma_{a2} = 0.02$  avec  $N_\theta = 2, N_f = 6, f_{\text{eps}} = 5 \times 10^{-4}$  et  $T_{\text{finale}} = 10^{-5}$ .

Les résultats obtenus dans ce tableau montrent d'une part, d'une façon séparée l'utilisation de la méthode SPM est plus efficace au point de vue des valeurs des paramètres ainsi que le temps d'exécution par rapport à la méthode SSA, ceci revient du fait que l'expression de l'intensité incohérente en SSA est plus complexe que celle en SPM, ce qui demande un temps de calcul plus long. L'utilisation des deux méthodes l'une (SPM) pour le calcul théorique et l'autre (SSA) pour les calculs

expérimentaux donnent des résultats moins bons par rapport aux résultats obtenus dans les deux méthodes séparées.

		$\varepsilon'_2$	$\sigma_2$	$\varepsilon'_3$	$\sigma_3$	$u_1$	$lc_1$	$\sigma_{a_1}$	$lc_2$	$\sigma_{a_2}$
Vrai valeur		4.0	0.02	12.0	0.10	0.40	0.1	0.02	0.20	0.01
SPM	Est. initiale	8.69	0.02	4.38	0.00	0.14	0.21	0.05	0.11	0.04
	Valeur finale	4.0	0.02	12	0.1	0.4	0.1	0.02	0.2	0.01
	Er. relative	$-5 \times 10^{-4}$	$-3 \times 10^{-3}$	$-7 \times 10^{-3}$	$-76 \times 10^{-3}$	$3 \times 10^{-4}$	$10^{-3}$	$2 \times 10^{-4}$	$2 \times 10^{-2}$	$-2 \times 10^{-2}$
	$f_{\text{coût}}(\text{finale})$	$4.92 \times 10^{-5}$								
	Temps	1 Minutes 7 Secondes								
SSA	Est. initiale	13.73	0.02	12.90	0.04	0.37	0.05	0.05	0.15	0.00
	Valeur finale	4.0	0.02	12	0.1	0.4	0.1	0.02	0.2	0.01
	Er. relative	$2 \times 10^{-3}$	$-8 \times 10^{-3}$	$-2 \times 10^{-2}$	$-2 \times 10^{-2}$	$-5 \times 10^{-4}$	$-3 \times 10^{-3}$	$-5 \times 10^{-4}$	$10^{-1}$	$-9 \times 10^{-2}$
	$f_{\text{coût}}(\text{finale})$	$2.95 \times 10^{-4}$								
	Temps	3 Minutes 7 Secondes								
SPM et SSA	Est. initiale	11.81	0.07	7.95	0.03	0.29	0.22	00	0.19	0.01
	Valeur finale	3.8	0.02	13	0.1	0.4	0.1	0.02	0.2	0.01
	Er. relative	$-5 \times 10^{-2}$	$2 \times 10^{-2}$	$10^{-1}$	$-4 \times 10^{-4}$	$2 \times 10^{-2}$	$-2 \times 10^{-2}$	$4 \times 10^{-2}$	$10^{-1}$	$-2 \times 10^{-1}$
	$f_{\text{coût}}(\text{finale})$	$1.99 \times 10^{-3}$								
	Temps	6 Minutes et 4 Secondes								

Tableau IV-12- Résultat de l'inversion pour neuf variables dans le cas de deux interfaces rugueuses.

#### IV.1.4 Conclusion.

A titre de comparaison entre les méthodes de calculs des intensités incohérentes, nous avons utilisé la méthode SPM et la méthode SSA. A titre de comparaisons entre les méthodes d'optimisations, nous avons utilisé l'algorithme d'essais de particules et l'algorithme de recuit simulé.

Les résultats d'inversion présentés montrent que la méthode SPM est plus efficace au point de vue des valeurs des paramètres ainsi que le temps d'exécution par rapport à la méthode SSA, le recuit simulé est une méthode puissante pour estimer les propriétés souterraines d'une structure de surface rugueuse à plusieurs couches.

## IV.2 Influence du bruit sur la caractérisation des paramètres électriques et géométriques

### IV.2.1 Introduction

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous retrouvons les paramètres électriques et géométriques d'un milieu stratifié avec deux interfaces rugueuses séparant trois couches différentes à partir de la minimisation des fonctions coût construites à partir d'un modèle électromagnétique et de données expérimentales, et un algorithme d'optimisation. Le modèle utilisé pour calculer les intensités incohérentes théoriques est basé sur la méthode SPM, alors que le modèle utilisé pour calculer les intensités incohérentes mesurées et bruitées est basé sur la méthode SSA. Nous utilisons la méthode de

recuit simulé pour l'inversion des paramètres. Ces paramètres inversés sont les propriétés diélectriques des couches, l'épaisseur de la couche centrale ainsi les propriétés géométriques des deux interfaces.

Nous allons utiliser le schéma d'inversion pour étudier la sensibilité de l'approche d'optimisation au bruit des données pour les sols rocheux enneigés.

## IV.2.2 Paramètres d'inversion

### IV.2.2.1 La fonction coût

L'étude est appliquée aux sols rocheux enneigés en bande L. Nous considérons des configurations radar bi-statique monofréquence et des valeurs d'intensité incohérentes obtenues à partir de plusieurs angles d'incidence et d'observation. La fonction coût consiste en l'écart au carré intégré entre les intensités incohérentes obtenues à partir de l'approximation de faibles pentes et celles obtenues à partir de la méthode des petites perturbations. Les intensités incohérentes de polarisation croisée dérivées du SPM de premier ordre et de la SSA de premier ordre disparaissent dans le plan d'incidence. En conséquence, nous ne considérons que les composants co-polarisés dans la fonction coût.

La fonction coût (III.6) devienne comme suit :

$$f_{cout}(\mathbf{p}) = \frac{1}{N_{\theta_0} N_{\theta}} \sqrt{\sum_{i=1}^{N_{\theta_0}} \sum_{j=1}^{N_{\theta}} \left[ \left( \frac{I_{hh}^{SPM}(\mathbf{p}, \theta_{0i}, \theta_j) - I_{hh}^{SSA}(\theta_{0i}, \theta_j)}{I_{hh}^{SSA}(\theta_{0i}, \theta_j)} \right)^2 + \left( \frac{I_{vv}^{SPM}(\mathbf{p}, \theta_{0i}, \theta_j) - I_{vv}^{SSA}(\theta_{0i}, \theta_j)}{I_{vv}^{SSA}(\theta_{0i}, \theta_j)} \right)^2 \right]} \quad (IV.1)$$

Où  $N_{\theta_0}$  et  $N_{\theta}$  sont respectivement les nombres d'angles d'incidence et d'observation. Le vecteur  $\mathbf{p}$  contient les inconnues du problème inverse.

### IV.2.2.2 Paramètres d'inversion

Nous considérons la structure air / neige / roche, éclairée est constitué de deux interfaces rugueuses de distribution gaussienne avec des fonctions d'autocorrélation gaussiennes ou exponentielles. Aux fréquences de la bande L (1-2 GHz), les pertes dans la neige sèche sont connues pour être très faibles ( $\varepsilon_{r2}' = \text{Re}(\varepsilon_{r2}) \gg \varepsilon_{r2}'' = \text{Im}(\varepsilon_{r2}) \approx \text{ordre } 10^{-4}$ ) [56]. En conséquence, la couverture de neige est supposée être un diélectrique sans perte.

Pour les interfaces rugueuses isotropes, le nombre  $N$  d'inconnues est égal à 8 :  $\varepsilon_{r2}'$ ,  $\varepsilon_{r3}'$ ,  $\varepsilon_{r3}''$ ,  $u_0$ ,  $l_1$ ,  $\sigma_{a1}$ ,  $l_2$  et  $\sigma_{a2}$  où  $l_1 = l_{x1} = l_{y1}$  et  $l_2 = l_{x2} = l_{y2}$ . Pour les interfaces rugueuses anisotropes,  $N = 10$  car la fonction d'autocorrélation est caractérisée par deux longueurs de corrélation  $l_{x1}$  et  $l_{y1}$  pour l'interface air-neige et  $l_{x2}$  et  $l_{y2}$  pour l'interface neige-sol.

Pour étudier la sensibilité du schéma d'inversion au bruit, nous utilisons la modélisation du bruit montrée dans (III.12). Nous considérons plusieurs valeurs de  $r_0$ , à savoir 0.01, 0.025, 0.05 et 0.1. Ces valeurs correspondraient à des rapports signal sur bruit (SNR) de 20, 16, 13 et 10 dB, respectivement. Pour chaque  $r_0$ , nous inversons pour obtenir les estimations sur  $N_n = 40$  réalisation du bruit, des erreurs relatives et des rapports écart-types / valeurs réelles.

Pour un ensemble de paramètres connus  $p(m)$  et pour chaque valeur de  $r_0$ , le Corana SSA est exécuté  $N_n$  fois et la valeur moyenne  $m_{p_m}$  et l'écart type  $\sigma_{p_m}$  sont dérivés des  $N_n$  valeurs optimisées avec :

$$m_{p_m} = \frac{1}{N_n} \sum_{j=1}^{N_n} p_{opt,j}(m) \quad (IV.2)$$

$$\sigma_{p_m} = \frac{1}{N_n} \sum_{j=1}^{N_n} (p_{opt,j}(m) - m_{p_m})^2 \quad (IV.3)$$

Nous définissons les erreurs relatives  $\varepsilon_{p_m}$  entre la valeur moyenne  $m_{p_m}$  et la valeur réelle de  $p(m)$  et le rapport  $\rho_{p_m}$  de l'écart type  $\sigma_{p_m}$  à la valeur vraie du m-ième paramètre.

### IV.2.3 Résultats d'inversion

Nous considérons la structure air / neige / roche, éclairée est constitué de deux interfaces rugueuses de distribution gaussienne avec des fonctions d'autocorrélation gaussiennes. Les deux interfaces rugueuses sont caractérisées par des hauteurs quadratiques moyennes  $\sigma_{a1} = 0.5$  cm et  $\sigma_{a2} = 0.7$  cm, des longueurs de corrélations  $l_{y1} = l_{y2} = l_{c1} = 6$  cm (cas isotrope) ou  $l_{y1} = 2l_{x1} = 12$  cm (cas anisotrope) et  $l_{x2} = l_{y2} = l_{c2} = 9$  cm. Avec l'épaisseur de la couche de neige  $d = 10$  cm, les permittivités relatives sont,  $\varepsilon_{r1} = 1$ ,  $\varepsilon_{r2} = 3$  et  $\varepsilon_{r3} = 20.5 - j2.55$  [58].

Notre étude est basée sur l'inversion de huit paramètres (cas isotrope) et de dix paramètres (cas anisotrope) [18]. Pour un ensemble de paramètres connus et pour plusieurs valeurs de rapports signal sur bruit, l'algorithme SA est exécuté  $N_n$  fois, et la valeur moyenne et l'écart type sont dérivés des  $N_n$  valeurs optimisées de chaque paramètre électrique ou géométrique. Pour étudier la sensibilité du schéma d'inversion au bruit, on définit les erreurs relatives  $\varepsilon_{p_m}$  entre la valeur moyenne et la valeur réelle du paramètre et le rapport  $\rho_{p_m}$  de l'écart type à la valeur réelle. Nous montrons que la technique d'estimation est biaisée, mais que la résistance au bruit du schéma d'inversion est bonne en moyenne pour les configurations isotropes.

Les contraintes sur les paramètres du modèle sont basées sur les modèles et données existants pour les applications d'un sol rocheux recouvert de neige [58], et qui définissent les deux vecteurs **LB** des valeurs limites inférieures et **UB** des valeurs limites supérieures. Le tableau IV-13 donne les paramètres électriques et géométriques, les valeurs réelles de ces paramètres, et les bornes inférieure et supérieure de **p** (**LB** et **UB**) pour les configurations isotropes et Tableau IV-14 pour les anisotropes.

En fait, pour les configurations anisotropes, l'interface rugueuse inférieure est isotrope, mais nous ne faisons pas l'hypothèse a priori que cette interface est isotrope.

Paramètre	$\varepsilon'_{r1}$	$\varepsilon'_{r2}$	$\varepsilon''_{r2}$	$d$	$l_1$	$\sigma_{s1}$	$l_2$	$\sigma_{s2}$
$m$	1	2	3	4	5	6	7	8
LB (m)	1.5	10	1	0	2	0	5	0
UB (m)	4.0	25	5	30	10	2	20	2
Vraies valeurs	3	20.5	2.55	10	6	0.5	9	0.7

Tableau IV-13- Les valeurs réelle des paramètres électriques et géométriques, bornes inférieure et supérieure du vecteur de paramètres pour les configurations isotropes. Les paramètres géométriques sont exprimés en cm.

Paramètre	$\varepsilon'_{r1}$	$\varepsilon'_{r2}$	$\varepsilon''_{r2}$	$d$	$l_{x1}$	$l_{y1}$	$\sigma_{s1}$	$l_{x2}$	$l_{y2}$	$\sigma_{s2}$
$p_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
LB (m)	1.5	10	1	0	2	8	0	5	5	0
UB (m)	4.0	25	5	30	10	16	2	20	20	2
Vraies valeurs	3	20.5	2.55	10	6	12	0.5	9	9	0.7

Tableau IV-14- Les valeurs réelles des paramètres électriques et géométriques, bornes inférieure et supérieure du vecteur de paramètres pour les configurations anisotropes. Les paramètres géométriques sont exprimés en cm.

#### IV.2.3.1 Configurations isotropes – Problème à huit paramètres

Quatre configurations sont analysées.

- Pour la configuration C1, sous  $\theta_0 = 30^\circ, 60^\circ$  et pour  $\theta = -60^\circ$  à  $+60^\circ$  par pas de  $15^\circ$  (soit 18 intensités ( $aa$ ) de référence pour déterminer 8 paramètres) et une fonction d'autocorrélation Gaussienne.
- Pour la configuration C2, sous  $\theta_0 = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  et  $60^\circ$  pour  $\theta = -60^\circ$  à  $60^\circ$  par pas de  $15^\circ$  (soit 36 intensités ( $aa$ ) pour déterminer 8 paramètres) et une fonction d'autocorrélation Gaussienne.
- Pour la configuration C3, sous  $\theta_0 = 30^\circ, 60^\circ$  et pour  $\theta = -60^\circ$  à  $+60^\circ$  par pas de  $15^\circ$  (soit 18 intensités ( $aa$ ) de référence pour déterminer 8 paramètres) et une fonction d'autocorrélation exponentielle.

- Pour la configuration C4, sous  $\theta_0 = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  et  $60^\circ$  pour  $\theta = -60^\circ$  à  $60^\circ$  par pas de  $15^\circ$  (soit 36 intensités ( $aa$ ) pour déterminer 8 paramètres) et une fonction d'autocorrélation exponentielle.

La figure IV.1. montre pour la configuration C1, la fonction coût et la température pour la dernière (20ème) simulation en fonction de l'itération du code de recuit simulé. La valeur minimale de la fonction coût est proche de  $10^{-2}$ . D'après la figure lorsque la température atteint la valeur de  $f_{eps} \cdot 10^{-3}$  sans que la fonction coût atteinte sa valeur minimale la température sera augmentée pour sortir du minimale locale et atteindre le minimale globale.

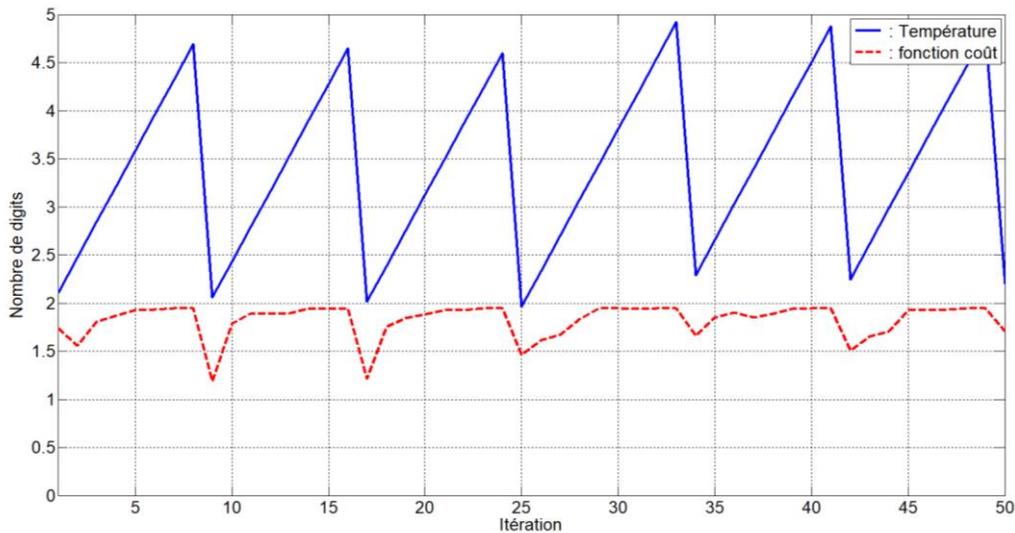


Figure IV.1. Température et fonction coût pour une simulation en fonction de l'itération

Nous analysons la sensibilité de l'algorithme d'inversion au bruit avec  $r_0$  égal à 0.01, 0.025, 0.05 et 0.1. Pour une valeur donnée de  $r_0$ , l'algorithme SA est exécuté 40 fois pour estimer les 8 paramètres avec 40 ensembles différents de 18 ou 36 intensités incohérentes obtenues à partir du modèle SSA.

Les figures IV.2. et IV.3. montrent les erreurs relatives  $\varepsilon_{pm}$  en pour cent en fonction de  $r_0$ . Le problème d'inversion est pleinement optimisé lorsque la valeur optimisée de chaque paramètre est égale à sa valeur réelle. Mais dans ce cas, les valeurs des intensités issues de la méthode SSA sont différentes de celles obtenues à partir du SPM, et donc en l'absence de bruit ( $r_0 = 0$ ), les erreurs relatives ne sont pas nulles. A l'exception de la partie imaginaire de la permittivité du sol, nous trouvons que les erreurs relatives commises sont faibles lorsque  $r_0 = 0$ .

Pour toutes les valeurs de  $r_0$ , ces erreurs sont inférieures à 10 % pour la permittivité de la neige, pour la partie réelle de la permittivité du sol, pour les paramètres de rugosité de l'interface neige/sol, et pour la longueur de corrélation air/sol (interface neige). Pour les configurations C1 et C3, les erreurs

relatives commises sur la hauteur quadratique de l'interface air/neige sont supérieures à 10% pour  $r_0 \leq 0.05$ , et pour les configurations C1, l'erreur relative commise sur l'épaisseur de la couche de neige est supérieure à 10% lorsque  $r_0 = 0.1$ . La technique d'estimation est biaisée, mais les erreurs relatives commises sont inférieures à 10% dans 82.5% des cas traités pour les configurations C1, 87.50% pour C2 et C3, 90% pour C4. Au regard des résultats présentés, nous pouvons conclure que la tenue au bruit du schéma d'inversion est bonne en moyenne.

L'erreur relative la plus élevée est faite sur le paramètre  $p_3$  qui représente la partie imaginaire de la permittivité relative du sol. On peut néanmoins voir que l'erreur diminue lorsque  $r_0$  passe de 0 à 0.05 puis augmente lorsque  $r_0 \geq 0.05$ . L'erreur relative sur ce paramètre est minimale à  $r_0 = 0.05$ . Ce comportement s'observe également (moins nettement) pour le paramètre  $p_4$  qui correspond à l'épaisseur du manteau neigeux. En présence d'un bruit défini par  $r_0 = 0.025$  ou 0.05, l'erreur relative commise sur chacun des paramètres est inférieure à 10%. Pour  $r_0 = 0.05$ , le bruit a un effet bénéfique pour la détermination des paramètres.

L'augmentation du nombre de données (de 18 à 36) ne réduit pas significativement les erreurs. Les erreurs commises pour les configurations C1 et C3 sont supérieures à celles commises pour les configurations C2 et C4, dans 50% des cas traités. Dans 70% des cas traités, les erreurs obtenues avec la fonction bi-exponentielle (configurations C3 et C4) sont plus importantes que celles obtenues avec la gaussienne (configurations C1 et C2).

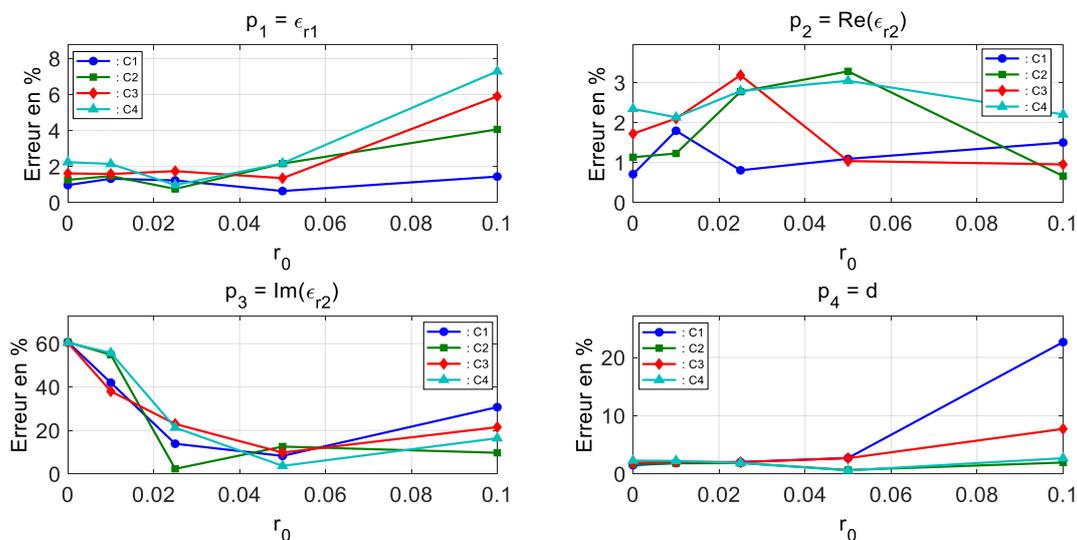


Figure IV.2. Erreurs relatives (en pour cent) commises sur les paramètres électriques et l'épaisseur de la couche de neige – Cas isotrope.

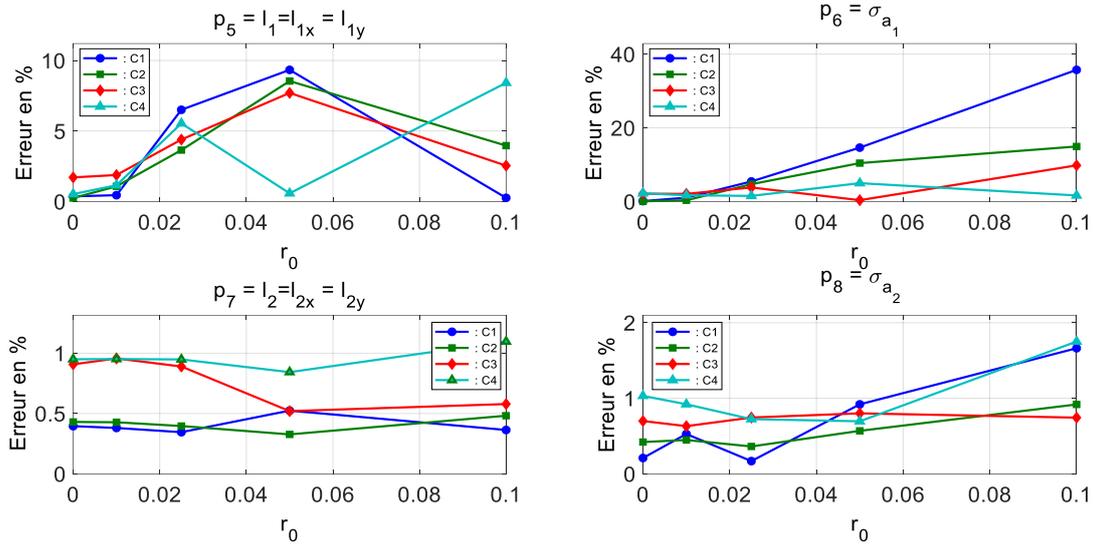


Figure IV.3. Erreurs relatives (en pour cent) commises sur les paramètres de rugosité – Cas isotrope.

Les figures IV.4. et IV.5. montrent les rapports écart-types sur valeurs réelles  $\rho_{pm}$  en fonction de  $r_0$ . Ces rapports augmentent avec  $r_0$  lorsque le rapport signal sur bruit diminue. L'augmentation du nombre de données (de 18 à 36) réduit la variabilité. Les valeurs de rapport obtenues pour les configurations C1 et C3 sont supérieures à celles faites pour les configurations C2 et C4 dans 80% des cas traités.

Les performances dépendent de la forme de la fonction de corrélation et c'est mieux dans le cas de la fonction gaussienne. Dans 80% des cas traités, les rapports obtenus avec la fonction bi-exponentielle (configurations C3 et C4) sont plus grands que ceux obtenus avec la fonction gaussienne (configurations C1 et C2).

Lorsque  $r_0 \leq 0.025$ , le rapport  $\rho_{pm}$  est inférieur à 10 % pour cinq des huit paramètres : pour la permittivité de la neige, pour la partie réelle de la permittivité du sol et pour les paramètres de rugosité de l'interface neige/sol.

La variabilité est plus importante sur les paramètres de rugosité de l'interface air/neige. Les valeurs de  $\rho_{p5}$  et  $\rho_{p6}$  sont inférieures à 10% pour  $r_0 \leq 0.01$ .

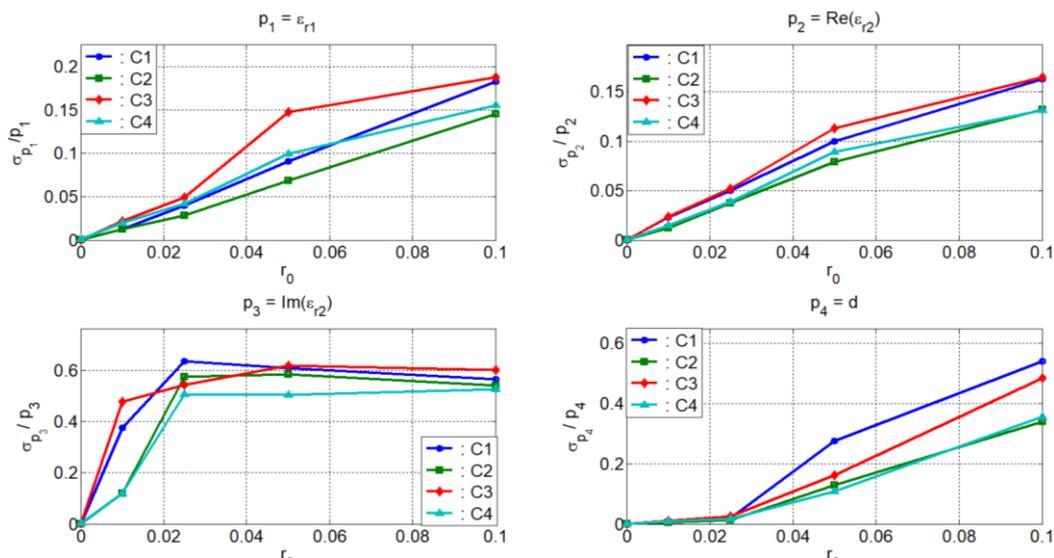


Figure IV.4. Rapports écart type / valeurs réelles pour les paramètres électriques et l'épaisseur de la couche de neige – Cas anisotrope.

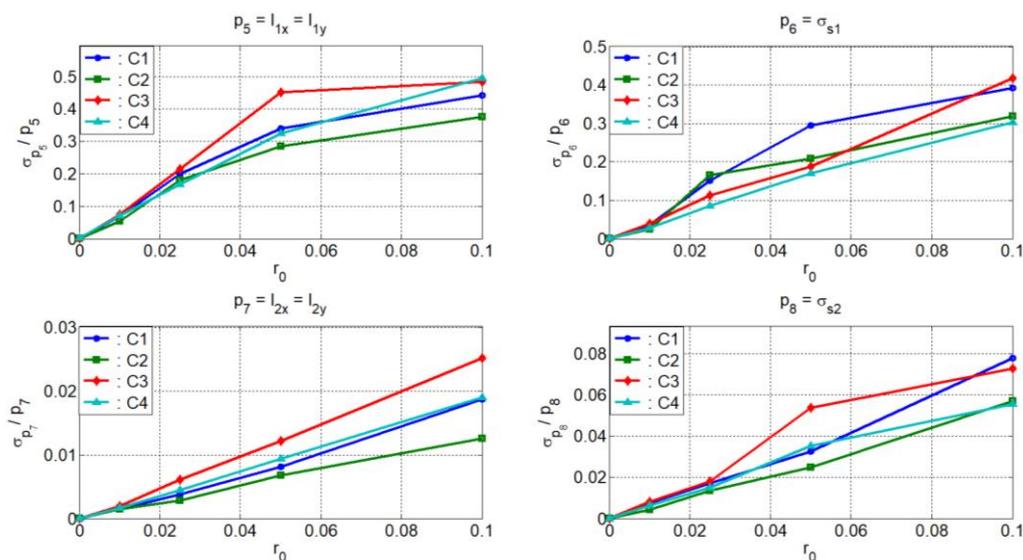


Figure IV.5. Rapports écart type / valeurs réelles pour les paramètres géométriques des deux interfaces – Cas isotrope.

#### IV.2.3.2 Configurations anisotropes – Problème à dix paramètres

La fonction d'autocorrélation de l'interface air/neige est anisotrope. La longueur de corrélation  $l_{x1}$  est égale à 6 cm et la longueur de corrélation  $l_{y1}$  à 12 cm. Les valeurs des paramètres électriques et les autres paramètres géométriques sont inchangés par rapport aux configurations isotropes. Nous devons traiter un problème d'inversion à 10 paramètres. Premièrement, nous avons analysé les configurations C2 et C4 pour lesquelles la fonction d'autocorrélation est une fonction gaussienne et une fonction bi-exponentielle, respectivement, pour lesquelles l'angle d'incidence  $\theta_0$  varie de  $15^\circ$  à  $60^\circ$  par

pas de  $15^\circ$ , l'angle d'observation  $\theta = -60^\circ$  à  $60^\circ$ , et  $\varphi = \phi = \phi_0 = 0^\circ$ . L'algorithme d'inversion ne permet pas de déterminer les deux longueurs de corrélation de l'interface neige/sol. Pour déterminer les deux longueurs de corrélation de cette interface isotrope, il faut prendre en compte des informations dans plusieurs plans d'incidence  $\phi = \phi_0$ , c'est-à-dire pour plusieurs valeurs d'angles d'azimut  $\phi_0$ . On considère alors deux nouvelles configurations.

- Pour les configurations C5, la fonction d'autocorrélation est gaussienne. Les valeurs d'intensité incohérente co-polarisée sont obtenues dans le plan d'incidence  $\phi = \phi_0 = 15^\circ$  sous les angles d'incidence  $\theta_0 = 15^\circ$  et aussi, dans le plan d'incidence  $\phi = \phi_0 = 45^\circ$  sous les angles d'incidence  $\theta_0 = 30^\circ$  et  $\theta_0 = 60^\circ$ . Les angles d'observation  $\theta = -60^\circ$  à  $60^\circ$ , par pas de  $15^\circ$ . Nous cherchons donc à estimer 10 paramètres à partir d'une fonction coût qui utilise 36 valeurs d'intensité incohérentes.

- Pour les configurations C6, la fonction d'autocorrélation est une fonction bi-exponentielle, et les angles sont ceux des configurations C5.

Les figures IV.6. et IV.7. montrent les erreurs relatives  $\varepsilon_{pm}$  en pour cent en fonction de  $r_0$ . Comme pour les cas isotropes et à l'exception de la partie imaginaire de la permittivité complexe du sol, les erreurs relatives commises sont faibles lorsque  $r_0 = 0$ . Pour paramètres  $p_3$  et  $p_4$ , les erreurs relatives diminuent lorsque  $r_0$  passe de 0 à 0.05 puis augmentent lorsque  $r_0$  est supérieur à 0.05. En présence d'un bruit défini par  $r_0 = 0.05$ , l'erreur relative commise sur chacun des paramètres est moins de 10 %, et le bruit avec  $r_0 = 0.05$  a un effet bénéfique sur le problème d'inversion.

Pour toutes les valeurs de  $r_0$ , ces erreurs sont inférieures à 10 % pour la permittivité de la neige, pour la partie réelle de la permittivité du sol, pour l'épaisseur du manteau neigeux et pour les paramètres de rugosité de l'interface neige/sol. Pour les configurations C5, l'erreur relative commise sur la hauteur quadratique de l'interface air/neige est supérieure à 10% lorsque  $r_0 > 0.05$  et pour les configurations C6, l'erreur relative est toujours inférieure à 10%. Pour les deux configurations C5 et C6, l'erreur relative faite sur la longueur de corrélation selon l'axe  $Oy$  est inférieure à 10 %. L'erreur sur la longueur de corrélation  $l_x$  est supérieure à 10% lorsque  $r_0 > 0.05$ .

La technique d'estimation est biaisée, mais les erreurs relatives commises sont inférieures à 10% dans 84 % des cas C5 traités et dans 90 % des cas C6. Comme indiqué précédemment, à la lumière des résultats présentés, nous pouvons conclure que la tenue au bruit du schéma d'inversion est bonne en moyenne. Dans 72% des cas traités, les erreurs obtenues avec la fonction bi-exponentielle (configurations C6) sont plus importantes que celles obtenues avec la gaussienne (configurations C5).

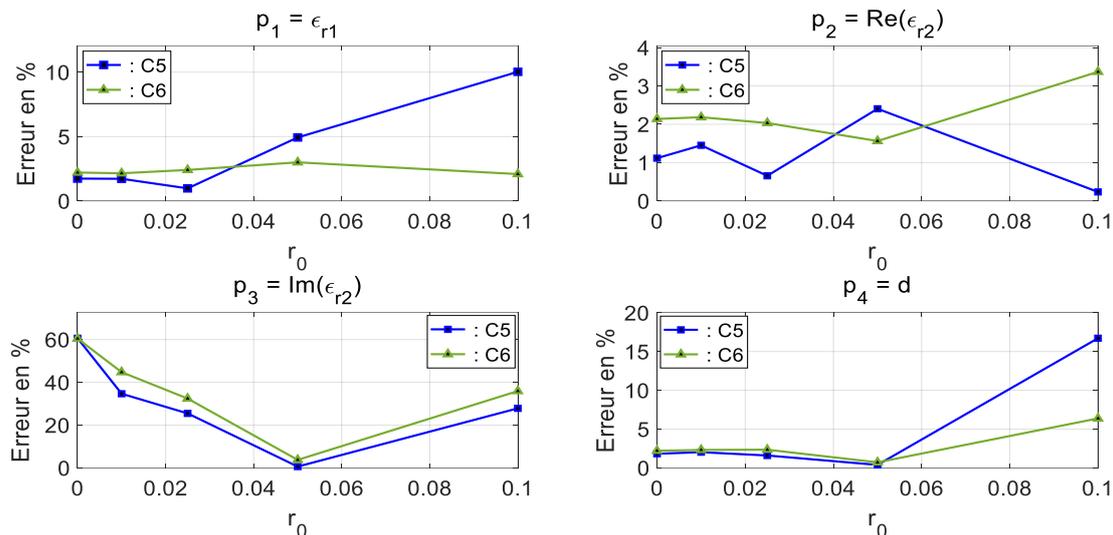


Figure IV.6. Erreurs relatives (en pour cent) commises sur les paramètres électriques et l'épaisseur de la couche de neige – Cas anisotrope.

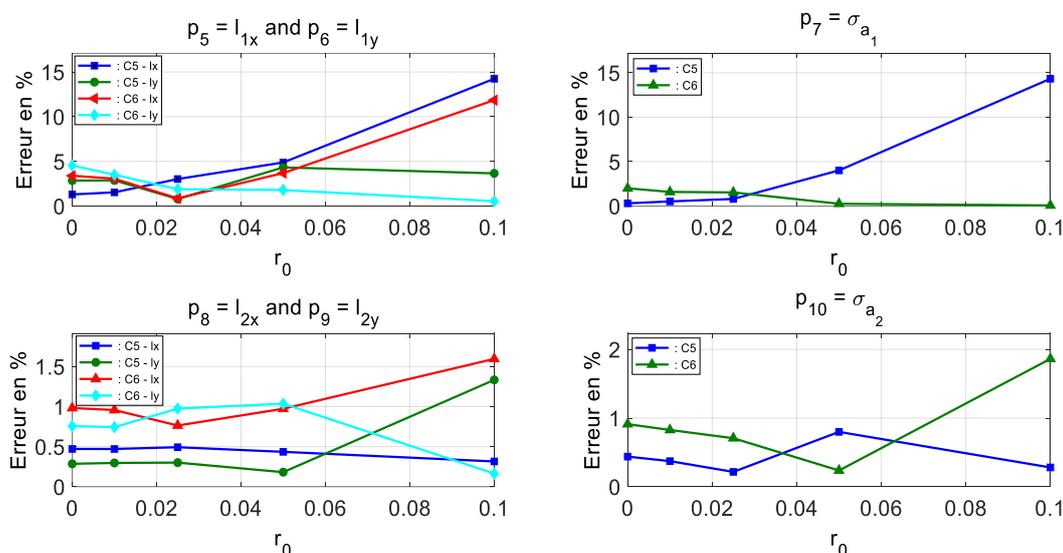


Figure IV.7. Erreurs relatives (en pour cent) commises sur les paramètres géométriques des deux interfaces – Cas anisotrope.

Les figures IV.8. et IV.9. montrent les rapports écart-types sur valeurs réelles  $\rho_{pm}$  en fonction de  $r_0$ . Ces rapports augmentent avec  $r_0$  lorsque le rapport signal sur bruit diminue. Ces rapports sont inférieurs à 10% dans 68% des cas traités pour les deux configurations C5 et C6. Lorsque  $r_0 \leq 0.025$ , le rapport  $\rho_{pm}$  de l'écart-type  $\sigma_{pm}$  à la valeur réelle du m-ième paramètre est inférieur à 10 % pour six des dix paramètres : pour la permittivité de la neige, pour la partie réelle de la permittivité du sol, pour les paramètres de rugosité de l'interface neige/sol, et pour la hauteur quadratique de l'interface air/neige. La variabilité est plus grande sur les deux longueurs de corrélation de l'interface supérieure. Les valeurs de

$\rho_{p5}$  et  $\rho_{p6}$  sont inférieures à 10% pour  $r_0 = 0.01$ . Comme indiqué précédemment, les performances dépendent de la forme de la fonction de corrélation. Elles sont meilleures dans le cas des fonctions gaussiennes. Dans 76% des cas traités, les rapports obtenus avec la fonction bi-exponentielle (Configurations C6) sont plus grands que ceux obtenus avec la gaussienne (C5). Au regard des résultats présentés, nous obtenons des performances similaires à celles obtenues avec les configurations isotropes (8 paramètres), mais l'inversion nécessite d'avoir des données dans plusieurs plans d'incidence. Nous pouvons conclure que la tenue au bruit est en moyenne bonne.

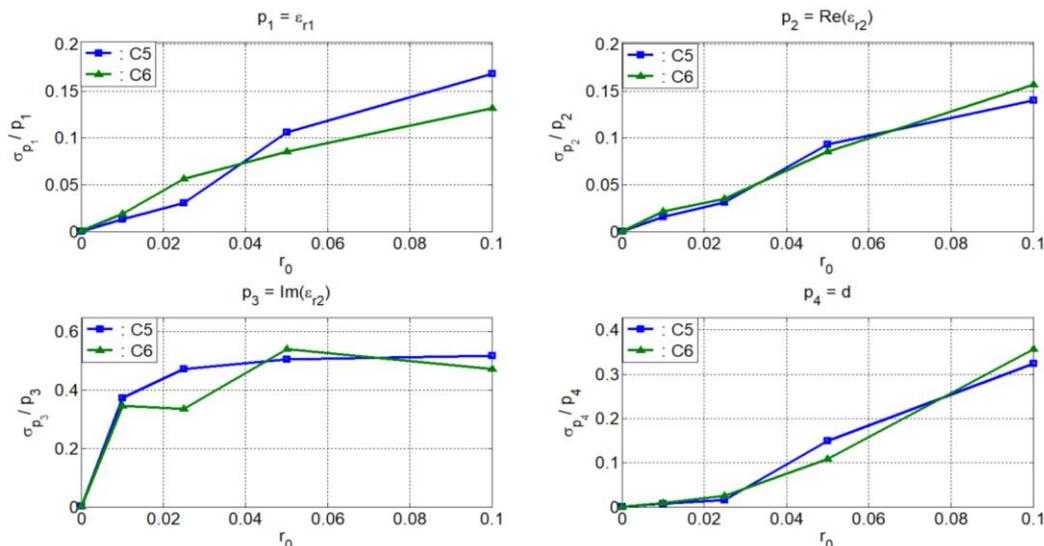


Figure IV.8. Rapports écart type / valeurs réelles pour les paramètres électriques et l'épaisseur de la couche de neige – Cas anisotrope.

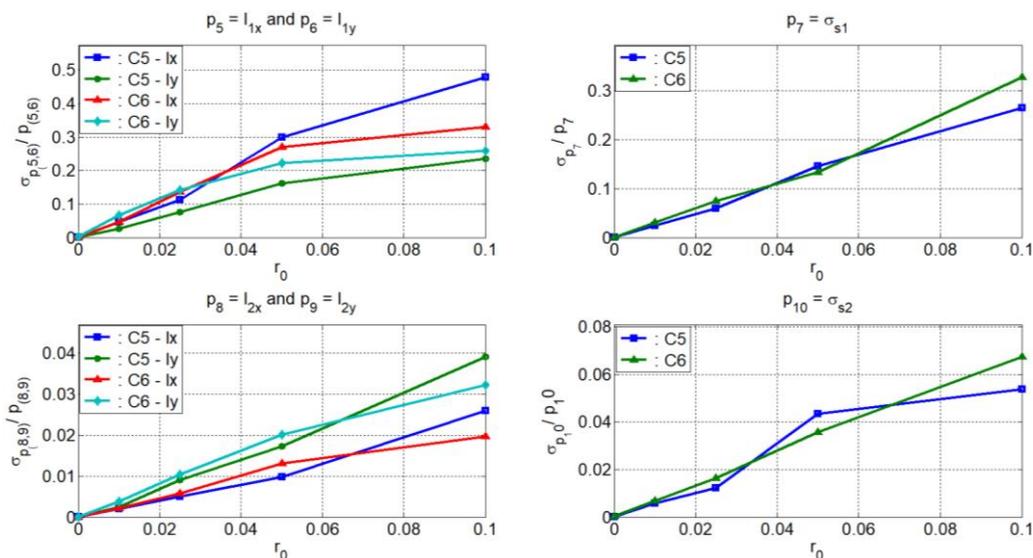


Figure IV.9. Rapports écart type / valeurs réelles pour les paramètres géométriques des deux interfaces – Cas anisotrope.

### IV.2.3.3 Détection de l'épaisseur de la neige.

Deux configurations sont analysées pour l'estimation de l'épaisseur de la couche de neige à partir d'un jeu d'intensités bruitées en fonction de l'épaisseur réelle cas anisotrope, la configuration C5 avec une fonction d'autocorrélation Gaussienne (figure IV.10) et la configuration C6 avec une fonction d'autocorrélation exponentielle (figure IV.11).

La valeur réelle de l'épaisseur varie de 5 cm à 50 cm par pas de 5 cm. Pour une valeur donnée de  $r_0$ , chaque point de la courbe est obtenu à partir d'un ensemble unique de 36 valeurs de l'intensité incohérente perturbée par un bruit additif. Ces deux figures montrent que la tenue au bruit reste bonne même si l'épaisseur est modifiée. Dans le cas gaussien, l'algorithme d'inversion fournit des résultats concluants pour 37 des 40 points de simulation. Pour les fonctions d'autocorrélation bi-exponentielle, l'algorithme SA donne des estimations concluantes pour 36 des 40 points de simulation. Trois des 4 points où l'erreur relative est supérieure à 10% sont sur la courbe obtenue pour  $r_0 = 0.1$ .

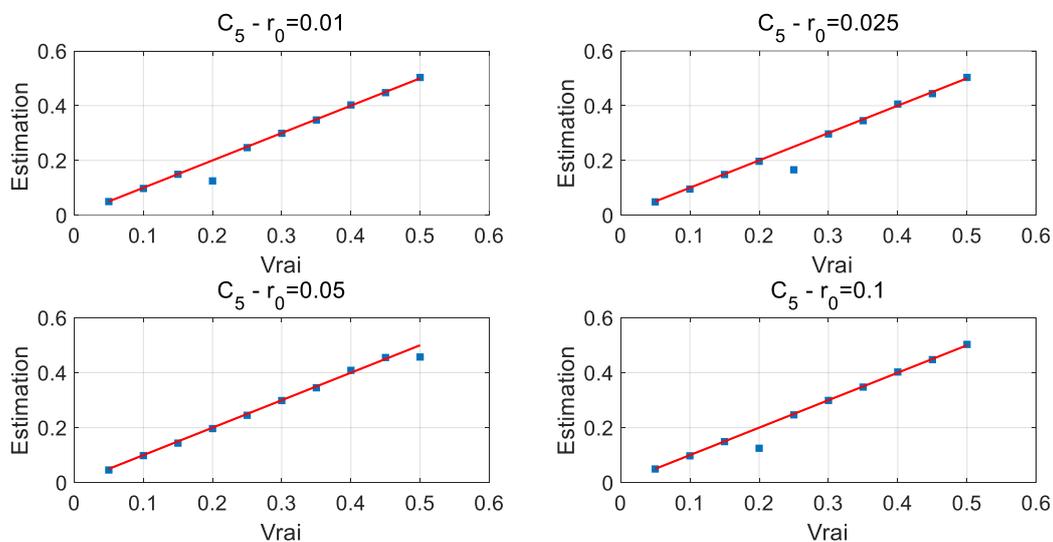


Figure IV.10. Epaisseur de la couche de neige estimée à partir d'un jeu d'intensités bruitées en fonction de l'épaisseur réelle pour la configuration C5 et une fonction d'autocorrélation Gaussienne – Cas anisotrope.

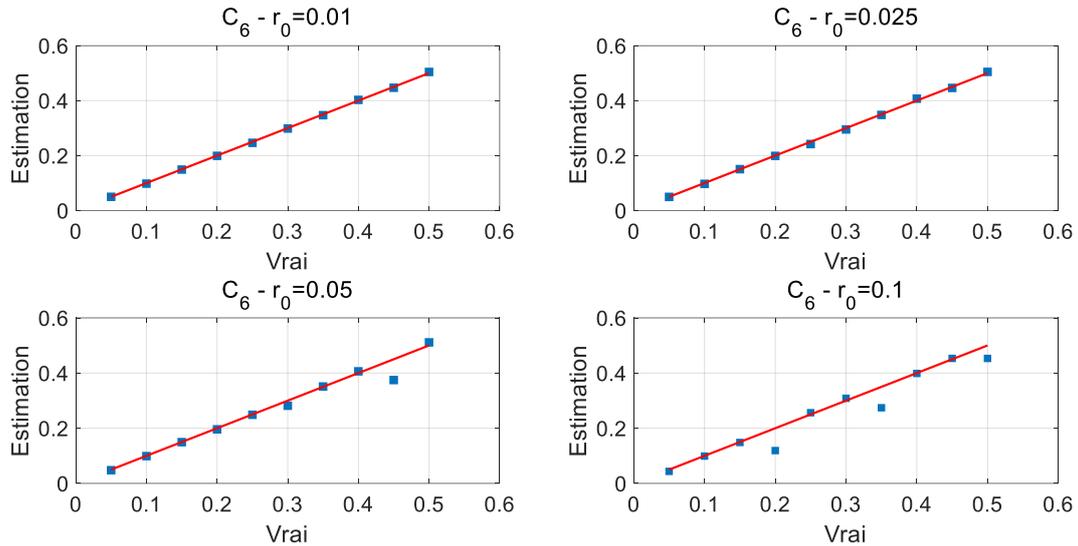


Figure IV.11. Épaisseur de la couche de neige estimée à partir d'un jeu d'intensités bruitées en fonction de l'épaisseur réelle pour la configuration C6 et une fonction d'autocorrélation exponentielle – Cas anisotrope.

Lorsque le rapport signal sur bruit diminue, la variabilité du problème inverse en résulte et les rapports  $\rho_{xm}$  augmentent. L'augmentation du nombre de données (de 18 valeurs de l'intensité incohérente à 36) ne réduit pas significativement les erreurs relatives. D'un autre côté, augmenter le nombre de données réduit la variabilité. Les performances dépendent de la forme de la fonction de corrélation. C'est mieux dans le cas des fonctions gaussiennes. Nous tirons les mêmes conclusions pour les configurations anisotropes, mais pour déterminer toutes les longueurs de corrélation, nous devons prendre en compte des informations dans des plans d'incidence définis par des angles d'azimut différents. Nous montrons que la résistance au bruit reste bonne quelle que soit l'épaisseur du manteau neigeux et la méthode d'inversion est efficace pour estimer ce paramètre géométrique.

#### IV.2.4 Conclusion

Nous avons étudié la sensibilité du schéma d'inversion au bruit sur les données synthétiques et l'influence de la forme de la fonction d'autocorrélation sur l'estimation des paramètres. Nous avons considéré des fonctions bi-exponentielles et gaussiennes. Nous avons également analysé des configurations pour lesquelles l'interface rugueuse supérieure est anisotrope et caractérisée par deux longueurs de corrélation. L'étude est appliquée aux sols enneigés en bande L. Pour les interfaces rugueuses isotropes, le nombre d'inconnues est égal à 8 et pour les interfaces rugueuses anisotropes, égal à 10. Pour un ensemble de paramètres connus et pour plusieurs valeurs du rapport signal sur bruit, l'algorithme SA est exécuté  $N_n$  fois, et la valeur moyenne et l'écart type sont dérivés par  $N_n$  valeurs optimisées de chaque paramètre électrique ou géométrique. Pour étudier la sensibilité du schéma d'inversion au bruit, nous avons défini les erreurs relatives  $\varepsilon_{pm}$  entre la valeur moyenne et la valeur réelle du paramètre et le rapport  $\rho_{pm}$  de l'écart type à la vraie valeur.

Nous montrons que la technique d'estimation est biaisée, mais que la résistance au bruit du schéma d'inversion est bonne en moyenne pour les configurations isotropes. Lorsque le rapport signal sur bruit diminue, la variabilité du problème inverse en résulte et les rapports  $\rho_{pm}$  augmentent. L'augmentation du nombre de données (de 18 valeurs de l'intensité incohérente à 36) ne réduit pas significativement les erreurs relatives. D'un autre côté, augmenter le nombre de données réduit la variabilité. Les performances dépendent de la forme de la fonction de corrélation, et elles sont mieux dans le cas des fonctions gaussiennes. Nous tirons les mêmes conclusions pour les configurations anisotropes, mais pour déterminer toutes les longueurs de corrélation, nous devons prendre en compte des informations dans des plans d'incidence définis par des angles d'azimut différents. Nous montrons que la résistance au bruit reste bonne quelle que soit l'épaisseur de la couche neigeuse et la méthode d'inversion est efficace pour estimer ces paramètres géométriques.

## ***Conclusion Générale***

Les surfaces naturelles ont été décrites par ses propriétés diélectriques ainsi que par les rugosités des interfaces. Ces dernières, appropriées à un processus aléatoire, ont été définie par des distributions des hauteurs et des fonctions d'autocorrélation et d'intercorrélacion. Les paramètres qui décrivent la rugosité sont l'écart type des hauteurs et la longueur de corrélation ainsi que l'épaisseur des couches qui sont appelés les paramètres géométriques.

L'objectif principal de cette thèse est de remonter aux paramètres électriques et géométriques pour caractériser une structure naturelle composée des surfaces rugueuses à partir de l'analyse du signal diffracté à l'aide de la méthode des petites perturbations et de la méthode des faibles pentes et d'exploiter le signal diffracté.

Dans le premier chapitre, nous avons présenté les notions essentielles de l'électromagnétisme. Nous savons citer les équations de Maxwell qui représente la base de résolution de tous les problèmes de propagation des ondes, et que l'on trouve exposées dans tous les livres d'électromagnétisme et d'optique.

Dans le deuxième chapitre, nous avons présenté une étude de la diffraction des ondes par des structures multicouches bidimensionnelles rugueuses aléatoirement. Nous avons déterminé selon le développement de Rayleigh, les expressions des champs diffractés dans tous les milieux. Par l'application des conditions aux limites et en accord avec les deux méthodes SPM et SSA, nous avons déterminé l'expression analytique des intensités des champs diffractés par une telle structure dans le cas d'absence et de présence des rugosités des interfaces.

Dans le troisième chapitre, à titre de comparaisons, nous avons présentés deux expressions des fonctions coût et deux algorithmes le recuit simulé (SA) et d'optimisation l'essaim de particules (PSO) et ceci pour estimer les paramètres diélectriques et les caractéristiques géophysiques à partir des données expérimentales et de l'expression analytique du rapport des intensités dans le cadre de la méthode SPM et SSA.

L'étude est faite afin de choisir la meilleure méthode et la meilleure fonction coût, qui permet de récupérer le plus grand nombre possible de paramètres dans le moins de temps possible. Nous avons observé que la méthode SA est plus efficace et donne de bons résultats et un temps de calcul court, en particulier, la méthode SA est plus efficace pour estimer les paramètres géométriques. Cette étude a été faite dans la première partie du quatrième chapitre. Dans la deuxième partie, nous avons présenté l'application de l'algorithme de recuit simulé pour l'inversion des paramètres du modèle caractérisant une structure stratifiée à deux interfaces rugueuses. Le schéma d'inversion est appliqué aux paramètres électriques et géométriques impliqués dans les formules donnant les intensités incohérentes co-

polarisées avec la méthode SPM. Les données synthétiques sont les intensités incohérentes co-polarisées obtenues à partir de l'approximation de faible pente SSA du premier ordre. La fonction coût consiste en l'écart au carré intégré entre les intensités incohérentes obtenues à partir de l'approximation des faibles pentes et celles obtenues à partir de la méthode des petites perturbations. Nous avons considéré des configurations radar bi-statique mono-fréquence et des valeurs d'intensité incohérentes obtenues à partir de plusieurs angles d'incidence et d'observation.

Nous avons montré que le recuit simulé est un outil puissant qui est capable de récupérer tous les paramètres du modèle (les propriétés diélectriques des couches, l'épaisseur des couches, et les propriétés géométriques des deux interfaces) par la détermination du minimum de la fonction coût. Deux types d'inversions ont été étudiés, cas de huit paramètres qui représente le cas isotrope et le cas de dix paramètres qui représente le cas anisotrope. Pour les deux types d'inversions nous avons considéré les deux cas de fonction de corrélation gaussienne et exponentielle. Le bruit de mesure des paramètres a été largement étudié, et qui nous a permis de conclure que notre méthode d'inversion est réalisable et efficace avec une bonne tenue au bruit.

Comme perspective futur, nous espérons utiliser les modèles traités dans notre thèse pour étudier les sols dans les différentes régions de notre riche pays, que ce soit des sols humides dans le nord ou des sols sableux dans les hauts plateaux et le sud.

## *Références bibliographiques*

- [1] **A.G. Voronovich**, Wave Scattering from Rough Surfaces, Berlin: Springer, 1994.
- [2] **A.G. Voronovich**, "Small-slope approximation for electromagnetic wave scattering at a rough interface of two dielectric half-spaces", *Waves Random Media* 4, 337–67, 1994.
- [3] **J.A. Ogilvy**, Theory of Wave Scattering from Random Rough Surfaces, Bristol, Adam Hilger, 1991.
- [4] **P. Beckmann and A. Spizzichino**, The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces., Oxford: Pergamon, 1963.
- [5] **J.B. Boisvet, Q.H. Gwyn, A. Chanzy, D.J. Major, B. Brisco and R.J. Brown**, "Effect of surface moisture gradients on modelling radar backscattering from bare fields", *International Journal of Remote Sensing*, 18, 153–170, 1997.
- [6] **T. Mo, Wang, R. James and J. Tomas, Schmugge**, "Estimation of surface roughness parameters from dual-frequency measurements of radar backscattering coefficients", *IEEE transactions on geoscience and remote sensing*, vol. 26, no.5, pp. 574–579, 1988.
- [7] **Y. Oh, K. Sarabandi and F.T. Ulaby**, "An empirical model and an inversion technique for radar scattering from bar soil surfaces", *IEEE transactions on geoscience and remote sensing*, vol. 30, no. 2, pp. 370-381, Mar. 1992.
- [8] **N. Baghdadi and M. Zribi**, "Evaluation of radar backscatter models IEM, Oh and Dubois using experimental observations", *International Journal of Remote Sensing*, 27, pp. 3831-3852, 2006.
- [9] **C. Dubois Pascale, J. Van Zyl and T. Engman**, "Measuring soil moisture with imaging radars", *IEEE transactions on geoscience and remote sensing*, vol.33.no. 4, pp. 915-926, 1995.
- [10] **J. Kennedy and R.C. Eberhart**, " Particle swarm optimization", *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks, Piscataway, NJ*, pp. 1942–1948, 1995.
- [11] **S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt, and M.P. Vecchi**, "Optimization by simulated annealing," *Science*, Vol. 220, No. 4598, pp. 671- 680, May 1983.
- [12] **L. Van, J.M. Peter, and H.L. Aarts Emile**, "Simulated annealing", *Simulated annealing: Theory and applications*, Springer, Dordrecht, pp. 7-15, 1987.

- [13] **S. Kirkpatrick**, "Optimization by simulated annealing: Quantitative studies", *Journal of Statistical Physics*, vol. 34, no. 5/6, pp. 975–986, Mar. 1984.
- [14] **C. Herach Papas**, *Theory of Electromagnetic Wave Propagation*. McGraw-Hill, New York, 1988.
- [15] **A. Ishimaru**, *Electromagnetic Wave Propagation Radiation, and Scattering*. Cambridge, United Kingdom, 1999.
- [16] **S. Afifi, R. Dusséaux**, "Scattering by Anisotropic Rough Layered 2D Interfaces", *IEEE Transactions on antennas and propagation*, Vol. 60, NO. 11, 2012.
- [17] **L. Rayleigh**, *The Theory of Sound*, Dover, New York, 1945.
- [18] **S. Afifi, R. Dusséaux, A. Berrouk**, "Electromagnetic Scattering From 3D Layered Structures With Randomly Rough Interfaces: Analysis With the Small Perturbation Method and the Small Slope Approximation", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Institute of Electrical and Electronics Engineers*, Vol. 62, no.10, pp. 5200-5208, 2014.
- [19] **R. Dusseaux, and S. Afifi**, "Statistical Distribution of the Layered Rough Surface Index (LRSI)", *PIER, Progress In Electromagnetics Research C*, Vol. 94, 75–87, 2019.
- [20] **R. Dusséaux and S. Afifi**, "Statistics of the Stokes Parameters for the Signal Scattered by Layered Structures With an Arbitrary Number of Slightly Rough Interfaces", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 60, pp. 1-12, 2022.
- [21] **N. Djedouani, S. Afifi, and R. Dusseaux**, "Inversion of Electrical and Geometrical Parameters of a Stratified Medium from Data Derived from the Small Perturbation Method and the Small Slope Approximation", *PIER, Progress In Electromagnetics Research B*. Vol. 94, pp. 19–36, 2021.
- [22] **Q. Chen, D. Won, and D.M. Akos**, "Snow depth estimation accuracy using a dual-interface GPS-IR model with experimental results", *GPS Solutions*, Vol. 21, pp. 211-223, 2017.
- [23] **Frolov, A.D. and Y.Y. Macheret**, "On dielectric properties of dry and wet snow.", *Hydrological Processes*, Vol. 13, pp. 1755-1760, 1999.
- [24] **C. Herach Papas**, *Theory of Electromagnetic Wave Propagation*. McGraw-Hill, New York, 1988.
- [25] **N. Pinel and C. Bourlier**, *Electromagnetic Wave Scattering from Random Rough Surfaces-Asymptotic Models*. ISTE Ltd and John Wiley & Sons, Inc. Great Britain and the United States, 2013.
- [26] **M. Born and E. Wolf**, *Principles of Optics, and Scattering*. Englewood Cliffs, New Jersey, 1991.

- [27] **M.F. Chen and S.Y. Bai**, "Computer Simulation of Wave Scattering, from a Dielectric random surface in Two Dimensions - Cylindrical Case", *Journal of Electromagnetic Waves and Application*, v10.4, pp. 963-982, 1990.
- [28] **K. Aït Braham R. Dusséaux and G. Granet**, "Scattering of electromagnetic waves from two-dimensional perfectly conducting random rough surfaces – study with the curvilinear coordinate method", *Waves in Random and Complex Media*., v10.18, pp. 255-274, 2008.
- [29] **L. Kuzu, V. Demir and A.Z. Elsherbeni**, "Electromagnetic scattering from arbitrarily shaped chiral objects using the finite difference frequency domain method", *PIER, Progress In Electromagnetics Research*., v10.67, pp. 1-24, 2007.
- [30] **K.W. Lam, Q. Li, L. Tsang and K.L. Lai**, "On the analysis of statistical distributions of UWB signal scattering by random rough surfaces based on Monte-Carlo simulations of Maxwell equations", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 52, no. 12, pp. 3200–3206, Dec. 2004.
- [31] **A. Berrouk**, "Étude statistique de la diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses naturelles", Thèse de doctorat, Université de Annaba, 2014.
- [32] **S. Rice**, "Reflection of electromagnetic waves from slightly rough surfaces", *Communications on Pure and Applied Mathematics*, vol. 4, pp. 351-378, 1951.
- [33] **S. Rice**, *Reflection of EM from Slightly Rough Surfaces*, Interscience, New York, 1963.
- [34] **G. Valenzuela**, "Depolarization of EM waves by slightly rough surfaces", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 15, no. 4, pp. 552-557, July 1967.
- [35] **J.T. Johnson**, "Third-order small-perturbation method for scattering from dielectric rough surfaces", *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 16, pp. 2720-2736, 1999.
- [36] **M.A. Demir and J.T. Johnson**, "Fourth- and higher-order small-perturbation solution for scattering from dielectric rough surfaces", *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 20, no. 12, pp. 2330-2337, Dec 2003.
- [37] **L. Tsang, J.A. Kong and K.H. Ding**, "Scattering of electromagnetic waves: theories and applications", John Wiley et Sons, New York, 2000.
- [38] **T.M. Elfouhaily and C.A. Guérin**, "A critical survey of approximate scattering wave theories from random rough surfaces", *Waves Random Media*, vol. 14, pp. 1-10, 2004.
- [39] **A.G. Voronovich**, "Small slope approximation in wave scattering theory for rough surfaces", *Zhurnal Eksperimental'noi i Teoreticheskoi Fiziki*, v10.89, pp. 116-125, July 1994.

- [40] **S. Affi and R. Dusséaux**, "The co- and cross-polarized scattered intensity ratios for 3D layered structures with randomly rough interfaces", *Journal of Electromagnetic Waves and Application*, vol. 33, no. 7, pp. 811–826, May 2019.
- [41] **J.B. Boisvet, Q.H. Gwyn, A. Chanzy, D.J. Major, B. Brisco and R.J. Brown**, "Effect of surface moisture gradients on modelling radar backscattering from bare fields", *International Journal of Remote Sensing*, 18, 153–170, 1997.
- [42] **A. Tabatabaenejad and M. Moghaddam**, "Inversion of subsurface properties of layered dielectric structures with random slightly rough interfaces using the method of simulated annealing", *IEEE transactions on geoscience and remote sensing*, vol. 47, no 7, pp. 2035 – 2046, July 2009.
- [43] **Xin-SheYang**, *Engineering Optimization - An Introduction with Metaheuristic Applications*, New Jersey, 2010.
- [44] **S. Sumathi and L. Ashok Kumar**, *Computational intelligence paradigms for optimization problems using MATLAB/SIMULINK*. CRC Press, Sep, 2018.
- [45] **H.A.O. Junior, L. Ingber, A. Petraglia, M.R. Petraglia, M.A.S. Machado**, *Stochastic Global Optimization and Its Applications with Fuzzy Adaptive Simulated Annealing*, Springer-Verlag Berlin 2012.
- [46] **J. Nocedal and S. Wright**, *Numerical optimization*. Springer Science & Business Media, Dec, 2006.
- [47] **D. Costa**, "A Tabu Search algorithm for computing an operational timetable", *European Journal of Operational Research*, no.1, pp. 98-110, Jul, 1994.
- [48] **J.H. Holland**, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press, Ann Arbor. 1975
- [49] **Y. Liu and K.M. Passino**, "Biomimicry of Social Foraging Bacteria for Distributed Optimization: Models, Principles, and Emergent Behaviors", *Journal of Optimization Theory And Applications*, no.2, pp. 603-628, Dec. 2002.
- [50] **H.S. Hosseini** "Problem solving by intelligent water drops", *IEEE congress on evolutionary computation*, pp. 3226-3231. Sep. 2007.
- [51] **M. Dorigo**, *Optimization, Learning and Natural Algorithms*, Politecnico di Milano, Italie, 1992.

- [52] **N. Metropolis, A.W. Rosenbluth, M.N. Rosenbluth, A.H. Teller, E. Teller**, "Equation of state calculations by fast computing machines." *The journal of chemical physics*, no. 6, pp. 1087-1092, Jun. 1953.
- [53] **D. Vanderbilt and S.G. Louie**, "A Monte Carlo simulated annealing approach to optimization over continuous variables", *Journal of computational physics*, no. 2, pp. 259-271, Nov. 1984.
- [54] **V. Cerny**, "Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm", *Journal of optimization theory and applications*, no. 1, pp. 41-51, Jan. 1985.
- [55] **R.V.V Vidal**, Applied Simulated Annealing, Berlin, Germany, Springer, Feb, 1993.
- [56] **A. Corana, M. Marchesi, C. Martini, and S. Ridella**, "Minimizing multimodal functions of continuous variables with the simulated annealing algorithm", *ACM Transactions on Mathematical Software*, vol. 13, no. 3, pp. 262–280, Sep. 1987.
- [57] **J. Lemmetyinen, M. Schwank, K. Rautiainen, A. Kontu, T. Parkkinen, C. Mätzler, A. Wiesmann, U. Wegüller, C. Derksen, P. Toose, A. Roy, and J. Pulliainen**, "Snow density and ground permittivity retrieved from L-band radiometry: Application to experimental data", *Remote Sensing of Environment*, Vol. 180, pp. 377–391, 2016.
- [58] **P. Imperatore, A. Iodice and D. Riccio**, "Electromagnetic wave scattering from layered structures with an arbitrary number of rough interfaces", *IEEE transactions on geoscience and remote sensing*, vol. 47, no. 4, pp. 1056-1072, Apr. 2009.

## Annexe A

L'algorithme SA est schématisé comme suivant :

Données :  $N$ ,  $N_S$ ,  $N_T$ ,  $R_T$ ,  $f_{eps}$ ,  $\mathbf{x}_{LB}$ ,  $\mathbf{x}_{UB}$

Résultats :  $\mathbf{x}_{opt}$ ,  $f_{opt}$

Initialisation:

1:  $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_{LB} + rand(N,1).(\mathbf{p}_{UB} - \mathbf{p}_{LB})$ ;  $\mathbf{v}_0 = \mathbf{x}_{UB} - \mathbf{x}_{LB}$

2:  $T_0 = (f_{c,max} - f_{c,min}) / N_r$

3:  $f = f_c(\mathbf{p}_0)$ ;  $f_{opt} = f = f_c(\mathbf{p}_0)$  { valeur initiale de la fonction coût }

4: **while**  $f_{opt} > f_{eps}$  **do**

5:   **while**  $T > f_{eps}.10^{-3}$  **do**

6:      $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0$  ;

7:     **for**  $nt = 1$  to  $N_T$  **do** {Essais de réduction de température en boucle}

8:        $ncont = 0$  ;

9:       **for**  $j = 1$  to  $N_S$  **do** {Boucle sur les tests de variation de pas}

10:          **for**  $m = 1$  to  $N$  **do** {Générer et tester pour chaque paramètre}

11:            $\mathbf{p}'(m) = \mathbf{p}(m) + rv(m)$

12:           **if**  $\mathbf{p}'(m) < \mathbf{p}_{LB}(m)$  or  $\mathbf{p}'(m) > \mathbf{p}_{UB}(m)$  **then**  
              Jeter  $\mathbf{p}'(m)$  et générer un nouveau point d'essai

13:           **else**       Calculer  $f_c(\mathbf{p}')$

14:            Générer un aléatoire  $p' \in [0,1]$

15:           **if**  $f_c(\mathbf{p}') < f_c(\mathbf{p})$  or  $p' < e^{-(f_c(\mathbf{p}') - f_c(\mathbf{p}))/T}$

16:              $\mathbf{x} = \mathbf{x}'$ ;  $f_c(\mathbf{x}) = f_c(\mathbf{x}')$ ;

17:             **if**  $f_c(\mathbf{x}') < f_{opt}$

18:                $\mathbf{p}_{opt} = \mathbf{p}'$ ;  $f_{opt} = f_c(\mathbf{p}')$ ;  $ncont(m)++$  {Compter le nombre de cas acceptés}

19:             **end if**

20:           **end if**

21:       **end for**

22:     **end for**

23:     Ajustez la longueur du pas pour chaque paramètre  $v(m)$

24: **end for**

25:   **if**  $f_{opt} < f_{eps}$    **STOP**

26:   **else**  $T \leftarrow T.exp(-R_T)$                    {Diminuer la température}

27: **end while**

28:   **if**  $f_{opt} < f_{eps}$    **STOP**

29:   **else**  $T \leftarrow 1000 * T$                    {Augmenter la température}

30: **end while**

## Annexe B

L'algorithme d'optimisation de PSO est schématisé comme suivant :

Définir les paramètres initiaux :  $It$  ,  $N_{pop}$  ,  $w$  ,  $c_1$  et  $c_2$  .

```

1- for  $i=1$  to  $N_{pop}$  do
2-   Initialiser aléatoirement  $X_i$  ,  $V_i$  et évaluer la fonction coût  $f(X_i)$  .
3-    $P_{i,best} = X_i$     $f(P_{i,best}) = f(X_i)$  (Mettre à jour la meilleure solution locale et la fonction coût)
4-   if  $f(P_{i,best}) < f(P_{g,best})$ 
5-      $G_{best} = P_{i,best}$  (La meilleure solution globale)
6-   end if
7- end for
8- for  $It=1$  to  $MaxIt$  do
9-   for  $i=1$  to  $N_{pop}$  do
10-     $V_i^{It+1} = wV_i^{It} + r_1c_1 [P_{i,best}^{It} - X_i^{It}] + r_2c_2 [P_{g,best}^{It} - X_i^{It}]$  (Mettre à jour la vitesse  $V_i$  )
11-     $X_i^{It+1} = X_i^{It}(t) + V_i^{It}(t+1)$  (Mettre à jour la position des particules  $X_i^{It+1}$ )
12-     $f(X_i^{It+1})$  (Evaluer la fonction coût  $f(X_i^{It+1})$ )
13-    if  $f(X_i^{It+1}) < f(P_{i,best}^{It})$ 
14-       $P_{i,best}^{It} = X_i^{It+1}$     $f(P_{i,best}^{It}) = f(X_i^{It+1})$  (Mettre à jour)
15-    end if
16-    if  $f(P_{i,best}) < f(G_{best})$ 
17-       $G_{best} = P_{i,best}$  (Mettre à jour Global Best)
18-    end if
19-  end for
20-   $w = w.It / MaxIt$  (Coefficient d'inertie d'amortissement)
21- end for
22- if  $f(G_{best}) < eps$ 
23-    $G_{best} = P_{i,best}^{It}$    STOP
24- end if

```