

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

UNIVERSITE BADJI MOKHTAR
BADJI MOKHTAR UNIVERSITY



جامعة باجي مختار
عنابة

Faculté des Sciences
Département de physique

année 2022

Thèse

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de
Doctorat en Science

Option : Optique non-linéaire

par
MADDOURI Kamel

THÈME :

**Impulsions solitoniques femtosecondes :
Propriétés fondamentales et applications**

Directeur de thèse AZZOUZI Faïçal M. C. A, Univ, M C M, Souk-Ahras

Co-Directeur de thèse AMARA KORBA Sabiha Professeur, U. Badj Mokhtar, Annaba

Soutenu publiquement le : 23/02/ 2022
Devant le jury :

Président GHERS Mokhtar Professeur, U. Badj Mokhtar, Annaba

Examineurs : TRIKI Houria Professeur, U. BADJI Mokhtar, Annaba
 HAMAIZI Yamina Professeur, U. BADJI Mokhtar, Annaba
 BOUGUERRA Abdesselam M.C.A, Univ, M C M, Souk-Ahras
 REBAH Nor M. C. A, Univ, M C M, Souk-Ahras

Impulsions solitoniques femtosecondes: Propriétés fondamentales et applications

Kamel MADDOURI

**"... la physique ne nous donne pas seulement l'occasion de résoudre des problèmes ; elle nous aide à en trouver les moyens, et cela de deux manières. Elle nous fait pressentir la solution ; elle nous suggère des raisonnements."
POINCARÉ, Valeur sc.1905, p.152.**

Table des matières

Remerciements	x
Résumé	xii
Abstract	xiii
Introduction générale	xv
1 Impulsions lumineuses dans une fibre optique	1
1.1 Généralités sur la fibre optique	3
1.2 Phénomènes linéaires	3
1.2.1 L'atténuation	3
1.2.2 Dispersion optique	4
1.2.3 Dispersion chromatique du matériau	7
1.2.4 Dispersion chromatique : nature et signe	9
1.3 Phénomènes non-linéaires	11
1.3.1 Diffusion de la lumière	11
1.3.2 Diffusion Rayleigh	12
1.3.3 Diffusion Inélastique stimulée	13
1.4 Polarisation d'un milieu diélectrique	14
1.4.1 Polarisation non linéaire	14
1.5 Réponse d'un matériau à l'excitation optique	15
1.5.1 Effets non linéaires	15
1.5.2 Importance de la symétrie	16
1.5.3 Effets non linéaires du second ordre	17
1.5.4 Effet Kerr optique	18
1.5.5 Mélange à quatre ondes	19
1.5.6 Auto-modulation de phase	20
1.5.7 Modulation de phase croisée	22
1.5.8 Focalisation et défocalisation du faisceau optique	22
1.6 Impulsion lumineuse dans une fibre optique	23
1.6.1 Équation de Schrödinger non-linéaire dans un régime picoseconde	24
1.7 Méthodes et outils numériques	25
1.7.1 Méthode de diffusion inverse	25
1.7.2 Méthode de Fourier à pas fractionné (SSFM)	26

1.7.3	Solution numérique de NLSE	27
1.8	Différents régimes de propagation	29
1.8.1	Régime dispersif d'ordre 2	31
1.8.2	Régime dispersif d'ordre 3	33
1.8.3	Effets de la SPM	36
1.9	Conclusion	37
2	Soliton optique en régime picoseconde	39
2.1	Généralités	40
2.2	Le soliton comme bit d'information	41
2.3	Principe du soliton temporel	41
2.4	Importance des solitons dans les communications	42
2.5	Diversité des solitons spatiaux optiques	43
2.5.1	Les solitons Kerr	44
2.5.2	Propriétés des solitons Kerr	44
2.5.3	Les solitons photorefractifs	46
2.5.4	Les solitons quadratiques	47
2.5.5	Les solitons dans les cristaux liquides	47
2.5.6	Soliton spatio-temporel "Balle de lumière"	48
2.6	Soliton fondamental dans un régime picoseconde	50
2.6.1	Compromis : Dispersion-non-linéarité	50
2.6.2	Impulsion solitonique	52
2.6.3	Débit binaire de soliton	54
2.6.4	Soliton noir	55
2.6.5	Soliton chirpé	58
2.7	Interaction entre solitons et stabilité	60
2.7.1	Interaction entre solitons adjacents	60
2.7.2	Interaction de deux solitons	61
2.7.3	Interprétation physique	64
2.8	Conclusion	66
3	Soliton noir dans un milieu homogène et non homogène en régime picoseconde	67
3.1	Introduction	68
3.2	Dynamique des solitons noirs et leur interaction	69
3.3	Instabilité modulationnelle	71
3.3.1	Analyse de stabilité linéaire	71
3.3.2	Spectre de gain	72
3.4	Dynamique des solitons noirs dans un milieu non homogène	74
3.4.1	soliton noir géré en dispersion	76
3.4.2	Paire de soliton sombre géré en dispersion	77
3.5	Conclusion	79

4 Soliton femtoseconde en milieu homogène et non-homogène	80
4.1 Introduction	81
4.2 Dynamique dans un milieu présentant des non-linéarités jusqu'au septième ordre .	82
4.3 Solutions en onde solitaires noires	84
4.4 Analyse de stabilité	85
4.4.1 Stabilité modulationnelle du fond cw	85
4.5 Collision de solitons	88
4.6 Contrôle des solitons noires CQS dans un milieu non-homogène	89
4.7 Équation du modèle	91
4.8 Solution et stabilité du soliton	93
4.9 Interaction des solitons	96
4.10 Conclusion	102
Conclusion générale	103

Table des figures

1.1	<i>Spectre de perte d'une fibre de silice monomode. La courbe en pointillés montre la contribution résultant de la diffusion de Rayleigh. [23]</i>	4
1.2	<i>Effet de la dispersion de fibre sur un signal optique pulsé le long d'une fibre.[25]</i>	6
1.3	<i>Représentation schématique du profil d'indice de réfraction d'une fibre à saut d'indice.[33].</i>	7
1.4	<i>Représentation de la propagation d'une impulsion initiale et la propagation d'une impulsion dans un régime de dispersion, a) normale, b) anormale.[37].</i>	11
1.5	<i>Allure d'un spectre de diffusion spontanée pour une fréquence d'excitation ν_P. On observe des structures de types Raman, Brillouin et Rayleigh.[39].</i>	12
1.6	<i>Représentation schématique de l'effet d'un champ électrique sur un atome et son nuage électronique : Génération d'un moment dipolaire(P). a) En l'absence de champ appliqué :Barycentre des charges positives (P)≡Barycentre des charges négatives(N). b) En présence d'un champ appliqué : (Polarisation induite)Décalage de barycentre des charges positives(P) par rapport au barycentre des charges négatives (N). [51].</i>	15
1.7	<i>Diagramme quantique de processus de mélange à quatre ondes.</i>	20
1.8	<i>Décalage fréquentiel d'une impulsion gaussienne par auto modulation de phase. En haut, profil d'intensité d'une impulsion gaussienne. En bas, fréquence instantanée de l'impulsion autour de sa fréquence centrale. La tangente à l'origine est appelée chirp. Si elle est à pente positive (négative), on parle de chirp positif (négatif). [61],</i>	21
1.9	<i>Schéma représentatif de la méthode de Fourier à pas fractionner</i>	27
1.10	<i>Représentation du profil suivant la largeur fréquentielle du pulse initial (a), de pulse en sortie «chirpé» négativement (b), de pulse en sortie «chirpé» positivement (c) et du soliton temporel (d) [55].</i>	31
1.11	<i>(a) Étalement d'une impulsion de forme gaussienne du à la dispersion chromatique d'ordre 2 au cours de sa propagation dans la fibre. (b) Évolution de la largeur temporelle et de la phase d'une impulsions gaussienne en fonction de la distance.</i>	34
1.12	<i>(a) Profil d'intensité de l'impulsion gaussienne, initiale ($z=0$)et après $25L_{D3}$ et $50L_{D3}$ de propagation. (b) Évolution du profil d'intensité d'une impulsion gaussienne en présence de l'effet de 3^{me} ordre de la dispersion.</i>	35
1.13	<i>Évolution spectrale d'une impulsion gaussienne..</i>	37
2.1	<i>Recreation of a solitary wave on the Scott Russell Aqueduct on the Union Canal.Photograph courtesy of Heriot-Watt University [85].</i>	40
2.2	<i>Profils d'intensité, de phase et de fréquence induits par la non-linéarité Kerr dans une fibre optique.</i>	42

2.3	Diagramme de bande montrant les processus de transition et de transport des charges lors de l'effet photo-réfractif. Modèle à un seul niveau de donneurs (ND) et un seul type de porteurs (N).[101]	46
2.4	illustrations du concept de balle de lumière en régime linéaire et non linéaire[147]	49
2.5	impulsion chirpée au cours de sa propagation dans la fibre (a) Chirp induit par une dispersion négative (b) Chirp induit par une dispersion positive [37].	49
2.6	(a) illustration d'une impulsion chirpée au cours de sa propagation dans la fibre sous l'influence de l'automodulation de phase (b) Décalage fréquentielle subie par l'impulsion à la fin de sa propagation dans la fibre [37]	50
2.7	Évolution d'une impulsion gaussienne initialement non échelonnée pour $N = 30$ à $z = L_D = 0, 1$ dans le régime de dispersion normale d'une fibre optique.	51
2.8	Flux binaire Soliton au format RZ. Chaque soliton occupe une petite fraction de la tranche de bits de sorte que le soliton voisin est très éloigné.	53
2.9	l'évolution spatio- temporelle d'une impulsion solitonique : a) brillant ,b) noir	56
2.10	Intensité d'un soliton noir pour plusieurs valeurs de la phase interne B [161]	57
2.11	Profils de phase des solitons noirs pour plusieurs valeurs de la phase interne B . [161]	57
2.12	Spectre de l'impulsion initiale (trait pointillé) et celui de l'impulsion propagée (trait plein) pour les paramètres : $P_0 = 4, \gamma = 2W^{-1}/km, L = 4km$.	59
2.13	Espacement relatif q entre deux solitons en interaction en fonction de la longueur de la fibre pour plusieurs valeurs du déphasage initial Ψ_0 (en degrés) lorsque $q_0 = 4$. [173].	63
2.14	Évolution d'une paire de solitons sur une longueur de dispersion montrant les effets de l'interaction des solitons pour différents choix de rapport d'amplitude r et de phase relative. Séparation initiale $q_0 = 3.5$ dans tous les cas. a) Interaction soliton avec deux impulsions d'amplitude égale et phase relative $\theta = 0$. -b) Évolution de deux impulsions sech d'amplitude unité avec une différence de phase initiale $\theta = \pi/4$. -c) Évolution de deux impulsions sech d'amplitude unitaire avec une différence de phase initiale $\theta = \pi$.	63
2.15	Courbe de chevauchement de Solitons a) deux impulsions sech, b) la forme d'onde d'impulsion résultante avec deux impulsions sech ajoutées en phase. c) la forme d'onde d'impulsion résultante avec les deux impulsions déphasées de 180° .	64
2.16	Séparation d'impulsions en fonction de la distance normalisée z les courbes brisées montrent la séparation des impulsions lorsque la différence de phase initiale $\theta = \pi/2$ les courbes complètes lorsque $\theta = 0$.	65
3.1	Formes d'impulsion d'une paire de solitons sombres après propagation d'une distance de $\xi = 30$ dans les fibres. a) La séparation initiale est $q_0 = 3$. b) La séparation initiale est $q_0 = 1.5$.	69
3.2	Augmentation relative de la séparation des impulsions en fonction de la distance de propagation pour les séparations initiales $q_0 = 1,5$ (courbe (a)), $q_0 = 2$ (courbe (b)) et $q_0 = 2,5$ (courbe (c)). Les courbes pleines sont obtenues avec l'expression empirique, équation (3.6); les courbes en pointillés indiquent la solution numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire. [185]	70
3.3	Spectre du gain de l'instabilité modulationnelle à trois niveaux de puissance pour une fibre optique.	73
3.4	Évolution d'un soliton noir a) périodique, b) à chift de phase	77
3.5	Évolution de deux solitons sombres voisins avec $t_0 = 4$ et $\xi = 0$	78

4.1	<i>Caractéristiques de IM pour $\alpha_1 = 1$. (a) : Évolution de la limite supérieure du spectre de gain k_c en fonction de α_2 pour différentes valeurs de α_3, (b) valeur crête du gain, (G_{IM}) en fonction de α_2, (c) niveau de puissance du fond cw, P_0 par rapport à α_2, (d) terme non linéaire septique α_4 versus α_2 [222].</i>	87
4.2	<i>Évolution du profil d'intensité de deux solitons en collision en fonction de la distance de propagation z. La condition initiale de la simulation est donnée par la formule (4.32) avec $\alpha_1 = 5$, $\alpha_2 = 0,18$, $\alpha_3 = 1,8$, $\alpha_4 = 6,4$, $\Omega_1 = -\omega_2 = 2$, et $k_1 = -20$ [222].</i>	88
4.3	<i>Évolution de la solution en soliton noir contrôlé. donnée par l'équation (4.60) pour $\Gamma(z) = 0$ avec $\alpha_i(z) = \alpha_{0i} \cos(\omega z)$; $i = 1, 2, 3, 4$.(a) : $\alpha_{01} = 2$, $\alpha_{02} = 0,5$, $\alpha_{04} = 1$, $\rho_0 = -\lambda_0 = 0,01$, $\omega = 5$. (b) : $\alpha_{01} = 2$, $\alpha_{02} = 1,5$, $\alpha_{04} = 1$, $\rho_0 = -\lambda_0 = 0,01$, $\omega = 5$.</i>	95
4.4	<i>Évolution du diagramme de la solution soliton noire contrôlée donnée par l'équation (4.60) pour $\Gamma(z) = -\frac{\epsilon}{3}z$ avec $\alpha_1(z) = \alpha_{01} \cos(\omega z)$ et $\alpha_4(z) = \alpha_{04} \exp(\epsilon z^2) \cos(\omega z)$. (a) : $\alpha_{01} = 4$, $\alpha_{04} = 1$, $\epsilon = 0,03$, $\rho_0 = -\lambda_0 = 0,01$, $\omega = 5$. (b) : $\alpha_{01} = 4$, $\alpha_{04} = 1$, $\epsilon = -0,03$, $\rho_0 = -\lambda_0 = 0,01$, $\omega = 5$.</i>	96
4.5	<i>Évolution de la solution en soliton noir contrôlé donnée par l'équation (4.60) pour un (a) soliton parabolique et (b) compression d'impulsion de soliton, avec leurs courbes de contour en (c) et (d), respectivement. Les paramètres sont (a) : $\alpha_1(z) = \alpha_{01}z$, $\alpha_4(z) = \alpha_{04}z \exp(-\epsilon z)$ avec $\alpha_{01} = 2$, $\alpha_{04} = 1$, $\epsilon = 0,06$, $\rho_0 = -\lambda_0 = 0,01$. (b) : $\alpha_1(z) = \alpha_{01} \exp(\sigma z)$, $\alpha_4(z) = \alpha_{04}z \exp(-\epsilon z)$ avec $\alpha_{01} = 2$, $\alpha_{04} = 1$, $\sigma = 2$, $\rho_0 = -\lambda_0 = 0,01$.</i>	97
4.6	<i>(a) : Évolution numérique de soliton noir contrôlé équation (4.60) en présence de bruit blanc, avec les mêmes paramètres que sur la figure (4.3.a). (b) : impulsions d'entrée et de sortie avec perturbation de bruit blanc, à $z = 40$ (c) : rapport d'élargissement d'impulsion (PBR) et changement de phase (PC) avec la variation de distance de propagation.</i>	98
4.7	<i>Scénarios d'interaction de deux solitons noirs voisins contrôlés équation (4.60) (lorsque la séparation initiale est $q_0 = 3$). (a) et (d) : $\chi_{s1}(z) = +\chi_{s2}(z)$. (b), (c), (e) et (f) : $\chi_{s1}(z) = -\chi_{s2}(z)$. Les paramètres pour (a), (b), (d), (e) sont les mêmes que dans la figure (4.3.a). Pour (c) et (f), la figure (4.5.a).</i>	99
4.8	<i>Processus d'interaction de deux et trois solitons noirs contrôlés équation 4.60 (lorsque la séparation initiale est $q_0 = 4,1$ et $q_0 = 8$, respectivement). (a) : deux solitons avec $\chi_{s1}(z) = -\chi_{s2}(z)$, les paramètres sont ceux de la figure (5.b). (b) et (d) : trois solitons à travers une inhomogénéité avec $\chi_{s1}(z) = \chi_{s2}(z) = \chi_{s3}(z)$ et $\chi_{s1}(z) = -\chi_{s2}(z) = \chi_{s3}(z)$. (c) : trois solitons par une inhomogénéité périodique avec $\chi_{s1}(z) = \chi_{s2}(z) = \chi_{s3}(z)$. (e) et (f) : trois solitons par une inhomogénéité périodique avec $\chi_{s1}(z) = -\chi_{s2}(z) = \chi_{s3}(z)$. (e) est tracé avec la vitesse initiale.</i>	101

Liste des tableaux

1.1	<i>Coefficients de résonance de SELLMIEER pour la silice</i>	8
1.2	<i>Sous-classes des effets non linéaires du second ordre.</i>	18
1.3	<i>Les paramètres de la simulation</i>	33
1.4	<i>Les paramètres de la simulation</i>	35
1.5	<i>Les paramètres de la simulation</i>	37
2.1	<i>Caractéristiques typiques des non-linéarités Kerr selon leur origine, d'après[102]</i>	44
2.2	<i>Expression mathématique de différents profils de puissance et de leurs coefficients caractéristiques.</i>	58

Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire de thèse a été réalisé au laboratoire de Physique de la matière et du rayonnement LPMR à Université Mohamed-Chérif Messaadia de Souk-Ahras.

Je tiens à remercier, Monsieur **AZZOUZI Faïçal** maître de conférences A au département de science de la matière et chef d'équipe de recherche « **Dynamique quantique et non linéaire** » au Laboratoire **Physique de la Matière et du Rayonnement « LPMR »** à Université MOHAMED-CHERIF MESSAADIA de Souk-Ahras, de m'avoir donné l'opportunité de travailler sur ce sujet extrêmement stimulant. Je souhaite lui exprimer ma reconnaissance, d'une manière générale, ses conseils avisés, la pertinence de ses indications bibliographique, sa disponibilité et son enthousiasme de tous les instants ont été un soutien des plus précieux.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à Madame **AMARA KORBA Sabiha** professeur au département de physique à l'Université BADJI Mokhtar, Annaba, co-directrice de thèse.

J'adresse mes remerciements les plus respectueux à Monsieur **GHERS Mokhtar** professeur au département de physique à l'Université de BADJI-Mokhtar, Annaba, pour avoir accepté de présider le jury et pour ne pas avoir hésité à me réserver un temps pour la soutenance de ma thèse.

J'exprime une profonde gratitude à madame **TRIKI Houria** professeur au département de physique à l'Université BADJI-Mokhtar, Annaba, d'une part de m'avoir fait l'honneur d'examiner attentivement ce travail de thèse et d'autre part elle a su se montrer d'une rare disponibilité. Sa grande expérience, sa disponibilité, sa grande simplicité.

Mes remerciements vont aussi au professeur **HAMAZI Yamina** de l'Université BADJI-Mokhtar, Annaba, pour m'avoir fait l'honneur d'examiner ce travail et pour toutes ses remarques objectives, et son avis de spécialiste.

Également, je remercie sincèrement le docteur **REBAH Nor** maître de conférences classe A au département de science de la matière à l'Université MOHAMED-CHERIF MESSAADIA de Souk-Ahras, d'avoir accepté d'examiner attentivement ce travail de thèse.

Je suis également reconnaissant à Monsieur **BOUGUERRA Abdesslam**, maître de conférences A au département de science de la matière, directeur du Laboratoire **Physique de la Matière et du Rayonnement « LPMR »** et chef d'équipe de recherche « **Oxydes mixtes macroscopiques**

et de basse dimensionnalité » à Université MOHAMED-CHERIF MESSAADIA de Souk-Ahras, d'avoir accepté d'examiner attentivement ce travail de thèse et pour l'intérêt qu'il a accordé à ce travail. En effet, il m'a toujours accordé généreusement le temps nécessaire pour partager avec moi ses idées, ses commentaires éclairés et sa grande expérience dans le domaine de recherche scientifique. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude.

Mes plus vifs remerciements vont à ma famille, ma **femme** mes enfants **Meriem** et **Mahdi** pour m'avoir fait partager leurs attentions et pour qui le sens du sacrifice au cours de ces longues années d'étude ne s'est jamais tari et a été le plus précieux de leurs cadeaux, et qui m'a permis de terminer mes études de thèse de doctorat.

Résumé

Cette thèse a pour objectif l'étude théorique et numérique de la propagation des solitons noirs dans une fibre optique inhomogène présentant les effets de la non-linéarité cubique, quintique et septique, ainsi que l'effet de gain ou de perte. Les contributions présentées se concentrent sur deux parties.

Une partie importante de ce travail a porté sur l'étude de l'existence et la dynamique de propagation non linéaire des impulsions solitoniques noires gouvernées par l'équation de Schrödinger non linéaire non homogène d'ordre supérieur incorporant les termes non linéaires d'ordre trois, cinq et sept. Nous avons en particulier démontré l'existence d'une classe spéciale des solitons noirs ayant la forme $sech^{2/3}$ sur un fond continu variable avec la distance de propagation. Les conditions paramétriques nécessaires à leur existence ont été également déterminées. Les résultats des simulations numériques ont montré une propagation stable de ce type de solitons sur une plus grande longueur de propagation en présence de la perturbation de bruit blanc. Nous avons également trouvé que le choix approprié des paramètres liés à la vitesse de groupe et au terme de gain ou de perte permet de contrôler d'une manière efficace la forme du soliton et son comportement dynamique.

La seconde partie de ce travail est consacrée à l'étude numérique du processus d'interaction entre deux et trois solitons noirs adjacents sous l'influence de différentes formes de l'inhomogénéité du milieu et de la vitesse de groupe relative. Les résultats ont montré que la forme de l'inhomogénéité est responsable du transfert d'énergie entre les solitons en collision. De plus, l'interaction entre les solitons voisins pourrait être contrôlée par la distribution des vitesses de groupe relatives. Les résultats présentés dans ce travail pourraient être une aide utile pour d'autres études associées à la formation, la propagation et la collision des ondes solitaires sombres dans des milieux non linéaires inhomogènes.

Mots clés : Soliton optique, équation de Schrödinger non linéaire, stabilité, interaction entre solitons adjacents.

Abstract

The objective of this thesis is the theoretical and numerical study of the propagation of black solitons in an inhomogeneous optical fiber showing the effects of cubic, quintic and septic nonlinearity, as well as the effect of gain or loss. The contributions presented focus on two parts.

An important part of this work has focused on the study of the existence and the dynamics of nonlinear propagation of black solitonic pulses governed by the higher order nonlinear Schrödinger equation incorporating the nonlinear order terms three, five and seven. We have in particular demonstrated the existence of a special class of black solitons having the form $sech^{2/3}$ on a continuous background varying with the propagation distance. The parametric conditions necessary for their existence were also determined. The results of the numerical simulations have shown a stable propagation of this type of soliton over a greater propagation length in the presence of the white noise disturbance. We have also found that the appropriate choice of parameters related to group-velocity and gain or loss term can effectively control the shape of the soliton and its dynamic behaviour.

The second part of this work is devoted to the numerical study of the interaction process between two and three adjacent black solitons under the influence of different forms of the inhomogeneity of the medium and the relative group-velocity. The results showed that the shape of the inhomogeneity is responsible for the transfer of energy between the colliding solitons. In addition, the interaction between neighbouring solitons could be controlled by the distribution of relative group-velocity. The results presented in this work could be a useful aid for other studies associated with the formation, propagation and collision of dark solitary waves in inhomogeneous nonlinear media.

Keywords : Optical soliton, nonlinear Schrödinger equation, stability, interaction between adjacent solitons.

ملخص:

تهدف هذه الرسالة إلى الدراسة النظرية والرقمية لانتشار السوليتونات السوداء في الياف بصرية غير متجانسة وتظهر تأثيرات لا خطية تكعيبية وخماسية وسباعية، بالإضافة إلى تأثير الكسب أو الخسارة. تركز المساهمات المقدم على جزأين.

جزء مهم من هذا العمل ركز على دراسة وجود وديناميك الانتشار غير الخطي للنضبات السوليتونية السوداء التي تحكمها معادلة شرودينغر اللاخطية ذات الترتيب الأعلى والتي تتضمن حدود لا خطية ذات الترتيب الثالث والخامس والسابع. وقد أظهرنا بشكل خاص وجود فئة خاصة من السوليتونات السوداء ذات الشكل $\text{sech}^{2/3}$ على خلفية مستمرة متغيرة مع مسافة الانتشار، كما تم تحديد الشروط البارامترية اللازمة لوجودهم. أظهرت نتائج المحاكاة الرقمية انتشارًا ثابتًا لهذا النوع من السوليتونات على مدى انتشار أكبر في وجود اضطراب الضوضاء الأبيض. لقد وجدنا أيضًا أن الاختيار المناسب للمعاملات المتعلقة بسرعة المجموعة ومصطلح الريح أو الخسارة يمكن أن يتحكم بشكل فعال في شكل السوليتون وسلوكه الديناميكي.

الجزء الثاني من هذا العمل خصص للدراسة العددية لعملية التفاعل بين سوليتونين وثلاثة سوليتونات سوداء متجاورة تحت تأثير أشكال مختلفة من عدم تجانس الوسط وسرعة المجموعة النسبية. أظهرت النتائج أن شكل عدم التجانس هو المسؤول عن نقل الطاقة بين السوليتونات المتصادمة. بالإضافة إلى ذلك، يمكن التحكم في التفاعل بين السوليتونات المتجاورة من خلال توزيع سرعات المجموعة النسبية. يمكن أن تكون النتائج المقدمة في هذا العمل مساعدة مفيدة للدراسات الأخرى المرتبطة بتكوين وانتشار وتصادم الموجات الانفرادية المظلمة في وسائط غير خطية غير متجانسة.

الكلمات المفتاحية:

السوليتون الضوئي، معادلة شرودينغر غير الخطية، الاستقرار، التفاعل بين السوليتونات لمتجاورة.

Introduction générale

De nos jours, nous pouvons voir de nombreuses applications intéressantes des solitons dans différents domaines des sciences physiques tels que la physique des plasmas [1], l'optique non-linéaire [2, 3], le condensat de Bose Einstein[4, 5], la mécanique des fluides [6], etc.

Bien que l'histoire des solitons débute en 1845, lorsque le physicien écossais J. S. Russell rapporte qu'une vague produite par un mouvement brusque d'une barque est capable de se propager sur de grandes distances tout en conservant sa forme, il a fallu attendre la description mathématique de N. J. Zabusky et M. D. Kruskal 1965 qui expliquait ces propriétés, et qui nomment pour la première fois ce nouveau type d'onde soliton. Les solitons sont des ondes si robustes qu'il est peu probable qu'elles se décomposent sous de petites perturbations. Le facteur le plus intéressant à propos du soliton, est cependant, que leurs interactions avec le milieu à travers lequel ils se propagent sont élastiques.

L'invention du laser dans les années 60 a permis l'avènement d'une nouvelle physique, appelée « optique non-linéaire », qui s'intéresse à l'interaction entre la matière et la lumière intense et a connu un développement spectaculaire. De plus, la première démonstration expérimentale du doublement de fréquences du laser à rubis en 1961 par Franken a permis d'entrer pleinement dans ce nouveau domaine. La capacité de l'optique non linéaire à jouer avec les fréquences ouvre à une multitude d'applications nouvelles. Grâce à elle, on peut générer de nouvelles fréquences par somme ou différence de fréquences ou bien amplifier un rayonnement au moyen d'un autre faisceau par amplification paramétrique optique. Des recherches récentes sur l'optique non linéaire ont montré que l'impulsion gérée par dispersion peut être plus utile si l'impulsion se présente sous la forme d'une série de puissance d'une impulsion localisée stable appelée soliton. Les solitons optiques ont fait l'objet d'études théoriques et expérimentales approfondies au cours des quatre dernières décennies, en raison de leurs applications potentielles dans les communications longue distance. En 1973, les résultats pionniers de Hasegawa et Tappert [7] ont prouvé que la contrainte majeure de la fibre optique à savoir la dispersion de vitesse de groupe (GVD) pouvait être exactement contrebalancée par l'auto modulation de phase (SPM). Il est à noter que la SPM est l'effet non linéaire dominant dans les fibres de silice en raison de l'effet Kerr. Les résultats théoriques de Hasegawa et Tappert ont été largement étalés par la démonstration expérimentale de solitons optiques par Molletonner et ces collaborateurs en 1980 [8].

Depuis, de nombreux travaux théoriques et expérimentaux ont été réalisés pour réaliser un système de communication basé sur des solitons optiques. Les solitons, impulsions optiques localisées dans le temps, évoluent à partir d'un changement non linéaire.¹ de l'indice de réfraction du matériau,

1. *Presque tous les systèmes réels sont non-linéaires. Pour un système non linéaire, le principe de superposition*

appelé effet Kerr, induit par la diffusion d'intensité lumineuse. Lorsque les effets combinés de la non-linéarité de l'indice de réfraction dépendant de l'intensité et de la dispersion des impulsions dépendant de la fréquence se compensent exactement, l'impulsion se propage sans aucun changement de forme, étant auto piégée par la non-linéarité du guide d'ondes. La propagation de solitons optiques dans une fibre optique dispersive non linéaire est régie par l'équation de Schrödinger non linéaire (NLS) complètement intégrable. Dans le régime dispersif anormal, cette équation possède une solution soliton brillant, par contre elle possède la solution solitons noire dans le régime dispersif normal. Les solutions soliton brillant et les solutions soliton noires peuvent être dérivées par la méthode de diffusion inverse avec une condition limite de dispersion [9, 10, 11] et de non-dispersion [10]. Cependant, si les impulsions optiques sont plus courtes, l'équation NLS standard devient inadéquate. Par conséquent, certains effets d'ordre supérieur tels que la dispersion de troisième ordre, l'auto raidissement et la diffusion Raman stimulée joueront un rôle important dans la propagation des impulsions optiques. Dans un tel cas, l'équation dominante est celle largement connue sous le nom d'équation NLS d'ordre supérieur, dérivée par Kodama et Hasegawa [12]. L'influence de ces effets dans les systèmes non couplés et couplés pour les solitons brillants est bien expliquée [13, 14]. La diffusion Raman inélastique est due à la réponse retardée du milieu, qui force l'impulsion à subir un décalage de fréquence qui est connu sous le nom d'auto décalage de fréquence. L'effet de l'auto raidissement est dû à la vitesse de groupe dépendante de l'intensité de l'impulsion optique, ce qui donne à l'impulsion une largeur très étroite au cours de la propagation. Pour cette raison, le pic de l'impulsion se déplacera plus lentement que les ailes. En pratique, l'indice réfractif ou le diamètre du cœur de la fibre optique sont des fonctions de la coordonnée axiale, ce qui signifie que la fibre est en fait axialement non-homogène. Dans ce cas, les paramètres qui caractérisent les propriétés dispersives et non linéaires de la fibre présentent des variations et les équations d'onde non linéaires correspondantes sont des équations NLS à coefficients variables. De plus, le problème de la propagation d'impulsions ultracourtes dans des fibres optiques non linéaires et axialement non homogènes proches du point de dispersion zéro est plus compliqué, car les effets d'ordre élevé doivent également être pris en compte. Afin de comprendre ces phénomènes, nous considérons l'équation d'ordre supérieur (HNLS) à coefficients variables. Bien que cette équation a été dérivée pour la première fois dans les années 1980, seulement au cours des dernières années, elle a beaucoup attiré l'attention des chercheurs tant du point de vue théorique qu'expérimental. Par exemple, Porsezian et Nakkeeran [14] dérivent toutes les conditions paramétriques pour la propagation d'impulsions de type soliton dans l'équation HNLS en utilisant l'analyse Painlevé, et généralisent la méthode Ablowitz-Kaup-Newell-Segur au problème des valeurs propres 3×3 pour construire la paire de Lax pour le cas intégrable. Papaioannou et coll [15] donnent un traitement analytique de l'effet de l'inhomogénéité axiale sur les ondes solitaires femtosecondes près du point de dispersion zéro¹ qui régit par l'équation HNLSE à coefficient variable.

s'effondre : la réponse du système n'est pas proportionnelle au stimulus qu'il reçoit ; le tout est plus que la somme de ses parties. la science non linéaire est souvent divisée en plusieurs catégories à savoir, fractals, chaos, soliton formation de patterns... le thème commun qui sous-tend cette diversité de sujet est la non-linéarité des systèmes étudiés.

1. Dans un système de communication, il est souhaitable de travailler à proximité du point de dispersion nulle (ZD), où la dispersion du second ordre est nulle, car là la puissance requise pour créer des solitons brillants est significativement faible.

Les solutions exactes d'onde de soliton brillant et noir de cette équation à coefficient variable sont dérivées et leurs comportements en présence de l'inhomogénéité sont analysés. Mahalingam et Porsezian [16] analysent la propagation des solitons noirs avec des effets d'ordre supérieur dans les fibres optiques en utilisant l'analyse de Painlevé et la méthode bilinéaire d'Hirota. Xu et coll [17], étudient l'instabilité de la modulation des solitons sur un fond CW dans une fibre optique avec des effets d'ordre supérieur.

Ce manuscrit s'articule autour de quatre chapitres. Dont l'introduction générale, qui donne un aperçu de la façon dont la thèse est organisée pour discuter une grande variété d'effets linéaires et non linéaires qui entravent le bon fonctionnement des systèmes de transmission par fibres optiques. L'ambition du premier chapitre est de présenter les impulsions lumineuses dans une fibre optique. Nous présentant des généralités sur les fibres optiques et les phénomènes linéaires et non linéaires ainsi l'équation de propagation non linéaire qui gouverne l'évolution du champ électrique lors de sa propagation dans une fibre optique aussi la réponse d'un matériau à l'excitation optique et les méthodes et outils numériques utiliser pour résoudre l'équation de Schrödinger non linéaire. Enfin, nous donnons les différentes catégories possibles du comportement de propagation.

Le second chapitre de cette thèse sera entièrement voué au soliton optique en régime picoseconde : propriétés fondamentales et applications.

Le troisième chapitre de cette thèse sera consacré à l'étude de la propagation d'une onde solitaire type noire modélisée par l'équation de Schrödinger non linéaire dans lequel le milieu de propagation est non homogène. Pour cette fin, on a adopté la méthode variationnelle à raison de trouver les solutions solitoniques et leur dynamique non linéaire lors de leur propagation.

Nous présentant au lecteur à travers le chapitre quatre les principaux résultats de l'étude de l'équation de Schrödinger hétérogène non linéaire in homogène d'ordre supérieur (INHLSE) comprenant les termes non linéaires cubique-quintique et septique (CQS) et le gain ou la perte à coefficients variables ; et à fournir la solution analytique précise décrivant la propagation d'impulsions de type soliton noire, à former selon la méthode ansatz.

Enfin, nous avons fourni, dans une conclusion générale, une synthèse des résultats obtenus avec tous les détails par comparaison aux données publiées dans la littérature. Les études futures sont également présentées à la fin de cette conclusion.

Chapitre 1

Impulsions lumineuses dans une fibre optique

Sommaire

1.1 Généralités sur la fibre optique	3
1.2 Phénomènes linéaires	3
1.2.1 L'atténuation	3
1.2.2 Dispersion optique	4
1.2.3 Dispersion chromatique du matériau	7
1.2.4 Dispersion chromatique : nature et signe	9
1.3 Phénomènes non-linéaires	11
1.3.1 Diffusion de la lumière	11
1.3.2 Diffusion Rayleigh	12
1.3.3 Diffusion Inélastique stimulée	13
1.4 Polarisation d'un milieu diélectrique	14
1.4.1 Polarisation non linéaire	14
1.5 Réponse d'un matériau à l'excitation optique	15
1.5.1 Effets non linéaires	15
1.5.2 Importance de la symétrie	16
1.5.3 Effets non linéaires du second ordre	17
1.5.4 Effet Kerr optique	18
1.5.5 Mélange à quatre ondes	19
1.5.6 Auto-modulation de phase	20
1.5.7 Modulation de phase croisée	22
1.5.8 Focalisation et défocalisation du faisceau optique	22
1.6 Impulsion lumineuse dans une fibre optique	23
1.6.1 Équation de Schrödinger non-linéaire dans un régime picoseconde	24
1.7 Méthodes et outils numériques	25
1.7.1 Méthode de diffusion inverse	25
1.7.2 Méthode de Fourier à pas fractionné (SSFM)	26

1.7.3	Solution numérique de NLSE	27
1.8	Différents régimes de propagation	29
1.8.1	Régime dispersif d'ordre 2	31
1.8.2	Régime dispersif d'ordre 3	33
1.8.3	Effets de la SPM	36
1.9	Conclusion	37

1.1 Généralités sur la fibre optique

L'exigence d'un système de communication est la capacité d'informations à transporter, c'est-à-dire la « bande passante », qui peut atteindre théoriquement $50THz$. Une bande passante aussi importante ne peut être atteinte avec un système de communication en cuivre, coaxial ou par satellite. D'où, la fibre optique s'avère être le meilleur support de transmission sur câble à haut débit (au-delà de $100Mbit/s$) qui existe actuellement, sur cette base, l'intérêt pour le système de communication par fibre optique s'est accrue. Cependant, cette dernière n'est pas pour autant exempte de perturbations. En effet lors de la propagation de la lumière dans la fibre, des phénomènes linéaires et non linéaires résultants des interactions lumière/matière tels que : les pertes optiques (l'atténuation), la dispersion chromatique et les effets non linéaires issus de l'effet Kerr optique perturbent la transmission des signaux. Leur importance respective dépend des paramètres du système (longueur d'onde, type de fibre, etc.) et conditionne l'évolution de la lumière lors de sa propagation. Dans le paragraphe qui suit, nous allons étudier de près ces trois effets pour mieux comprendre leurs impacts sur la qualité de la transmission.

1.2 Phénomènes linéaires

1.2.1 L'atténuation

Les fibres optiques, sont généralement considérées comme linéaires dans leurs caractéristiques de transmission puisque le verre est l'un des matériaux les moins non linéaires [18, 19]. Les fibres de verre qui ont été fabriquées depuis les années 1920 [18, 19] sont principalement constituées de silice (SiO_2). Cependant, leur utilisation est restée limitée aux applications médicales jusqu'aux années 1960, en raison de leurs pertes élevées ($1000 dB/km$), ainsi leur utilisation pour les communications optiques n'était pas pratique. Les premières fibres présentaient des pertes considérables, partant de $1000 dB/km$ en 1960, l'atténuation est descendue à $20 dB/km$ en 1975. Kao et Hockham [20] ont suggéré en 1966 que les fibres optiques pourraient être utilisées dans les systèmes de communication si leurs pertes étaient réduites à moins de $20 dB/km$. Après une intense activité de purification de la silice fondue, l'objectif principal a été atteint en 1970 [21]. De nouveaux progrès technologiques de fabrication ont abouti en 1979, à une perte de seulement $0,2 dB/km$ dans les ondes de $1,55\mu m$ [22]. Par conséquent, leur principale vocation est de guider une onde électromagnétique d'une extrémité à l'autre de la fibre. Les effets d'atténuation se manifestent par une perte de la puissance du signal au fur et à mesure qu'il se propage dans la fibre. Cette perte d'énergie est la somme de plusieurs processus d'absorption et de diffusion de l'énergie dans des directions autres que celle de la propagation. L'absorption est due aux caractéristiques physiques des matériaux de la fibre (la silice) qui absorbe une partie de l'énergie électromagnétique du signal lumineux et la transforme en énergie mécanique sous forme de vibrations moléculaires. Aussi les impuretés qui se trouvent dans la fibre lors de sa fabrication, notamment les ions d'eau et les ions métalliques contribuent à l'absorption de l'énergie des signaux. La diffusion de Rayleigh est la principale cause d'atténuation dans la fibre. Cette diffusion est due aux variations microscopiques de l'indice de réfraction de la fibre lors de sa fabrication. Les effets de diffusion sont inversement proportionnels à la quatrième puissance de la longueur d'onde du signal ($1/\lambda^4$). Ce phénomène

impose une limite inférieure pour l'atténuation totale de la fibre (autour de $0,20 \text{ dB/km}$ à $1,55 \mu\text{m}$). Pour la plupart des fibres, la courbe d'atténuation a une allure similaire à celle de la figure 1.1.

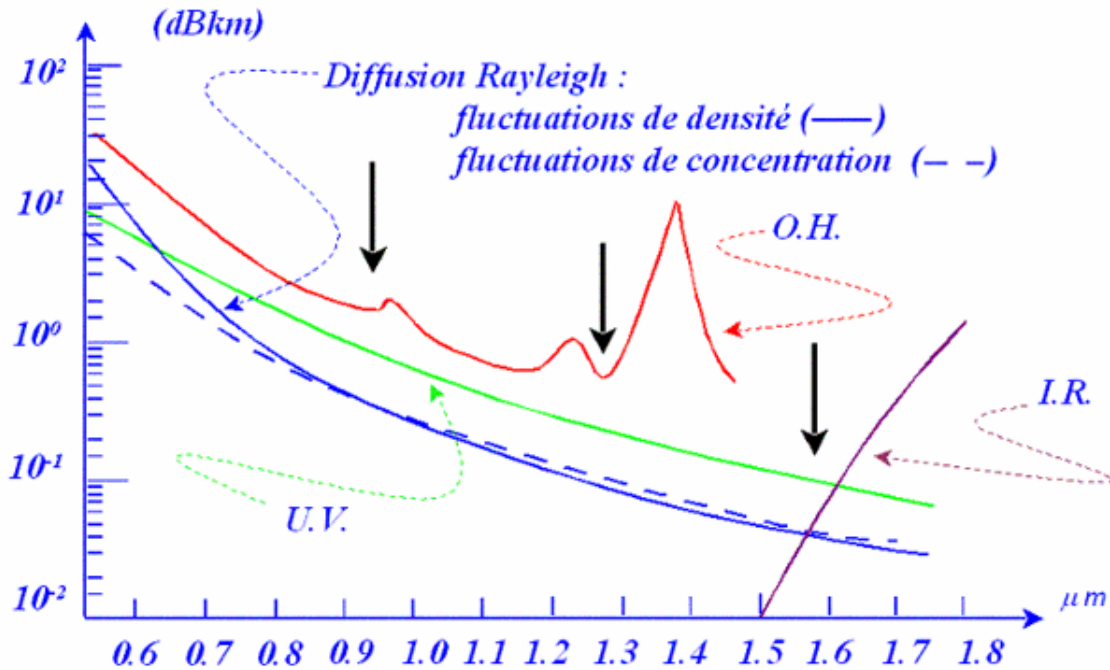


FIGURE 1.1 – Spectre de perte d'une fibre de silice monomode. La courbe en pointillés montre la contribution résultant de la diffusion de Rayleigh. [23]

1.2.2 Dispersion optique

La dispersion du matériau optique est une conséquence de la variation de l'indice de réfraction avec la fréquence optique. Elle découle des mêmes processus d'absorption atomique qui donnent naissance à la composante absorbante du spectre d'atténuation.

Clairement, toute énergie optique se propageant dans un milieu matériel comprendra une gamme de longueurs d'onde. Il n'est pas possible de concevoir une source de rayonnement de largeur spectrale nulle. En conséquence, face à la dispersion optique dans le milieu, différentes parties de l'énergie de propagation se déplaceront à des vitesses différentes ; et si cette énergie transporte des informations (c'est-à-dire qu'elle a été modulée d'une certaine manière), ces informations seront déformées par les différences de vitesse. Plus il ira loin, plus la distorsion sera grande ; plus la longueur d'onde étendue est grande, plus la distorsion sera grande ; plus le pouvoir de dispersion du support est important, plus la distorsion sera grande. Pour une bonne communication, nous devons donc choisir nos sources, Nos longueurs d'onde et nos matériaux avec le plus grand soin et, pour pouvoir faire ces choix, nous devons comprendre les processus impliqués. Dans les fibres optiques et dans tous autres guides d'ondes optiques, il existe trois types de dispersion. ¹ : la dispersion dans un guide d'ondes a pour effet de limiter sa capacité de transport de communications (c'est-à-dire sa

1. La dispersion modale n'existe que dans les fibres multimodes, car elle résulte des vitesses différentes de la gamme de modes supportés par la fibre. Il ne s'agit pas d'une dispersion matérielle, mais de la structure de la fibre.

largeur de bande). C'est ce qui se passe le mieux si l'on considère un système de communication numérique, c'est-à-dire un système qui transmet des informations au moyen d'un flux d'impulsions. (la présence d'une impulsion indique un "1", son absence indique un "0" et le flux comprend donc un codage numérique de l'information à transmettre.) Un flux d'impulsions claires et distinctes est lancé dans la fibre (par exemple) en modulant une source laser. Lorsque les impulsions se propagent le long de la fibre, l'extension des longueurs d'onde optiques est influencée par les effets dispersifs de la fibre et entraîne un élargissement des impulsions. Une fois, l'élargissement devient si important qu'il n'est plus possible de distinguer deux impulsions successives, la liaison de communication échoue (Figure 1.2) [24]. Sous l'effet de l'atténuation, pour une puissance injectée P_i dans une fibre optique de longueur L , la puissance transmise P_t s'exprimera par la loi de Beer-Lambert généralisée, suivante :

$$p_t(t) = p_i(t) \exp(-\alpha L) \quad (1.1)$$

α étant le coefficient d'atténuation linéique de la fibre (donné en dB/km). On utilise souvent le coefficient α_{dB} exprimé en dB/km donné par la relation ¹ :

$$\alpha_{dB} = -\frac{10}{L} \cdot \log \left[\frac{P_L}{P_i} \right] = 4.343\alpha \quad (1.2)$$

Pour les fibres monomodes utilisées dans les réseaux optiques modernes, la valeur de ce coefficient est comprise entre 0,20 et 0,25 dB/km sur la fenêtre de transmission centrée sur 1,55 μm . L'expression des pertes en dB/km à l'avantage d'être plus pratique à utiliser, en permettant d'ajouter directement les différentes valeurs de pertes entre elles. Ainsi, une fibre présentant 0,3 dB/km de pertes intrinsèques et 1 dB de pertes d'injection auront des pertes globales de 1,3 dB/km . Pour les applications en communications, on cherche à utiliser les plages spectrales où l'atténuation linéique est minimale. Trois bandes de transmission ont été standardisées : 0,850, 0,131 et 1,55 μm qui est la bande la plus utilisée dans les systèmes de transmission à haute capacité notamment grâce au développement des amplificateurs optiques qui opèrent sur cette plage de fréquences. [26]. Notons que l'atténuation, de nos jours, est prise en charge par les amplificateurs optiques. La largeur des impulsions augmente en raison de la dispersion et il est donc très difficile de distinguer les impulsions. Cela conduit finalement à un taux d'erreur sur les bits (BER). La dispersion est donc considérée comme l'aspect le plus menaçant du système OFC. Heureusement, l'automodulation de phase (SPM), un contre effet non linéaire réduit la largeur de l'impulsion. Cette non-linéarité entre en jeu lorsque des impulsions lumineuses de haute intensité se propagent à travers une fibre. En effet, le SPM provoque des sauts de fréquence, élargissant l'impulsion dans le domaine fréquentiel. Dans une fibre, une configuration intelligente à la fois linéaire (dispersion) et non linéaire (SPM) aboutit à la génération d'une impulsion capable de conserver sa forme sur

L'énergie optique est lancée dans la fibre et sera lancée dans de nombreux modes, voire tous pris en charge par la fibre. L'effet de la dispersion modale dépendra clairement de la répartition de l'énergie de propagation entre les modes possibles, ce qui variera le long de la fibre au fur et à mesure que l'énergie se rediffuse en fonction des conditions locales (Courbes, joints, etc.). Toutefois, pour avoir une idée de son ordre de grandeur, nous pouvons très facilement calculer la différence de temps de vol, sur une distance donnée, entre le mode le plus rapide et le plus lent pris en charge par la fibre. La dispersion de matériaux (que nous connaissons déjà) et la dispersion de guides d'ondes (conséquence de la géométrie du guide).

1. $\log A = \frac{\ln A}{\ln 10} = 0.43429 \ln A$

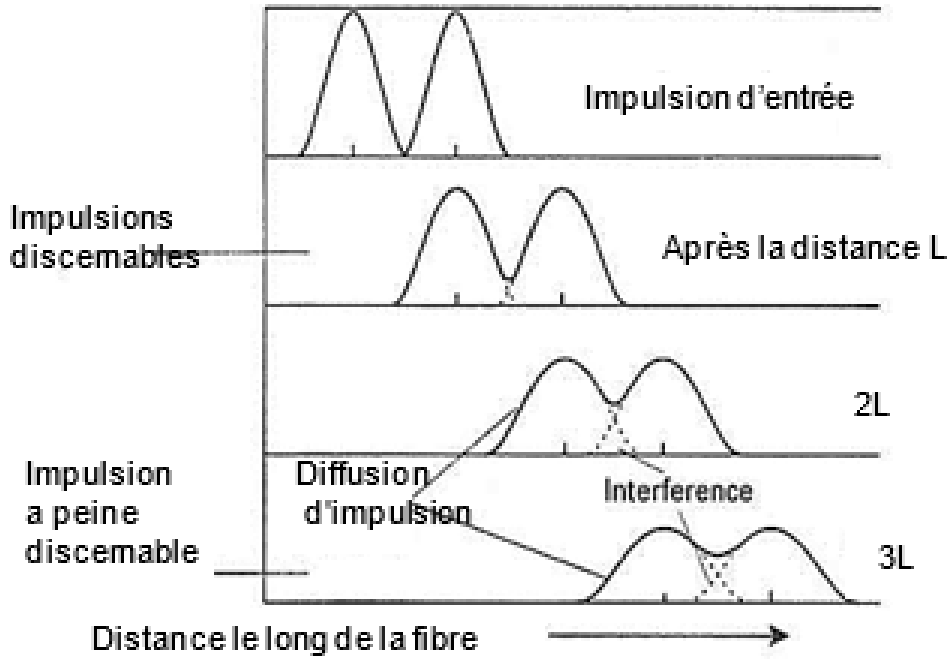


FIGURE 1.2 – Effet de la dispersion de fibre sur un signal optique pulsé le long d'une fibre.[25]

de longues distances de propagation, résistant aux perturbations mineures. Ces impulsions stables sont appelées **solitons de fibres optiques** [27]. Dans sa forme la plus simple, une fibre optique est constituée d'un noyau de verre central entouré d'une couche de revêtement dont l'indice de réfraction n_c est légèrement inférieur à l'indice du noyau n_1 . Ces fibres sont généralement appelées fibres à sauts d'indice pour les distinguer des fibres à gradient d'indice dans lesquelles l'indice de réfraction du cœur décroît progressivement du centre à la limite du cœur [28, 29]. La figure (1.3 a et b) montre schématiquement la coupe transversale et le profil d'indice de réfraction d'une fibre à saut d'indice. Deux paramètres caractérisant une fibre optique sont la différence d'indice noyau gaine relative.

$$\Delta = \frac{n_1 - n_c}{n_1} \quad (1.3)$$

et le paramètre V déterminant le nombre de modes pris en charge par la fibre définie par :

$$V = k_0 a (n_1^2 - n_c^2)^{1/2} \quad (1.4)$$

où $k_0 = 2\pi/\lambda$, a est le rayon du noyau et λ la longueur d'onde de la lumière. Il est montré qu'une fibre à saut d'indice prend en charge un seul mode si $V < 2.405$. Les fibres optiques conçues pour satisfaire cette condition sont appelées fibres mono mode. La principale différence entre les fibres mono mode et multimodes réside dans la taille du cœur. Le rayon du noyau a est typiquement de $25 \mu m$ pour les fibres multimodes. Cependant, les fibres monomode avec $\Delta \approx 0.003$ nécessitent une valeur de $5 \mu m$. La valeur numérique du rayon extérieur b est moins critique tant qu'elle est suffisamment grande pour confiner entièrement les modes de la fibre. Une valeur standard de $b = 62.5 \mu m$ est couramment utilisée pour les fibres à la fois mono mode et multimodes. Étant donné que les effets non linéaires sont principalement étudiés à l'aide de fibres mono mode. Plusieurs facteurs contribuent au spectre de pertes de la figure(1.1), avec une contribution dominante de l'absorption

du matériau et de la diffusion de Rayleigh. Le verre de silice a des résonances électroniques dans l'ultraviolet et des résonances vibratoires dans l'infrarouge lointain au-delà de $2 \mu m$, mais absorbe peu de lumière dans le domaine de la longueur d'onde allant de $0,5$ à $2 \mu m$. Cependant, même une quantité relativement faible d'impuretés peut entraîner une absorption significative dans cette fenêtre de longueur d'onde. D'un point de vue pratique l'impureté la plus importante affectant la perte de fibres est l'ion HO^- qui présente un pic d'absorption vibratoire fondamental à environ $2,73 \mu m$. Les harmoniques de ce pic d'absorption HO^- sont à l'origine du pic dominant observé à la figure 1.1 vers $1,4 \mu m$ et d'un pic plus petit vers $1,23 \mu m$. Lors du processus de fabrication des fibres, des précautions spéciales sont prises (procédés déshydratation) pour garantir un taux d'ions HO^- inférieur à un million sur cent [30, 31]. Dans les fibres de technologie de pointe, le pic proche de $1,4 \mu m$ peut être réduit au-dessous du niveau de $0,5 \text{ dB}$. Il disparaît pratiquement dans les fibres dites "sèches" [32] ces fibres à faibles pertes sont utiles pour les communications dans toute la région spectrale de $1,3$ à $1,6 \mu m$.

La diffusion de Rayleigh est un mécanisme de perte fondamentale résultant des fluctuations de densité figées dans la silice fondue au cours de fabrication. Les fluctuations locales de l'indice de réfraction qui en résultent dispersent la lumière dans toutes les directions. La perte de dispersion de Rayleigh varie avec λ^{-4} et prédomine aux courtes longueurs d'onde. Parce que cette perte est inhérente à la fibre, il s'agit de la perte maximale de fibre le niveau de perte intrinsèque (indiqué par une ligne pointillée dans la figure (1.1)) est estimée en (dB/km) .

$$\alpha_R = \frac{C_R}{\lambda^4} \quad (1.5)$$

où la constante C_R est comprise entre $0,7$ et $0,9 \text{ dB}/(\text{km}^{-1} \mu m^4)$, en fonction des constituants du cœur de la fibre.

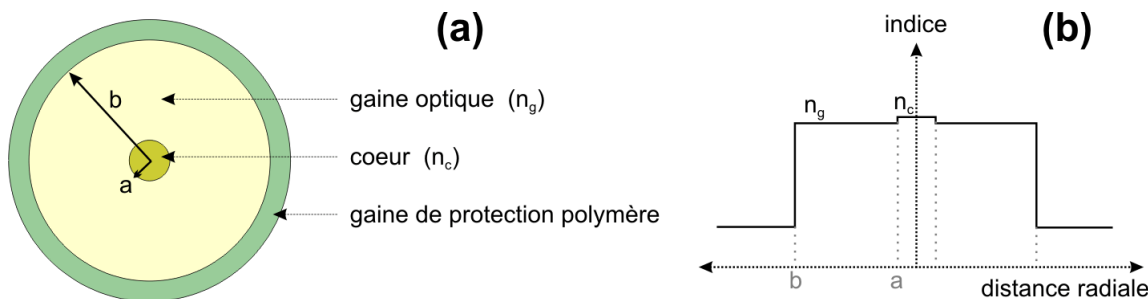


FIGURE 1.3 – Représentation schématique du profil d'indice de réfraction d'une fibre à saut d'indice.[33].

Comme α_R est comprise entre $0,12$ et $0,15 \text{ dB}/\text{km}$ près de $\lambda = 1,55 \mu m$, les pertes dans les fibres de silice sont dominées par la diffusion de Rayleigh. Dans certains verres, α_R peut-être réduit à un niveau proche de $0,05 \text{ dB}/\text{km}$ [34] de tels verres peuvent être utiles pour la fabrication de fibres à très faible perte. Parmi les autres facteurs pouvant contribuer aux pertes, il y a la flexion de la fibre et la diffusion de la lumière à l'interface cœur gaine [29].

1.2.3 Dispersion chromatique du matériau

La réponse d'un matériau diélectrique qui interagit avec une onde électromagnétique dépend généralement de la pulsation optique ω . Cette propriété, usuellement nommée dispersion chromatique (dispersion de vitesse de groupe : terme d'ordre 2 dans le développement en série de Taylor

TABLE 1.1 – Coefficients de résonance de SELLMEIER pour la silice

m	$\lambda_j(nm)$	B_j
1	68.4043	0.69616630
2	116.2414	0.40794226
3	9896.161	0.89744794

de la dispersion), se manifeste à travers la dépendance en longueur d'onde de l'indice de réfraction $n(\omega)$ à des répercussions importantes sur la propagation d'impulsions optiques, car chaque composante spectrale se propage à sa vitesse propre $v = v/n(\omega)$. En effet, une absorption partielle de l'onde électromagnétique sous forme d'excitation (oscillation) des électrons liés se produit par résonance de manière plus ou moins importante selon la fréquence de l'onde incidente [29]. Dans une fibre, une telle dépendance de fréquence résulte de deux facteurs :

- Dispersion du matériau
- Dispersion du guide d'onde

à condition de se situer loin des fréquences de résonance, il est alors possible de modéliser l'indice optique par la formule de Sellmeier [35] :

$$n^2(\omega) = 1 + \sum_{j=0}^m \frac{B_j \omega_j^2}{\omega_j^2 - \omega^2} = 1 + \sum_{j=0}^m \frac{B_j \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_j^2} \quad (1.6)$$

où ω_j , λ_j et B_j représentent respectivement la pulsation, la longueur d'onde dans le vide et l'amplitude de la $j^{\text{ème}}$ résonance. L'équation (1.6) tient compte de toutes les fréquences de résonance du matériau considéré.

Dans le cas d'une fibre optique en silice, elle correspond à la somme de trois termes ($m=3$) définis par les résonances suivantes, voir le tableau (1.1) sachant que la vitesse de phase v_g , qui caractérise la vitesse de propagation de l'énergie, est donnée par :

$$1/v_g = n(\omega)/c + \omega dn(\omega)/cd\omega$$

(avec c la célérité de la lumière dans le vide), il en résulte une dépendance de la vitesse de groupe en fonction de la fréquence. Une impulsion optique n'est jamais, en pratique, parfaitement monochromatique. Les différentes fréquences présentes dans le spectre de l'impulsion vont donc se déplacer dans la fibre optique à des vitesses de groupe différentes. Ce phénomène entraîne l'élargissement de l'impulsion et peut causer de réels problèmes, par exemple, dans les systèmes de communications optiques. La courbe de dispersion d'une fibre optique dépend de la géométrie et de la composition de la fibre (figure (1.3)).

En jouant sur ces deux paramètres, nous pouvons concevoir, par exemple, des fibres à dispersion décalée ou à dispersion plate. Mathématiquement, les effets de dispersion sont mis en évidence par le développement en série de Taylor de la constante de propagation $\beta(\omega)$ autour de la fréquence porteuse ω_0 [35] à laquelle le spectre des impulsions est centré comme suit :

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \beta_3(\omega - \omega_0)^3 + \beta_4(\omega - \omega_0)^4 + \dots \quad (1.7)$$

Les quatre premiers ordres de β_m sont :

- β_0 : correspond à la vitesse de phase.
- β_1 : l'inverse de la vitesse de groupe v_g
- β_2 : décrit la dispersion de cette vitesse de groupe, ou GVD.
- β_3 : décrit la vitesse de variation de la dispersion de la vitesse de groupe.

$$\text{ou } \beta_0 = \beta(\omega_0) \quad \beta_n = \partial^n \beta \omega_0 / \partial \omega^n \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots$$

Le paramètre β_1 traduit la vitesse à laquelle se propage l'énergie de l'impulsion, vitesse caractérisée par le terme de vitesse de groupe de l'onde v_g , tandis que β_2 est responsable de l'élargissement de l'impulsion. Tous deux sont liés à l'indice optique et à ses dérivées par les relations [35] :

$$\beta_1 = \frac{1}{c} \left(n + \omega \frac{dn}{d\omega} \right) = \frac{1}{v_g} \quad (1.8)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{c} \left(2 \frac{dn}{d\omega} + \omega \frac{d^2n}{d\omega^2} \right) = -\frac{1}{v_g^2} \frac{\partial v_g}{\partial \omega} = \frac{\omega}{c} \frac{d^2n}{d\omega^2} = \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2n}{d\lambda^2} \quad (1.9)$$

Le coefficient β_2 , qui s'exprime en ps^2/m , représente la dépendance de la vitesse de groupe vis-à-vis de la fréquence de l'onde. Il est généralement appelé coefficient de dispersion de la vitesse de groupe (GVD). La littérature fait également référence au paramètre D, utilisé généralement par les constructeurs, et qui est lié au coefficient de dispersion de second ordre par la relation suivante

$$D(\lambda) = \frac{\partial \beta_1}{\partial \lambda} - \frac{\lambda}{c} \frac{\partial^2 n}{\partial \lambda^2} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \quad (1.10)$$

Où D est exprimé en $(ps/nm \text{ km})$ ¹. Il est important de remarquer que D est le fruit de la contribution de deux effets : la dispersion chromatique du matériau D_m , et la dispersion du guide D_g . La dispersion D_m a un comportement monotone vis-à-vis de la longueur d'onde, et s'annule pour la silice au voisinage de $1.27 \mu m$. La contribution du guide à la dispersion d'ordre 2, D_g , dépend uniquement de la géométrie du guide. Elle n'aura généralement pour les fibres standards qu'une faible influence par rapport à D_m , se contentant la plupart du temps de décaler légèrement la longueur d'onde de dispersion nulle λ_0 . Une donnée importante fournie par la courbe de dispersion d'une fibre optique est la longueur d'onde de dispersion nulle (ZDW, zero dispersion wavelength), c'est-à-dire la longueur d'onde pour laquelle la courbe de dispersion s'annule. Cette longueur d'onde particulière définit deux régimes de dispersion :

1.2.4 Dispersion chromatique : nature et signe

Le signe et la nature de la dispersion sont reliés au paramètre de dispersion $D(\lambda)$ exprimé par l'équation (1.10). Ce paramètre est souvent utilisé en pratique, car il montre la variation de la vitesse de groupe en fonction de la longueur d'onde et non en fonction de la fréquence [01, 05], nous pouvons distinguer, selon le signe de β_2 (et donc de D), deux régimes de dispersion :

1. Picosecondes par changement de longueur d'onde en nanomètre et distance de propagation en kilomètre

- $\beta_2 > 0$, ($D < 0$) : l'impulsion se trouve dans un régime de dispersion normal (ou positif GVD). Ses composantes à longues longueurs d'onde se propagent plus vite que celles à courtes longueurs d'onde.
- $\beta_2 < 0$, ($D > 0$) : l'impulsion se trouve dans un régime de dispersion anormale (ou négative GVD), les composantes de courtes longueurs d'onde se propagent plus vite que les composantes de longues longueurs d'onde.

La propagation des impulsions courtes dans cette zone est très étudiée, car elle permet la propagation de solitons.

- $\beta_2 = 0$: Le point de séparation entre ces deux zones est appelé longueur d'onde de dispersion nulle (Zero dispersion wavelength : ZDW). Il se situe à 1270 nm dans la silice pure. La figure (1.4-a) illustre la propagation d'une impulsion d'entrée (initiale) dans un régime de dispersion normale et un régime de dispersion anormale. Dans la figure (1.4-b), l'impulsion initiale sera élargie au cours du temps, tandis que dans la figure (1.4-c) l'impulsion subit une compression [36].

La dispersion chromatique (GVD) conduit donc à une réorganisation temporelle des composantes fréquentielles de l'impulsion. Cette réorganisation, appelée chirp, mot anglais ou dérive de fréquence en français produit une modification de la durée de l'impulsion, ainsi, en régime de dispersion anormale, les composantes haute fréquence sont décalées vers le front de l'impulsion (car elles se propagent plus rapidement) et les composantes basse fréquence, vers la queue de l'impulsion, sous l'influence de la dispersion chromatique. Alors que dans des conditions de dispersion normales, c'est l'inverse qui se produit, c'est-à-dire le long de l'impulsion qui augmente avec une distance propagée. La différence $\delta\omega$ est donnée par :

$$\delta\omega = -\partial\phi_D/\partial t$$

ici $\delta\omega$ représente la dérive de fréquence et $\partial\phi_D/\partial t$ représente la dérivée temporelle de la phase. Le chirp induit par la modulation directe du laser est un élément important à prendre en considération, puisqu'il influe sur l'évolution des impulsions soumises à la dispersion chromatique. Le chirp est donc induit par une dispersion normale et une dispersion anormale. Quand la transmission est faite à une longueur d'onde où la dispersion chromatique de premier ordre n'est pas nulle, chaque composante spectrale du signal subit un retard de transmission différent. Ces différences de temps d'arrivée des composantes spectrales engendrent un élargissement temporel de l'enveloppe de l'impulsion. L'effet de la dispersion peut être modélisé à l'aide de la théorie des systèmes linéaires. En effet, la fibre dispersive peut être assimilée à un filtre de phase de fonction de transfert :

$$H(\omega, z) = \exp\left[-j\frac{1}{2}\beta_2\omega^2 z\right] \quad (1.11)$$

où nous avons considéré seulement le terme de dispersion au premier ordre (λ_2) qui est le paramètre de dispersion chromatique de premier ordre et ω la pulsation du signal enveloppe. La dispersion induit des interférences entre des impulsions adjacentes ce qui dégrade la détection des bits envoyés. La dégradation de la transmission due à cet effet dépend fortement à la fois du débit et du format de modulation.

Dans le cas d'une transmission au débit de 10 Gbit/s sur des fibres mono mode standard (voir recommandation ITU – TG.652) rassemblant les caractéristiques des supports de transmission, et des cabales à fibres optiques, et pour un format de modulation NRZ (Non-Return to Zero) la

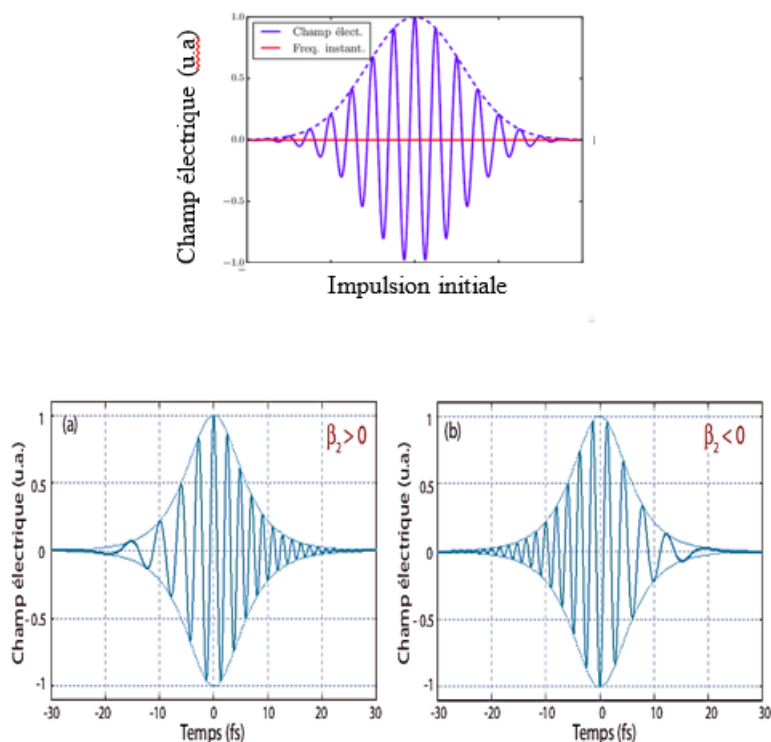


FIGURE 1.4 – Représentation de la propagation d’une impulsion initiale et la propagation d’une impulsion dans un régime de dispersion, a) normale, b) anormale.[37].

distance de transmission maximale est limitée à une centaine de kilomètres (pour une pénalité¹ en réception de 2 dB⁴)

1.3 Phénomènes non-linéaires

1.3.1 Diffusion de la lumière

La diffusion de la lumière par un milieu de propagation dans une direction donnée est la somme des amplitudes diffusées par chacun des éléments de volume dans cette même direction. Cette somme est nulle en dehors de l’axe de propagation si le milieu est parfaitement homogène. Les homogénéités qui créent des fluctuations de densité induisent une variation rapide et aléatoire de l’indice de réfraction et entraînent une diffusion de la lumière dans toutes les directions de l’espace [38]. Lorsque les propriétés optiques varient uniquement dans l’espace, c’est ce que l’on appelle la diffusion Rayleigh. Les centres de diffusion étant fixes, elle se produit sans changement de fréquence (diffusion élastique) bien que l’on observe un élargissement du spectre comme le montre la figure 1.5 lorsque les diffusions sont dues aux vibrations des particules constitutives de la matière, les propriétés optiques varient aussi dans le temps, on parle alors de diffusions inélastiques qui sont aux nombres de deux : la diffusion Raman et la diffusion Brillouin. **La diffusion Raman** fait intervenir les phonons optiques alors que les phonons acoustiques participent au processus **de diffusion Brillouin**. Ces deux types de diffusion sont associés à un décalage en fréquence qui peut

1. La pénalité est définie comme la puissance nécessaire qu’il faudrait ajouter à l’émission afin de retrouver un niveau de TEB donné après l’insertion d’un élément ou de la considération d’un phénomène de transmission.

être positif ou négatif : on parle alors respectivement d'onde anti-Stokes et Stokes. Le tableau 1.1

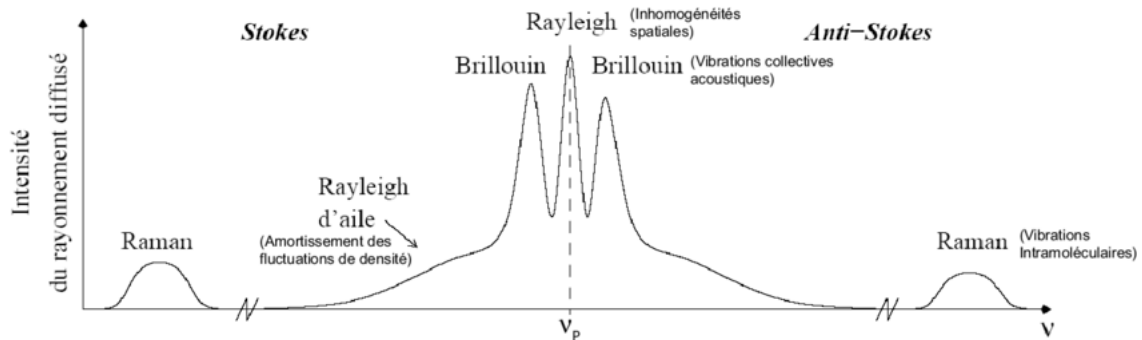


FIGURE 1.5 – Allure d'un spectre de diffusion spontanée pour une fréquence d'excitation ν_P . On observe des structures de types Raman, Brillouin et Rayleigh. [39].

rassemble les paramètres des différentes diffusions. Le décalage en fréquence associé à la diffusion Raman dépend de la matière qui lui est caractéristique. Il ne dépend pas de la longueur d'onde d'excitation contrairement à la diffusion Brillouin, ce qui rend possible une analyse de la composition chimique d'un échantillon à partir de la façon dont il diffuse la lumière. Les diffusions Raman et Brillouin se différencient par des décalages en fréquence très différents, quelques dizaines de THz pour le Raman et quelques dizaines de GHz pour le Brillouin.

1.3.2 Diffusion Rayleigh

En 1871, John William Strutt Rayleigh a montré que l'intensité dispersée par des diffuseurs formés de molécules dipolaires au moins dix fois plus petites que la longueur d'onde dépendait fortement de la longueur d'onde et de l'angle de vue, permettant en outre d'expliquer la couleur bleue du ciel [38]. L'onde électromagnétique qui se propage dans un matériau va déformer le nuage électronique des atomes et entraîne un dipôle qui va rayonner. Le noyau de l'atome étant statique, cette diffusion ne s'accompagne pas d'un changement de fréquence. Dans les télécommunications optiques, la diffusion Rayleigh est connue comme le facteur le plus important qui contribue aux pertes linéiques [40]. Pour une fibre optique, l'expression totale des pertes est donnée par :

$$\alpha_{tot} = Ae^{-a/\lambda} + B/\lambda^4 \quad (1.12)$$

ou A, a et B dépendent de la nature des matériaux [41]. Le premier terme correspond à l'absorption infrarouge et le deuxième sont liés à la diffusion Rayleigh qui est prédominante. Pour les courtes longueurs d'ondes, car l'intensité diffusée varie en λ^{-4} . De ce fait, les pertes dues à la diffusion Rayleigh sont plus importantes aux courtes longueurs d'ondes. Pour une fibre optique ayant un cœur de silice, le coefficient B à 1550 nm vaut $0,745 \text{ dB}/(km\mu\text{m}^4)$ [42] ce qui donne un coefficient de diffusion Rayleigh de $0,129 \text{ dB}/km$. Ce phénomène de diffusion Rayleigh permet par des méthodes de réflectométrie de mesurer localement et de manière non-destructive les pertes linéiques d'une fibre optique ou d'un système de télécommunication, OTDR, [43]. Le principe réside dans une analyse du temps de vol : une impulsion est injectée dans la fibre et la lumière

rétrodiffusée est enregistrée en fonction du temps. Cette diffusion est sujette à toutes les imperfections (inhomogénéités d'indice, interfaces, épissures, . . .) que la lumière rencontre le long de son parcours dans la fibre. Connaissant la vitesse de la lumière dans la silice, ces variations temporelles sont converties en variations spatiales. La diffusion Rayleigh d'aile (Rayleigh Wing) est un processus de diffusion de la lumière qui est lié au fait que les molécules anisotropes ont tendance à s'orienter le long de la direction du champ électrique d'une onde laser, entraînant une modification de l'indice de réfraction du milieu [38]. Cependant, cette tendance est partiellement contrebalancée par l'agitation thermique qui tend à rendre isotrope la diffusion d'orientation des molécules. L'évolution dynamique de l'orientation moléculaire est caractérisée par un temps d'orientation τ , donné par l'équation suivante [44] :

$$\tau = \frac{4\pi a^3}{k_B T} \mu \quad (1.13)$$

où μ est la viscosité du matériau, a le rayon moyen de la molécule, T la température du milieu et k_B la constante de Boltzmann. Ce temps, de l'ordre de 10 ps dans la silice, est à l'origine de la grande largeur spectrale observé sur la figure (1.5).

1.3.3 Diffusion Inélastique stimulée

Les effets non-linéaires régis par la susceptibilité du troisième ordre (3) sont élastiques en ce sens qu'aucune énergie n'est échangée entre le champ électromagnétique et le milieu diélectrique. Une deuxième classe d'effets non-linéaires résulte d'une diffusion inélastique stimulée dans laquelle le champ optique transfère une partie de son énergie au milieu non-linéaire.

Deux effets non-linéaires importants sur les fibres optiques entrent dans cette catégorie ; les deux sont liés aux modes d'excitation vibrationnelle de la silice. Ces phénomènes, connus sous le nom de diffusion Raman stimulée (SRS) et de diffusion Brillouin stimulée (SBS) , ont été parmi les premiers effets non-linéaires étudiés dans les fibres optiques [45, 46]. La principale différence entre les deux réside dans le fait que les phonons optiques participent au SRS alors que les phonons acoustiques participent au SBS. Dans une simple image quantique applicable aux systèmes SRS et SBS, un photon du champ incident (appelé pompe) est annihilé pour créer un photon à une fréquence inférieure (appartenant à l'onde de Stokes) et un phonon avec la bonne énergie et élan pour conserver l'énergie et l'élan. Bien sûr, un photon de plus haute énergie à la fréquence dite anti-Stokes peut également être créé si un phonon de bonne énergie et de quantité de mouvement est disponible. Bien que l'origine du SRS et du SBS soit très similaire, des relations de dispersion différentes pour les phonons acoustiques et optiques conduisent à des différences fondamentales entre les deux. Une différence fondamentale est que le SBS dans les fibres mono-modes ne se produit que dans le sens inverse, alors que le SRS peut se produire dans les deux sens. Bien qu'une description complète du SRS et du SBS dans les fibres optiques soit assez complexe, la croissance initiale de l'onde de Stokes peut être décrite par une simple relation. Pour SRS, cette relation est donnée par

$$\frac{dI_s}{dz} = g_R I_p I_s \quad (1.14)$$

Où I_s est l'intensité de Stokes, I_p est l'intensité de la pompe et g_R est le coefficient de gain Raman. Une relation similaire est valable pour SBS avec g_R remplacé par le coefficient de gain Brillouin

g_B . Le g_R et le g_B ont été mesurés expérimentalement pour les fibres de silice. Le spectre de gain Raman s'avère très large, s'étendant jusqu'à $30 THz$ [47]. Le gain de crête $q_R \approx 6 \times 10^{-14} m/W$ a des longueurs d'onde de pompage proches de $1,5 \mu m$ et se produit pour un décalage spectral d'environ $13,1 THz$. En revanche, le spectre de gain Brillouin est extrêmement étroit et a une bande passante $< 100 MHz$. La valeur de crête du gain de Brillouin se produit pour le décalage de Stokes de $\sim 10 GHz$ pour des longueurs d'onde de pompage proches de $1,5 \mu m$. Le gain de crête est $6 \times 10^{-11} m/W$ pour une pompe à bande étroite [48] et diminue d'un facteur $\Delta v_p / \Delta v_B$ pour une pompe à bande large, où Δv_p est la bande passante de la pompe et Δv_B est la bande passante à gain Brillouin.

1.4 Polarisation d'un milieu diélectrique

1.4.1 Polarisation non linéaire

La réponse de tout diélectrique à la lumière devient non linéaire en cas de champs électromagnétiques intenses, et les fibres optiques ne font pas exception. En effet, ces champs mettent en jeu de telles puissances que l'ordre de grandeur de l'énergie de cohésion des électrons dans les atomes (ou les molécules) est atteint. Sur un plan fondamental, l'origine de la réponse non linéaire est liée au mouvement harmonique des électrons liés sous l'influence du champ appliqué. De ce fait, la polarisation total P induit par les dipôles électriques n'est pas linéaire dans le champ électrique E , mais répond à une relation plus générale [38, 49] :

$$P = \epsilon_0(\chi^{(1)}E + \chi^{(2)}EE + \chi^{(3)}EEE + \dots) \quad (1.15)$$

où les coefficients $\chi^{(n)}$ relient le vecteur polarisation aux vecteurs champs électriques. Cette polarisation peut être décomposée selon [50] :

$$P = P_L + P_{NL} \quad (1.16)$$

$$P_L = \epsilon_0\chi^{(1)}E \quad (1.17)$$

$$P_L = \epsilon_0(\chi^{(2)}E + \chi^{(3)}E + \dots) \quad (1.18)$$

En général, $\chi^{(j)}$ est un tenseur de rang $j + 1$. La susceptibilité linéaire $\chi^{(1)}$ représente la contribution dominante à P . Dans le cas des matériaux centro symétriques seuls les effets, non linéaires d'ordre impair et en particulier du troisième ordre peuvent prendre naissance. C'est-à-dire, la susceptibilité non linéaire du second ordre est nulle $\chi^{(2)} = 0$ et la susceptibilité non linéaire du 3^{ème} ordre est à l'origine des effets non linéaires dans ces milieux. Le coefficient $\chi^{(3)}$ peut se décomposer en partie réelle et imaginaire comme suit :

$$\chi^{(3)} = \chi'^{(3)} - \chi''^{(3)} \quad (1.19)$$

La partie imaginaire est alors associée à l'effet Raman, alors que la partie réelle correspond en première approximation à la contribution électronique responsable des opérations de mélange de

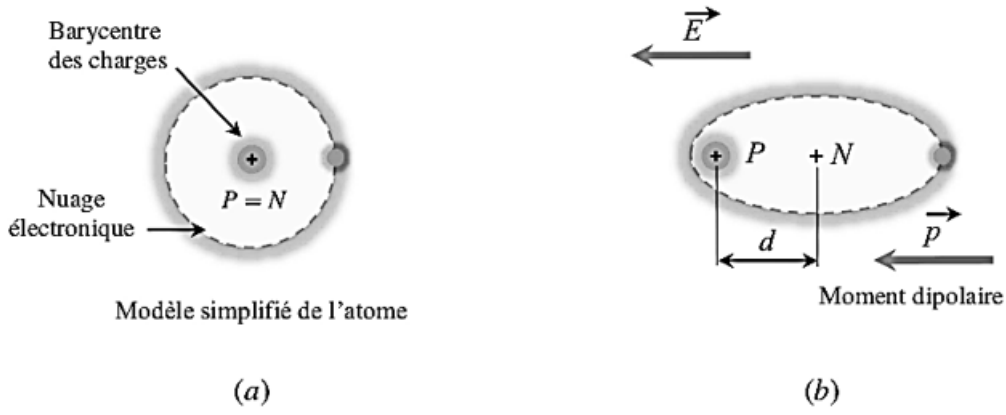


FIGURE 1.6 – Représentation schématique de l'effet d'un champ électrique sur un atome et son nuage électronique : Génération d'un moment dipolaire(P). a) En l'absence de champ appliqué : Barycentre des charges positives (P) \equiv Barycentre des charges négatives(N). b) En présence d'un champ appliqué : (Polarisation induite) Décalage de barycentre des charges positives(P) par rapport au barycentre des charges négatives (N). [51].

fréquences et de l'effet Kerr optique. La susceptibilité d'ordre 1 est liée à l'indice de réfraction et au coefficient d'atténuation du milieu :

$$n(\omega) = 1 + R_e \frac{[\chi^{(1)}(\omega)]}{2} \quad (1.20)$$

$$\alpha(\omega) = \omega I_m \frac{[\chi^{(1)}(\omega)]}{n_c} \quad (1.21)$$

De même, nous définissons l'indice de réfraction et le coefficient d'atténuation non-linéaires du matériau en fonction de la susceptibilité d'ordre 3,

$$n_2 = 3R_e \frac{[\chi^{(3)}]}{8n} \quad (1.22)$$

$$\alpha_2 = 3\omega_0 I_m \frac{[\chi^{(1)}]}{4n_c} \quad (1.23)$$

Parmi les effets induits par la susceptibilité d'ordre 3, nous distinguons les effets élastiques, tels que l'effet Kerr, pour lequel aucun échange d'énergie entre le faisceau pompe et le milieu dans lequel il se propage, et les effets inélastiques, qui sont souvent nommés diffusions et qui résultent d'un échange d'énergie entre l'onde et le matériau.

1.5 Réponse d'un matériau à l'excitation optique

1.5.1 Effets non linéaires

L'approximation linéaire n'est plus valable dès l'invention des lasers¹ en 1960. En effet, les lasers mettent en jeu de telles puissances que l'ordre de grandeur de l'énergie de cohésion des

1. La configuration d'un laser a été inventée par Gordon Gould (1920-2005) en 1957. Le premier laser, un laser à rubis (émettant à 694 nm), a été l'œuvre de Theodore Maiman [52] en 1960.

électrons dans les atomes (ou les molécules) est atteint. Dans ce cas la réponse d'un matériau à un champ optique appliqué dépend d'une manière non linéaire de l'intensité du champ optique. Des phénomènes non linéaires ont été observés, révélant des propriétés optiques nouvelles dans un milieu matériel soumis à forte intensité lumineuse [53] :

- le principe de superpositions¹ violé.
- L'indice de réfraction, et donc la vitesse de la lumière dans un milieu varie avec l'intensité de la lumière.
- la lumière peut changer de pulsation, et passe du rouge au bleu par exemple, lorsqu'elle traverse un milieu non linéaire.
- deux faisceaux de lumière peuvent interagir dans un milieu matériel.

Lorsque l'on parle d'optique non linéaire, la propriété de non-linéarité concerne le milieu traversé par la lumière, et non pas la lumière elle-même. Aucun phénomène non linéaire ne peut apparaître quand la lumière se propage dans l'espace libre ; lorsque deux faisceaux interagissent dans un milieu optique, c'est qu'un faisceau explore le milieu alors qu'il est modifié par l'autre. Les non-linéarités optiques proviennent du couplage du champ électromagnétique avec les particules chargées du milieu, dans lequel se propage le champ électromagnétique qui constitue la lumière. En pratique, seul compte le champ électrique de l'onde lumineuse. La lumière interagit avec la lumière par l'intermédiaire du milieu. D'où l'appel à l'optique non linéaire est fondamental pour les études réservées. On peut rendre compte de certains des phénomènes avec des modèles classiques non linéaires (effet Kerr, mélange à trois ou quatre ondes, etcétera.). Cependant, d'autres effets (diffusions Raman spontanée ou stimulée, Brillouin ou Rayleigh, effet laser, absorption à deux photons, etc.) nécessitent un modèle semi-classique. Un tel modèle est a priori le plus précis et doit permettre de mettre en évidence la totalité des phénomènes et donc leurs éventuelles interactions [54].

1.5.2 Importance de la symétrie

Ces effets permettent de décrire le doublage de fréquence de la lumière ou génération de second harmonique (GSH ou SHG en anglais), la génération de fréquence-somme ou différence (SFG ou DFG), ou encore l'effet Pockels. Tous les effets non linéaires du second ordre ne peuvent se produire que dans des milieux anisotropes, plus précisément dans des milieux ne présentant pas de symétrie centrale (non centro symétrique). En effet, si le milieu est centro symétrique, les composantes de E et P changent de signe à la suite d'une inversion. Or le terme du second ordre de P_i est la somme de termes de la forme $\beta_{i,j,k} E_j E_k$. Ce terme doit changer de signe à la suite de l'inversion (symétrie centrale) en tant que composante de P . Mais si les composantes de E changent de signe, le produit de deux d'entre elles est invariant. Ainsi, le terme du second ordre doit à la fois changer de signe et être invariant. La seule possibilité est qu'il soit nul. L'effet du second ordre n'existe donc pas dans les milieux centro symétriques, comme le sont les milieux isotropes. Pour une onde lumineuse incidente, sinusoïdale monochromatique, avec un champ électrique de la forme $E = E_0 \sin(\omega t)$ où E_0 est constant et désigne la direction de polarisation de la lumière.

1. On dit qu'un système de type entrée-sortie est linéaire ou relève du principe de superposition si : — à la somme de deux entrées quelconques correspond la somme des deux sorties correspondantes, — à un multiple d'une entrée quelconque correspond le même multiple de la sortie correspondante.

Le terme d'ordre un de la réponse à cette onde incidente est aussi proportionnel à $\sin(\omega t)$, et donc à une onde de pulsation $\omega = 2\pi\nu$. C'est la réponse linéaire : les atomes du milieu émettent une onde de même fréquence que l'onde incidente. Par contre, le terme d'ordre deux est proportionnel à $\sin 2(\omega t)$ que l'on écrit : $(1 - \cos(2\omega t))/2$. On voit apparaître une fréquence nouvelle, 2ν . Le champ électrique induit une polarisation électrique dont la période des oscillations est deux fois plus petite que celle des oscillations du champ électrique incident. Autrement dit, à l'ordre deux, le milieu génère donc une onde de fréquence double de celle de l'onde incidente, appelée deuxième harmonique.

Ce phénomène admet une interprétation en termes de photons simple. En effet, on peut voir l'apparition de lumière à la fréquence 2ν comme la transformation de deux photons de fréquence ν en un photon de fréquence 2ν , conservation d'énergie oblige (i.e. $h\nu + h\nu = h2\nu$). Cette transformation est effectuée par les électrons du milieu « doubleur ». Une grande intensité de l'onde incidente est nécessaire, car il faut que deux photons se trouvent au même endroit en même temps pour que la transformation soit possible, et que cette coïncidence soit fréquente pour que les photons de fréquence 2ν soient nombreux. Il faut donc un grand nombre de photons dans un petit espace sur une courte durée, c.-à-d., une grande intensité lumineuse. De manière générale, les phénomènes d'optique non linéaire s'interprètent en termes de processus multi photoniques. Ce phénomène est largement utilisé, notamment pour générer de la lumière verte à 532 nm à partir d'un laser Nd :YAG infrarouge à 1064 nm . Certains pointeurs laser verts utilisent cette technique.

1.5.3 Effets non linéaires du second ordre

Les effets non linéaires du second ordre font intervenir trois fréquences ω_1 , ω_2 et ω_3 , vérifiant la relation $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ ou $\omega_3 = \omega_1\omega_2$. On peut considérer deux cas, selon que le milieu est résonnant ou non avec une de ces fréquences. Dans le cas non résonnant, on distingue les sous-classes suivantes (voir tableau (1.2)).

Ces phénomènes se classent parmi les mélanges à trois ondes et sont parfaitement descriptibles par l'optique non linéaire classique. Il faut cependant faire appel à la théorie quantique et aux symétries des matériaux pour expliquer le fait que de tels phénomènes ne peuvent avoir lieu que dans certains types de milieux, qui sont nécessairement non centro symétriques¹[54].

Les effets non linéaires en propagation à travers une fibre sont provoqués par la variation de l'indice de réfraction du milieu avec l'intensité du signal transmis. Une forte intensité induit une polarisation non linéaire additionnelle du milieu, ce qui entraîne une modulation de l'indice de celui-ci. Dans le cas des fibres optiques, ces effets sont perceptibles avec l'augmentation du nombre de canaux transportés par la fibre. Plus le nombre de canaux augmente, plus la puissance dans la fibre est importante, ce qui provoque l'apparition des effets non linéaires. Les principaux effets non linéaires à prendre en compte dans les transmissions optiques sont, par ordre d'importance croissante :

- • **La diffusion stimulée Raman (SRS).**
- • **La diffusion stimulée Brillouin (SBS).**
- • **L'effet Kerr.**

1. Un milieu centro symétrique c'est un milieu qui admet un centre d'inversion

Nous nous occupons de ce dernier effet, car il est le plus pénalisant dans les transmissions optiques actuelles.

TABLE 1.2 – Sous-classes des effets non linéaires du second ordre.

	$\omega_1 = \omega_2 = \omega$	Génération de seconde harmonique,
$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$	$\omega_1 = \omega, \omega_2 = 0$	Effet électro-optique linéaire (Pockels),
	$\omega_1 \neq \omega_2$	Génération somme de fréquence (ultra-violet),
	$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$	Redressement optique,
$\omega_3 = \omega_1 - \omega_2$	$\omega_1 \neq \omega_2$	Génération de fréquence différence (infrarouge).

1.5.4 Effet Kerr optique

Lorsqu'une onde lumineuse intense traverse un milieu non linéaire qui présente une susceptibilité $\chi^{(3)}$ dont la partie réelle est non nulle, on découvre une modification des propriétés optiques de ce milieu qui se traduit par une variation de l'indice de réfraction en fonction de la forte intensité du signal lumineux incident. Cet indice, comme son nom l'indique, régit la réfraction d'une onde lumineuse au passage d'un milieu à un autre. C'est la loi de Snell-Descartes qui est appliquée. L'angle par rapport à la normale du faisceau lumineux dans le nouveau milieu dépend du rapport des indices de réfraction des deux milieux à la longueur d'onde du faisceau lumineux et de l'angle d'incidence. Si les indices varient en fonction de la longueur d'onde (dispersion chromatique), les différentes couleurs d'un faisceau lumineux sont séparées. C'est ce qui se passe dans un prisme (de verre), par exemple, ou dans une gouttelette d'eau de l'atmosphère pour former un arc-en-ciel. Le verre (ou la silice amorphe) est donc un milieu dispersif. Rappelons-nous que l'indice de réfraction est lié à la vitesse de la lumière. Aux longueurs d'onde visibles, le rouge va plus vite que le bleu. Si une impulsion de lumière blanche est injectée à l'entrée d'une fibre de silice, les longueurs d'onde rouges émergeront de la fibre les premières suivies de l'orange, du jaune, du vert et du bleu et la durée de l'impulsion en sortie sera plus longue qu'en entrée. C'est ce que l'on appelle la dispersion de vitesse de groupe normale ou positive. Les grandes longueurs d'onde se propagent plus rapidement que les longueurs d'onde plus courtes.

Cet effet est connu sous le nom de l'effet Kerr optique. Il est très bien modélisé par l'équation de Schrödinger non linéaire cubique. La propagation solitonique dans les fibres optiques découle de cet effet qui met en balance les effets de la non-linéarité de l'interaction et de la dispersion du matériau[54]. Ce phénomène se traduit par une modulation de l'indice de réfraction du milieu non linéaire en fonction de l'intensité de l'onde qui traverse le matériau. La modulation de l'indice de réfraction par l'effet Kerr optique est donnée par [55].

$$n = n_0 + n_2|E|^2 \quad (1.24)$$

où n_0 est l'indice de réfraction linéaire du milieu, le second terme $n_2|E|^2$ représente la contribution non linéaire de l'indice avec une quantité proportionnelle à l'intensité du champ électrique de

l'onde. n_2 est le coefficient non linéaire caractéristique du matériau exprimé en m^2V^{-2} . Ce dernier est donné par la relation suivante [38, 55, 56] :

$$n_2 = \frac{\epsilon_0 \chi^{(3)}}{8n} \quad (1.25)$$

une étude expérimentale a montré qu'il est important d'utiliser une deuxième définition faisant intervenir la densité de puissance I , qui est exprimée par [38, 55, 56, 57] :

$$n = n_0 + n_2^I I \quad (1.26)$$

Les deux définitions (1.24) et (1.26) de la modulation d'indice par l'effet Kerr optique sont semblables et elles sont aussi reliées par l'expression suivante [55, 56, 57] :

$$I = \frac{1}{2} n_0 c \epsilon_0 |E|^2 \quad (1.27)$$

où c est la célérité de la lumière dans le vide. D'après les équations du tableau(1.2) et les equations (1.26) et (1.27), on peut constater que n_2 et n_2^I sont liés par la relation suivante [55] :

$$n_2^I = \frac{2n_2}{n_0 c \epsilon_0} \quad (1.28)$$

Donc, d'après l'équation (1.25), on obtient l'expression du coefficient non-linéaire n_2^I [9] :

$$n_2^I = \frac{3\chi^{(3)}}{4n_0^2 c \epsilon_0} \quad (1.29)$$

Il est à noter que n_2 est exprimé en m^2V^{-2} et n_2^I est exprimé en m^2W^{-1} [55].

L'effet Kerr optique génère trois effets non linéaires qui sont :

- Le mélange à quatre ondes (FWM) qui consiste en une intermodulation entre trois ondes électromagnétiques qui en génèrent ou amplifient une quatrième, - l'auto modulation de phase (SPM) dans laquelle les fluctuations de la puissance optique modulent la phase du signal produisant ainsi un élargissement du spectre, - la modulation de phase croisée (XPM) où les fluctuations de l'intensité d'un canal modulent les phases des autres canaux. Par la suite, une description détaillée sur ces effets sera donnée.

1.5.5 Mélange à quatre ondes

Le mélange à quatre ondes (FWM, pour Four Wave Mixing) est un effet non linéaire mettant en jeu au moins trois ondes lumineuses. L'effet non dégénéré fait intervenir quatre ondes alors que l'effet dégénéré n'en fait intervenir que trois. Le principe peut être décrit comme suit : Lorsque le champ optique est composé de plusieurs fréquences pouvant interférer entre elles au cours de la propagation dans milieu diélectrique (fibre optique) l'indice de réfraction peut se trouver modulé par l'intensité résultante, via l'effet Kerr et les effets de dispersion [58].

Cette modulation périodique de l'indice induit un processus physique de transfert d'énergie entre les fréquences, par diffraction temporelle sur le réseau d'indice créé. Il se traduit ainsi par l'apparition de nouvelles fréquences qui, en raison de la condition de conservation de l'énergie, sont des combinaisons linéaires particulières des fréquences initiales. Ce processus de mélange

à quatre ondes (FWM) peut être décrit par l'annihilation de deux photons de fréquences dégénérées ou non, et la création simultanée de deux autres photons non dégénérés à des fréquences différentes. En règle générale, son efficacité est liée au respect d'une condition dite d'accord de phase entre les différents vecteurs d'onde mis en jeu. Le FWM est à la base de l'amplification paramétrique, ou encore de manière équivalente, du phénomène d'instabilité de modulation (accroissement de faible modulation de l'enveloppe du champ au cours de la propagation).

Ce phénomène, qui se manifeste lorsque plusieurs porteuses optiques se propagent simultanément dans une fibre est générateur de produits d'intermodulation de manière très semblable à ce qui se produit dans les systèmes radioélectriques [58]. Considérons le couplage entre quatre ondes monochromatiques de fréquences ω_1 , ω_2 , ω_3 et ω_4 par l'intermédiaire d'un matériau possédant une susceptibilité d'ordre trois. Remarquons que, contrairement aux effets non linéaires du

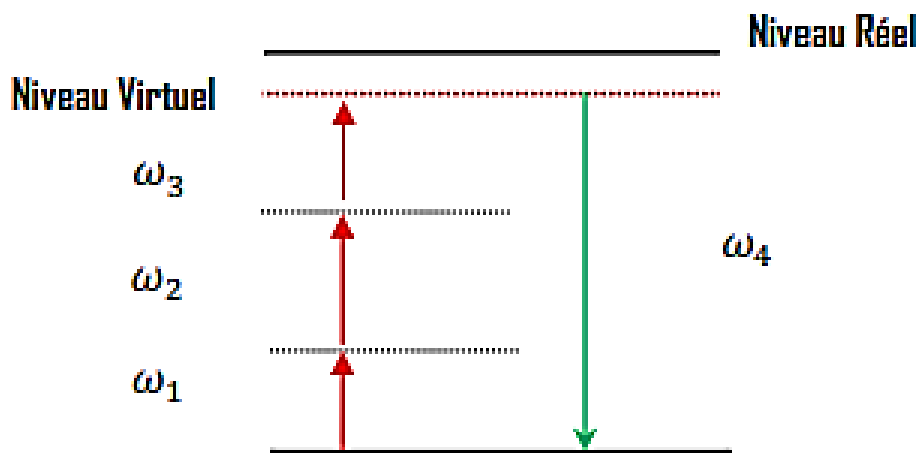


FIGURE 1.7 – Diagramme quantique de processus de mélange à quatre ondes.

second ordre, tous les matériaux possèdent une susceptibilité du troisième ordre. La figure(1.7) représente le diagramme quantique d'un processus de mélange à quatre ondes. Principalement, la non-linéarité du troisième ordre crée des battements entre trois porteuses aux pulsations ω_1 , ($\omega_2 = \omega_1 + \Delta\omega$) et ($\omega_3 = \omega_1 + 2\Delta\omega$) et engendre des produits d'inter-modulation aux pulsations $p\omega_1 + q\omega_2 + r\omega_3$ où p, q, r sont des entiers tels que $|p| + |q| + |r|$ soit égal à 3. Ainsi, le produit d'inter-modulation à la pulsation ($2\omega_2 - \omega_1 = \omega_3$), va perturber le signal transmis sur le canal à la pulsation ω_3 . Dans le cas de deux porteuses seulement à des pulsations ω_1 et ($\omega_2 = \omega_1 + \Delta\omega$), des produits d'inter-modulation apparaissent aux pulsations ($2\omega_2 - \omega_1 = \omega_1 + \Delta\omega$) et ($2\omega_1 - \omega_2 = \omega_1 - \Delta\omega$). Notons que l'effet du mélange à quatre ondes est d'autant plus important que la puissance transportée par les différentes porteuses est élevée, que l'espacement entre canaux est faible et que la dispersion chromatique est faible.

1.5.6 Auto-modulation de phase

L'auto-modulation de phase (SPM) est le changement de fréquence causé par un déphasage induit par l'impulsion elle-même. La SPM survient parce que l'indice de réfraction de la fibre a

une composante dépendante de l'intensité. Lorsqu'une impulsion optique se déplace à travers la fibre, les parties d'intensité plus élevée d'une impulsion optique rencontrent un indice de réfraction plus élevé de la fibre par rapport aux parties d'intensité inférieure. Le bord d'attaque subira un gradient d'indice de réfraction positif (dn/dt) et le bord de fuite un gradient d'indice de réfraction négatif ($-dn/dt$). Ce changement d'indice variant dans le temps entraîne un changement de phase variant dans le temps. La phase optique change avec le temps exactement de la même manière que le signal optique [3, 59, 60].

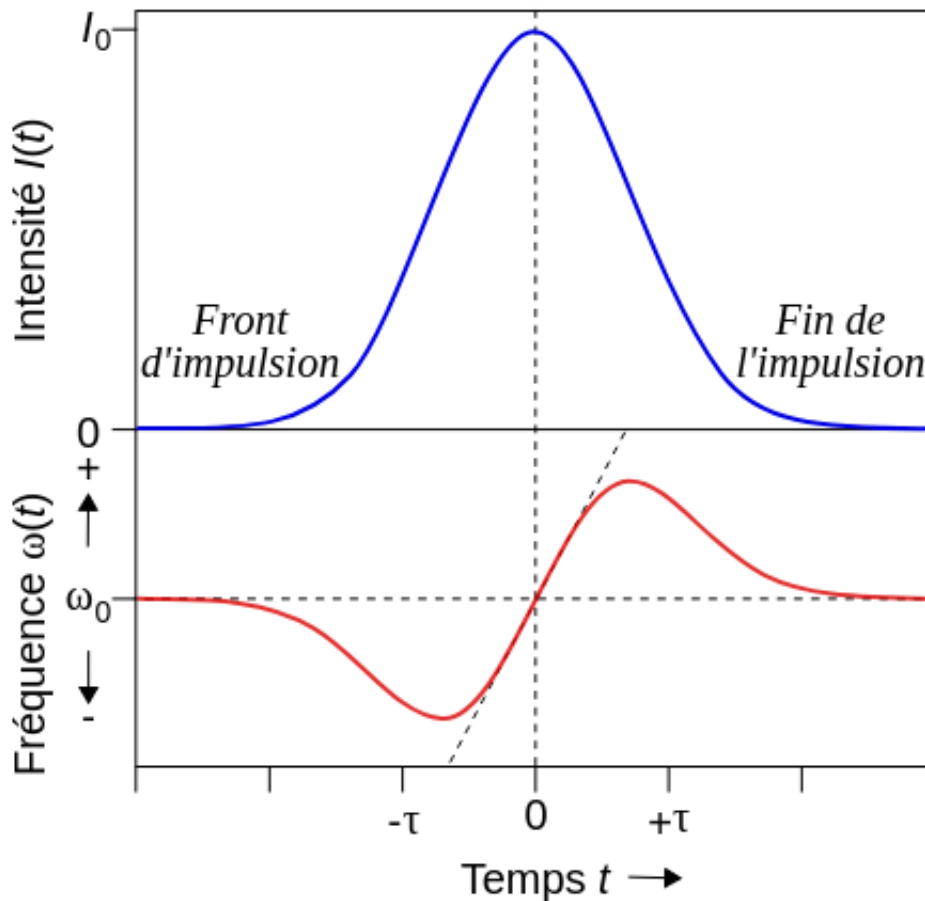


FIGURE 1.8 – Décalage fréquentiel d'une impulsion gaussienne par auto modulation de phase. En haut, profil d'intensité d'une impulsion gaussienne. En bas, fréquence instantanée de l'impulsion autour de sa fréquence centrale. La tangente à l'origine est appelée chirp. Si elle est à pente positive (négative), on parle de chirp positif (négatif). [61],

Différentes parties de l'impulsion subissent un déphasage différent en raison de la dépendance des fluctuations de phase de l'intensité. Cela se traduit par un gazouillis de fréquence. Le front montant de l'impulsion trouve un décalage de fréquence dans le côté supérieur tandis que le bord arrière subit un décalage dans le côté inférieur, comme le montre la figure 1.8. Par conséquent, l'effet principal de SPM est d'élargir le spectre de l'impulsion, en maintenant la forme temporelle inchangée. Pour une fibre à forte puissance émise, la phase (ϕ) introduite par un champ $E = E_0 \cos(\omega t - kz)$ sur une longueur de fibre L est donné par [3, 59], la modification d'indice entraîne

un déphasage non linéaire sur l'onde se propageant dans la fibre.

$$\phi_{NL}(t) = \frac{2\pi n_2}{\lambda_0} LI(t) \quad (1.30)$$

Il s'agit d'un déphasage de l'onde sur elle-même, c'est pourquoi nous parlons de déphasage auto-induit et l'effet en résultant est nommé « auto-modulation de phase ». Les changements intervenant dans le spectre de l'impulsion sont dus à la dépendance temporelle de cette phase non linéaire. En effet, la dépendance temporelle du décalage fréquentiel, communément appelé chirp en anglais, est défini par

$$\delta\omega(t) = \frac{-\partial\phi_{NL}(t)}{\partial t} \quad (1.31)$$

La figure(1.8) représente ce décalage fréquentiel pour une impulsion gaussienne. l'intérêt de $\delta\omega(t)$ réside surtout dans sa signification physique : $\delta\omega(t)$ représente la fréquence instantanée de l'impulsion (sa "couleur" instantanée [62]), également appelée "glissement de fréquence" ou plus usuellement "chirp temporel". Remarquons, sur cette figure, qu'a plusieurs composantes temporelles (T_1 et T_2) correspondant un même décalage fréquentiel. Ces composantes interfèrent entre elles, ce qui crée des cannelures et un élargissement spectral de l'impulsion. L'automodulation de phase a pour effet de décaler les composantes de basses fréquences vers le front de l'impulsion et les composantes de hautes fréquences vers la queue de l'impulsion. Ce qui est l'inverse des effets de la dispersion en régime de dispersion anormale. La compensation mutuelle de ces deux effets en régime de dispersion anormale est à l'origine de la formation des solitons, c'est-à-dire des impulsions stationnaires dont le profil ne varie pas au cours du temps.

1.5.7 Modulation de phase croisée

La modulation de phase croisée (XPM) est un effet optique non linéaire dans lequel une longueur d'onde de la lumière affecte la phase d'une autre longueur d'onde de la lumière par l'effet kerr optique . Dans les réseaux de communication optique, le XPM peut être utilisé comme technique pour ajouter des informations à un flux lumineux en modifiant la phase d'un faisceau optique cohérent avec un autre faisceau par des interactions dans un milieu non linéaire approprié. Ainsi, il conduit à une interaction d'impulsions laser dans un milieu dans lequel la mesure de l'intensité optique d'une impulsion peut être effectuée en surveillant un changement de phase de l'autre. Cette technique est appliquée dans une communication optique sécurisée et peut également être utilisée pour synchroniser deux lasers à verrouillage de mode en utilisant le même milieu de gain, dans lequel les impulsions se chevauchent et subissent une modulation en phase croisée.

1.5.8 Focalisation et défocalisation du faisceau optique

Lorsqu'une impulsion laser telle qu'un faisceau gaussien se propage dans un milieu de type Kerr le long de la direction z, par rapport au rayon croissant à l'écart du centre du faisceau, l'indice de réfraction du milieu changera en fonction de l'intensité. En fonction du signe du coefficient de Kerr n_2 , avec le signe positif, l'indice de réfraction diminue avec la distance du centre du faisceau et donc le milieu agit comme une lentille de focalisation, où le faisceau lumineux sera comprimé vers son centre. Ce phénomène est appelé autofocus parce que la mise au point a provoqué la

lumière elle-même [63]. Lorsqu'il n'y a pas d'effet de diffraction dans le milieu Kerr, la lumière continuera à se concentrer en coopérant avec une intensité croissante jusqu'à ce que le matériau soit endommagé. Si la lumière est fortement diffractée par le milieu, la focalisation est contrecarrée par les effets d'étalement diffractifs, s'équilibrant donc mutuellement conduisant à un auto piégeage de l'impulsion de propagation qui est une explication simple de l'existence du soliton spatial optique. Si n_2 est négatif, l'indice de réfraction augmente avec la distance du centre du faisceau et le milieu Kerr agit comme une lentille de défocalisation. Ce phénomène est appelé auto délocalisation, où, dans certaines conditions, l'impulsion de soliton spatial noir peut être supportée par le milieu. Lorsqu'un faisceau lumineux dans la direction transversale pénètre dans un milieu optique Kerr, l'indice de réfraction dépendant de l'intensité provoque la courbure des impulsions à travers le milieu. Par conséquent, le faisceau subira soit un effet de flexion de défocalisation (si $n_2 < 0$) ou un effet de flexion de focalisation (si $n_2 > 0$), car le faisceau lui-même créera un guide d'ondes auto-induit dans le milieu. Le cas le plus important est celui où $n_2 > 0$. Dans ce cas, des faisceaux très intenses provoquent une focalisation aussi forte qui peut être à nouveau rompue, du fait de forts effets de diffraction pour des faisceaux très étroits, ou même en raison de dommages matériels dans le cristal non linéaire. Pour certaines situations, cependant, il existe des solutions stationnaires à la diffusion spatiale de la lumière qui équilibrent exactement entre l'auto focalisation et la diffraction du faisceau, où elle est considérée comme un équilibre entre deux effets de flexion. La compression peut se produire en raison de l'auto modulation de phase (analogue temporel de l'auto focalisation), où l'expansion est due à la dispersion. Ces forces s'équilibrent et peuvent créer un soliton localisé dans la dimension temporelle ainsi que dans la direction de propagation.

1.6 Impulsion lumineuse dans une fibre optique

Le comportement non-linéaire de la fibre est dû au fait que l'indice de réfraction est fonction de l'intensité de la lumière :

$$n(\omega, |E|^2) = n_0(\omega) + n_2|E|^2 \quad (1.32)$$

Où $n_2 = 1,2 \cdot 10^{-22} \text{ m}^3/\text{V}^2$ et le coefficient Kerr pour SiO_2 . Pour résoudre la propagation des impulsions dans la fibre, l'onde électrique $E(r, x, t)$ est exprimé comme suit

$$E(r, x, t) = \phi(x, t)R(r)e^{i(k_0x - \omega_0t)} \quad (1.33)$$

où k_0 est la constante de propagation dans la direction x (le long de la fibre) à la fréquence ω_0 , $\phi(x, t)$ est l'enveloppe d'impulsion (complexe) et $R(r)$ est la diffusion du champ radial du mode de la fibre. En utilisant l'approximation de l'enveloppe variant lentement (SVEA),

$$\left| \frac{\partial \phi}{\partial x} \right| \ll k_0 |\phi| \quad \text{et} \quad \left| \frac{\partial \phi}{\partial t} \right| \ll \omega_0 |\phi| \quad (1.34)$$

ce qui nécessite une largeur d'impulsion beaucoup plus grande que la longueur d'onde, en intégrant sur la coordonnée radiale, l'équation d'onde de la fibre peut être obtenue, en passant à un système de coordonnées en mouvement et en normalisant la distance, le temps et l'amplitude.

$$\tau = \frac{(t - k'z)}{\sigma} \quad (1.35)$$

$$z = \frac{\pi}{2z_0}x \quad z_0 = \frac{\pi\sigma^2}{2|k''|} \quad (1.36)$$

$$\phi^2 = u^2 \left(\frac{n_0}{z_0 k_0 n_2} \right) \quad (1.37)$$

l'équation d'évolution de l'enveloppe devient [7, 8, 64].

$$i \frac{\partial u}{\partial z} \pm \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u = -i\Gamma u + i\beta \frac{\partial^3 u}{\partial \tau^3} - \alpha \frac{\partial}{\partial \tau} (|u|^2 u) \quad (1.38)$$

ou

$$\beta = \frac{1}{6} \frac{k'''}{|k''|\sigma}, \quad k'' = \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2}, \quad k''' = \frac{\partial^3 k}{\partial \omega^3} \quad (1.39)$$

$$\alpha = \frac{2}{\sigma\omega_0} \quad (1.40)$$

$$\Gamma = \frac{\gamma z_0}{\pi} \quad (1.41)$$

ou γ est le coefficient de perte de la fibre. Les termes avec les coefficients β et α représentent l'effet de la dispersion des fibres d'ordre supérieur k''' et de l'effet non linéaire d'ordre supérieur (terme de choc [65]) respectivement. Dans la plupart des cas d'intérêt pratique, ces termes peuvent être négligés. Le paramètre α est petit $\approx 10^{-3}$ pour une impulsion (1ps), sauf si des impulsions extrêmement courtes "femtosecondes" sont prises en compte. De même, β sera petit sauf si on travaille très près de la longueur d'onde de « dispersion zéro » $k'' \rightarrow 0$. L'équation (1.38), sans les termes d'ordre supérieur, a été largement utilisée pour la description de la propagation non linéaire d'impulsions dans des fibres optiques monomodes et il existe un accord quantitatif étendu entre la théorie et les expériences (par exemple, voir les références [8, 66, 67]. Cependant, la récente découverte d'auto décalage de fréquence du soliton [68]. Lorsque l'on constate que l'énergie passe de la partie haute à la partie basse du spectre des impulsions solitonique femtosecondes, indique que, pour les impulsions femtosecondes, il convient de prendre en compte l'effet Raman (ignorés dans l'équation.(1.38)) [65].

1.6.1 Équation de Schrödinger non-linéaire dans un régime picoseconde

En l'absence de perte et des termes d'ordre supérieur, l'équation (1.38) se réduit à :

$$i \frac{\partial u}{\partial z} \pm \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u = 0 \quad (1.42)$$

et elle est dite l'équation non linéaire de Schrödinger (NLSE). Cette équation inclut les termes les plus importants de l'équation de propagation, à savoir la dispersion de la fibre et la non-linéarité. Le signe du second terme dépend de k'' , qui se rapporte au paramètre de dispersion largement utilisé, $D(ps/(km \cdot nm))$,

$$k'' = \frac{-\lambda^2}{2\pi c} D \quad (1.43)$$

Nous ne considérerons que la région où le signe est positif. Dans cette région, la dispersion est anormale ($k'' < 0$, généralement pour des longueurs d'onde supérieures à 1,3 μm), et le NLSE

prend en charge une famille particulière de solutions, qui sont les solitons d'enveloppe. Le plus simple d'entre eux est le mono soliton.

$$u(z, \tau) = \eta \operatorname{sech}(\eta\tau) e^{i\eta^2 z/2} \quad (1.44)$$

ou η est l'amplitude du soliton. Le soliton unique à la propriété de se propager sans changement de forme et représente la condition d'équilibre parfait entre la dispersion de la fibre et la non-linéarité-kerr.

1.7 Méthodes et outils numériques

1.7.1 Méthode de diffusion inverse

Zakharov et Shabat [67] ont montré comment l'équation de Schrödinger non linéaire peut être résolue en utilisant la méthode de diffusion inverse. Ils montrent qu'une forme d'onde d'impulsion initiale donnée, $q < (0, r)$, évolue pour former un certain nombre de solitons et une partie non soliton (qui se désintègre en une queue dispersive) qui se sépare des solitons [9, 69]. Pour obtenir des solutions solitons en régime permanent, nous devons d'abord résoudre les équations de valeurs propres de Zakharov et Shabat (ZKS),

$$\frac{\partial v}{\partial x} + i\xi v = qu \quad \frac{\partial v}{\partial x} - i\xi v = q * u \quad (1.45)$$

Où $\xi_j = \xi_j/2 + i\eta_j/2$ sont les valeurs propres complexes (où ξ_j et η_j représentent les vitesses et les amplitudes des solitons), et q est la forme d'onde d'impulsion initiale. L'équation des valeurs propres est présentée sous la forme familière utilisée dans la théorie de la diffusion inverse. La variable x a la même signification que τ dans l'équation (1.45). Les valeurs propres, ξ_j sont résolues pour les fonctions propres $|U|, |\eta_j| \rightarrow 0$ pour $x \rightarrow \infty$. En générale, pour une forme d'onde d'impulsion d'entrée arbitraire $q(0, \tau)$, l'équation (1.45) nécessite d'être évaluée numériquement. Les valeurs propres ξ_j de la forme d'onde d'impulsion initiale $q(0, \tau)$, peuvent être évaluées à partir de la solution itérative de l'équation suivante [70].

$$a(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\tau} e^{2i\xi(\tau_1-\tau_2)} q(\tau_1) q^*(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\tau_1} \int_{-\infty}^{\tau_2} \int_{-\infty}^{\tau_3} e^{2i\xi(\tau_1-\tau_2+\tau_3-\tau_4)} q(\tau_1) q^*(\tau_2) q(\tau_3) q(\tau_4) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 d\tau_4 + \dots \quad (1.46)$$

Les zéros de $a(\xi)$ correspondent aux valeurs propres de la forme d'onde d'impulsion initiale, $q(0, \tau)$ les valeurs propres, ξ sont calculées en recherchant numériquement les zéros de l'équation (1.46). Seuls quelques termes de la série doivent être calculés en raison de la convergence rapide. Une première supposition peut être faite en utilisant les lois de conservation de la NLSE. La procédure d'évaluation numérique de l'équation (1.46) est assez simple, car les fonctions et les variables peuvent être séparées. Les étapes du calcul peuvent être brièvement décrites. Tout d'abord, la fonction q^* (stockée dans un tableau) est multipliée par le terme exponentiel et intégré numériquement, la fonction résultante étant stockée dans un second tableau. Cette fonction est ensuite multipliée par q et le terme exponentiel correspondant est intégré. Ce résultat écrase

alors le tableau précédent et donc le premier terme de l'équation (1.46) peut être obtenu. La fonction contenue dans le tableau est ensuite multipliée par q^* et le terme exponentiel, puis intégrée. En poursuivant ces étapes de calcul, les autres termes sont obtenus. Une fois les valeurs propres connues, la solution générale de N-solitons (correspondant à N valeurs propres discrètes ξ) peut être construite en utilisant une transformation inverse à partir de 2N équations algébriques simultanées [9] (voir Solutions Soliton de la NLSE), ou, comme Gordon [71] l'a fait à partir de seulement N équations.

Par exemple, une seule solution soliton, caractérisée par la valeur propre $\xi_j = \frac{\xi_j}{2} + i\frac{\eta_j}{2}$ est donnée par

$$q(z, \tau) = \eta \operatorname{sech}[\eta(\tau - \xi z)] \exp\left[i(\eta^2 - \xi^2)\frac{z}{2} - i\xi\tau\right] \quad (1.47)$$

On peut voir que ξ et η représentent respectivement la vitesse et l'amplitude du soliton. L'interaction de deux solitons est représentée par la solution à deux solitons de la NLSE équation (1.42) qui correspond à deux valeurs propres discrètes $\xi_{1,2}$.

1.7.2 Méthode de Fourier à pas fractionné (SSFm)

Pour étudier l'évolution d'une impulsion correspondante à un signal d'entrée arbitraire, le NLSE doit être résolu de manière unilatérale. La procédure numérique utilisant la méthode de transformation de Fourier à pas fractionner [72, 73] (ou la méthode du faisceau de propagations [74]) qui impliquait essentiellement les mêmes étapes de calcul pour résoudre alternativement les parties linéaires et non linéaires de l'équation. L'équation de propagation à résoudre peut formellement être écrite sous la forme suivante :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (L + N)A \quad (1.48)$$

où L et N correspondent respectivement aux opérateurs de propagation linéaire (diffraction et/ou dispersion) et non linéaire (effet Kerr) qui contiennent les termes linéaires et non linéaires de l'équation de propagation. Le schéma numérique peut être vu comme une résolution successive des équations suivantes :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (L)A \quad \frac{\partial A}{\partial z} = (N)A \quad (1.49)$$

La méthode à pas fractionné consiste donc à faire alterner l'opérateur de dispersion L et celui de non-linéarité N sur des distances élémentaires Δz et ce, de façon longitudinale le long de la fibre de sorte que l'on suppose qu'il n'y a qu'un seul et unique de ces deux opérateurs qui agit sur cette distance élémentaire. On traite les effets linéaires dans le domaine fréquentiel dans un premier temps, le champ résultant subit alors une transformée de Fourier inverse et sera utilisée comme condition initiale pour traiter les effets non linéaires dans le domaine temporel. Compte tenu de la forme d'onde de l'impulsion initiale connue, $A(0, \tau)$, la partie linéaire de l'équation est résolue et l'impulsion est avancée le long de la fibre d'une faible distance Δz . La solution résultante $A(\Delta z, T)$ est alors prise comme forme d'onde initiale pour la partie non linéaire de l'équation, puis résolue en faisant avancer la solution sur une distance supplémentaire de Δz . Cette solution est ensuite prise comme forme d'onde d'impulsion initiale pour la partie linéaire. La procédure est ensuite répétée. La partie non linéaire peut être résolue exactement et la partie linéaire est résolue par la transformée de Fourier discrète, dans la procédure numérique pour la solution du

NLSE. Cette méthode est exacte au second ordre en Δz (taille de pas dans la direction z) et inconditionnellement stable selon l'analyse linéaire [53]. Récemment, grâce à des calculs numériques approfondis, Taha et Ablowitz [75] ont comparé la méthode de Fourier à pas fractionner de Tappert [73] à divers autres schémas. Ils concluent que la méthode de Fourier à pas fractionner est la plus répandue, de par sa simplicité et rapidité, pour la résolution de l'équation NLSE. Une grande précision est obtenue à un coût de calcul relativement faible. Le succès de la méthode est en partie dû au fait que les deux étapes de calcul peuvent être résolues avec précision.

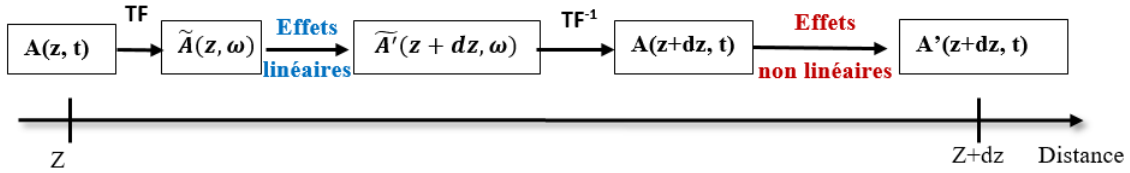


FIGURE 1.9 – Schéma représentatif de la méthode de Fourier à pas fractionner [76]

1.7.3 Solution numérique de NLSE

Considérons l'équation de propagation sous la forme

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (L + N)A \quad (1.50)$$

ou

$$(L)A = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} + i\beta \frac{\partial^3 A}{\partial \tau^3} \quad (1.51)$$

$$(N)A = -i\Gamma A - |A|^2 A \quad (1.52)$$

Cependant, le terme de perte dans l'équation (1.52) est un terme linéaire et devrait être inclus dans l'équation (1.51) pour plus de précision et de commodité. Mais, nous laissons dans la partie non linéaire pour montrer comment les équations résultantes dans la référence [74] sont obtenues. La procédure numérique consiste à résoudre les deux parties des équations suivantes alternativement :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = (L)A \quad (1.53)$$

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = (N)A \quad (1.54)$$

Les opérateurs L et N ne sont pas commutatifs. On rappelle l'expansion en séries de Baker - Campbell – Hausdorff pour deux opérateurs non-commutatifs a et b [77]

$$\exp(a) \exp(b) = \exp \left[a + b + \frac{1}{2} [a, b] + \frac{1}{12} [a - b, [a, b] + \dots] \right]$$

ou

$$[a, b] = ab - ba$$

Pour résoudre l'équation (1.53), prenons la transformation de Fourier en ce qui concerne la variable, τ .

L'équation transformée devient alors :

$$i \frac{\partial A(z, \omega)}{\partial z} = \left[\frac{-(i\omega)^2}{2} + i\beta(i\omega)^3 \right] A(z, \omega) \quad (1.55)$$

Qui peut être résolue pour donner :

$$A(z, \omega) = A(0, \omega) e^{-i(\omega^2/2 + \beta\omega^3)z} \quad (1.56)$$

Enfin, en prend une transformation de Fourier inverse pour obtenir la solution :

$$A(z, \tau) = IFT [A(z, \omega)] \quad (1.57)$$

La procédure pour résoudre la partie linéaire, l'équation (1.55), consiste donc à prendre la transformée de Fourier, puis la multiplier par le terme exponentiel dans l'équation (1.56) et à prendre la transformée de Fourier inverse pour revenir au domaine temporel :

$$A(z + \Delta z, \tau) = IFT \left[[FT [A(z, \tau)]] e^{-i\left(\frac{\omega^2}{2} + i\beta\omega^3\right)\Delta z} \right] \quad (1.58)$$

Considérons maintenant la partie non linéaire de l'équation. Pour résoudre l'équation (1.54), supposons une solution de la forme.

$$A(z, \tau) = A(0, \tau) e^{\alpha(z, \tau)} \quad (1.59)$$

Substituent dans l'équation (1.54) puis résoudront pour $\alpha(z, \tau)$

$$\alpha(z, \tau) = i|A(0, \tau)| \left[\frac{[\exp(-2\Gamma z) - 1] z}{-2\Gamma} \right] - \Gamma z \quad (1.60)$$

En développant le terme exponentiel (pour petit Γz) et en le remplaçant dans l'équation (1.59), la solution pour de l'équation (1.54) est [7] :

$$A(z + \Delta z, \tau) = A(z, \tau)^{is|q(z, \tau)|^2 \Delta z - \Gamma \Delta z}, \quad s = (1 - \Gamma \Delta z) \quad (1.61)$$

De même, le terme non linéaire d'ordre supérieur de l'équation (1.38) peut également être incorporé. Le terme de perte (Γz), peut toutefois être plus facilement inclus dans la partie linéaire de l'expression, l'équation (1.51). La procédure numérique consiste donc à faire avancer les solutions en utilisant successivement l'équation (1.58) et l'équation (1.61), le résultat de l'une étant pris comme condition initiale pour l'autre. La précision de l'algorithme numérique est vérifiée en réduisant les tailles de pas et en recherchant la convergence numérique. De plus, la précision est vérifiée puisque des solutions analytiques peuvent également être obtenues pour le NLSE sans perte ni termes d'ordre supérieur.

Pablo U. Suarez [78] a discuté la mise en œuvre de la méthode de Fourier à pas fractionner. u est résolu en le multipliant d'abord par $\exp(i\Delta t V(z))u^n$. Ensuite, en prenant les transformées de Fourier, en prenant l'inverse de la Transformée de Fourier. Dans le langage d'un ordinateur, $u^{(n)}$ est

un vecteur qui est mis à jour d'abord en le multipliant par l'exponentiel de a . L'analogie discret de la transformée de Fourier et son inverse sont ce qu'on appelle les transformées de Fourier discrète (FDT) et la transformée de Fourier discret inverse (IFDT). MATLAB peut facilement manipuler les opérations sur les tableaux, et les fonctions DFT et IFDT sont calculées à l'aide des fonctions intégrées Fast Fourier Transform (fft) et inverse inverse Transformé Fourier (Ifft). L'algorithme (1) suggère comment cette procédure se déroulera [78] :

Algorithme 1 : SSFM (u_0, u^n, M) [78].

```

 $u^{(n)} \leftarrow u_0$ 
 $k \leftarrow 2\pi/L(-N/2 : 1 : N/2 - 1)$ 
for  $n \leftarrow 1$  to  $M$ 
   $u^{(n+1/2)} \leftarrow \exp(i\Delta t V(x))u^{(n)}$ 
   $\hat{u}^{(n+1/2)} \leftarrow \mathfrak{F}(u^{(n+1/2)})$ 
do  $\hat{u}^{(n+1)} \leftarrow \exp(-i\Delta t k^2)\hat{u}^{(n+1/2)}$ 
   $\hat{u}^{(n+1)} \leftarrow \mathfrak{F}^{-1}(u^{(n+1)})$ 
   $u^{(n)} \leftarrow u^{(n+1)}$ 

```

return (u^n)

Dans l'algorithme (1), il faut comprendre que $u^{(n)}$ est un vecteur et que toutes les opérations sont donc des opérations vectorielles par composantes. Une version plus courte de l'algorithme est donnée comme suit :

Algorithme 2 : SSFM (u_0, u^n, M) [78].

```

 $u^{(n)} \leftarrow u_0$ 
for  $j \leftarrow 1$  to  $M$ 
   $u^{(n)} \leftarrow \mathfrak{F}^{-1} \exp(-ik^2 \Delta t) \cdot \mathfrak{F}(\exp(i\Delta t V(x))u^{(n)})$ 
return ( $u^n$ )

```

1.8 Différents régimes de propagation

La propagation des impulsions optiques pour des largeurs d'impulsion $> 5ps$, est régit par l'équation non-linéaire de Schrödinger (NLS) suivante :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{i\alpha}{2} A + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \gamma |A|^2 A \quad (1.62)$$

où A est l'amplitude de l'enveloppe d'impulsion lentement variable et T est le temps mesuré dans une référence se déplaçant avec l'impulsion à la vitesse de groupe $v_g(T = t - z/v_g)$. Les trois termes sur le côté droit de l'équation (1.62) régissent, respectivement, les effets des pertes, de la dispersion et de la non-linéarité sur les impulsions se propageant à travers la fibre optique.

En fonction de la largeur initiale T_0 et de la puissance crête P_0 de l'impulsion incidente, les effets dispersifs et non linéaires peuvent dominer le long de la fibre. Disposant des longueurs caractéristiques appelées longueur de dispersion L_D et longueur non linéaire L_{NL} [79, 80]. En fonction des grandeurs relatives de L_D , L_{NL} et de la longueur de fibre L , les impulsions peuvent

évoluer très différemment. Introduisons une échelle de temps normalisée à la largeur d'impulsion d'entrée T_0 telle que.

$$\tau = \frac{T}{T_0} = \frac{t - z/v_g}{T_0} \quad (1.63)$$

En même temps, en introduisons une amplitude normalisée U telle que :

$$A(z, \tau) = \sqrt{P_0} \exp(-\alpha z/2) U(z, \tau) \quad (1.64)$$

où P_0 est la puissance crête de l'impulsion incidente. Le facteur exponentiel dans l'équation (1.64) explique les pertes de fibres. En utilisant les équations (1.62 - 1.64), on trouve que $U(z, \tau)$ satisfait,

$$i \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2L_D} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - \frac{\exp(-\alpha z)}{L_{NL}} |U|^2 U, \quad (1.65)$$

où $\text{sgn}(\beta_2) = \pm 1$ selon le signe du paramètre β_2 et

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}, \quad L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad (1.66)$$

La longueur de dispersion L_D et la longueur non linéaire L_{NL} fournissent les échelles de longueur sur laquelle les effets dispersifs et non linéaires deviennent importantes pour l'évolution des impulsions. Une immense majorité des travaux relatifs à l'étude des non-linéarités dans les fibres est basée sur l'équation de Schrödinger non linéaire (l'équation. (1.65)) permettant d'étudier (à travers différents termes) la propagation d'une impulsion le long de la fibre optique [56].

En fonction des grandeurs relatives de L , L_D et L_{NL} , on distingue quatre catégories possible du comportement de propagation :

1. Pour $L \ll L_{NL}$ et $L \ll L_D$ la dispersion et la non-linéarité sont négligeables, l'atténuation sera le facteur limitant et la fibre joue un rôle passif dans ce régime et agit comme un simple transporteur d'impulsions optiques (sauf pour réduire l'énergie de l'impulsion en raison des pertes de fibre (figure 1.10(a))). C'est-à-dire que l'impulsion conserve sa forme pendant la propagation.
2. Pour $L \ll L_{NL}$ mais $L \sim L_D$, le terme de non-linéarité dans l'équation (1.65) est négligeable. Alors l'évolution des impulsions est régie par la GVD. C'est l'effet de la dispersion chromatique qui est prépondérant. Ceci entraîne un étirement ou "chirp" négatif de la fréquence (figure 1.10(b)).

$$\frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \ll 1 \quad (1.67)$$

3. Pour $L \ll L_D$ mais $L \sim L_{NL}$ la dispersion est négligeable, l'évolution des impulsions est régie par le SPM qui produit des changements dans le spectre des impulsions alors il s'agit du régime d'auto modulation de phase impliquant l'apparition d'un "chirp" positif (figure 1.10(c)).

$$\frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \gg 1 \quad (1.68)$$

4. Enfin, pour L plus longue ou comparable à la fois à L_D et L_{NL} dans ce cas où ni la dispersion ni la non-linéarité ne sont négligeables, alors il y a possibilité d'une exacte compensation des deux phénomènes [81]. Dans ce cas, il existe une solution particulière (figure 1.10(d)) appelée soliton temporel.

L'équation (1.65) est extrêmement utile pour comprendre l'évolution des impulsions dans les fibres optiques lorsque les effets dispersifs et non linéaires doivent être pris en compte. L'équation non linéaire de Schrödinger fait la base de la grande majorité des investigations liées à l'étude des non-linéarités le long d'une fibre optique [82]. la figure 1.10 résume les divers cas discuter.

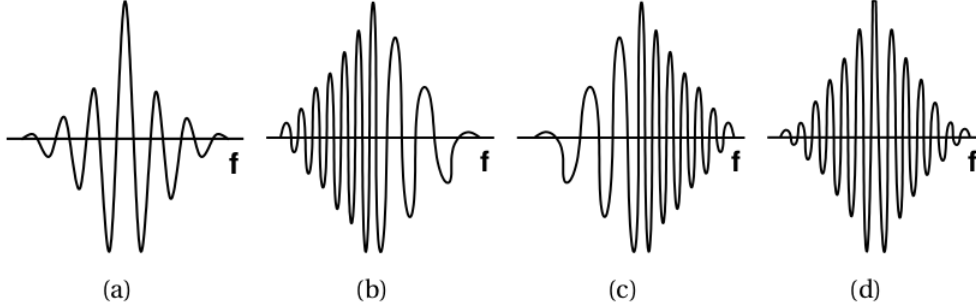


FIGURE 1.10 – Représentation du profil suivant la largeur fréquentielle du pulse initial (a), de pulse en sortie «chirpé» négativement (b), de pulse en sortie «chirpé» positivement (c) et du soliton temporel (d) [55].

1.8.1 Régime dispersif d'ordre 2

Considérons la résolution de l'équation de Schrödinger non linéaire (1.62) dans le régime dispersif où l'on peut négliger l'impact de la non-linéarité. Dans ce régime, nous avons $L_D \ll L_{NL}$ et la propagation d'une onde lumineuse de champ $E(z, t)$ dans ce cas peut être modélisée par l'équation (1.62) dans laquelle γ prend une valeur nulle [56, 83] :

$$\frac{\partial E}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (1.69)$$

Cette équation peut être exprimée dans le domaine fréquentiel comme suit :

$$\frac{\partial \tilde{E}}{\partial z} = -i \frac{\beta_2 \omega^2}{2} \tilde{E} \quad (1.70)$$

où $E(z, \omega)$ désigne-la transformée de Fourier (TF) de $E(z, t)$ donné par :

$$\tilde{E}(z, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(z, t) \exp(i\omega t) dt \quad (1.71)$$

L'équation représentant l'accord de phase associée au processus somme de fréquences (tableau 2.1) se résout alors facilement de sorte que :

$$\tilde{E}(z, \omega) = \tilde{E}(z, t) \exp\left(\frac{i\beta_2 \omega^2}{2} z\right) \quad (1.72)$$

L'expression montre que l'effet de la dispersion n'affecte pas le spectre de l'impulsion qui restera donc constant tout au long de la propagation. Cela signifie que la dispersion chromatique se traduit seulement par l'apparition d'un déphasage spectral ω parabolique. Autrement dit, quelle que soit

l'impulsion initiale, la dispersion introduit un chirp spectral linéaire $\delta\omega$ de valeur $\beta(\omega, z)$. La transformée de Fourier inverse de l'équation 1.72 donne le champ électrique de l'impulsion en fonction de la distance de propagation qui s'exprime par :

$$E(z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}(0, \omega) \exp\left(\frac{i\beta_2\omega^2}{2}z - i\omega t\right) d\omega \quad (1.73)$$

Pour mieux comprendre les effets de la dispersion sur l'évolution temporelle d'une impulsion, étudions l'exemple d'une impulsion gaussienne pour laquelle le champ électrique initial s'écrit :

$$E(0, \omega) = \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right)^2 \quad (1.74)$$

où T désigne le demi-largeur à 1/e de l'intensité reliée à sa largeur à mi-hauteur FWHM par [56] :

$$FWHM = 2(\sqrt{\ln 2})T_0 \approx 1,665T_0 \quad (1.75)$$

En utilisant l'équation 1.66, l'évolution dans le domaine temporel de cette impulsion est alors :

$$E(z, t) = \frac{T_0}{\sqrt{T_0^2 - i\beta_2 z}} \exp\left(-\frac{t^2}{2(T_0^2 - i\beta_2 z)}\right) \quad (1.76)$$

L'équation (1.76) montre que l'impulsion conserve sa forme gaussienne au cours de la propagation tout en s'élargissant. Par conséquent, et ce afin de satisfaire la loi de conservation de l'énergie, sa puissance crête diminue progressivement. Finalement, et afin de mieux mettre en évidence le phénomène d'élargissement, nous pouvons réarranger l'expression (1.76) pour obtenir :

$$E(z, t) = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{i\beta_2 z}{T_0^2}\right)^2\right]^{1/4}} \exp\left(-\frac{t^2}{T_0^2 \left[1 + \left(\frac{i\beta_2 z}{T_0^2}\right)^2\right]} + \frac{2i\beta_2 z t^2}{T_0^4 \left[1 + \left(\frac{i\beta_2 z}{T_0^2}\right)^2\right]} - \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{\beta_2 z}{T_0^2}\right)\right) \quad (1.77)$$

Ainsi, indépendamment du signe de β_2 , la largeur de l'impulsion augmente avec la distance de propagation z suivant :

$$T_z(z) = T_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{L_D}\right)^2} \quad (1.78)$$

C'est-à-dire, pour une distance $Z = L_D$, l'impulsion gaussienne a donc vu sa largeur temporelle T_z augmenter d'un facteur $\sqrt{2}$ par rapport à T . Parallèlement, la phase quadratique a évolué suivant :

$$\phi(z, t) = -\frac{\text{sgn}(\beta_2) \left(\frac{z}{L_D}\right) t^2}{1 + \left(\frac{z}{L_D}\right)^2} \frac{1}{T_0^2} + \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{z}{L_D}\right) \quad (1.79)$$

La fréquence instantanée, c'est-à-dire la dérivée temporelle de la phase, s'écarte donc de la fréquence de la porteuse selon une quantité qui varie linéairement le long de l'impulsion et qui augmente avec la distance de propagation [56]. Ce qui correspond à un chirp linéaire (ou glissement de fréquence) donné par :

$$\delta\omega(z, t) = 2 \frac{\text{sgn}(\beta_2) \left(\frac{z}{L_D}\right) t}{1 + \left(\frac{z}{L_D}\right)^2} \frac{1}{T_0^2} \quad (1.80)$$

TABLE 1.3 – Les paramètres de la simulation

D(ps/km.nm)	β_2 (ps ² /km)	F_{WHM} (ps)	λ_{nm}	L_d (km)
17	-22	10	1550	1,66

Le chirp s'explique clairement par le fait que les différentes composantes spectrales de l'impulsion se déplacent à des vitesses différentes par le biais de la dispersion chromatique [56, 83].

Dans le cas d'un régime de dispersion anormale, les composantes de plus hautes fréquences se déplacent plus vite que les composantes de plus basses fréquences. Au cours de la propagation, les composantes de basses fréquences vont donc s'accumuler sur le front descendant de l'impulsion tandis que les hautes fréquences s'accumuleront sur le front montant. Le front montant de l'impulsion étant alors plus rapide que le front descendant, il s'en suit un élargissement inexorable de l'impulsion. À l'aide de la méthode de Fourier à pas fractionné la simulation numérique montre l'évolution d'une gaussienne de largeur à mi-hauteur 10 ps se propageant dans une fibre purement dispersive. Les paramètres de la simulation sont répertoriés sur le tableau 1.3.

Nous montrons sur la figure 1.11-(a) l'évolution de l'impulsion gaussienne dans une fibre optique pour de différentes distances de propagation. Nous constatons clairement l'élargissement inexorable de l'impulsion qui garde toutefois une forme gaussienne.

La figure 1.11-(b) montre l'évolution longitudinale de la largeur temporelle à mi-hauteur de l'impulsion divisée par sa valeur initiale, en d'autre terme son taux d'élargissement, en fonction de la distance de propagation.

Sur la figure 1.11 nous voyons les conséquences dramatiques que peut engendrer la dispersion chromatique sur un système de transmission d'informations par fibres optiques dans lequel les impulsions se propagent sur plusieurs kilomètres. Nous observons clairement, que lorsqu'on utilise le même type d'impulsion que celle représentée sur la figure 1.11, qu'après seulement une distance de 5 fois la longueur de dispersion, l'information portée sur l'impulsion est complètement perdue et inexploitable, avec de nombreuses erreurs de détection. La conclusion stipule que la dispersion chromatique doit impérativement être compensée pour des débits élevés.

1.8.2 Régime dispersif d'ordre 3

Nous avons vu que la dispersion chromatique d'ordre 2 induisait un élargissement des impulsions au cours de leur propagation. Bien que dans un milieu linéaire, cet effet soit en général prédominant, il est parfois nécessaire d'inclure dans le modèle des termes d'ordre supérieur comme la dispersion d'ordre trois (TOD pour third-order dispersive), baptisée également pente de la dispersion.

En effet, lorsque la longueur d'onde du signal est proche du zéro de dispersion de la fibre optique $\beta_2 \sim 0$, ou si l'impulsion possède un spectre très large, par exemple pour une durée d'impulsion relativement courte ($F_{WHM} < 1ps$), le terme de dispersion chromatique d'ordre 2 ne

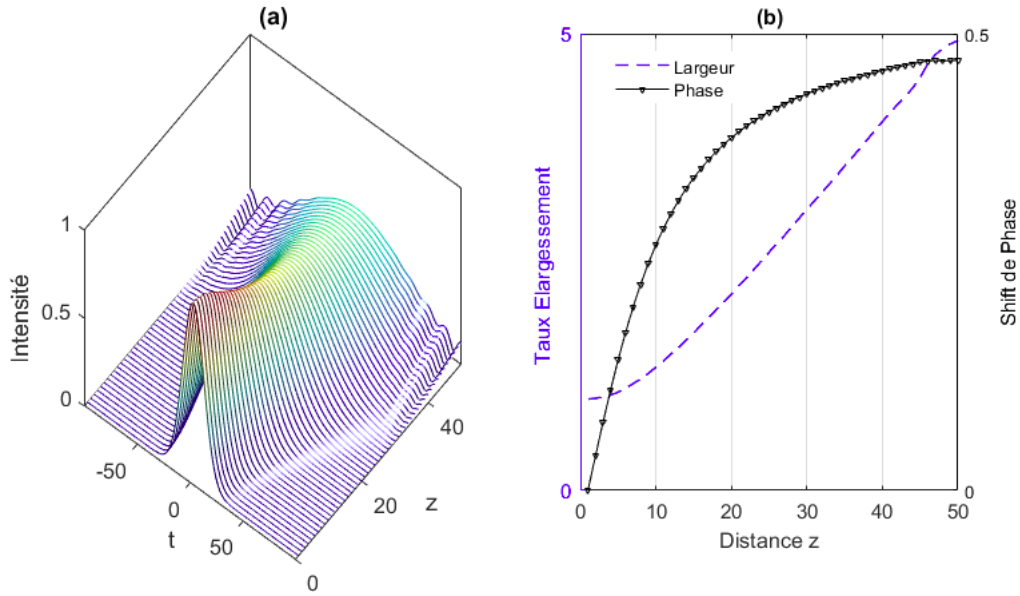


FIGURE 1.11 – (a) Étalement d’une impulsion de forme gaussienne du à la dispersion chromatique d’ordre 2 au cours de sa propagation dans la fibre. (b) Évolution de la largeur temporelle et de la phase d’une impulsions gaussienne en fonction de la distance.

peut alors plus être considéré comme constant le long du spectre des impulsions. Il devient alors nécessaire d’inclure le terme correspondant à β_3 . Ce terme s’inclut aisément dans l’équation de Schrödinger non linéaire puisqu’il correspond à un terme d’ordre supérieur dans le développement de Taylor de la constante de propagation. Tenant compte de cet effet, l’équation (1.69) devient [56] :

$$\frac{\partial E}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 E}{\partial t^3} \quad (1.81)$$

Cette équation peut être résolue de manière analytique pour finalement, comme l’équation (1.73), donner le champ de l’impulsion en fonction de la distance de propagation par :

$$E(z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}(0, \omega) \exp \left[i \left(\frac{\beta_2 \omega^2}{2} + \frac{\beta_3 \omega^3}{6} \right) z - i \omega t \right] d\omega \quad (1.82)$$

Comme au paragraphe précédent, nous pouvons noter que le module de $E(z, \omega)$ reste constant au cours de la propagation. Cela montre que les dispersions chromatiques d’ordre 2 et d’ordre 3 changent uniquement la phase des composantes spectrales, mais ne modifient pas le spectre de l’impulsion au cours de sa propagation. Afin de comparer l’impact de ces deux ordres de dispersion, il est utile d’introduire une deuxième longueur de dispersion L_{D3} caractérisant la dispersion d’ordre 3. Son expression est donnée par [56] :

$$L_{D3} = \frac{T_0^2}{|\beta_3|} \quad (1.83)$$

La dispersion d’ordre trois jouera un rôle significatif si $L_{D3} < L_D$, c’est-à-dire pour une dispersion d’ordre deux très faible ou pour une impulsion possédant un spectre très large. La simulation suivante montre l’évolution d’une gaussienne de largeur à mi-hauteur de 10ps se propageant dans

TABLE 1.4 – Les paramètres de la simulation

$\beta_2(ps^2/km)$	$F_{WHM}(ps)$	$\beta_3(ps^3/km)$	$L_D(km)$	$L_{D3}(km)$	$L(km)$
0	10	5	0	200	$5L_{D3}(km)$

une fibre purement dispersive et ne possédant qu'une dispersion d'ordre trois. Les paramètres de la simulation sont répertoriés au tableau 1.4.

La figure 1.12 montrent l'évolution de l'impulsion gaussienne sur une distance de propagation correspondant à cinq fois la longueur de dispersion d'ordre 3. Nous observons alors clairement une déformation asymétrique de l'impulsion. En effet, contrairement à la dispersion d'ordre 2 où l'impulsion conserve sa forme gaussienne, la dispersion d'ordre 3 engendre une asymétrie de l'impulsion avec l'apparition d'oscillations sur un des fronts de l'impulsion. En remarque également sur la figure 1.12-(a) que, comme dans le cas de la dispersion d'ordre 2, le spectre de l'impulsion reste constant au cours de la propagation, ceci en bon accord avec les prévisions théoriques.

La simulation nous permette d'observer clairement qu'après une distance de propagation de 25 fois la longueur de dispersion d'ordre 3, la série d'impulsions d'une séquence codée utilisant les mêmes impulsions que celles de la figure 1.12, se voit alors relativement déformée. Ce dernier exemple considère des impulsions relativement longues ($F_{WHM} = 10ps$) pour lesquelles la longueur de dispersion d'ordre 3 est grande et vaut environ 200 km. La dispersion chromatique d'ordre 2 prédominera donc dans une fibre standard où $L_D \ll L_{D3}$ et par conséquent, nous pourrons alors négliger la dispersion d'ordre trois [56].

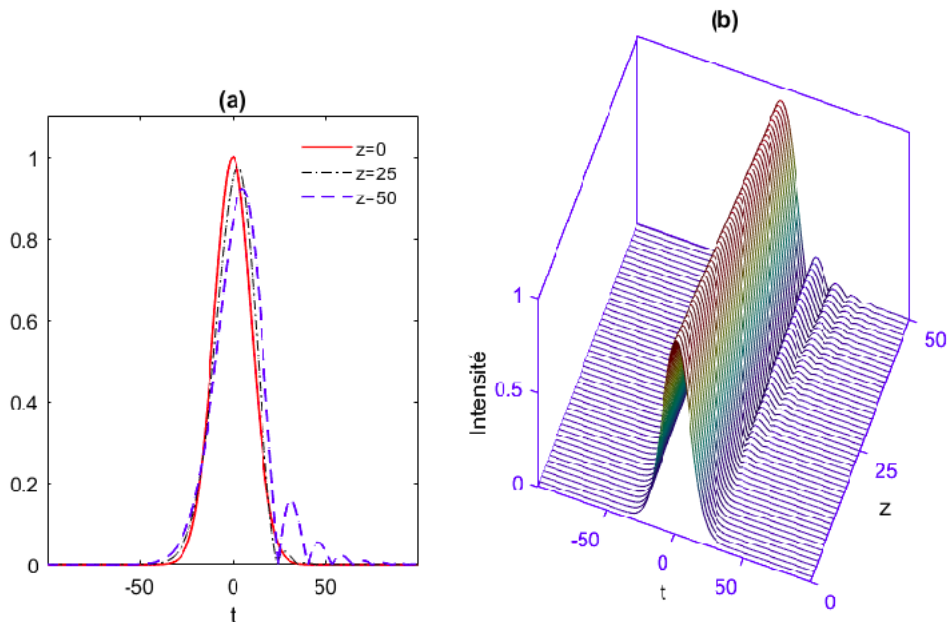


FIGURE 1.12 – (a) Profil d'intensité de l'impulsion gaussienne, initiale ($z=0$) et après $25L_{D3}$ et $50L_{D3}$ de propagation. (b) Évolution du profil d'intensité d'une impulsion gaussienne en présence de l'effet de 3^{me} ordre de la dispersion.

1.8.3 Effets de la SPM

Les effets non linéaires ne modifient pas le profil de puissance $P(t)$: Ils vont se traduire par l'apparition d'un déphasage temporel supplémentaire. Ce phénomène est appelé automodulation de phase. Cette dernière se traduit par l'accumulation d'une phase non linéaire générée au cours de la propagation et qui va engendrer, contrairement à la dispersion, un élargissement du spectre des impulsions [56, 83]. La propagation d'une onde lumineuse de champ $E(z, t)$ dans un milieu non linéaire et non dispersif peut être modélisée par l'équation Schrödinger non linéaire 2,16 dans laquelle β_2 est nul. Dans ces conditions l'équation se réduit à :

$$\frac{\partial E}{\partial z} = i\gamma|E|^2E \quad (1.84)$$

La solution de cette équation prend alors la forme :

$$E(z, t) = E(0, t) \exp(i\gamma|E(0, t)|^2z) \quad (1.85)$$

L'équation (1.84) montre que le profil d'intensité n'est pas modifié par l'auto-modulation de phase au cours de la propagation. Cet effet provoque donc simplement une courbure de phase, exprimée par le déphasage non linéaire $\phi_{NL} = \gamma|E(0, t)|^2z$ dépendant de la puissance et du profil de l'impulsion initiale et qui augmente linéairement avec la distance de propagation. Considérons une impulsion de type gaussienne, la phase non linéaire est rendue maximale au centre de l'impulsion ou $\phi_{NL}^{Max} = \gamma|E(0, 0)|^2$, puissance crête de l'impulsion. Comme la phase non linéaire varie temporellement, la fréquence instantanée varie également le long de l'impulsion et au fur et à mesure de la propagation, des photons sont générés à de nouvelles fréquences inférieures à la fréquence de la porteuse ω_0 sur le front montant de l'impulsion et respectivement supérieures à ω_0 sur le front descendant par le processus non-linéaire [84]. Cela entraîne un élargissement spectral de l'impulsion [84], suivi par l'apparition d'oscillations dans le spectre dû à un phénomène d'interférences. De même que pour la dispersion, l'impulsion acquiert alors un « chirp » ou glissement de fréquence, défini par [56, 83] :

$$\delta\omega(t) = \omega(t) - \omega(0) = -\frac{\partial\phi_{NL}}{\partial t} = -\gamma z \frac{\partial|E(0, 0)|^2}{\partial t} \quad (1.86)$$

Finalement, comme pour les effets de dispersion, nous pouvons définir une longueur caractéristique des effets non linéaires $L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}$ qui représente la longueur de fibre nécessaire à une accumulation de phase non linéaire au centre de l'impulsion. Toutes ces longueurs caractérisant les différents effets rencontrés dans une fibre optique sont très utiles pour définir le régime de propagation modélisant au mieux de notre système. En effet, suivant les paramètres expérimentaux, si $L_{NL} \ll L_D$ nous pouvons considérer que le système est purement dispersif et inversement, le système sera non linéaire.

L'évolution d'une impulsion gaussienne de largeur $F_{WHM}10ps$ et de puissance crête égale à 10W se propageant dans une fibre optique en régime purement non linéaire, est montrée par la simulation dont les paramètres sont répertoriés au tableau (1.5). La figure (1.13) montre l'évolution du spectre de l'impulsion sur une distance de propagation correspondant à dix fois la longueur de non-linéarité. Nous observons clairement un fort élargissement du spectre et l'apparition de nombreuses composantes spectrales sous la forme d'oscillations. De plus, comme la prédiction de la

TABLE 1.5 – Les paramètres de la simulation

$P_0(W)$	$F_{WHM}(ps)$	$\gamma(W^{-1}km^{-1})$	$L_D(km)$	$L_{NL}(km)$	$L(km)$
10	10	3	0	33, 33	$10L_{NL}$

théorie, la figure (1.13) montre que le profil d'intensité n'est pas affecté par l'effet non linéaire (auto-modulation de la phase). et montre, aussi, une accumulation de phase non linéaire de type gaussienne et donc un chirp quasi linéaire au centre de l'impulsion en accord avec les prévisions théoriques [56, 83]. Quoique le profil d'intensité ne se déforme pas au long de la propagation, l'auto-modulation de la phase reste un effet néfaste pour transporter l'information par fibres.

En effet, dans les systèmes de transmission d'informations multiplexés en longueur d'onde

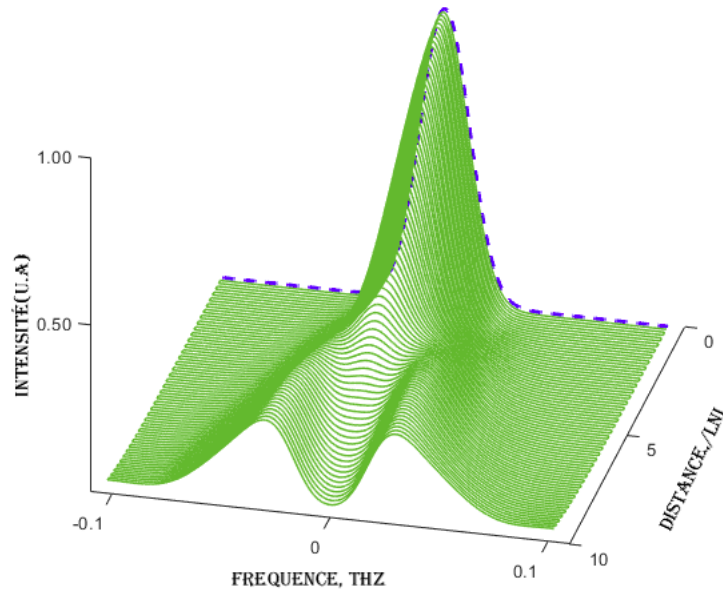


FIGURE 1.13 – Évolution spectrale d'une impulsion gaussienne..

(WDM), où les systèmes utilisent plusieurs longueurs d'onde pour transmettre l'information, la génération de nouvelles fréquences provoque un tel élargissement spectral qu'il peut alors engendrer un débordement du spectre du canal sur ses canaux voisins [56] donnant alors lieu à d'autres effets non linéaires de type Kerr comme le mélange à quatre ondes ou l'effet Raman [56].

1.9 Conclusion

Nous avons brièvement discuté les principes fondamentaux de l'optique non linéaire. Les phénomènes optiques non linéaires sont causés par l'interaction entre la lumière et la matière. En général, tous les supports sont non linéaires. Cependant, la non-linéarité optique est extrêmement faible, et l'observation des effets optiques non linéaires n'est devenue possible qu'après l'invention

des lasers comme sources du rayonnement optique suffisamment cohérent. Les processus optiques non linéaires sont décrits par les équations de Maxwell avec la polarisation non linéaire du milieu. Les équations couplées des ondes électromagnétiques et matérielles en interaction sont généralement résolues en utilisant l'approximation SVEA. En règle générale, les polarisations du deuxième et du troisième ordre sont prises en compte. La polarisation non linéaire et le champ optique dans le milieu sont liés par les susceptibilités non linéaires qui en général peuvent être évaluées par les méthodes de la mécanique quantique. Dans certains cas simples, le modèle classique d'oscillateur anharmonique peut également être utilisé. Nous avons brièvement discuté les phénomènes non linéaires fondamentaux liés aux susceptibilités du deuxième et du troisième ordre. Le premier n'existe que dans les milieux sans symétrie d'inversion, tandis que le second existe dans n'importe quel matériau. Les phénomènes optiques non linéaires généralement liés à la susceptibilité du second ordre sont la génération de fréquence somme, la génération de fréquence différence et SHG. Les phénomènes optiques non linéaires typiques liés à la susceptibilité du troisième ordre sont l'auto focalisation, le SPM, la formation et la propagation de solitons optiques, différents types de la diffusion de la lumière stimulée (SLS) tels que SBS implique les ondes acoustiques. Le SRS implique les excitations du matériau telles que les vibrations moléculaires, et FWM. Nous avons également discuté de certaines particularités des processus optiques non linéaires dans les fibres optiques. Les effets optiques non linéaires sont largement utilisés dans les communications optiques et le traitement optique du signal.

Chapitre 2

Soliton optique en régime picoseconde

Sommaire

2.1	Généralités	40
2.2	Le soliton comme bit d'information	41
2.3	Principe du soliton temporel	41
2.4	Importance des solitons dans les communications	42
2.5	Diversité des solitons spatiaux optiques	43
2.5.1	Les solitons Kerr	44
2.5.2	Propriétés des solitons Kerr	44
2.5.3	Les solitons photorefractifs	46
2.5.4	Les solitons quadratiques	47
2.5.5	Les solitons dans les cristaux liquides	47
2.5.6	Soliton spatio-temporel "Balle de lumière"	48
2.6	Soliton fondamental dans un régime picoseconde	50
2.6.1	Compromis : Dispersion-non-linéarité	50
2.6.2	Impulsion solitonique	52
2.6.3	Débit binaire de soliton	54
2.6.4	Soliton noir	55
2.6.5	Soliton chirpé	58
2.7	Interaction entre solitons et stabilité	60
2.7.1	Interaction entre solitons adjacents	60
2.7.2	Interaction de deux solitons	61
2.7.3	Interprétation physique	64
2.8	Conclusion	66

2.1 Généralités

D'une manière générale, un soliton est une onde qui se propage sans déformation dans un milieu non linéaire. A contrario des lois classiques qui présentent une dispersion de l'énergie, ici l'onde est suffisamment intense pour faire naître un effet non linéaire qui va compenser l'effet normal de dispersion de l'énergie lors de sa propagation.

La première observation d'un soliton remonte à 1844. On la doit à l'ingénieur écossais John Russel [1]. Alors qu'il montait à cheval le long de l'Union Canal, proche d'Édimbourg, il remarqua qu'une barge, en s'arrêtant soudainement, produisit une vague importante qui continua de se propager en amont, sans atténuation de sa forme ni de sa vitesse. Il suivit ainsi cette vague, sur plusieurs kilomètres, qui remontait le courant en semblant ne pas vouloir faiblir. Il remarqua aussi que les vagues de forte amplitude se déplaçaient plus vite que celles d'amplitude faible (phénomène de propagation non linéaire). L'observation de Scott-Russell ne pouvait être expliquée par les théories



FIGURE 2.1 – Recreation of a solitary wave on the Scott Russell Aqueduct on the Union Canal. Photograph courtesy of Heriot-Watt University [85].

en vigueur. Celle d'Airy (1845), pour les ondes de surface en eau peu profonde, impose en effet un changement de profil durant la propagation ; celle de Stokes (1847), applicable en eau profonde, admet des formes d'ondes invariantes, mais périodiques. L'interprétation mathématique de l'onde singulière observée par Scott Russell a été élaborée en 1895 par deux mathématiciens hollandais, Korteweg et De Vries, avec l'équation dite (KdV) [86] qui admet des solitons périodiques et en onde unique. Son caractère non linéaire confère aux solitons hydrodynamiques des propriétés inhabituelles : en particulier, ils ne vérifient pas le principe de superposition (les amplitudes ne

s'ajoutent pas localement). En 1965, Zabusky et Kruskal [87] poussant plus loin les travaux découvriront que deux solitons peuvent entrer en collision et tout de même garder la même enveloppe et leur vitesse propre après séparation [87]. Quand deux solitons se rapprochent, ils se déforment graduellement, devenant un simple paquet d'ondes qui se redivise ensuite, en deux solitons ayant conservé leur forme et leur vitesse. Le terme de soliton était alors né. On s'est rendu compte que ces paquets d'énergie pouvaient subir des forces qui leur donnent des propriétés matérielles, d'où ce nom de soliton. Cette époque marque le mouvement où les scientifiques ont commencé à utiliser les calculateurs pour étudier la propagation non linéaire [88]. Ceci a débouché sur une multitude de travaux ; lorsqu'on a découvert que nombre de phénomènes, que ce soit en physique, en électronique, en chimie ou même en biologie, pouvaient être décrits par la théorie mathématique et physique du soliton. Les solitons hydrodynamiques ne sont donc qu'un exemple parmi bien d'autres : la modélisation des supraconducteurs, le transport d'énergie dans l'ADN utilise le modèle des solitons [89, 90]... Mais, incontestablement, l'optique est le domaine où l'étude des solitons est la plus riche.

2.2 Le soliton comme bit d'information

L'exemple des solitons hydrodynamiques permet une mise en évidence frappante de la réalité des solitons et de leur place pour la compréhension de la propagation des ondes, quand les milieux deviennent non linéaires, généralement du fait de la forte intensité de ces ondes. L'attrait des théories fondamentales liées à ce domaine de recherche peut donc pleinement se justifier pour une meilleure compréhension de la physique non linéaire. Elles prennent cependant, une autre dimension pour une application assez révolutionnaire : l'emploi de signaux lumineux solitons dans les fibres optiques. En effet, les impulsions temporelles, correspondantes aux bits d'information d'une transmission télécom par fibre, ont tendance à s'élargir lors de la propagation à cause de la dispersion naturelle (c.-à-d. toutes les fréquences, ne se propagent pas à la même vitesse) limitant ainsi les débits utilisables. Si ces impulsions sont des solitons, elles sont donc des paquets d'ondes dont l'enveloppe garde une forme constante au cours de la propagation. La capacité de transport d'informations d'un système à solitons est donc beaucoup plus grande. Encore faut-il pouvoir propager de telles ondes dans les fibres optiques.

2.3 Principe du soliton temporel

Cela est rendu possible par l'effet Kerr optique présent dans la silice. Dans un milieu présentant l'effet Kerr optique, l'indice de réfraction du milieu n , c'est-à-dire la vitesse de phase v du milieu (puisque $v = c/n$ avec c est la vitesse de l'onde dans le vide), dépend de l'intensité lumineuse I :

$$n(I) = n_0 \pm n_2 I \quad (2.1)$$

où n_0 est l'indice de réfraction linéaire habituel. Le coefficient n_2 est une constante caractéristique du matériau liée au tenseur de susceptibilité électrique. Suivant le milieu, l'indice peut être augmenté ($+n_2 I$) ou réduit ($-n_2 I$). Dans la silice, cet effet est relativement faible et augmente l'indice (ou réduit la vitesse). Il en résulte donc un effet de modulation de phase par l'intensité lumineuse

du faisceau. Pour la fréquence ω qui se propage, après un parcours de longueur L , le déphasage vaut :

$$\Phi = \Phi_{Lin} + \Delta\Phi_{NL} = (n_0 + n_2 I) \frac{\omega L}{c} \quad (2.2)$$

Cet effet crée un retard de phase qui est maximal au pic (en intensité) de l'impulsion. Cette variation temporelle de la phase à l'intérieur de l'impulsion induit une variation de fréquence instantanée (définie comme l'opposée de la dérivée temporelle de la phase [voir figure(2.2)]. L'avant

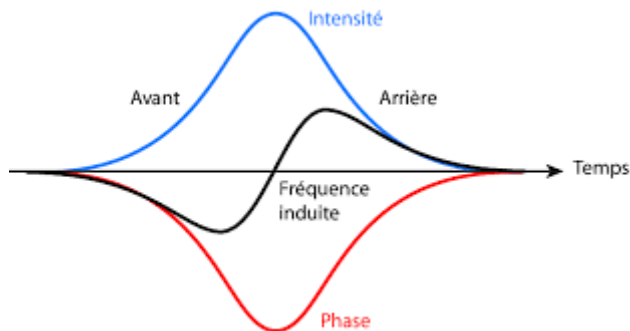


FIGURE 2.2 – Profils d'intensité, de phase et de fréquence induits par la non-linéarité Kerr dans une fibre optique.

de l'impulsion voit donc ses fréquences être réduites alors que les fréquences en fin d'impulsion sont augmentées. A ce stade du raisonnement, l'effet non linéaire seul est donc un effet parasite, d'autant plus gênant que la puissance et les distances de transmission sont grandes. Toutefois, la dispersion chromatique de la silice est anormale aux longueurs d'onde des télécommunications. Ce qui signifie que les courtes longueurs d'onde se propagent plus vite que les longues, élargissant du même coût l'impulsion en sortie de fibre. Cependant, la dispersion peut être compensée par l'auto modulation de phase. En effet, d'une part, à cause de l'effet Kerr les grandes longueurs d'onde se retrouvent à l'avant de l'impulsion, mais elles se propagent plus lentement à cause de la dispersion, tandis que les courtes longueurs d'onde sont reléguées à l'arrière par l'effet Kerr, mais accélérées par la dispersion. Nous voyons donc que la dispersion chromatique et l'effet Kerr sont deux effets antagonistes qui, si l'intensité de l'impulsion (ainsi que sa forme) est ajustée de manière à compenser exactement l'élargissement naturel, permettront une propagation de l'impulsion de type soliton.

2.4 Importance des solitons dans les communications

Dans une fibre optique, l'information est transportée par des ondes lumineuses qui s'élargissent naturellement au cours de la propagation et sont sensibles aux imperfections de la fibre. Plus robustes que des impulsions classiques, les solitons se propagent idéalement sans se disperser ni changer de fréquence. Leur mise en œuvre dans les communications optimise l'utilisation des fibres optiques puisqu'ils permettent de véhiculer une quantité d'information beaucoup plus grande, sur de très longues distances, et en réduisant les imperfections lors de la transmission. Ces solitons optiques ont été prédits en 1973 par Hasegawa et Tappert [7], puis observés expérimentalement en 1980 par Mollenauer et ses collaborateurs [91]. rapidement les potentialités des solitons temporels pour les télécommunications ont été testées avec succès [92]. Cependant, la propagation des solitons dans les fibres a montré l'importance de termes jusqu'alors négligés ou mal connus,

qu'il a fallu prendre en compte dans des modèles plus complets. Une nouvelle technique permettant de combattre la dispersion dans les fibres est alors apparue dans les années 90. Elle consiste à faire propager des ondes dans une fibre qui possède deux coefficients de dispersion différents [93]. Dans un premier tronçon, le coefficient de dispersion est négatif, puis dans un second tronçon il est positif. Dans la première partie, l'onde se disperse puis elle se reforme dans la seconde partie. Il ne s'agit donc plus véritablement d'un soliton, puisque l'impulsion de départ ne retrouve sa forme initiale que de manière périodique, mais on utilise tout de même le terme de soliton à gestion de la dispersion, malgré l'absence de non-linéarité. La recherche s'est orientée dans cette voie pour développer l'utilisation des solitons dans les réseaux à fibres [3, 94]. Les résultats sont très encourageants puisque des systèmes commerciaux utilisant ce type de solitons permettent d'atteindre des débits de l'ordre du téra-bit par seconde sur une distance de plusieurs milliers de kilomètres, résultats à comparer avec les quelques gigabits par seconde des systèmes classiques actuels. Parallèlement à ces développements sur les solitons temporels, les capacités des transmissions linéaires à fibres se sont très nettement améliorées. La méthode actuelle la plus largement employée pour profiter des capacités de la fibre optique (limitée par la dispersion en régime linéaire), est donc d'augmenter le transfert d'informations sur un même canal par multiplexage. Il consiste à utiliser N signaux au débit d'équivalents en termes de capacité à un signal au débit $N \cdot D$. Pour conserver l'intégrité de chaque signal sur le canal, le multiplexage introduit entre les signaux une séparation temporelle ou fréquentielle. Ces méthodes linéaires font que les systèmes utilisant les solitons, bien que fonctionnels, ne sont pas encore utilisés dans la pratique. Leur intérêt reste pourtant d'actualité aux vues de la demande toujours grandissante en matière de communications, notamment par le biais d'internet. Il existe, aujourd'hui, au moins un exemple d'utilisation commerciale des solitons : en 2003, la société Marconi a installé un système toute-optique (c'est-à-dire sans régénération électrique du signal), utilisant des solitons, reliant Perth sur la côte ouest-australienne, à Adélaïde sur la côte est, soit une connexion de 2900 km [95]. De plus, le concept du soliton relié à d'autres phénomènes a permis des avancées importantes utiles par exemple pour le blocage de modes par effet Kerr dans les lasers femtosecondes [96].

2.5 Diversité des solitons spatiaux optiques

Malgré leur potentiel réel pour les applications, la recherche sur les solitons spatiaux est restée beaucoup plus fondamentale que celles des solitons temporels. Dans le domaine temporel, les fibres optiques en silice sont le principal milieu étudié, alors que dans le domaine spatial, l'auto focalisation peut être réalisée dans de nombreux matériaux non linéaires. Cela se traduit par une diversité de phénomènes physiques mis en jeu et donc par une richesse des phénomènes observés potentiellement applicables. Avant de concevoir des systèmes commerciaux utilisant les solitons spatiaux, il est évident qu'une meilleure compréhension des mécanismes mis en jeu dans les propagations solitons est indispensable, d'où des recherches, d'une manière générale, plus fondamentales. La propagation des solitons peut survenir dans de multiples domaines de la physique. La recherche sur les solitons optiques, facile à mettre en œuvre, est donc d'autant plus précieuse qu'elle permet d'extrapoler les résultats obtenus à une meilleure compréhension de la physique non linéaire.

TABLE 2.1 – Caractéristiques typiques des non-linéarités Kerr selon leur origine, d’après [102]

Mécanisme physique	$n_2(cm^2/W)$	$\tau(s)$,
Polarisation électronique	10^{-16}	10^{-15}
Orientation moléculaire	10^{-14}	10^{-12}
Électrostriction	10^{-14}	10^{-9}
Saturation d’une transition atomique	10^{-10}	10^{-8}
Effets thermiques	10^{-6}	10^{-3}

Le premier exemple de soliton spatial correspond, en 1964, à la découverte du phénomène d’auto-focalisation [97, 98] d’un faisceau d’une onde continue. Cet effet n’a pas été immédiatement relié au concept des solitons à cause de sa nature instable. Et il a fallu attendre les années 80, pour qu’un soliton spatial stable puisse être clairement démontré [99, 100].

2.5.1 Les solitons Kerr

L’effet Kerr provient des interactions du champ électrique avec les électrons du matériau. Sous l’action d’un champ optique intense, l’indice de réfraction d’un milieu transparent devient dépendant de l’intensité du champ. Dans une fibre optique, il est souvent considéré comme un phénomène instantané provenant de la déformation, par le champ optique, de la répartition de charge électronique des molécules de silice. L’origine de l’effet Kerr optique est microscopique et réside dans une anisotropie induite de la polarisabilité du milieu, dont de nombreux phénomènes physiques peuvent être à l’origine. Le tableau (2.1) montre certaines valeurs de n_2 et le temps de réponse t du processus non linéaire (c’est-à-dire la durée caractéristique d’interactions laser-matériau nécessaire à l’instauration de la réponse non linéaire du milieu) [101].

2.5.2 Propriétés des solitons Kerr

Les solitons Kerr ont été les premiers types de solitons optiques spatiaux étudiés. Dès 1964, Chiao, Garmire et Townes ont suggéré que l’autofocalisation pouvait permettre « l’auto guidage » (self focusing) de la lumière [97]. Cependant, une étude plus détaillée a rapidement montré que cette autofocalisation était instable en pratique et conduisait à une dislocation du faisceau [103]. De plus, à la même époque, différents auteurs [104, 105, 106], ont montré qu’un faisceau intense et étendu se propageant dans un milieu Kerr était sensible à de faibles perturbations d’amplitude et/ou de phase, et allait se disloquer conduisant à une filamentation. Il a fallu attendre le fameux article de Zakharov et Shabat [9], pour que NLSE soit enfin résolue de manière analytique, et qu’il soit montré que des solitons peuvent effectivement se propager dans des milieux non linéaires de type Kerr à condition, que le milieu soit unidimensionnel transverse, faute de quoi la propagation est instable. Les efforts des expérimentateurs se sont alors tournés vers la mise en évidence de cette propagation soliton dans des milieux $(1 + 1)D$, que ce soit dans le domaine temporel [8] ou dans le domaine spatial [99]. Pour les solitons temporels, il aura fallu attendre le développement

de sources laser intenses et des fibres optiques relativement transparentes. Dans le cas des solitons spatiaux, c'est l'ingéniosité de l'équipe de Limoges pour rendre le milieu unidimensionnel qui a permis de stabiliser la propagation soliton. Leur dispositif utilisait le liquide CS_2 comme milieu non linéaire, et évitait le phénomène de filamentation grâce à un système de franges d'interférences dans une des dimensions transverses. Le milieu n'était donc pas rigoureusement $(1+1)D$. La réalisation d'un guide plan de CS_2 , leur permit de renouveler l'expérience dans un milieu cette fois-ci rigoureusement $(1+1)D$ [107]. Ensuite, en quelques années, le soliton Kerr spatial fut démontré dans des guides plans en verre [108], puis en semi-conducteur $AlGaAs$ [109] et enfin en polymère [110].

Autant la propagation d'une onde dans un milieu Kerr idéal est intrinsèquement instable en $2D$, autant la propagation soliton en $1D$, solution de NLSE, est robuste. Cette robustesse et les formidables propriétés qui en découlent ont motivé les efforts fournis pour observer ces solitons (temporels ou spatiaux). Une des propriétés fondamentales des solitons Kerr est leurs comportements similaires à ceux des particules matérielles [111], notamment lors de la collision de deux solitons [112]. Une collision entre deux solitons fondamentaux est élastique, ce qui signifie que les solitons retrouveront leur forme, leur énergie, et continueront de se propager après la collision. Une autre manifestation de la robustesse des solitons est qu'ils n'interagissent pas avec les ondes linéaires (c'est-à-dire dispersives ou radiatives). C'est pourquoi un profil initialement gaussien et suffisamment intense va tendre vers un profil de sécante hyperbolique et ne plus évoluer. Ou bien encore, un profil initialement bruité (ou perturbé par la suite par les in-homogénéités du milieu) va se nettoyer et évacuer ces perturbations de son enveloppe lors de la propagation. Ce sont ces deux propriétés qui font que le soliton est plus un mode propre de NLSE, qu'une simple solution parmi d'autres [101]. D'une telle discussion, nous tirons une très importante remarque. Par définition, un soliton préserve son énergie, sa quantité de mouvement et son profil, non seulement pendant la diffusion, mais aussi pendant l'interaction avec un autre soliton [111]. Comme c'est le cas, pour les solitons Kerr [113]. Un soliton n'existe par ailleurs que pour des problèmes intégrables. Les autres types de solitons optiques, quant à eux, ne sont pas solutions du système intégrables, et ne sont donc pas, au sens mathématique le plus strict, des solitons ! Ils conservent bien leur profil invariant au cours de la propagation, mais ne possédant pas les mêmes critères de stabilité (ou d'instabilité) [114], ils ne sont que des ondes solitaires. Les collisions pourront par exemple être inélastiques et une fusion de solitons pourra survenir. Nous continuerons cependant d'appeler ces ondes solitaires des solitons, comme c'est généralement le cas en optique, tout en gardant à l'esprit que le seul vrai soliton optique est le soliton Kerr.

Au début, la recherche sur les solitons spatiaux s'est donc focalisée, dans les milieux Kerr unidimensionnels [115]. Ils ont permis de démontrer expérimentalement, les principales propriétés des solitons (interactions entre deux solitons [112, 116], guidage d'un faisceau de faible intensité [117], adressage [118], solitons vectoriels [119, 120]) en faisant faire de grands progrès à la physique non linéaire en général. Ils restent encore aujourd'hui largement étudiés. Et même en se limitant à la configuration $(1+1)D$ de nouvelles voies sont explorées : par exemple dans les milieux structurés pour l'étude des solitons discrets [121, 122] ou dans les amplificateurs optiques à semi-conducteurs (on parle alors de solitons dissipatifs) [123]. L'intérêt de ces derniers est de faire baisser les puissances requises. Car pour l'instant, l'un des facteurs limitant l'utilisation des solitons Kerr pour les applications envisagées est la puissance requise, qui reste de l'ordre de quelques

centaines de watts.

2.5.3 Les solitons photorefractifs

L'effet photoréfractif, ou photoréfractivité, consiste en une modification locale de l'indice d'un milieu par l'onde lumineuse incidente qui l'éclaire. En conséquence, le faisceau lumineux modifie lui-même les conditions de sa propagation. Cette propriété d'action de la lumière sur elle-même peut être utilisée pour réaliser des fonctions optiques telles que les miroirs à conjugaisons de phase (qui renvoient la lumière dans la direction d'où elle est venue). Cependant, dans ce cas, ce sont les variations spatiales de l'impulsion qui induisent cette modification d'indice. Plusieurs processus se combinent pour donner l'effet photoréfractif : l'éclairement induit une photo-excitation de charges dans le matériau, les porteurs de charge arrivent dans les zones moins éclairées du matériau où ils sont piégés, engendrent un champ de charge d'espace qui à son tour produit une modulation de l'indice de réfraction par effet Pockels (modification linéaire de l'indice de réfraction en fonction du champ électrique local). L'origine de ces pièges ainsi que des centres donneurs n'est pas toujours bien déterminée. La distribution non uniforme de charge qui résulte de la migration des porteurs crée un champ électrique, appelé le champ de charge d'espace, qui induit une modification de l'indice de réfraction du milieu par effet électro-optique linéaire, aussi appelé effet Pockels. Un cristal n'est donc photoréfractif que sous la double condition d'être photoconducteur et de posséder un effet électro-optique. Il doit de surcroît, contenir des centres photo-excitable et des centres pièges. L'effet photoréfractif fut observé pour la première fois en 1966 par Ashkin, des laboratoires Bell lors d'une expérience sur le doublage de fréquence dans les cristaux de Niobate de Lithium [124]. L'effet photoréfractif est le résultat de trois phénomènes distincts :

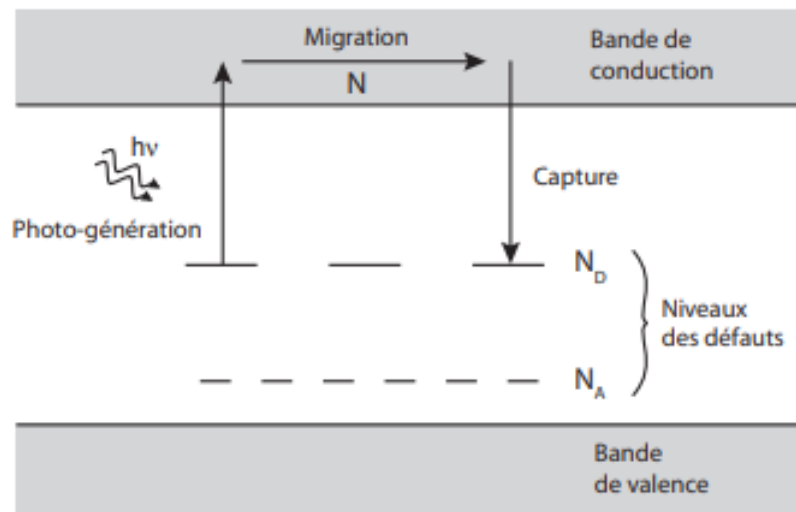


FIGURE 2.3 – Diagramme de bande montrant les processus de transition et de transport des charges lors de l'effet photo-réfractif. Modèle à un seul niveau de donneurs (N_D) et un seul type de porteurs (N). [101]

1. la génération de charges libres électrons et/ou trous par effet photoélectrique sous un éclairage extérieur. Les charges sont issues de centres donneurs qui se trouvent dans le matériau. En général, ces centres donneurs sont dus aux dopants qui introduisent des niveaux dans la bande interdite du matériau, mais ils peuvent aussi être liés à des impuretés ou défauts introduits au cours

de la croissance du cristal.

2. le déplacement des charges, qui laissent derrière elles des ions chargés électriquement.

3. le piégeage des charges à l'extérieur de la zone éclairée. Une charge peut être piégée et réexcitée plusieurs fois avant de quitter la zone éclairée [125].

Les premières tentatives d'exploitation se sont orientées vers le stockage de l'information, puis son traitement en temps réel grâce à la réversibilité de cet effet. Ce ne fut qu'en 1992 que Segev démontra que cet effet pouvait aussi servir à focaliser un faisceau optique, rendant possible la génération de solitons spatiaux [126]. La démonstration expérimentale fut faite dès l'année suivante [127].

2.5.4 Les solitons quadratiques

Bien que leur existence théorique ait été établie en 1976 [128], les solitons quadratiques (ou paramétriques) n'ont été démontrés expérimentalement que récemment [129]. Les solitons paramétriques ont été prédits au cours des années 70 par Karam-zin et Sukhorukov [130], 20 ans plus tard, Kivshar et son équipe ont démontré leur existence [131].

La physique des solitons quadratiques repose sur une non-linéarité d'ordre deux, elle est généralement basée sur la génération de second harmonique. L'auto piégeage donnant lieu à un soliton est dû à un déphasage non linéaire induit par un échange mutuel d'énergie entre les champs fondamental et harmonique [128]. Le processus de leur formation ne fait pas intervenir une modification de l'indice de réfraction. Ils sont la conséquence du couplage entre deux ou plusieurs faisceaux ayant des fréquences différentes, en utilisant une non-linéarité d'ordre deux, de ce fait, on ne peut les retrouver que dans les milieux non centrosymétriques [132]. Les solitons quadratiques sont ainsi radicalement différents des deux autres types puisque l'auto focalisation ne repose plus sur une modification de l'indice de réfraction (toutefois, la possibilité de guider un faible faisceau signal a été montré récemment [133]). Ils sont notamment étudiés pour des opérations d'adressage tous optiques, de par leurs propriétés de stabilité 2D rendant possibles des interactions en milieu massif [134]. Leur principal inconvénient réside dans l'obligation d'utiliser de fortes intensités optiques (Supérieures au GW/cm^2) et la nécessiter à l'accord ou au quasi-accord de phase associé à un doublage de fréquence très efficace.

2.5.5 Les solitons dans les cristaux liquides

Les cristaux liquides, largement employés dans notre vie quotidienne, possèdent de fortes propriétés non linéaires et peuvent aussi permettre la propagation de solitons spatiaux [121, 135]. Les effets non linéaires dans les cristaux liquides sont principalement des effets thermiques ou une réorientation moléculaire. La non-linéarité cubique, de type Kerr-like, entraînant la réorientation angulaire des molécules, est responsable de nombreux attraits propres aux cristaux liquides. D'une part, la modification d'indice induite peut atteindre de larges valeurs ($\Delta n \sim 0.1$) et ce à de faibles puissances (quelques mW), mais elle peut, d'autre part, être modifiée par l'application d'un champ externe électrique ou optique. L'effet non linéaire dépend de la polarisation (les matériaux étant fortement anisotropiques du fait de la forme allongée des molécules), mais relativement peu de la longueur d'onde employée. La propagation de solitons spatiaux dans les cristaux liquides

s'effectue généralement en configuration planaire, car il est difficile de réorienter les molécules sur de grandes distances transverses. Cependant la non-linéarité étant non locale et saturante, il est toutefois possible de propager des solitons 2D. Plusieurs expériences explorent les possibilités d'utiliser ces solitons pour des applications de traitement de l'information, par exemple pour l'adressage [136] ou la réalisation de portes logiques [137].

2.5.6 Soliton spatio-temporel "Balle de lumière"

Il s'agit de piéger le faisceau dans les deux dimensions transverses à la fois spatiale et temporelle (configuration (3+1) D) (figure 2.4) pour empêcher simultanément la diffraction et la dispersion de survenir. En 1990, Silberberg a suggéré qu'une compression spatiotemporelle dans un milieu Kerr serait instable, puisque la propagation serait (2+1) D [138]. Toutefois en incluant des termes comme l'absorption multiphotonique ou la diffusion Raman stimulée, la propagation peut être stabilisée. Une auto focalisation spatiotemporelle a pu être démontrée dans un milieu Kerr en configuration planaire [139], cependant, stabiliser la propagation (3+1)D dans un milieu Kerr, reste peu envisageable. D'autres milieux sont envisagés, notamment les milieux quadratiques qui peuvent eux aussi propager des solitons temporels [140]. La première mise en évidence d'un soliton spatiotemporel dans un milieu quadratique fut faite par Liu et al, là encore en configuration planaire [141, 142]. Dans ces expériences, la nécessité d'avoir des fronts d'onde inclinés en entrée de cristal pour l'accord de phase rend la propagation moins stable et empêche toute propagation (3+1)D. De nouvelles investigations théoriques sont effectuées et les balles de lumière n'ont pas encore été obtenues à ce jour [143, 144, 145].

Dans des conditions spéciales où la non-linéarité peut à la fois compenser les effets de la diffraction et la dispersion de la vitesse du groupe les balles de lumière peuvent être réalisées. Dans ce cas, la diffraction et la dispersion sont compensées simultanément par l'auto focalisation, tandis que la dispersion (vitesse de groupe) est compensée simultanément par une modulation de phase. L'intérêt de ces structures réside dans leurs échelles de temps ultrarapides (impulsions courtes) et dans leurs très petites dimensions [146].

- Une impulsion de durée ΔT a toujours une largeur spectrale finie, qui vérifie la relation suivante $\Delta\nu\Delta T = 1$, réciproque à sa durée. Si l'impulsion est limitée par la transformée de Fourier alors $\Delta\nu\Delta T = 1$.
- La vitesse de propagation des composantes spectrales de l'impulsion dépend de leur fréquence propre :

$$\beta_2 = \partial\beta_1/\partial\omega \quad \text{et} \quad \beta_1 = 1/v_g \quad (2.3)$$

$$\text{Si } \beta_2 < 0 \quad \text{alors } v_g \quad \text{croit avec la fréquence et } v_{\text{bleu}} > v_{\text{roug}} \quad (2.4)$$

$$\text{Si } \beta_2 > 0 \quad \text{alors } v_g \quad \text{decroit avec la fréquence et } v_{\text{bleu}} < v_{\text{roug}} \quad (2.5)$$

Ainsi, le décalage fréquentiel des différentes composantes spectrales de l'impulsion sous l'effet de la dispersion dépend du signe de celle-ci comme le montre la figure 2.5. L'auto-modulation de phase (SPM) a pour effet de décaler les composantes de basses fréquences

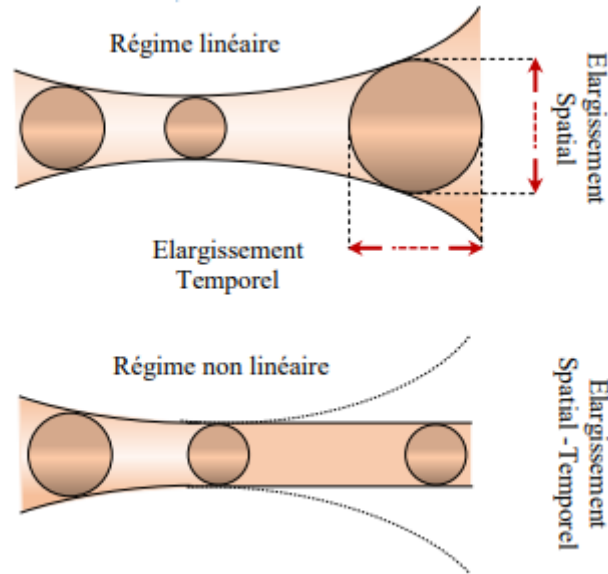


FIGURE 2.4 – illustrations du concept de balle de lumière en régime linéaire et non linéaire [147]

vers le front de l'impulsion et les hautes fréquences vers la queue de l'impulsion. Sur la Figure 2.6, nous avons représenté une impulsion subissant un décalage fréquentiel linéaire afin de simplifier la visualisation du phénomène l'automodulation de phase a donc pour effet d'élargir le spectre, en créant de nouvelles fréquences, sans déformer l'impulsion.

- À partir des Figures 2.5. b. et 2.6, il est aisé de se représenter la possibilité d'une solution stable de l'équation de propagation, en régime de dispersion anormal, régime dans lequel les effets de la dispersion et les effets non linéaires (d'automodulation de phase) se compensent pour former un soliton.

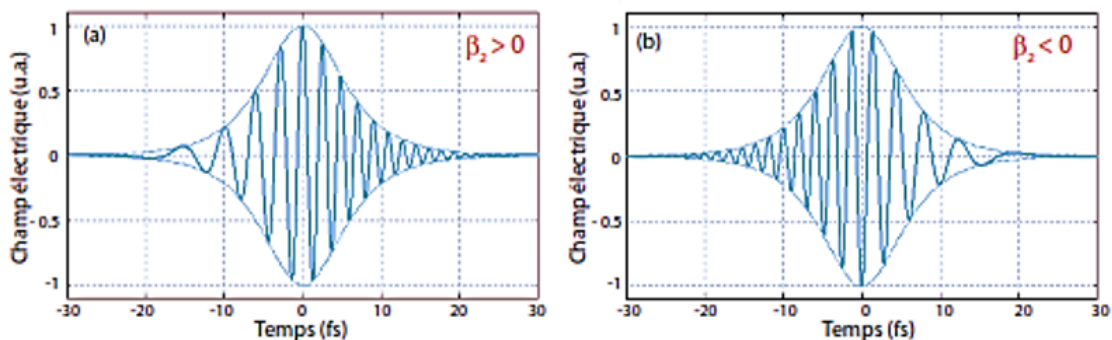


FIGURE 2.5 – impulsion chirpée au cours de sa propagation dans la fibre (a) Chirp induit par une dispersion négative (b) Chirp induit par une dispersion positive [37].

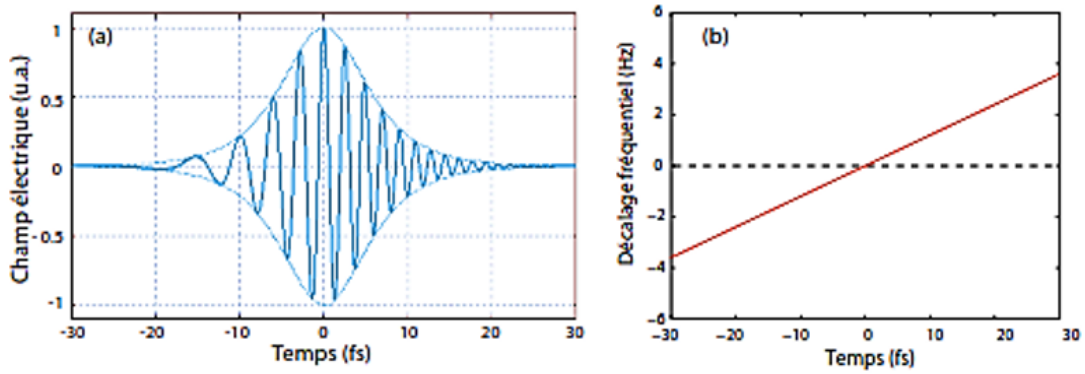


FIGURE 2.6 – (a) illustration d'une impulsion chirpée au cours de sa propagation dans la fibre sous l'influence de l'automodulation de phase (b) Décalage fréquentielle subie par l'impulsion à la fin de sa propagation dans la fibre [37]

2.6 Soliton fondamental dans un régime picoseconde

2.6.1 Compromis : Dispersion-non-linéarité

La dispersion est non seulement un fait expérimental, mais également une conséquence de principes physiques généraux, les théoriciens ont proposé une solution susceptible de résoudre le problème. Les effets dus à la dispersion chromatique et à l'automodulation de phase (effet Kerr) se compensent. Cet équilibre garantit ainsi l'invariance des caractéristiques de l'impulsion le long de la fibre supposée sans pertes, quelle qu'en soit la longueur. L'idée fondamentale est donc d'utiliser les effets non linéaires pour stabiliser la propagation alors qu'on cherche à les minimiser en transmission conventionnelle. Ce nouveau concept est les « solitons ». Ce sont des excitations non linéaires localisées en espace-temps, et qui se propagent dans les systèmes physiques en conservant presque indéfiniment leur forme initiale moyennant une rigoureuse compensation entre deux caractéristiques antagonistes et inévitables : la non-linéarité et la dispersion.

Cassure d'impulsions (Wave-Breaking)

Il est suggérée que l'effet de SPM devrait dominer ceux de GVD pour les valeurs de $N \gg 1$, au moins pendant les étapes initiales de l'évolution des impulsions. En fait, en introduisant une nouvelle variable de distance comme $Z = N^2\xi = z/L_{NL}$, l'équation de Schrödinger non linéaire (NLSE) écrite sous une forme normalisée, peut s'écrire comme suit :

$$i\frac{\partial U}{\partial Z} - \frac{d}{2}\frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} + |U|^2U = 0 \quad (2.6)$$

où les pertes de fibres sont négligées et $d = \beta_2/(\gamma P_0 T_0^2)$ est un petit paramètre. En remplaçant la solution

$$U(Z, \tau) = \sqrt{\rho(Z, \tau)} \exp\left(i \int_0^\tau v(Z, \tau') d\tau'\right) \quad (2.7)$$

dans l'équation (2.6), le problème de propagation des impulsions se ramène approximativement à un problème de dynamique des fluides dans lequel les variables ρ et v jouent respectivement le rôle de densité et de vitesse d'un fluide [148]. Dans le cas d'optique, ces variables représentent les profils de puissance et de chirp de l'impulsion. Pour une impulsion de forme carrée, le problème de propagation d'impulsion devient identique à celui lié à la «cassure d'un barrage» et peut être résolu de manière analytique. Cette solution est utile pour les systèmes d'ondes lumineuses utilisant le format NRZ et fournit une visibilité physique considérable [149, 150].

La solution approchée, bien qu'utile, ne tient pas compte le phénomène appelé cassure d'impulsions [151, 152]. Il s'avère que le GVD ne peut pas être traité comme une petite perturbation même lorsque N est grand. La raison est qu'une grande quantité de chirps de fréquence induite par SPM est imposée à l'impulsion, même des effets dispersifs faibles conduisent à une mise en forme d'impulsion significative. Dans le cas d'une dispersion normale ($\beta_2 > 0$), l'impulsion devient presque rectangulaire avec des bords d'attaque et de fuite relativement nets et s'accompagne d'un bip linéaire sur toute sa largeur [66]. C'est ce chirp linéaire qui peut être utilisé pour compresser l'impulsion en la faisant passer à travers une ligne à retard dispersive.

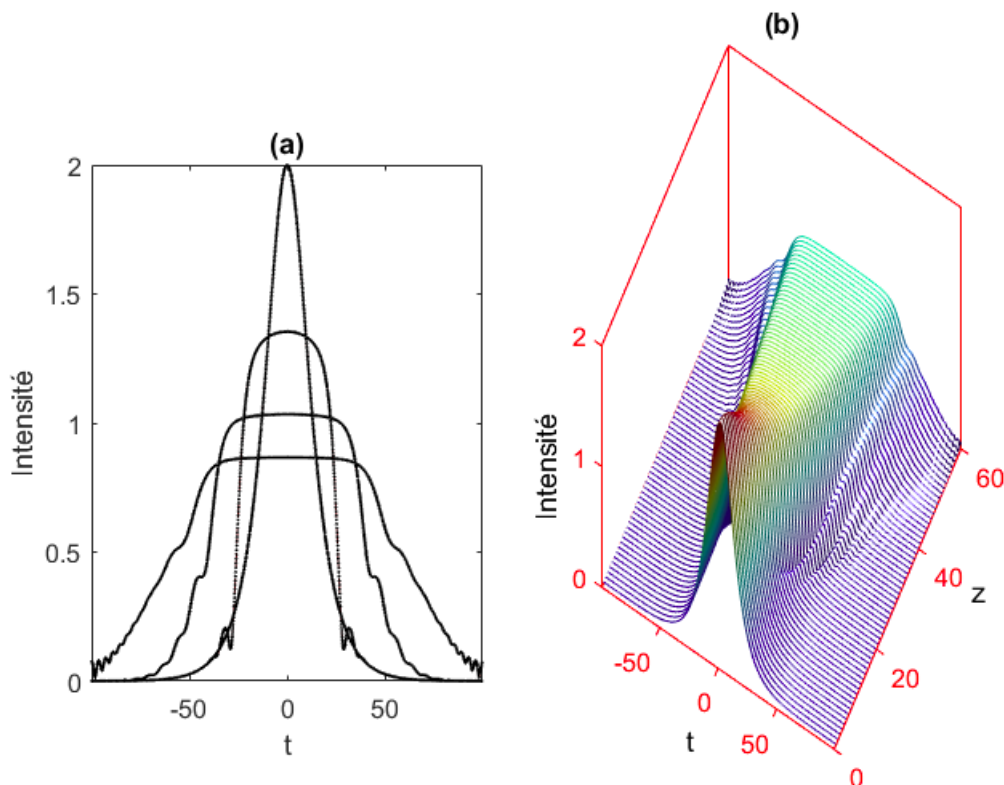


FIGURE 2.7 – Évolution d'une impulsion gaussienne initialement non échelonnée pour $N = 30$ à $z = L_D = 0, 1$ dans le régime de dispersion normale d'une fibre optique.

La mise en forme d'impulsion induite par GVD a un autre effet sur l'évolution des impulsions. Cela augmente l'importance de GVD parce que la deuxième dérivée de l'équation de Schrödinger non linéaire (NLSE) écrite sous une forme normalisée devient grande près des fronts d'impulsion.

En conséquence, l'impulsion développe une structure fine près de ses bords. La figure 2.7 montre l'évolution des impulsions pour $N = 30$ dans le cas d'une impulsion gaussienne initialement non échelonnée. La structure oscillatoire près des fronts d'impulsion est déjà présente à $z = L_D = 0,06$. Une nouvelle augmentation de z conduit à un élargissement des queues d'impulsion. La figure 2.7 montre l'évolution spatio-temporelle d'une impulsion gaussienne initialement chirpée pour $N=30$ dans un régime normal. La caractéristique remarquable est que les oscillations rapides près des fronts d'impulsion sont toujours accompagnées par les lobes secondaires dans le spectre. La partie centrale multi de pointe du spectre est également considérablement modifiée par GVD. En particulier, les minima ne sont pas aussi profonds que prévu du SPM seul.

L'origine physique des oscillations temporelles près des fronts d'impulsion est liée à la cassure d'impulsions (Wave-breaking) [152]. Le GVD et le SPM imposent tous les deux un chirp de fréquence à l'impulsion lorsqu'elle se déplace le long de la fibre. Cependant, bien que le chirp induit par GVD soit linéaire avec le temps, le chirp induit par SPM est loin d'être linéaire sur toute l'impulsion. En raison de la nature non linéaire du chirp composé, différentes parties de l'impulsion se propagent à des vitesses différentes [153]. En particulier, dans le cas d'un GVD normal ($\beta_2 > 0$), la lumière décalée vers le rouge près du front d'attaque se déplace plus rapidement et dépasse la lumière non décalée dans la queue avant de l'impulsion. Le contraire se produit pour la lumière décalée vers le bleu près du bord de fuite. Dans les deux cas, les régions avant et arrières de l'impulsion contiennent de la lumière à deux fréquences différentes qui interfèrent. Les oscillations près des fronts d'impulsion de la figure 2.7 sont le résultat de telles interférences.

Le phénomène Breaking wave peut également être compris comme un processus de mélange à quatre ondes. Le mélange non linéaire de deux fréquences différentes ω_1 et ω_2 dans les queues d'impulsion crée de nouvelles fréquences à $2\omega_1 - \omega_2$ et $2\omega_2 - \omega_1$. Les lobes latéraux spectraux dans la figure.2.7 Représentent ces nouvelles composantes de fréquence. Les oscillations temporelles près des fronts d'impulsion et les lobes latéraux spectraux sont des manifestations du même phénomène. Il est intéressant de noter que la cassure d'onde optique ne se produit pas dans le cas d'un GVD anormal. La raison en est que la partie décalée vers le rouge de l'impulsion ne peut pas prendre le relais de la queue avant rapide. Au lieu de cela, l'énergie dans la queue d'impulsion se répand et l'impulsion acquiert un piédestal [153].

Les résultats présentés sur la figure. 2.7 Sont obtenus pour une impulsion non chirpée ($C = 0$). Les impulsions émises par des sources laser pratiques sont souvent gazouillées et peuvent suivre un modèle d'évolution assez différent en fonction du signe et de l'amplitude du paramètre de gazouillis C [154].

2.6.2 Impulsion solitonique

Soliton brillant

Deux formats de modulation distincts peuvent être utilisés pour générer un flux binaire numérique. Le format NRZ est couramment utilisé, car la bande passante du signal est plus petite d'environ (50 %) par rapport à celle du format RZ. Cependant, lorsque les solitons sont utilisés comme bits d'information le format NRZ ne peut pas être utilisé. La raison est facilement comprise en notant que la largeur d'impulsion doit être une petite fraction de l'intervalle de bits pour garantir que les solitons adjacents sont bien séparés. Mathématiquement, la solution soliton de

l'équation ayant la forme :

$$u(\xi, \tau) = \text{sech}(\tau) \exp(i\xi/2) \quad (2.8)$$

n'est valable que lorsqu'elle occupe la totalité de la fenêtre temporelle ($-\infty < \tau < \infty$). Il ne reste approximativement valable pour un train de solitons que lorsque les solitons individuels sont bien isolés. Cette exigence peut être utilisée pour relier la largeur de solitons τ_0 au débit binaire B comme :

$$B = \frac{1}{T_B} = \frac{1}{2q_0 T_0} \quad (2.9)$$

où T_B est la durée de l'intervalle de bits et $2q_0 = T_B/T_0$ la séparation entre les solitons voisins en unités normalisées. La figure 2.8 montre un flux binaire soliton au format RZ. En règle générale, l'espacement entre les solitons dépasse quatre fois leur pleine largeur à la moitié maximum (FWHM). Les caractéristiques de l'impulsion d'entrée nécessaire pour exciter le soliton fondamen-

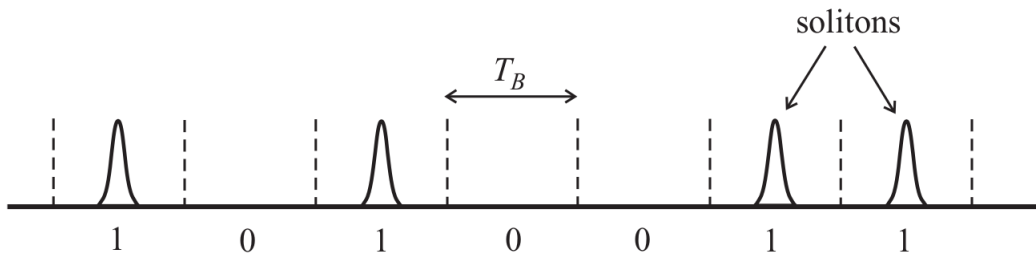


FIGURE 2.8 – Flux binaire Soliton au format RZ. Chaque soliton occupe une petite fraction de la tranche de bits de sorte que le soliton voisin est très éloigné.

tal peuvent être obtenues en réglant $\xi = 0$ dans l'équation (2.8). En unités physiques, la puissance aux bornes de l'impulsion varie comme suit :

$$P(t) = |A(0, t)|^2 = P_0 \text{sech}^2(t/T_0) \quad (2.10)$$

La puissance crête P_0 requise est obtenue à partir de l'équation (2.7) en fixant $N = 1$ et est lié à la largeur T_0 et aux paramètres de fibre comme :

$$P_0 = |\beta_2|/\gamma T_0^2 \quad (2.11)$$

Le paramètre de largeur T_0 est lié à la FWHM du soliton comme

$$T_s = 2T_0 \ln(1 + \sqrt{2}) \approx 1.763T_0 \quad (2.12)$$

L'énergie d'impulsion pour le soliton fondamental est obtenue en utilisant

$$E_s = \int_{-\infty}^{\infty} P(t) dt = 2P_0 T_0 \quad (2.13)$$

L'utilisation de soliton pour transporter les informations à travers une fibre optique a été proposée en 1973 par Hasegawa et Tappert [7]. Ce type d'impulsion est attrayante par sa robustesse durant sa propagation. Le soliton fondamental d'ordre 1 ($N = 1$) est issu d'un parfait équilibre entre la non-linéarité liée à l'effet Kerr et la dispersion d'ordre 2 au sein de la fibre [7]. Grâce à l'annulation effective des effets dispersifs et non linéaires, l'impulsion solitonique peut se propager, en

l'absence de pertes, sans déformation au sein de la fibre [56, 155, 156]. Cette impulsion est donnée sous la forme d'une sécante hyperbolique [56, 155, 156] :

$$A(z, t) = N\sqrt{p_0} \operatorname{sech}\left(\frac{t}{T_0}\right) \exp\left[\frac{ip_0z}{2\gamma}\right] \quad (2.14)$$

ou P_0 est la puissance crête initiale, N est l'ordre soliton donné par l'équation (2.15) et t_0 représente la largeur à $1/e$ de l'impulsion reliée à sa largeur à mi-hauteur par l'équation (2.16) :

$$N = \sqrt{\frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta|^2}} \quad (2.15)$$

$$FWHM = 2 \ln(1 + \sqrt{2})T_0 \cong 1.763T_0 \quad (2.16)$$

La notion de soliton d'ordre supérieur est donnée lorsque N est supérieur à 1, celui-ci ne va plus se propager identiquement à lui-même quel que soit la distance, mais aura un comportement périodique associée à une longueur caractéristique. Cette longueur caractéristique z_0 nommée période du soliton, [56] à laquelle l'impulsion retrouve sa forme initiale de façon périodique est appelée longueur spatiale.

$$z_0 = \frac{\pi}{2}L_{NL} = \frac{\pi}{2}L_D = \frac{\pi T_0^2}{2|\beta_2|^2} \quad (2.17)$$

Lorsque $\beta_2 < 0$, cas d'un régime de dispersion chromatique anormal, il peut exister des solitons qualifiés de brillant, le chirp induit par la dispersion de la fibre s'annule exactement avec celui induit par les effets non linéaires.

2.6.3 Débit binaire de soliton

Les solitons sont utilisés avec des précautions appropriées, remplaceraient les modulations traditionnelles de non-retour à zéro (NRZ) et de retour à zéro (RZ), qui sont largement utilisées dans presque tous les systèmes commerciaux de multiplicateur de division de longueur d'onde terrestre (WDM). NRZ est une modulation binaire à impulsions carrées dans laquelle le signal est désactivé pendant un bit 0 et activé pendant un bit 1. RZ est le même, sauf qu'une impulsion est plus courte que le temps de bit. Bien que des non-linéarités de Kerr (SPM) et les non-linéarités dues à la modulation croisée (XPM) et le mélange à quatre ondes (FWM) existent dans les systèmes NRZ et RZ, ce sont des effets indésirables limitant les performances et déformant les signaux à des vitesses élevées. Typiquement, la conception d'un système WDM conventionnel implique d'augmenter la puissance autant que possible (pour contrer l'atténuation et le bruit) sans introduire trop de non-linéarité. Ainsi, les systèmes NRZ et RZ sont souvent appelés systèmes linéaires. La principale différence entre le codage de signaux numériques avec des solitons et avec NRZ est que dans ce dernier cas, si deux 1 sont proches l'un de l'autre, l'intensité du signal ne redescend pas à 0 entre les bits individuels comme c'est le cas avec les solitons. Au cours des deux dernières décennies environ, de nombreux groupes de recherche de premier plan aux États-Unis, au Japon, en France, en Allemagne, au Royaume-Uni et en Suède ont travaillé sur des technologies solitons pour les communications longue distance à haut débit, même si un débat animé a eu lieu pour savoir les solitons étaient appropriés, voire réalisables pour ces réseaux. À cet effet, plusieurs recherches

actives sont en cours, principalement sur les solitons. Beaucoup ont fait valoir que les formats de modulation conventionnels NRZ ou RZ étaient un meilleur choix que la technologie à base de solitons. Ces dernières années, après l'invention des solitons gérés par dispersion, le débat a changé à mesure que la compréhension théorique s'améliorait, les distances du réseau augmentaient, les débits binaires augmentaient et certaines technologies devenaient commercialement pratiques. Les expériences NRZ ont très bien fonctionné en raison de la gestion de la dispersion. De cette manière, il est possible d'avoir à la fois une dispersion moyenne locale élevée et une dispersion moyenne faible dans le système. La dispersion locale élevée tend à réduire un effet connu sous le nom de mélange à quatre ondes (qui tend à déformer les signaux et à produire des interférences intersymboles) et perturbe l'adaptation de phase des différentes fréquences optiques constituant un signal, réduisant ainsi les interactions entre elles. De plus, la faible dispersion moyenne réduit ses effets cumulatifs nets sur de longues portées de fibre optique. Pour cette raison, les solitons sont progressivement apparus comme un candidat viable pour la prochaine génération de systèmes de transport terrestre. La lumière soliton peut être utilisée pour transmettre des données à des débits supérieurs à 50 Gbit/s sur des distances supérieures à 19000 km de fibre à dispersion décalée, ne nécessitant aucun répéteur et sans erreur. Fait intéressant, cependant, une forme de modulation RZ appelée RZ chirped (CRZ) a émergé comme le candidat choisi pour les systèmes sous-marins de prochaine génération. Les solitons et le format de modulation CRZ, à l'instar des autres technologies à «optique dure», ne sont qu'un pas en avant dans la création de la prochaine génération de réseaux optiques. Les chercheurs travaillent actuellement sur d'autres technologies qui améliorent les composants des réseaux optiques. Et dans le même temps, les progrès des logiciels de réseautage optique, ou «optique douce», continuent d'être le parapluie qui exploite et gère la lumière créée par l'optique dure et sera utilisé pour construire de futurs réseaux entièrement optiques. Les systèmes utilisant des solitons ont également pu exploiter le WDM pour augmenter le débit binaire total, mais pas encore dans la mesure obtenue avec NRZ. L'équipe de Mollenauer a transmis huit canaux 10 Gbit/s séparés en utilisant des solitons, pour un total de 80 Gbit/s, et Nakazawa de NTT Laboratories a réalisé cinq canaux séparés de 20 Gbit/s, pour une capacité totale de 100 Gbit/s et, très récemment, en raison des efforts constants, plusieurs groupes ont considérablement augmenté le nombre de canaux et les débits binaires.

2.6.4 Soliton noir

Bien que les solitons noirs ont été découverts dans les années 1970, ce n'est qu'après 1985 qu'ils ont été étudiés largement [157, 158]. En régime de dispersion normal ($\beta_2 > 0$), ils prennent la forme mathématique d'écrite par l'équation de Schrödinger non linéaire normalisée suivante :

$$i\frac{\partial q}{\partial z} - \frac{1}{2}\frac{\partial^2 q}{\partial T^2} + |q|^2 q = 0 \quad (2.18)$$

La solution soliton de cette équation peut être écrite sous la forme [7] :

$$q(z, T) = \sqrt{\rho} e^{i\sigma z} \quad (2.19)$$

ou

$$\rho = \rho_0 [1 - a^2 \operatorname{sech}^2(\sqrt{\rho_0} a T)], \quad a < 1 \quad (2.20)$$

$$\rho = \rho_0[1 - a^2]^{1/2}T + \tanh^{-1} \left[\frac{1}{\sqrt{1 - a^2}} \tanh(\sqrt{\rho_0}aT) \right] - \frac{\rho_0(3 - a^2)}{2}Z \quad (2.21)$$

Le paramètre a est appelé profondeur de modulation en fonction duquel les solitons sombres peuvent être différenciés en deux classes, à savoir, les solitons noirs et les solitons gris. En fait, ce type de solitons apparaît dans la section où les ondes lumineuses sont absentes, et sont donc appelées solitons noirs. Quand $a = 1$, la solution devient

$$q = \sqrt{\rho_0} \tanh(\sqrt{\rho_0}T) \exp(iu_0^2\xi) \quad (2.22)$$

Les deux types de solitons brillants et noirs sont illustrés sur la figure (2.9). Les solitons noirs ont été observés pour la première fois par Emplit et al. [159] et Kröbel et al. [160] indépendamment en transmettant une onde lumineuse dans la région de dispersion normale d'une fibre. Certains résultats numériques ont montré que les solitons noirs sont plus stables et sont moins affectés que les solitons brillants en présence de plusieurs perturbations, démontrant leur application potentielle pour les systèmes de communication optique. [121].

Une différence importante entre les solitons brillants et les solitons noirs est que la vitesse d'un

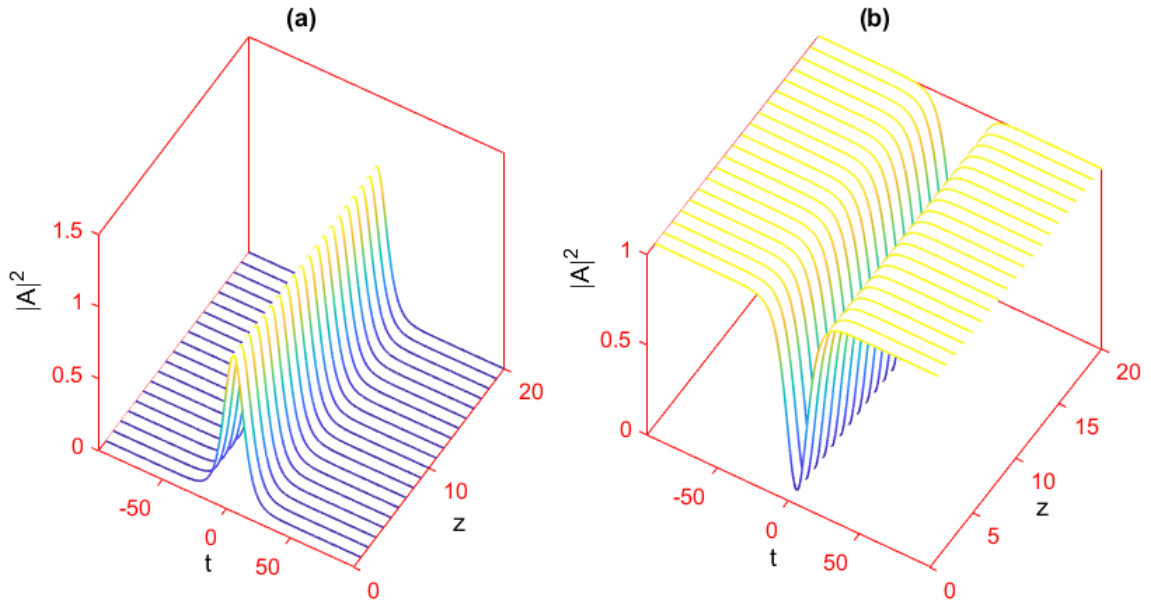


FIGURE 2.9 – l'évolution spatio-temporelle d'une impulsion solitonique : a) brillant, b) noir

soliton noir dépend de son amplitude η et sa phase φ . Pour $\varphi = 0$, l'équation de solution générale se réduit à la forme :

$$u_d(\xi, \tau) = u_0 \tanh(u_0\tau) \exp(iu_0^2\xi) \quad (2.23)$$

La puissance crête du soliton tombe à zéro au centre du creux uniquement dans le cas $\varphi = 0$. Un tel soliton est appelé le soliton noir. Lorsque $\varphi \neq 0$, l'intensité ne tombe pas à zéro au centre du creux ; ces solitons sont appelés le soliton gris. Une autre caractéristique intéressante des solitons noirs est liée à leur phase. Contrairement aux solitons brillants qui ont une phase constante, la phase d'un soliton sombre change sur sa largeur. La figure (2.9) montre les profils d'intensité et de phase pour plusieurs valeurs de φ . Pour un soliton noir $\varphi = 0$, un déphasage de π se produit exactement au centre du creux. Pour les autres valeurs de φ , la phase change d'une quantité $\pi - 2\varphi$ d'une manière plus graduelle.

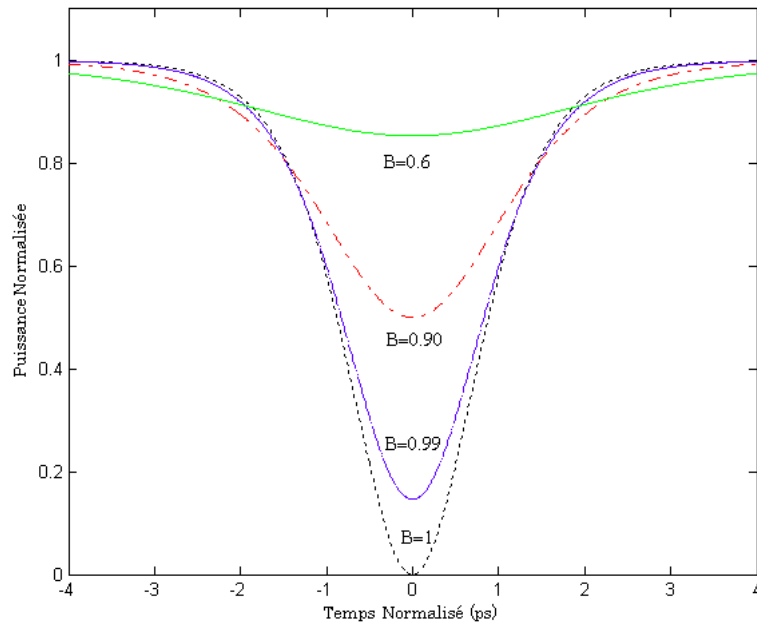


FIGURE 2.10 – Intensité d'un soliton noir pour plusieurs valeurs de la phase interne B [161]

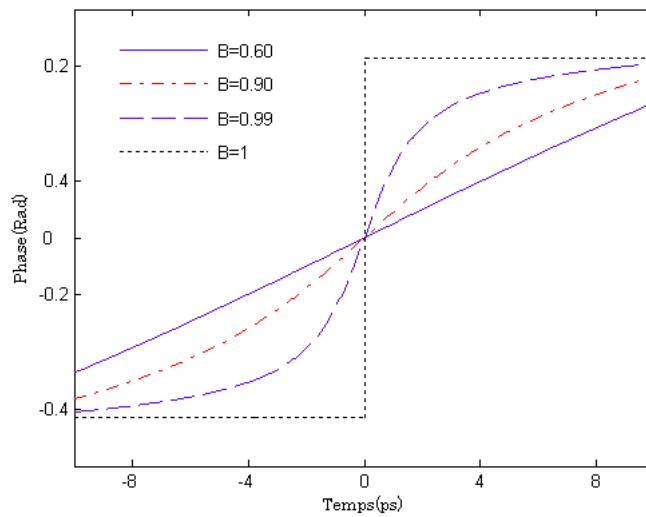


FIGURE 2.11 – Profils de phase des solitons noirs pour plusieurs valeurs de la phase interne B . [161]

TABLE 2.2 – Expression mathématique de différents profils de puissance et de leurs coefficients caractéristiques.

Forme d'impulsion	Profil d'intensité	T_{FWHM}
<i>Gaussienne</i>	$\exp\left(-\left(\frac{t}{T_0}\right)^2\right)$	$1.665 \times T_0$
<i>Scante hyperbolique</i>	$\operatorname{sech}^2\left(\frac{t}{T_0}\right)$	$1.763 \times T_0$
<i>Lorentzienne</i>	$\frac{1}{\left(1+\left(\frac{t}{T_0}\right)^2\right)}$	$1.287 \times T_0$
<i>Parabolique</i>	$\left(1 - \left(\frac{t}{T_0}\right)^2\right)$	$1.410 \times T_0$

2.6.5 Soliton chirpé

Le SPM fait redistribuer l'énergie présente dans l'impulsion incidente sur une large gamme de fréquences. Cet effet est appelé élargissement spectral induit par SPM et il peut provoquer un remodelage et un élargissement massif du spectre des impulsions d'entrée, c'est-à-dire conduit, au chirp de fréquence dont le degré dépend de la puissance transmise P . Les effets de la SPM sont plus prononcés pour les impulsions de plus forte intensité. Mathématiquement, l'amplitude complexe $E(t)$ se normalise de façon à ce que : $P(t) = E(t)E(t)^*$. Pour une étude théorique de la transmission optique, plusieurs formes d'impulsion optique peuvent être considérées. Elles se distinguent par des paramètres tels que le profil d'intensité, le profil spectral, la demi-durée T_0 (à $1/e$ de l'intensité maximale dans le cas d'une impulsion gaussienne) la durée T_{FWHM} (à mi-hauteur de l'intensité maximale) et la largeur spectrale à 3 dB T_{FWHM} . Le tableau (2.2) donne les relations entre les paramètres temporels des quatre formes d'impulsions fréquemment utilisées. Lorsque la phase de l'impulsion varie de manière hyperbolique dans le temps, sa fréquence instantanée (dérivée de la phase) varie linéairement dans le temps. Cette information sur la fréquence instantanée est décrite par un paramètre appelé coefficient du chirp C . Ce paramètre correspond à la pente de la variation de la fréquence dans le temps figure (1.8).

En tant qu'application simple, considérons la propagation d'une impulsion gaussienne chirpée à l'intérieur d'une fibre optique en choisissant le champ initial comme suit :

$$A(0, t) = A_0 \exp\left[-\frac{1 + iC}{2} \left(\frac{t}{T_0}\right)^2\right] \quad (2.24)$$

où A_0 est l'amplitude du pic. Le paramètre T_0 représente la demi-largeur au point d'intensité $1/e$. Il est lié à la pleine largeur à mi-hauteur (FWHM) de l'impulsion par la relation suivante :

$$T_{FWHM} = 2(\ln 2)^{1/2} \approx 1,665T_0 \quad (2.25)$$

Le paramètre C régit le chirp de fréquence imposé à l'impulsion. On dit qu'une impulsion est émise si sa fréquence porteuse change avec le temps. Le changement de fréquence est lié à la dérivée de phase et est donné par :

$$\delta\omega(t) = -\frac{\partial\phi}{\partial t} = \frac{C}{T_0^2}t \quad (2.26)$$

où ϕ est la phase de $A(0, t)$. Le décalage de fréquence dépendant du temps $\delta\omega(t)$ est appelé le chirp. Le spectre d'une dérive de fréquence est plus large que celle de l'impulsion non chirpée.

Ceci peut être vu en prenant la transformée de Fourier de l'équation (2.24) de sorte que :

$$\tilde{A}(0, \omega) = A_0 \left(\frac{2\pi T_0^2}{1 + iC} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{\omega T_0^2}{2(1 + iC)} \right] \quad (2.27)$$

La demi-largeur spectrale (au point d'intensité 1 / e) est donnée par

$$\Delta\omega_0 = (1 + C^2)^{1/2} T_0^{-1} \quad (2.28)$$

En l'absence de chirp de fréquence ($C = 0$), la largeur spectrale satisfait la relation $\Delta\omega_0 = 1$. Une telle impulsion a le spectre le plus étroit et est dite limitée par transformée. La largeur spectrale est augmentée d'un facteur de $(1 + C^2)^{1/2}$ en présence de chirp linéaire, comme on le voit dans l'équation (2.28). L'équation de propagation d'impulsions est :

$$\frac{\partial A}{\partial z'} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t'^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t'^3} = 0$$

ou $t' = t - \beta_1 z$ et $z' = z$ peut être facilement résolue dans le domaine de Fourier. Sa solution est

$$A(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}(0, \omega) \exp \left(\frac{i}{2} \beta_2 z \omega^2 + \frac{i}{2} \beta_3 z \omega^3 - i\omega t \right) d\omega \quad (2.29)$$

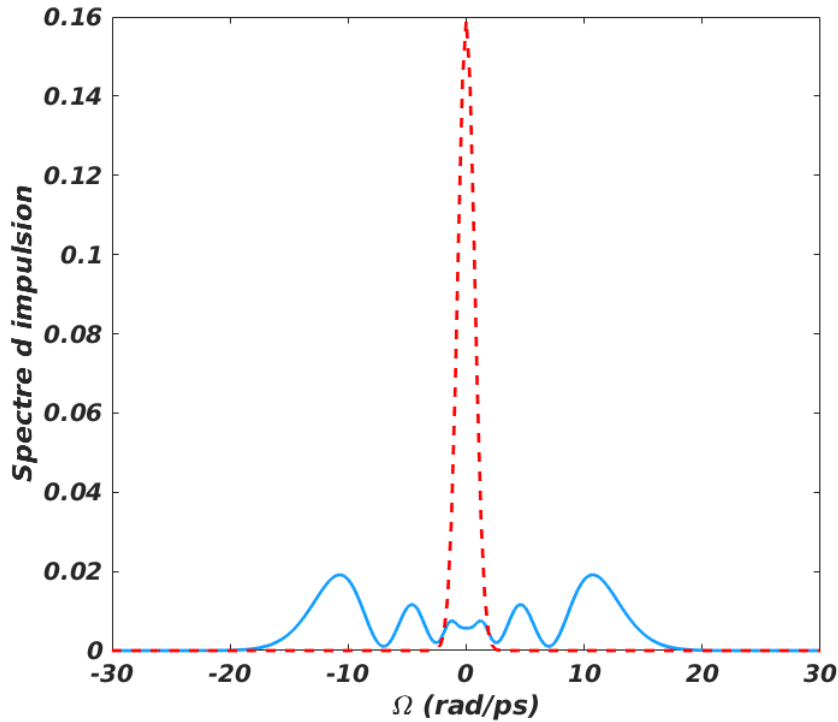


FIGURE 2.12 – Spectre de l'impulsion initiale (trait pointillé) et celui de l'impulsion propagée (trait plein) pour les paramètres : $P_0 = 4$, $\gamma = 2W^{-1}/km$, $L = 4km$.

2.7 Interaction entre solitons et stabilité

2.7.1 Interaction entre solitons adjacents

À la différence du régime linéaire où chaque impulsion se propage de manière indépendante, les solitons ne se propagent pas sans interagir, notamment quand ils sont proches. Cependant pour augmenter la capacité de la fibre de transport d'informations dans un système de communication, il est souhaitable de lancer les impulsions les unes à côté des autres afin d'augmenter la capacité du transport de l'information par fibre. Mais cela peut conduire à un chevauchement des solitons, qui se traduit par des interactions entre les solitons voisins suffisamment proches, et donc une dégradation considérable des performances du système de transmission des solitons.

Le type et la force d'interaction entre solitons adjacents est liée notamment à leur phase et amplitude relative. L'origine de cette interaction se trouvant dans leur recouvrement. En effet, la différence de phase et des amplitudes des solitons dans ces régions de recouvrement donne lieu à différents types d'interactions : Cela a été souligné indépendamment par trois groupes (Chu et Desem, 1983a [162]; Blow et Doran, 1983 [64]; Gordon, 1983 [71]). Alors que, bien qu'ils n'avaient pas à l'esprit la transmission par fibre optique, d'abord Karpman et Solov'ev (1981) [163] était les premiers qui ont pris en compte l'interaction de Soliton dans leur étude de l'équation de Schrödinger non linéaire (NLSE) au moyen de la théorie de perturbation à soliton unique. Ils ont examiné l'interaction à deux solitons dans leur étude de l'équation de Schrödinger non linéaire (NLSE) au moyen de la théorie de perturbation à soliton unique, leurs résultats sont applicables aux fibres puisque la même équation décrit la propagation du soliton dans les fibres optiques. Cependant, leur étude est limitée uniquement à une grande séparation de solitons.

Les investigations numériques de Chu et Desem (1983a) [162] montrent que l'interaction des solitons peut conduire à une réduction significative du taux de transmission jusqu'à dix fois. À peu près au même moment, Blow et Doran (1983) [64] ont montré que l'inclusion de la perte des fibres conduit également à une augmentation significative des interactions solitons. Quant à Gordon (1983) [71], il a dérivé la solution exacte de deux solitons contra-propagatifs (d'amplitudes et de vitesses presque égales) et a analysé l'interaction en obtenant les équations approximatives du mouvement qui confirme les résultats de Karpman et Solov'ev (1981) [163].

Un effort considérable de recherche a été consacré à la réduction des interactions entre solitons. À titre d'exemple, il a été suggéré l'utilisation des impulsions de forme gaussienne [162]. L'interaction dans ce cas est réduite en raison de sa forte pente, mais cela se fait au détriment de la création des queues oscillantes plus grandes. Il a également été démontré que l'introduction d'une différence de phase entre des solitons voisins peut entraîner une réduction de l'interaction [164, 165, 166]. Les interactions des solitons incohérentes ont également été analysées [167], la dispersion du troisième ordre de la fibre peut également être utilisée pour réduire les interactions mutuelles [168, 169], mais il a été démontré que cela entraîne la cassure des états liés des solitons. Une méthode plus réaliste a été choisie pour réduire les interactions dans laquelle il a été suggéré que les impulsions adjacentes soient lancées à des amplitudes inégales [168, 169]. Dans ce cas, les solitons forment un système lié et maintiennent efficacement leur séparation initiale. Desem et Chu, [170] ont présenté également une étude détaillée de l'interaction des solitons en présence de perte de fibre et d'amplification périodique où ils soulignent que les instabilités de transmission

supplémentaires résultent des interactions.

2.7.2 Interaction de deux solitons

La plupart des applications de solitons envoient un train d'impulsions à travers une fibre optique. Il est donc important de déterminer à quelle distance deux solitons peuvent se rapprocher sans s'affecter. L'interaction non linéaire de deux solitons a été largement étudiée au cours des années 1980 [171, 172]. Il est clair sur le plan physique que deux solitons ne s'affecteraient que s'ils sont suffisamment proches pour que leurs queues se chevauchent. Considérons deux solitons dont les pics sont séparés dans le temps. Pour être aussi général que possible, nous supposons que leurs amplitudes, phases et fréquences diffèrent de telle sorte que.

$$u_j(\xi, \tau) = \eta_j \operatorname{sech}[\eta_j(\tau - q_j)] \exp(i\phi_j - i\delta_j\tau) \quad (2.30)$$

avec $j = 1$ ou 2 . C'est le champ total $u = u_1 + u_2$ qui satisfait l'équation NLS, plutôt que u_1 et u_2 individuellement. En utilisant $u = u_1 + u_2$ dans l'équation NLS standard, on obtient l'équation NLS perturbée satisfaite à n'importe quel soliton :

$$i \frac{\partial u_j}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_j}{\partial \tau^2} + |u_j|^2 u_j = 2|u_j|^2 u_{3-j} - u_j^2 u_{3-j}^* \quad (2.31)$$

où $j = 1$ ou 2 . Les deux termes du côté droit agissent comme une perturbation et sont responsables de l'interaction non linéaire entre deux solitons voisins [173]. Pour étudier comment les quatre paramètres de solitons, η_j , q_j , j et φ_j , sont affectés par la perturbation. Présentant de nouvelles variables solitons comme.

$$\eta_{\pm} = \eta_1 \pm \eta_2, \quad q_{\pm} = q_1 \pm q_2 \quad (2.32)$$

$$\delta_{\pm} = \delta_1 \pm \delta_2, \quad \phi_{\pm} = \phi_1 \pm \phi_2 \quad (2.33)$$

on obtient, l'ensemble des équations suivantes [174] :

$$\frac{d\eta_+}{d\xi} = 0, \quad \frac{d\eta_-}{d\xi} = \eta_+^3 e^{(-q_-)} \sin(\phi_-) \quad (2.34)$$

$$\frac{d\delta_+}{d\xi} = 0, \quad \frac{d\delta_-}{d\xi} = \eta_+^3 e^{(-q_-)} \cos(\phi_-) \quad (2.35)$$

$$\frac{dq_-}{d\xi} = -\delta_-, \quad \frac{d\phi_-}{d\xi} = \frac{1}{2} \eta_+ \eta_- \quad (2.36)$$

Les équations pour q_+ et ϕ_+ sont omises car elles n'affectent pas l'interaction des solitons. De plus, η_+ et δ_+ restent constants pendant l'interaction. En utilisant $\eta_+ = 2$ pour deux solitons fondamentaux, les quatre équations restantes peuvent être combinées pour donner :

$$\frac{d^2 q}{d\xi^2} = -4e^{-2q} (\cos(2\Psi)), \quad \frac{d^2 \Psi}{d\xi^2} = -4e^{-2q} (\sin(2\Psi)) \quad (2.37)$$

où la notation est simplifiée en utilisant $q = q_-/2$ et $\Psi = \phi_-/2$. Les mêmes équations sont obtenues avec la méthode de diffusion inverse [71]. Ils montrent que la séparation relative q entre deux solitons ne dépend que de leur différence de phase relative. Deux solitons peuvent s'attirer (se rapprocher) ou se repousser (s'éloigner) l'un de l'autre en fonction de la valeur initiale de Ψ .

L'équation (2.37) peut être résolue analytiquement [164, 167]. En effet, lorsque les deux solitons ont initialement les mêmes amplitudes et fréquences, la solution prend la forme [3].

$$q(\xi) = q_0 + \frac{1}{2} \ln [\cosh^2(2\xi e^{-q_0} \sin \Psi_0) + \cos^2(2\xi e^{-q_0} \cos \Psi_0) - 1] \quad (2.38)$$

où q_0 et Ψ_0 sont les valeurs initiales de q et Ψ , respectivement. La figure 2.13 montre comment la séparation relative $q(\xi)$ change le long de la longueur de fibre pour deux solitons avec des phases différentes. Pour Ψ_0 en dessous d'une certaine valeur, q devient périodiquement nul. C'est ce qu'on appelle une collision résultant d'une force d'attraction entre les deux solitons. Les collisions ne se produisent pas pour $\Psi_0 > \pi/8$, et q augmente avec ξ . Ceci est interprété en matière de force répulsive entre les deux solitons. Les cas particuliers $\Psi_0 = 0$ et $\pi/2$ correspondent respectivement à deux solitons initialement en phase ou déphasés. Dans le cas de deux solitons en phase, on pose $\Psi_0 = 0$ dans l'équation. (2.38) et l'on trouve que q change avec la distance de façon périodique comme :

$$q(\xi) = q_0 + \ln |\cos(2\xi e^{-q_0})| \quad (2.39)$$

Parce que $q(\xi) \leq q_0$ pour toutes les valeurs de ξ , deux solitons en phase s'attirent. En fait, q devient nul après une distance égale à :

$$\xi_c = \frac{\pi}{2} e^{q_0} \cos^{-1}(e^{-q_0}) \approx \frac{\pi}{4} e^{q_0} \quad (2.40)$$

où la forme approximative est valable pour $q_0 > 5$. A cette distance, deux solitons entrent en collision pour la première fois. Après cela, ils se séparent les uns des autres, et retrouvant leur espacement d'origine à une distance de $2\xi_c$, et tout le processus se répète périodiquement. La période d'oscillation est appelée longueur de collision. En unités réelles, la longueur de collision est donnée par la relation.

$$L_{col} = \frac{\pi}{2} L_D(e^{q_0}) \equiv \frac{\pi}{4} e^{q_0} \quad (2.41)$$

où z_0 est la période des solitons donnée dans l'équation. (2.17). Cette expression est précise pour $q_0 > 3$, comme on le trouve numériquement [175]. Une expression plus précise, valable pour des valeurs arbitraires de q_0 , est obtenue en utilisant la théorie de la diffusion inverse et est donnée par [170] :

$$\frac{L_{col}}{L_D} = \frac{\pi \sinh(2q_0) \cosh(q_0)}{2q_0 + 2 \sinh(2q_0)} \quad (2.42)$$

Dans le cas de deux solitons déphasés ($\Psi_0 = \pi/2$), la séparation q change avec la distance suivant l'équation suivante.

$$q(\xi) = q_0 + \ln |\cosh(2\xi e^{-q_0})| \quad (2.43)$$

Comme $\cosh(x) > 1$ pour toutes les valeurs de x , q augmente de façon monotone avec ξ . Les solutions numériques de l'équation NLS sont assez instructives et permettent d'explorer différentes amplitudes et différentes phases associées à une paire de solitons en utilisant la forme suivante à l'extrémité d'entrée de la fibre :

$$u(0, \tau) = \text{sech}(\tau + q_0) + r \text{sech}[\tau(\tau - q_0)] e^{i\theta} \quad (2.44)$$

où r est l'amplitude relative, θ est la différence de phase initiale et $2q_0$ est la séparation initiale entre les deux solitons. La figure 2.14 montre l'évolution d'une paire de solitons lorsque $q_0 = 3.5$

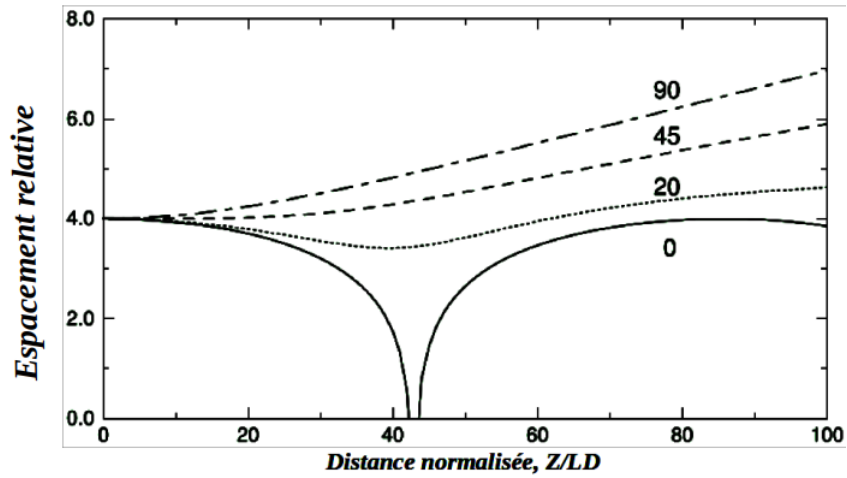


FIGURE 2.13 – Espace relatif q entre deux solitons en interaction en fonction de la longueur de la fibre pour plusieurs valeurs du déphasage initial Ψ_0 (en degrés) lorsque $q_0 = 4$. [173].

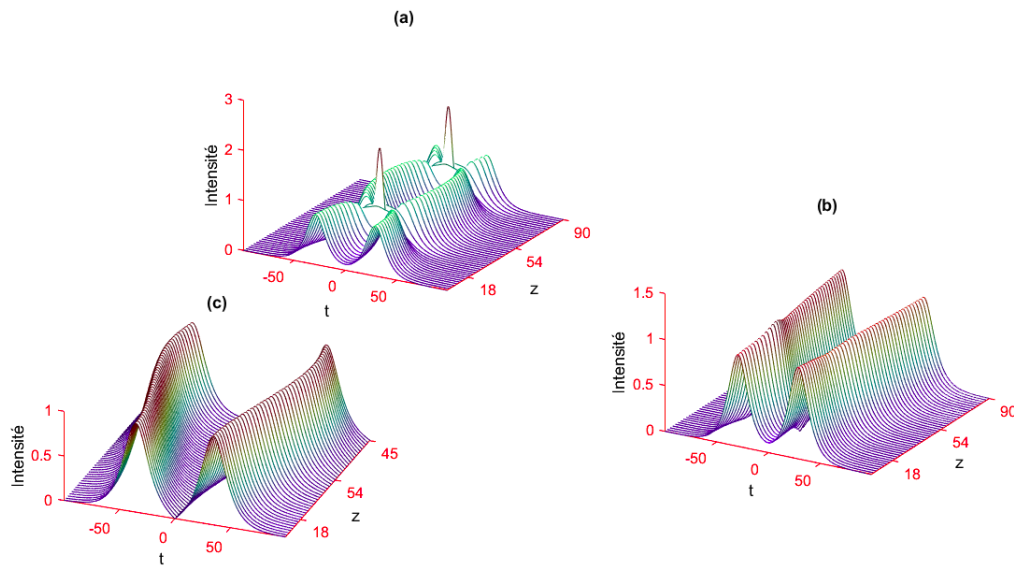


FIGURE 2.14 – Évolution d'une paire de solitons sur une longueur de dispersion montrant les effets de l'interaction des solitons pour différents choix de rapport d'amplitude r et de phase relative. Séparation initiale $q_0 = 3.5$ dans tous les cas. a) Interaction soliton avec deux impulsions d'amplitude égale et phase relative $\theta = 0$.-b) Évolution de deux impulsions sech d'amplitude unitaire avec une différence de phase initiale $\theta = \pi/4$. -c) Évolution de deux impulsions sech d'amplitude unitaire avec une différence de phase initiale $\theta = \pi$.

pour plusieurs valeurs des paramètres r et θ . Dans le cas de solitons d'amplitude égale ($r = 1$), les deux solitons s'attirent dans le cas en phase ($\theta = 0$) et se heurtent périodiquement le long de la longueur de la fibre, comme le prédit la théorie des perturbations. Pour $\theta = \pi/4$, les solitons se séparent après une première étape d'attraction, en accord avec les résultats de la figure 2.14. Pour $\theta = \pi$, les solitons se repoussent et leur espacement augmente avec la distance de façon monotone. L'effondrement périodique des solitons voisins est indésirable d'un point de vue pratique. Une façon d'éviter l'effondrement est d'augmenter la séparation des solitons de telle sorte que $L_{col} \gg L_T$, ou L_T est la distance de transmission. Plusieurs schémas peuvent être utilisés pour réduire q_0 sans induire l'effondrement. Si les deux solitons ont la même phase ($\theta = 0$), mais des amplitudes différentes, l'interaction est toujours périodique, mais sans effondrement [170]. Même pour $r = 1.1$, la séparation ne change pas de plus de 10% au cours de chaque période si $q_0 > 4$. L'interaction soliton peut également être modifiée par d'autres facteurs tels que l'amplification à bande passante limitée [176], la gigue temporelle [177] et la diffusion Raman [178].

2.7.3 Interprétation physique

Une interprétation physique qualitative de l'interaction peut être donnée en référence au chevauchement des queues des deux impulsions. Pour une seule impulsion, l'auto modulation de phase entraîne un gazouillis de fréquence des bords d'attaque et de front, ce qui empêche l'élargissement des impulsions en raison de la dispersion des fibres. L'effet de l'automodulation de phase dépend de la pente de l'enveloppe d'impulsion. Considérons deux impulsions de forme "sech" comme indiqué dans la courbe (a) de la figure (2.15). En l'absence de l'impulsion adjacente, chacune

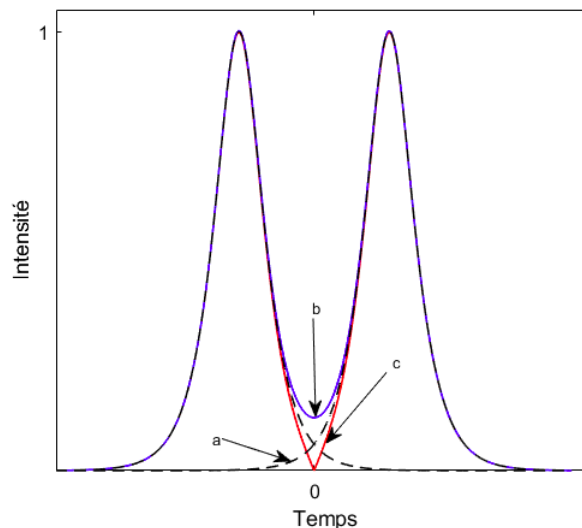


FIGURE 2.15 – Courbe de chevauchement de Solitons a) deux impulsions sech, b) la forme d'onde d'impulsion résultante avec deux impulsions sech ajoutées en phase. c) la forme d'onde d'impulsion résultante avec les deux impulsions déphasées de 180° .

se propage sans changement de forme. Si, cependant, les deux impulsions sont lancées avec la même phase, alors la forme d'onde d'impulsion résultante est donnée dans la courbe (b) de la figure (2.15). On peut voir que le bord arrière de la première impulsion et le bord avant de la se-

conde impulsion ont une forme modifiée. Comme les pentes de ces bords diminuent, l'intensité du gazouillis de fréquence qui empêche l'élargissement diminue. Il en résultera alors un élargissement progressif de ces bords rapprochant efficacement les deux impulsions. Le chevauchement croissant des impulsions renforce encore cet effet. Puisque la non-linéarité consiste à confiner les impulsions, qui seront alors forcées de se déplacer ensemble. L'effet global du chevauchement des impulsions est donc l'attraction des deux impulsions. Considérons maintenant deux impulsions avec une différence de phase de 180^0 . L'enveloppe d'impulsion résultante est ensuite donnée dans la courbe (c) de la figure (2.15). Puisque les pentes du bord de front de la première impulsion et du bord d'attaque de la deuxième impulsion sont augmentées en amplitude, le gazouillage de fréquence est amélioré. Étant donné que le gazouillis amélioré est plus que suffisant pour équilibrer l'élargissement dû à la dispersion, les deux bords se séparent alors davantage par opposition au cas précédent, où l'élargissement les a rapprochés. Les deux impulsions sont donc effectivement forcées de se séparer [71]. Gordon (1983) a dérivé la force d'interaction des solitons des équations du mouvement et a montré qu'elle dépend périodiquement de leur différence de phase :

$$q'' = -4 \exp(-2q) \cos(\theta) \quad (2.45)$$

où q est la séparation d'impulsions (qui est une fonction de z), q'' est la dérivée seconde de q par

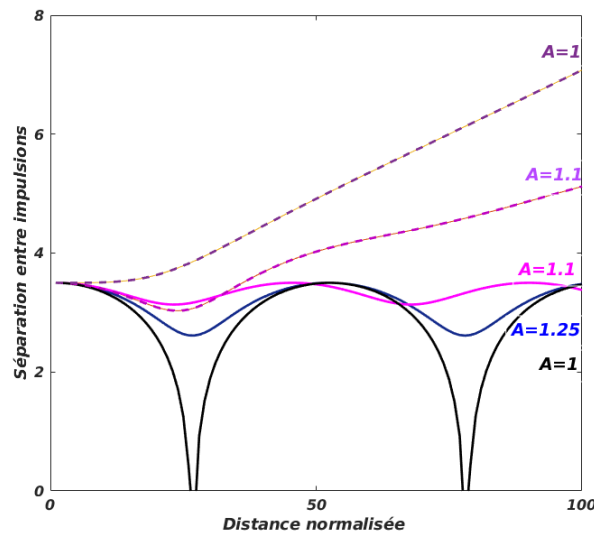


FIGURE 2.16 – Séparation d'impulsions en fonction de la distance normalisée z les courbes brisées montrent la séparation des impulsions lorsque la différence de phase initiale $\theta = \pi/2$ les courbes complètes lorsque $\theta = 0$.

rapport à z et représente donc la force d'interaction entre les solitons et θ est la différence de phase. La force, q'' , change de signe pour $\theta > \pi/2$ et indique qu'il devient répulsif plutôt qu' attractif, ce qui est cohérent avec les résultats qui montrent que, pour une différence de phase initiale $\theta > \pi/2$, la séparation des impulsions augmente de façon monotone.

Dans le même contexte, Desem et chu [162] ont étudié en détail l'interaction entre les solitons. Leur contribution rapporte l'ensemble des effets de la dispersion d'ordre supérieur sur les solitons, interaction des solitons en présence d' amplification, Interaction entre plusieurs solitons. Ils suggèrent que, si la séparation initiale est plus petite, alors une différence d'amplitude plus grande

est nécessaire. La séparation entre les solitons peut donc être effectivement maintenue constante en leur permettant d'avoir des amplitudes inégales. Plus la différence d'amplitude est grande, plus la séparation est stable. L'introduction d'un déphasage entre les deux impulsions conduira à la séparation éventuelle des solitons comme dans le cas de solitons d'amplitude égale. Cependant, la séparation des impulsions sera plus lente à mesure que la différence d'amplitude augmente. La séparation des impulsions est représentée sur la figure (2.16) [162, 179].

2.8 Conclusion

Un seul soliton se propage sans changement de forme en présence de la dispersion et la non-linéarité de la fibre. Cependant, lorsque les solitons sont lancés à proximité les uns des autres, le chevauchement de queue entraîne l'interaction mutuelle des impulsions. Cela peut alors nécessiter une plus grande séparation des impulsions consécutives conduisant à une dégradation de la bande passante [180]. Si deux solitons identiques sont lancés, ils seraient initialement attirés l'un vers l'autre et formeraient un système oscillant où les deux impulsions se fusionnent périodiquement pour former une impulsion puis se séparent. La période d'oscillation augmente de façon presque exponentielle avec la séparation initiale et donc l'interaction peut effectivement être évitée si les impulsions sont suffisamment séparées. Si toutefois les deux impulsions sont lancées avec une différence de phase, elles se séparent sans revenir à l'état d'origine.

Il a été montré que lorsque deux solitons sont lancés à proximité l'un de l'autre, le chevauchement de la queue entraîne des interactions mutuelles. Si les deux impulsions sont initialement en phase, alors elles évoluent pour former un état lié de solitons qui oscillent avec une fréquence déterminée par leur séparation initiale. Les deux impulsions fusionnent périodiquement au centre et se séparent. Étant donné que la période de coalescence augmente de manière presque exponentielle, il faut éviter qu'elles soient lancées avec une grande séparation. Le lancement des impulsions avec une amplitude initiale plus grande augmente la distance de coalescence. L'utilisation d'impulsions gaussiennes au lieu d'impulsions sech peut conduire à une augmentation supplémentaire de la distance de coalescence. Une augmentation supplémentaire de l'amplitude initiale entraîne la création de plusieurs solitons. Si toutefois les deux impulsions sont lancées avec une différence de phase initiale, la coalescence des impulsions peut être évitée en totalité. Mais, cela se fait au détriment de forcer les impulsions à se séparer indéfiniment, ce qui entraîne l'émergence de deux solitons avec des vitesses différentes.

Chapitre 3

Soliton noir dans un milieu homogène et non homogène en régime picoseconde

Sommaire

3.1	Introduction	68
3.2	Dynamique des solitons noirs et leur interaction	69
3.3	Instabilité modulationnelle	71
3.3.1	Analyse de stabilité linéaire	71
3.3.2	Spectre de gain	72
3.4	Dynamique des solitons noirs dans un milieu non homogène	74
3.4.1	soliton noir géré en dispersion	76
3.4.2	Paire de soliton sombre géré en dispersion	77
3.5	Conclusion	79

3.1 Introduction

Les solitons optiques ont été un sujet d'étude actif au cours de la dernière décennie en raison de leurs caractéristiques particulières. En équilibrant l'effet de la dispersion anormale de la vitesse de groupe avec l'effet non linéaire d'automodulation de phase on peut préserver la forme d'impulsion d'un soliton dans une fibre sans perte sur une distance de propagation indéfiniment longue, raison pour laquelle les solitons brillants peuvent être utiles comme supports d'information dans les communications optiques [7]. Dans la pratique l'impulsion de soliton initiale finira par décroître complètement, en raison de l'effet de la perte de fibre, la puissance crête du soliton diminuera et la durée de l'impulsion augmentera avec la distance. De son côté, la diffusion Raman stimulée peut compenser l'effet néfaste de la perte de fibre sur le soliton, particularité des solitons [181]. En injectant un faisceau laser continu à une longueur d'onde plus courte dans la fibre à une certaine période de répétition, dans les directions amont et aval à la fois, un train de solitons peut se propager sur des milliers de kilomètres [92] dans une fibre à perte tout en maintenant les formes d'impulsions. Cela implique qu'un système de communication tout optique à large bande passante est possible. Toutes fois, il existe un facteur qui limite l'utilisation complète des solitons optiques ultracourts à des fins de communication, à savoir l'effet de l'interaction mutuelle entre impulsions voisines. La même non-linéarité qui influence un seul soliton introduit également une force d'interaction entre solitons voisins. La force d'attraction entre deux solitons adjacents décroît de façon exponentielle avec leur séparation [71]. Ainsi, les interactions peuvent être évitées si les solitons sont suffisamment séparés, ce qui limite le débit souhaité. Parallèlement, les solitons noirs ont également attiré l'attention de plusieurs groupes de recherche. Ce sont des solutions stationnaires de l'équation de Schrödinger non linéaire dans le milieu non linéaire normalement dispersif. [7] en raison des difficultés d'obtention d'impulsions sombre, les solitons sombres n'ont été observés avec succès dans les expériences qu'avec l'invention récente d'une technique permettant de synthétiser l'amplitude et la phase des impulsions optiques de manière presque arbitraire [182]. Rappelant les résultats de W. Zhao and E. Bourkoff qui montre que les solitons sombres conservent leur forme après collision, et que les impulsions sombres sont moins affectées par la perte de fibre et le bruit de fond que les impulsions brillants. Cela offre des avantages significatifs pour l'application d'impulsions sombres aux systèmes de communication optique et de traitement du signal [183]. L'effet de la perte de fibres sur les solitons sombres peut être également compensé par la diffusion Raman stimulée [184]. Par conséquent, la possibilité d'utiliser des solitons sombres comme supports d'information dans les fibres optiques mérite un examen plus approfondi. L'analyse numérique montre également que des solitons sombres sous un fond continu peuvent être générés à l'aide de modulateurs électro-optiques externes à ondes guidées [185], dont les signaux spectraux purs sont importants pour la transmission à longue distance dans les fibres optiques. L'utilisant de la méthode de diffusion inverse prouve que l'interaction entre les solitons sombres voisins est bien inférieure à celle de leurs homologues brillants, et que la force d'interaction entre des solitons brillants adjacents dépend non seulement de la séparation des solitons, mais aussi de la phase et de l'amplitude relative des deux solitons Gordon [71] et Desem et Chu [169]. Pour une paire de solitons donnée par l'équation suivante :

$$u(0, \tau) = \operatorname{sech}(\tau - q_0) + r \operatorname{sech}[r(\tau + q_0)] \exp(i\theta) \quad (3.1)$$

Dans le cas où $\theta = 0$, $r = 1$, et $q_0 \gg 1$, la séparation à toute distance ξ sera donnée par l'équation qui suit [71].

$$\exp[2(q - q_0)] = \frac{1}{2} \{1 + \cos[4\psi \exp(-q_0)]\} \quad (3.2)$$

Cette relation montre que la séparation entre deux solitons varie périodiquement le long de la fibre avec la période d'oscillation $(\pi/2)\exp(q_0)$. L'équation représente une expression plus précise de la périodicité, valable pour toutes les valeurs arbitraires de q_0 figure (2.14, 2.16).

$$Z_p = \frac{\pi \sinh(2q_0) \cosh(q_0)}{[2q_0 + \sinh(2q_0)]} \quad (3.3)$$

Ce résultat affirme l'existence d'une force périodique entre les solitons. Pour éviter de telles interférences, la distance de séparation entre solitons doit être suffisamment grande, généralement $q_0 \geq 10$, une exigence limite considérablement le débit de transmission souhaitable [184].

3.2 Dynamique des solitons noirs et leur interaction

Les solitons sombres ont une meilleure stabilité contre la perte de fibre et le bruit de fond, et l'effet de perte peut être compensé par une diffusion Raman stimulée avec un faisceau laser cw. que se passerait-il lorsque deux solitons sombres proches l'un de l'autre d'impulsion d'entrée est donne comme suit :

ou $-\infty < \tau < 0$,

$$u(0, \tau) = \tanh(\tau + q_0) \quad (3.4)$$

et $0 \leq \tau < +\infty$,

$$u(0, \tau) = -\tanh(\tau - q_0) \quad (3.5)$$

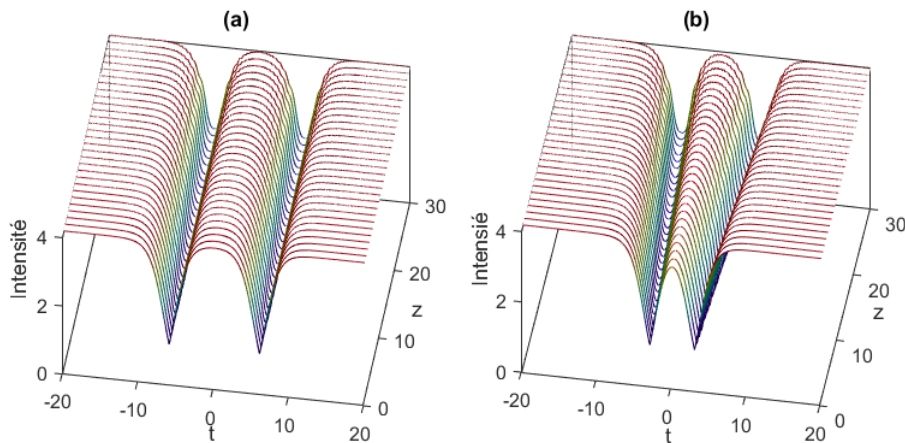


FIGURE 3.1 – Formes d'impulsion d'une paire de solitons sombres après propagation d'une distance de $\xi = 30$ dans les fibres. a) La séparation initiale est $q_0 = 3$. b) La séparation initiale est $q_0 = 1.5$.

La figure (3.1 a) montre la forme d'impulsion de l'impulsion de sortie lorsque $q_0 = 3$ après sa propagation sur une distance de $\xi = 30$ dans une fibre. Elle est presque impossible à distinguer

de l'impulsion d'entrée. À titre de comparaison, entrer un soliton brillant tel qu'il est décrit par l'équation (3.1), avec la même valeur q_0 . L'interaction attractive entre les deux solitons déforme fortement la forme de l'impulsion à la sortie. Lorsque nous réduisons davantage la séparation des solitons sombres à ($q_0 = 1.5$), la force répulsive commence à éloigner les deux solitons l'un de l'autre seulement après une distance de propagation de $\xi = 30$, ce qui est illustré sur la figure (3.1 b), où les deux solitons sombres sont repoussés d'une quantité qui est de 16 % de leur séparation. Au fur et à mesure que l'impulsion se déplace plus loin dans la fibre, la séparation entre les deux solitons ne cesse d'augmenter et il n'y a aucun signe de périodicité, comme c'est le cas pour les solitons brillants. Ceci est attendu en raison de la nécessité de maintenir le saut de phase spécifique de π pour chaque soliton sombre. Sur la base des résultats numériques similaires des cas avec $q_0 = 1.5, 2$ et 2.5 , Zhao, W and Bourkoffnous (1989) ont déduit une expression empirique de la séparation des solitons en fonction de la séparation initiale q_0 et de la distance parcourue ξ , qui a une forme similaire à l'équation. (3.2) :

$$\exp[2(q - q_0)] = \frac{1}{2} \{1 + \cos[4\xi \exp(-2q_0)]\} \quad (3.6)$$

De cette expression, il existe des propriétés intéressantes de la force d'interaction entre les solitons sombres. Premièrement, la force entre deux solitons voisins est répulsive ; deuxièmement, la force diminue de façon exponentielle avec la séparation initiale entre eux et diminue deux fois plus vite par rapport aux solitons brillants ; troisièmement, la séparation, due à la force répulsive, augmente de façon monotone au lieu de périodique.

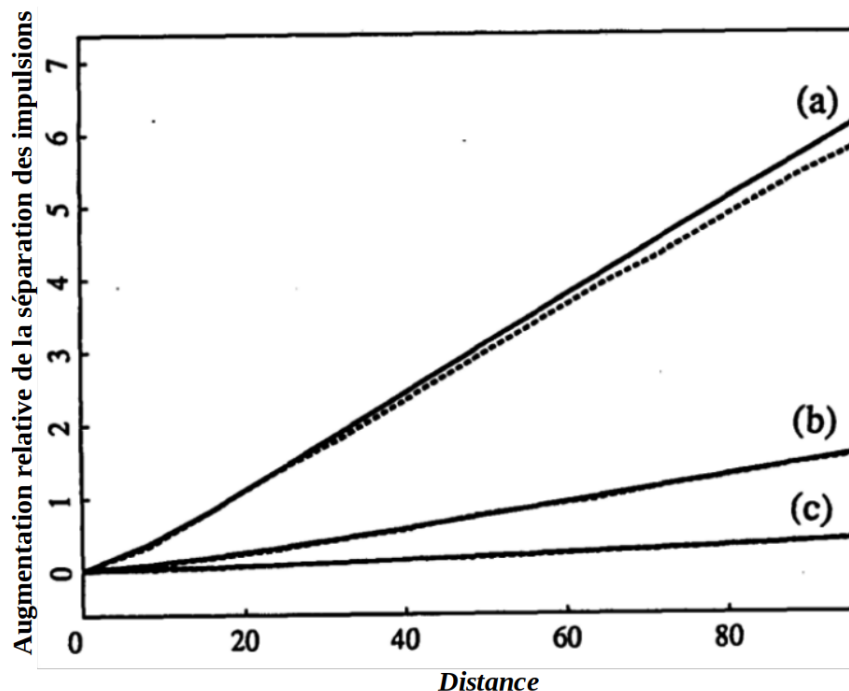


FIGURE 3.2 – Augmentation relative de la séparation des impulsions en fonction de la distance de propagation pour les séparations initiales $q_0 = 1,5$ (courbe (a)), $q_0 = 2$ (courbe (b)) et $q_0 = 2,5$ (courbe (c)). Les courbes pleines sont obtenues avec l'expression empirique, équation (3.6); les courbes en pointillés indiquent la solution numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire. [185]

La figure 3.2 montre l'augmentation relative de la séparation $(q - q_0)/q_0$, en fonction de la

distance parcourue pour différents q_0 de séparation initiale, où les courbes pleines ont été obtenues à partir de l'équation (3.6). Comme on peut le voir sur cette figure, l'expression empirique de la séparation s'accorde bien (erreur maximale de 5 %) avec les solutions numériques.

3.3 Instabilité modulationnelle

L'instabilité modulationnelle a été observée dans les fibres optiques pour la première fois en 1985 par Hasegawa et Tomita [186]. Pendant longtemps, les études sur l'instabilité modulationnelle dans les fibres optiques n'ont été effectuées qu'avec des sources de lumière cohérente [187, 188], la cohérence étant supposée être une condition sinequa non d'existence pour ce type d'interaction non linéaire. Or des travaux effectués à partir de la fin des années 1990 ont mis en avant l'existence d'effets non linéaires d'auto-organisation de la lumière générés à partir d'ondes incohérentes [189, 190]. Certains ont fait état de l'observation, aussi bien théorique qu'expérimentale, d'instabilité modulationnelle générée à partir d'une onde incohérente dans un cristal photoréfractif [191, 192]. Ces travaux ont ainsi mis en évidence la possibilité de générer de l'instabilité modulationnelle sans onde cohérente. Remarquons toutefois que les milieux dans lesquels l'instabilité modulationnelle incohérente a été observée sont très différents d'une fibre optique. En effet, les cristaux photoréfractifs sont des milieux à temps de réponse non linéaire non instantanée. Cela signifie que leur temps de réponse est supérieur à la durée de cohérence temporelle de l'impulsion : il est typiquement de l'ordre du dixième de seconde. En d'autres termes, le milieu ne « voit pas » les fluctuations d'intensité rapides dues à une éventuelle incohérence temporelle de l'onde. Il effectuera naturellement une moyenne temporelle sur le profil d'intensité de l'onde [193].

3.3.1 Analyse de stabilité linéaire

Considérer la propagation de la lumière CW (Continuous Wave) à l'intérieur d'une fibre optique, le point de départ est l'équation de Schrödinger non linéaire (NLS)

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{i\alpha}{2} A - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (3.7)$$

Si les pertes de la fibre sont ignorées, cette équation prend la forme

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \gamma |A|^2 A \quad (3.8)$$

Tel que $A(z,t)$ représente l'amplitude de l'enveloppe d'impulsion, β_2 est le paramètre GVD, et γ le paramètre non linéaire est responsable de SPM. Dans le cas de rayonnement CW, l'amplitude A est indépendante du temps à l'extrémité d'entrée de la fibre à $z=0$. Supposant que $A(z,t)$ reste indépendant du temps pendant la propagation à l'intérieur de la fibre, l'équation (3.8) est facilement résolue pour obtenir la solution à l'état d'équilibre.

$$A = \sqrt{P_0} \exp(i\phi_{NL}) \quad (3.9)$$

Où P_0 est la puissance incidente et $\phi_{NL} = \gamma P_0 z$ est le déphasage non-linéaire induit par SPM. L'équation (3.9) implique que la lumière CW doit se propager à travers la fibre inchangée sauf

pour l'acquisition d'un déphasage dépendant de la puissance (est pour la réduction de la puissance en présence des pertes). Avant d'arriver à cette déduction, cependant, nous devons savoir si la solution (3.9) est stable contre les petites perturbations ou non. Pour répondre à cette question, nous perturbons l'état stationnaire légèrement.

$$A = (\sqrt{P_0} + a) \exp(i\phi_{NL}) \quad (3.10)$$

Et examinant l'évolution de la perturbation $a(z, t)$ en utilisant l'analyse de stabilité linéaire. Remplaçant l'équation (3.11) dans l'équation (3.8) on obtient le suivant

$$i \frac{\partial a}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 a}{\partial T^2} - \gamma P_0 (a + a^i) \quad (3.11)$$

Cette équation linéaire peut-être résolue facilement dans le domaine fréquentiel, mais à cause du terme a^i , les composantes de Fourier, aux fréquences Ω et $-\Omega$ sont couplées qui nous exige à considérer sa solution sous la forme

$$a(z, t) = a_1 \exp[i(Kz - \Omega T)] + a_2 \exp[-i(Kz - \Omega T)] \quad (3.12)$$

ou K et Ω sont respectivement le nombre d'onde et la fréquence de la perturbation. Les équations (3.11), (3.12) fournissent respectivement deux équations homogènes pour a_1 et a_2 . Ensemble ont des solutions non triviales seulement lorsque K et Ω satisfont la relation de dispersion suivante :

$$K = \pm \frac{1}{2} |\beta_2 \Omega| |\Omega^2 \pm \text{sing}(\beta_2) \omega_c^2|^{1/2} \quad (3.13)$$

$$\Omega_c^2 = \frac{4\gamma P_0}{|\beta_2|} = \frac{4}{|\beta_2| L_{NL}} \quad (3.14)$$

Tel que L_{NL} est la longueur non linéaire est défini par $L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}$, le nombre réel d'onde et la fréquence de perturbation sont $\beta_0 \pm K$ et $\omega_0 \pm \Omega$. Avec ce facteur, les deux termes dans l'expression (3.12) représentent deux compositions différentes de fréquences, $\omega_0 + \Omega$ et $\omega_0 - \Omega$, qui sont présentées simultanément. La relation de dispersion (3.13) montre que la stabilité à l'état d'équilibre dépend de manière critique du fait que la lumière subit un GVD normal ou anormal à l'intérieur de la fibre. Dans le cas d'un GVD normal $\beta_2 > 0$, le nombre d'onde k est réel pour tout Ω , et l'état d'équilibre est stable contre les petites perturbations. Par contre, dans le cas d'un GVD anormal $\beta_2 < 0$, K devient imaginaire pour $\Omega < \Omega_c$, et la perturbation $a(z, t)$ croît de façon exponentielle avec z vu de l'équation (3.12). Par conséquent la solution (3.9) est intrinsèquement instable pour $\beta_2 < 0$. Cette instabilité est appelée instabilité modulationnelle car elle conduit à une modulation temporelle spontanée du faisceau CW et le transforme en train d'impulsion. Des instabilités similaires se produisent dans de nombreux autres systèmes non linéaires et sont souvent appelées instabilités auto pulsées.

3.3.2 Spectre de gain

Le spectre de gain de l'instabilité modulationnelle est obtenir à partir de l'équation (3.13) en définissant

$$\text{sgn}\beta_2 = -1/g(\Omega) = 2\Im(K)$$

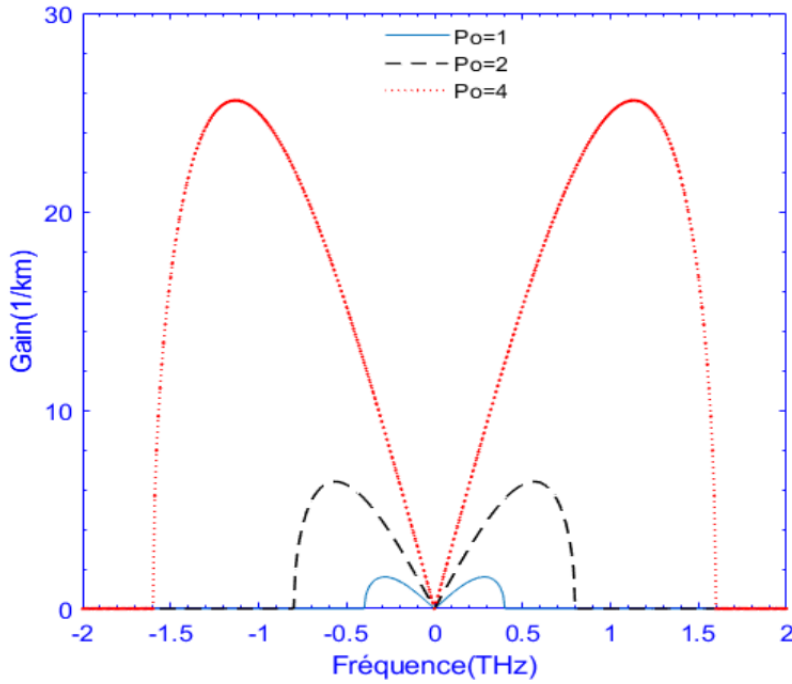


FIGURE 3.3 – Spectre du gain de l'instabilité modulationnelle à trois niveaux de puissance pour une fibre optique.

où le facteur de 2 convertit g en gain de puissance. Le gain n'existe que si $|\Omega| < |\Omega_c|$ et est donnée par [194]

$$g(\Omega) = |\beta_2 \Omega| (\Omega_c^2 - \Omega^2)^{1/2} \quad (3.15)$$

Sur la figure (3.3) on présente le spectre du gain pour trois niveaux de puissances utilisant les valeurs des paramètres d'une fibre de silice standard avec une longueur d'onde au voisinage de $1.55 \mu m$. Clairement, le gain est symétrique au voisinage de la valeur zéro de fréquence, dans laquelle il se disparaît. D'autre part, le gain devient maximum si les fréquences données par :

$$\Omega_{max} = \pm \frac{\Omega_c}{\sqrt{2}} = \pm \left(\frac{2\gamma P_0}{\beta_2} \right)^{1/2} \quad (3.16)$$

Avec une valeur maximale

$$g_{max} = g(\Omega_{max}) = \frac{1}{2} |\beta_2| \Omega_c^2 \quad (3.17)$$

Où l'équation (3.13) a été utilisée pour relier Ω_c à P_0 . Le pic de gain est indépendant du paramètre GVD et augmente linéairement avec la puissance incidente le gain d'instabilité modulationnelle est affecté par le paramètre de perte α qui a été négligé lors de la dérivation de l'équation (3.15). Le principal effet des pertes est de diminuer le gain le long de la fibre en raison d'une puissance réduite [195, 196]. En effet, Ω_c dans l'équation (3.15) est remplacé par $\Omega_c \exp(-\alpha z/2)$. L'instabilité modulationnelle se produit encore tant que $\alpha L_{NL} \leq 1$. L'effet de dispersion non linéaire d'ordre supérieur tel que l'autoraidissement et la diffusion Raman interimpulsion peut également être inclus en utilisant l'équation(3.7) [197, 198], la dispersion du troisième ordre β_3 n'affecte pas le spectre de gain de l'instabilité modulationnelle, le principal effet de l'autostipulation est de réduire le taux de croissance et la plage de fréquence sur laquelle le gain se produit à partir des valeurs vues dans

figure (3.3). L'équation (3.15) fournit une estimation simple du gain de l'instabilité modulationnelle dans la plupart des cas d'intérêt pratique.

En outre, l'instabilité modulationnelle peut être interprétée comme un processus de mélange à quatre ondes qui est relié en phase par SPM. Si une onde à une fréquence $\omega_1 = \omega_0 + \Omega$ devait co-propager avec le faisceau CW à ω_0 il connaîtrait un gain de puissance net donné par l'équation (3.15) tant que $|\Omega| \leq \Omega_c$. Physiquement l'énergie de deux photons du faisceau de pompe intense est utilisée pour créer deux photons différents, un a la fréquence de son de ω_1 et l'autre au à la fréquence $2\omega_0 - \omega_1$. Le cas dans lequel d'une sonde est lancée avec l'onde de pompe intense est appelé instabilité modulationnelle induite.

Même lorsque l'onde de pompe se propage d'elle-même, l'instabilité modulationnelle peut conduire à une décomposition spontanée du faisceau CW en un train d'impulsion périodique. Les photons de bruit (fluctuation du vide) agissent comme une sonde dans cette situation et sont amplifiés par le gain fourni par l'instabilité modulationnelle. Comme le plus grand gain se produit pour des fréquences $\omega_0 + \Omega_{max}$, ou Ω_{max} est donné par (3.16), ces composants sont amplifiés de plus. Ainsi une preuve claire de l'instabilité modulationnelle spontanée à la sortie de la fibre est fournie par deux bandes latérales spectrales situées symétriquement à Ω_{max} de chaque côté de la ligne centrale à ω_0 . Dans le domaine temporel, le faisceau CW est converti en un train d'impulsions périodique avec un $T_{max} = 2\pi/\Omega_{max}$. On peut se demander si l'instabilité modulationnelle peut se produire dans la région normale de la fibre optique dans certaines conditions. Il s'avère que la phase croisée modulationnelle se produisant lorsque deux faisceaux optiques de longueurs d'onde différentes ou avec une polarisation orthogonale se propagent simultanément peut conduire à une instabilité modulationnelle même dans les fibres normalement dispersives. Même un seul faisceau CW peut devenir instable dans un milieu normalement dispersif si la réponse du milieu est lente. Le pic de gain se produit à une fréquence $\Omega_{max} = T_{NL}^{-1}$, ou T_{NL} est le temps de réponse non linéaire. Pour les fibres de silice est T_{NL} trop court (quelques femtosecondes) et Ω_{max} est suffisamment large que même l'utilisation de l'équation NLS devient discutable. Cependant, lorsque de telles fibres sont dopées avec d'autres matériaux (ions de terres rares, ou semi-conducteurs), il peut être possible d'observer les effets d'un temps de réponse non linéaire fini.

3.4 Dynamique des solitons noirs dans un milieu non homogène

Dans un milieu non homogène, l'équation de Schrödinger qui gouverne les impulsions considérées de picoseconde est donnée sous la forme suivante :

$$i \frac{\partial E}{\partial z} + i\alpha_1(z) \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - i\alpha_2(z) |E|^2 E + \Gamma(z) E = 0 \quad (3.18)$$

on a α_1 et α_2 sont des fonctions dépendent de z . $E(z, t)$ est l'enveloppe du champ électrique lentement variable, $\Gamma(z)$ sont coefficient de non-linéarité. C'est donc l'équation NLS standard intégrable par la transformation inverse ceci signifie qu'il est possible de décrire la propagation non linéaire des impulsions solitoniques brillantes et noires correspondantes aux régimes anormaux et normaux, respectivement [7]. De plus, l'intégrabilité d'une équation non linéaire peut être étudiée

en appliquant l'analyse de Painlevé [199]. On croit largement que la possession de la propriété de Painlevé et un critère suffisant pour l'intégrabilité de l'équation non linéaire il existe une autre technique fondamentalement basée sur la formulation de solution en termes d'amplitude et fonction de phase comme approche pour trouver les solutions exactes de l'équation d'évolution non linéaire. Le formalisme est tout à fait simple, il nous permet d'obtenir les solutions d'ondes solitaires avec amplitude dépendante seulement du temps et une phase dépendante de la coordonnée de direction de la propagation de l'enveloppe du champ [200, 201].

La fonction d'amplitude complexe des solitons combinés qui a été présenté par li et ses collaborateurs [202], présente la forme complexe de la solution qui est la superposition de deux amplitudes de soliton noir et brillant, avec une valeur asymptotique qui ne s'approche pas de zéro lorsque le temps tend à l'infini. Nous adoptons la solution de la forme suivante :

$$E(z, t) = u(z, t) \exp [i\varphi(z, t)] \quad (3.19)$$

Notons que $u(z,t)$ qu'est la fonction d'enveloppe complexe et $\varphi(z, t) = k(z)t + \Omega(z)$, est le décalage linéaire de la phase. En insérant cette équation dans l'équation (3.18) et en levant le terme exponentiel, nous remanions cette équation à la forme suivante :

$$iu_z + 2i\alpha_1 u_t + \alpha u_{tt} + \alpha_2 |u|^2 u - (\alpha_1 k^2 + \varphi_z)u + i\Gamma u = 0 \quad (3.20)$$

Dans ce qui suit, nous prenons la fonction d'enveloppe représentant la forme d'un soliton noir :

$$u(z, t) = \lambda(z) \tanh \eta(z) [t - \chi(z)] \quad (3.21)$$

à condition que l'amplitude de solution d'onde solitaire soit non nulle lorsque la variable du temps s'approche de l'infini, ou possède la forme suivante :

$$u(z, t) = \lambda(z) \tanh \eta(z) [t - \chi(z)] \exp (k(z)t + \Omega(z)) \quad (3.22)$$

notons que les paramètres η , χ , k , λ sont fonctions dépendant de (z) , η , χ sont la largeur d'amplitude et le décalage de l'inverse de vitesse de groupe, respectivement. Substituant l'équation (3.22) dans l'équation (3.20) étendant les termes de "sech" aux termes "tanh" pour que les coefficients aux termes indépendants contenant des combinaisons indépendantes de ces fonctions hyperboliques égales zéro, après la séparation entre les parties réelles et imaginaires, nous obtenions les 7 équations paramétriques suivant :

$$\lambda [2\alpha_1 \eta^2 + \alpha_2 \lambda^2] = 0 \quad (3.23)$$

$$\eta [2\alpha_1 k - \chi(z)] = 0 \quad (3.24)$$

$$\lambda [2\alpha_1 \eta^2 + \alpha_2 k^2 + \Omega(z)] = 0 \quad (3.25)$$

$$\lambda \eta [2\alpha_1 k - \chi(z)] = 0 \quad (3.26)$$

$$k(z) = k_c \quad (3.27)$$

$$\lambda_z + \Gamma \lambda = 0 \quad (3.28)$$

$$\eta(z) = \eta_c \quad (3.29)$$

en respectant la condition suivante : $\Gamma = (\alpha_2\alpha_{1z} - \alpha_1\alpha_{2z})/2\alpha_1\alpha_2$ on obtient :

$$\lambda = \lambda_0 \exp\left(-\int \Gamma dz\right) \quad (3.30)$$

par conséquent les paramètres du soliton s'écrivent :

$$\chi(z) = 2\alpha_1 k \quad (3.31)$$

$$\eta^2 = -\frac{\alpha_2}{2\alpha_1}\lambda^2, \quad \alpha_1\alpha_2 < 0 \quad (3.32)$$

$$\Omega(z) = 0 \quad (3.33)$$

Dans le cadre de ces conditions paramétriques, la solution obtenue prend la forme :

$$E(z, t) = \left[\lambda_0 \exp\left(-\int \Gamma dz\right) \right] \tanh \eta(z) [t - \chi(z)] \exp(ik(z)t) \quad (3.34)$$

À travers ces résultats nous discuterons par la suite les divers cas possibles qui nous permettent à distinguer les différents types des solitons noir existant et leur dynamique gouvernée par l'équation de Schrödinger non linéaire à dispersion contrôlée.

3.4.1 soliton noir géré en dispersion

Nous avons vu que l'adaptation de la fonction de l'amplitude d'un soliton noir dans laquelle les paramètres sont considérés des fonctions dépend de la dynamique d'un soliton noir le long de sa propagation dans un milieu non homogène. Notons ici que la solution a été obtenue en imposant certaines conditions aux paramètres existants. Dans ce qui suit, on montre comment se comporte un soliton noir vérifiant les conditions du cas discuté précédemment. Dans le cadre de ce cas, l'équation de propagation est une équation de Schrödinger non linéaire non homogène contenant uniquement la dispersion de deuxième ordre et l'effet Kerr optique admettant le soliton noir comme type de solution ayant l'amplitude de la forme (3.34). On distinct ici deux cas significatifs selon les formes des fonctions paramétriques χ et Ω .

Soliton noir périodique

Pour étudier l'impact de la non-homogénéité du milieu sur la dynamique des solitons noire on choisi dans un premier temps de la fonction de dispersion sous la forme suivante $\alpha_1 = a \cos(\omega z)$ ou α_1 et ω sont l'amplitude et la période du trajectoire, respectivement. Sur la figure(3.4. a) on montre l'évolution d'un soliton noir traverse un milieu non homogène qui agisse seulement sur la période des oscillations dues au changement de la vitesse de groupe de l'impulsion sans changer la forme du soliton.

Soliton noir a chift de phase

La fonction dispersive dans ce cas est également portera la forme suivante $\alpha_1 = a \operatorname{sech}(\omega z)$. Le soliton présente alors un comportement dramatique au cours de sa propagation sous l'impact

du milieu non homogène qui suit la fonction dispersive (citée au paravent), sur laquelle la largeur de soliton se présente comme un chift de phase pendant la propagation fondée sur les signes des valeurs absolues qui détermine la direction et la distance de phase, mais ne pas changer la forme de soliton comme montré sur la figure (3.4. b).

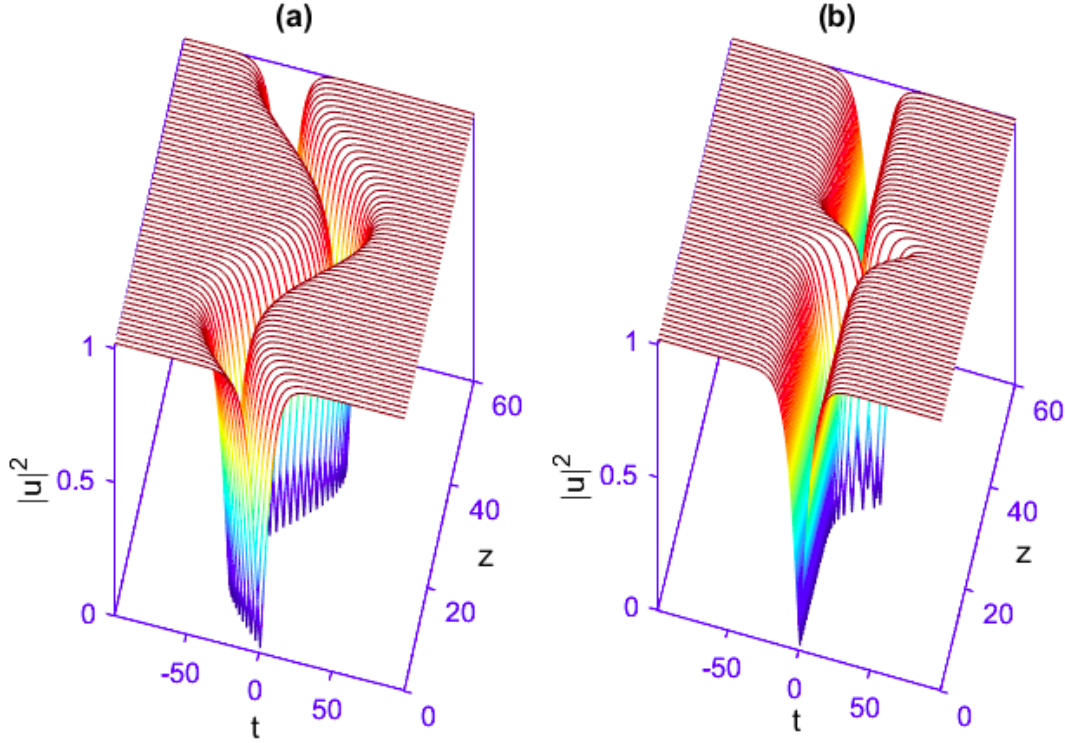


FIGURE 3.4 – Évolution d'un soliton noir a) periodique, b) à chift de phase

3.4.2 Paire de soliton sombre géré en dispersion

nous étudions l'interaction entre solitons noirs voisins par simulation numérique directe pour le système de solitons contrôlés, basés sur le fait que la diminution du GVD dans une fibre [203]. Supposons que le paramètre de la GVD, est donnée par :

$$\alpha_1(z) = d \exp(gz) \quad \text{et} \quad \alpha_2(z) = r \exp(gz - \sigma z) \quad \text{et} \quad \Gamma(z) = 0.01$$

où d et g sont liés à la GVD, r et σ sont les paramètres pour décrire la non-linéarité. L'impulsion d'entrée est

où

$$0 < t < +\infty.$$

$$u(0, t) = \lambda(z) \tanh(t + t_0/2) \exp(i\xi t) \quad (3.35)$$

$-\infty < t < 0.$ et

$$u(0, t) = -\lambda(z) \tanh(t - t_0/2) \exp(i\xi t) \quad (3.36)$$

On adopte ici les paramètres suivants : $d = r = 1$, $g = 0,01$, $\sigma = 0,006$, $b = 0.06$ et $h = 0.025$. La figure 3.5 montre le contour de propagation de deux solitons sombres pour la séparation initiale

des impulsions $t_0 = 4$ et le paramètre de vitesse $\xi = 0$. De la figure 3.5, nous pouvons voir que les deux solitons sombres présentent l'interaction répulsive et la vitesse de chaque soliton est modifiée en raison des effets de dispersion au début de la propagation. Les intensités des solitons diminuent du fait de $\sigma < 0$. Après une distance de propagation, les deux vitesses des solitons noirs sont piégées.

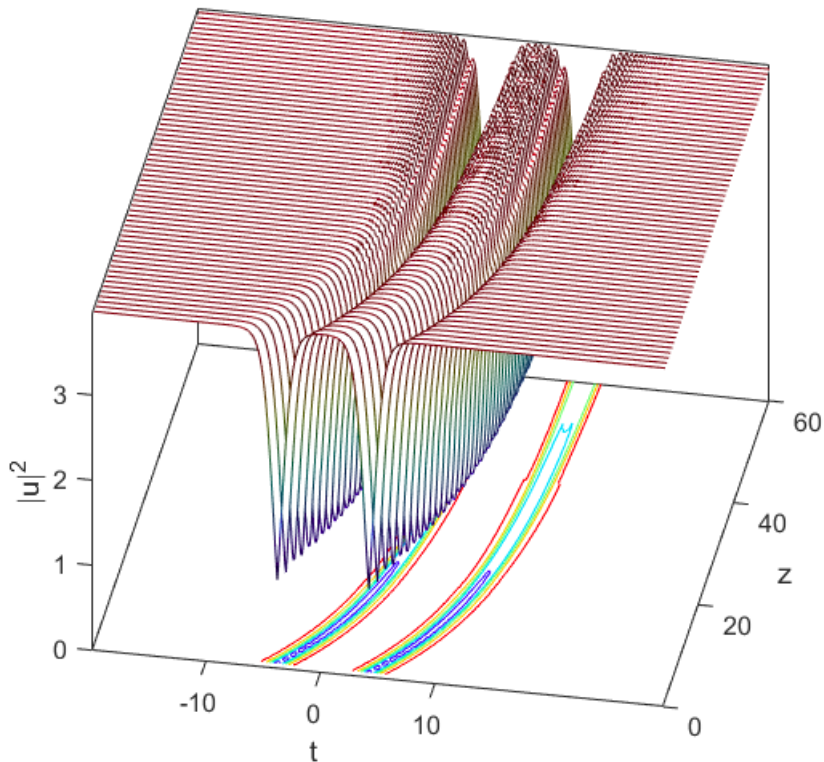


FIGURE 3.5 – Évolution de deux solitons sombres voisins avec $t_0 = 4$ et $\xi = 0$

Les deux solitons sombres interagissent à peine et la séparation reste constante lors de la descente de la fibre. Par conséquent, nous pouvons en déduire que les effets combinés du contrôle du GVD et de la distribution de non-linéarité peuvent supprimer l'interaction entre les solitons sombres voisins dans une certaine mesure. Il est avantageux d'obtenir un débit binaire encore plus élevé de transmission d'informations et d'améliorer l'effet de communication dans les communications optiques de solitons si l'on utilise les solitons sombres comme transport d'informations.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons consacré notre attention sur l'étude de la propagation d'une onde solitaire type noir modélisé par l'équation de Schrödinger non linéaire dans laquelle le milieu de propagation est non homogène. Pour cette objective, on a adopté la méthode variationnelle à raison de trouver les solutions solitoniques et leur dynamique non linéaire lors de leur propagation. La méthode se base sur la fonction d'essai d'une amplitude dont la forme de soliton noir. Les résultats obtenus révèlent que le soliton sous l'impact du milieu non homogène présente un caractère stable malgré certains comportements dramatiques s'apparaissent au cours de la propagation de l'impulsion dans une fibre, la fibre a une dispersion normale qui est équilibrée par une auto modulation de phase (non linéaire) pour prendre en charge les solutions solitons sombres. Comparés aux solitons brillants, les solitons sombres, en plus de leur meilleure stabilité, contre la perte de fibre et le bruit de fond, sont plus stables vis-à-vis des interactions entre solitons. Dans cette condition, une propagation de distance $\xi = 30$ n'entraînera qu'une augmentation de 10 % de la séparation des solitons.

Enfin, l'interaction entre des solitons noir picosecondes voisine dans le système de contrôle a été étudié numériquement. Les résultats ont révélé que le contrôle combiné du GVD, et de la non-linéarité peut restreindre dans une certaine mesure l'interaction entre les solitons sombres picosecondes voisins. Il est important d'augmenter le débit binaire de la communication optique lorsque des solitons sombres sont utilisés comme porteurs d'informations.

Chapitre 4

Soliton femtoseconde en milieu homogène et non-homogène

Sommaire

4.1	Introduction	81
4.2	Dynamique dans un milieu présentant des non-linéarités jusqu'au septième ordre	82
4.3	Solutions en onde solitaires noires	84
4.4	Analyse de stabilité	85
4.4.1	Stabilité modulationnelle du fond cw	85
4.5	Collision de solitons	88
4.6	Contrôle des solitons noires CQS dans un milieu non-homogène	89
4.7	Équation du modèle	91
4.8	Solution et stabilité du soliton	93
4.9	Interaction des solitons	96
4.10	Conclusion	102

4.1 Introduction

Un soliton optique est une impulsion localisée se propageant sans altérer son profil dans un milieu de propagation non linéaire donné. Ainsi, il présente un intérêt applicatif dans le domaine de la transmission d'informations optiques, comme dans celui des lasers à blocage de modes qui produisent des impulsions courtes ou ultracourtes (femtosecondes). L'étude des solitons constitue aussi un sujet fondamental de recherche dans le domaine de la dynamique non linéaire, et fait appel à des techniques mathématiques et numériques élaborées. Les solitons optiques basés sur l'équation de Schrödinger non linéaire démontrés par Hasegawa et Tappert en 1973 ont été largement étudiés. Ils reposent sur un équilibre parfait entre la dispersion chromatique du deuxième ordre et la non-linéarité Kerr, principaux effets physiques intervenant dans la propagation d'impulsions optiques en régime picoseconde dans les fibres optiques. Cependant, les milieux de propagation présentent généralement d'autres effets physiques, qui peuvent modifier considérablement les propriétés (existence, profil, stabilité) des solutions de type soliton. Certains effets peuvent être considérés comme des effets d'ordre supérieur : dispersion chromatique d'ordre 3 et 4 ; saturation de l'effet Kerr. Ils sont ajoutés à l'équation de Schrödinger non linéaire qui devient, par exemple, une équation cubique-quintique. L'équation de Schrödinger non linéaire d'ordre supérieur peut être vue comme une extension de l'équation de Schrödinger non linéaire incorporant des termes d'ordre élevés de la non-linéarité et de la dispersion. Cependant, l'importance des termes incorporés change la nature de l'équation qui devient non intégrable.

Le développement rapide de la technologie du laser a abouti à la génération d'impulsions lumineuses ultracourtes contenant un petit nombre de cycles lumineux avec des largeurs d'impulsion inférieures à 10 fs [204]. La propagation des impulsions ultracourtes dans les fibres est généralement décrite par l'équation de Schrödinger non linéaire généralisée basée sur l'approximation de l'enveloppe lentement variable (AELV) [194]. Lorsque l'impulsion ne contient que quelques cycles lumineux, la validité de cette équation est remise en question. Pour résoudre ce problème, plusieurs méthodes qui ne sont pas compatibles avec (AELV) [205, 206] ont été utilisées. La résolution des équations vectorielles non linéaires de Maxwell par intégration directe prend du temps [205, 207]. Les équations d'onde modifiées peuvent être dérivées, en utilisant la méthode des opérateurs et en supposant que la non-linéarité est faible [208, 209] ou que le champ électrique est représenté comme une superposition d'ondes monochromatiques [206]. De plus, une méthode itérative a été utilisée pour dériver une équation d'onde pour les impulsions ultracourtes [210]. Dans ces conditions, par la première itération, on obtient une équation d'onde contenant quatre termes non linéaires supérieurs [208, 210]. Pour les fibres monomodes à base de silice à faible guidage, il s'est révélé que ces termes non linéaires d'ordre supérieur, dont les coefficients sont proportionnels au coefficient de dispersion du second ordre, sont beaucoup plus petits que le terme de choc. Il a été constaté que l'équation de Schrödinger généralisée décrit bien la propagation d'une impulsion qui contient ne serait-ce qu'un cycle optique. Ceci est issu d'une étude comparative entre l'étude numérique des solitons fondamentaux de 2,5 fs en utilisant l'équation de Schrödinger non linéaire généralisé et les équations complètes de Maxwell [205, 207].

Ce chapitre sera voué à l'étude des ondes solitaires spatiales noires dans un milieu physique présentant des non-linéarités de troisième, cinquième et septième ordre. Il se subdivise en deux parties distinctes, mais complémentaires. La première partie de ce chapitre est consacrée à l'étude

dans un milieu homogène pour lequel Triki et ses collaborateurs ont proposé une première démonstration analytique de la propagation d’ondes optiques solitaires spatiales noires dans un matériau non linéaire CQS, tandis que la seconde partie portera sur l’étude du contrôle des solitons noirs non linéaires dans un milieu non homogène en se basant sur le nouveau type d’ondes solitaires noires dans un milieu cubique-quintique-septique-non linéaire, avec un profil en $sech^{2/3}$. Dans ce contexte, nous étudierons l’équation de Schrödinger non linéaire non-homogène d’ordre élevé (INHLS) comprenant des termes cubiques-quintique et septique (CQS) avec des coefficients variables. La solution analytique exacte qui décrit la propagation des impulsions de type soliton noire est déterminée en employant la méthode de l’ansatz¹. Les conditions paramétriques pour lesquelles ces solitons optiques existent sont présentées. L’étude de la stabilité de ces solitons noire contrôlée sous certaines perturbations initiales a été investiguée à l’aide de simulation numérique. Enfin, la dynamique d’interaction de deux et trois solitons noirs générés est explorée numériquement.

4.2 Dynamique dans un milieu présentant des non-linéarités jusqu’au septième ordre

La dynamique de champ dans un milieu présentant des non-linéarités jusqu’au septième ordre est régie par l’équation NLSE cubique-quintique-septique suivante :

$$iE_z + \alpha_1 E_{xx} + \alpha_2 |E|^2 E + \alpha_3 |E|^4 E + \alpha_4 |E|^6 E = 0 \quad (4.1)$$

où $E(z, x)$ est l’amplitude complexe du champ électrique ; z et x désignent respectivement la distance de propagation et la coordonnée spatiale transversale ; α_1 est le paramètre de diffraction, tandis que α_2 , α_3 et α_4 représentent les coefficients non linéaires cubique, quintique et septique, respectivement.

Récemment, l’équation (4.1) avec $\alpha_1 = 1/2$ et $\alpha_4 = 1$ a été utilisée pour étudier numériquement les conditions de stabilité des solitons spatiaux unidimensionnels [214]. Ici, des paramètres arbitraires α_i (avec $i = 1 \dots, 4$) ont été considérés dans le but d’une analyse générale valable pour plusieurs types de matériaux septimaux. Notons que lorsque $\alpha_3 = \alpha_4 = 0$, l’équation (4.1) se réduit à l’équation NLSE standard. En définissant $\alpha_4 = 0$ dans l’équation (4.1), on obtient l’équation NLSE étendue avec une non-linéarité cubique-quintique pour laquelle les solutions d’ondes solitaires ont déjà été étudiées [215, 216]. Il est pertinent de mentionner qu’en mettant à l’échelle de manière appropriée les variables ψ , z et x , l’équation gouvernante (4.1) peut être écrite sous une forme sans dimension avec seulement deux paramètres libres. La présence de tous les paramètres α_i ($i = 1 \dots, 4$) dans le modèle permet d’examiner l’influence individuelle de chaque effet sur la stabilité des enveloppes se propageant dans le milieu septique. Dans la référence [217], par exemple, l’utilisation des paramètres de non-linéarité [donnés en matière de susceptibilités effectives $\chi_{eff}^{(2N+1)}$, ($N = 1, 2, 3$)] s’est avérée cruciale pour effectuer des calculs numériques basés sur

1. Les méthodes ansatz les plus importantes (la méthode de la fonction tanh développée par W. Malfliet[211] . Ces dernières années, diverses formes de la méthode tanh ont été développées, par exemple la méthode tanh-coth ont été proposées par A. M. Wazwaz [212], la méthode sinus-cosinus et la méthode de la fonction exp proposée par J. H. He [213] appliquée à diverses PDE non linéaires de physique mathématique, tel que les équations de Burgers et KdV, . . .) pour construire des solutions d’ondes progressives de PDE non linéaire

une équation type NLSE, y compris les contributions jusqu'à la susceptibilité du septième ordre. À ce jour, il n'y a eu aucun rapport sur des solutions analytiques exactes d'ondes solitaires noires de l'équation NLSE cubique-quintique-septique (4.1). Dans ce but, nous introduisons une nouvelle solution ansatz, qui va nous permettre de construire des solutions d'ondes solitaires exactes pour l'équation (1) dans le cas général, lorsque tous les coefficients α_i (avec $i = 1 \dots, 4$) ont des valeurs non nulles. En particulier, nous nous concentrons sur le rôle joué par la non-linéarité de septième ordre. On remarque que l'existence de solutions localisées dépend essentiellement des paramètres physiques, et donc de la particularité non linéaire du milieu. Pour obtenir des solutions d'ondes solitaires exactes à l'équation (4.1), nous supposons une solution de la forme [218, 219].

$$E(z, x) = A(x + \beta z) \exp^{i(kz - \omega x)} = A(\chi) \exp^{i(kz - \omega x)} \quad (4.2)$$

où $A(\chi)$ est une fonction réelle différentiable et β est une constante réelle à déterminer par les paramètres physiques du modèle. En remplaçant l'équation (4.2) dans l'équation (4.1) et en séparant les parties réelles et imaginaires, on obtient :

$$\beta = 2\alpha_1\omega \quad (4.3)$$

à partir de la partie imaginaire, indiquant que dans le présent cas, le paramètre d'onde β est contrôlé par Ω . La partie réelle donne l'équation :

$$-kA + \alpha_1 A_{xx} - \alpha_1 \omega^2 A + \alpha_2 A^3 + \alpha_3 A^5 + \alpha_4 A^7 = 0 \quad (4.4)$$

Nous pouvons récrire l'équation (4.4) sous la forme :

$$A_{xx} = (K + \alpha_1 \Omega^2)A/\alpha_1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} A^3 - \frac{\alpha_3}{\alpha_1} A^5 - \frac{\alpha_4}{\alpha_1} A^7 \quad (4.5)$$

qui coïncide avec l'évolution d'un oscillateur anharmonique avec une énergie potentielle effective U définie par :

$$U(A) = \frac{1}{2} \left(\frac{K + \alpha_1 \Omega^2}{\alpha_1} \right) A^2 + \frac{\alpha_2}{4\alpha_1} A^4 + \frac{\alpha_3}{6\alpha_1} A^6 + \frac{\alpha_4}{8\alpha_1} A^8 \quad (4.6)$$

Multipliant l'équation.(4.5) par A_χ et en intégrant par rapport à χ , on obtient :

$$(A_\chi)^2 = aA^2 - bA^4 - cA^6 - dA^8 + 2E \quad (4.7)$$

ou

$$a = \frac{K + \alpha_1 \Omega^2}{\alpha_1}, \quad b = \frac{\alpha_2}{2\alpha_1}, \quad c = \frac{\alpha_3}{3\alpha_1}, \quad d = \frac{\alpha_4}{4\alpha_1} \quad (4.8)$$

et E est une constante d'intégration arbitraire, qui coïncide avec l'énergie de l'oscillateur anharmonique [219]. L'équation (4.7) est une équation différentielle ordinaire non linéaire du premier ordre avec un terme non linéaire du huitième degré, qui n'est pas analytiquement intégrable dans le cas où E est non nulle. La difficile est d'en trouver des solutions exactes sous forme d'ondes solitaires dans le cas le plus général, lorsque tous les coefficients ont des valeurs différentes de zéro. Récemment, un des présents auteurs a résolu l'équation auxiliaire (4.7) dans le cas particulier où $d = 0$ et a obtenu des solutions d'ondes solitaires brillantes et noires différentes des fonctions "sech" et "tanh" traditionnelles [220]. Cependant, des solutions localisées exactes en présence du terme non

linéaire d'ordre huit qui est lié au coefficient «d» avec tous les autres termes n'ont pas encore été rapportées dans la littérature. Dans ce qui suit, nous proposons un ansatz efficace pour obtenir de nouvelles solutions d'ondes solitaires pour cette équation. Avant de trouver des solutions exactes, ré écrivons d'abord l'équation (4.7) sous une forme plus simplifiée en utilisant la transformation :

$$A(\chi) = u^{1/2}(\chi) \quad (4.9)$$

On obtient alors une nouvelle équation différentielle possédant un terme non linéaire du cinquième ordre de la forme :

$$\frac{1}{4} \left(\frac{du}{d\chi} \right)^2 = 2Eu + au^2 - bu^3 - cu^4 - du^5 \quad (4.10)$$

où le degré de la non-linéarité s'étend de 1 à 5. Il n'existe pas de solution exacte pour cette équation lorsque les coefficients ont des valeurs non nulles. Dans ce qui suit, nous résolvons l'équation (4.10) en utilisant un ansatz approprié et obtenons un autre type de solutions d'ondes solitaires sur un fond d'ondes continues, et étudions les domaines de paramètres dans lesquels ces ondes solitaires spatiales optiques existent.

4.3 Solutions en onde solitaires noires

Pour résoudre l'équation (4.10), nous proposons l'ansatz spécial suivant :

$$u(\chi) = \rho + \lambda sech^{2/3}(\mu\chi) \quad (4.11)$$

où μ , ρ et λ sont les paramètres d'onde à déterminer par les coefficients physiques du modèle. Ici μ est la largeur de l'onde solitaire, tandis que λ est son amplitude. En outre, le paramètre ρ détermine la force du font continu, sur lequel cette solution se développe. Nous voyons clairement que les solutions d'enveloppe obtenues au moyen de cet ansatz on des valeurs asymptotiques non nulles lorsque la variable χ approche de l'infini [c'est-à-dire $|\chi| \rightarrow \infty$, où $\chi = \tau + \beta\xi$ est la coordonnée de déplacement]. En remplaçant l'ansatz (4.11) dans l'équation (4.10) puis en fixant les coefficients de $sech^j(\mu\chi)$ (où $j = 0, 2/3, 4/3, 2, 8/3, 10/3$) à zéro, on obtient l'ensemble d'équations algébriques suivant :

$$- 2E\rho - a\rho^2 + b\rho^3 + c\rho^4 + d\rho^5 = 0 \quad (4.12)$$

$$- 2E\rho\lambda - 2a\rho\lambda + 3b\rho^2\lambda + 4c\rho^3\lambda + 5d\rho^4\lambda = 0 \quad (4.13)$$

$$\frac{1}{9}\lambda^2\mu^2 - a\lambda^2 + 3b\rho\lambda^2 + 6c\rho^2\lambda^2 + 10d\rho^3\lambda^2 = 0 \quad (4.14)$$

$$b\lambda^3 + 4c\rho\lambda^3 + 10d\rho^2\lambda^3 = 0 \quad (4.15)$$

$$c\lambda^4 + 5d\rho\lambda^4 = 0 \quad (4.16)$$

$$- \frac{1}{9}\lambda^2\mu^2 + d\lambda^5 = 0 \quad (4.17)$$

qu'on résout pour les paramètres inconnus ρ , λ et μ . on obtient :

$$\rho = -\frac{c}{5d} \quad (4.18)$$

$$\lambda = \left(\frac{25ad^2 + 15bcd - 4c^3}{25d^3} \right)^{1/3} \quad (4.19)$$

$$\mu = \frac{3\sqrt{25ad^2 + 15bcd - 4c^3}}{5d} \quad (4.20)$$

avec une valeur de l'énergie donnée par :

$$2E = \frac{125acd^2 + 25bdc^2 - 4c^4}{625d^3} \quad (4.21)$$

et les conditions paramétriques suivantes :

$$5bd = 2c^2, \quad 11c^3 - 125d^2a - 50bcd = 0 \quad (4.22)$$

Clairement, nous devons avoir $25ad^2 + 15bcd - 4c^3 > 0$ et $d > 0$ pour garantir que la largeur du soliton (4.20) soit réelle. De plus, nous voyons à partir des équations. (4.18) à (4.20) que les termes de non-linéarité quintique et septique inclus dans les paramètres c et d ont une influence majeure sur les paramètres d'onde solitaire. En particulier, il faut exiger $d \neq 0$ [c'est-à-dire des valeurs non nulles pour le terme NL de septième ordre $\alpha_4 \neq 0$] pour que les paramètres ρ , λ et μ existent. On peut alors conclure que la non-linéarité septique influence l'évolution des ondes existantes.

Ainsi, la solution exacte d'onde solitaire sur un fond d'onde continue du modèle (1) est de la forme :

$$\psi(z, x) = \left\{ -\frac{c}{5d} + \left(\frac{\Gamma}{25d^3} \right)^{1/3} \text{sech}^{2/3} \left(\frac{3\sqrt{\Gamma}}{5d} (x + \beta z) \right) \right\}^{1/2} \times \exp i(kz - \Omega x) \quad (4.23)$$

$$\Gamma \equiv 25ad^2 + 15bcd - 4c^3 \quad (4.24)$$

En analysant la solution de l'équation (4.23), nous voyons que l'amplitude de l'onde solitaire peut approcher une limite non nulle lorsque la variable x s'approche de l'infini. Physiquement, cette enveloppe en propagation représente une onde solitaire noire, qui existe pour le modèle septique NLSE (4.1) en raison d'un équilibre entre la diffraction et les non-linéarités cubiques-quintiques-septiques concurrentes.

4.4 Analyse de stabilité

4.4.1 Stabilité modulationnelle du fond cw

Le soliton noir donné par l'expression (4.23) se trouve sur un fond d'onde continue (cw), qui peut être soumis à une instabilité modulationnelle (IM). Si ce phénomène se produit, alors le fond cw sera rapidement détruit; ce qui provoquera inévitablement la destruction du soliton. Il est donc primordial de vérifier si la condition d'existence du soliton peut être compatible avec la condition de stabilité du fond cw. Dans cette section, nous examinons la stabilité modulationnelle d'un cw dans le système modélisé par l'équation (4.1). Pour cela, nous utilisons l'analyse de stabilité linéaire standard [221]. Considérons d'abord la propagation du signal cw de la puissance initiale P_0 à l'intérieur d'un milieu présentant des non-linéarités optiques jusqu'au septième ordre. Un champ d'ondes planes de fond pour l'équation NLS cubique quintique-septimale (4.1) est donné par :

$$E(z, x) = \sqrt{P_0} \exp(i\phi_{NL}) \quad (4.25)$$

où ϕ_{NL} est le déphasage non linéaire exprimé par la relation :

$$\phi_{NL} = P_0(\alpha_2 + \alpha_3 P_0 + \alpha_4 P_0^2)z$$

induit par l'auto modulation de phase et les termes non linéaires quintique-septimaux non Kerr. L'expression (4.24) signifie que le signal cw doit se propager à travers le milieu matériel sans changement sauf pour l'acquisition d'un déphasage dépendant de la puissance. Pour analyser la stabilité modulationnelle du cw (4.24), nous introduisons le champ perturbé de la forme.

$$E(z, x) = [\sqrt{P_0} + a(z, x)] \exp(i\phi_{NL}) \quad (4.26)$$

où $|a(z, x)| \ll P_0$. En substituant l'équation (4.25) à l'équation (4.1), on obtient l'équation linéarisée suivante du champ perturbé :

$$ia_z + \alpha_1 a_{xx} + \alpha_2 P_0(a + a^*) + 2\alpha_3 P_0^2(a + a^*) + 3\alpha_4 P_0^3(a + a^*) \quad (4.27)$$

où $a^*(z, x)$ est le conjugué complexe du champ perturbé. Nous supposons maintenant l'ansatz standard suivant pour le champ perturbé :

$$a(z, x) = a_1 \exp[i(Sz - kx)] + a_2 \exp[-i(Sz - kx)] \quad (4.28)$$

où $a_{1,2}$ sont des amplitudes réelles de perturbation infinitésimale, k est le nombre d'onde perturbé et S est la valeur propre respective. En insérant de l'expression (4.28) dans l'équation (4.27), on obtient la relation de dispersion suivante :

$$S = \pm |\alpha_1 k| \sqrt{k^2 - \text{sgn}(\alpha_1) k_c^2} \quad (4.29)$$

$$k_c = \frac{1}{\sqrt{|\alpha_1|}} \sqrt{2\alpha_2 P_0 + 4\alpha_3 P_0^2 + 6\alpha_4 P_0^3} \quad (4.30)$$

où $\text{sgn}[(\alpha_1)] = \pm 1$ selon que $\alpha_1 > 0$ ou $\alpha_1 < 0$. L'équation (4.28) montre que la stabilité du fond cw dépend de manière critique du fait que la lumière subit une diffraction normale ou anormale à l'intérieur du milieu. Il est clair que dans le régime de diffraction normal $\text{sgn}[(\alpha_1)] = -1$, S est réel pour tout k , et cw stable. En revanche, dans le régime de diffraction anormale $\text{sgn}[(\alpha_1)] = 1$, S devient imaginaire pour $|k| < k_c$, et la perturbation a croît exponentiellement avec z , avec un spectre de gain donné par la partie imaginaire de S :

$$G(k) = 2I_m(S) = |2\alpha_1 k| \sqrt{k_c^2 - k^2} \quad (4.31)$$

Le gain devient maximal à deux fréquences optimales données par $k_{opt} = \pm k_c / \sqrt{2}$, avec une valeur crête donnée par

$$G_{IM} = |\alpha_1| k_c^2$$

à ce stade, il convient de souligner à nouveau que le soliton n'existe que dans les régions à paramètres où la condition paramétrique (4.22) est satisfaite, comme nous le préciserons dans la sous-section suivante. Cependant, à partir de l'analyse de stabilité linéaire ci-dessus, on peut déjà prédire que si le soliton existe dans un régime de diffraction normal, alors il est susceptible d'être stable. En revanche, si le soliton n'existe qu'en régime de diffraction anormal, sa stabilité sera nécessairement sujette à IM. La question qui se pose c'est alors de savoir s'il existe des régions

de paramètres où l'impact de l'IM peut être minimisé. Pour répondre à cette question, nous avons examiné plusieurs caractéristiques de IM, y compris la taille de son spectre de gain, k_c (comme $0 < |k| < k_c$), et la valeur crête du gain G_{IM} , dans différentes régions de paramètres satisfaisant les conditions paramétriques (4.22). Les résultats, qui sont représentés sur la figure 4.1, montrent que les valeurs de k_c et G_{IM} diminuent de manière monotone et tendent vers zéro lorsque α_2 diminue [voir les figures 4.1 a) et 4.1 b)]. Ce comportement est qualitativement le même, quelle que soit la valeur de α_3 [la valeur de α_4 étant étroitement liée aux autres paramètres du système via les conditions paramétriques (4.22)]. Ainsi, l'impact négatif de IM peut être considérablement réduit en abaissant suffisamment la valeur du coefficient de diffraction α_2 [voir la figure 4.1(b)]. D'autre part, les figures 4.1(a) et 4.1(b) montrent qu'une diminution de la valeur de α_3 favorise IM. Par conséquent, pour minimiser l'impact de l'IM de manière plus efficace, il est nécessaire d'abaisser la valeur de α_2 et d'augmenter celle de α_3 , de manière concomitante. Cependant, l'augmentation de α_3 ne peut se faire sans limites, car le niveau de puissance du fond CW du soliton dépend des paramètres du système par la relation $P_0 = \sqrt{\rho}$ [voir l'équation (4.18) et (4.8)], ce qui conduit à

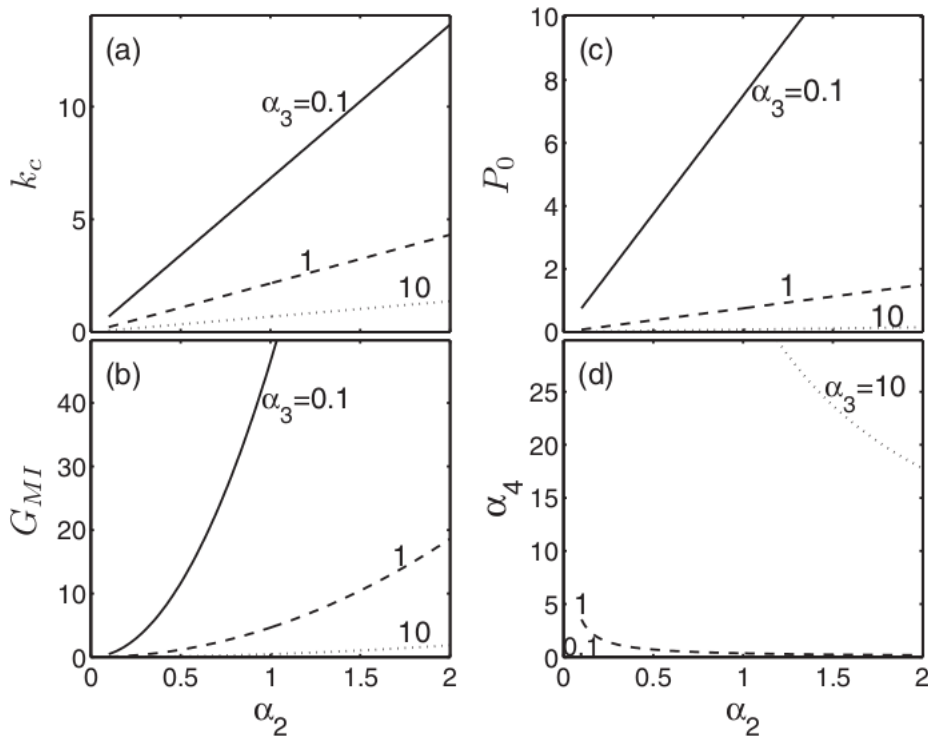


FIGURE 4.1 – Caractéristiques de IM pour $\alpha_1 = 1$. (a) : Évolution de la limite supérieure du spectre de gain k_c en fonction de α_2 pour différentes valeurs de α_3 , (b) valeur crête du gain, (G_{IM}) en fonction de α_2 , (c) niveau de puissance du fond cw, P_0 par rapport à α_2 , (d) terme non linéaire septique α_4 versus α_2 [222].

une diminution de la puissance P_0 lorsque α_3 augmente, comme on peut le voir sur la figure 4.1(c). La valeur de α_3 est limitée vers le haut par le niveau tolérable du rapport signal sur bruit dans le système. De plus, il convient de noter que dans la région du moindre IM (petit α_2 et grand α_3), α_4 est grand [voir figure 4.1.(d)]. Nous vérifierons si cette région de moindre IM est la plus propice à une meilleure stabilité du soliton.

4.5 Collision de solitons

Maintenant, il est intéressant de soumettre le soliton à un test de robustesse plus puissant que l'effet d'un bruit photonique, à savoir, une collision avec une entité similaire. Pour cela, nous avons injecté deux solitons dans le système avec des conditions permettant une collision. En raison de la diffraction, pour qu'une collision se produise, il est nécessaire d'injecter les deux solitons E_1 et E_2 dans deux canaux différents (ondes porteuses), disons Ω_1 et Ω_2 , de la manière suivante :

$$E(z = 0, x) = E_1(x) + E_2(x) \quad (4.32)$$

$$E_1(x) \equiv \left\{ -\frac{c}{5d} + \left(\frac{\Gamma}{25d^3} \right)^{1/3} \operatorname{sech} \left(\frac{3\sqrt{\Gamma}}{5d} (x + \Delta_0/2) \right) \right\}^{1/2} \times \exp i(k_1 z - \Omega_1 [x + \Delta_0/2]) \quad (4.33)$$

$$E_2(x) \equiv \left\{ -\frac{c}{5d} + \left(\frac{\Gamma}{25d^3} \right)^{1/3} \operatorname{sech} \left(\frac{3\sqrt{\Gamma}}{5d} (x + \Delta_0/2) \right) \right\}^{1/2} \times \exp i(k_2 z - \Omega_2 [x + \Delta_0/2]) \quad (4.34)$$

où Γ est défini par la relation (4.24b), tandis que $k_{1,2}$ est défini par l'équation (4.8). Pour limiter l'impact des phénomènes d'interférences parasites (comme le mélange à quatre ondes), nous avons suffisamment séparé les deux canaux en prenant $\Omega_1 = 2$ et $\Omega_2 = -2$. La séparation spatiale entre les deux solitons a été fixée à $\Delta_0 = 300$. Ensuite, nous avons augmenté le paramètre de diffraction à $\alpha_1 = 5$ pour augmenter la différence de vitesse entre les deux solitons afin de provoquer un processus de collision à l'intérieur d'une distance de propagation fixée à $L = 12$. Le résultat de la

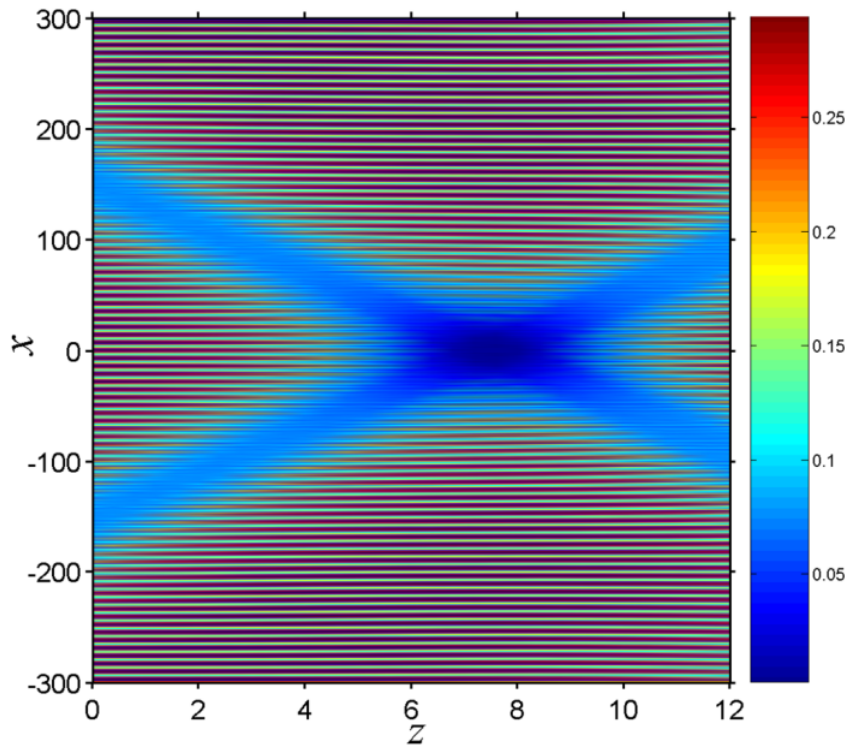


FIGURE 4.2 – Évolution du profil d'intensité de deux solitons en collision en fonction de la distance de propagation z . La condition initiale de la simulation est donnée par la formule (4.32) avec $\alpha_1 = 5$, $\alpha_2 = 0,18$, $\alpha_3 = 1,8$, $\alpha_4 = 6,4$, $\Omega_1 = -\omega_2 = 2$, et $k_1 = -20$ [222].

propagation des deux solitons est montré sur la figure 4.2, qui représente le profil d'intensité des deux solitons $|E(z, x)|^2$ en fonction de la distance de propagation. Notons qu'alors que le soliton solitaire se trouve sur un fond cw qui enveloppe les variations de l'amplitude de l'onde porteuse (de ce soliton), un système de deux solitons injectés dans deux canaux différents repose sur un fond continu modulé à la fréquence de battement ($\Omega_1 - \Omega_2$). Le fond CW devient une structure périodique de période spatiale $\xi \equiv 2\pi/(\Omega_1 - \Omega_2)$, ce qui donne lieu à de fines rainures (clairement visibles sur la figure 4.2), car la structure est échantillonnée avec un pas Δ_0 différent de ξ . Plus important encore, le résultat frappant de la figure 4.2 est la propagation des deux solitons jusqu'à leur collision à la distance $z_c \simeq 7.5$. Les deux solitons survivent à cette collision et poursuivent leur propagation. Ce processus de collision confirme la remarquable robustesse de ces solitons et leur capacité à exécuter une propagation très stable dans des environnements fortement perturbés. Cette propriété est un avantage réel pour les perspectives de démonstration expérimentale et les applications possibles.

4.6 Contrôle des solitons noirs CQS dans un milieu non-homogène

Les solitons optiques, en tant qu'impulsions localisées temporelles et/ou spatiales robustes, peuvent être théoriquement décrits par l'équation de Schrödinger non linéaire (NLSE) incorporant la dispersion de vitesse de groupe (GVD) et l'auto modulation de phase (SPM), lorsque la non-linéarité non-Kerr ¹ [7, 223]. Cette équation complètement intégrable admet des solutions de type soliton brillant et noir dans des régimes de dispersion anormal et normal respectivement [8, 12, 56, 224]. Afin de modéliser la propagation d'impulsions optiques ultracourtes (femtosecondes) dans des fibres hautement non linéaires, comme dans les fibres à cristal photonique (PCF) à cœur solide, il devient nécessaire d'utiliser la famille d'équations de Schrödinger non linéaires d'ordre supérieur (HNLSE) incorporant des effets d'ordre supérieur, tels que la dispersion du troisième ordre (TOD), la dispersion du quatrième ordre (FOD), l'auto-raïdissement ², l'auto-décalage en fréquence Raman, les termes non linéaires cubiques, quintiques et septiques [121, 202, 218, 219, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235].

Ces dernières années, l'équation HNLSE a été largement étudiée de différents points de vue (par exemple, analyse de Painlevé, transformation à diffusion inverse, méthode directe de Hirota, transformation de Bäcklund et lois de conservation) qui ont conduit à de nombreux résultats importants donnant la solution soliton brillant [236, 237] et la solution soliton noir [238, 239] pour l'équation HNLSE. La condition d'homogénéité de la fibre optique est toujours imposée dans toutes ces études, dans lesquelles les coefficients des paramètres de la fibre n'ont pas de variation

1. *Tous les types de non-linéarités non-Kerr discutés en relation avec l'existence d'ondes solitaires dans l'optique non linéaire peuvent être regroupés, d'une manière générale, en trois classes principales : (i) non-linéarités concurrentes, par ex : la non-linéarité cubique de focalisation (défocalisation) et la non-linéarité quintique de défocalisation (focalisation) [voir, par exemple, Kaplan (1985a, b), Gatz et Herrmann (1991); Królikowski et coll. (1993)] ainsi que la généralisation à une non-linéarité de puissance [par exemple, Pelinovsky et al. (1996a) et Micallef et al. (1996)]; (ii) non-linéarités saturables [voir, par exemple, Snyder et Sheppard (1993), Królikowski et Luther-Davies (1992, 1993), Valley et al. (1994) et Christodoulides et Carvalho (1995)], et (iii) des non-linéarités transitoires [voir, par exemple, Kaplan (1985a, b), Enns et Mulder (1989) et Bass et al. (1992)].* est relativement petit

2. *Le front de l'impulsion devient plus raide, jusqu'à provoquer une onde de choc.*

spatiale.

Cependant, en raison de nombreux facteurs tels que la fluctuation des diamètres des fibres et la variation des paramètres du réseau de la fibre, la prise en compte des inhomogénéités résultant de ces facteurs est nécessaire pour une description plus réaliste des phénomènes dans le système. Dans cette situation, la famille d'équations HNLSE non homogène peut décrire avec précision la dynamique des impulsions optiques femtosecondes dans la fibre optique non homogène. De nombreuses recherches antérieures se sont concentrées sur la recherche de solutions solitons exactes des équations INLSE et IHNLSSE [15, 240, 241, 242, 243, 244, 245]. Nous notons que des solutions analytiques exactes pour les modèles IHNLSSE peuvent être obtenues en utilisant une variété de techniques, notamment la transformation d'auto similarité, la méthode ansatz, la transformation de Darboux, etc. Parmi toutes les techniques connues, la méthode de l'ansatz est l'une des méthodes les plus puissantes pour résoudre les équations de type NLSE à coefficients variables et a été utilisée dans un certain nombre de travaux récents. Par exemple, Hao et al [246] ont exploré en profondeur cette méthode pour obtenir la solution à un soliton exacte pour l'équation HNLSE généralisée à coefficients variables. Dans la Réf. [239], la solution exacte soliton noire a été également obtenue pour l'équation IHNLSSE en utilisant la méthode de l'ansatz. Cette technique a été également employée pour étudier les solutions quasi-solitons pour l'équation NLSE cubique-quintique à coefficients variables [247]. Il convient de noter que le choix d'un ansatz approprié pour résoudre un modèle NLSE donnée est basé sur la nature des termes linéaires et non linéaires les plus élevés existants. Motivés par ces recherches, nous utiliserons un ansatz spécial pour l'amplitude pour obtenir les solutions localisées exactes du modèle considéré.

Papayioannou et al ont été les premiers à étudier la dynamique des ondes solitaires dans les fibres non homogènes [15]. Ils ont examiné l'équation IHNLSSE au voisinage de la dispersion nulle et ont trouvé des solutions d'ondes solitaires exactes brillantes et noires. En outre, Liu et al. [240] ont utilisé la méthode de l'ansatz pour trouver des solutions exactes de quasi-solitons brillants et noir régie par l'équation de Schrödinger non linéaire cubique-quintique à coefficients variables, et ont été construits. Dans la référence [244], des solutions d'ondes cnoïdales et solitaire auto similaires explicites avec et sans chirp de l'équation de Schrödinger non linéaire cubique-quintique avec des coefficients distribués. En outre, Tang et al. [243] ont étudié des solutions solitons analytiquement explicites de l'équation NLS d'ordre supérieur spatialement inhomogène avec un potentiel externe. Dans un travail important, Yang et al. [245] ont étudié la propagation des ondes dans des systèmes de fibres non homogènes en utilisant la méthode de l'ansatz d'amplitude complexe et ont présenté des formes explicites pour trois types de solutions solitons combinées. De plus, He et al. [248] ont construit les solutions exactes des solitons non autonomes brillant, noirs et gris de l'équation NLS cubique-quintique inhomogène généralisée à coefficients distribués en appliquant la méthode de transformation de similarité. Récemment, Reyna et al, [214] ont rapporté une observation expérimentale de soliton brillant bidimensionnel dans un nanocomposite d'argent présentant une non-linéarité quintique-septimale (focalisation-défocalisation). La suppression de la non-linéarité réfractive du troisième ordre est imputée aux contributions non linéaires (NL) opposées de l'hôte et des nanoparticules d'argent (c.-à-d. contrôle de la NL). De plus, Chen et al [249] ont discuté l'existence des solitons spatiaux $(2 + 1)$ dimensionnels dans des milieux non linéaires cubiques-quintiques-septimaux avec des potentiels PT-symétriques. Plus récemment, Messouber et al [250] ont étudié l'existence et les conditions de formation de solitons dipôles dans une fibre monomode

non homogène avec des non-linéarités CQS. Enfin, Triki et al, [222], à l'aide d'un « ansatz spécial », ont proposé une première démonstration analytique de la propagation d'ondes optiques solitaires spatiales noires dans un matériau non linéaire CQS. A notre connaissance, ce nouveau type d'onde solitaire (impulsions de forme $sech^{2/3}$) n'a pas été étudié dans un milieu non linéaire CQS présentant une distribution inhomogène.

Le présent travail de thèse vise à étendre l'utilisation de cet ansatz d'amplitude. Dans ce contexte, nous avons essayé d'étudier un nouveau type de solutions d'onde solitaire noire pour l'équation NLS CQS d'ordre supérieur en présence d'amplification/absorption avec des coefficients dépendant de la distance de propagation z . Dans ce qui suit, nous présentons le modèle décrivant la propagation d'impulsions optiques ultracourtes dans des milieux inhomogènes cubiques-quintiques-septiques, et nous dérivons les équations paramétriques utilisant pour la solution une amplitude de forme spéciale (ansatz). Nous étudions ensuite l'évolution de la solution d'onde solitaire noire pour des inhomogénéités de différentes formes et vérifions numériquement sa stabilité en présence du bruit blanc. Pour finir, nous abordons l'interaction de solitons voisins.

4.7 Équation du modèle

Au fur et à mesure que l'intensité de la lumière incidente augmente pour produire des impulsions (au-delà de la femtoseconde), les effets non linéaires d'ordre supérieur tels que les non-linéarités quintique et septique deviennent importants. La propagation des impulsions optiques dans les milieux avec ces non-linéarités doit être décrite par la famille NLS d'équations généralisées avec des termes non linéaires d'ordre supérieur [214, 222]. Dans notre cas, nous considérons la propagation d'impulsions optiques ultracourtes dans un milieu inhomogène décrit par l'équation NLS cubique-quintico-septique généralisée suivante lorsqu'un terme d'absorption et de gain est inclus :

$$E_z = i(\alpha_1(z)E_{tt} + \alpha_2(z)|E|^2E) + i\alpha_3(z)|E|^4E + i\alpha_4(z)|E|^6E - \Gamma(z)E \quad (4.35)$$

où $E(z, t)$ est l'enveloppe complexe du champ électrique, z est la coordonnée le long de la direction de propagation de l'onde porteuse, et t est le temps retardé. Les coefficients $\alpha_i(z)$ avec $i = 1, 2, 3, 4$ sont les paramètres variables en fonction de la distance de propagation qui sont liés à la dispersion de vitesse de groupe (GVD), l'automodulation de phase (SPM) et la non-linéarité quintique et septique, respectivement. $\Gamma(z)$ est le coefficient d'absorption ou de gain distribué.

Ce modèle est très important, notamment pour s'adapter aux avancées actuelles dans le domaine des fibres non homogènes. En effet, les solutions de cette équation sont particulièrement utiles dans l'étude des propriétés de transmission des impulsions optiques par la modulation simultanée du coefficient de dispersion et du coefficient non linéaire. Nous présentons maintenant l'étape essentielle pour obtenir la solution exacte d'onde solitaire noire de l'équation NLS cubique-quintique-septique généralisée (4.35) en utilisant la méthode de l'ansatz. Selon la formulation couplée amplitude-phase, nous écrivons le champ complexe E du modèle équation (4.35) en termes de son amplitude et de sa phase comme suit [219, 251] : $E(z, t) = U(z, t) \exp[i\phi(z, t)]$, où U et ϕ sont des fonctions réelles de z et t . Nous recherchons des solutions localisées de l'équation (4.35) en supposant que la phase a une forme linéaire [245] : $\phi(z, t) = k((z)t + \Omega(z))$ ou $k(z)$

et $\Omega(z)$ sont des paramètres liés respectivement au nombre d'onde et au décalage de fréquence. En insérant cette solution dans l'équation (4.35) et en enlevant le terme exponentiel, on obtient la forme suivante :

$$iU_z + 2i\alpha_1 k U_t + \alpha_1 U_{tt} + \alpha_2 U^3 + \alpha_3 U^5 + \alpha_4 U^7 - (\phi_z + \alpha_1 k^2)U + i\Gamma U = 0 \quad (4.36)$$

Cette équation peut être écrite sous une forme plus simplifiée en utilisant la transformation $U = u^{1/2}$, où u est une nouvelle fonction réelle à déterminer. Bien entendu, u est une quantité non négative qui dépend de z et t . En appliquant cette transformation, nous obtenons l'équation d'évolution suivante possédant un terme non linéaire du cinquième degré [252].

$$\frac{i}{2}u_z u + i\alpha_1 k u_t u + \frac{1}{2}\alpha_1 \left[u_{tt} u - \frac{1}{2}(u_t)^2 \right] + \alpha_2 u^3 + \alpha_3 u^4 + \alpha_4 u^5 - (\alpha_1 k^2 + \phi_z)u^2 + i\Gamma u^2 = 0 \quad (4.37)$$

Pour résoudre cette dernière équation, nous utilisons un 'ansatz formellement analogue à celui de Triki et al [222] :

$$u(z, t) = \rho(z) + \lambda(z) \operatorname{sech}^{2/3}[\eta(z)(t - \xi(z))] \quad (4.38)$$

où $\eta(z)$ et $\xi(z)$ sont la largeur de l'impulsion et le décalage de la vitesse de groupe, respectivement. En substituant l'ansatz (4.38) dans l'équation (4.37), et développant \tanh en termes de sech , et en égalant à zéro les coefficients des termes qui contiennent des combinaisons indépendantes de fonctions \tanh et sech , on obtient les 11 équations paramétriques indépendantes suivantes :

$$\eta_z = 0 \quad (4.39)$$

$$k_z = 0 \quad (4.40)$$

$$\rho_z + 2\Gamma\rho = 0 \quad (4.41)$$

$$\lambda_z + 2\Gamma = 0 \quad (4.42)$$

$$\xi_z - 2\alpha_1 k = 0 \quad (4.43)$$

$$\frac{2}{9}\alpha_1 \eta^2 + 3\alpha_2 \rho + 4\alpha_3 \rho^2 + 5\alpha_4 \rho^3 - 2(\Gamma z + \alpha_1 k^2) = 0 \quad (4.44)$$

$$\frac{1}{9}\alpha_1 \eta^2 + 3\alpha_2 \rho + 6\alpha_3 \rho^2 + 10\alpha_4 \rho^3 - (\Gamma z + \alpha_1 k^2) = 0 \quad (4.45)$$

$$\alpha_2 \rho + \alpha_3 \rho^2 + \alpha_4 \rho^3 - (\Gamma z + \alpha_1 k^2) = 0 \quad (4.46)$$

$$\alpha_2 + 4\alpha_3 \rho + 10\alpha_4 \rho^2 = 0 \quad (4.47)$$

$$-\frac{5}{9}\alpha_1 \rho \eta^2 + (\alpha_3 + 5\alpha_4 \rho)\lambda^3 = 0 \quad (4.48)$$

$$-\frac{4}{9}\alpha_1 \eta^2 + \alpha_4 \lambda^3 = 0 \quad (4.49)$$

En exigeant que ces équations (c.-à-d. 4.39 à 4.49) soient compatibles, on obtient certaines restrictions sur les paramètres du modèle.

4.8 Solution et stabilité du soliton

Lorsque la fonction de distribution de gain/ou pèret $\Gamma = 0$, les onze équations ci-dessus peuvent être réduites à sept équations. Dans ce cas, les coefficients sont constants, et on peut vérifier que nos résultats sont en accord avec l'analyse présentée dans [222]. Dans notre modèle (équation (4.35)), une solution d'onde solitaire exacte sur un fond d'onde continue est obtenue dans les conditions de compatibilité suivantes :

$$\Gamma(z) = \frac{\alpha_{4,z}\alpha_1 - \alpha_{1,z}\alpha_4}{6\alpha_1\alpha_4} \quad (4.50)$$

$$\alpha_3^2 = \frac{45}{16}\alpha_2\alpha_4 \quad (4.51)$$

Avec ces conditions, les paramètres du soliton sont :

$$k = k_c \quad (4.52)$$

$$\rho(z) = \rho_0 \exp \left[-2 \int_0^z \Gamma(\xi) d(\xi) \right] \quad (4.53)$$

$$\lambda(z) = \lambda_0 \exp \left[-2 \int_0^z \Gamma(\psi) d(\psi) \right] \quad (4.54)$$

$$\eta_c^2 = \frac{9\alpha_4(z)}{4\alpha_1(z)} \lambda_0^3 \exp \left[-6 \int_0^z \Gamma(\xi) d(\xi) \right] \quad (4.55)$$

$$\Gamma(z) = -\frac{3}{25} \int_0^z \alpha_3(\xi) \frac{\alpha_2(\xi)}{\alpha_4(\xi)} d\xi - k_c^2 \int_0^z \alpha_1(\xi) d\xi \quad (4.56)$$

$$\xi(z) = 2k_c \int_0^z \alpha_1(\xi) d\xi \quad (4.57)$$

ou ρ et λ_0 sont des constantes d'intégration liées à l'impulsion initiale (η_c et k_c sont des constantes arbitraires). À partir des équations (4.39) et (4.40), on voit que la largeur d'impulsion et le nombre d'onde restent constants le long de la direction de propagation. Nous observons également à partir des équations (4.53) et (4.54) que l'amplitude d'impulsion n'est pas constante. Elle est affectée par la variation du coefficient d'amplification ou d'absorption : elle augmente ou diminue selon le signe de $\Gamma(z)$. De plus, après quelques manipulations, on peut montrer que les paramètres $\lambda(z)$ et $\rho(z)$ sont liés par les deux expressions suivantes :

$$\rho(z) = \frac{-4\alpha_3}{15\alpha_4} \quad (4.58)$$

$$\lambda(z) = \frac{4\alpha_3}{15\alpha_4} \quad (4.59)$$

C'est-à-dire $\rho(z) = -\lambda(z)$. D'autre part, de l'équation (4.55), η_c et k_c étant constants, les paramètres $\alpha_1(z)$, $\alpha_4(z)$ et $\Gamma(z)$ doivent satisfaire la relation (4.50). Enfin, ces résultats combinés nous conduisent à la forme suivante pour l'enveloppe du champ électrique :

$$E(z, t) = \left\{ \rho_0 + \lambda_0 \operatorname{sech}^{2/3}[\eta(z)(t - \xi(z))] \right\}^{1/2} \exp \left[- \int_0^z \Gamma \xi d\xi + i(k_c t + \Omega(z)) \right] \quad (4.60)$$

La solution soliton (équation 4.60) indique que le terme de non-linéarité septique impliqué dans le coefficient $\Gamma(z)$ (voir la relation (4.50)) détermine l'amplitude $\lambda(z)$ et le fond $\rho(z)$). L'existence

de cette impulsion nécessite que la fonction distribuée de gain/perte $\Gamma(z)$ satisfasse la condition paramétrique (4.50). Cette dernière condition montre clairement que l'équilibre strict entre la non-linéarité la plus élevée (c'est-à-dire la non-linéarité septique), GVD et le gain ou la perte donne lieu à la formation de la structure localisée (4.60). Cela implique que la présence d'un terme de non-linéarité septimale dans l'équation (4.35) est cruciale pour l'existence de la solution soliton nouvellement trouvée. On note que cet effet non linéaire non Kerr joue non seulement un rôle dans la condition d'existence, mais influence également les caractéristiques de propagation des ondes solitaires. Remarquons que si on élimine le terme septique en mettant $\alpha_4(z) = 0$, le modèle (1) ne peut pas supporter la solution soliton avec le profil $sech^{2/3}$ donnée dans l'équation (4.60).

Physiquement la solution (équation 4.60) représente une onde solitaire noire gérée en dispersion qui dépend de la plateforme variable $\rho_0 \exp[-\int_0^z \Gamma(\xi)d(\xi)]$. Nous pouvons voir à partir de l'équation (4.57) que la vitesse de l'onde solitaire dépend de l'espace en raison de la fonction $\xi(z)$ qui est explicitement liée au coefficient GVD $\alpha_1(z)$. Par rapport aux résultats présentés dans la référence [246], la solution d'onde solitaire noire (équation 4.60) ajoute certains paramètres de contrôle dans son amplitude, sa largeur, le décalage de la vitesse du groupe inverse et sa phase. Elle a donc une forme plus généralisée que celle rapportée dans la référence [246]. Il est pertinent de mentionner qu'en dehors des solitons noirs (équation 4.60) qui sont également présentés dans le cas du modèle NLSE cubique-quintique-septique à coefficient constant de la référence [246], aucun autre type de solution localisée n'a été rapporté pour le modèle jusqu'à présent. La présence des termes non linéaires non Kerr dans l'équation gouvernante (équation 4.35) rend le problème de la recherche des solutions exactes très difficile. Ainsi, nous pouvons conclure que la méthode de l'ansatz appliquée ici est efficace pour obtenir une solution solitons pour ce type de modèles NLS.

Pour mieux comprendre l'évolution de la solution (équation 4.60), nous allons considérer un système de gestion de solitons différent. Il convient de noter que pour la solution d'onde solitaire noire de l'équation (4.35), seuls deux des cinq paramètres variables $\alpha_i(z)_{i=1...4}$ et $\Gamma(z)$ dans le NLS cubique-quintique-septique généralisé (équation 4.35) sont des paramètres libres. Par exemple, si $\alpha_1(z)$ et $\alpha_4(z)$ sont sélectionnés comme étant les paramètres libres, alors $\Gamma(z)$, $\alpha_2(z)$ et $\alpha_3(z)$ seront déterminés à partir des conditions de compatibilité équations (4.50), (4.51) et (4.58) respectivement. Le système périodique distribué est obtenu si l'on choisit la fonction de dispersion $\alpha_1(z) = \alpha_{01} \cos(\omega z)$, où $\alpha_1(z)$ et ω sont des paramètres liés à l'effet de la GVD et à l'inhomogénéité de la fréquence du support respectivement. Dans ce cas, on suppose que de $\alpha_4(z) = \alpha_{04} \cos(\omega z)$ avec α_{04} lié à l'effet de non-linéarité septimal et par conséquent, la la fonction de diffusion Γ devient nulle et le soliton a une amplitude avec une plate-forme constante. L'évolution dynamique du soliton se fait ainsi à travers un milieu non homogène périodique sans effets de gain/d'amplification. La figure (4.3) montre l'évolution de la solution soliton (équation 4.60) correspondant à cette situation. Elle montre (Figure (4.3.a)) que le seul effet de l'inhomogénéité est de produire une oscillation périodique de la position du soliton autour de la direction de propagation. La forme du soliton n'est pas affectée. Les autres paramètres $\alpha_2(z)$ et $\alpha_3(z)$ sont connectés par condition (4.51). Par exemple, nous pouvons voir dans la figure (4.3.b), lorsque $\alpha_2(z) = \alpha_{02} \cos(\omega z)$, que le comportement du soliton change d'une manière qui agit sur sa dynamique de propagation (ie, de $\alpha_{02} = 0,5$ à $\alpha_{02} = 1,5$) : le comportement de propagation «semblable à un serpent» du soliton noir géré disparaît peu à peu. Par conséquent, l'augmentation de la non-linéarité du troisième ordre compense de manière importante la variation de dispersion

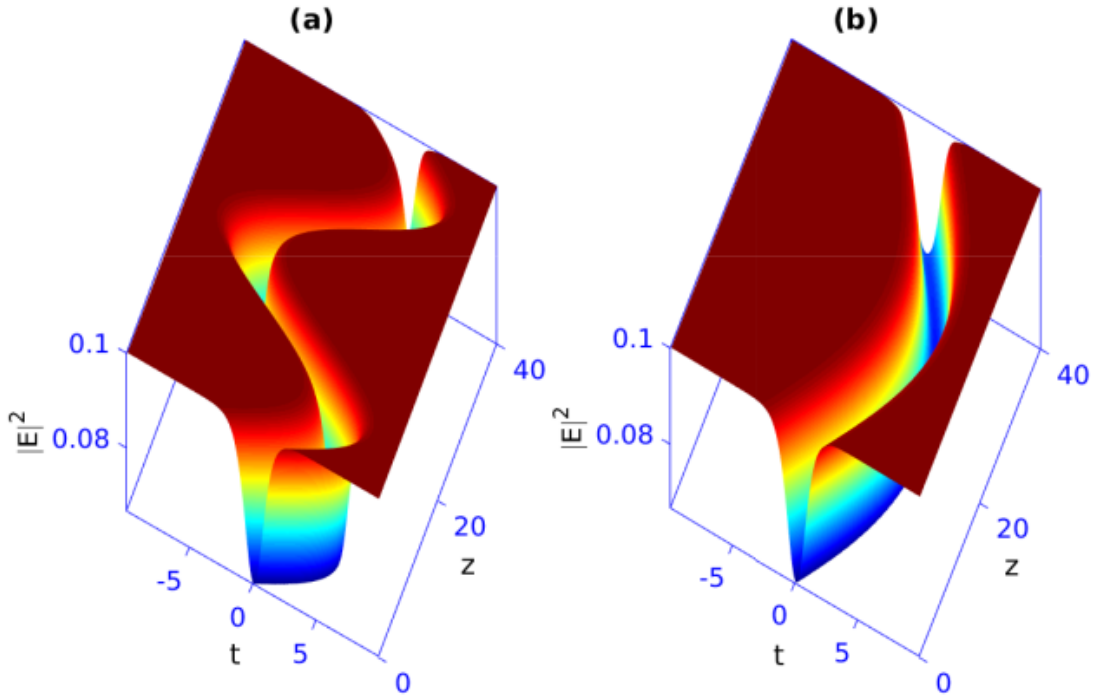


FIGURE 4.3 – Évolution de la solution en soliton noir contrôlé. donnée par l'équation (4.60) pour $\Gamma(z) = 0$ avec $\alpha_i(z) = \alpha_{0i} \cos(\omega z)$; $i = 1, 2, 3, 4$. (a) : $\alpha_{01} = 2, \alpha_{02} = 0, 5, \alpha_{04} = 1, \rho_0 = -\lambda_0 = 0, 01, \omega = 5$. (b) : $\alpha_{01} = 2, \alpha_{02} = 1, 5, \alpha_{04} = 1, \rho_0 = -\lambda_0 = 0, 01, \omega = 5$.

en raison de la relation de fréquence avec l'inhomogénéité du milieu. Cependant, si on choisit $\alpha_4(z) = \alpha_{04} \exp(\epsilon z^2) \cos(\omega z)$, afin de compenser l'effet de dispersion de $\alpha_1(z)$ dans le cas précédent, la fonction de gain ou de perte devient linéaire $\Gamma(z) = -\frac{\epsilon}{3}z$ où ϵ est un paramètre lié à la non-linéarité septique et détermine la direction de la parabole. L'évolution du soliton dans cette situation est montrée dans la figure (4.4). On peut voir que lors de la propagation le signe du paramètre ϵ détermine l'augmentation ou la diminution de l'intensité. De plus, par ailleurs, si l'on choisit le paramètre de dispersion comme une fonction linéaire de z (ie, $\alpha_1(z) = \alpha_{01}(z)$), et en prenant $\alpha_4(z) = \alpha_{04} \exp(-\epsilon z)$, le gain correspondant ou/ la fonction de distribution des pertes sera constante $\Gamma = -\epsilon/6$. Par conséquent, le soliton parabolique peut être formé, après propagation à une certaine distance, le soliton parabolique s'inverse et évolue vers la direction opposée, comme le montrent les figures (4.5.a) et (4.5.c). Cependant, si l'on considère les deux fonctions $\alpha_1(z)$ et $\alpha_4(z)$ comme $\alpha_1(z) = \alpha_{01}(z) \exp(\sigma z)$ et $\alpha_4(z) = \alpha_{04}(z) \exp(-\epsilon z)$, respectivement, avec σ lié en effet GVD, la fonction $\Gamma(z)$ devient $\Gamma = -(\epsilon + \sigma)/3$. Le système permet la compression d'impulsion soliton. En fait, le soliton ne peut pas être comprimé de façon exponentielle pendant la propagation même si nous choisissons la dispersion décroissante avec $\sigma < 0$. En effet, le soliton ne peut exister que si les effets non linéaires équilibrent les effets de dispersion. Lorsque $\sigma > 0$, la non-linéarité augmente avec la distance de propagation, le soliton est comprimé et sa largeur devient plus petite, avant de le perdre complètement par un élargissement soudain à la fin de sa trajectoire, comme le montrent les figures (4.5.b) et (4.5.d). La figure (4.5.d) montre le cas de $\sigma = 2$, où le soliton est non seulement comprimé, mais change également sa direction. Parlons maintenant de la stabilité de l'onde solitaire donnée par l'équation (4.60). Pour vérifier la robustesse de la

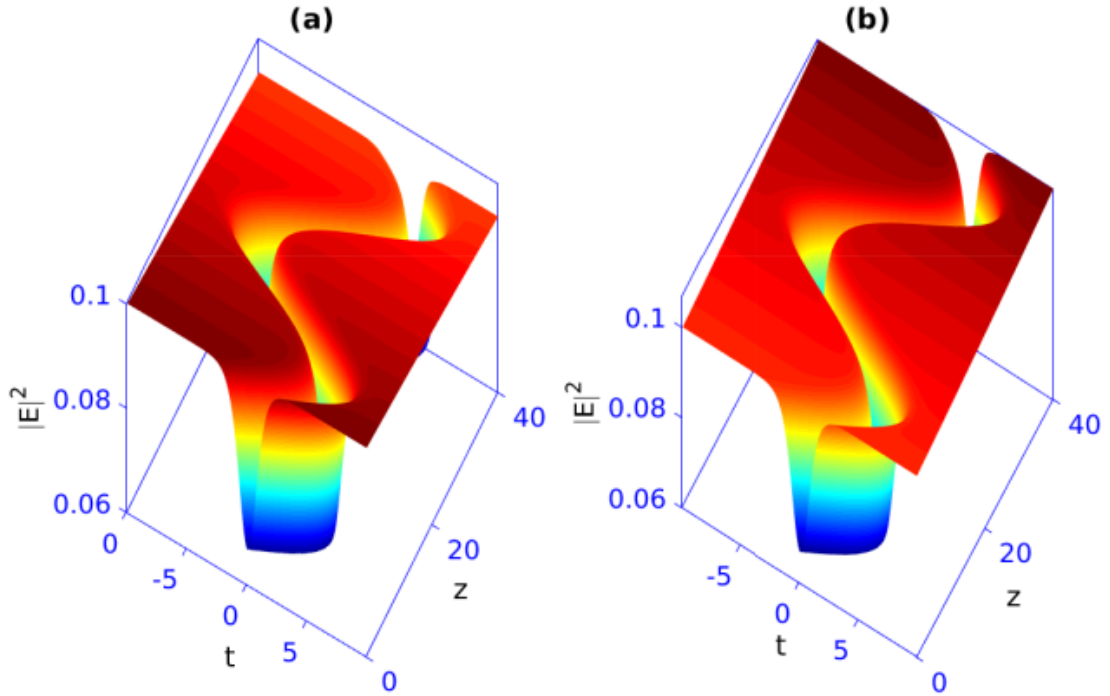


FIGURE 4.4 – Évolution du diagramme de la solution soliton noire contrôlée donnée par l'équation (4.60) pour $\Gamma(z) = -\frac{\epsilon}{3}z$ avec $\alpha_1(z) = \alpha_{01} \cos(\omega z)$ et $\alpha_4(z) = \alpha_{04} \exp(\epsilon z^2) \cos(\omega z)$. (a) : $\alpha_{01} = 4, \alpha_{04} = 1, \epsilon = 0,03, \rho_0 = -\lambda_0 = 0,01, \omega = 5$. (b) : $\alpha_{01} = 4, \alpha_{04} = 1, \epsilon = -0,03, \rho_0 = -\lambda_0 = 0,01, \omega = 5$.

solution soliton, nous avons résolu l'équation (4.35) numériquement sous l'impact du bruit blanc. Pour la même condition initiale de la figure (4.3), nous avons utilisé la méthode de Fourier à pas fractionner (SSFM), et les résultats sont présentés dans la figure (4.6). À partir de la figure (4.6.a), on voit que le profil initial passe rapidement au profil de la solution exacte équation (4.60). Ainsi, nous pouvons affirmer qu'aucun principales différences à la figure (4.3.a) se produit, sauf pour certaines oscillations périodiques et petites attachées au soliton. La figure (4.6.b) montre les formes d'entrée et de sortie des impulsions lorsque l'impulsion d'entrée est perturbée par un bruit blanc après une distance de propagation $z = 40$. Notez que bien que l'arrière-plan soit affecté par le bruit, la solution soliton reste stable pendant la propagation. La variation du rapporte de l'élargissement de l'impulsion est illustré dans la figure (4.6.c) (trait de tiret) confirme cette stabilité malgré les petits déphasages apparents (trait plein). Ici, il convient de noter que la bande passante temporelle est fortement corrélée à la robustesse du soliton et ne dépend pas de z malgré sa relation avec les coefficients $\alpha_1(z), \alpha_4(z)$ et $\Gamma(z)$. Cela rend le soliton très stable, même le système est strictement perturbé par un bruit blanc .

4.9 Interaction des solitons

Dans cette section, nous nous intéressons à l'interaction entre deux et trois des solitons voisins à travers un milieu non homogène. Pour ce but, nous devons savoir comment les solutions solitons équation (4.60) interagissent mutuellement et quels sont les facteurs affectant l'intensité maximale du soliton en collision, et comment les paramètres de dispersion ont un impact sur les interactions

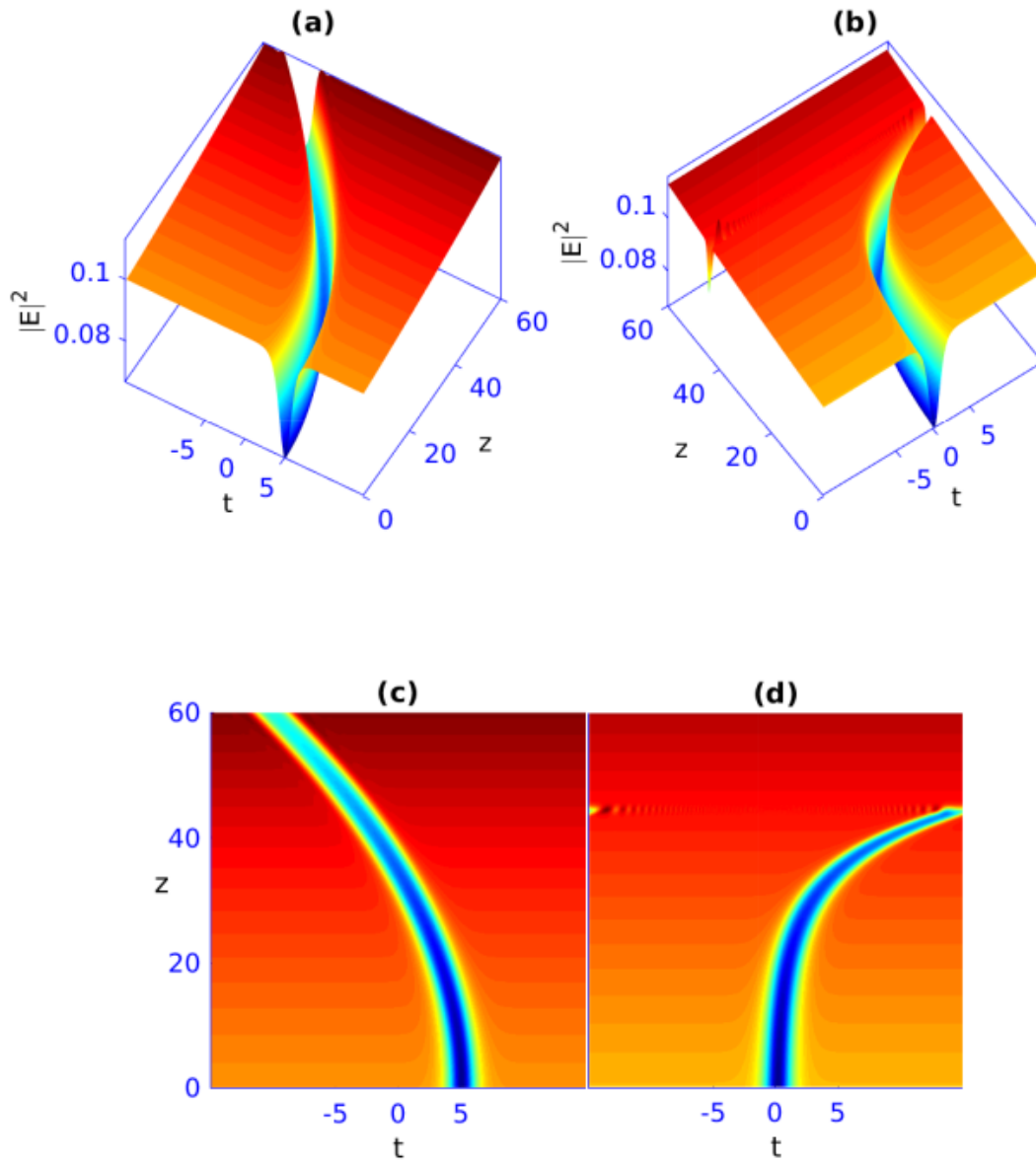


FIGURE 4.5 – Évolution de la solution en soliton noir contrôlé donnée par l'équation (4.60) pour un (a) soliton parabolique et (b) compression d'impulsion de soliton, avec leurs courbes de contour en (c) et (d), respectivement. Les paramètres sont (a) : $\alpha_1(z) = \alpha_{01}z$, $\alpha_4(z) = \alpha_{04}z \exp(-\epsilon z)$ avec $\alpha_{01} = 2$, $\alpha_{04} = 1$, $\epsilon = 0,06$, $\rho_0 = -\lambda_0 = 0,01$. (b) : $\alpha_1(z) = \alpha_{01} \exp(\sigma z)$, $\alpha_4(z) = \alpha_{04}z \exp(-\epsilon z)$ avec $\alpha_{01} = 2$, $\alpha_{04} = 1$, $\sigma = 2$, $\rho_0 = -\lambda_0 = 0,01$.

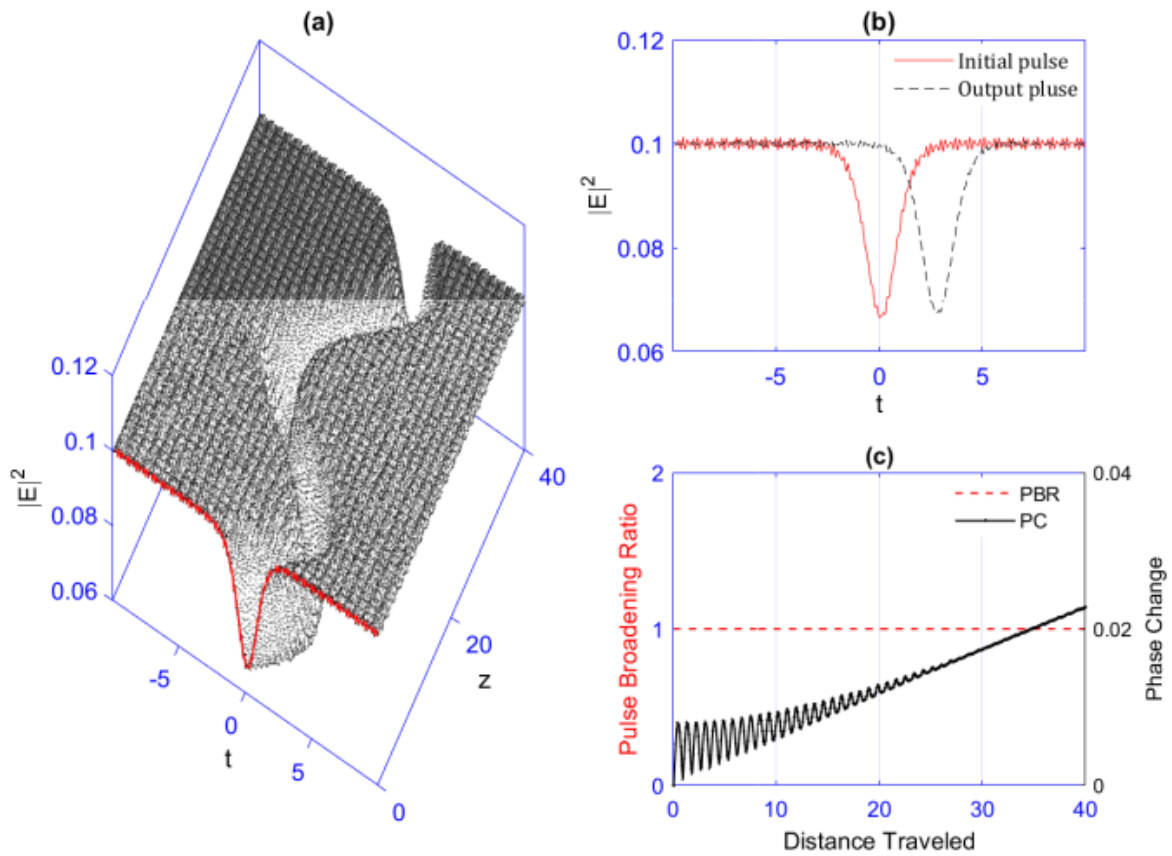


FIGURE 4.6 – (a) : Évolution numérique de soliton noir contrôlé équation (4.60) en présence de bruit blanc, avec les mêmes paramètres que sur la figure (4.3.a). (b) : impulsions d'entrée et de sortie avec perturbation de bruit blanc, à $z = 40$ (c) : rapport d'élargissement d'impulsion (PBR) et changement de phase (PC) avec la variation de distance de propagation.

solitons. Ici, on peut utiliser une superposition de solutions à deux solitons équation (4.60) dans le cas de $\Gamma(z) \sim 0$, calculés à une distance arbitraire du champ d'entrée :

$$A(0, t) = \rho_{s1}(0) + \lambda_{s1}(0) \operatorname{sech}^{2/3}[\eta_c(t - \chi_{s1}(0) - q_0)]^{1/2} + \rho_{s2}(0) + \lambda_{s2}(0) \operatorname{sech}^{2/3}[\eta_c(t - \chi_{s2}(0) + q_0)]^{1/2} \quad (4.61)$$

où $\chi_{s1}(0)$, $\chi_{s2}(0)$ sont la dispersion initiale de la vitesse de groupe de chaque soliton et q_0 est la séparation initiale entre eux. Ensuite, nous simulons numériquement le scénario d'interaction entre deux impulsions solitoniques voisines avec la séparation initiale $q_0 = 3$. Afin d'étudier l'impact de l'inhomogénéité sur le processus d'interaction des solutions solitons équation (4.60), il est nécessaire de choisir le paramètre $\alpha_1(z)$ parmi plusieurs formes de fonctions pour les deux cas $\chi_{s1}(z) = \pm\chi_{s2}(z)$. Quand on parvient à contrôler le paramètre $\alpha_1(z)$ pour une fonction périodique avec $\chi_{s1}(z) = \chi_{s2}(z)$, il est possible de former un comportement d'évolution des solitons, comme le montrent les figures (4.7.a) et (4.7.d). Nous pouvons voir clairement que, l'interaction ne se produit pas et la séparation entre les deux solitons reste constante, indiquant que la même vitesse de groupe est ajustée à chaque soliton. Cependant, l'interaction entre deux solitons peut

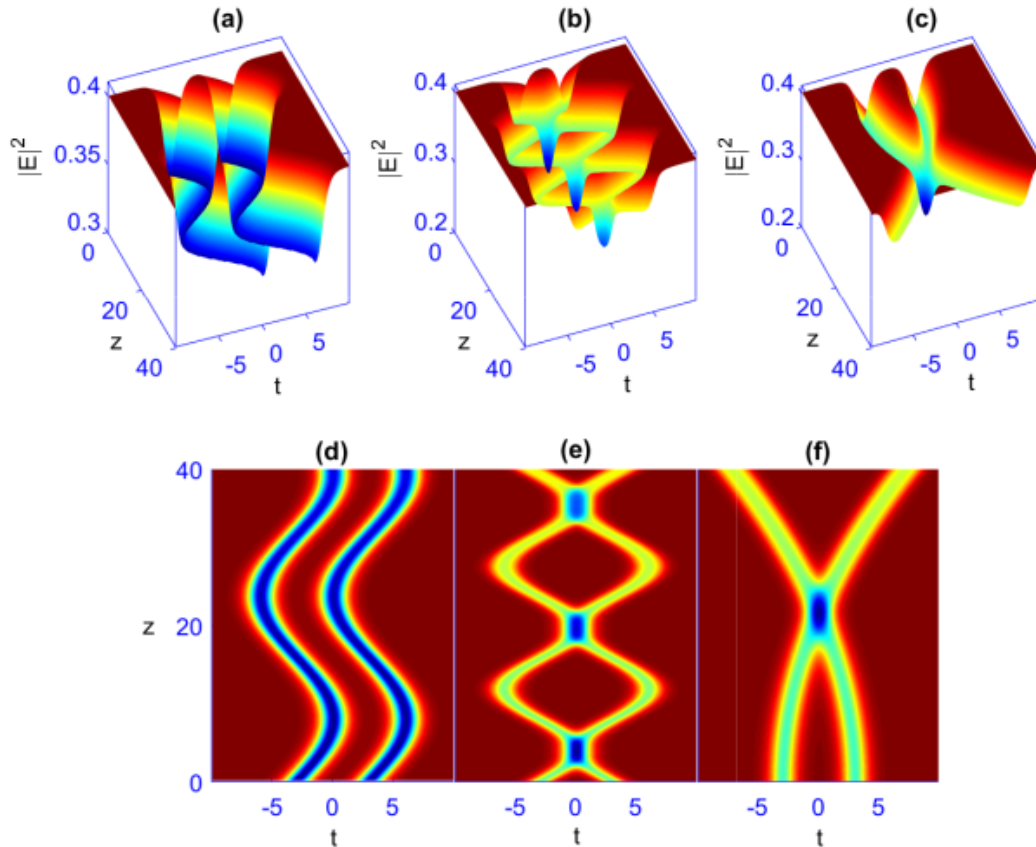


FIGURE 4.7 – Scénarios d'interaction de deux solitons noirs voisins contrôlés équation (4.60) (lorsque la séparation initiale est $q_0 = 3$). (a) et (d) : $\chi_{s1}(z) = +\chi_{s2}(z)$. (b), (c), (e) et (f) : $\chi_{s1}(z) = -\chi_{s2}(z)$. Les paramètres pour (a), (b), (d), (e) sont les mêmes que dans la figure (4.3.a). Pour (c) et (f), la figure (4.5.a).

avoir lieu lorsque les vitesses de groupe sont opposées de sorte que $\chi_{s1}(z) = -\chi_{s2}(z)$, comme indiqué sur les figures (4.7.b) et (4.7.e). La séparation entre deux solitons varie périodiquement

le long de la direction de propagation. De même, les deux solitons se heurtent, formant des états liés, et se fondre dans un creux de profondeur variable sous l'effet d'inhomogénéité périodique du milieu. Les structures localisées sortantes rappellent périodiquement leur forme dans tout le milieu et conservent leur vitesse pendant la propagation. Contrairement aux solitons noirs dans l'équation NLSE, ce type de solitons noirs attire chacun l'autre. Cette interaction semble rappeler celle entre les solitons brillants. Nous pensons que c'est l'effet concomitant de l'inhomogénéité et de l'empreinte laissée par le caractère sécant hyperbolique de l'expression d'amplitude. Le scénario est différent lorsque $\alpha_1(z)$ est linéaire avec $\chi_{s1}(z) = -\chi_{s2}(z)$. Dans ce cas, on constate que les deux solitons équation (4.60) subissent à la fois une collision élastique et interaction répulsive. Les solitons voisins fusionnent en une seule impulsion de solitons à la distance $z = 20$, et l'amplitude de l'effondrement est amplifiée, comme le montre figure (4.7.c) et (4.7.f). Dans le même contexte, nous augmentons la distance de séparation entre les deux solitons et explorons la dynamique des collisions à travers un milieu optique inhomogène, en comparant à la figure (4.7.e) de distance de séparation $q_0 = 4.1$, seules les collisions périodiques sans formation d'états liés sont observées (voir figure (4.8.a). En fait, les impulsions se repoussent et restent assez séparées. L'interaction est élastique et consiste en une simple rediffusion d'énergie entre les impulsions passant en un point par une diffusion symétrique. Maintenant, il est intéressant de montrer le comportement de diffusion de trois ondes solitaires équation (4.60), en changeant leurs vitesses de groupe transversal de parallèles ($\chi_{s1}(z) = \chi_{s2}(z) = \chi_{s3}(z)$) à l'opposé $\chi_{s1}(z) = -\chi_{s2}(z) = \pm\chi_{s3}(z)$, comme montré dans la figure (4.8). On voit que, dans le premier cas, les trois impulsions ne se heurtent quelle que soit la nature de l'inhomogénéité, forme périodique ou linéaire montrée en figure (4.8.b) et (4.8.c), respectivement. De plus, chaque impulsion se divise en deux impulsions à $z \sim 35$ en raison de l'effet d'attraction mutuelle. Cependant, en mettant la vitesse de groupe opposée de l'impulsion moyenne opposée aux deux autres (c'est-à-dire ($\chi_{s1}(z) = -\chi_{s2}(z) = \chi_{s3}(z)$)), le système subit une dynamique intéressante, en fonction de l'inhomogénéité moyenne. En cas d'inhomogénéité périodique, les trois impulsions s'attirent, conduisant à des collisions dramatiques. Les impulsions sortantes présentant un comportement de division, essayons systématiquement de récupérer périodiquement leurs formes initiales comme on le voit clairement sur la figure (4.8d). En revanche, en présence d'une inhomogénéité linéaire, les impulsions solitons (avec une vitesse initiale égale à 3) se propagent initialement à une distance de séparation très courte où un transfert d'énergie non négligeable peut se produire. Après la collision, la distance de séparation est augmentée en raison d'une forte répulsion. Une seconde collision s'ensuit entre les composants issus de la deuxième impulsion (milieu) et troisième impulsion (côté droit) avant qu'elles se repoussent définitivement, comme montré sur la figure 4.8.e. En particulier, dans cette situation (sans vitesse initiale), la collision se produit uniquement entre les impulsions du milieu et du côté droit à $z \sim 35$. L'impulsion du côté gauche reste bien séparée comme indiqué sur la figure (4.8.f). Enfin, on remarque immédiatement qu'après collision, toutes les impulsions solitaires démontrent une diminution correspondante d'intensité.

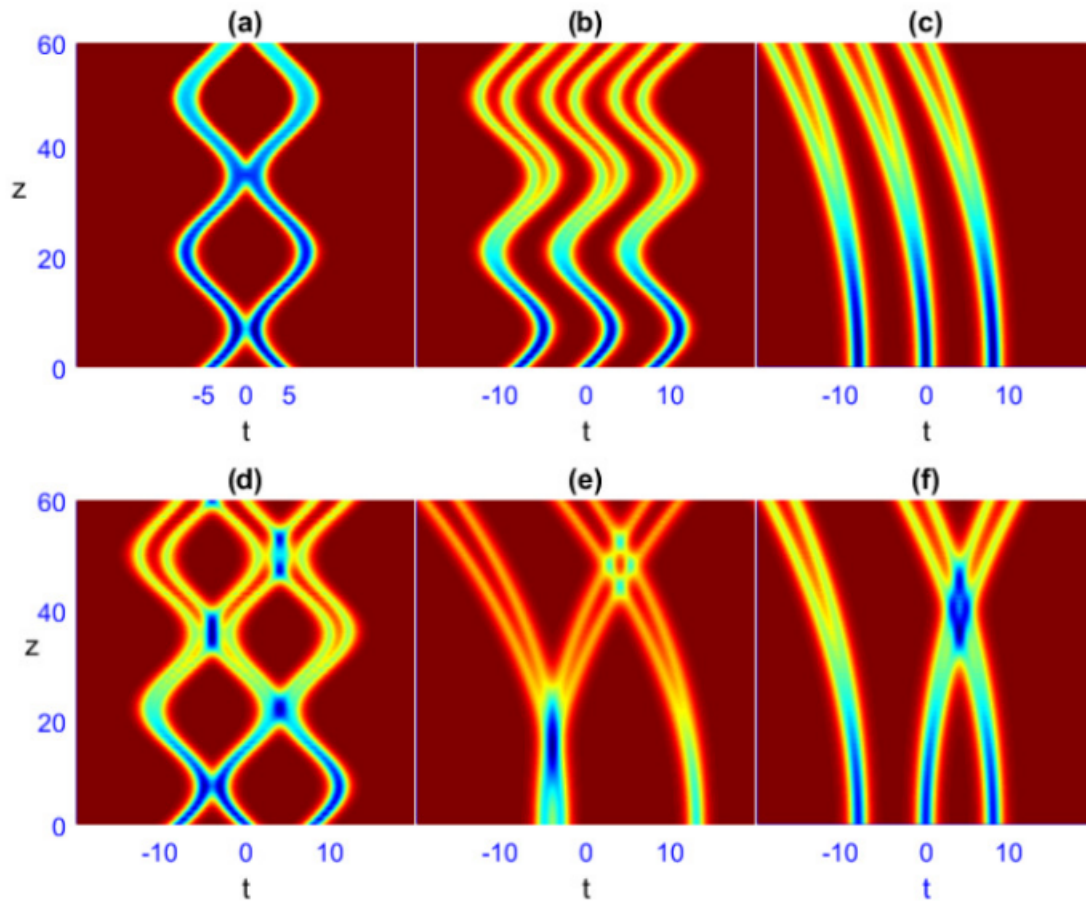


FIGURE 4.8 – Processus d'interaction de deux et trois solitons noirs contrôlés équation 4.60 (lorsque la séparation initiale est $q_0 = 4, 1$ et $q_0 = 8$, respectivement). (a) : deux solitons avec $\chi_{s1}(z) = -\chi_{s2}(z)$, les paramètres sont ceux de la figure (5.b). (b) et (d) : trois solitons à travers une inhomogénéité avec $\chi_{s1}(z) = \chi_{s2}(z) = \chi_{s3}(z)$ et $\chi_{s1}(z) = -\chi_{s2}(z) = \chi_{s3}(z)$. (c) : trois solitons par une inhomogénéité périodique avec $\chi_{s1}(z) = \chi_{s2}(z) = \chi_{s3}(z)$. (e) et (f) : trois solitons par une inhomogénéité périodique avec $\chi_{s1}(z) = -\chi_{s2}(z) = \chi_{s3}(z)$. (e) est tracé avec la vitesse initiale.

4.10 Conclusion

Pour résumer, nous avons étudié l'équation IHNLSE avec des non-linéarités cubique-quintique-septique à coefficients variables en présence de l'effet gain ou perte modélisant la propagation des impulsions femtosecondes dans un milieu optique non homogène. En employant un ansatz d'amplitude déjà disponible, nous avons obtenu une solution de type « soliton noir » avec et une plateforme variable en fonction de la distance de propagation. Les résultats révèlent qu'un choix approprié des paramètres liés à la vitesse du groupe et au terme de gain ou de perte permet de contrôler d'une manière efficace la forme et le comportement dynamique du soliton. Nous avons démontré une propagation stable du soliton obtenu sur une longue distance même en présence de perturbation de bruit blanc, en utilisant la méthode SSFM. En outre, l'interaction entre deux et trois solitons noirs contrôlés a été étudiée par simulation numérique pour différentes formes d'inhomogénéité et de vitesse de groupe relative. De plus, l'interaction entre deux et trois solitons noirs contrôlés a été étudiée par simulation numérique pour différentes formes d'inhomogénéité des milieux et de vitesse du groupe relative. Cela suggère que la forme d'inhomogénéité est responsable du transfert d'énergie entre les solitons en collision. De plus, l'interaction entre les solitons voisins pourrait être contrôlée par la distribution de dispersion de vitesse de groupe. Notre recherche pourrait être une aide utile pour d'autres études sur la formation, la propagation et la collision d'ondes solitaires noires dans des milieux non linéaires non homogènes.

Conclusion générale

Ce mémoire de thèse rapporte sur les travaux de recherche réalisés dans le cadre de la thèse portant sur les impulsions solitoniques femtosecondes, leurs propriétés fondamentales et leurs applications. Tout d'abord, la notion de fibres optiques a été introduite dans le premier chapitre, qui a été entièrement consacré au support de transmission « La fibre optique » qui n'est pas pour autant exempt de perturbations. En effet lors de la propagation de la lumière dans la fibre, des phénomènes linéaires et non linéaires résultant des interactions lumière/matière tels que : les pertes optiques (l'atténuation), la dispersion chromatique et les effets non linéaires issus de l'effet Kerr optique perturbent la transmission des signaux. Leur importance respective dépend des paramètres du système (longueur d'onde, type de fibre, etc.) et conditionne l'évolution de la lumière lors de sa propagation. Nous avons présenté les phénomènes physiques qui en découlent lors de la propagation d'une impulsion optique dans un milieu dispersif et non linéaire, telle que la fibre optique. Une vue d'ensemble de certaines limitations physiques, essentiellement les effets linéaires et non linéaires, qui sont les plus importants soit de limiter ou d'améliorer les performances des systèmes de transmission à fibres optiques, ont été introduits de façon détaillée. Pratiquement, les deux propriétés physiques linéaires les plus importantes, utilisées dans la classification des fibres, sont l'atténuation et la dispersion.

Les effets d'atténuation se manifestent par une perte de la puissance du signal au fur et à mesure qu'il se propage dans la fibre. Cette perte d'énergie est la somme de plusieurs processus d'absorption et de diffusion de l'énergie dans des directions autres que celle de la propagation. L'absorption due aux caractéristiques physiques des matériaux de la fibre (la silice) qui absorbe une partie de l'énergie électromagnétique du signal lumineux propagé et la transforme en énergie mécanique sous forme de vibrations moléculaires. L'atténuation est un facteur exprimant la perte de puissance d'un signal optique qu'en exprime généralement en dB/km. Cependant, l'effet de l'atténuation sur la portée des lignes de transmission a été résolu grâce à l'invention des amplificateurs à fibres optiques dopées aux ions de terres rares "EDFA" (Erbium Doped Fibre Amplifier). Alors que la dispersion dans un guide d'ondes a pour effet de limiter sa capacité de transport de communications (c'est-à-dire sa largeur de bande). Elle décrit la déformation (ou l'étalement temporel) des impulsions optiques lors de leur propagation à l'intérieur de la fibre optique. La dispersion est donc considérée comme l'aspect le plus menaçant du système OFC. Heureusement, l'auto modulation de phase (SPM), un contre effet non linéaire réduit la largeur de l'impulsion. Cette non-linéarité entre en jeu lorsque des impulsions lumineuses de haute intensité se propagent à travers une fibre. En effet, le SPM provoque des sauts de fréquence, élargissant l'impulsion dans le domaine fréquentiel.

La dispersion est définie par le paramètre physique D_m . Celui-ci désigne le décalage temporel en picoseconde entre deux impulsions de longueurs d'onde, à savoir positif ou négatif, d'où on peut distinguer deux régimes de dispersion. L'effet majeur de ces deux régimes de propagation se traduit par un élargissement temporel des impulsions. Dans un deuxième temps, ce chapitre a permis de rapporter les travaux théoriques effectués concernant le développement de l'équation d'enveloppe non linéaire décrivant la propagation non linéaire des impulsions dans un régime picoseconde gouverné par l'équation de Schrödinger non linéaire. De plus les méthodes et les outils numériques utilisés tels que la méthode de diffusion inverse et la méthode de Fourier à pas fractionne généralement utilisés pour calculer l'évolution de la propagation d'impulsions ont été présentés.

Par la suite, dans le deuxième chapitre, on a exposé les propriétés du soliton optique en régime picoseconde en décrivant la diversité des solitons spatiaux optiques, le débit binaire de soliton finissant par une large description des processus d'interaction entre les solitons adjacents.

Le troisième chapitre de cette dissertation est entièrement voué à l'étude de la propagation d'une onde solitaire type noir modélisé par l'équation de Schrödinger non linéaire dans laquelle le milieu de propagation est non homogène. Les résultats obtenus révèlent que le soliton sous l'impact du milieu non homogène présente un caractère stable malgré certains comportements dramatiques s'apparaissent au cours de la propagation de l'impulsion dans une fibre. Comparés aux solitons brillants, les solitons sombres, en plus de leur meilleure stabilité, contre la perte de fibre et le bruit de fond, sont plus stables vis-à-vis des interactions entre solitons. Aussi, l'interaction entre des solitons noir picosecondes voisine dans le système de contrôle a été étudié numériquement. Les résultats ont révélé que le contrôle combiné du GVD, et de la non-linéarité peut restreindre dans une certaine mesure l'interaction entre les solitons sombres picosecondes voisins.

On a réservé le quatrième chapitre aux principaux résultats de l'étude de l'équation de Schrödinger inhomogène non linéaire d'ordre supérieur (INHLSE) comprenant les termes non linéaires cubique-quintique et septique (CQS) et le gain ou la perte à coefficients variables ; et à fournir la solution analytique précise décrivant la propagation des impulsions de type soliton noir, en employant la méthode d'ansatz. Les résultats révèlent qu'un choix adéquat des paramètres liés à la vitesse de groupe et au terme de gain permet de contrôler la forme du soliton et son comportement dynamique. L'étude a montré une propagation stable du soliton obtenu sur de longues distances même en présence de perturbation de bruit blanc. En outre, l'interaction entre deux et trois solitons a été étudiée par simulation numérique pour différentes formes d'inhomogénéité du milieu et de vitesse de groupe relative. Les résultats obtenus pourraient être utiles pour d'autres études relatives à la formation, la propagation et la collision des ondes solitaires noires dans des milieux non linéaires non homogènes.

Enfin, nous avons fourni, dans une conclusion générale, une synthèse des résultats obtenus avec tous les détails par comparaison aux données publiées dans la littérature. Les études futures sont également présentées à la fin de cette conclusion.

Bibliographie

- [1] K. E. LONNGREN. “Soliton experiments in plasmas”. In : *Plasma Physics* 25.9 (1983), p. 943-982.
- [2] G. AGRAWAL. “Nonlinear Fiber Optics, 1–629 Academic Press”. In : *San Diego* (1989).
- [3] A. HASEGAWA et Y. KODAMA. *Solitons in optical communications*. 7. Oxford University Press, USA, 1995.
- [4] B. ANDERSON, P. HALJAN, C. REGAL, D. FEDER, L. COLLINS, C. W. CLARK et E. A. CORNELL. “Watching dark solitons decay into vortex rings in a Bose-Einstein condensate”. In : *Physical Review Letters* 86.14 (2001), p. 2926.
- [5] J DENSCHLAG, J. E. SIMSARIAN, D. L. FEDER, C. W. CLARK, L. A. COLLINS, J CUBIZOLLES, L. DENG, E. W. HAGLEY, K. HELMERSON, W. P. REINHARDT et al. “Generating solitons by phase engineering of a Bose-Einstein condensate”. In : *Science* 287.5450 (2000), p. 97-101.
- [6] M. HELAL. “Soliton solution of some nonlinear partial differential equations and its applications in fluid mechanics”. In : *Chaos, Solitons & Fractals* 13.9 (2002), p. 1917-1929.
- [7] A. HASEGAWA et F. TAPPERT. “Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion”. In : *Applied Physics Letters* 23.3 (1973), p. 142-144.
- [8] L. F. MOLLENAUER, R. H. STOLEN et J. P. GORDON. “Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers”. In : *Physical Review Letters* 45.13 (1980), p. 1095.
- [9] A SHABAT et V ZAKHAROV. “Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media”. In : *Soviet physics JETP* 34.1 (1972), p. 62.
- [10] V. ZAKHAROV et A. SHABAT. “Interaction between solitons in a stable medium”. In : *Sov. Phys. JETP* 37.5 (1973), p. 823-828.
- [11] J. YANG. *Nonlinear waves in integrable and nonintegrable systems*. SIAM, 2010.
- [12] Y. KODAMA et A. HASEGAWA. “Nonlinear pulse propagation in a monomode dielectric guide”. In : *IEEE Journal of Quantum Electronics* 23.5 (1987), p. 510-524.
- [13] K NAKKEERAN, K PORSEZIAN, P. S. SUNDARAM et A MAHALINGAM. “Optical solitons in N-coupled higher order nonlinear Schrödinger equations”. In : *Physical Review Letters* 80.7 (1998), p. 1425.

- [14] K PORSEZIAN et K NAKKEERAN. "Optical solitons in presence of Kerr dispersion and self-frequency shift". In : *Physical Review Letters* 76.21 (1996), p. 3955.
- [15] E PAPAIOANNOU, D. FRANTZESKAKIS et K HIZANIDIS. "An analytical treatment of the effect of axial inhomogeneity on femtosecond solitary waves near the zero dispersion point". In : *IEEE journal of quantum electronics* 32.1 (1996), p. 145-154.
- [16] A MAHALINGAM et K PORSEZIAN. "Propagation of dark solitons with higher-order effects in optical fibers". In : *Physical Review E* 64.4 (2001), p. 046608.
- [17] Z. XU, L. LI, Z. LI et G. ZHOU. "Modulation instability and solitons on a cw background in an optical fiber with higher-order effects". In : *Physical Review E* 67.2 (2003), p. 026603.
- [18] R. H. STOLEN. "Fiber Raman lasers". In : *Fiber and Integrated Optics*. Springer, 1979, p. 157-182.
- [19] R. H. STOLEN. "Nonlinearity in fiber transmission". In : *Proceedings of the IEEE* 68.10 (1980), p. 1232-1236.
- [20] K. C. KAO et G. A. HOCKHAM. "Dielectric-fibre surface waveguides for optical frequencies". In : *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*. T. 113. 7. IET. 1966, p. 1151-1158.
- [21] F. KAPRON, D. B. KECK et R. D. MAURER. "Radiation losses in glass optical waveguides". In : *Applied Physics Letters* 17.10 (1970), p. 423-425.
- [22] T. MIYA, Y TERUNUMA, T. HOSAKA et T. MIYASHITA. "Ultimate low-loss single-mode fibre at 1.55 μm ". In : *Electronics Letters* 15.4 (1979), p. 106-108.
- [23] S. ROY et S. K. BHADRA. "Solving soliton perturbation problems by introducing Rayleigh's dissipation function". In : *Journal of lightwave technology* 26.14 (2008), p. 2301-2322.
- [24] A. ROGERS. *Polarization in Optical Fibers*. Artech House Publishers (August 6, 2008), 2008.
- [25] J. M. SENIOR et M. Y. JAMRO. *Optical fiber communications : principles and practice*. Pearson Education, 2009.
- [26] C. E. PEREZ VALENZUELA. "Formats de modulation pour les téléCommunications optiques". Thèse de doct. Télécom Bretagne, 2006.
- [27] A. GHAMMEID, A. ABOBAKER, P. BABU et K SENTHILNATHAN. "Effect of initial chirp on Gaussian pulse in an optical fiber". In : *Int. J. Latest Eng. Res. Appl* 2.2 (2017), p. 49-53.
- [28] M. J. ADAMS. *An introduction to optical waveguides*. T. 14. Wiley New York, 1981.
- [29] D. MARCUSE. "Light transmission optics". In : *New York* (1982), 406-414.
- [30] T. LI. "Optical fiber communications : fiber fabrication". In : (1985).
- [31] K TAJIMA, K NAKAJIMA, K KUROKAWA, N YOSHIZAWA et M OHASHI. "Low-loss photonic crystal fibers". In : *Optical Fiber Communication Conference*. Optical Society of America. 2002, ThS3.

- [32] G. A. THOMAS, B. I. SHRAIMAN, P. F. GLODIS et M. J. STEPHEN. "Towards the clarity limit in optical fibre". In : *Nature* 404.6775 (2000), p. 262-264.
- [33] *Fibre optique*. 2004. URL : http://fr.wikipedia.org/wiki/Fibre_optique.
- [34] K. TSUJIKAWA et M. OHASHI. "Rayleigh Scattering in K₂O–MgO–SiO₂ and Na₂O–B₂O₃–SiO₂ Glasses". In : *Optical Fiber Technology* 6.1 (2000), p. 74-82.
- [35] G MILLOT et P TCHOFO-DINDA. "Basic principles of nonlinear effects in optical fibres". In : *Encyclopedia of Modern Optics* (2005).
- [36] H. TRIKI. "Dynamique de Propagation Non Linéaire des Solitons KVD". Thèse de doct. Univ Annaba Alegria, 2003.
- [37] A. BOUCON. "Instabilité Modulationnelle et Génération de Supercontinuum en Régime d'Excitation Quasi-continue dans les Fibres Optiques Hautement Non Linéaires et Microstructurées". Thèse de doct. Université de Franche-Comté, 2008.
- [38] R. BOYD. *Nonlinear Optics Second Edition*. 2003.
- [39] J.-C. BEUGNOT. "La diffusion Brillouin dans les fibres optiques microstructurées". Theses. Université de Franche-Comté, déc. 2007. URL : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00296632>.
- [40] G. AGRAWAL. "Nonlinear Fiber Optics 4th edn (San Diego, CA : Academic)". In : (2007).
- [41] M. LINES. "Scattering losses in optic fiber materials. II. Numerical estimates". In : *Journal of applied physics* 55.11 (1984), p. 4058-4063.
- [42] M. OHASHI, K. SHIRAKI et K. TAJIMA. "Optical loss property of silica-based single-mode fibers". In : *Journal of Lightwave Technology* 10.5 (1992), p. 539-543.
- [43] M. BARNOSKI, M. ROURKE, S. JENSEN et R. MELVILLE. "Optical time domain reflectometer". In : *Applied Optics* 16.9 (1977), p. 2375-2379.
- [44] N BLOEMBERGEN et P LALLEMAND. "Complex intensity-dependent index of refraction, frequency broadening of stimulated Raman lines, and stimulated Rayleigh scattering". In : *Physical Review Letters* 16.3 (1966), p. 81.
- [45] S. V. CHERNIKOV et P. V. MAMYSHEV. "Femtosecond soliton propagation in fibers with slowly decreasing dispersion". In : *JOSA B* 8.8 (1991), p. 1633-1641.
- [46] R. H. STOLEN et W. TOMLINSON. "Effect of the Raman part of the nonlinear refractive index on propagation of ultrashort optical pulses in fibers". In : *JOSA B* 9.4 (1992), p. 565-573.
- [47] R. H. STOLEN, E. IPPEN et A. TYNES. "Raman oscillation in glass optical waveguide". In : *Applied Physics Letters* 20.2 (1972), p. 62-64.
- [48] E. IPPEN et R. STOLEN. "Stimulated Brillouin scattering in optical fibers". In : *Applied Physics Letters* 21.11 (1972), p. 539-541.
- [49] N BLOEMBERGEN. *Nonlinear Optics, 3rd printing*. 1977.
- [50] J. POCHOLLE, M PAPUCHON, J RAFFY et C PUECH. "Effets non linéaires dans les fibres optiques. Applications". In : *Rev. Phys. Appl. (Paris)* 21.11 (1986), p. 673 -681.

- [51] B. TROPHEME. "Combinaison de faisceaux mutuellement incohérents par amplification paramétrique optique". Thèse de doct. 2012.
- [52] T. H. MAIMAN. "Stimulated optical radiation in ruby". In : *nature* 187.4736 (1960), p. 493-494.
- [53] R. R. ALFANO et S. SHAPIRO. "Observation of self-phase modulation and small-scale filaments in crystals and glasses". In : *Physical Review Letters* 24.11 (1970), p. 592.
- [54] B. BIDÉGARAY-FESQUET. *Hiérarchie de modèles en optique quantique : de Maxwell-Bloch à Schrödinger non-linéaire*. T. 49. Springer Science et Business Media, 2005.
- [55] F. DROUART. "Non-linéarité Kerr dans les fibres optiques microstructurées". Thèse de doct. 2008.
- [56] G. AGRAWAL. "Applications of Nonlinear Fiber Optics Academic". In : *San Diego* (2001).
- [57] R. A. SAMMUT et C. PASK. "Gaussian and equivalent-step-index approximations for non-linear waveguides". In : *JOSA B* 8.2 (1991), p. 395-402.
- [58] T TANAKA et T NAITO. "Raman-amplifier-based submarine transmission systems". In : *Optical Fiber Technology* 8.3 (2002), p. 195-209.
- [59] G. P. AGRAWAL. *Fiber-optic communication systems*. T. 222. John Wiley et Sons, 2012.
- [60] R. STOLEN et C. LIN. "Self-phase-modulation in silica optical fibers". In : *Physical Review A* 17.4 (1978), p. 1448.
- [61] M. DURAND. "Filamentation laser femtoseconde IR : Interaction de deux filaments et Source de rayonnement secondaire longue distance". Thèse de doct. Ecole Polytechnique X, 2011.
- [62] G. GRIGORYAN, I. LIMA JR, T YU, V. GRIGORYAN et C. MENYUK. "Using color to understand light transmission". In : *Optics and Photonics News* 11.8 (2000), p. 44-50.
- [63] E. FREYSZ et J. DEGERT. "Terahertz Kerr effect". In : *Nature photonics* 4.3 (2010), p. 131-132.
- [64] K. BLOW, N. DORAN et E CUMMINS. "Nonlinear limits on bandwidth at the minimum dispersion in optical fibres". In : *Optics Communications* 48.3 (1983), p. 181-184.
- [65] J. P. GORDON. "Theory of the soliton self-frequency shift". In : *Optics Letters* 11.10 (1986), p. 662-664.
- [66] H. NAKATSUKA, D GRISCHKOWSKY et A. BALANT. "Nonlinear picosecond-pulse propagation through optical fibers with positive group velocity dispersion". In : *Physical Review Letters* 47.13 (1981), p. 910.
- [67] K TAI et A TOMITA. "1100× optical fiber pulse compression using grating pair and soliton effect at 1.319 μm". In : *Applied physics Letters* 48.16 (1986), p. 1033-1035.
- [68] F. M. MITSCHKE et L. F. MOLLENAUER. "Discovery of the soliton self-frequency shift". In : *Optics Letters* 11.10 (1986), p. 659-661.

- [69] J. SATSUMA et N. YAJIMA. “B. Initial value problems of one-dimensional self-modulation of nonlinear waves in dispersive media”. In : *Progress of Theoretical Physics Supplement* 55 (1974), p. 284-306.
- [70] J. ELGIN et D. KAUP. “Inverse scattering theory with stochastic initial potentials”. In : *Optics Communications* 43.4 (1982), p. 233-236.
- [71] J. GORDON. “Interaction forces among solitons in optical fibers”. In : *Optics Letters* 8.11 (1983), p. 596-598.
- [72] R. A. FISHER et W. BISCHEL. “The role of linear dispersion in plane-wave self-phase modulation”. In : *Applied Physics Letters* 23.12 (1973), p. 661-663.
- [73] F. TAPPERT. “Numerical solutions of the Korteweg-de Vries equation and its generalizations by the split-step Fourier method”. In : *Nonlinear Wave Motion* 15 (1974), p. 215-216.
- [74] D. YEVICK et B. HERMANSSON. “Soliton analysis with the propagating beam method”. In : *Optics Communications* 47.2 (1983), p. 101-106.
- [75] T. R. TAHA et M. J. ABLOWITZ. “Analytical and Numerical Aspects of Certain Nonlinear Evolution Equations. II. Numerical, Nonlinear Schrödinger Equation”. In : *J.Comp.Phys* 55.2 (1984), p. 203-230.
- [76] T. MAREST. “Solitons sombres et ondes dispersives dans les fibres optiques”. Thèse de doct. Lille 1, 2018.
- [77] W. MAGNUS. “On the exponential solution of differential equations for a linear operator”. In : *Communications on pure and applied mathematics* 7.4 (1954), p. 649-673.
- [78] P. U. SUÀREZ. “An introduction to the Split Step Fourier Method using MATLAB”. In : (2013).
- [79] G. P. AGRAWAL, P. BALDECK et R. ALFANO. “Modulation instability induced by cross-phase modulation in optical fibers”. In : *Physical Review A* 39.7 (1989), p. 3406.
- [80] I. SISAKYAN et A. B. SHVARTSBURG. “Nonlinear dynamics of picosecond pulses in fiber-optic waveguides”. In : *Soviet Journal of Quantum Electronics* 14.9 (1984), p. 1146.
- [81] Y. S. KIVSHAR et G. P. AGRAWAL. *Optical solitons from fibers to photonic crystals*. Academic press, 2003.
- [82] P. A. GOVIND et al. “Nonlinear fiber optics”. In : *Optics and Photonics, Academic Press, San Diego, California* (2001).
- [83] G. MILLOT et P. TCHOFO-DINDA. “FIBER AND GUIDED WAVE Optics Nonlinear Effects (Basics)”. In : (2005).
- [84] R. GRASSER. “Generation et propagation de reseaux periodiques de solitons spatiaux dans un milieu de kerr massif”. Thèse de doct. Besançon, 1998.
- [85] W. HEREMAN. “Shallow water waves and solitary waves”. In : *arxiv preprint arxiv :1308.5383* (2013).

- [86] D. J. KORTEWEG et G. DE VRIES. "XLI. On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves". In : *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 39.240 (1895), p. 422-443.
- [87] N. J. ZABUSKY et M. D. KRUSKAL. "Interaction of" solitons" in a collisionless plasma and the recurrence of initial states". In : *Physical Review Letters* 15.6 (1965), p. 240.
- [88] E FERMI, J PASTA et S ULAM. *Collected Papers of Enrico Fermi, volume 2, chapitre Studies of non linear problems*. 1955.
- [89] T. DAUXOIS et M PEYRARD. *Physique des solitons*. EDP Sciences, 2004.
- [90] M. REMOISSENET. "Basic Concepts and the Discovery of Solitons". In : *Waves Called Solitons*. Springer, 1999, p. 1-11.
- [91] L. F. MOLLENAUER, R. H. STOLEN et J. P. GORDON. "Experimental Observation of Picosecond Pulse Narrowing and Solitons in Optical Fibers". In : *Phys. Rev. Lett.* 45 (13 1980), p. 1095-1098. DOI : [10.1103/PhysRevLett.45.1095](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.45.1095). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.45.1095>.
- [92] L. MOLLENAUER et K SMITH. "Demonstration of soliton transmission over more than 4000 km in fiber with loss periodically compensated by Raman gain". In : *Optics Letters* 13.8 (1988), p. 675-677.
- [93] A. HASEGAWA. "Soliton-based optical communications : An overview". In : *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 6.6 (2000), p. 1161-1172.
- [94] E. IANNONE, F. MATERA, A. MECOZZI et M. SETTEMBRE. *Nonlinear optical communication networks*. T. 47. Wiley-Interscience, 1998.
- [95] J MCENTEE. "Solitons go the distance for Marconi". In : *Fibre Systems Europe* (2003), p. 19.
- [96] H. A. HAUS. "Mode-locking of lasers". In : *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 6.6 (2000), p. 1173-1185.
- [97] R. Y. CHIAO, E GARMIRE et C. H. TOWNES. "Self-trapping of optical beams". In : *Physical Review Letters* 13.15 (1964), p. 479.
- [98] M. HERCHER. "Laser-induced damage in transparent media". In : *J. Opt. Soc. America* 54 (1964), p. 563.
- [99] A. BARTHELEMY, S. MANEUF et C. FROEHLI. "Propagation soliton et auto-confinement de faisceaux laser par non linearité optique de Kerr". In : *Optics Communications* 55.3 (1985), p. 201-206.
- [100] S MAEUF et F REYNAUD. "Quasi-steady state self-trapping of first, second and third order subnanosecond soliton beams". In : *Optics Communications* 66.5-6 (1988), p. 325-328.
- [101] V. CODA. "Solitons optiques spatiaux Kerr et photoréfractifs : propriétés fondamentales et application à l'adressage optique". Thèse de doct. Université de Franche-Comté, 2006.
- [102] R. BOYD. *Nonlinear Optics, Academic Press Inc*. 1992.

- [103] P. KELLEY. "Self-focusing of optical beams". In : *Physical Review Letters* 15.26 (1965), p. 1005.
- [104] V. BESPALOV et V. TALANOV. "Filamentary structure of light beams in nonlinear liquids". In : *JETPL* 3 (1966), p. 307.
- [105] L. OSTROVSKII. "Propagation of wave packets and space-time self-focusing in a nonlinear medium". In : *Sov. Phys. JETP* 24.4 (1967), p. 797-800.
- [106] V. ZAKHAROV. "Instability of self-focusing of light". In : *Sov. Phys. JETP* 26.5 (1968), p. 994.
- [107] S MANEUF, R DESAILLY et C FROEHLI. "Stable self-trapping of laser beams : observation in a nonlinear planar waveguide". In : *Optics Communications* 65.3 (1988), p. 193-198.
- [108] J. S. AITCHISON, A. WEINER, Y SILBERBERG, M. OLIVER, J. JACKEL, D. LEAIRD, E. VOGEL et P. SMITH. "Observation of spatial optical solitons in a nonlinear glass waveguide". In : *Optics Letters* 15.9 (1990), p. 471-473.
- [109] J. AITCHINSON et K AL-HEMIARI. "Ironsides; CN; Grant, RS and Sibbett, W". In : *Electron. Lett* 28 (1992), p. 1879.
- [110] U BARTUCH, U PESCHEL, T. GABLER, R WALDHÄUSL et H.-H. HORHOLD. "Experimental investigations and numerical simulations of spatial solitons in planar polymer waveguides". In : *Optics Communications* 134.1-6 (1997), p. 49-54.
- [111] N. N. AKHMEDIEV et A. ANKIEWICZ. *Solitons : nonlinear pulses and beams*. Chapman & Hall, 1997.
- [112] J. S. AITCHISON, A. M. WEINER, Y SILBERBERG, D. LEAIRD, M. OLIVER, J. JACKEL et P. SMITH. "Experimental observation of spatial soliton interactions". In : *Optics Letters* 16 (1991), p. 15-17.
- [113] A. CIATTONI, B. CROSIGNANI, P. DI PORTO et A. YARIV. "Perfect optical solitons : spatial Kerr solitons as exact solutions of Maxwell's equations". In : *JOSA B* 22.7 (2005), p. 1384-1394.
- [114] Y. S. KIVSHAR. "Bright and dark spatial solitons in non-Kerr media". In : *Optical and Quantum Electronics* 30.7-10 (1998), p. 571-614.
- [115] Y. SILBERBERG et G. I. STEGEMAN. "One-dimensional spatial solitons in Kerr media". In : *Spatial Solitons*. Springer, 2001, p. 37-60.
- [116] M SHALABY, F REYNAUD et A BARTHELEMY. "Experimental observation of spatial soliton interactions with a $\pi/2$ relative phase difference". In : *Optics Letters* 17.11 (1992), p. 778-780.
- [117] J. U. KANG, G. STEGEMAN et J. AITCHISON. "Weak-beam trapping by bright spatial solitons in AlGaAs planar waveguides". In : *Optics Letters* 20.20 (1995), p. 2069-2071.
- [118] J. U. KANG, G. I. STEGEMAN et J. AITCHISON. "One-dimensional spatial soliton dragging, trapping, and all-optical switching in AlGaAs waveguides". In : *Optics Letters* 21.3 (1996), p. 189-191.

- [119] M. DELQUÉ, T. SYLVESTRE, H. MAILLOTTE, C. CAMBOURNAC, P. KOCKAERT et M. HAELTERMAN. “Experimental observation of the elliptically polarized fundamental vector soliton of isotropic Kerr media”. In : *Optics Letters* 30.24 (2005), p. 3383-3385.
- [120] J. KANG, G. STEGEMAN, J. AITCHISON et N AKHMEDIEV. “Observation of Manakov spatial solitons in AlGaAs planar waveguides”. In : *Physical Review Letters* 76.20 (1996), p. 3699.
- [121] Y. S. KIVSHAR et G. P. AGRAWAL. *Optical solitons : from fibers to photonic crystals*. Academic press, 2003, p. 474-480.
- [122] F. LEDERER, S. DARMANYAN et A. KOPYAKOV. “Discrete solitons”. In : *Spatial solitons*. Springer, 2001, p. 269-292.
- [123] E. A. ULTANIR, G. I. STEGEMAN, D. MICHAELIS, C. H. LANGE et F. LEDERER. “Stable dissipative solitons in semiconductor optical amplifiers”. In : *Physical Review Letters* 90.25 (2003), p. 253903.
- [124] A ASHKIN, G. BOYD, J. i. DZIEDZIC, R. SMITH, A. BALLMAN, J. LEVINSTEIN et K NASSAU. “Optically-induced refractive index inhomogeneities in LiNbO₃ and LiTaO₃”. In : *Applied Physics Letters* 9 (1966), p. 72-74.
- [125] C. DAN. “Autofocalisation infrarouge dans InP : Fe et SPS pour télécommunications”. Thèse de doct. Université de Metz, 2008.
- [126] M. SEGEV, B. CROSIGNANI, A. YARIV et B. FISCHER. “Spatial solitons in photorefractive media”. In : *Physical Review Letters* 68.7 (1992), p. 923.
- [127] G. C. DUREE JR, J. L. SHULTZ, G. J. SALAMO, M. SEGEV, A. YARIV, B. CROSIGNANI, P. DI PORTO, E. J. SHARP et R. R. NEURGAONKAR. “Observation of self-trapping of an optical beam due to the photorefractive effect”. In : *Physical Review Letters* 71.4 (1993), p. 533.
- [128] W. TORRUELLAS, Y. S. KIVSHAR et G. I. STEGEMAN. “Quadratic solitons”. In : *Spatial Solitons*. Springer, 2001, p. 127-168.
- [129] Y. N. KARAMZIN et A. SUKHORUKOV. “Mutual focusing of high-power light beams in media with quadratic nonlinearity”. In : *Sov. Phys. JETP* 41.414 (1976).
- [130] Y. N. KARAMZIN et A. SUKHORUKOV. “Mutual focusing of intense light-beams in media with quadratic nonlinearity”. In : *ZHURNAL EKSPERIMENTALNOI I TEORETICHESKOI FIZIKI* 68.3 (1975), p. 834-847.
- [131] D. E. PELINOVSKY, A. V. BURYAK et Y. S. KIVSHAR. “Instability of solitons governed by quadratic nonlinearities”. In : *Physical review letters* 75.4 (1995), p. 591.
- [132] S. TERNICHE. “Couplage de deux guides d’ondes parallèles dans le régime des solitons de quelques cycles optiques”. Thèse de doct. 2018.
- [133] V. COUDERC, E. L. LAGO, A. BARTHÉLÉMY, C DE ANGELIS et F GRINGOLI. “Trapping of a weak probe through coupling with a two-color quadratic spatial soliton”. In : *Optics Communications* 203.3-6 (2002), p. 421-425.

- [134] L. LEFORT. “Opérations phoniques rapides basées : sur l’interaction de solitons spatiaux : sur des processus non-linéaires quadratiques”. Thèse de doct. Limoges, 1996.
- [135] G. ASSANTO, M. PECCIANI et C. CONTI. “Nematicons : optical spatial solitons in nematic liquid crystals”. In : *Optics and photonics news* 14.2 (2003), p. 44-48.
- [136] M. PECCIANI, C. CONTI, G. ASSANTO, A. DE LUCA et C. UMETON. “Routing of anisotropic spatial solitons and modulational instability in liquid crystals”. In : *Nature* 432.7018 (2004), p. 733-737.
- [137] M. PECCIANI, C. CONTI, G. ASSANTO, A. DE LUCA et C. UMETON. “All-optical switching and logic gating with spatial solitons in liquid crystals”. In : *Applied Physics Letters* 81.18 (2002), p. 3335-3337.
- [138] Y. SILBERBERG. “Collapse of optical pulses”. In : *Optics Letters* 15.22 (1990), p. 1282-1284.
- [139] H. EISENBERG, R MORANDOTTI, Y SILBERBERG, S BAR-AD, D ROSS et J. AITCHISON. “Kerr spatiotemporal self-focusing in a planar glass waveguide”. In : *Physical Review Letters* 87.4 (2001), p. 043902.
- [140] P DI TRAPANI, D CAIRONI, G VALIULIS, A DUBIETIS, R DANIELIUS et A PISKARSKAS. “Observation of temporal solitons in second-harmonic generation with tilted pulses”. In : *Physical Review Letters* 81.3 (1998), p. 570.
- [141] X LIU, L. QIAN et F. WISE. “Generation of optical spatiotemporal solitons”. In : *Physical Review Letters* 82.23 (1999), p. 4631.
- [142] X. LIU, K. BECKWITT et F. WISE. “Two-dimensional optical spatiotemporal solitons in quadratic media”. In : *Physical Review E* 62 (2000), p. 1328.
- [143] Y. S. KIVSHAR et G. P. AGRAWAL. *Optical solitons : from fibers to photonic crystals*. Academic press, 2003, 212–248.
- [144] B. A. MALOMED, D. MIHALACHE, F. WISE et L. TORNER. “Spatiotemporal optical solitons”. In : *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics* 7.5 (2005), R53.
- [145] F WISE et P DI TRAPANI. “The hunt for light bullets-spatiotemporal solitons”. In : *Opt. Photon. News* 13.2 (2002), p. 28-32.
- [146] T. ELSASS. “Auto-organisation optique et dynamique dans des lasers à semiconducteurs en présence d’un absorbant saturable”. Thèse de doct. 2009.
- [147] A. KAMAGATE. “Propagation des solitons spatio-temporels dans les milieux dissipatifs”. Thèse de doct. 2010.
- [148] Y KODAMA et S WABNITZ. “Analytical theory of guiding-center nonreturn-to-zero and return-to-zero signal transmission in normally dispersive nonlinear optical fibers”. In : *Optics Letters* 20.22 (1995), p. 2291-2293.
- [149] A. KAMCHATNOV et H STEUDEL. “On the évolution of an optical pulse with initial chirp in a nonlinear fiber at the zero dispersion point”. In : *Optics Communications* 162.1-3 (1999), p. 162-168.

- [150] Y KODAMA et S WABNITZ. "Compensation of NRZ signal distortion by initial frequency shifting". In : *Electronics Letters* 31.20 (1995), p. 1761-1762.
- [151] D. ANDERSON, M DESAIX, M. KARLSSON, M LISAK et M. QUIROGA-TEIXEIRO. "Wave-breaking-free pulses in nonlinear-optical fibers". In : *JOSA B* 10.7 (1993), p. 1185-1190.
- [152] W. TOMLINSON, R. H. STOLEN et A. M. JOHNSON. "Optical wave breaking of pulses in nonlinear optical fibers". In : *Optics Letters* 10.9 (1985), p. 457-459.
- [153] D. ANDERSON, M DESAIX, M LISAK et M. L. QUIROGA-TEIXEIRO. "Wave breaking in nonlinear-optical fibers". In : *JOSA B* 9.8 (1992), p. 1358-1361.
- [154] H. LASSEN, F. MENGEL, B TROMBORG, N. ALBERTSEN et P. CHRISTIANSEN. "Evolution of chirped pulses in nonlinear single-mode fibers". In : *Optics Letters* 10 (1985), p. 34-36.
- [155] J. DUDLEY, A. PEACOCK et G MILLOT. "The cancellation of nonlinear and dispersive phase components on the fundamental optical fiber soliton : a pedagogical note". In : *Optics Communications* 193.1-6 (2001), p. 253-259.
- [156] G MILLOT et P TCHOFO-DINDA. *Encyclopedia of modern Optics*. 2004.
- [157] Y. S. KIVSHAR et B. LUTHER DAVIES. "Dark optical solitons physics and applications". In : *Physics reports* 298.2-3 (1998), p. 81-197.
- [158] W. TOMLINSON, R. J. HAWKINS, A. WEINER, J. HERITAGE et R. THURSTON. "Dark optical solitons with finite-width background pulses". In : *JOSA B* 6.3 (1989), p. 329-334.
- [159] P. EMPLIT, J.-P. HAMAIDE, F. REYNAUD, C. FROEHLI et A BARTHELEMY. "Picosecond steps and dark pulses through nonlinear single mode fibers". In : *Optics Communications* 62.6 (1987), p. 374-379.
- [160] D KROKEL, N. J. HALAS, G GIULIANI et D GRISCHKOWSKY. "Dark-pulse propagation in optical fibers". In : *Physical Review Letters* 60 (1988), p. 29.
- [161] G. P. AGRAWAL. *Nonlinear Fiber Optics by Govind P. Agrawal*. Academic Press, 2001.
- [162] P. CHU et C DESEM. "Gaussian pulse propagation in nonlinear optical fibre". In : *Electronics Letters* 19.23 (1983), p. 956-957.
- [163] V. KARPMAN et V. SOLOV'EV. "A perturbation theory for soliton systems". In : *Physica D : Nonlinear Phenomena* 3.1-2 (1981), p. 142-164.
- [164] D. ANDERSON et M. LISAK. "Bandwidth limits due to mutual pulse interaction in optical soliton communication systems". In : *Optics Letters* 11.3 (1986), p. 174-176.
- [165] B HERMANSSON et D YEVICK. "Numerical investigation of soliton interaction". In : *Electronics Letters* 19.15 (1983), p. 570-571.
- [166] E. SHIOJIRI et Y. FUJII. "Transmission capability of an optical fiber communication system using index nonlinearity". In : *Applied Optics* 24.3 (1985), p. 358-360.
- [167] D. ANDERSON et M. LISAK. "Bandwidth limits due to incoherent soliton interaction in optical-fiber communication systems". In : *Physical Review A* 32.4 (1985), p. 2270.

- [168] P. CHU et C DESEM. "Effect of third-order dispersion of optical fibre on soliton interaction". In : *Electronics Letters* 21.6 (1985), p. 228-229.
- [169] C DESEM et P. CHU. "Reducing soliton interaction in single-mode optical fibres". In : *IEE Proceedings J-Optoelectronics* 134.3 (1987), p. 145-151.
- [170] C DESEM et P. L. CHU. "Soliton interaction in the presence of loss and periodic amplification in optical fibers". In : *Optics Letters* 12.5 (1987), p. 349-351.
- [171] V. KARPMAN et V. SOLOV'EV. "A perturbational approach to the two-soliton systems". In : *Physica D : Nonlinear Phenomena* 3.3 (1981), p. 487-502.
- [172] Y KODAMA et K NOZAKI. "Soliton interaction in optical fibers". In : *Optics Letters* 12.12 (1987), p. 1038-1040.
- [173] G. P. AGRAWAL. "Chapter 5 - Optical solitons". In : *Nonlinear Fiber Optics (Sixth Edition)*. Sous la dir. de G. P. AGRAWAL. Sixth Edition. Academic Press, 2019, p. 127-187.
- [174] T GEORGES et F FAVRE. "Modulation, filtering, and initial phase control of interacting solitons". In : *JOSA B* 10.10 (1993), p. 1880-1889.
- [175] K. BLOW et N. DORAN. "Bandwidth limits of nonlinear (soliton) optical communication systems". In : *Electronics Letters* 19.11 (1983), p. 429-430.
- [176] V. AFANASJEV. "Interpretation of the effect of reduction of soliton interaction by bandwidth-limited amplification". In : *Optics Letters* 18.10 (1993), p. 790-792.
- [177] A. N. PINTO et J. F. da ROCHA. "Effect of soliton interaction on timing jitter in communication systems". In : *Journal of Lightwave Technology* 16.4 (1998), p. 515.
- [178] P. BALLA, S. BUCH et G. P. AGRAWAL. "Effect of Raman scattering on soliton interactions in optical fibers". In : *JOSA B* 34.6 (2017), p. 1247-1254.
- [179] J. R. TAYLOR. *Optical Solitons*. Press Syndicate of the University of Cambridge, 1992.
- [180] P. CHU et C DESEM. "Mutual interaction between solitons of unequal amplitudes in optical fibre". In : *Electronics Letters* 21.24 (1985), p. 1133-1134.
- [181] A. HASEGAWA. "Amplification and reshaping of optical solitons in a glass fiber IV : Use of the stimulated Raman process". In : *Optics Letters* 8.12 (1983), p. 650-652.
- [182] A. WEINER, J. HERITAGE, R. HAWKINS, R. THURSTON, E. KIRSCHNER, D. LEAIRD et W. TOMLINSON. "Experimental observation of the fundamental dark soliton in optical fibers". In : *Physical Review Letters* 61.21 (1988), p. 2445.
- [183] W ZHAO et E BOURKOFF. "Propagation properties of dark solitons". In : *Optics Letters* 14.13 (1989), p. 703-705.
- [184] W ZHAO et E. BOURKOFF. "Periodic amplification of dark solitons using stimulated Raman scattering". In : *Optics Letters* 14.15 (1989), p. 808-810.
- [185] W ZHAO et E. BOURKOFF. "Interactions between dark solitons". In : *Optics Letters* 14.24 (1989), p. 1371-1373.
- [186] K TAI, A HASEGAWA et A TOMITA. "Observation of modulational instability in optical fibers". In : *Physical review letters* 56.2 (1986), p. 135.

- [187] E. GOLOVCHENKO et A. PILIPETSKII. “Unified analysis of four-photon mixing, modulational instability, and stimulated Raman scattering under various polarization conditions in fibers”. In : *JOSA B* 11.1 (1994), p. 92-101.
- [188] V. KARPMAN. “Self-modulation of nonlinear plane waves in dispersive media”. In : *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters* 6 (1967), p. 277.
- [189] T. H. COSKUN, D. N. CHRISTODOULIDES, Y.-R. KIM, Z. CHEN, M. SOLJACIC et M. SEGEV. “Bright spatial solitons on a partially incoherent background”. In : *Physical review letters* 84.11 (2000), p. 2374.
- [190] B HALL, M LISAK, D ANDERSON, R FEDELE et V. SEMENOV. “Statistical theory for incoherent light propagation in nonlinear media”. In : *Physical Review E* 65.3 (2002), p. 035602.
- [191] H. BULJAN, A. FIBER, M. SOLJAÇ et M. SEGEV. “Propagation of incoherent “white” light and modulation instability in noninstantaneous nonlinear media”. In : *Physical Review E* 66.3 (2002), p. 035601.
- [192] M. CARVALHO, S. SINGH et D. CHRISTODOULIDES. “Modulational instability of quasi-plane-wave optical beams biased in photorefractive crystals”. In : *Optics communications* 126.1-3 (1996), p. 167-174.
- [193] A. SAUTER. “Attraction de polarisation et instabilité modulationnelle incohérente dans les fibres optiques”. Thèse de doct. Université de Bourgogne, 2006.
- [194] G. P. AGRAWAL. “Nonlinear fiber Optics”. In : *Nonlinear Science at the Dawn of the 21st Century*. Springer, 2000, p. 195-211.
- [195] D. ANDERSON et M. LISAK. “Modulational instability of coherent optical-fiber transmission signals”. In : *Optics letters* 9.10 (1984), p. 468-470.
- [196] K. TAJIMA. “Self-amplitude modulation in PSK coherent optical transmission systems”. In : *Journal of lightwave technology* 4.7 (1986), p. 900-904.
- [197] P. SHUKLA et J. J. RASMUSSEN. “Modulational instability of short pulses in long optical fibers”. In : *Optics letters* 11.3 (1986), p. 171-173.
- [198] I. UZUNOV. “Influence of intrapulse Raman scattering on the modulational instability in optical fibres”. In : *Optical and quantum electronics* 22.6 (1990), p. 529-533.
- [199] D MIHALACHE, N TRUTA et L.-C. CRASOVAN. “Painlevé analysis and bright solitary waves of the higher-order nonlinear Schrödinger equation containing third-order dispersion and self-steepening term”. In : *Physical ReviewE* 56 (1997), p. 1064.
- [200] S. PALACIOS et J. FERNANDEZ-DIAZ. “Black optical solitons for media with parabolic nonlinearity law in the presence of fourth order dispersion”. In : *Optics Communications* 178.4-6 (2000), p. 457-460.
- [201] S. L. PALACIOS. “Two simple ansätze for obtaining exact solutions of high dispersive nonlinear Schrödinger equations”. In : *Chaos, Solitons et Fractals* 19 (2004), p. 203-207.
- [202] Z. LI, L. LI, H. TIAN et G. ZHOU. “New types of solitary wave solutions for the higher order nonlinear Schrödinger equation”. In : *Physical ReviewLetters* 84.18 (2000), p. 4096.

- [203] V. A. BOGATYREV, M. M. BUBNOV, E. M. DIANOV, A. KURKOV, P. V. MAMYSHEV, A. PROKHOROV, S. D. RUMYANTSEV, V. SEMENOV, S. L. SEMENOV, A. A. SYSOLIATIN et al. "A single-mode fiber with chromatic dispersion varying along the length". In : *Journal of lightwave technology* 9.5 (1991), p. 561-566.
- [204] R. L. FORK, C. B. CRUZ, P. BECKER et C. V. SHANK. "Compression of optical pulses to six femtoseconds by using cubic phase compensation". In : *Optics Letters* 12.7 (1987), p. 483-485.
- [205] R. M. JOSEPH, S. C. HAGNESS et A. TAFLOVE. "Direct time integration of Maxwell's equations in linear dispersive media with absorption for scattering and propagation of femtosecond electromagnetic pulses". In : *Optics Letters* 16.18 (1991), p. 1412-1414.
- [206] P. MAMYSHEV et S. V. CHERNIKOV. "Ultrashort-pulse propagation in optical fibers". In : *Optics Letters* 15.19 (1990), p. 1076-1078.
- [207] P. M. GOORJIAN, A. TAFLOVE, R. M. JOSEPH et S. C. HAGNESS. "Computational modeling of femtosecond optical solitons from Maxwell's equations". In : *IEEE journal of quantum electronics* 28.10 (1992), p. 2416-2422.
- [208] K. J. BLOW et D. WOOD. "Theoretical description of transient stimulated Raman scattering in optical fibers". In : *IEEE Journal of Quantum Electronics* 25.12 (1989), p. 2665-2673.
- [209] T. BRABEC et F. KRAUSZ. "Nonlinear optical pulse propagation in the single-cycle regime". In : *Physical Review Letters* 78.17 (1997), p. 3282.
- [210] S. CHI et S. WEN. "Derivation of a wave equation for pulse propagation beyond a slowly varying envelope approximation". In : *Optical and quantum electronics* 28.10 (1996), p. 1351-1357.
- [211] W. MALFLIET. "Solitary wave solutions of nonlinear wave equations". In : *American journal of physics* 60.7 (1992), p. 650-654.
- [212] A.-M. WAZWAZ. "The modified decomposition method for analytic treatment of differential equations". In : *Applied mathematics and computation* 173 (2006), p. 165-176.
- [213] J.-H. HE et X.-H. WU. "Exp-function method for nonlinear wave equations". In : *Chaos, Solitons and Fractals* 30.3 (2006), p. 700-708.
- [214] A. S. REYNA, B. A. MALOMED et C. B. de ARAUJO. "Stability conditions for one-dimensional optical solitons in cubic quintic septimal media". In : *Physical Review A* 92.3 (2015), p. 033810.
- [215] D. ARTIGAS, L. TORNER, J. P. TORRES et N. N. AKHMEDIEV. "Asymmetrical splitting of higher-order optical solitons induced by quintic nonlinearity". In : *Optics Communications* 143.4-6 (1997), p. 322-328.
- [216] H. SCHURMANN. "Traveling-wave solutions of the cubic-quintic nonlinear Schrödinger equation". In : *Physical Review E* 54.4 (1996), p. 4312.
- [217] A. S. REYNA, K. C. JORGE et C. B. de ARAUJO. "Two-dimensional solitons in a quintic-septimal medium". In : *Physical Review A* 90.6 (2014), p. 063835.

- [218] M GEDALIN, T. SCOTT et Y. BAND. “Optical solitary waves in the higher order nonlinear Schrödinger equation”. In : *Physical Review Letters* 78.3 (1997), p. 448.
- [219] S. PALACIOS, A GUINEA, J. FERNANDEZ-DIAZ et R. CRESPO. “Dark solitary waves in the nonlinear Schrödinger equation with third order dispersion, self-steepening, and self-frequency shift”. In : *Physical Review E* 60.1 (1999), R45.
- [220] A. CHOUDHURI et K PORSEZIAN. “Higher-order nonlinear Schrödinger equation with derivative non-Kerr nonlinear terms a model for sub-10-fs-pulse propagation”. In : *Physical Review A* 88.3 (2013), p. 033808.
- [221] G AGRAWAL. *Nonlinear Fiber Optics Fifth Edition Nonlinear Fiber Optics*. 2013.
- [222] H TRIKI, K PORSEZIAN, P. T. DINDA et P. GRELU. “Dark spatial solitary waves in a cubic-quintic-septimal nonlinear medium”. In : *Physical Review A* 95.2 (2017), p. 023837.
- [223] A. HASEGAWA et F. TAPPERT. “Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. II. Normal dispersion”. In : *Applied Physics Letters* 23.4 (1973), p. 171-172.
- [224] Y. KODAMA. “Optical solitons in a monomode fiber”. In : *Journal of Statistical Physics* 39.5-6 (1985), p. 597-614.
- [225] F AZZOUZI, H TRIKI, K MEZGHICHE et A EL AKRMI. “Solitary wave solutions for high dispersive cubic-quintic nonlinear Schrödinger equation”. In : *Chaos, Solitons & Fractals* 39.3 (2009), p. 1304-1307.
- [226] J. BELMONTE-BEITIA et J CUEVAS. “Solitons for the cubic–quintic nonlinear Schrödinger equation with time-and space-modulated coefficients”. In : *Journal of Physics A : Mathematical and Theoretical* 42.16 (2009), p. 165201.
- [227] G. BOUDEBS, S CHERUKULAPPURATH, H. LEBLOND, J TROLES, F SMEKTALA et F. SANCHEZ. “Experimental and theoretical study of higher-order nonlinearities in chalcogenide glasses”. In : *Optics Communications* 219.1-6 (2003), p. 427-433.
- [228] E. GROMOV, L. PISKUNOVA et V. TYUTIN. “Dynamics of wave packets in the frame of third-order nonlinear Schrödinger equation”. In : *Physics Letters A* 256.2-3 (1999), p. 153-158.
- [229] W.-P. HONG. “Optical solitary wave solutions for the higher order nonlinear Schrödinger equation with cubic-quintic non-Kerr terms”. In : *Optics Communications* 194.1-3 (2001), p. 217-223.
- [230] X. LIU, H. TRIKI, Q. ZHOU, W. LIU et A. BISWAS. “Analytic study on interactions between periodic solitons with controllable parameters”. In : *Nonlinear Dynamics* 94 (2018), p. 703-709.
- [231] K SENTHILNATHAN, Q. LI, K NAKKEERAN et P. WAI. “Robust pedestal-free pulse compression in cubic-quintic nonlinear media”. In : *Physical Review A* 78.3 (2008), p. 033835.
- [232] H. TRIKI et T. R. TAHA. “Solitary wave solutions for a higher order nonlinear Schrödinger equation”. In : *Mathematics and Computers in Simulation* 82.7 (2012), p. 1333-1340.

- [233] A.-M. WAZWAZ. “Bright and dark optical solitons for (3+ 1)-dimensional Schrödinger equation with cubic quintic septic nonlinearities”. In : *Optik* 225 (2021), p. 165752.
- [234] G.-Q. XU et A. M. WAZWAZ. “Bidirectional solitons and interaction solutions for a new integrable fifth-order nonlinear equation with temporal and spatial dispersion”. In : *Nonlinear Dynamics* 101 (2020), p. 581-595.
- [235] J. ZHANG et C. DAI. “Bright and dark optical solitons in the nonlinear Schrödinger equation with fourth-order dispersion and cubic-quintic nonlinearity”. In : *Chinese Optics Letters* 3.5 (2005), p. 295-298.
- [236] I. BENDAHMANE, H. TRIKI, A. BISWAS, A. S. ALSHOMRANI, Q. ZHOU, S. P. MOSHOKOA et M. BELIC. “Bright, dark and W-shaped solitons with extended nonlinear Schrödinger’s equation for odd and even higher-order terms”. In : *Superlattices and Microstructures* 114 (2018), p. 53-61.
- [237] H. TRIKI, C. BENSALÉM, A. BISWAS, Q. ZHOU, M. EKICI, S. P. MOSHOKOA et M. BELIC. “W-shaped and bright optical solitons in negative indexed materials”. In : *Chaos, Solitons et Fractals* 123 (2019), p. 101-107.
- [238] A. K. DAOUÏ, F. AZZOUZI, H. TRIKI, A. BISWAS, Q. ZHOU, S. P. MOSHOKOA et M. BELIC. “Propagation of chirped gray optical dips in nonlinear metamaterials”. In : *Optics Communications* 430 (2019), p. 461-466.
- [239] R. YANG, R. HAO, L. LI, Z. LI et G. ZHOU. “Dark soliton solution for higher-order nonlinear Schrödinger equation with variable coefficients”. In : *Optics Communications* 242.1-3 (2004), p. 285-293.
- [240] W. LIU, Y. ZHANG, A. M. WAZWAZ et Q. ZHOU. “Analytic study on triple S, triple triangle structure interactions for solitons in inhomogeneous multi mode fiber”. In : *Applied Mathematics and Computation* 361 (2019), p. 325-331.
- [241] W. LIU, Y. ZHANG, H. TRIKI, M. MIRZAZADEH, M. EKICI, Q. ZHOU, A. BISWAS et M. BELIC. “Interaction properties of solitonics in inhomogeneous optical fibers”. In : *Nonlinear Dynamics* 95 (2019), p. 557-563.
- [242] X. LIU, H. TRIKI, Q. ZHOU, M. MIRZAZADEH, W. LIU, A. BISWAS et M. BELIC. “Generation and control of multiple solitons under the influence of parameters”. In : *Nonlinear Dynamics* 95 (2019), p. 143-150.
- [243] X.-Y. TANG et P. K. SHUKLA. “Solution of the one-dimensional spatially inhomogeneous cubic-quintic nonlinear Schrödinger equation with an external potential”. In : *Physical Review A* 76.1 (2007), p. 013612.
- [244] H. TRIKI et A. M. WAZWAZ. “A new trial equation method for finding exact chirped soliton solutions of the quintic derivative nonlinear Schrödinger equation with variable coefficients”. In : *Waves in Random and Complex Media* 27 (2017), p. 153-162.
- [245] R. YANG, L. LI, R. HAO, Z. LI et G. ZHOU. “Combined solitary wave solutions for the inhomogeneous higher-order nonlinear Schrödinger equation”. In : *Physical Review E* 71.3 (2005), p. 036616.

- [246] R. HAO, L. LI, Z. LI et G. ZHOU. “Exact multisoliton solutions of the higher-order nonlinear Schrödinger equation with variable coefficients”. In : *Physical ReviewE* 70.6 (2004), p. 066603.
- [247] R. HAO, L. LI, Z. LI, R. YANG et G. ZHOU. “A new way to exact quasi-soliton solutions and soliton interaction for the cubic-quintic nonlinear Schrödinger equation with variable coefficients”. In : *Optics Communications* 245.1-6 (2005), p. 383-390.
- [248] J.-f. ZHANG, M.-y. ZHANG, C.-q. DAI et al. “Analytical nonautonomous soliton solutions for the cubic–quintic nonlinear Schrödinger equation with distributed coefficients”. In : *Optics Communications* 285.5 (2012), p. 755-760.
- [249] Y.-X. CHEN, F.-Q. XU et Y.-L. HU. “Two-dimensional Gaussian-type spatial solitons in inhomogeneous cubic–quintic–septimal nonlinear media under-symmetric potentials”. In : *Nonlinear Dynamics* 90.2 (2017), p. 1115-1122.
- [250] A. MESSOUBER, H. TRIKI, F. AZZOUZI, Q. ZHOU, A. BISWAS, S. P. MOSHOKOA et M. BELIC. “Propagation properties of dipole-managed solitons through an inhomogeneous cubic–quintic–septic medium”. In : *Optics Communications* 425 (2018), p. 64-70.
- [251] V. KRUGLOV, A. PEACOCK et J. HARVEY. “Exact self-similar solutions of the generalized nonlinear Schrödinger equation with distributed coefficients”. In : *Physical ReviewLetters* 90.11 (2003), p. 113902.
- [252] K. MADDOURI, F. AZZOUZI, H. TRIKI, A. BOUGUERRA et S. AMARA KORBA. “Dark-managed solitons in inhomogeneous cubic–quintic–septimal nonlinear media”. In : *Nonlinear Dynamics* 103.3 (2021), p. 2793-2803.