

Ministère de l'enseignement Supérieur et de la recherche Scientifique

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Badji Mokhtar Annaba University  
Université Badji Mokhtar – Annaba  
Faculté des Sciences de l'Ingéniorat



جامعة باجي مختار – عنابة

كلية علوم الهندسة

قسم الإلكترونيك

Département d'électronique

## Thèse

Présentée pour obtenir le diplôme de

## Doctorat En-Sciences

Spécialité : Électronique

Par :

**CHERIET Leyla**

Thème :

# Estimation de mouvement par la transformée en ondelettes géométriques

Thèse soutenue le 02/02/2021 devant le jury composé de :

Nom et prénom	Grade	Etablissement	Qualité
M. RAMDANI Messaoud	Prof.	Université Badji Mokhtar -Annaba	Président
M. CHENIKHER Salah	Prof.	Université de Tébessa	Rapporteur
Mme. BOUKARI Karima	MCA	Université Badji Mokhtar -Annaba	Co-rapporteur
M. BOUDEN Toufik	Prof.	Université de Jijel	Examineur
M. KHELIL Khaled	Prof.	Université de Souk Ahras	Examineur

# بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

"وَقُلِ اعْمَلُوا فَسَيَبْرِكُ اللَّهُ عَمَلَكُمْ وَرَسُولُهُ  
وَالْمُؤْمِنُونَ وَسَتُرَدُّونَ إِلَىٰ عَالَمِ الْعَذَابِ وَالشَّهَادَةِ  
فَيُنَبِّئُكُمْ بِمَا كُنْتُمْ تَعْمَلُونَ" [التوبة: 105]

ويقول العباد الأصفهاني

( إني رأيت أنه لا يَلْتَب أحد كتابا في يومه إلا قال فيه عنه : لو غير هذا لكان أحسن ، ولو زيد لكان يستحسن ، ولو قدم هذا لكان أفضل ، ولو ترك هذا لكان أجمل ، وهذا من أعظم العبر ، وهو دليل على استيلاء النفس على جملة البشر).

---

---

## REMERCIEMENTS

---

Nous remercions avant tout **ALLAH** le tout puissant de nous avoir donné la force et le courage pour réaliser ce labeur.

Je tiens à remercier mon directeur de thèse : Monsieur CHENIKHER Salah étant Professeur à l'université de Tébessa. Je le remercie infiniment pour avoir accepté de diriger mes travaux de recherches, pour sa patience, sa gentillesse et pour la confiance dont il a fait preuve à mon égard et surtout pour le sujet intéressant qu'il m'a proposé.

J'adresse de chaleureux remerciements à mon aimable co-encadrante de thèse Mme Dr. BOUKARI Karima d'avoir accepté d'encadrer la présente recherche, pour ses encouragements et ses recommandations inoubliables, sans ses orientations et ses suggestions, ce travail n'a pas pu voir le jour.

J'exprime ma profonde reconnaissance à Mr. Ramdani Messaoud Professeur au département d'électronique de l'université Annaba pour l'honneur qu'il m'a fait d'accepter de présider le jury de cette thèse.

J'exprime également toute ma gratitude à Monsieur BOUDEN Toufik Professeur à l'université de Jijel et Monsieur KHELIL Khaled, Professeur à l'université de Souk Ahras qui m'ont fait l'honneur de participer au jury de ma thèse et d'examiner ce travail.

Je remercie mes collègues, tous les enseignants au département génie électrique à l'université de Tébessa pour m'avoir encouragée à aller jusqu'au bout du périple.

Enfin, je tiens à remercier tous les gens qui ont contribué à ma réussite tout au long de mon parcours d'études.

---

---

## DÉDICACES

---

Je dédie ce travail :

À l'esprit de mon cher père qui est parti sans revenir, aucune dédicace ne peut être donnée à l'homme qui a consacré sa vie pour nous.

À ma chère mère.

À la source de mon bonheur dans cette vie mes enfants : Louai et Ghoufranne.

À mes chers sœurs, 'les fleurs de ma famille' : Radia, Afaf et Amal.

À mes adorables frères : Salah, zine, Raouf, Hamza et Yassine.

À ma source d'inspiration et d'encouragement : mon mari Mr Madjid et sa famille.

À toute la famille Cheriet de près ou de loin.

À toutes mes amies .

À mes précieux professeurs à toutes les étapes.

À mes collègues de l'université de Tébessa.

À mes anciennes amis de l'université de Biskra, en particulier Bentrah Wafa.

À toute personne ayant une place dans mon cœur.



---

---

## RESUMÉ

---

Le problème de l'estimation de mouvement est un sujet important dans la vision par ordinateur. Il propose une large gamme d'applications telles que la détection de mouvement, le suivi d'objet, la segmentation et la reconstruction 3D. De plus, les vecteurs de mouvement estimés peuvent être utilisés pour l'analyse d'images médicales, la navigation robotique et la compression de séquences d'images vidéo par compensation de mouvement (prédiction d'images sur la base d'un champ de déplacement). Les ondelettes sont des moyens capables d'estimer le mouvement dans les séquences d'images, mais elles sont incapables à exploiter les régularités géométriques le long des contours et aux bords des objets, parce qu'elles souffrent de problèmes majeurs tels que l'invariance par translation, la mauvaise directionnalité et l'absence d'informations de phase. Ces trois inconvénients rendent les ondelettes classiques incapables de calculer le mouvement dans des séquences complexes (contenant plusieurs directions). Pour cela, nous proposons dans cette thèse une méthode efficace d'estimation de mouvement basée sur les ondelettes géométriques, appelées ondelette complexe et contourlette, appliquées sur des séquences vidéo artificielles et réels, afin d'améliorer les performances d'estimation de mouvement, par rapport à celles des ondelettes classiques, du point de vue de précision et rapidité. La méthode proposée a donné des résultats considérablement supérieurs à celles de plusieurs méthodes présentées dans la littérature.

**Mot clés : Estimation de mouvement, Ondelette géométrique, Contourlette, Ondelette complexe.**

---

---

## ABSTRACT

---

The problem of motion estimation is an important subject in computer vision; it offers a wide range of applications such as motion detection, tracking, segmentation and 3D reconstruction. Further, the estimated motion vectors can be used for medical image analysis, robotics navigation and compression of video image sequences by motion compensation (prediction image on the basis of a displacement field). Wavelets are means capable of estimating the motion in the image sequences but they are powerless to exploit the geometric regularities along the contours and edges of objects, because they suffer from major problems such as translation invariance, poor directionality and absence of phase information. These three disadvantages make conventional wavelets incapable to calculate the motion in complex sequences (containing several directions). Then, we propose in this thesis an efficient method of motion estimation based on geometric wavelets, called complex wavelets and contourlet, applied on artificial and real video sequences, in order to improve the performance of motion estimation, compared to those of conventional wavelets, from the point of view of accuracy and speed.

**Key words : Motion Estimation, Geometric Wavelet, Contoulet, Complex wavelet.**

---

## ملخص

---

تعتبر مشكلة تقدير الحركة موضوعا مهما في مجال رؤية الكمبيوتر حيث أنه يقدم مجموعة واسعة من التطبيقات مثل كشف الحركة، تتبع مسار حركة لعنصر معين في فيديو، تقسيم وإعادة التشكيل ثلاثي الأبعاد. بالإضافة إلى ذلك، يمكن استخدام قيم الحركة المقدر لتحويل الصور الطبيعية، التنقل الآلي وضغط تسلسل صور الفيديو المكافئ للحركة (التنبؤ بالصورة استنادًا إلى عقل الإزاحة). الموجات هي وسيلة قادرة على تقدير الحركة لصور الفيديو لكنها عاجزة عن تمثيل حواف الأجسام لأنهم يعانون من مشاكل كبيرة مثل ثبات الإزاحة، ضعف الاتجاهية ونقص معلومات الحركة هذه العيوب الثلاثة تجعل الموجات التقليدية غير قادرة على حساب الحركة في تسلسل المعقدة (التي تحتوي على عدة اتجاهات). لهذا، فإننا نقترح في هذه البحث وسيلة فعالة لتقدير الحركة على أساس الموجات الهندسية تسمى الموجات المعقدة و الكنتورلات، المطبقة على تسلسلات فيديو اصطناعية وواقعية، من أجل تحسين أداء تقدير الحركة، مقارنة بأداء الموجات التقليدية، من وجهة نظر الدقة والسرعة. أعطت الطريقة المقترحة نتائج متفوقة إلى حد كبير مقارنة بالطرق الموضحة في الأدب.

الكلمات الدلالية: تقدير الحركة، الموجات الهندسية، الكنتورلات، الموجات المركبة.

---

---

# TABLE DES MATIÈRES

---

<i>Contents</i>	<i>Page</i>
<b>Remerciements</b>	<b>i</b>
<b>Dédicaces</b>	<b>ii</b>
<b>Resumé</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract</b>	<b>iv</b>
<b>Table des figures</b>	<b>x</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xv</b>
<b>Abréviations</b>	<b>xvi</b>
<b>1 Estimation du mouvement : État de l'art</b>	<b>5</b>
1.1 Estimation du mouvement . . . . .	5
1.2 Importance de l'estimation de mouvement . . . . .	6
1.3 Mouvement global, mouvement local . . . . .	7
1.4 Description du flot optique . . . . .	8
1.5 Problèmes de l'estimation de mouvement . . . . .	9
1.5.1 Problème d'occlusion . . . . .	9
1.5.2 Problème d'ouverture . . . . .	10
1.5.3 Présence du bruit . . . . .	11
1.5.4 Ambiguïté due à la projection . . . . .	11
1.5.5 Problème des régions homogènes . . . . .	11

1.6	Hypothèses d'estimation de mouvement . . . . .	12
1.6.1	Contrainte de conservation de la luminance . . . . .	12
1.6.2	Cohérence spatiale . . . . .	13
1.7	Prédiction par compensation de mouvement . . . . .	13
1.8	Estimation du mouvement : État de l'art . . . . .	14
1.8.1	Méthodes différentielles . . . . .	14
1.8.2	Méthode de Block Matching . . . . .	21
1.8.3	Méthodes fréquentielles . . . . .	28
1.8.4	Approches par ondelettes . . . . .	33
1.9	Conclusion . . . . .	34
<b>2</b>	<b>Transformée en ondelettes géométriques</b>	<b>36</b>
2.1	Transformée en ondelettes . . . . .	37
2.1.1	Transformée en ondelettes continues . . . . .	39
2.1.2	Transformée en ondelettes discrètes . . . . .	39
2.1.3	Familles de la transformée en ondelettes . . . . .	40
2.1.4	Analyse multi-résolution (AMR) . . . . .	40
2.1.5	Espaces d'approximations et détails . . . . .	41
2.2	Transformée en ondelettes géométriques . . . . .	43
2.2.1	Transformée de Radon . . . . .	44
2.2.2	Transformée en Ridgelets . . . . .	46
2.2.3	Transformée en Curvelets . . . . .	47
2.2.4	Transformée en Contourlets . . . . .	49
2.2.5	Transformée en Contourlets non sous échantillonnée . . . . .	52
2.2.6	Transformée Wedgelet . . . . .	56
2.2.7	Transformée Bandelette première génération . . . . .	57
2.2.8	Transformée bandelettes deuxième génération . . . . .	58
2.2.9	Ondelettes complexes en arbre dual . . . . .	59
2.3	Comparaison entre les différents transformées géométriques . . . . .	65
2.4	Conclusion . . . . .	67

<b>3</b>	<b>Estimation de mouvement par la transformée en ondelettes géométriques</b>	<b>69</b>
3.1	Algorithme d'estimation de mouvement par la transformée en ondelettes géométriques . . . . .	70
3.1.1	Principe de la méthode proposée . . . . .	70
3.1.2	Équation de flot optique pour un modèle affine de mouvement . . . . .	71
3.2	Résultats expérimentaux . . . . .	75
3.2.1	Applications aux séquences synthétiques . . . . .	75
3.2.2	Critère d'évaluation de la méthode proposée . . . . .	76
3.2.3	Choix du type d'ondelette géométrique utilisé dans l'estimation de mouvement . . . . .	76
3.2.4	Simulation de la méthode proposée pour les séquences synthétiques . . . . .	76
3.2.5	Comparaison avec les résultats de la littérature . . . . .	80
3.2.6	Applications aux séquences réelles . . . . .	85
3.3	Conclusion . . . . .	102
<b>4</b>	<b>Estimation de mouvement pour les séquences bruitées par la Transformée en ondelettes géométriques</b>	<b>105</b>
4.1	Position du problème . . . . .	106
4.2	Méthode proposée . . . . .	107
4.2.1	Débruitage des séquences d'images . . . . .	107
4.2.2	Estimation du flot optique par la méthode différentielle de Horn & Schunck . . . . .	110
4.3	Résultat de la simulation . . . . .	111
4.3.1	Interprétation des résultats . . . . .	111
4.3.2	Impact du changement du terme de régularisation et de nombre d'itérations sur la valeur de l'erreur angulaire . . . . .	113
4.4	Conclusion . . . . .	114
	<b>Production scientifique</b>	<b>124</b>



---

---

## TABLE DES FIGURES

---

1.1	Projection mouvement 3D en 2D. . . . .	6
1.2	Exemples d'application de l'estimation de mouvement . . . . .	7
1.3	Exemples de flot optique . . . . .	9
1.4	Illustration du problème d'occlusion. . . . .	10
1.5	Illustration du problème d'ouverture. . . . .	11
1.6	Illustration de l'hypothèse de conservation de la luminance. . . . .	12
1.7	(a) Cohérence spatiale, (b) Absence de cohérence spatiale . . . . .	13
1.8	Principe de prédiction par compensation de mouvement. . . . .	14
1.9	Illustration géométrique de l'équation de flot optique. . . . .	17
1.10	Principe de Block Matching. . . . .	22
1.11	Algorithme Block-Based Gradient Descent Search. . . . .	24
1.12	Algorithme Three step search (TSS). . . . .	25
1.13	Algorithme de recherche à quatre étapes (4SS). . . . .	26
1.14	Modèle de recherche utilisé par DS. . . . .	28
2.1	Le pavage de l'espace-temps-fréquence pour la STFT et la TO. . . . .	38
2.2	Décomposition en ondelettes à différents niveaux (DWT). . . . .	42
2.3	Exemple des 2 premiers niveaux d'une décomposition pyramidale en on- delettes. . . . .	43
2.4	a : ondelette et b : ondelette géométrique (curvelets). . . . .	44
2.5	Transformée de Radon . . . . .	45
2.6	La transformée de Radon d'une image. . . . .	45
2.7	Transformée en Ridgelettes . . . . .	46



2.8	Principe de la transformée en curvelets. . . . .	48
2.9	Transformée en Curvelets d'une image en 2 niveaux de decomposition. . .	48
2.10	(a) Illustration de l'implantation des Contourlets à l'aide d'un banc de filtres pyramidal directionnel (PDFB). (b) Exemple de partitionnement fréquentiel par la transformée en Contourlets . . . . .	50
2.11	La transformée en Contourlets de l'image Zoneplate. L'image est dé- composée en deux niveaux pyramidaux, qui sont ensuite décomposés en quatre et huit sous-bandes directionnelles. Les petits coefficients sont re- présentés en noir alors que les grands coefficients sont représentés en blanc. 51	51
2.12	La transformée en Contourlets non sous-échantillonnée. (a) Schéma bloque de l'implantation de la NSCT à l'aide d'un banc de filtre pyramidal directionnel non sous-échantillonné. (b) le partitionnement fréquentiel ré- sultant, où le nombre de directions augmente avec la fréquence . . . . .	53
2.13	La transformée en Contourlets non sous-échantillonnée de l'image Zone- plate. L'image est décomposée en quatre niveaux pyramidaux, qui sont ensuite décomposés en 1, 2, 4, et 8 sous-bandes directionnelles. Les petits coefficients sont représentés en noir alors que les grands coefficients sont représentés en blanc. (a) L'image originale. (b) Sous-bande passe-bas. (c), (d), (e), (f) Sous-bandes directionnelles passe-bande. . . . .	55
2.14	Dictionnaire d'edgels trouvé pour l'image en cours. (b) Transformée Wed- gelets : zones uniformes mises en évidence. . . . .	57
2.15	(a) Détection des contours. (b) Construction des zones des pixels bande- lettes par grassfire. (c) Déformation de la zone. . . . .	58
2.16	Bandelettes 2G. (a) Description des singularités dans le domaines des co- efficients d'ondelettes séparables. (b) Choix d'une feuille à traiter. (c) Dé- formation, puis réordonnancement. . . . .	59
2.17	Schéma montrant l'algorithme d'analyse d'une transformée en ondelettes complexes en arbre dual. $h_r$ et $h_i$ sont les filtres passe-bas, et $g_r$ et $g_i$ les filtres passe-haut. . . . .	60

2.18	Schémas idéalisés du support fréquentiel des ondelettes séparables. (a) deux des trois directions dans le cas des ondelettes classiques, et (b) deux des six directions des ondelettes complexes en arbre dual. On constate que la forme analytique des ondelettes complexes en arbre dual permet d'obtenir une séparation directionnelle, et éviter le damier créé par la première ligne de (a). . . . .	61
2.19	Exemples d'ondelettes complexes en arbre dual 2-D. De haut en bas, la partie réelle, la partie imaginaire, et le module des six ondelettes d'une échelle donnée. . . . .	61
2.20	Décomposition en banc de filtres duaux pour la transformée en ondelettes complexes 1D. . . . .	62
2.21	Premier niveau de la transformée complexe bidimensionnelle. Gauche : transformée non décimée (redondance 4 :1), droite : entrelacement des coefficients correspondant aux 4 arbres (A;B;C;D) dans la transformée non décimée. . . . .	64
2.22	Banc de filtres du quad-arbre pour la transformée en ondelettes complexe bidimensionnelle. . . . .	66
3.1	Organigramme d'estimation de mouvement par la transformée en ondelettes géométriques. . . . .	71
3.2	Séquences de test artificielles. . . . .	76
3.3	Les simulations de la séquence Arbre en translation. . . . .	77
3.4	Les simulations de la séquence Arbre en divergence. . . . .	78
3.5	Les simulations de la séquence Yosemite . . . . .	79
3.6	Comparaison des différentes méthodes d'estimation de mouvement pour la séquence synthétique Arbre en translation. . . . .	83
3.7	Comparaison des différentes méthodes d'estimation de mouvement pour la séquence synthétique Arbre en divergence. . . . .	84
3.8	Comparaison des différentes méthodes d'estimation de mouvement pour la séquence synthétique Yosemite. . . . .	84

3.9 Séquences de tests naturels : a) Missa, b) Caltraint, c) Trevor, d) Poumons atteint de COVID-19, e) Salesman, f) Foreman, g) Akiyo, h) Container, i) Carphone, j) Coastguard, k) Flower, l) Football. . . . .	85
3.10 Image initiale et courante de la séquence Missa. . . . .	86
3.11 Image initiale et courante de la séquence Trevor. . . . .	87
3.12 Image initiale et courante de la séquence Caltraint. . . . .	87
3.13 Image initiale et courante de la séquence médicale (poumons d'un patient atteint de coronavirus COVID-19). . . . .	88
3.14 Champs de mouvement estimé de la séquence Missa. . . . .	89
3.15 Colormap de champs de mouvement estimé de la séquence Missa. . . . .	90
3.16 Images prédites par compensation de mouvement de la séquence Missa. . . . .	91
3.17 Champs de mouvement estimé de la séquence Trevor. . . . .	92
3.18 Colormap de champs de mouvement estimé de la séquence Trevor. . . . .	93
3.19 Images prédites par compensation de mouvement de la séquence Trevor. . . . .	94
3.20 Champs de mouvement estimé de la séquence Caltraint. . . . .	95
3.21 Colormap de champs de mouvement estimé de la séquence Caltraint. . . . .	96
3.22 Images prédites par compensation de mouvement de la séquence Caltraint. . . . .	97
3.23 Champs de mouvement estimé de la séquence médicale (poumons d'un patient atteint de coronavirus COVID-19). . . . .	98
3.24 Colormap de champs de mouvement estimé de la séquence médicale (Poumons d'un patient atteint de coronavirus COVID-19). . . . .	99
3.25 Images prédites par compensation de mouvement de la séquence médicale (poumons d'un patient atteint de coronavirus COVID-9). . . . .	100
4.1 Schéma fonctionnel de l'estimation de mouvement pour les séquences bruitées par la transformée en ondelettes géométriques . . . . .	115
4.2 Flot optique estimé par la méthode Horn & Schunk pour la séquence Arbre en divergence (débruitage par la transformé en ondelettes discrète). . . . .	116
4.3 Flot optique estimé par la méthode Horn & Schunk pour la séquence Arbre en divergence (débruitage par la transformée en Contourlets). . . . .	116

---

4.4	Flot optique estimé par la méthode Horn & Schunk pour la séquence Arbre en divergence (débruitage par la transformée en ondelettes complexes). . . . .	116
4.5	Flot optique réel de la séquence Arbre en divergence. . . . .	117
4.6	Flot optique estimé par la méthode Horn & S pour la séquence Arbre en translation (débruitage par la transformée en ondelettes discrètes). . . . .	117
4.7	Flot optique estimé par la méthode Horn & Schunck pour la séquence Arbre en translation (débruitage par la transformée en Contourlets). . . . .	117
4.8	Flot optique estimé par la méthode Horn & Schunk pour la séquence Arbre en translation (débruitage par la transformée en ondelettes complexes). . . . .	118
4.9	Flot optique réel de la séquence Arbre en translation. . . . .	118
4.10	Flot optique estimé par la méthode Horn & Schunk pour la séquence Yo- semite (débruitage par la transformée en ondelettes discrètes). . . . .	119
4.11	Flot optique estimé par la méthode Horn & Schunk pour la séquence Yo- semite (débruitage par la transformée en Contourlets). . . . .	119
4.12	Flot optique estimé par la méthode Horn & Schunk pour la séquence Yo- semite (débruitage par la transformée en ondelettes complexes). . . . .	119
4.13	Flot optique réel de la séquence Yosemite. . . . .	120
4.14	L'effet de terme de régularisation ( $\lambda$ ) sur la valeur de l'erreur angulaire. . . . .	120
4.15	L'effet du nombre d'itérations sur la valeur de l'erreur angulaire. . . . .	121

---

---

## LISTE DES TABLEAUX

---

2.1	Comparaison entre les différents transformés géométriques. . . . .	67
3.1	Comparaison des différentes méthodes d'estimation de mouvement pour la séquence synthétique Arbre en translation. . . . .	82
3.2	Comparaison des différentes méthodes d'estimation de mouvement pour la séquence synthétique Arbre en divergence. . . . .	82
3.3	Comparaison des différentes méthodes d'estimation de mouvement pour la séquence synthétique Yosemite. . . . .	83
3.4	Les séquences vidéos utilisées et leurs caractéristiques . . . . .	86
3.5	Comparaison de résultats de prédiction par compensation de mouvement.	103
4.1	Comparaison des différentes méthodes d'estimation de mouvement pour la séquence synthétique Arbre en translation. . . . .	112
4.2	Comparaison des différentes méthodes d'estimation de mouvement pour la séquence synthétique Arbre en divergence. . . . .	112
4.3	Comparaison des différentes méthodes d'estimation de mouvement pour la séquence synthétique Yosemite. . . . .	112

---

---

## ABRÉVIATIONS

---

<b>BBGDS</b>	Block-Based Gradient Descent Search
<b>CWT</b>	Complex Wavelet Transform
<b>DS</b>	Diamond Search
<b>DFD</b>	Displaced Frame Difference
<b>FS</b>	Full Search
<b>MPEG</b>	Moving Picture Experts Group
<b>TF</b>	Transformé de Fourier
<b>TO</b>	Transformé en ondelettes
<b>NSCT</b>	NonsubSampled Contourlets Transform
<b>TOD</b>	Transformé en ondelettes discrets
<b>TSS</b>	Three Step Search
<b>3D</b>	Trois dimensions
<b>2D</b>	Deux dimensions
<b>4SS</b>	Four Step Search
<b>ECFO</b>	Equation de contrainte du flot optique
<b>EFO</b>	Equation du flot optique
<b>ECM</b>	Equation de contrainte de mouvement
<b>SPCN</b>	Spectre de puissance croisé normalisé

---

---

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

---

## *Mise en contexte et problématique*

Le problème de l'estimation de mouvement est un vaste et délicat sujet dans le traitement des images qui fait un appel aux connaissances croisées de plusieurs disciplines, il est devenu aussi l'outil incontournable pour aborder diverses applications (Amirpour2019; Wang2019) : analyse médicale (suivi de contractions cardiaques (Ouzir2018; Prince1992; Qian2017), détection d'infarctus (Wang2014)), détection et suivi d'objets en mouvement (robotique (Wang2009), vidéo-surveillance (Wu2019), militaire (Kumar2001), analyse de comportement complexe (météorologie (Dazhi2013), mouvement du corps humain (Rosenhahn2005) et tracking d'objet (Heyman2019)), compression de vidéo par compensation de mouvement (Bachu2017; Rajabai2018) et reconstruction des scènes tridimensionnelles (Sung2017).

Il existe diverses techniques d'estimation de mouvement que l'on peut classer en trois catégories principales : méthodes différentielles (Bruhn2005), méthodes fréquentielles (Sung1998; Fleet1994; Argyriou2004), méthodes de mise en correspondance de blocs ou block matching (Zhu2000).

Les ondelettes sont des outils performants en traitement du signal et de l'image et leur efficacité a été prouvée dans de nombreux domaines, tels que le débruitage d'image (Jaiswal2014; Wu2018), la compression d'image (Bruylants2015), le codage de vidéo (Rüfenacht2016), la fusion d'image (Mehra2015; Shah2010; Zarei2018), la segmentation d'image (Liu2003) et suivi d'objet dans les séquences vidéo (Sahoo2018).

Ces dernières années, les ondelettes sont des outils efficaces d'estimation de mouvement, néanmoins la transformée en ondelettes discrète (TOD) souffrira de problèmes tels que la sensibilité en translation, la mauvaise directionnalité et l'absence d'information de phase. Ces trois inconvénients rendent les ondelettes classiques incapables de calculer le mouvement pour les séquences complexes (contenant plusieurs directions), c'est-à-dire peu adapté aux structures complexes (Fernandes2003).

Pour pallier ce problème, nous devons choisir un autre type d'ondelette permettant d'éliminer les inconvénients des ondelettes classiques et permettant d'estimer le mouvement dans plusieurs directions. De ce fait, l'objectif de ce travail est d'estimer le mouvement dans les séquences temporelles d'images, grâce à une méthode basée sur l'analyse en ondelettes géométriques. La méthode proposée prend les avantages de la nature de l'ondelette géométrique (Lebrun2006). Donc, Cette thèse s'inscrit dans le contexte d'estimation de mouvement.

### *Sujet de la thèse*

Nous nous intéressons d'investiguer le potentiel d'une transformée multi-résolution directionnelle d'estimer le mouvement en termes de performances (rapidité et précision) dans les séquences complexes. Cette méthode sera basée sur la transformée en ondelettes géométrique et plus précisément sur la transformée en contourlettes et la transformée en ondelettes complexes.

Ce travail comprend deux parties : dans la première partie, l'estimation de mouvement sera basée sur la transformée en ondelettes complexes. Dans la deuxième phase, nous allons appliquer la méthode de l'estimation de mouvement par la transformée en contourlettes. Les résultats expérimentaux appliqués sur des séquences artificielles et réels montrent que l'algorithme proposé obtient des performances considérablement supérieures à celles de plusieurs méthodes présentées dans la littérature.



### *Organisation de la thèse*

Le travail présenté dans ce mémoire s'articule autour l'estimation de mouvement par la transformée en ondelettes géométriques. Il est structuré en quatre chapitres et organisé de la manière suivante :

- **Chapitre 1 Estimation de mouvement (État de l'art) :** Ce chapitre introductif est consacré à un état de l'art sur les méthodes d'estimation de mouvement d'une séquence d'images. Après une introduction sur les définitions et les problèmes généraux de la mesure du mouvement, nous présentons les grandes familles des méthodes de mesure du mouvement imposées dans le domaine de la vision par ordinateur.
- **Chapitre 2 Transformée en ondelettes géométriques :** Dans le deuxième chapitre , nous dressons une présentation rapide des transformées en ondelettes géométriques. Nous voyons l'évolution de la transformée de Fourier à la transformée en ondelettes. Ainsi, nous traitons l'analyse multi-résolutions qui est un outil essentiel de traitement du signal et permet de décomposer un signal à plusieurs échelles (résolutions) et de le reconstruire à partir des éléments de cette décomposition. Nous fournissons dans ce chapitre un rapide descriptif de quelques transformées récentes à caractère géométrique qui sont les ridgelettes, les curvelettes, les contourlettes, les bandelettes les wedgelettes et les ondelettes complexes, etc. Ce chapitre a pour l'objectif de nous aider à choisir les meilleures transformées géométriques pour réaliser l'estimation de mouvement.
- **Chapitre 3 Estimation de mouvement par la transformée en ondelettes géométriques :** Dans ce chapitre nous présentons une approche efficace pour estimer le mouvement dans les séquences d'images à partir d'une décomposition flexible, multi-échelle, multi-direction et invariante par translation. Nous avons choisi ce type de transformation géométrique selon ses caractéristiques qui le rendent approprié pour estimer le mouvement complexe de manière efficace. Cette technique combine la méthode différentielle du flot optique et la transformée en ondelettes géométriques afin de calculer la vitesse de chaque pixel de l'image. Les

performances de la méthode proposée sont évaluées sur des séquences artificielles et réelles. Ce chapitre présente les résultats selon un plan en quatre parties. Premièrement, à partir des séquences artificielles nous calculons expérimentalement le flot optique par la méthode proposée. Puis, nous mesurons l'erreur angulaire de l'algorithme en fonction du flot estimé et réel. La méthode est ensuite testée sur plusieurs séquences artificielles et comparée à différentes approches d'estimation du mouvement. Enfin, nous estimons le mouvement pour des séquences naturelles de qualité et de dynamique variées.

- **Chapitre 4 Estimation de mouvement dans une séquence d'images débruitées par la transformée en contourlettes** : Dans ce chapitre, nous nous intéressons au problème d'estimation de mouvement apparent 2D dans le cas des séquences d'images bruitées. Nous exposons une technique utilisant conjointement le dé-bruitage par la transformée en contourlettes et une estimation de mouvement basée sur la technique différentielle de Horn & Schunck.

Enfin, la conclusion générale récapitule ce qui a été fait et expose les perspectives de ce travail.

---

## ESTIMATION DU MOUVEMENT : ÉTAT DE L'ART

---

L'intérêt de ce chapitre, est la présentation d'un état de l'art sur les méthodes classiques d'estimation de mouvement. En effet l'estimation de mouvements est un problème très important dans le domaine de la vision par ordinateur. Ce problème consiste à estimer à partir d'une séquence d'images le mouvement apparent des objets composant une scène (Basarab2008; Drulea2013). L'extraction d'informations sur le mouvement est une étape clé pour plusieurs domaines d'application, nous pouvons mentionner : la compression d'images, la robotique, la météorologie, l'imagerie médicale, l'analyse de séquences sportives, etc. Dans ce chapitre, nous exposons dans un premier temps les différentes définitions relatives au domaine de l'estimation de mouvement. Ensuite, nous présentons brièvement l'ensemble des méthodes, dites classiques, d'estimation de mouvement (État de l'art).

### 1.1 Estimation du mouvement

L'estimation du mouvement est un procédé qui consiste à étudier le déplacement des objets dans une séquence vidéo, en cherchant la corrélation entre deux images successives afin de prédire le changement de position du contenu.

Le mouvement est un réel problème en vidéo puisqu'il décrit un contexte en trois dimensions alors que les images sont une projection de scènes 3D dans un plan en 2D (voir figure 1.1). En général, il est représenté par un vecteur de mouvement qui décrit une transformation d'une image en deux dimensions vers une autre (Betka2019; Brault2005; Li1995; Bernard1999; Drulea2013; Jambek2016).

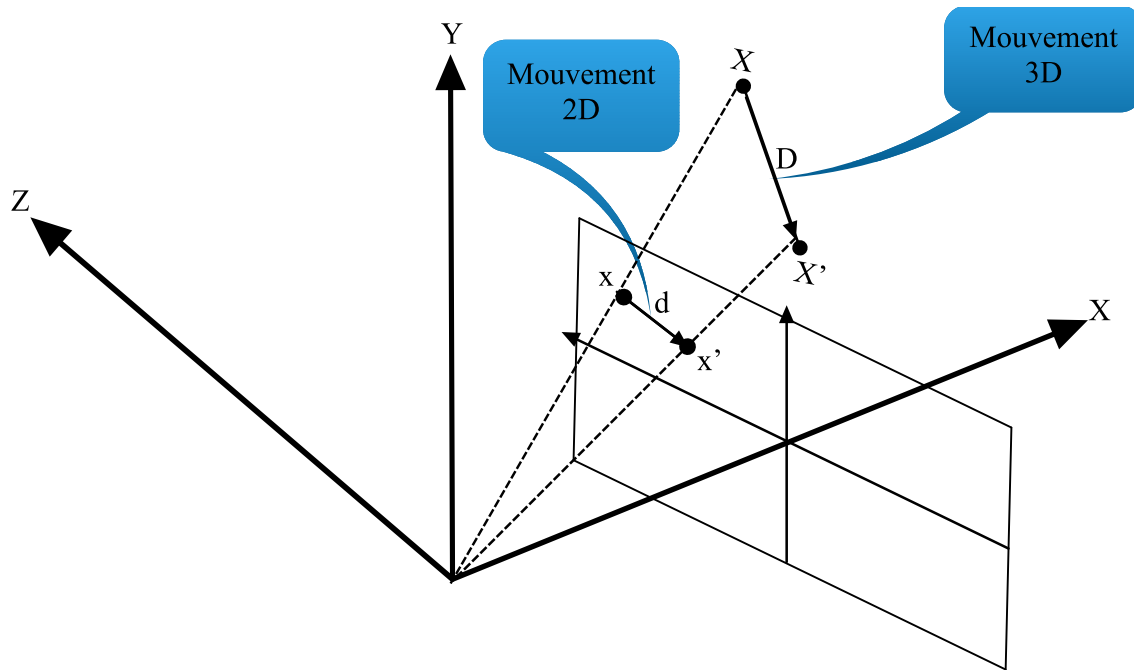


FIG. 1.1 : Projection mouvement 3D en 2D.

## 1.2 Importance de l'estimation de mouvement

Le mouvement apparent distingué dans une séquence d'images fournit une information extrêmement pertinente. L'estimation de mouvement est souvent essentielle pour caractériser, comprendre et analyser les phénomènes observés. De ce fait, l'estimation du mouvement est un moyen très important dans de nombreux domaines applicatifs tels que la surveillance (Hossen2016) (de trafic routier, de foules, de sites sensibles, etc.), la robotique mobile et la vision active, l'analyse et l'annotation de corpus vidéos, la postproduction cinématographique et le traitement vidéo, l'étude et la mesure de phénomènes physiques divers par le biais de l'image (imageries médicale, biologique, fluide, satellitaire), la météorologie, où

la reconstruction des champs de vents à partir des données satellitaires permet de suivre et d'observer l'évolution de phénomènes météorologiques clés comme les centres dépressionnaires, les tornades ou certains groupes de nuages. Ces champs de vents permettent également d'initialiser des modèles atmosphériques numériques (Beyou2013), la détection et suivi d'objets mobiles (Gujjunoori2017), la segmentation des images et la compression d'images utilisant l'information du mouvement (Laveau2005; Bachu2017). La figure 1.2 présente quelques exemples d'application de l'estimation de mouvement.

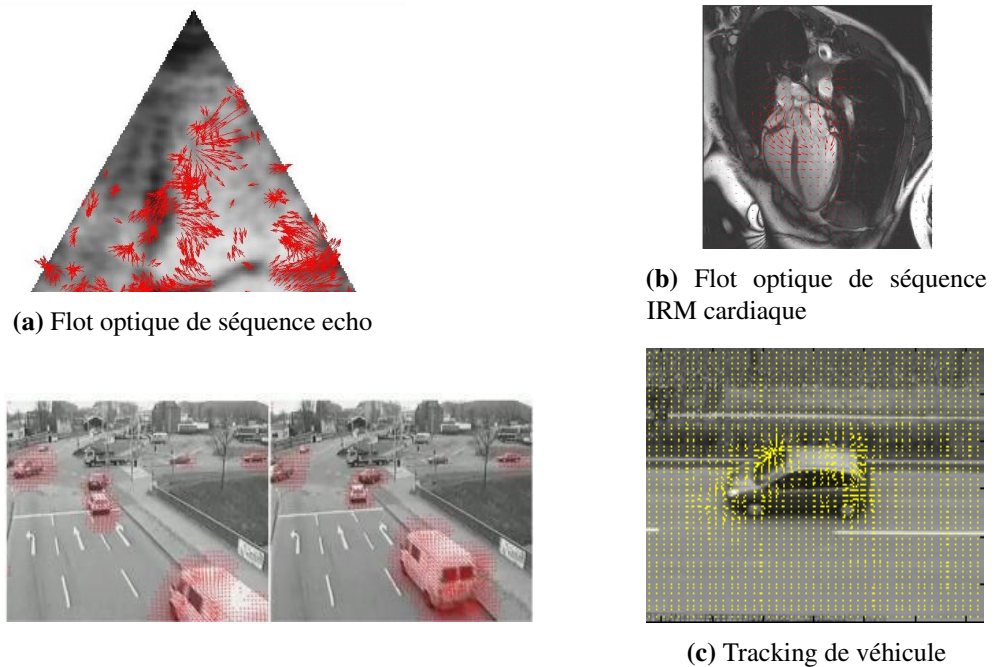


FIG. 1.2 : Exemples d'application de l'estimation de mouvement

### 1.3 Mouvement global, mouvement local

Un mouvement global est un mouvement tel que tous les pixels de l'image se déplacent d'une manière homogène. Le mouvement local décrit individuellement le mouvement d'un ensemble de points de l'image. En général, ces deux spécifications ne restent qu'une définition, car du point de vue structurel, aucune distinction n'est faite entre mouvement global et local. Pour mieux comprendre ces définitions, plaçons-nous par exemple dans le contexte de l'analyse d'une image

toute entière. Imaginons que nous observons une séquence vidéo en un point arbitraire. Le point est le plus petit élément que nous puissions observer sur un élément d'image. Dans le temps, l'intensité des pixels est susceptible de varier. Trois causes peuvent être la source d'une telle variation. La première est due au mouvement global ou mouvement de la caméra. Même si aucun mouvement n'apparaît dans cette scène, le mouvement de la caméra produit un mouvement global de la scène capturée. La seconde cause est le mouvement intrinsèque des objets dans la scène. Celle-ci apparaît comme un mouvement local car elle n'affecte pas l'image entière. Enfin, la troisième raison est la variation de la luminance. Si la condition d'éclairage change pendant que la séquence est capturée par la caméra, les intensités du pixel varient. Nous pouvons donc dire que le mouvement local résume l'aspect de chaque objet de l'image et le mouvement global est affecté à l'image toute entière. Ce qui n'est pas toujours valable car dans un contexte d'analyse d'objet (contenu dans une scène), le mouvement global correspond à la transformation subie par l'objet lui-même (déformations globales de la forme) et le mouvement local correspond à l'information pertinente (déformations résiduelles de la forme) (Daorolala2002).

#### **1.4 Description du flot optique**

Le flot optique est la distribution apparente du mouvement de l'intensité lumineuse des pixels de l'image. Il peut être dû au mouvement des objets de la scène captée ou à celui du point de prise de vue. Le flot optique est représenté comme un champ vectoriel où chaque vecteur est associé à un point de l'image. Quand un point de l'image se déplace dans le temps, son vecteur correspondant dans le flot optique indique la direction et la magnitude du déplacement. La figure 1.3 illustre quelques exemples de mouvements avec leur flot optique associé. Les vecteurs du flot optique peuvent être vus comme étant la projection sur le plan rétinale des vecteurs déplacement 3D de chaque point de la scène (Beauchemin1995; Barron1994; Weinzaepfel2016; Xie2017).

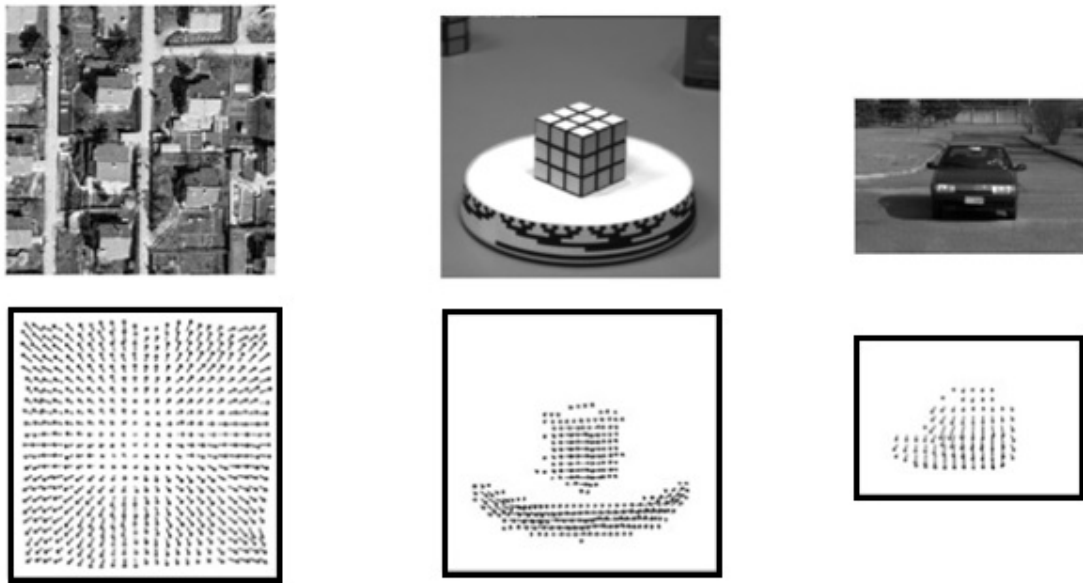


FIG. 1.3 : Exemples de flot optique

## 1.5 Problèmes de l'estimation de mouvement

Plusieurs problèmes sont souvent rencontrés et posés lors de l'estimation de mouvement : problème d'occlusion, problème d'ouverture, présence du bruit, ambiguïté due à la projection et problème des régions homogènes.

### 1.5.1 Problème d'occlusion

Le phénomène d'occlusion dans une séquence vidéo est dû à l'apparition et à la disparition ou aux croisements d'objets dans la vidéo. C'est le résultat du mouvement de la caméra et des objets dans la scène. Cependant, la frontière d'occlusion extérieure d'un objet est en réalité une zone de transition entre cet objet et d'autres objets, plus éloignés de la caméra et partiellement cachés. Ces objets peuvent effectuer des mouvements différents et il est difficile de savoir à quel objet correspond le mouvement estimé. En effet, les techniques d'estimation de mouvement entre deux images prises à des instants  $t$  et  $t + 1$  d'une séquence vidéo sont basées sur les ressemblances existantes entre ces deux images. Si des zones apparaissent entre les deux images, les ressemblances diminuent et l'estimation

échoue dans ces zones (Ayvaci2012). La figure 1.4 donne un exemple illustratif du principe d'occlusion.

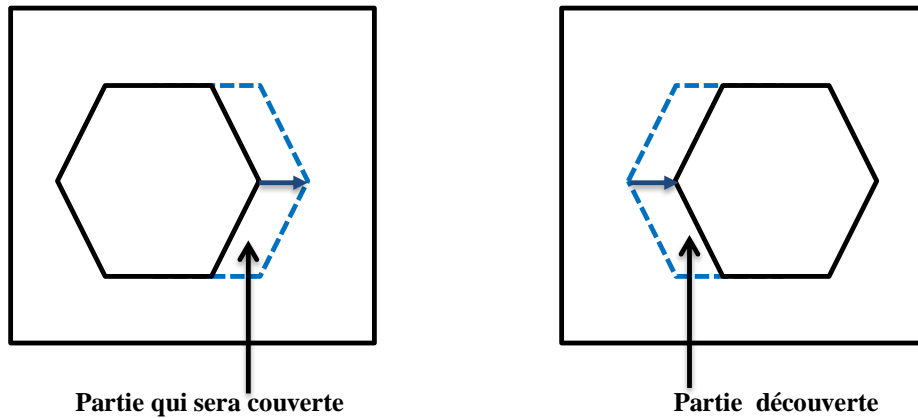


FIG. 1.4 : Illustration du problème d'occlusion.

### 1.5.2 Problème d'ouverture

Le problème d'ouverture représente une formulation du fait que la solution du problème d'estimation de mouvement n'est pas unique. Si on suppose les vecteurs de mouvement en chacun des pixels comme des variables indépendantes, le nombre d'inconnues sera (dans le cas 2D) deux fois plus grand que le nombre d'équations disponibles. Ceci est dû au fait que le nombre d'équations est égal au nombre de pixel de l'image et le vecteur de mouvement en chaque pixel a deux composantes. En absence de contraintes supplémentaires, on ne peut déterminer en chaque point que la composante normale du déplacement qui est orientée dans la direction du gradient spatial de l'intensité au point considéré. Le problème d'ouverture est illustré sur la figure 1.5. Dans cet exemple, le coin d'un objet se déplace dans la direction de l'axe des  $y$ . Si nous estimons le mouvement à partir d'une fenêtre locale, il est alors impossible de déterminer si l'objet se déplace vers le haut ou perpendiculairement à son contour (Horn1981).



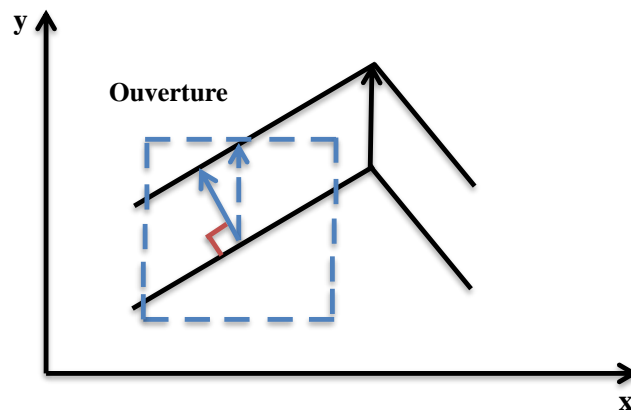


FIG. 1.5 : Illustration du problème d'ouverture.

### 1.5.3 Présence du bruit

Au cours du processus de formation d'une image, plusieurs sources contribuent à la présence du bruit. Citons à titre d'exemple le bruit du capteur et le bruit de quantification intrinsèquement lié à l'utilisation d'une carte de numérisation d'images (Betka2019).

### 1.5.4 Ambiguïté due à la projection

La projection de l'espace tridimensionnel sur le plan de l'image provoque une perte d'informations pertinentes. Certains objets disparaissent plus ou moins longtemps derrière d'autres objets, ce qui pose des problèmes d'estimation à la frontière entre les deux objets. De même, plusieurs points de l'espace peuvent être projetés sur un même point de l'image. Suivant l'orientation des objets par rapport à la caméra, une droite peut devenir un point et un plan peut devenir une droite, ce qui pose entre autres des problèmes de mise en correspondance.

### 1.5.5 Problème des régions homogènes

Il n'est possible de détecter le mouvement que dans la mesure où il y a des changements entre les images consécutives. Dans le cas d'un objet en mouvement dont le déplacement entre deux images consécutives est inférieur à la taille de

cet objet, une zone de chevauchement apparaît où l'objet « glisse » sur lui-même. Lorsque l'intensité lumineuse de l'objet dans cette zone est homogène, cette zone n'apporte aucune information sur le mouvement.

## 1.6 Hypothèses d'estimation de mouvement

La plupart des méthodes d'estimation du mouvement apparent exploitent deux hypothèses : la conservation de l'intensité lumineuse du point en mouvement et la cohérence spatiale du mouvement (Khalid2019).

### 1.6.1 Contrainte de conservation de la luminance

Le calcul du flot optique est basé sur l'hypothèse de conservation de la luminance ( $I$ ) : on suppose qu'un pixel, se déplaçant sur l'image au cours de la séquence temporelle, conserve la même valeur de niveau de gris, comme cela est illustré sur la figure 1.6.

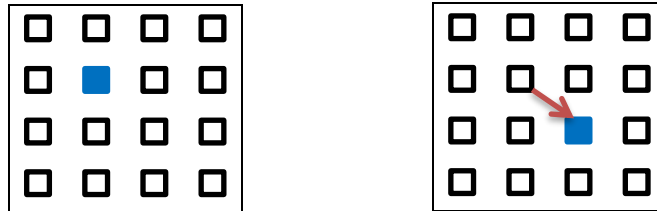


FIG. 1.6 : Illustration de l'hypothèse de conservation de la luminance.

La contrainte de conservation de la luminance peut être exprimée de la façon suivante :

$$I(x, y, t) = I(x + \delta_x, y + \delta_y, t + \delta_t) \quad (1.1)$$

Avec  $I(x, y, t)$  l'intensité du pixel à la position  $(x, y)$  dans l'image au temps  $t$ .  $[\delta_x, \delta_y]$  correspond aux déplacements horizontal et vertical dans l'image et  $\delta_t$  un écart de temps faible. L'équation (1.1) signifie simplement que l'intensité du pixel est la même que celle du pixel ayant subi un léger décalage dans l'image au

temps  $t + \delta_t$  (Bruno2001).

### 1.6.2 Cohérence spatiale

L'hypothèse de conservation de l'intensité n'est pas suffisante pour déterminer entièrement et précisément le mouvement apparent. Pour surmonter le problème de l'ouverture, la contrainte de cohérence spatiale (voir figure 1.7) suppose que des points voisins de l'image appartenant au même objet, et ont de ce fait des déplacements apparents similaires (Simoncelli1991).

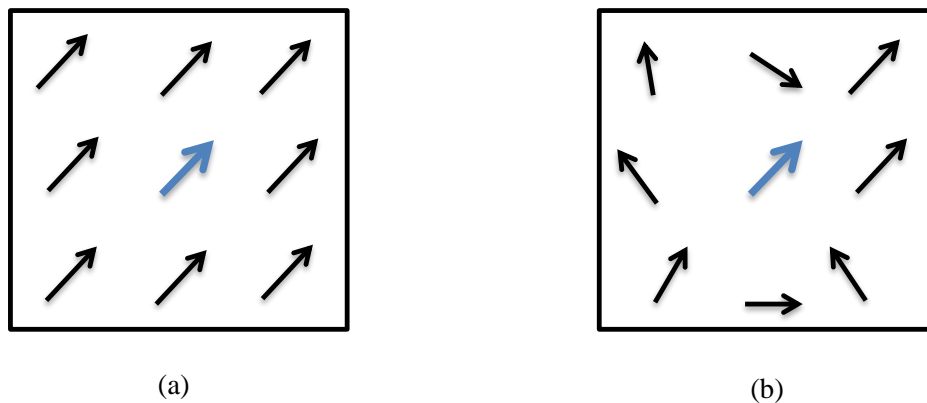


FIG. 1.7 : (a) Cohérence spatiale, (b) Absence de cohérence spatiale

## 1.7 Prédiction par compensation de mouvement

Le but de la compensation de mouvement est de fournir une information supplémentaire afin d'alléger l'énergie résiduelle nécessaire à la prédiction de la trame future. L'image courante est reconstruite à partir d'une image de référence et d'une information de mouvement. La figure 1.8 explique le principe de compensation de mouvement. Le déplacement des objets entre les différentes images est calculé (estimation) pour être utilisé dans un codage efficace inter-images (compensation). L'erreur obtenue est ensuite enregistrée (ou envoyée) au lieu de l'image elle-même (Richardson2003).

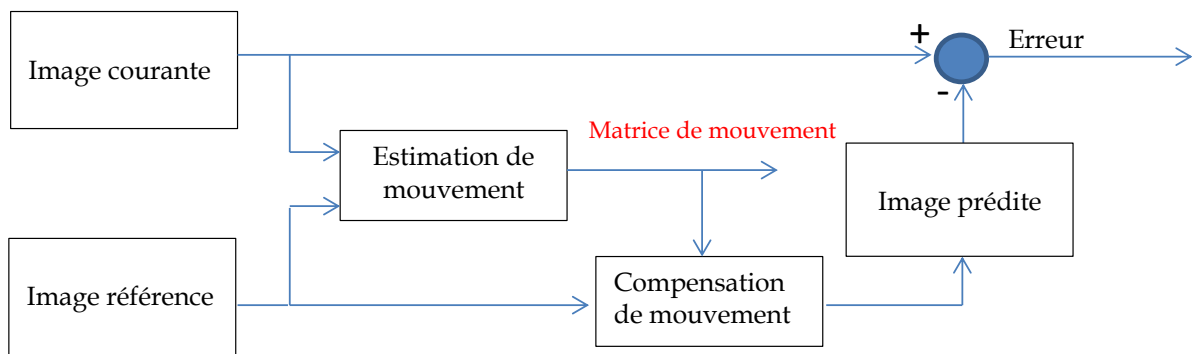


FIG. 1.8 : Principe de prédiction par compensation de mouvement.

## 1.8 Estimation du mouvement : État de l'art

L'estimation de mouvement à partir d'une séquence vidéo constitue un vaste domaine d'étude. De très nombreuses méthodes ont été proposées dans la littérature pour extraire une information relative au mouvement perçu dans les images, qu'elle soit globale (sous la forme de descripteurs globaux) ou au contraire locale et la plus précise possible (Drulea2013; Fleet2006). Les applications de ces techniques concernent des domaines aussi variés que la robotique, l'imagerie médicale, la compression de vidéo, la météorologie, la visualisation expérimentale, etc. Nous nous intéresserons dans cette partie à la présentation des méthodes principales d'estimation de mouvement à partir d'une séquence d'images. Les méthodes d'estimation de mouvement peuvent être regroupées en trois catégories principales :

- les méthodes différentielles ;
- les méthodes de mise en correspondance de blocs ;
- les méthodes fréquentielles.

### 1.8.1 Méthodes différentielles

Les méthodes différentielles ou variationnelles consistent à résoudre un problème d'optimisation (local ou global) en minimisant une fonctionnelle, généra-

lement basée sur l'équation du flot optique à laquelle on ajoute une contrainte pour particulariser les solutions. Selon le type de contrainte utilisée, on obtient différentes approches variationnelles (Ensem2007). Ces approches réalisent l'estimation d'un champ dense de mouvement, en se basant sur l'information du gradient spatial  $[\nabla_x, \nabla_y]$  et temporel  $\nabla_t$  de l'intensité  $I$  des pixels de l'image, sous l'hypothèse forte de la conservation de l'intensité lumineuse de chaque pixel au cours du temps  $t$ .

### A) *Équation de contrainte du flot optique*

Selon que l'on travaille dans le domaine temporel ou fréquentiel, l'équation de contrainte du flot optique peut se présenter différemment. Dans le domaine temporel, notre cadre d'intérêt, l'équation de contrainte du flot optique est une équation différentielle qui relie les gradients spatio-temporels aux composantes du vecteur vitesse. Cette équation est la base de toutes les techniques différentielles, appelées également techniques basées gradients (Beauchemin1995; Bruno2001). Dans ces techniques, les vecteurs vitesses sont déterminés à partir des gradients spatio-temporels des intensités lumineuses ou des versions filtrées de l'image (en utilisant des filtres passe bas ou passe bande). Le domaine de l'image est supposé continu, donc dérivable dans l'espace spatio-temporel. Considérons un point  $p(x, y)$  qui a effectué un déplacement  $d = (d_x, d_y)$  pendant l'intervalle  $dt$ . Admettons l'hypothèse de conservation de la luminance, c'est-à-dire :

$$I(p + d, t + dt) = I(p, t) \quad (1.2)$$

et le flot localement constant, c'est-à-dire :

$$\frac{dx}{dt} = u(\text{une constante}) \quad \frac{dy}{dt} = v(\text{une constante}) \quad (1.3)$$

En effectuant le développement de Taylor au premier ordre du premier terme de l'équation (1.2), nous avons :

$$u \frac{dI}{dx} + v \frac{dI}{dy} + \frac{dI}{dt} = 0 \quad (1.4)$$

$$\delta V + \frac{dI(p,t)}{dt} = 0 \quad (1.5)$$

La quantité  $p(x,y)$  désigne les coordonnées d'un pixel à l'instant  $t$  et  $V = (u,v)^T$  le vecteur vitesse.

L'équation (1.4) ou (1.5) caractérise le flot optique par conservation de la structure lumineuse. Elle s'appelle équation du flot optique (EFO). L'équation (1.2) nous conduit à écrire la relation suivante :

$$I(p + dp, t + dt) - I(p, t) = 0 \quad (1.6)$$

$$I(x + dx, y + dy, t + dt) - I(x, y, t) = 0 \quad (1.7)$$

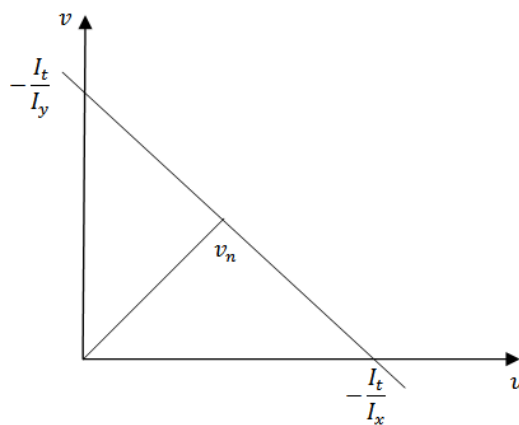
L'équation (1.7) définit un terme d'erreur qui s'appelle différence inter-pixel déplacé (DIP). La contrainte du flot optique peut être présentée sous deux formes :

- La première consiste en l'utilisation de l'équation du flot optique (1.4). Ce cas se retrouve souvent dans les méthodes différentielles. Ainsi, l'équation du flot optique peut aussi être appelée équation de contrainte du flot optique ou équation de contrainte du mouvement (ECFO ou bien ECM).
- Quant à la deuxième forme, la contrainte peut être imposée en minimisant la DIP (1.7). Ce point est la base des méthodes de corrélation et pel-récurrentes.

Dans le domaine de l'estimation du mouvement, l'équation du flot optique est utilisée en terme de contrainte. D'une manière plus formelle, l'hypothèse d'invariance de la luminance peut se traduire par :

$$\frac{dI(p,t)}{dt} = 0 \quad (1.8)$$

Toute équation de contrainte du mouvement plus généralisée découle de cette dernière expression. La figure 1.9 représente un espace 2D associé aux axes  $u$  et  $v$ , qui s'appelle espace de vitesse. Tous les estimés qui obéissent à l'équation de contrainte se situent sur une ligne que nous appelons droite de contrainte. L'équation du flot optique décrit une droite dans l'espace de vitesse  $(u, v)$ .



**FIG. 1.9 :** Illustration géométrique de l'équation de flot optique.

Nous avons vu que les méthodes différentielles sont basées sur l'équation de contrainte du mouvement, donc sur l'utilisation des dérivées spatio-temporelles. Les méthodes différentielles peuvent différer essentiellement par :

- L'expression des équations de contraintes utilisées dans un critère à minimiser;
- La méthode de résolution du système d'équations;
- Le choix de la technique d'estimation des dérivées partielles.

On emploie généralement des équations de conservation de grandeurs physiques telles que la luminosité, l'énergie,... etc. On ajoute parfois des équations de contrainte liées spécifiquement au problème à résoudre.

**B) Méthode de Lucas et Kanade (LK)**

La technique de Lucas et Kanade (Lucas1981) est l'une des méthodes différentielles les plus utilisées. Elle offre une robustesse au bruit et une grande capacité à estimer le mouvement locale. Lucas et Kanade ont proposé une méthode qui impose une contrainte locale de lissage. Ils ont supposé que l'équation du flot optique demeurerait constante dans de petites régions de l'image  $\Omega$ . Ceci est exprimé par :

$$E = \min \sum_{p \in \Omega} \omega^2(p) (I_x(p) \cdot u + I_y(p) \cdot v + I_t(p))^2 \quad (1.9)$$

avec  $I(x, y, t)$  est une séquence d'image,  $V(p) = (u, v)^T$  le vecteur vitesse associé au point  $p = (x, y)^T$  à l'instant  $t$ . Les composantes  $u$  et  $v$  sont respectivement la vitesse selon les directions  $x$  et  $y$ .  $I_x$  et  $I_y$  sont les dérivées spatio-temporelles de  $I(x, y, t)$ . Les valeurs  $\omega(p)$  sont définies de telle sorte qu'elles donnent plus d'influence aux pixels situés au centre de  $\Omega$  qu'à ceux situés à la périphérie du voisinage. La solution de l'équation (1.9) se traduit sous forme matricielle de la manière suivante :

$$A^T W^2 A V = A^T W^2 b \quad (1.10)$$

Pour  $n$  pixels dans le voisinage  $\Omega$ , nous notons :

$$A = (\nabla I(p_1), \dots, \nabla I(p_n))^T \quad (1.11)$$

$$W = \text{diag}[\omega(p_1), \dots, \omega(p_n)] \quad (1.12)$$

$$b = -(I_t(p_1), \dots, I_t(p_n))^T \quad (1.13)$$

$\nabla I$  est le gradient spatial de  $I$ .

En appliquant la méthode de calcul des moindres carrés, nous obtenons :

$$V = G^{-1} d \quad (1.14)$$



avec :

$$G = A^T W^2 A = \begin{bmatrix} \sum W^2 I_x^2 & \sum W^2 I_x I_y \\ \sum W^2 I_x I_y & \sum W^2 I_y^2 \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

$$d = A^T W^2 b = - \begin{bmatrix} \sum W^2 I_x I_t \\ \sum W^2 I_y I_t \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

L'algorithme 1 représente un pseudo-explication pour cette méthode.

### C) Méthode de Horn et Schunck

Pour la technique de Horn et Schunck (Horn1981) il faut apposer à l'équation générale du flux optique un terme global de régularisation pour estimer le champ de vecteurs vitesses. On procède ensuite à une minimisation à la fois de la contrainte du flot optique et du terme de régularisation. La méthode différentielle de Horn et Schunck est basée sur la minimisation d'une fonction d'énergie sur le domaine  $\Omega$  :

$$E = \int_{\Omega} (I_x \cdot u + I_y \cdot v + I_t)^2 + \lambda^2 (\|\nabla u\|^2 + \|\nabla v\|^2) dx dy \quad (1.17)$$

Le terme de régularisation correspond aux carrés des dérivées partielles de la vitesse notés  $\|\nabla u\|^2$  et  $\|\nabla v\|^2$ . L'amplitude de  $\lambda$  correspond à l'influence que l'on souhaite donner au terme de régularisation. Le terme de régularisation est une contrainte de lissage de l'information. Le lissage des vitesses estimées est effectué dans un voisinage donné. Pour estimer la vitesse, une version itérative de la minimisation de l'équation (1.17) est utilisée et est notée :

$$V_x^{k+1} = \bar{V}_x^k - \frac{I_x [I_x \cdot \bar{V}_x^k + I_y \cdot \bar{V}_y^k + I_t]}{\lambda^2 + I_x^2 + I_y^2} \quad (1.18)$$

$$V_y^{k+1} = \bar{V}_y^k - \frac{I_y [I_x \cdot \bar{V}_x^k + I_y \cdot \bar{V}_y^k + I_t]}{\lambda^2 + I_x^2 + I_y^2} \quad (1.19)$$

---

**Algorithm 1 : Algorithme d'estimation de mouvement de Lucas et Kanade.**


---

**Entrées :**  $[n, T, I(t), I(t+1)]$  : Grandeur de la fenêtre  $n$ , seuil  $T$  et images aux temps  $t$  et  $t+1$ .

**Sorties :**  $[V]$  : Matrice des vecteurs de vitesse.

$I_x \rightarrow$  Dérivée en  $x$  de  $I(t)$  ;

$I_y \rightarrow$  Dérivée en  $y$  de  $I(t)$  ;

$I_t \rightarrow$  Dérivée en  $t$  utilisant  $I(t)$  et  $I(t+1)$  ;

$G \rightarrow$  Noyau gaussien de grandeur  $n$  ;

**Initialisation :**

◇ Choix de la taille du voisinage  $\Omega = n \times n$  ;

◇ Choix de la fonction de pondération  $W$  ;

◇ Choix d'un seuil  $T$ .

**pour chaque pixel de l'image analysée faire**

• Calculer les dérivées spatiales et temporelles  $I_x, I_y$  et  $I_t$  (équation (1.11) et (1.13)) ;

• Calculer les éléments de la diagonale de la matrice des poids  $W$  ;

• Création du système linéaire : (Création d'un système linéaire sur une fenêtre de taille  $n \times n$ , autour du pixel analysé (équation (1.16)) ;

• Calculer le vecteur  $d$  ;

• Calculer la matrice  $G$  ;

• Résolution du système ;

• Calculer les deux valeurs propres ( $\lambda_1, \lambda_2$ ) et sélectionner la plus petite valeur ( $\lambda_1$ ) ;

**si**  $\lambda_1 > T$  **alors**

|  $V \rightarrow G^{-1}d$

**sinon**

| **si**  $\lambda_1 < T$  **alors**

| |  $V \rightarrow [0; 0]^T$

| **sinon**

| | **si**  $\lambda_1 \geq T$  et  $\lambda_2 < T$  **alors**

| | | Calcul du vecteur propre correspondant à  $\lambda_2$ .  $V_N \rightarrow (V \cdot e_2)e_2$  ;

| | **fin**

| **fin**

**fin**

**fin**

---

Où  $k$  est le nombre d'itérations,  $\bar{V}_x^0$  et  $\bar{V}_y^0$  correspondent aux vitesses lors de l'initialisation de l'algorithme et sont initialisées à zéro,  $\bar{V}_x^k$  et  $\bar{V}_y^k$  sont les vitesses moyennes de  $V_x^k$  et  $V_y^k$  dans le voisinage du pixel étudié à la position  $(x,y)$  dans l'image et  $I_x$ ,  $I_y$  et  $I_t$  ses dérivées partielles (voir l'algorithme 2).

---

**Algorithm 2 : Algorithme de la méthode Horn et Schunck.**

---

**Entrées :**  $[nbIter; \lambda^2; I(t); I(t+1)]$  : Nb d'itérations  $nbIter$ , facteur de lissage  $\lambda^2$  et images aux temps  $t$  et  $t+1$   
**Sorties :**  $[Mv]$  : Matrice des vecteurs de vitesse.  
 $I_x \rightarrow$  Dérivée en  $x$  de  $I(t)$  ;  
 $I_y \rightarrow$  Dérivée en  $y$  de  $I(t)$  ;  
 $I_t \rightarrow$  Dérivée en  $t$  utilisant  $I(t)$  et  $I(t+1)$  ;  
 $V_x; V_y; \bar{V}_x; \bar{V}_y \rightarrow$  Images à 0;  $k \rightarrow 0$  ;  
**pour tous les pixels**  $(x,y)$  **de l'image analysée faire**  
     $\bar{V}_x; \bar{V}_y \rightarrow$  Calcul des vitesses moyennées en utilisant  $V_x$  et  $V_y$  ;  
    **répéter**  
         $V_x; V_y \rightarrow$  Calcul des vitesses  $V_x^{k+1}$  et  $V_y^{k+1}$  (équation (1.18) et (1.19))  
    **jusqu'à**  $k < nbIter$  ;  
     $Mv \rightarrow V_x; V_y$   
**fin**

---

### 1.8.2 Méthode de Block Matching

Les méthodes de Block Matching (BM) ou de mise en correspondance de blocs (Chen2001; Barjatya2004; Nie2002) sont parmi les méthodes d'estimation de mouvement les plus utilisées dans la pratique dans les standards de compression vidéo comme H.261 (Seferidis94), MPEG-1, MPEG-2 ou MPEG-4 (Noguchi99). Le principe de base des méthodes de BM est de décomposer l'image de référence en blocs de pixels de taille  $8 \times 8$  ou  $16 \times 16$ . Ces blocs sont également appelés des régions d'intérêt (ROI) ou "macro-bloc". Chaque bloc est considéré comme étant un élément indépendant. En effet, la méthode de BM a pour objectif de rechercher la position la plus probable d'un macro-bloc extrait de l'image courante dans une image de référence passé ou future. La zone de recherche est généralement centrée dans l'image de référence sur la position du macro-bloc dans l'image courante. Sa taille est variable et fixée par l'utilisateur (typiquement 16

pixels). Par la suite, un balayage de la fenêtre de recherche est effectué jusqu'à la convergence de la recherche.

La convergence est définie comme la minimisation du critère de distorsion. Ainsi, pour chaque position du macro-bloc dans la zone de recherche une comparaison est réalisée entre les pixels des deux zones. Cette opération est nommée « matching ». Finalement, la position la plus probable correspond au maximum de similitude entre ces deux zones. Les positions relatives des deux blocs permettent d'obtenir directement le vecteur de mouvement (voir la figure 1.10). Cette procédure est répétée jusqu'à ce que tous les macro-blocs de l'image aient été considérés. Un champ de vecteur est alors obtenu. Plusieurs algorithmes et stratégies de recherche ont été proposés et développés dans le but d'assurer la phase de mise en correspondance des blocs. Le choix de l'algorithme permet d'ajuster les performances de l'estimation de mouvement.

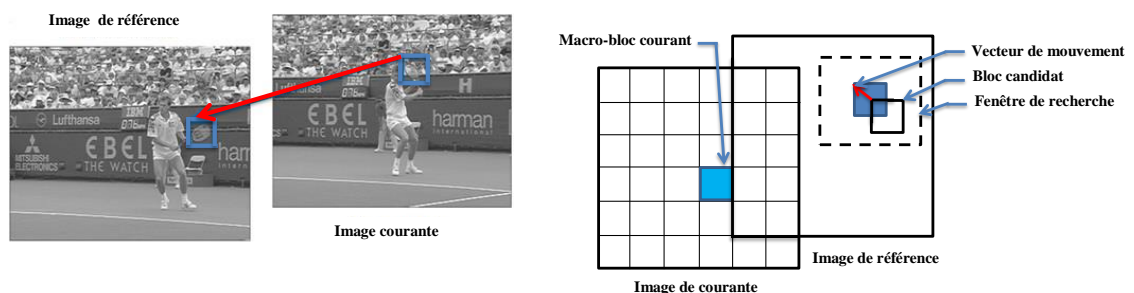


FIG. 1.10 : Principe de Block Matching.

### A) Algorithme de recherche exhaustive

L'algorithme de recherche exhaustive « Full Search » (FS) est un algorithme caractérisé par sa précision et sa régularité. En effet, son principe est de comparer au bloc de référence, tous les blocs possibles présents dans la fenêtre de recherche et ce de manière exhaustive (Essannouni2006). Pour comparer exhaustivement le macro-bloc à tous les blocs de référence dans la fenêtre de recherche, l'algorithme FS nécessite un très grand nombre d'opérations, car il réalise un balayage de toute la fenêtre de recherche suivant les directions horizontale et

verticale. C'est l'algorithme le plus simple. Il donne les meilleurs résultats, mais c'est aussi le plus coûteux en termes de calculs. Par conséquent, de nombreuses techniques rapides ont été mises au point dans le but de réduire le nombre de « Matching » à réaliser tout en donnant une solution la plus proche de l'optimum, telles que Block-Based Gradient Descent Search (BBGDS)(Liu 1996), Three Step Search (TSS) (Li1994 ; Jing2004), Four Step Search (4SS) (Po1996), Diamond Search (DS) (Zhu2000 ; Benmoussat 2003), etc.

### ***B) Méthodes itératives***

Les méthodes itératives font partie des méthodes rapides proposées dans la littérature. Le principe général de ce type d'algorithme est d'effectuer la recherche en plusieurs étapes, et plusieurs phases d'estimation. Chaque étape courante dépend de l'étape précédente. Le point ayant le minimum de distorsion sert à calculer les nouvelles adresses des points à tester de l'étape suivante. Le but étant de minimiser le nombre d'opérations de mise en correspondance de blocs, les stratégies consistent à optimiser un parcours parmi les blocs potentiels dans la fenêtre de recherche. Chaque algorithme suit pour cela une grille (ensemble de positions) de forme bien déterminée (carré, losange, cercle, hexagone) avec un rayonnement variable pour chaque étape. Les conditions de branchement entre les étapes et de convergence restent propres à chaque stratégie (Charif2015). Dans la suite, une description générale d'une variété des stratégies récursive est présentée.

#### **• Algorithme de recherche *Block-Based Gradient Descent Search (BBGDS)***

L'algorithme «Block-Based Gradient Descent Search» (BBGDS) (Liu 1996) est un algorithme itératif qui consiste à évaluer le critère de matching pour chaque position d'une grille carrée de taille  $3 \times 3$  pixels. Ainsi 9 positions sont testées à chaque étape. Si le minimum de critère de distorsion (MCD) est obtenu pour la po-

sition située au centre de la grille, l'algorithme est considéré comme convergeant et le processus de recherche est alors arrêté. Sinon, la procédure de recherche se poursuit soit jusqu'à obtention d'un minima en position centrale soit en atteignant les limites de la fenêtre de recherche prédéfinie. Lors d'une nouvelle itération, la grille est définie autour du minima obtenu lors de la phase d'estimation précédente. Ainsi, une forte proportion des positions a déjà été estimée. Pour éviter de réaliser des calculs redondants et donc de ralentir le traitement, seuls 3 ou 5 points sont calculés, selon la position du point optimal. La procédure de recherche de la méthode BBGDS assure que la recherche est effectuée dans la direction de descente du gradient. C'est la direction qui minimise localement la valeur de la distorsion. Le procédé est illustré dans la figure 1.11, où le vecteur de mouvement trouvé est (1, 2).

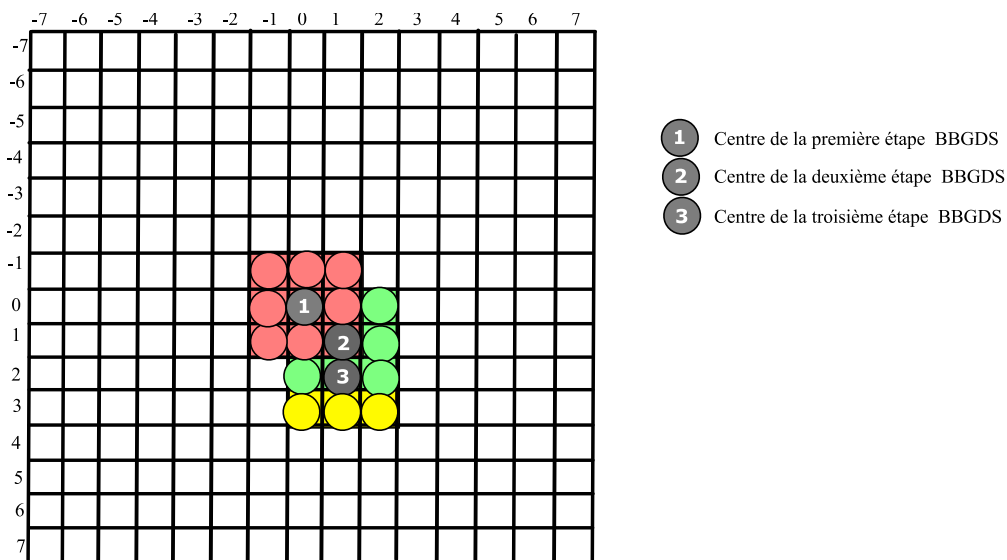


FIG. 1.11 : Algorithme Block-Based Gradient Descent Search.

- **Algorithme de recherche en trois étapes Three Step Search (TSS)**

L'algorithme de recherche « Three Step Search » (TSS) (Li1994) permet de réduire la complexité des calculs en réduisant le nombre de points recherchés. La

méthode TSS est recommandée par H.261 et MPEG en raison de sa simplicité et son efficacité. La figure 1.12 illustre les étapes de recherche de cet algorithme.

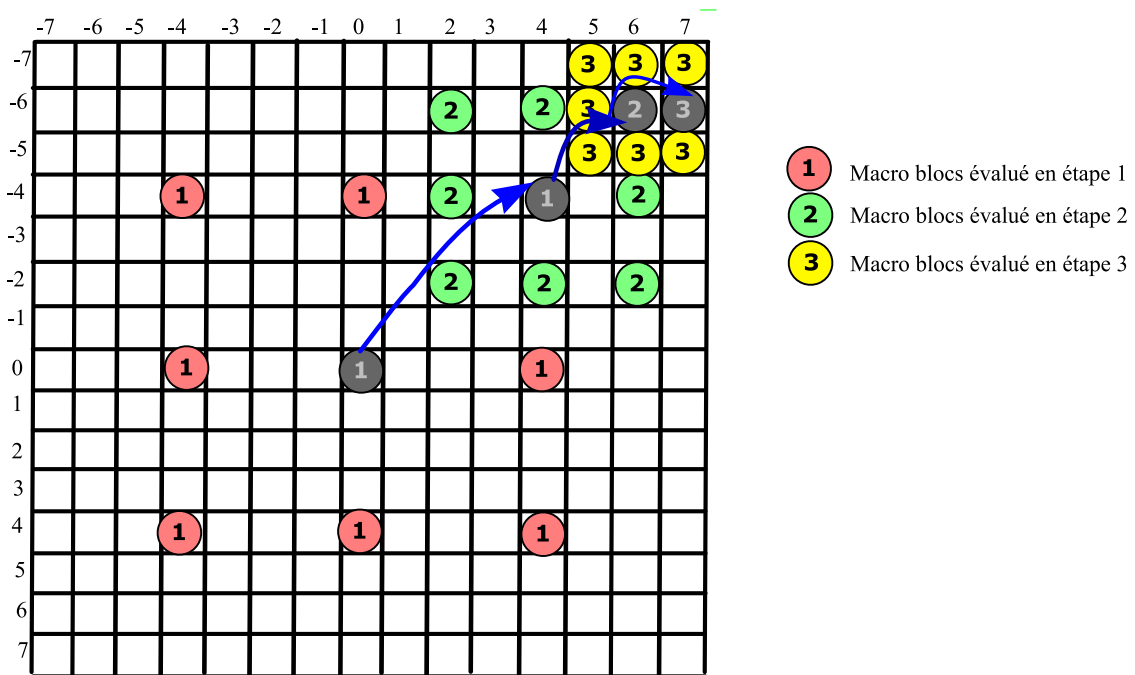


FIG. 1.12 : Algorithme Three step search (TSS).

Le nombre encerclé représente l'ordre de l'étape de recherche. Les cercles de fond gris indiquent le choix final de chaque étape. Dans la première étape, les neuf premiers candidats autour du centre  $(x,y)$ . Deux positions voisines dans le motif sont distantes d'un pas noté "d". Ainsi les positions des neuf points considérés sont alors  $(x-d,y-d)$ ,  $(x,y-d)$ ,  $(x+d,y-d)$ ,  $(x-d,y)$ ,  $(x,y)$ ,  $(x+d,y)$ ,  $(x-d,y+d)$ ,  $(x,y+d)$ , et  $(x+d,y+d)$ . La position permettant d'obtenir le minimum de distorsion (SAD, SSD, MAE, MAD) sera le centre de la prochaine étape. Dans la deuxième étape, la recherche s'effectue autour du minimum obtenu lors de l'étape précédente, mais avec une réduction de moitié du pas  $d$ . Le processus est réitéré lors de la troisième étape et neuf positions sont ainsi considérées. Lors de cette troisième et dernière phase la distance  $d$  est à nouveau réduite d'un facteur deux, les neuf positions se trouvent ainsi voisines. Le point associé au minimum d'erreur est considéré comme le déplacement et permet d'établir le vecteur de mouvement associé.

- **Algorithme de recherche en quatre étapes Four Step Search (4SS)**

L'algorithme de recherche en quatre étapes «Four Step Search» (4SS) (Po1996) est un algorithme rapide et inspiré de l'algorithme TSS. Cette méthode utilise comme pour l'algorithme TSS un modèle de recherche uniforme en grille carré. Les deux algorithmes TSS et 4SS se ressemblent, en utilisant le même motif de recherche en carré. Cependant, il existe deux points de différences majeures entre ces deux algorithmes. Premièrement, dans le cas de l'algorithme 4SS, la taille de motif est figée pour les premières étapes, et permet contrairement à la méthode TSS d'obtenir des points de chevauchement entre celles-ci, et donc de réduire le nombre des points testés. Deuxièmement, le 4SS offre la possibilité d'un arrêt conditionnel permettant de réduire le nombre total de points cherchés. La figure 1.13 montre une description générale de fonctionnement du 4SS. A la pre-

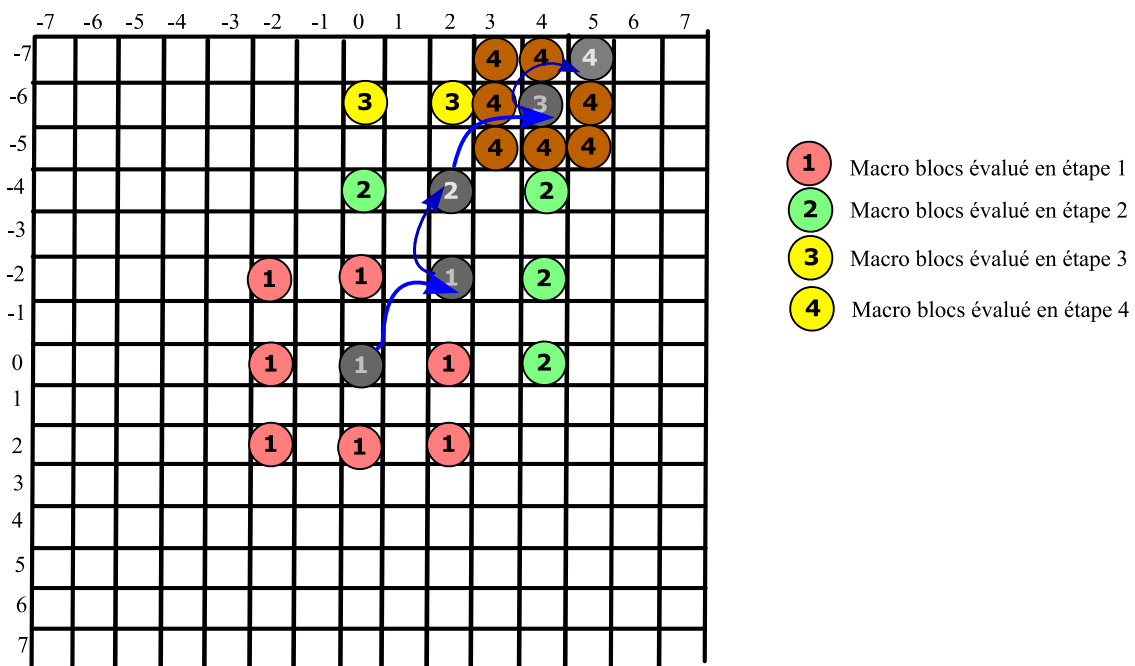


FIG. 1.13 : Algorithme de recherche à quatre étapes (4SS).

mière étape, une grille en carré de taille  $5 \times 5$  pixels est sélectionnée comme étant le motif de base de recherche. Elle comporte les neuf points candidats. Cette grille est appliquée pour les trois premières étapes, cependant pour la quatrième étape cette grille est réduite pour une taille de  $3 \times 3$  pixels. Le candidat ayant obtenu le



minimum de critère de distorsion sera le centre de l'étape de recherche suivante (point du fond gris sur la figure 1.13). Afin d'optimiser les nombres des points recherchés, une technique d'arrêt conditionnelle est utilisée par le 4SS. Si le centre de la zone de recherche obtient le minimum de distorsion, l'étape de recherche suivante est directement la grille de taille  $3 \times 3$  de sorte que le nombre de points de recherches requises peut se réduire, dans le meilleur des scénarios à 17 matching ( $9 + 8 = 17$ ). En outre, à chaque étape, il existe plusieurs points de recouvrement. Selon la position du minimum, c'est seulement 3 ou 5 points qui demeurent à calculer, le reste des points a déjà été estimé. Ainsi, lors des 4 phases consécutives d'estimation, le nombre maximum de positions considérées sera donc égal à  $27(9 + 5 + 5 + 8)$ . Le nombre de points varie donc entre un minimum de 17 et un maximum de 27. Bien que dépendant de la nature de l'image, le nombre de points considérés se retrouve en moyenne généralement inférieur à celui traité avec la méthode TSS.

- ***Algorithme de recherche en diamant***

Un nouvel algorithme de recherche suivant une grille en diamant «Diamond Search» (DS) (Zhu2000; Benmoussat 2003) est basée sur neuf points de recherche initiaux, mais ces points de recherche forment un diamant au lieu d'un carré, induisant une distance  $d$  légèrement supérieure à 1, qui permet d'éviter d'évaluer les distorsions de manière exhaustive et introduit des déplacements diagonaux de la grille. D'autre part, la méthode utilise deux grilles de recherche de tailles différentes, toutes deux en forme de diamant, comme illustré dans la figure 1.14. Le premier motif, appelé «Large Diamond Search Pattern» (LDSP), comprend neuf points d'estimation : un point central et huit points formant un losange. Le deuxième motif, est composé de cinq points d'estimation, et possède la forme d'un petit diamant, «Small Diamond Search Pattern» (SDSP).

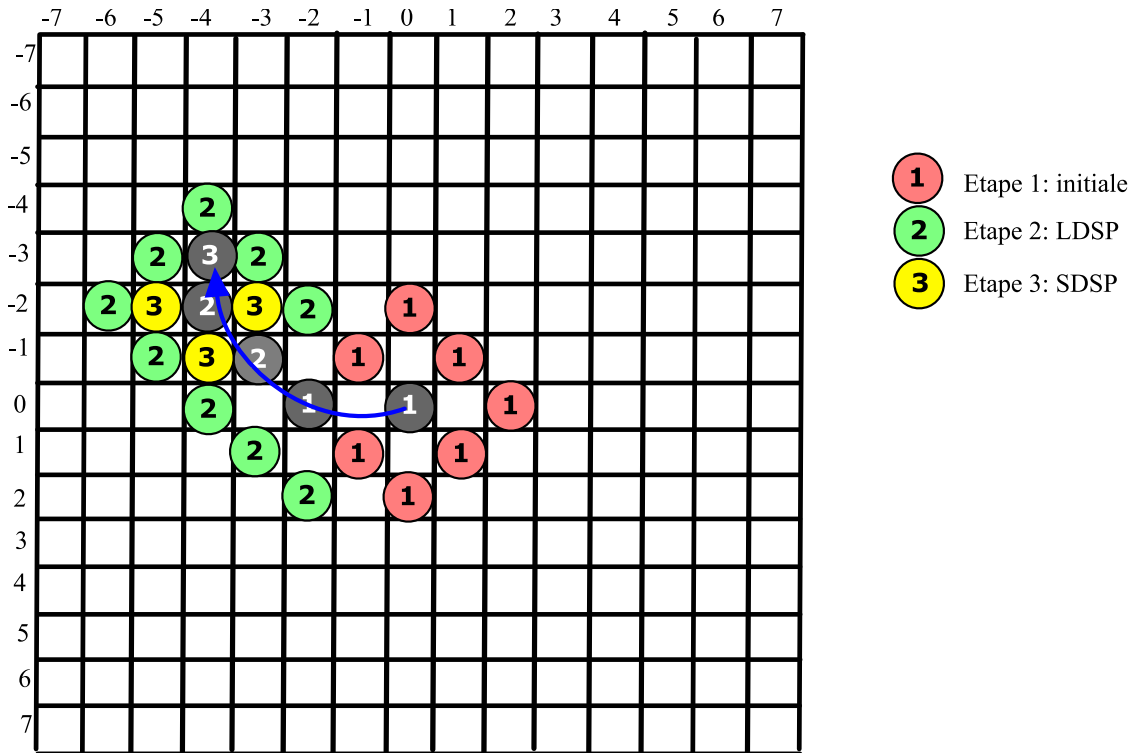


FIG. 1.14 : Modèle de recherche utilisé par DS.

### 1.8.3 Méthodes fréquentielles

Ces méthodes sont apparues suite à la constatation que certaines propriétés du mouvement sont plus accessibles dans le domaine fréquentiel. En effet les filtres fréquentiels comme le filtre de Gabor agissent comme des filtres passe bande orientés dans la direction du mouvement. Le principe de base est de trouver une équation équivalente à l'équation du mouvement, dans le domaine fréquentiel. Cela suppose que le champ de vitesses soit localement translationnel. Ainsi, après un calcul de transformée de Fourier, nous obtenons l'équation :

$$\omega_x u + \omega_y v + \omega_t = 0, \tag{1.20}$$

où  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  et  $\omega_t$  sont les fréquences selon l'axe des  $x$ , l'axe des  $y$  et l'axe des  $t$ . Cette équation de contrainte du mouvement dans le domaine fréquentiel se traduira par le fait que l'énergie spatiale sera contenue dans un plan passant par l'origine et dont l'orientation est liée à la translation 2D cherchée (Djoud2015).

### A) Méthodes par filtrage

Plusieurs méthodes proposent une combinaison de filtrages pour évaluer différents ordres de grandeur de vitesse, soit par une approche multi-résolution (pyramide de Heeger), soit en filtrant l'image par plusieurs filtres de Gabor orientés différemment de manière à être en présence d'un système surdéterminé pouvant être résolu immédiatement (Weber et Malik) (Weber1995). De même, Fleet et Jepson (Fleet1990) proposent l'utilisation de la phase obtenue après convolution de l'image avec une famille de Filtres de Gabor. Il existe également des approches utilisant des familles d'ondelettes particulières (Wu1998) (équivalentes à des projections sur des filtres particuliers). L'inconvénient de toutes ces méthodes est l'utilisation excessive du filtrage, qui entraîne une perte d'information préjudiciable notamment en ce qui concerne les petits mouvements.

### B) Méthode de corrélation

La fonction d'inter-corrélation entre  $I_1$  et  $I_2$  peut être calculée rapidement en considérant la transformée de Fourier discrète ( $TFD^{-1}$ ) désigne la transformée de Fourier discrète inverse :

$$c_{I_1, I_2}(x, y) = TFD^{-1} G_1(f) G_2^*(f) \quad (1.21)$$

En effet, on a :

$$c_{I_1, I_2}(x, y) = TFD^{-1} G_1(f) G_2^*(f) = (I_1 * I_2)(x, y) \quad (1.22)$$

$$c_{I_1, I_2}(x, y) = \sum I_1(a, b) I_2(x - a, y - b) = \sum I_1(a, b) I_2(a - x, b - y) \quad (1.23)$$

Avec  $I_2(a, b) = I_2(-a, -b)$ . D'autre part, en négligeant le bruit, on peut écrire :

$$C_{I_1, I_2}(f) = G_1(f) G_2^*(f) \approx G_1(f)^2 e^{-j2\pi(fV)} \quad (1.24)$$

En utilisant les propriétés de la transformée de fourrier, on en déduit :

$$c_{I_1, I_2}(x, y) = c_{I_1, I_2}(x - u, y - v) \quad (1.25)$$

C'est donc la fonction d'auto-corrélation de  $I_1$ , centrée en  $(u, v)$ . En général, la fonction d'auto-corrélation d'une image possède la forme d'un pic, et on peut donc déterminer  $V = (u, v)$  en cherchant la position du maximum de  $c_{I_1, I_2}(x, y)$ .

L'algorithme de la méthode de corrélation est le suivant :

- Calculer les TF de  $I_1(p, t)$  et  $I_2(p, t + 1)$ , soit  $G_1$  et  $G_2$ ;
- Calculer  $C_{I_1, I_2}(f)$  par la relation  $C_{I_1, I_2}(f) = G_1(f)G_2^*(f) \approx G_1(f)^2 e^{-j2\pi(fV)}$ ;
- Calculer la fonction d'inter-corrélation  $c_{I_1, I_2}$  la TF inverse de  $C_{I_1, I_2}(f)$ ;
- Rechercher  $V$ , le maximum de  $c_{I_1, I_2}$

### ***b) Corrélation de phase***

Cette technique estime la translation 2D entre chaque paire d'images en prenant, pour chacune d'elles, sa transformée de Fourier. Son principe repose sur la recherche de la différence de phases pour chaque fréquence et le calcul de nouveau de la transformée de Fourier inverse (Fleet1990).

$I_1 = I(p, t)$  et  $I_2 = I(p, t + 1)$  sont les deux images de la scène se recouvrant partiellement et  $G_1, G_2$  leurs transformées de Fourier respectives, alors la différence de phase entre ces deux images dans le domaine de Fourier est égale à leur spectre de puissance croisé normalisé (SPCN) exprimé par :

$$e^{j(\theta_1 - \theta_2)} = \frac{G_1 \cdot G_2 e^{j(\theta_1 - \theta_2)}}{G_1 \cdot G_2} = \frac{G_1 \cdot e^{j(\theta_1)} G_2 e^{-j(\theta_2)}}{G_1 \cdot G_2} = \frac{G_1 \cdot G_2^*}{G_1 \cdot G_2^*} \quad (1.26)$$

D'autre part, la transformation entre les deux images est une simple translation exprimée par le vecteur  $V = (u, v)$ , soit :

$$I_2(p) = I_2(p + V) = I_1(p) \delta(p - V) \quad (1.27)$$

$\delta$  est la fonction de Dirac. La transformée de Fourier de cette équation est donnée par :

$$G_2(f) = G_1(f)e^{j2\pi fV} \quad (1.28)$$

Ainsi, il est clair que la différence de phase  $e^{j2\pi fV}$  entre les deux images n'est autre que pour chaque fréquence  $f$  :  $\delta(p - V) = \delta(x - u, y - v)$ .

$$d(p) = \delta(p - V) = F^{-1}(e^{j2\pi fV}) = F^{-1}e^{j(\theta_1 - \theta_2)} \quad (1.29)$$

Il est évident d'après l'équation (1.29), que pour calculer le déplacement 2D (translations suivant  $x$  et  $y$ ), il suffit de chercher le pic de cette représentation spatiale (La fonction  $d(p)$  présente en général un pic très net en  $V = (u, v)$ ).

L'algorithme 3 de la méthode de corrélation de phase est le suivant :

---

**Algorithm 3 : Algorithme de corrélation de phase.**

---

**Entrées :**  $I(t); I(t + 1)$  : images aux temps  $t$  et  $t + 1$ .

**Sorties :**  $V$  : Matrice des vecteurs de vitesse.

$I_x$   $\rightarrow$  Dérivée en  $x$  de  $I(t)$  ;

$I_y$   $\rightarrow$  Dérivée en  $y$  de  $I(t)$  ;

$I_t$   $\rightarrow$  Dérivée en  $t$  utilisant  $I(t)$  et  $I(t + 1)$  ;

**pour** tous les pixel de l'image analysée **faire**

• Calculer  $G_1$  et  $G_2$  les TF de  $I_1$  et  $I_2$  ;

• Calculer le SPCN de  $G_1$  et  $G_2$  ;

• Calculer  $d$  la TF inverse de  $x$  ;

• Rechercher  $V$ , le maximum de  $d$  ;

$V$   $\rightarrow$  maximum de  $d$ .

**fin**

---

Cette méthode ne renvoie pas un résultat dense (seuls les maximums locaux sont considérés), et elle donne (dans sa version initiale) des déplacements entiers. On citera enfin l'utilisation du filtrage spatio-temporel et de la transformée en ondelettes pour l'estimation de mouvement à partir du domaine fréquentiel (Fleet1994).

### C) Estimation du mouvement par banc de filtres de Gabor

Une troisième approche fréquentielle (Spinei1997) consiste à appliquer l'équation du flot optique non pas directement sur la séquence  $I(t)$ , mais sur l'image convolée par un banc de filtres  $G_i$  (avec  $i = 1, \dots, N$ . et  $N$  le nombre de filtres), les composantes de vitesse  $V = (u, v)$  peuvent être extraites du produit de convolution; on obtient alors :

$$\left( \frac{dI}{dx} * G_i \cdot u + \frac{dI}{dy} * G_i \cdot v \right) + \frac{dI}{dt} * G_i = 0 \quad (1.30)$$

où  $*$  est l'opérateur de convolution 2D et  $G_i$  est la réponse impulsionnelle du filtre de Gabor, on obtient donc :

$$G_i = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{\sigma^2}} e^{j2\pi f_0(x\cos\theta_1 + y\sin\theta_1)} \quad (1.31)$$

avec  $f_0$  est la fréquence centrale,  $\sigma$  est la largeur de la fonction gaussienne et  $\theta_i = \frac{i\pi}{N}$  est l'orientation de chaque filtre. La convolution des dérivées spatio-temporelles de la séquence d'images par un banc de  $N$  filtres  $G_i$  donne pour chaque pixel de l'image un système à  $N$  équations dont les deux inconnues sont les composantes du vecteur vitesse  $(u, v)$ . Sur cette base, plusieurs méthodes ont été développées :

- **Heeger**

Il s'agit d'utiliser une pyramide gaussienne pour évaluer les différents ordres de grandeur de vitesse. Chaque niveau de la pyramide est filtré par une famille de 12 filtres de Gabor, puis on effectue une estimation au sens des moindres carrés sur l'énergie des filtres pour satisfaire l'équation fréquentielle du flot optique (Heeger1988).

- **Weber et Malik**

Weber et Malik (Weber1995) ajoutent une étape supplémentaire, qui consiste à permuter l'opérateur de convolution avec l'opérateur de dérivation, permet de réduire le nombre de filtrages :

$$\frac{\partial(I * G_i)}{\partial x} u + \frac{\partial(I * G_i)}{\partial y} v + \frac{\partial(I * G_i)}{\partial t} = 0 \quad i = 1, \dots, N \quad (1.32)$$

Dans ce cas, l'opération de filtrage porte directement sur l'image  $I(t)$ , et non plus sur les dérivées spatio-temporelles. Ainsi, en chaque pixel de la séquence d'images, nous obtenons  $N$  équations de mouvement, ce qui permet de remonter au flot optique en résolvant le système d'équations (1.32) par la méthode des moindres carrés. Le réglage des paramètres  $f_0$ ,  $\delta$  et  $N$  est déterminé pour estimer de façon précise le mouvement. Ces trois paramètres influent en particulier sur le choix de calcul de filtres sur l'image (gradients), sur le conditionnement du système d'équations du flot optique, ainsi que sur le coût calculatoire de l'opération.

Globalement, ce type d'approches est moins sensible aux variations d'éclairage et est plus robuste dans le cas d'observations bruitées. Mais Le problème majeur de ces techniques est qu'elles sont coûteuses en terme de temps de calcul à effectuer afin d'obtenir des bons résultats car elles utilisent un grand nombre d'images consécutives (jusqu'à 7 images) et, comme dans le cas des méthodes différentielles, elles ne sont applicables directement qu'à des mouvements de faible amplitude.

#### 1.8.4 Approches par ondelettes

Les méthodes basées sur les ondelettes sont très populaires en traitement d'image. Dans le cadre du flot optique, elles sont équivalentes aux décompositions sur des familles de filtres présentées précédemment et induisent donc un

filtrage excessif en plus d'une paramétrisation a priori (choix des ondelettes) du calcul.

### a) Méthode Bernard

La méthode de Bernard ( Bernard1999) consiste à projeter l'équation du flot optique sur une base d'ondelettes  $(\psi^n)_{n=1,\dots,N}$  translatée de  $V = (u, v)$  dans l'espace. Ceci nous amène à un système de  $N$  équations à résoudre :

$$\int \int \int \left( \frac{\partial I}{\partial t} + u \frac{\partial I}{\partial x} + v \frac{\partial I}{\partial y} \right) \psi^n(x - V) = 0 \quad \text{pour } n = 1, \dots, N \quad (1.33)$$

### b) Méthode Szeliski

Szeliski (Szeliski1997) a proposé de décomposer les vecteurs vitesse recherché  $v_x$  et  $v_y$  sur des fonctions particulières :

$$u_x(x_i, y_i) = \sum \hat{u} B_j(x_i, y_i) \quad (1.34)$$

$$v_x(x_i, y_i) = \sum \hat{v} B_j(x_i, y_i) \quad (1.35)$$

avec les  $B_j$  étant des fonctions non nulles sur un certain intervalle et nulles ailleurs, translatées spatialement les unes par rapport aux autres.

## 1.9 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre le problème de l'estimation de mouvement dans les séquences d'images. Nous avons commencé d'abord, avec une série de concepts de base telle que l'importance du mouvement apparent, les différents types de mouvement, la notion du flot optique, puis, nous avons exposé les hypothèses fondamentales de l'estimation de mouvement ainsi que les différents problèmes rencontrés dans l'estimation de mouvement. Ensuite, nous nous somme



attachés à décrire les approches d'estimation de mouvement les plus connues (État de l'art). La qualité et la rapidité de l'estimation de mouvement dans les séquences d'images sont nécessaires dans beaucoup d'applications par exemple la compression d'images utilisant l'information du mouvement, la robotique mobile pour construire une représentation de l'environnement d'un robot qui se déplace, la météorologie avec le suivi de masses nuageuses, la médecine avec l'estimation du mouvement d'organes mobiles (comme le cœur ou les poumons), et dans la reconstruction de scènes 3D si on dispose d'informations supplémentaires sur la nature de mouvement réel.

L'estimation de mouvement a été étudiée par de très nombreux auteurs (Heeger1988; Heitz1993; Mémin1993; Horn1981; Lucas1981; Weber1995), précisons tout d'abord que l'estimation de mouvement est une quantification du mouvement simple, par vecteurs de translation orientés pixel, bloc ou objet, ou plus complexe. Trois méthodes reviennent principalement dans l'estimation de mouvement : les méthodes différentielles, La mise en correspondance de blocs et les méthodes fréquentielles. Toutes les approches qui ont été proposées pour résoudre ce problème reposent sur la même hypothèse : il faut rechercher le champ le plus régulier possible, ou ajouter une hypothèse supplémentaire sur la forme du champ de flot optique que l'on souhaite trouver. Les différentes approches développées précédemment contiennent des points positifs et négatifs. Pour cette raison, nous allons exposer une méthode efficace basé sur l'analyse en ondelettes géométriques. Dans le chapitre suivant, nous nous intéressons principalement à la description des transformées géométriques dans le but de sélectionner la meilleure transformation, pour améliorer les performances d'estimation de mouvement.

---

## TRANSFORMÉE EN ONDELETTES GÉOMÉTRIQUES

---

Les ondelettes sont avant tout, un puissant outil de représentation creuse des signaux. L'idée est de représenter la majeure partie des informations du signal à partir d'un nombre de coefficients le plus restreint possible. La véritable révolution due aux ondelettes s'est opérée dans le très vaste domaine du traitement du signal. La transformée en ondelettes est un moyen important de ces dernières années qui a rencontré le plus de succès dans plusieurs domaines d'application telles que le débuitage, l'analyse des images médicales, la compression et la transmission de données, les solutions numériques des équations différentielles et intégrales et l'estimation de mouvement. Néanmoins, les ondelettes ont souvent été utilisées de manière séparable, sur les axes horizontal et vertical, pour représenter l'image. Il en résulte une décorrélation partielle de l'image, qui se traduit par la présence de nombreux coefficients de forte énergie le long des contours. De ce fait, les ondelettes classiques ne sont pas capables de représenter la régularité des structures géométriques des images de manière efficiente à cause de leur support carré. D'autre part, elles manquent des caractéristiques directionnelles pour l'image. Ainsi, les ondelettes permettent d'isoler des points de discontinuités mais elles ne permettent pas de distinguer les courbes régulières dans l'image. Les transformées géométriques dérivent généralement de la transformée en onde-

lettes apportent une solution à cet enjeu, et admettent une représentation efficace de la régularité géométrique contenue réellement dans l'image.

Dans ce chapitre, nous allons présenter, dans la première partie, un rappel sur la théorie de la transformée en ondelettes continues et discrètes d'un signal monodimensionnel et bidimensionnel, ainsi que ses limites qui ont provoqué les chercheurs dans le domaine de traitement d'images à développer une autre génération d'ondelettes. Dans la deuxième partie, nous allons exposer des nouveaux outils d'analyse multi-résolutions directionnels (état de l'art) dits "ondelettes géométriques" qui sont les ridgelettes, les curvelettes, les contourlettes, les wedgelettes, les bandelettes et les ondelettes complexes.

## 2.1 Transformée en ondelettes

Une ondelette est une fonction oscillante (ce qui explique le mot "onde") de moyenne nulle, appelée  $\Psi$ , possédant un certain degré de régularité et dont le support est fini (ce qui explique le mot "ondelette", qui veut dire petite onde) (Grossmann1989). La transformée en ondelettes remplace la sinusoïde de la transformée de Fourier par une famille de translations et dilatations d'une même fonction (ondelette mère). Les paramètres de translation et de dilatation sont les deux arguments de la transformée en ondelettes. La transformée en ondelettes est un outil mathématique qui décompose un signal en fréquences en conservant une localisation spatiale. Le signal de départ est projeté sur un ensemble de fonctions de base qui varient en fréquence et en espace. Ces fonctions de base s'adaptent aux fréquences du signal à analyser. Cette transformation permet donc d'avoir une localisation en temps et en fréquence du signal analysé. La figure 2.2 présente le pavage de l'espace temps-fréquence pour la transformée de Fourier à fenêtre (STFT) et pour l'analyse en ondelettes. Pour l'analyse de Fourier, la fenêtre est de taille constante, pour l'analyse en ondelettes, la fenêtre est de surface constante mais sa taille varie en fonction de la fréquence à analyser.

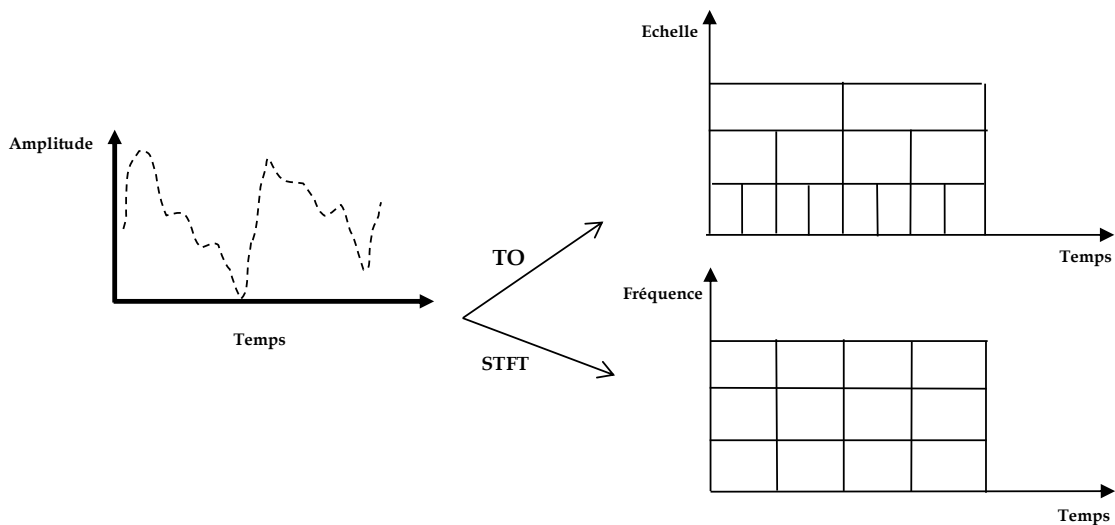


FIG. 2.1 : Le pavage de l'espace-temps-fréquence pour la STFT et la TO.

On remarque que la largeur de la fenêtre pour l'analyse en ondelette est modifiée à mesure qu'on calcule la transformée pour chacune des composantes spectrales individuellement. Ce dernier point représente la caractéristique la plus significative de la transformée en ondelettes. La transformée en ondelettes a la capacité de changer la taille de la fenêtre à différentes résolutions de temps-fréquence comme représenté si dessus. Les fonctions de base d'ondelettes peuvent être étirées ou comprimées dans la fenêtre d'analyse. Ceci aide à isoler des discontinuités de signal parce que des courtes fonctions de base sont employées pour obtenir l'information détaillée de fréquence tandis que des longues fonctions de base sont employées pour rechercher l'information approximative de fréquence du signal. Ceci permet d'analyser le signal à différentes échelles. L'analyse en ondelettes adopte une fonction de prototype d'ondelettes connue sous le nom de "ondelettes mère" donné dans l'équation (2.1). Cette ondelette mère génère un ensemble de fonctions de base connues sous le nom "ondelettes enfants" par des translations et dilatations récursives.

La définition de l'ondelette mère est donnée par la formule suivante :

$$\Psi(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \left( \frac{t - \tau}{s} \right) \quad (2.1)$$

Où :

- $\tau$  facteur de translation.
- $s$  facteur de dilatation « Échelle ».
- $\Psi(\tau, s)$  ondelette mère.
- $\Psi$  ondelettes enfants.
- $\frac{1}{\sqrt{s}}$  facteur de normalisation de l'énergie afin que le signal transformé ait la même énergie à toutes les échelles.

### 2.1.1 Transformée en ondelettes continues

La transformée en ondelettes continues (TOC) utilise des translations et des dilatations de la fonction ondelette mère durant tout l'intervalle du temps de manière continue (Mallat2008). La définition de TOC est donnée par la formule ci-dessous :

$$TOC(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \Psi\left(\frac{t - \tau}{s}\right) \quad (2.2)$$

Cette transformation est en théorie infiniment redondante puisque l'ondelette est translatée de manière continue, cependant il existe des méthodes pour diminuer cette redondance l'une de ces méthodes consiste en l'emploi de la transformée en ondelettes discrètes.

### 2.1.2 Transformée en ondelettes discrètes

La transformée en ondelettes discrètes (TOD) est produite pour surmonter le problème de redondance de la TOC, Cette redondance mobilise une grande quantité de ressources de calcul. Au contraire, la TOD fournit suffisamment les informations nécessaires pour l'analyse que pour la reconstruction du signal original. Ceci en un temps de calcul notablement réduit (Mallat1989). La TOD est considérablement plus simple à implémenter que la TOC. La TOD translate et di-

late l'ondelette selon des valeurs discrètes. Ces coefficients  $\tau$  et  $s$  seront discrétisés de la manière suivante :

$$TOC(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \Psi\left(\frac{t - \tau}{s}\right) dt \quad (2.3)$$

$s = s_0^j$  et  $\tau = k\tau_0 s_0^j$  avec  $s_0 > 1$  et  $\tau_0 > 0$  fixés et appartenant à  $\mathbb{Z}$ .

Les ondelettes sont alors définies de la manière suivante :

$$\Psi(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{s_0^j}} \Psi\left(\frac{t - k\tau_0 s_0^j}{s_0^j}\right) \quad (2.4)$$

La TOD est donnée par la formule ci-dessous :

$$TOD(\tau_0, s_0) = \frac{1}{\sqrt{s_0^j}} x(t) \Psi\left(\frac{t - k\tau_0 s_0^j}{s_0^j}\right) dt \quad (2.5)$$

- ◇  $s_0^j$  Facteur d'échelle.
- ◇  $\tau_0$  Facteur de translation.
- ◇  $k$  et  $j$  sont des entiers.

Si on choisit  $s_0 = 2$  et  $\tau_0 = 1$ , on se place dans le cas dyadique.

### 2.1.3 Familles de la transformée en ondelettes

#### 2.1.4 Analyse multi-résolution (AMR)

L'AMR par ondelettes, permet d'analyser, de traiter et de synthétiser des signaux mono ou multidimensionnels à différents niveaux de résolution. Les AMR d'ondelettes, sont des espaces d'approximation générés par des bases de fonctions introduites par Mallat (Mallat1989). On peut calculer des approximations successives d'une fonction à des résolutions grossières. L'AMR donne un ensemble de signaux d'approximation et de détails d'un signal. On obtient une décomposition multi-échelle du signal de départ en séparant à chaque niveau de résolution les basses fréquences (approximation) et les hautes fréquences

(détails) du signal.

Définition : Une analyse multi-résolution de  $L_2(\mathbb{R})$  est une suite de sous espaces vectoriels fermés  $(V_j)_{j \in \mathbb{Z}}$  de  $L_2(\mathbb{R})$  vérifiant les conditions suivantes :

1.  $(V_j)_{j \in \mathbb{Z}}$  constitue une suite d'espaces emboîtés :  $\forall j \in \mathbb{Z} \quad V_{(j+1)} \subset V_j$
2.  $j \longleftarrow +\infty \quad V_j = 0, \quad j \longleftarrow -\infty \quad V_j$  est dense dans  $L^2(\mathbb{R})$
3. Une fonction  $f(x)$  appartient à  $V_j$  si et seulement si sa dilatée  $f(2x)$  appartient à  $V_{j+1}$ .
4. Il existe  $\psi(x) \in L^2(\mathbb{R})$ ; appelée fonction d'échelle ou l'ondelette père telle que  $\psi(x - k); k \in \mathbb{Z}$  forme une base orthonormale de  $V_0$ .

a) La première condition signifie que  $V_j$  est un sous espace de  $V_{j+1}$  et donc la projection d'une fonction sur  $V_j$  constitue une moins bonne approximation que sa projection sur  $V_{j+1}$ . Cette inclusion montre que l'approximation sur  $V_{j+1}$  contient toute l'information nécessaire pour calculer l'approximation sur  $V_j$ .

b) Les secondes montre que quand  $j \longleftarrow +\infty$  on prend toutes les informations sur la fonction, alors que quand  $j \longleftarrow -\infty$  l'approximation est asymptotiquement égale au fonction d'origine.

c) De troisième condition, on peut passer de  $V_j$  à  $V_{j+1}$  en multipliant par le facteur d'échelle 2.

### 2.1.5 Espaces d'approximations et détails

Les espaces  $V_j$  sont appelés les espaces d'approximation et le complémentaire orthogonale de  $V_j$  dans  $V_{j+1}$  noté par  $W_j$  est appelé espace de détails et on écrit :

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j \tag{2.6}$$

Où  $\oplus$  désigne la somme directe de sous espaces vectoriels. Ainsi la projection orthogonale d'une fonction  $f$  sur  $V_{j+1}$  peut se décomposer comme la somme de sa projection orthogonale sur  $V_j$  et  $W_j$ .

Les familles :

$$\phi_{j,n}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \phi(2^j t - n), n \in Z \text{ et } \psi_{j,n}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j t - n), n \in Z \quad (2.7)$$

étants les bases orthonormales des espaces  $V_j$  et  $W_j$  respectivement. La projection de  $f$  sur  $V_{j+1}$  est donnée par

$$PV_{j+1}f(t) = PV_j f(t) + PW_j f(t) \quad (2.8)$$

Où

$$PV_j f(t) = \sum_n a_j[n] 2^{\frac{j}{2}} \phi(2^j t - n) \quad (2.9)$$

$$PW_j f(t) = \sum_N c_j[n] 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j t - n) \quad (2.10)$$

$$a_j[n] = \int f(t) 2^{\frac{j}{2}} \phi(2^j t - n) dt \quad (2.11)$$

et

$$c_j[n] = \int f(t) 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j t - n) dt \quad (2.12)$$

Les coefficients  $a_j[n]$  et  $c_j[n]$  sont appelés coefficients d'approximation et coefficient d'ondelettes ou de détails du fonction.

La décomposition d'un signal 2D tel qu'une image selon l'AMR se présente comme suit :

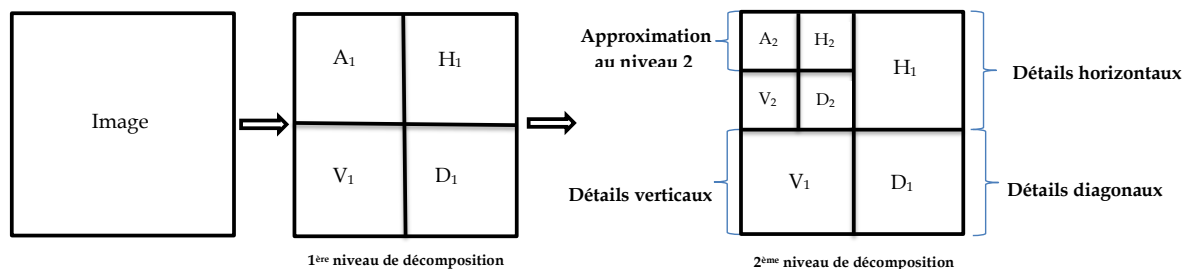
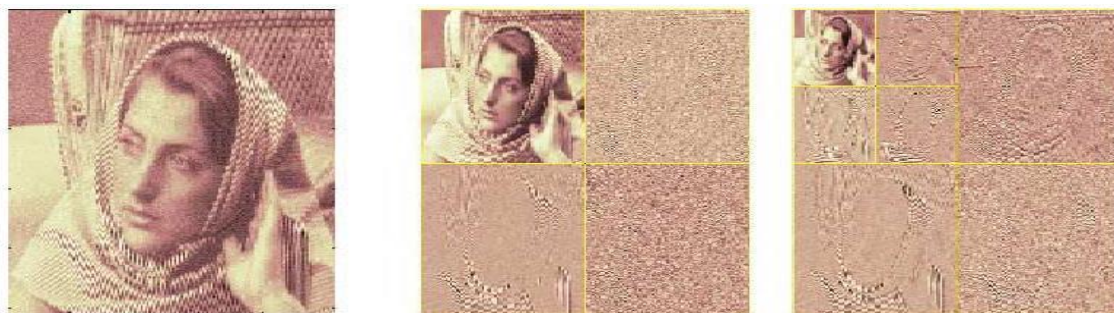


FIG. 2.2 : Décomposition en ondelettes à différents niveaux (DWT).



L' $A_1$  s'appelle l'approximation, peut être décomposée en quatre sous-bandes. Les bandes restantes sont appelées composants détaillés. Pour obtenir le niveau de décomposition suivant, la sous-bande  $A_1$  est encore décomposée. Le principal avantage de la TOD est qu'il s'agit d'une transformation multi résolution.



**FIG. 2.3 :** Exemple des 2 premiers niveaux d'une décomposition pyramidale en ondelettes.

La figure 2.3 illustre un exemple de décomposition pyramidale en ondelettes pour deux niveaux.

## 2.2 Transformée en ondelettes géométriques

Les recherches dans le domaine d'ondelette dirigées vers l'amélioration des possibilités de représentations multi-échelles des signaux multidimensionnels. De nombreux travaux donnent plusieurs cadres théoriques de représentations multi-échelles plus vastes donnant la naissance à nouvelles transformées plus intéressantes et plus adaptées à l'extraction des structures géométriques lisses et continues telles que les contours. C'est la nouvelle famille des transformées géométriques qu'ils ont des décompositions multi échelles qui opèrent selon une multitude d'orientations fréquentielles issues d'une décomposition non standard de l'espace des fréquences des images et qui offrent un bon compromis entre la représentation éparsée de traits caractéristiques et la qualité des images reconstruites.

En effet, les transformées géométriques assemblent à la transformée en ondelettes d'autres caractéristiques afin de mieux représenter les contours aniso-

tropes. Les ondelettes séparables admettent de bien représenter les contours de directions horizontale et verticale mais elles sont inefficaces aux autres directions. Un effet de Gibbs est observé lorsqu'il s'agit d'un contour anisotrope. Le but de ces transformées géométriques est de minimiser le nombre de coefficients d'analyse et les concentrer tous au long des contours. La figure 2.4 illustre l'avantage des ondelettes géométriques pour l'analyse des contours et montre une comparaison de l'approximation non-linéaire des ondelettes et des Curvelets. On remarque que les ondelettes nécessitent beaucoup de coefficients pour représenter précisément un tel contour. Cependant les Curvelets peuvent représenter un contour lisse avec moins de coefficients pour la même précision.

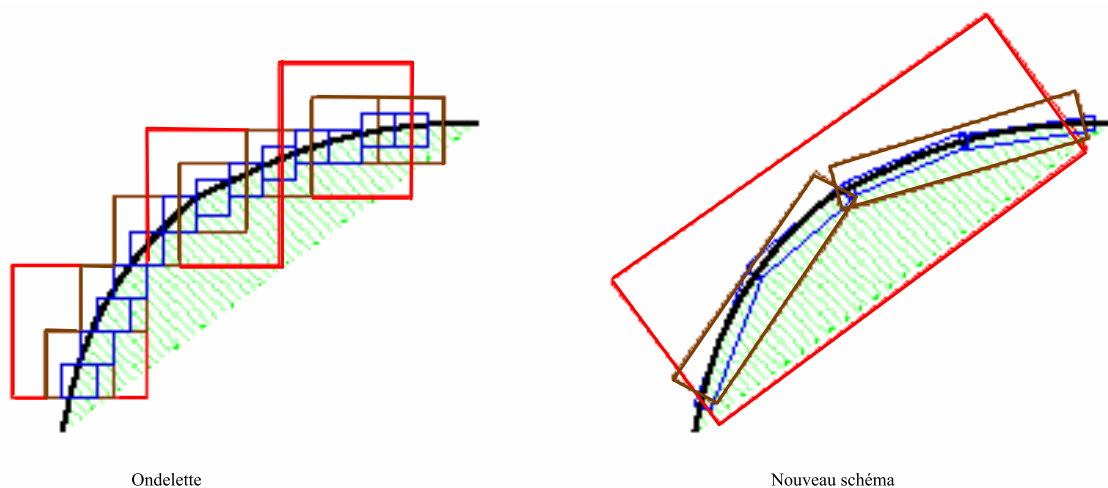


FIG. 2.4 : a : ondelette et b : ondelette géométrique (curvelets).

### 2.2.1 Transformée de Radon

La transformée de Radon (Averbuch2001 ; Helgason1999 ; Wininger2012) a vu le jour en 1917 par J.Radon, c'est une transformée linéaire utilisée souvent en tomographie. Le principe de la transformée de Radon est de projeter l'image sur un nombre d'orientations (l'image doit être intégrée le long de la direction orthogonale à la projection) et, par la suite, de réaliser une transformée de Fourier des projections selon un angle  $\theta$  pour obtenir la transformée de Fourier bidimension-

nelle de  $f(x)$  selon une droite du plan de Fourier incliné de l'angle  $\theta$  (voir la figure 2.5). La transformée de Radon de  $f(x)$  notée  $R_f(\rho, \theta)$  est définie par :

$$R_f(\rho, \theta) = \int \int f(x, y) \delta(\rho - x \cos \theta - y \sin \theta) dx dy \tag{2.13}$$

La transformation de Fourier 2D inverse revient à une projection  $R_f(\rho, \theta)$  et donc on obtient l'image reconstruite avec TF inverse. Un des avantages les plus importants de la TR est sa capacité de transformé une droite dans une image en un pic (un point de fort intensité) dans l'espace de Radon (ER) comme le montre la figure 2.6.

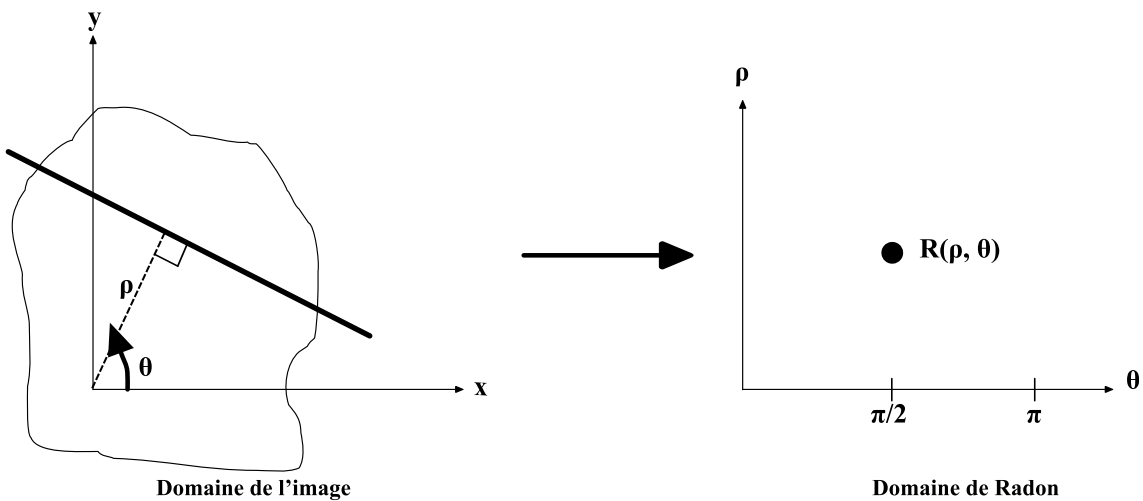
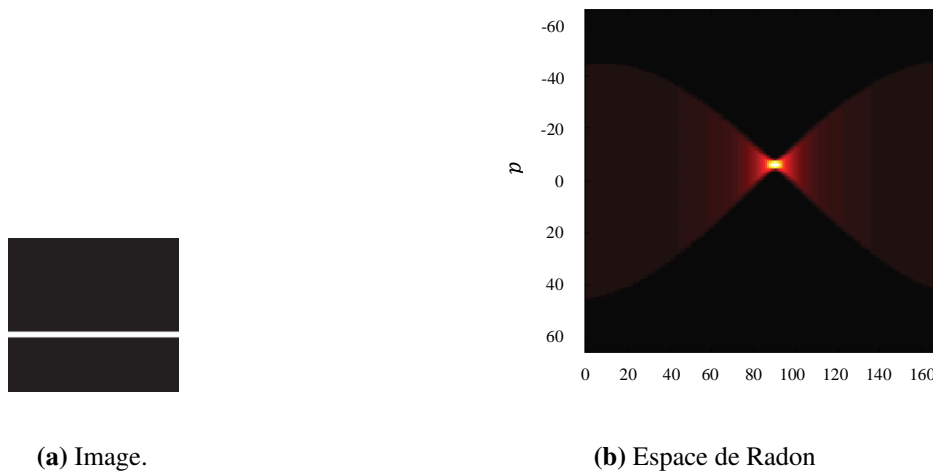


FIG. 2.5 : Transformée de Radon



(a) Image.

(b) Espace de Radon

FIG. 2.6 : La transformée de Radon d'une image.

### 2.2.2 Transformée en Ridgelets

La transformée en Ridgelets (Candès1999) a été proposée pour analyser les images contenant des singularités en lignes droites. Ceci revient à concentrer les coefficients de la décomposition tout au long des contours linéaires. L'analyse en Ridgelets s'appuie sur la transformée de Radon, du fait que cette dernière permet de représenter les droites par des points (Do2003). Une analyse par ondelettes est effectuée par la suite sur le domaine de Radon afin d'en extraire les singularités ponctuelles. En résumé, la transformée en Ridgelets revient à appliquer une analyse en ondelettes 1D sur chacune des projections de Radon où l'angle  $\theta$  est fixé. La figure 2.7 présente le principe de la transformée en Ridgelettes.

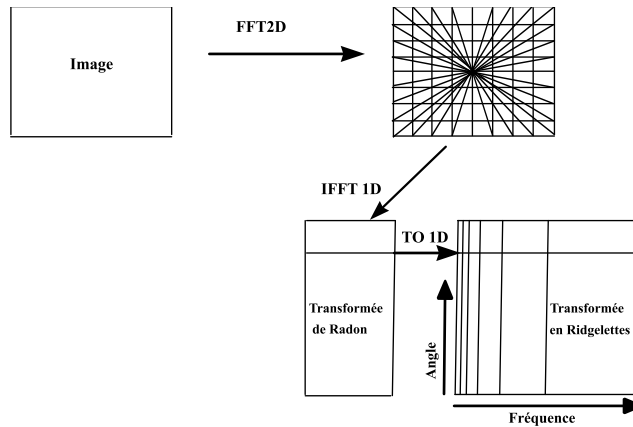


FIG. 2.7 : Transformée en Ridgelettes

Une Ridgelet bidimensionnelle  $\Psi_{a,b,\theta}$  définie par une échelle  $a > 0$ , une position  $b \in R$  et une orientation  $\theta \in [0, 2\pi]$ , est exprimée comme suit :

$$\Psi_{a,b,\theta}(x) = \Psi_{a,b,\theta}(x_1, x_2) = a^{-1/2} \Psi((x_1 \cos \theta + x_2 \sin \theta) - b)/a) \quad (2.14)$$

une Ridgelet est constante tout au long des lignes  $x_1 \cos \theta + x_2 \sin \theta = t$ , où  $t$  est une constante. La transformée en Ridgelets continue d'une fonction  $f$  est donnée par l'équation suivante :

$$Rf_{a,b,\theta}(x) = \int \int f(x_1, x_2) \Psi_{a,b,\theta}^*(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad (2.15)$$

L'expression de la transformée peut être définie à partir de la formule de la transformée de Radon :

$$Rf_{a,b,\theta}(x) = R(\theta, t) a^{-1/2} \Psi^*((t-b)/a) dt = \int (x_1, x_2) \Psi((x_1 \cos \theta + x_2 \sin \theta) - b)/a dx_1 dx_2 \quad (2.16)$$

La transformée en Ridgelets a été développée pour analyser les images qui contiennent des singularités linéaires. Cependant, les contours dans une image ont souvent la forme curviligne. La transformée en Curvelets semble alors être plus adaptée à les représenter.

### 2.2.3 Transformée en Curvelets

Dans une image, les contours ne peuvent être approximés par des droites vu les différentes formes curvilignes qu'ils prennent. Les Ridgelets sont alors inefficaces pour les analyser. Cependant, une courbe peut être représentée par plusieurs segments de droites. De ce fait, la transformée en Ridgelets peut être appliqué d'une manière locale sur des blocs de l'image. C'est le principe de la transformée en Curvelets qui est considérée comme une généralisation de la transformée en Ridgelets (Donoho2000; Candès2000; Candès2001; Candès2002).

L'idée de la transformée en Curvelets est d'appliquer la décomposition pyramidale en Ridgelets non plus sur l'image elle-même, mais sur chacune des sous-bandes obtenues en sortie de la transformée en ondelettes non décimées de l'image (Do2001). Pour cela, une analyse multi-résolutions est appliquée à l'image avant de lui appliquer la transformée en Ridgelets localement sur des blocs dyadiques (voir figure 2.9).

La décomposition en Curvelets peut être décrite par les étapes suivantes :

- Décomposition en sous-bandes : l'objet est filtré en sous-bandes;
- Partitionnement de chaque sous-bande en blocs de taille appropriée;
- Application de la transformée en Ridgelets par bloc.

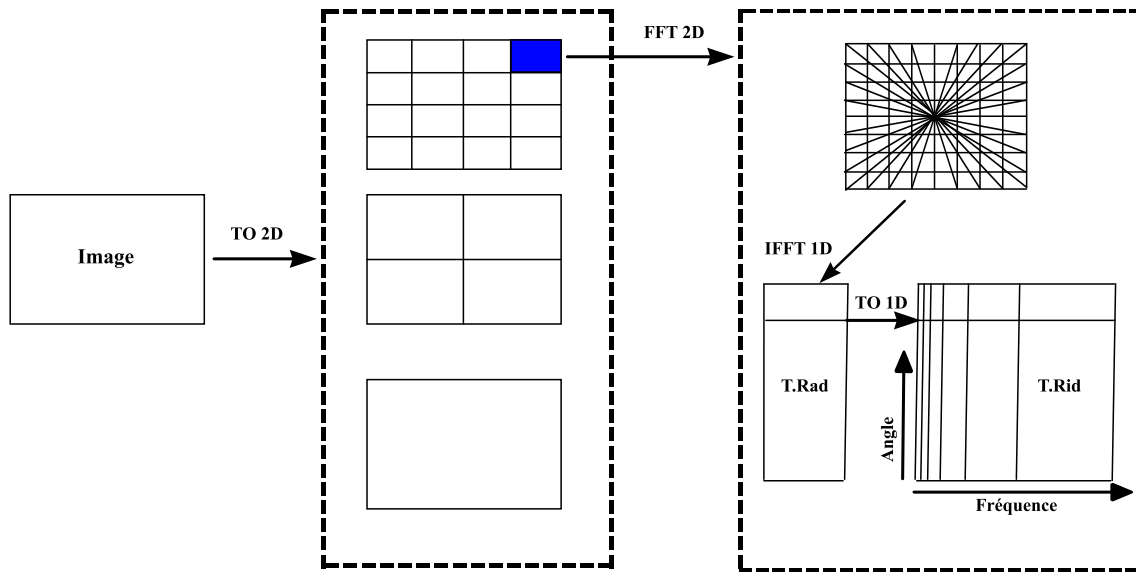


FIG. 2.8 : Principe de la transformée en curvelets.

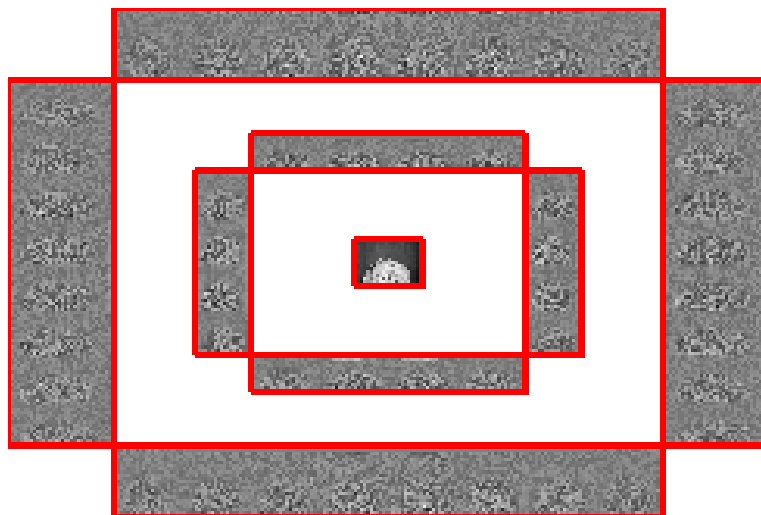


FIG. 2.9 : Transformée en Curvelets d'une image en 2 niveaux de decomposition.

Plusieurs problèmes ont été levés dans l'analyse en Curvelets, à savoir le nombre élevé de paramètres, la redondance et le coût important du calcul. Pour pallier à ces problèmes, une seconde génération de Curvelets a vu le jour. Il s'agit d'une décomposition plus simple, indexée uniquement par trois paramètres, échelle, orientation (angle) et position. A la différence de la première génération, la nouvelle décomposition n'applique pas la transformée en Ridgelets. Une Curvelets mère est directement définie dans le domaine de Fourier, plus précisément à des fenêtres de Fourier à support fini. Les coefficients de la transformée en

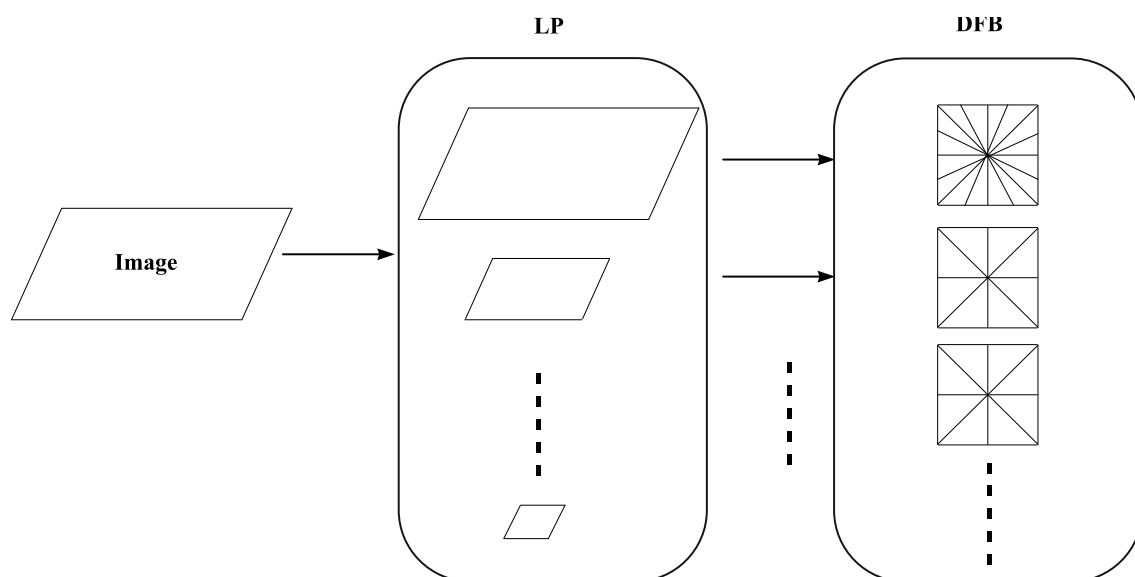
Curvelets sont alors obtenus en appliquant la transformée de Fourier inverse.

#### 2.2.4 Transformée en Contourlets

Inspirés par les Curvelets, Do et Vetterli (Do2003), ont développé la transformée en Contourlets qui obéit à un nouveau schéma de décomposition multi-résolution qui permet de représenter l'image comme un ensemble compacte de niveaux de résolution spatiales et directionnelles (orientées). Contrairement au Curvelets, la transformée en Contourlets est conçue directement dans le domaine discret. L'esprit de la méthode est cependant similaire à celui des Curvelets car il s'agit d'une base fixe avec une grande sélectivité directionnelle. Le but principal de la construction Contourlets est de fournir une représentation éparse des données aussi bien aux résolutions spatiales que fréquentielles. L'appellation «Contourlet» vient du fait que cette nouvelle décomposition est une frame composée de segments de contour (Abdolalia2017).

Une décomposition d'image en Contourlets est construite en combinant successivement, à chaque échelle, deux étages de décomposition distincts : une décomposition en un nombre de niveaux de résolutions spatiales suivie d'une décomposition en un autre nombre de résolutions directionnelles. Le premier étage utilise une pyramide Laplacienne redondante pour transformer l'image en une suite d'images passe-bande BP et une image d'approximation basse-fréquence. Le deuxième étage applique de manière appropriée un banc de filtre directionnel suivi d'un échantillonnage critique pour décomposer chaque image passe-bande en un nombre de sous-bandes directionnelles, capturant ainsi des informations directionnelles ou orientées. La méthode peut être itérée sur l'image d'approximation basse-fréquence. Finalement, l'image se trouve représentée par un ensemble de sous-bandes multi-échelles et orientées, comme cela est montré à la Figure 2.10. L'ensemble des sous-bandes ainsi obtenu constitue une représentation complète et fidèle de l'image. Grâce à cette structure en cascade, les deux étages de décom-

position multi-échelle et directionnelle dans la construction Contourlets sont indépendants l'un de l'autre. Chaque échelle peut être ainsi décomposée en un nombre arbitraire de puissance de 2 de directions, et les différentes échelles peuvent être décomposées en une variété de directions.

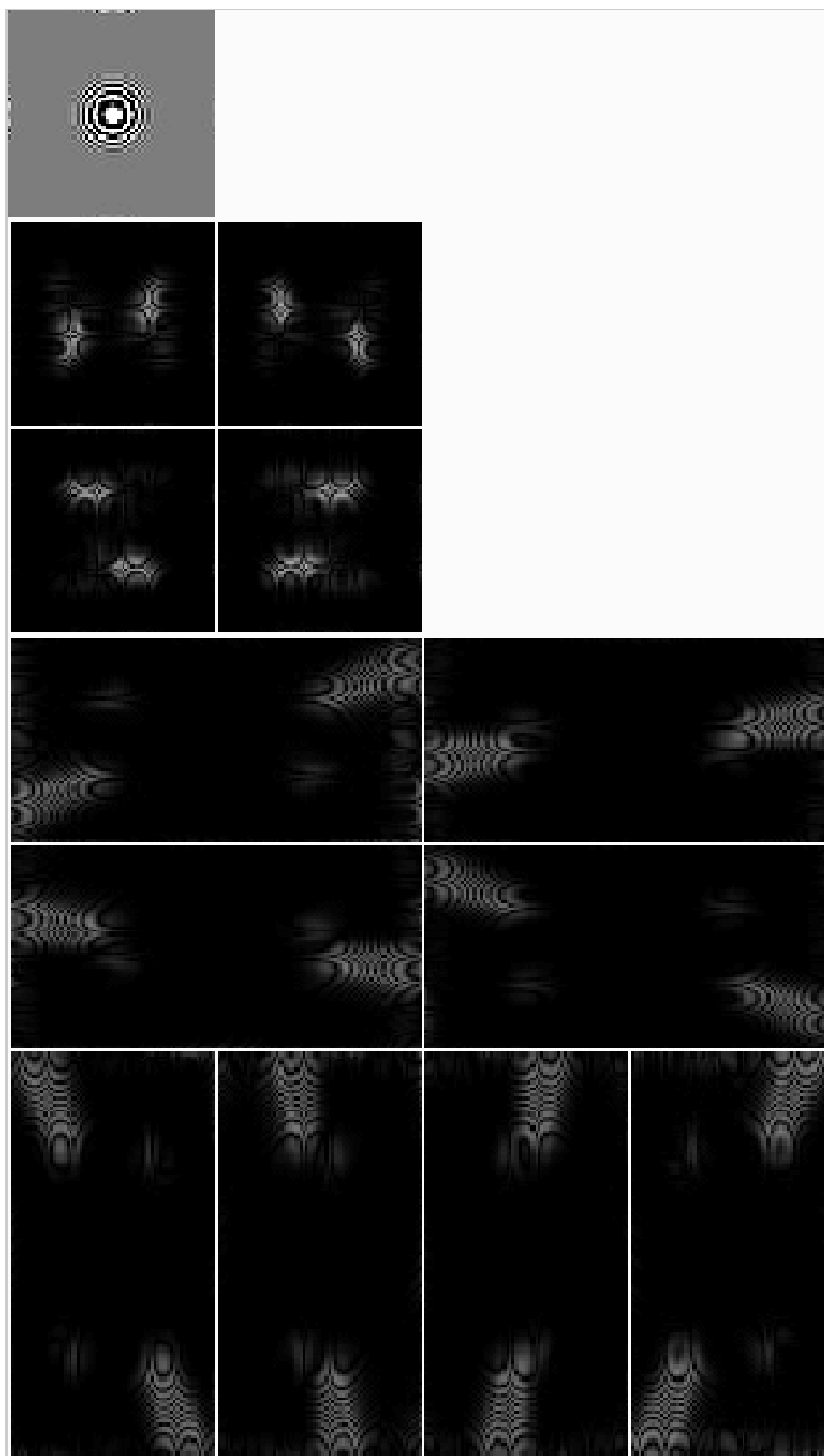


**FIG. 2.10 :** (a) Illustration de l'implantation des Contourlets à l'aide d'un banc de filtres pyramidal directionnel (PDFB). (b) Exemple de partitionnement fréquentiel par la transformée en Contourlets

La Figure 2.11 montre un exemple de l'application de la transformée en Contourlets sur l'image « Zoneplate ». L'image est décomposée en deux niveaux pyramidaux, qui sont ensuite décomposés en quatre et huit sous-bandes directionnelles. Seuls les Contourlets qui coïncident à la fois avec la position et la direction des contours de l'image produisent des coefficients significatifs.

La transformée en Contourlets garantit une reconstruction parfaite de l'image. Son degré de redondance est relativement faible puisque le nombre total de coefficients Contourlets est obtenu à l'issue d'une décomposition approche les  $4/3$  du nombre d'échantillons de l'image originale. Ceci étant dû uniquement au surplus d'échantillons inhérent à la pyramide Laplacienne, puisque le reste de la décomposition est effectué avec échantillonnage critique. Comparée à la trans-





**FIG. 2.11** : La transformée en Contourlets de l'image Zoneplate. L'image est décomposée en deux niveaux pyramidaux, qui sont ensuite décomposés en quatre et huit sous-bandes directionnelles. Les petits coefficients sont représentés en noir alors que les grands coefficients sont représentés en blanc.

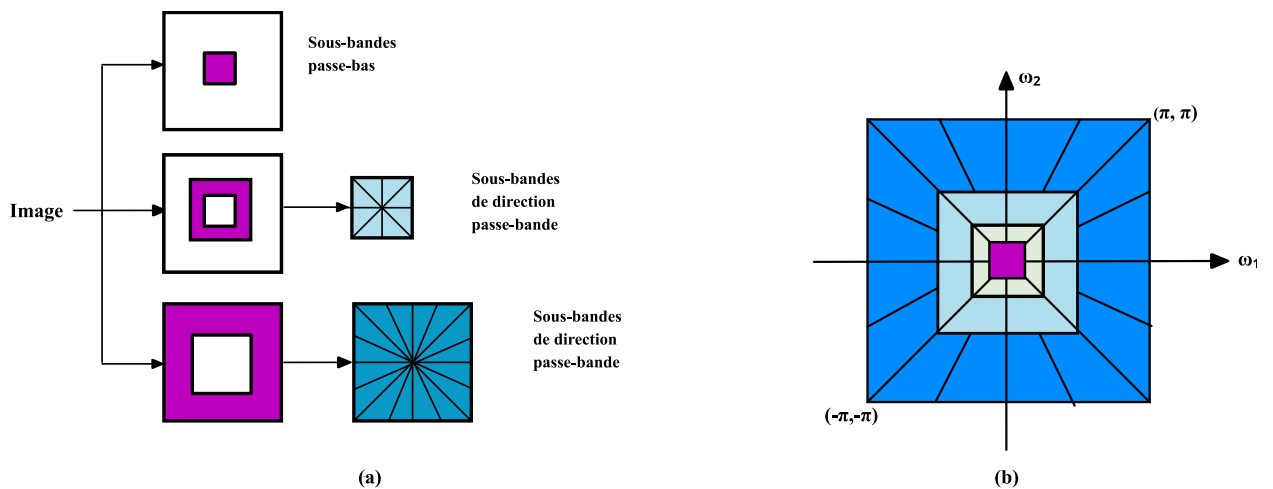
formée en ondelettes discrète, la transformée en Contourlets avec sa propriété de sélectivité directionnelle (ou orientée) conduit à des améliorations et à de nouveaux potentiels attrayants pour les applications de traitement d'image. En effet, les contours lisses sont représentés de manière efficace par quelques coefficients Contourlets localisés dans la bande à orientation appropriée. La différence principale entre les Contourlets et les autres systèmes multi-résolution directionnels, est que la transformée en Contourlets est une version discrète, donc adaptée aux images numériques, qui offre une analyse multi-résolution avec un nombre arbitraire de sous-bandes directionnelles à chaque niveau, et forme une frame étroite de redondance faible. De plus, la transformée en Contourlets se base sur l'utilisation de bancs de filtres pyramidaux directionnels se qui la rend peu coûteuse en temps de calcul.

Toutefois, en dépit des propriétés intéressantes des Contourlets, à savoir sa multi-résolution, sa multi-direction, ainsi que son anisotropie, la conception des filtres pour la transformée en Contourlets est une tâche difficile. En outre, en raison des sous-échantillonnage et sur-échantillonnage présents à la fois dans la pyramide Laplacienne et le banc de filtres directionnels, la transformée en Contourlets n'est pas invariante par translation. Cela peut poser problème dans le cas par exemple de l'estimation de mouvement dans le domaine transformée. Afin de résoudre ce problème, une nouvelle transformée appelée transformée en Contourlets non sous-échantillonnée (Nonsubsampled Contourlet Transform, NSCT) (Zhou2005), décrite dans la section suivante.

### **2.2.5 Transformée en Contourlets non sous échantillonnée**

La transformée en Contourlets non sous-échantillonnée (NSCT) (Zhou2005), est une version invariante par translation de la transformée en Contourlets. La Figure 2.12 illustre le principe de la NSCT. Il s'agit de combiner successivement deux étages de décomposition invariants par translation : (1) une struc-

ture pyramidale non sous-échantillonnée, NSP (NonSubsampled Pyramid), qui assure la propriété multi-échelle et (2) une structure de bancs de filtres directionnels non sous-échantillonnés, NSDFB (NonSubsampled Directional Filter Bancs), permettant une décomposition suivant différentes orientations. Le résultat est une décomposition d'images flexible, multi-échelle, multi-direction, et invariante par translation. Au cœur de cette méthode se trouve un banc de filtres non sous-échantillonnés et non séparables à deux canaux. Un banc de filtres non sous-échantillonnés ne contient pas de sous-échantillonneurs ni de sur-échantillonneurs et par conséquent, il est invariant par translation.



**FIG. 2.12 :** La transformée en Contourlets non sous-échantillonnée. (a) Schéma bloqué de l'implantation de la NSCT à l'aide d'un banc de filtre pyramidal directionnel non sous-échantillonné. (b) le partitionnement fréquentiel résultant, où le nombre de directions augmente avec la fréquence

La Figure 2.13 montre un exemple de la décomposition en NSCT de l'image standard 'Zoneplate' ( $256 \times 256$  pixels). Quatre niveaux NSP et 8-4-2-1 sous-bandes directionnelles NSDFB ont été utilisés. L'image originale et les sous-bandes résultantes ont la même taille. Comparée à la transformée en Contourlets, la NSCT est une décomposition d'image entièrement invariante par translation, multi-échelle, et multi-direction, qui a une meilleure sélectivité fréquentielle et une implémentation rapide. La NSCT s'est avérée être très efficace dans le do-

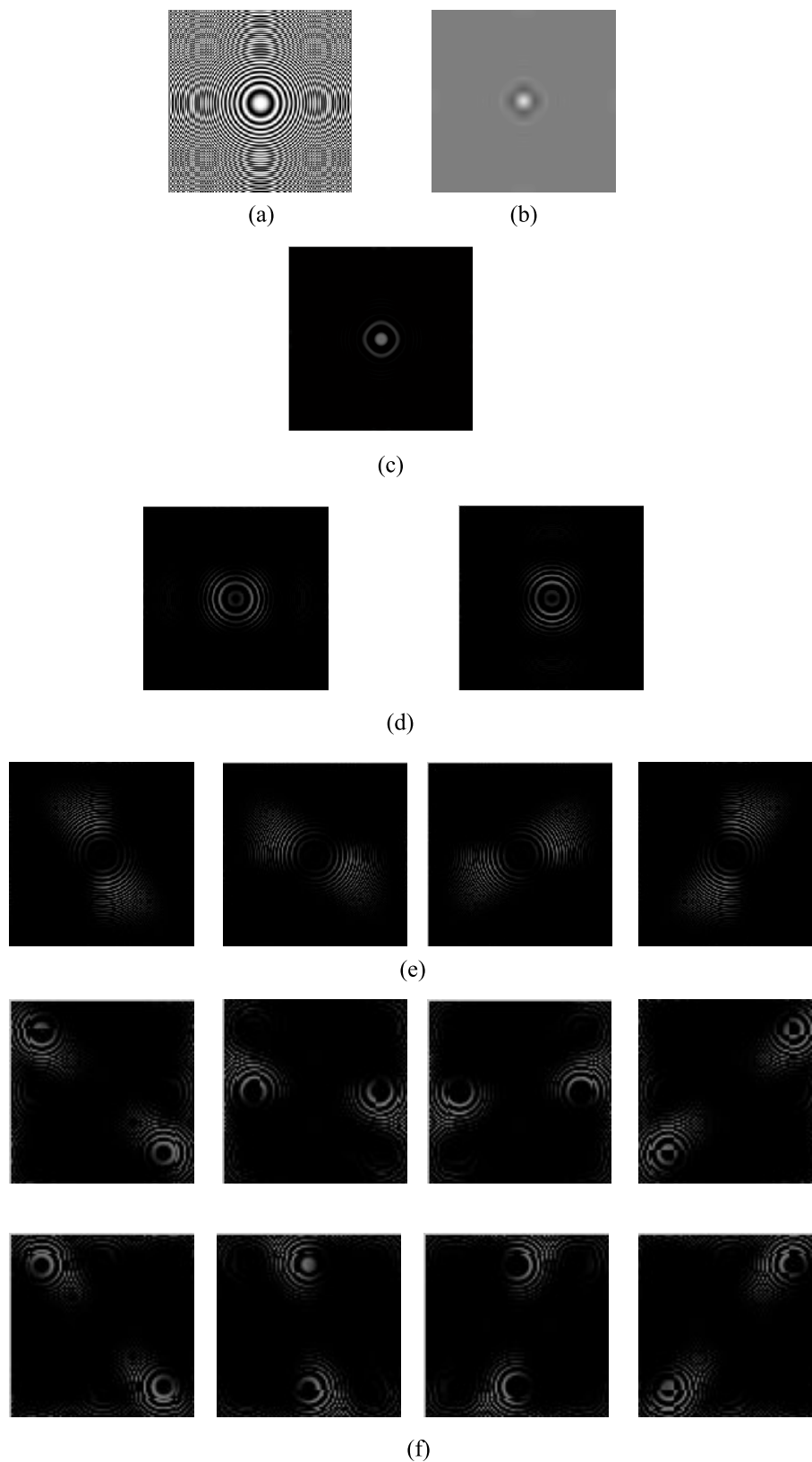
maine de l'estimation de mouvement comme il a été démontré dans le chapitre suivant.

- ***Pyramide Laplacienne***

La représentation multi-échelle de données est connue pour être un outil puissant dans de nombreuses applications. Il peut capturer des données d'une manière hiérarchique où chaque niveau correspond à une approximation de la résolution inférieure. Une façon d'obtenir une décomposition multi-échelles pour les images est d'utiliser une pyramide laplacienne qui a été utilisée dans de nombreuses applications. On sait que la caractéristique principale de la représentation pyramidale laplacienne est qu'elle est sur-échantillonnée ou redondante, c'est-à-dire qu'il y a plus de coefficients après l'analyse de la pyramide laplacienne que les pixels dans l'image d'entrée. Cette caractéristique est souhaitable dans de nombreuses applications telles que le débruitage d'image et le tatouage, et indésirable dans la compression d'image. La pyramide laplacienne a des processus d'analyse et de synthèse. La décomposition de la pyramide laplacienne à chaque niveau génère une version passe-bas échantillonnée de l'image d'entrée d'une certaine taille et la différence entre l'entrée et la prédiction, résultant en un signal résiduel, c'est-à-dire l'erreur de prédiction.

- ***Banc de filtres directionnels***

Le banc de filtres directionnels a été introduit dans lequel les canaux individuels sont échantillonnés de manière critique sans perte d'information. En d'autres termes, le banc de filtres directionnels peut être réalisé par décomposition d'une image en éléments angulaires qui sont décimés au maximum tout en permettant à l'image originale devant être entièrement reconstruite à partir de ses canaux décimés. La représentation à orientation thématique mise en œuvre par la banque de filtres directionnels est très utile pour les applications exploitant



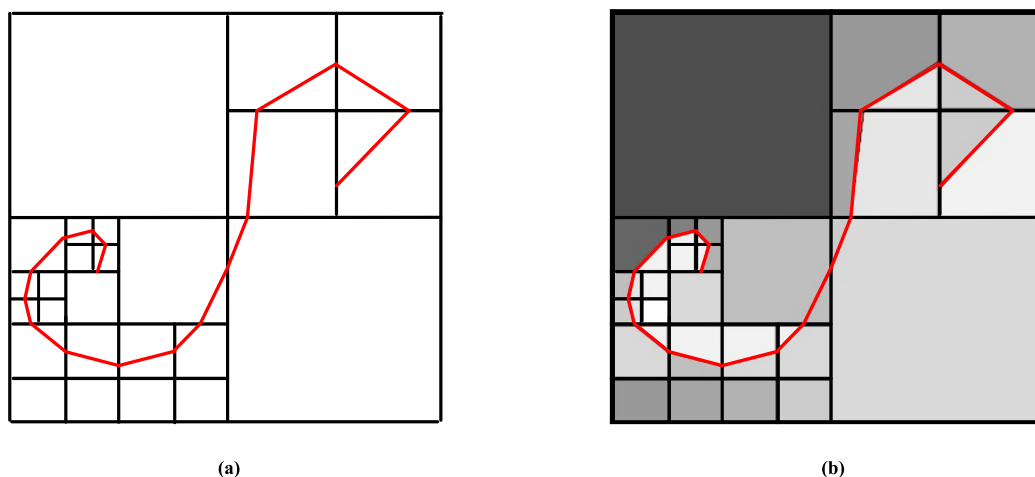
**FIG. 2.13 :** La transformée en Contourlets non sous-échantillonnée de l'image Zoneplate. L'image est décomposée en quatre niveaux pyramidaux, qui sont ensuite décomposés en 1, 2, 4, et 8 sous-bandes directionnelles. Les petits coefficients sont représentés en noir alors que les grands coefficients sont représentés en blanc. (a) L'image originale. (b) Sous-bande passe-bas. (c), (d), (e), (f) Sous-bandes directionnelles passe-bande.

l'aspect de la perception visuelle, puisque la rétine et les cortex visuels ont des cellules à sélectivité directionnelle. Le banc de filtres directionnels peut être utilisé dans des applications telles que l'extraction de caractéristiques, amélioration de l'image, l'image de filigrane et le débruitage de l'image. L'idée principale de la banque de filtre directif consiste à diviser le plan de fréquences dans de nombreuses directions de fréquence.

### 2.2.6 Transformée Wedgelet

Les wedgelets (Donoho1999) correspondent à des fonctions constantes par morceaux ("Horizon Class of functions"). La première phase de la transformation correspond à l'identification des "morceaux" de fonctions. Cette procédure itérative s'appuie sur un Quadtree. On cherche dans chaque bloc du Quadtree une rupture edgel coupant la zone en deux morceaux de fonctions constantes. Si il y a plus de deux morceaux, on sépare dyadiquement le bloc et on continue la récursion. Si la zone ne contient qu'un morceau, on indique une absence d'arêtes et cela constitue la condition d'arrêt de la récursion. Si le bloc contient une singularité suffisamment simple de forme pour être décrite par un edgel, on arrête également la récursion avec codage de la forme pour l'échelle en cours. Globalement la transformée s'obtient en cherchant à minimiser la différence entre l'ensemble des données traitées et sa projection sur l'ensemble des edgels. Après la constitution de ce dictionnaire les coefficients de wedgelets vont alors définir la valeur de chaque morceau constant (figure 2.14).

Cette transformée adaptative est particulière puisqu'elle est conçue pour les simples fonctions constantes par morceaux. Néanmoins, en combinaison avec la transformée en ondelettes 2-D elle permet une amélioration de la compression des images réelles (stratégie classique de prise en charge séparée des textures et des zones uniformes de l'image). La transformée en Wedgelets illustre bien le principe des transformées adaptatives : en construisant un dictionnaire nous



**FIG. 2.14 :** Dictionnaire d'edgels trouvé pour l'image en cours. (b) Transformée Wedgelets : zones uniformes mises en évidence.

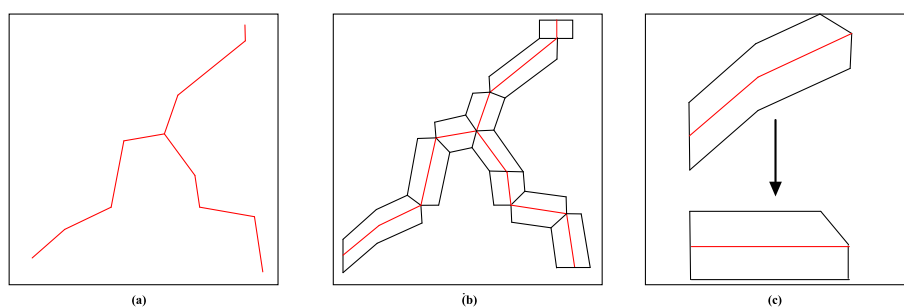
cherchons à adapter au mieux les fonctions d'analyse à notre signal. Dans un autre registre, plutôt que de traiter séparément les zones uniformes et textures, des approches proposent de modifier la transformée pour que le filtre d'analyse (et de synthèse) s'adapte aux singularités de l'image. Nous allons dans un premier temps décrire des transformées qui font le choix de déformer le signal pour l'adapter à la transformée en ondelettes 2-D, c'est le cas de la transformée Bandelette.

### 2.2.7 Transformée Bandelette première génération

Les bandelettes (Pennec2005) de première génération s'appuient sur une description des contours ( figure 2.15 (a)) de l'image pour localiser, les singularités. Ensuite plutôt que d'adapter les fonctions d'analyse aux singularités de l'image, la transformée adapte des zones de l'image à la transformée en ondelettes séparables 2D (avec quelques adaptations pour permettre la prise en compte de la forme non rectangulaire des zones). Afin de construire ces zones à partir des contours détectés dans l'image, l'algorithme de Grassfire proposé par Blum H. ( figure 2.15 (b)) est utilisé. Ensuite, toujours à partir de l'information des contours, des déformations sont associées à chaque zone pour permettre son adaptation aux familles d'ondelettes séparables 2D (figure 2.15 (c)). Après la prise en compte des pixels

des zones déformées (correspondant aux coefficients de Bandelettes) il reste un ensemble de pixels à coder. Ces pixels sont pris en charge avec l'estimation de l'image initiale uniquement à partir des coefficients de bandelettes. La reconstruction parfaite est assurée par le codage du résidu entre l'image initiale et l'image estimée.

Malgré l'utilisation du Grassfire, la transformée souffre d'une légère redondance qui ne l'empêche pas d'obtenir de bons résultats en compression. Afin de rester sur une approche de déformation par zones du signal, et toujours à partir de la prise en compte des contours de l'image, une deuxième génération de transformée en Bandelettes a été proposée par G. Peyre et al. (Peyre2005).



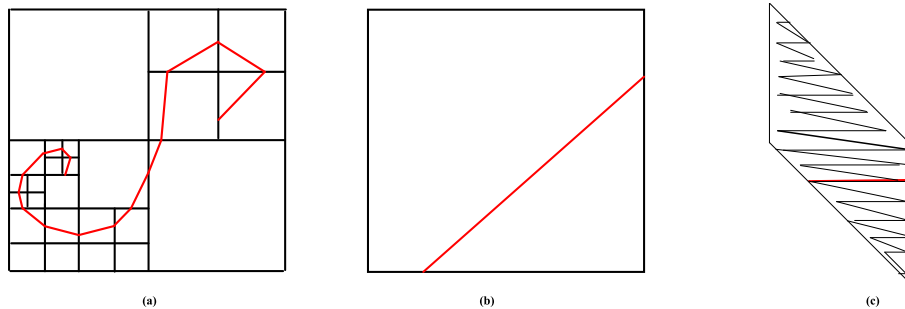
**FIG. 2.15 :** (a) Détection des contours. (b) Construction des zones des pixels bandelettes par grassfire. (c) Déformation de la zone.

### 2.2.8 Transformée bandelettes deuxième génération

La transformée en Bandelettes de seconde génération s'appuie sur une segmentation par quadtree des différentes bandes de fréquences de la transformée en ondelettes un peu à la manière de la transformée en Wedgelets. Les singularités détectées dans chaque bloc du Quadtree sont prises en charge par le réordonnement préalable des coefficients, puis la transformation par ondelettes du signal 1D obtenu. Le passage de (b) vers (c) de la figure 2.16 illustre la déformation puis le parcours adapté des coefficients de la zone. Le réordonnement s'appuie sur les lignes de flux parallèles à la singularité détectée dans la feuille



dont la forme peut être plus ou moins complexe. Ce ré-ordonnancement s'inspire de la transformée de Alpert.



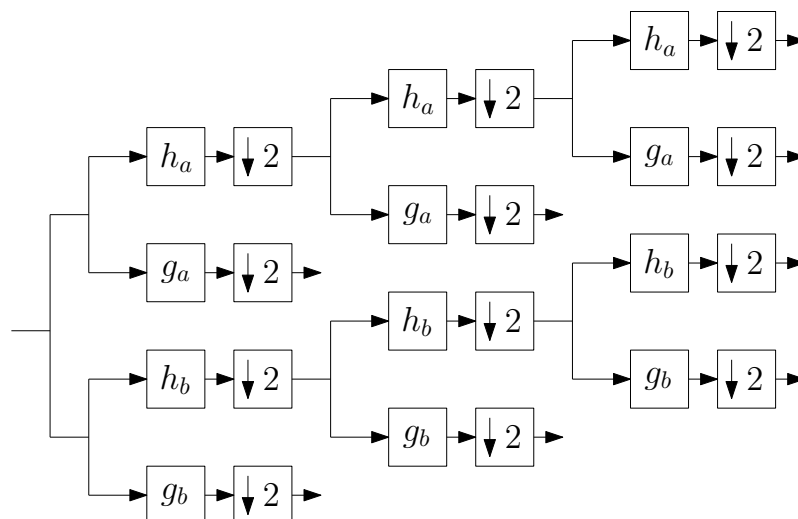
**FIG. 2.16 :** Bandelettes 2G. (a) Description des singularités dans les domaines des coefficients d'ondelettes séparables. (b) Choix d'une feuille à traiter. (c) Déformation, puis réordonnancement.

Cette fois, le nombre de coefficients de transformée correspond exactement au nombre d'échantillons du signal étudié. La concentration de l'énergie plus importante que pour la transformée en ondelettes permet encore une fois d'améliorer les résultats de plusieurs applications comme la compression et le débruitage.

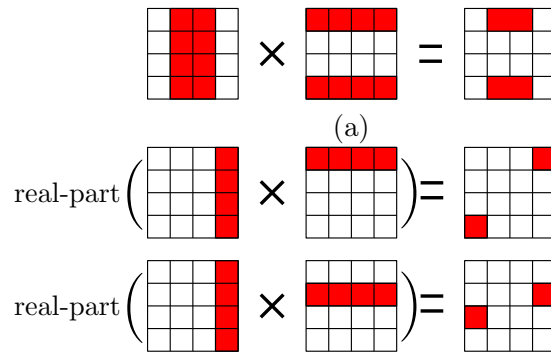
### 2.2.9 Ondelettes complexes en arbre dual

Afin de palier entre autres au manque de directionnalité des ondelettes décimées, ainsi qu'à leur non invariance par translation, Kingsbury (Selesnick2005; Kingsbury1988) a proposé une construction en ondelettes complexes en arbre dual. Dans le cas unidimensionnel, ces ondelettes complexes  $\psi_c^{j,n} = 2^{-j/2}\psi_c(2^{-j}tn)$ ,  $\psi_c = \psi_r + i\psi_i$ , avec  $i = \sqrt{-1}$  ont été construites non pas en forçant la famille  $\psi_c$  à être une base orthogonale, mais  $\psi_r$ ;  $\psi_i$  à être deux bases biorthogonales au prix d'un facteur 2 en redondance (et  $2^d$  pour l'extension en dimension  $d$ ). On note  $g_r$  et  $h_r$  les filtres passe-haut et passe-bas de la première transformée et  $g_i$  et  $h_i$  ceux de la deuxième. On peut construire ces quatre filtres vérifiant pour chaque transformée la propriété de reconstruction exacte, et de façon à ce que la transformée globale soit approximativement analytique : on associe l'ondelette  $\psi_r$  aux filtres  $g_r$  et  $h_r$ , et  $\psi_i$  à  $g_i$  et  $h_i$ . On peut construire les filtres de sorte que  $\psi_c = \psi_r + i\psi_i$ , soit approximativement analytique, ce qui correspond à définir  $\psi_i$  comme la transformée de Hilbert de  $\psi_r$ , et tous ces filtres sont à va-

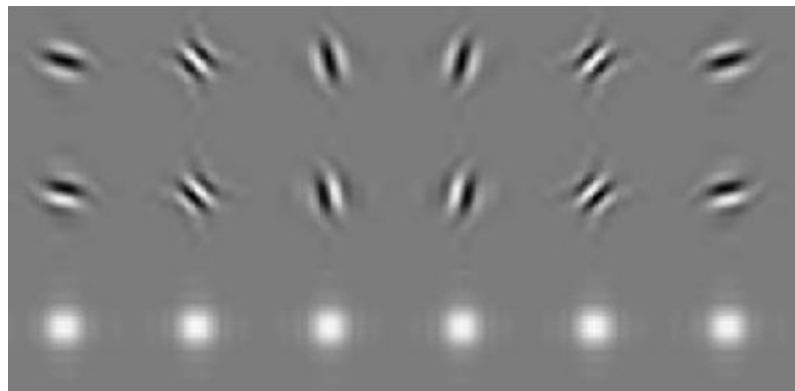
leurs réelles. Le banc de filtre correspondant à la transformée est schématisé en figure 2.17. Les coefficients de la transformée complexe sont obtenus en considérant les coefficients des transformées utilisant  $(g_r; h_r)$  et  $(g_i; h_i)$  comme respectivement les parties réelles et imaginaires. A noter que pour obtenir des ondelettes analytiques avec une bonne approximation, il est nécessaire de modifier légèrement les filtres et le schéma donné en figure 2.17. La reconstruction se fait par les bancs de filtres inverses classiques, et les deux reconstructions sont moyennées, ou on peut répartir le facteur 0.5 en  $1/\sqrt{2}$  sur la transformée et la reconstruction pour plus de symétrie. La figure 2.19 montre les parties réelles, imaginaires et les modules des six atomes des ondelettes complexes en arbre dual à une échelle donnée. Appliquées de manière séparable sur des images ou sur des signaux de dimension supérieure, ces ondelettes exhibent une séparation angulaire bien supérieure aux ondelettes classiques. En effet, comme le montre la figure 2.18, le fait que ces ondelettes soient analytiques permet d'éviter le schéma en damier au profit de plusieurs ondelettes directionnelles séparées de  $\pi/6$ . 2.19 montre les parties réelles, imaginaires et les modules des six atomes des ondelettes complexes en arbre dual à une échelle donnée.



**FIG. 2.17 :** Schéma montrant l'algorithme d'analyse d'une transformée en ondelettes complexes en arbre dual.  $h_r$  et  $h_i$  sont les filtres passe-bas, et  $g_r$  et  $g_i$  les filtres passe-haut.



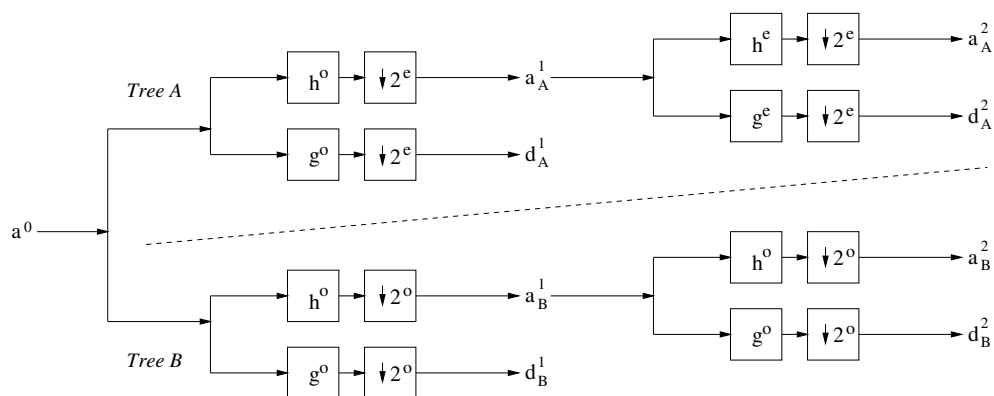
**FIG. 2.18 :** Schémas idéalisés du support fréquentiel des ondelettes séparables. (a) deux des trois directions dans le cas des ondelettes classiques, et (b) deux des six directions des ondelettes complexes en arbre dual. On constate que la forme analytique des ondelettes complexes en arbre dual permet d'obtenir une séparation directionnelle, et éviter le damier créé par la première ligne de (a).



**FIG. 2.19 :** Exemples d'ondelettes complexes en arbre dual 2-D. De haut en bas, la partie réelle, la partie imaginaire, et le module des six ondelettes d'une échelle donnée.

- *Transformée en ondelettes complexes 1D*

Kingsbury a introduit dans (Kingsbury1999; Kingsbury2001) une transformée en ondelettes complexes qui permet une reconstruction exacte du signal. Cette transformée a la propriété d'être pratiquement invariante par translation. En remarquant que l'invariance par translation peut être obtenue avec une transformée biorthogonale réelle en doublant l'échantillonnage à chaque échelle, Kingsbury propose d'obtenir une transformée pratiquement invariante par translation en doublant l'échantillonnage au premier niveau, puis en utilisant des filtres différents et des sous-échantillonnages différents dans deux arbres de décomposition. Les coefficients à chaque échelle sont combinés pour former des coefficients complexes. L'invariance par translation est parfaite au premier niveau puisque tous les coefficients ont été conservés. Les coefficients pairs et impairs forment deux arbres différents, et on note  $(a_A; d_A)$  et  $(a_B; d_B)$  les signaux d'approximation et les détails pour les deux arbres  $A$  et  $B$ . L'invariance par translation est ensuite approchée aux niveaux inférieurs par la combinaison de filtres pairs et impairs. la figure ?? décrit le principe de transformée en ondelettes complexes 1D.



**FIG. 2.20** : Décomposition en banc de filtres duaux pour la transformée en ondelettes complexes 1D.

• **Algorithme de transformée en ondelettes complexes 1D**

◇ Au niveau 1, les deux arbres sont décalés d'un échantillon. L'un est formé des coefficients pairs, l'autre des impairs :  $h^o$  : filtre passe bas de longueur impaire.  
 $g^o$  : filtre passe haut de longueur impaire.

$$\begin{aligned} (a_A^1)_n &= (a^0 * h^o)_{2n} & (d_A^1)_n &= (a^0 * g^o)_{2n} \\ (a_B^1)_n &= (a^0 * h^o)_{2n+1} & (d_B^1)_n &= (a^0 * g^o)_{2n+1} \end{aligned} \quad (2.17)$$

◇ Au niveau  $j > 1$ , la différence entre les arbres doit être d'un demi-échantillon. Ceci est rendu possible en utilisant des filtres de longueurs différentes, i.e. des filtres de longueur paire  $h_e; g_e$  pour un arbre et des filtres de longueur impaire  $h^o; g^o$  pour l'autre arbre.  $h^e$  filtre passe bas de longueur paire et  $g^e$  filtre passe haut de longueur paire.

$$\begin{aligned} (a_A^{j+1})_n &= (a_A^j * h^e)_{2n} & (d_A^{j+1})_n &= (a_A^j * g^e)_{2n} \\ (a_B^{j+1})_n &= (a_B^j * h^o)_{2n+1} & (d_B^{j+1})_n &= (a_B^j * g^o)_{2n+1} \end{aligned} \quad (2.18)$$

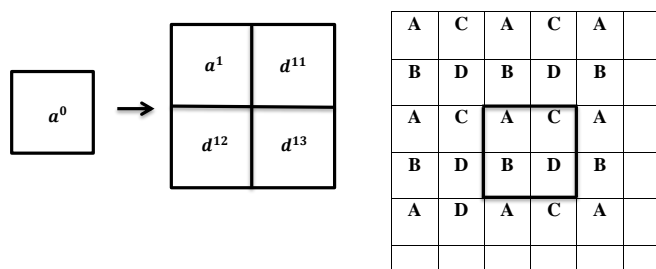
Les filtres (impairs) sont les mêmes dans les deux arbres pour  $j = 1$  et différents pour  $j > 1$ . Ainsi, dans l'un des deux arbres ( l'arbre A), les filtres sont différents entre le premier et le second niveau.

Pour l'arbre B, les filtres sont les mêmes à tous les niveaux. La fonction est alors décomposée sur une base biorthogonale.

Les détails  $d_A$  et  $d_B$  peuvent être interprétés comme la partie réelle et la partie imaginaire d'un signal complexe  $z = d_A + id_B$ . La propriété importante de cette transformée est que l'amplitude de la réponse à un échelon est pratiquement invariante à une translation de l'échelon, alors que la phase varie rapidement. Ainsi il sera possible de souiller l'amplitude des coefficients  $z$  avec beaucoup moins d'artefacts qu'en souillant les coefficients d'une transformée réelle. Il faut noter que la transformée n'est pas, en réalité, une transformée complexe dans le sens où elle ne correspond pas à une fonction d'ondelette complexe.

• *Transformée en ondelettes complexes 2D*

En utilisant des bancs de filtres séparables, la transformée 1D peut être étendue à des signaux bidimensionnels. Kingsbury a montré qu'une telle transformée restait efficace du point de vue du temps de calcul, et que l'on obtenait de meilleures propriétés de directionalité qu'avec l'équivalent réel malgré la séparabilité. La propriété de reconstruction exacte est conservée, ainsi que la presque invariance par translation ce qui permet de mettre en œuvre des méthodes de seuillage des coefficients de manière efficace (Selesnick2003; Selesnick2004). Comme en 1D, l'invariance par translation est exacte au niveau 1 et obtenue par non décimation. En réordonnant les coefficients pairs et impairs (selon les lignes et les colonnes), nous avons alors 4 arbres  $A, B, C, D$  (voir la figure 2.21). L'invariance par translation est ensuite approchée aux niveaux inférieurs à 1. Les approximations et les détails des 4 arbres sont notés respectivement  $(a_A; d_A), (a_B; d_B), (a_C; d_C)$  et  $(a_D; d_D)$ . L'algorithme suivant décrit comment la transformée est obtenue sur les 4 arbres. Il est illustré sur la figure 2.22.



**FIG. 2.21** : Premier niveau de la transformée complexe bidimensionnelle. Gauche : transformée non décimée (redondance 4 :1), droite : entrelacement des coefficients correspondant aux 4 arbres (A ;B ;C ;D) dans la transformée non décimée.

• *Algorithme de transformée en ondelettes complexe 2D*

◇ Au niveau 1, il y a un échantillon de décalage entre les 4 arbres. Calculer une transformée en ondelettes non décimée avec  $h_o$  et  $g_o$ , puis séparer les coefficients pairs et impairs (indices  $o$  et  $e$ ) pour extraire les arbres (voir la figure 2.22) :

Arbre T	A	B	C	D	
$(a_T^1)_n$	$(a_0 * h^o h^o)_{e,e}$	$(a_0 * h^o h^o)_{e,o}$	$(a_0 * h^o h^o)_{o,e}$	$(a_0 * h^o h^o)_{o,o}$	
$(d_T^{1,1})_n$	$(a_0 * g^o h^o)_{e,e}$	$(a_0 * g^o h^o)_{e,o}$	$(a_0 * g^o h^o)_{o,e}$	$(a_0 * g^o h^o)_{o,o}$	(2.19)
$(d_T^{1,2})_n$	$(a_0 * h^o g^o)_{e,e}$	$(a_0 * h^o g^o)_{e,o}$	$(a_0 * h^o g^o)_{o,e}$	$(a_0 * h^o g^o)_{o,o}$	
$(d_T^{1,3})_n$	$(a_0 * g^o g^o)_{e,e}$	$(a_0 * g^o g^o)_{e,o}$	$(a_0 * g^o g^o)_{o,e}$	$(a_0 * g^o g^o)_{o,o}$	

◇ Au niveau  $j > 1$ , il doit y avoir un demi-échantillon de décalage entre les arbres. Ceci n'est possible qu'en utilisant des filtres de longueurs différentes pour chaque arbre, i.e. il faut utiliser des filtres pairs  $h^e$ ;  $g^e$  pour un arbre et des filtres impaires pour l'autre.

### 2.3 Comparaison entre les différentes transformées géométriques

Nous avons vu que chaque transformée se distingue par une décomposition bien spécifique qui la caractérise. Le choix d'une transformée correspond à des compromis que l'on doit fixer en fonction de l'application visé. Alors que la transformée en ondelettes représente les singularités ponctuelles dans une image, la transformée de Radon ainsi que les Ridgelets décomposent l'image suivant des droites rectilignes. D'autres transformées comme les Curvelets, les Contourlets et les Bandelettes représentent les formes curvilignes dans une image. Nous observons également que les transformées diffèrent selon leur adaptabilité au contenu de l'image. Nous distinguons des approches non adaptatives qui possèdent une décomposition indépendante du contenu de l'image analysée telles que les Ridgelets, les Contourlets, les ondelettes complexes. D'autre part, des approches adaptatives comme les Bandelettes et Wedgelets analysent une image en tenant compte de la spécificité de ses modèles géométriques. Elles nécessitent alors une description explicite des singularités que l'on souhaite mettre en valeur dans l'image. Bien que ces dernières soient plus performantes en termes de régulari-

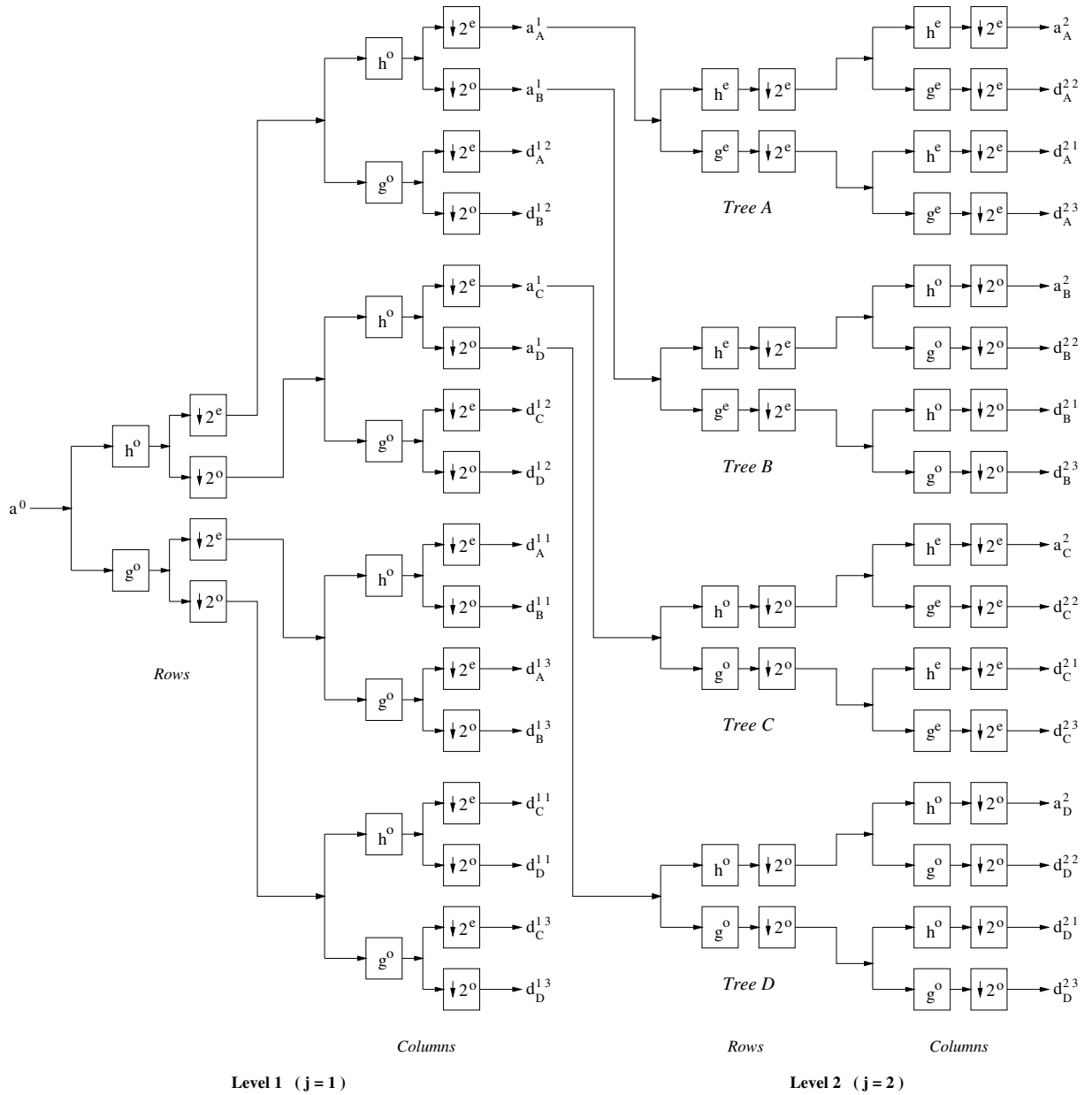


FIG. 2.22 : Banc de filtres du quad-arbre pour la transformée en ondelettes complexe bidimensionnelle.



té des contours, elles nécessitent un traitement supplémentaire pour étudier les modèles de l'image, ce qui entraîne un surcoût de calcul. Le tableau 2.1 présente une comparaison des différentes transformées étudiées en termes de la nature de la singularité, de l'aspect multi-échelles et du nombre d'orientations.

**TAB. 2.1 :** Comparaison entre les différents transformés géométriques.

type	multi-échelle	redondance	nature de singularité	nombre d'orientation	inversion
Radon	Non	Oui	droite	infinité	Oui
Ondelettes	Oui	Oui	ponctuelle	3	Oui
Ridgelets	Non	Oui	droite	infinité	Oui
Curvelets	Oui	Oui	des segments des contours	$2^k$	Oui
Contourlets	Oui	peu de redondance	des segments des contours	$2^k$	Oui
Bandelettes	Oui	Oui	des contours dans quadtree	infinité	Oui
Wedgelets	Oui	Oui	Edegels	infinité	Oui
Ondelettes complexes	Oui	Oui	des segments des contours	$2^k$	Oui

## 2.4 Conclusion

Les ondelettes est l'un des outils importants que les chercheurs ont utilisé dans de nombreuses applications en raison de ses avantages et caractéristiques dépendant de l'analyse du signal, qui joue un grand rôle dans le traitement du signal numérique. Dans ce chapitre, nous avons étudié tout particulièrement les transformées en ondelettes géométriques qui sont utilisées pour améliorer les performances de l'ondelette classique dans plusieurs applications comme l'estimation de mouvement. Ce chapitre se compose de deux parties : la première partie est un bref rappel sur les définitions et les propriétés des ondelettes ainsi que l'explication de principe d'analyse multi-résolution. La seconde partie de ce chapitre est consacrée à la présentation des nouveaux outils d'analyse multi-résolution qui sont les Ridgelets, les Curvelets, les Contourlets, les Wedgelets, les bandelettes et les ondelettes complexes. Il est apparu que les transformations habituelles de

type séparable, telles que la transformée en ondelettes, avèrent former une catégorie restreinte et limitée des possibilités de représentations des images et des signaux multidimensionnels. Cette limitation est due, en premier lieu, au fait que de telles représentations ne prennent pas en compte la régularité des structures géométriques dans l'image. Comprendre comment représenter les structures géométriques complexes est devenu donc un enjeu crucial pour améliorer l'état de l'art d'analyse de l'image. Le but de ces transformées est d'améliorer la concentration de l'énergie dans un minimum de coefficients de la transformée pour aller dans le sens d'une représentation creuse. Donc, dans le cadre de cette thèse, l'application concerne l'estimation de mouvement des séquences d'images, en utilisant les transformées géométriques, telles que la transformée en Contourlets et la transformée en ondelettes complexes.

---

## ESTIMATION DE MOUVEMENT PAR LA TRANSFORMÉE EN ONDELETTES GÉOMÉTRIQUES

---

**D**ans le premier chapitre, nous avons posé la problématique de l'estimation de mouvement dans les séquences temporelles et nous avons conçu que malgré la diversité des méthodes d'estimation du mouvement, les chercheurs ont conclu à l'inexistence d'une méthode idéale, applicable à toute les types de séquences d'images. Le second chapitre est consacré à la description de transformations géométriques dans le but de choisir la meilleure représentation plus adaptée à l'estimation de mouvement dans les séquences d'images complexes. Dans ce chapitre nous présentons une approche efficace pour estimer le mouvement dans les séquences d'images à partir d'une décomposition flexible, multi-échelle, multi-directionnelle et invariante par translation. Nous avons choisi ce type de transformation géométrique selon ses caractéristiques qui le rendent approprié pour estimer le mouvement complexe de manière efficace. Cette technique combine la méthode différentielle du flot optique et la transformée en ondelettes géométriques afin de calculer la vitesse de chaque pixel de l'image. Les performances de la méthode proposée sont évaluées sur des séquences artificielles et réelles. Ce chapitre présente les résultats selon un plan en quatre parties. Premièrement, à partir des séquences artificielles nous calculons expérimentalement le flot optique

par la méthode proposée. Puis, nous mesurons l'erreur angulaire de l'algorithme en fonction du flot estimé et réel. La méthode est ensuite testée sur plusieurs séquences artificielles et comparée à différentes approches d'estimation du mouvement. Enfin, nous estimons le mouvement pour des séquences naturelles de qualité et de dynamique variées.

### **3.1 Algorithme d'estimation de mouvement par la transformée en ondelettes géométriques**

#### **3.1.1 Principe de la méthode proposée**

Le principe de cette technique est de projeter l'équation du flot optique sur une base d'ondelettes géométriques. Aussi, on ajoute une hypothèse complémentaire sur la forme du champ de vitesse que l'on désire trouver, qui est l'affinité du flot optique. Le modèle de mouvement affine bidimensionnel est utilisé pour formuler le problème du flot optique par un système linéaire à chaque décomposition simultanément de manière : grossier et fin, par contre la méthode classique : grossier à fin, pour éviter la propagation d'erreur pendant la décomposition de niveau grossier vers le niveau fin.

L'organigramme explicative de l'algorithme proposé dans notre travail est représenté dans la figure 3.1. Il décrit toutes les étapes de la procédure d'estimation de mouvement. Dans cette méthode, nous combinons la méthode différentielle et la transformée en ondelettes géométriques. Cela signifie, que nous utilisons les coefficients des ondelettes géométriques (détails et approximations) comme des paramètres de l'équation du flot optique qui est la base de la méthode différentielle. Les détails remplacent les gradients spatiaux dans l'équation du flot optique et le gradient temporel sera modifié par la différence entre deux approximations des trames successives d'une séquence temporelle.

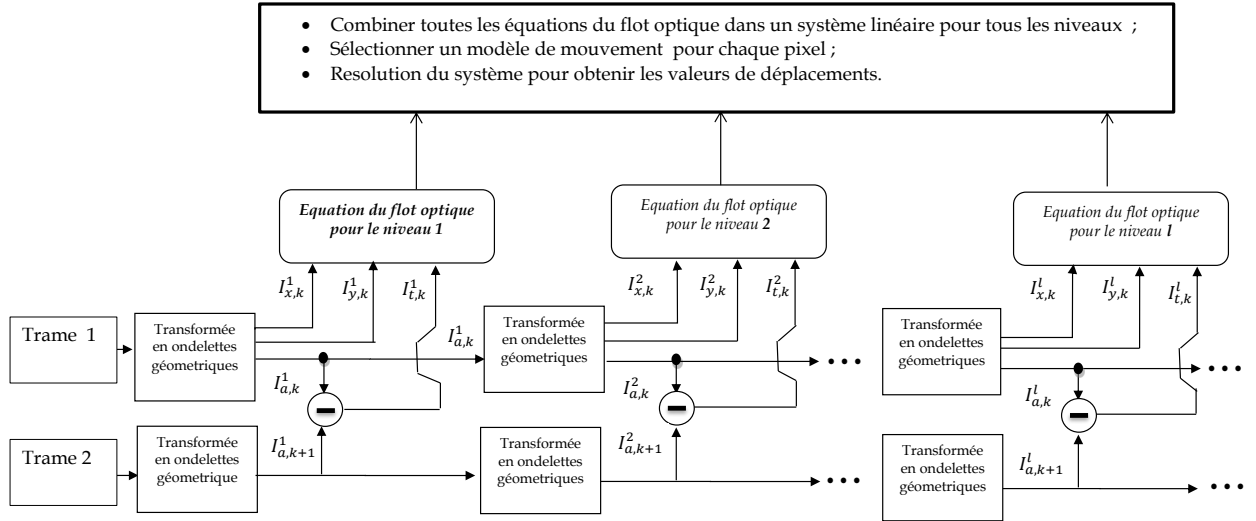


FIG. 3.1 : Organigramme d'estimation de mouvement par la transformée en ondelettes géométriques.

### 3.1.2 Équation de flot optique pour un modèle affine de mouvement

Comme nous avons vu dans le premier chapitre, l'hypothèse du flot optique concerne la conservation au cours de temps de l'intensité lumineuse (ou une autre variable photométrique) entre deux images successives d'une séquence temporelle. Cela s'écrit sous la forme générale :

$$I(x + w, t + dt) - I(x, t) = 0 \quad (3.1)$$

L'hypothèse de conservation peut également s'écrire sous forme différentielle :

$$\frac{dI}{dt} = 0 \quad (3.2)$$

ce qui conduit à

$$\frac{dI(x(t), y(t), t)}{dt} = \frac{\partial I}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial I}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{\partial I}{\partial t} = 0 \quad (3.3)$$

puis

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial I}{\partial x} & \frac{\partial I}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{bmatrix} + \frac{\partial I}{\partial t} = 0 \quad (3.4)$$

enfin

$$\nabla I^T \cdot V + I_t = 0 \quad (3.5)$$

Cette équation est appelée équation de contrainte du mouvement apparent. Cette contrainte est insuffisante pour déterminer le flot complet car le problème est mal posé : on dispose d'une équation linéaire pour deux inconnues.

Nous avons choisi le modèle de mouvement affine, puisqu'il représente plusieurs types de mouvements (translation, rotation, zoom, divergence, etc). Selon le modèle affine, le champ de vitesse peut être s'écrit comme suit :

$$V = H(X, Y)P \quad (3.6)$$

où  $X$  et  $Y$  sont les matrices des coordonnées  $x$  et  $y$ ,  $p = (p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6)$  présente le vecteur des paramètres de modèle affine de mouvement. La matrice  $H(X, Y)$  est définie comme suit :

$$H(X, Y) = \begin{bmatrix} \dots & \dots & & & & & \\ x_i & y_i & 1 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & x_i & y_i & 1 & \\ \dots & \dots & & & & & \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Dans le niveau  $l$ ,  $m = n = 2^{l-1}$ , en remplaçant l'équation (3.7) dans l'équation (3.5) nous obtenons :

$$I_x \cdot H(X, Y)p = -I_t \quad (3.8)$$

Où

$$I_x = \begin{bmatrix} I_{x_1} & I_{y_1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & I_{x_M} & I_{y_M} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$I_t = [I_{t_1} \ I_{t_2} \ \cdots \ I_{t_M}]^T \quad (3.10)$$

Pour chaque niveau  $l$  de décomposition en ondelettes géométriques, nous obtenons les équations du flot optique comme suit :

$$A^l p = I_t^l \quad (3.11)$$

tel que

$$A^l = I_x^l \cdot H(X^l, Y^l) \quad (3.12)$$

$X^l$  et  $Y^l$  sont définis de façon itérative :

$$X^l = D(W \cdot X^{l-1}), X_0 = X \quad (3.13)$$

et

$$Y^l = D(W \cdot Y^{l-1}), Y_0 = Y \quad (3.14)$$

$D$  est la fonction de sous-échantillonnage dyadique. Et  $W$  est l'opération de moyenne. Donc, chaque pixel dans le niveau  $l$  correspond  $2 * 2$  pixels dans le niveau  $l - 1$ . Pour le degré  $L$  de décomposition en ondelettes, il correspond  $2^L * 2^L$  dans l'image originale. En intégrant les contraintes de gradient à tout les niveaux de décomposition pour construire un système linéaire. Les paramètres de modèle affine peuvent être estimés par :

$$Ap = b \quad (3.15)$$

tel que

$$A = [A_0, A_1, \cdots, A_M] \quad (3.16)$$

$$b = -I_t = [I_t^0 \ I_t^1 \ \cdots \ I_t^M]^T \quad (3.17)$$

Les paramètres de modèle affine sont déterminés par la résolution d'équation (3.15) dans le sens de moindre carrée. Le flot optique de centre des pixels pour

le voisinage pixels dans l'image originale peut être estimés par l'utilisation de l'équation (3.6).

---

**Algorithm 4 : Algorithme d'estimation de mouvement par la transformée en ondelettes géométrique.**

---

**Entrées :**  $I(t); I(t+1)$  : images aux temps  $t$  et  $t+1$ .

**Sorties :**  $V$  : Matrice des vecteurs de vitesse.

$I_x$   $\rightarrow$  Dérivée en  $x$  de  $I(t)$  ;

$I_y$   $\rightarrow$  Dérivée en  $y$  de  $I(t)$  ;

$I_t$   $\rightarrow$  Dérivée en  $t$  de  $I(t)$ .

**pour** tous les pixel de l'image analysée **faire**

- Construire les matrices des coordonnées des pixels  $H(X, Y)$  en utilisant l'équation (3.7) ;
- Décomposer les deux images  $I_1$  et  $I_2$  de la séquence temporelle, par la transformée en ondelettes géométriques vers le niveau de décomposition  $L$  afin d'obtenir les images hiérarchiques  $I_{a,1}^l, I_{a,2}^l$  et ses dérivés spatiales du premier ordre  $I_{x,1}^l$  et  $I_{y,1}^l, l = 1, 2, \dots, L$  ;
- Construire les gradients spatiales  $I_{x,1}^l$  et  $I_{y,1}^l$  pour chaque niveau de décomposition, en utilisant les détails horizontales et verticales de la transformée en ondelettes géométriques

$$I_{x,1}^l = I_{h,2}^l \quad (3.18)$$

$$I_{y,1}^l = I_{v,2}^l \quad (3.19)$$

Où  $I_{h,2}^l, I_{v,2}^l$  sont les détails horizontales et verticales respectivement ;

- Calculer les gradients temporelles pour chaque niveau de décomposition par la différence entre les images hiérarchiques  $I_{a,1}^l$  et  $I_{a,2}^l$  ;

$$I_{t,1}^l = I_{a,2}^l - I_{a,1}^l \quad (3.20)$$

- Construire les matrices des dérivés spatiales  $I_x^l$  et les dérivées temporelles  $I_t^l$  en utilisant l'équation (3.9) et (3.10) ;
- Calculer la matrice  $A^l$  en utilisant l'équation (3.16) ;
- Calculer le système linéaire (équation (3.15)) et le résoudre par la méthode de moindres de carrés afin d'obtenir les paramètres de modèle affine ;
- Calculer le flot optique en utilisant l'équation (3.6) ;
- Calculer l'erreur angulaire entre le flot estimé par notre approche et le flot réel.

**fin**

---



## 3.2 Résultats expérimentaux

Nous exposons dans cette partie l'application de la méthode proposée aux séquences artificielles et réelles, aussi nous présentons une comparaison avec d'autres techniques d'estimation de mouvement par l'utilisation de l'erreur angulaire comme un critère d'évaluation.

### 3.2.1 Applications aux séquences synthétiques

Afin d'évaluer les performances de la méthode proposée, nous avons choisi trois séquences artificielles<sup>1</sup> : Arbre en translation, Arbre en divergence et Yosemite dans le but d'une comparaison avec les travaux de la bibliographie.

- **Séquence Yosemite** : Cette séquence est la plus couramment utilisée dans l'estimation de mouvement, elle est de taille  $252 \times 316$  et nommée Yosemite d'après le nom du parc américain contenant la vallée. L'avantage de cette séquence est d'être composé de mouvements complexes (composés) et non de simples rotations ou translations, elle représente le survol d'une chaîne montagneuse par un avion. L'amplitude du flot optique va de 0 pixel/image au point d'expansion à 5 pixels/image dans le coin gauche inférieur. Il existe une frontière de mouvement importante entre le ciel et les montagnes.

- **Séquences arbre en divergence et arbre en translation** : représentent les séquences de translation et la divergence de l'image d'un arbre. Ces images sont créées par le déplacement d'une caméra sur un plan d'image d'un arbre. La vitesse de la séquence de translation est variée entre 1.7 pixels/image à gauche et 2.3 pixels/image à droite, et la vitesse de l'image de divergence est variée de 1.29 pixels/image sur le côté gauche, 1.86 pixels/image sur le côté droit et 0 pixels/image au centre. Les deux séquences correspondent la taille  $150 \times 150$ .

---

<sup>1</sup><http://www.csd.uwo.ca/faculty/barron/>



(a) séquence arbre en translation.

(b) séquence arbre en divergence.

(c) séquence yosemite.

FIG. 3.2 : Séquences de test artificielles.

### 3.2.2 Critère d'évaluation de la méthode proposée

Le paramètre le plus souvent utilisée pour mesurer la performance du flot optique est l'erreur angulaire popularisée par Baron et al (Barron1994). L'erreur angulaire est calculée entre la vitesse correcte (flot réel) et la vitesse estimée (flot mesuré) :

$$\phi = \arccos \left( \frac{u_e u_c + v_e v_c + 1}{\sqrt{u_e^2 + v_e^2 + 1} \sqrt{u_c^2 + v_c^2 + 1}} \right) \quad (3.21)$$

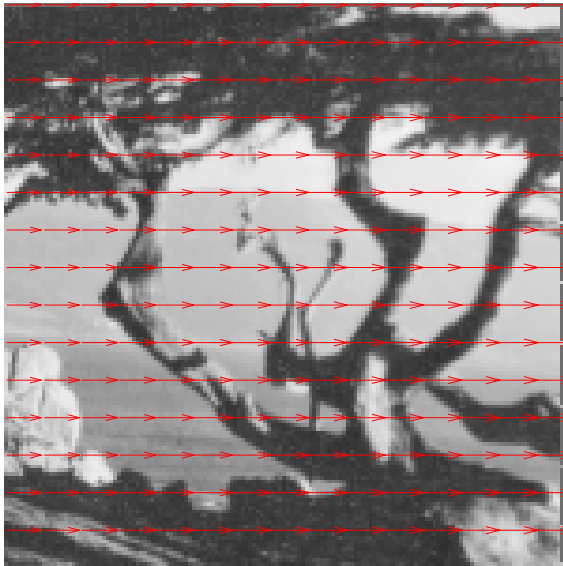
Où  $(u_c; v_c)$  et  $(u_e; v_e)$  désignent respectivement le flot optique correct et estimé .

### 3.2.3 Choix du type d'ondelette géométrique utilisé dans l'estimation de mouvement

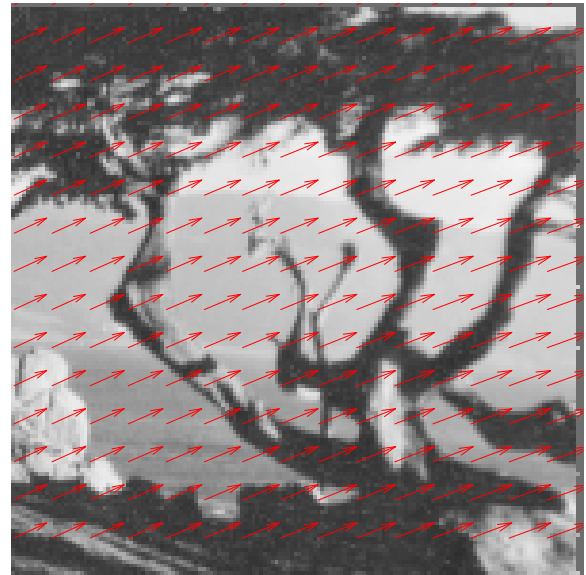
Nous proposons dans ce travail deux types d'ondelettes géométriques (ondelette complexe et Contourlet) pour réaliser l'estimation de mouvement.

### 3.2.4 Simulation de la méthode proposée pour les séquences synthétiques

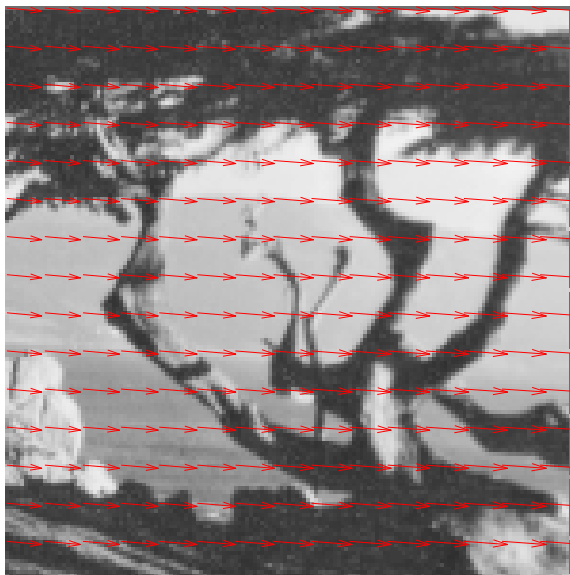
Dans cette partie, nous présenterons les résultats de simulations, en utilisant la transformée en ondelettes discrètes et la transformée en ondelettes géométriques. Les résultats visuels du flot optique pour la méthode proposée sont respectivement présentés dans les figures suivantes sous la forme d'un champ



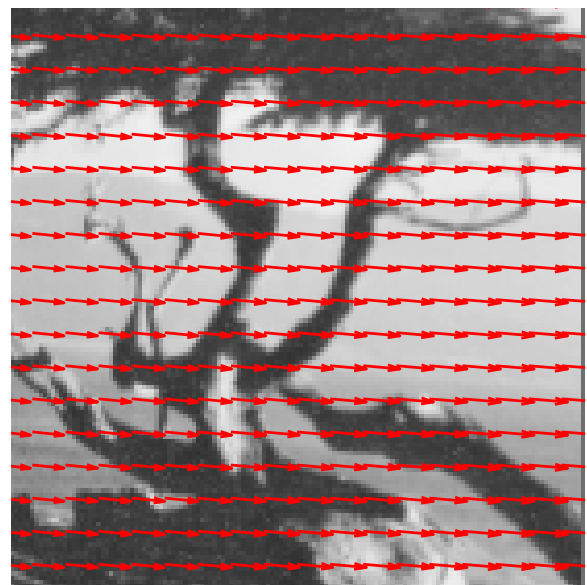
(a) Flot optique réel.



(b) Flot optique estimé par la transformée en ondelettes discrètes.

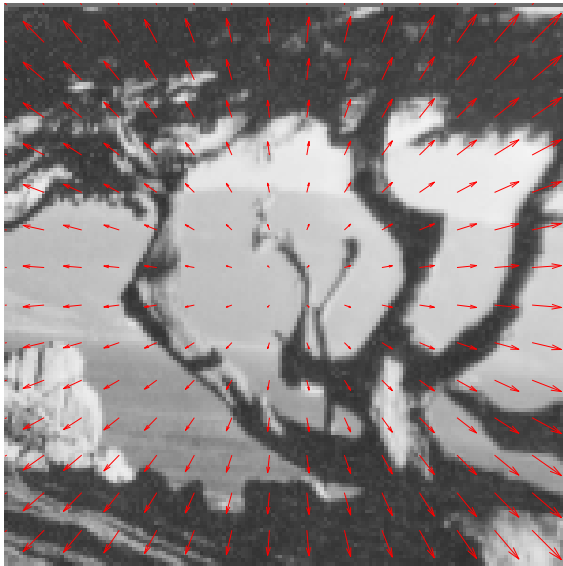


(c) Flot optique estimé par la transformée en Contourlets.

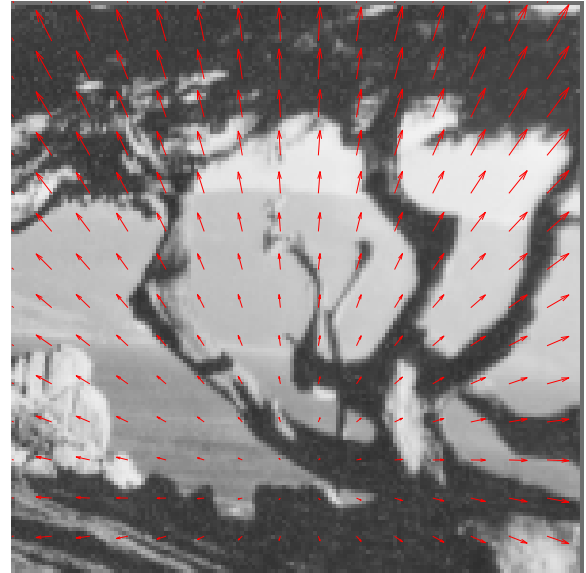


(d) Flot optique estimé par la transformée en ondelettes complexes.

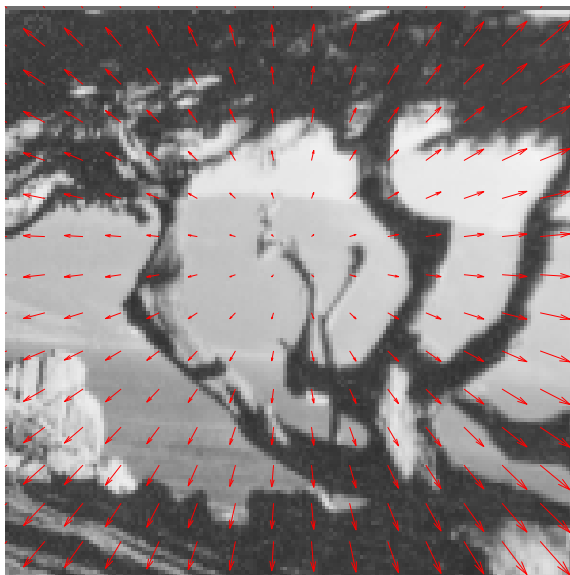
FIG. 3.3 : Les simulations de la séquence Arbre en translation.



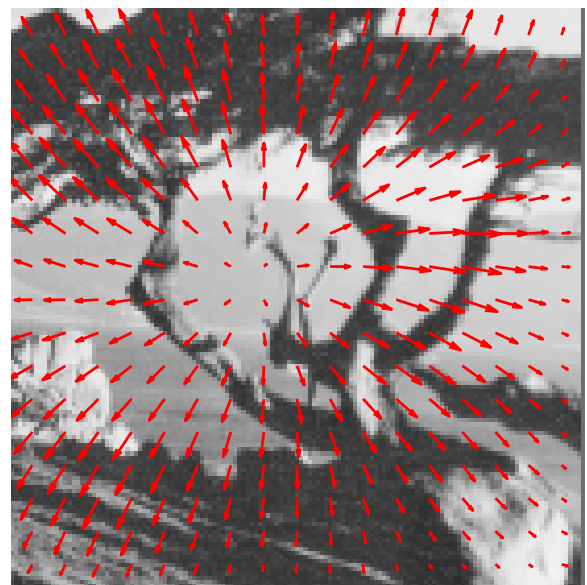
(a) Flot optique réel.



(b) Flot optique estimé par la transformée en ondelettes discrètes.

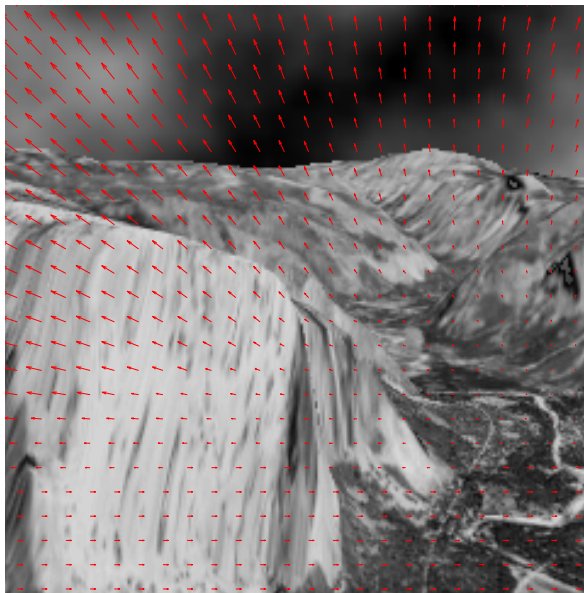


(c) Flot optique estimé par la transformée en Contourlets.



(d) Flot optique estimé par la transformée en ondelettes complexes.

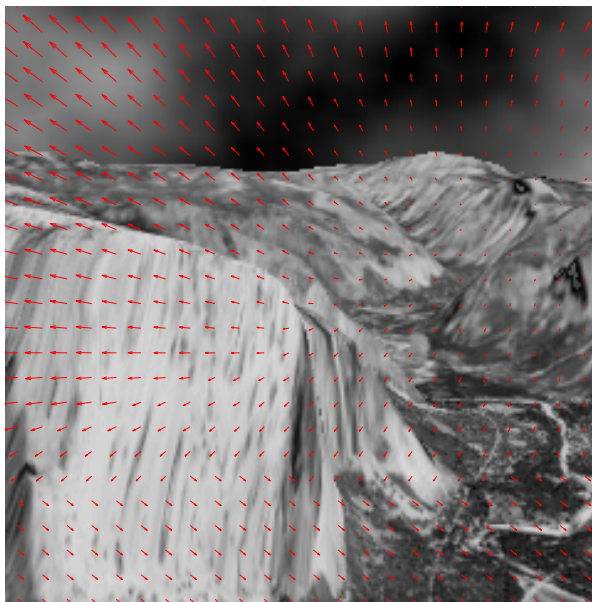
**FIG. 3.4 :** Les simulations de la séquence Arbre en divergence.



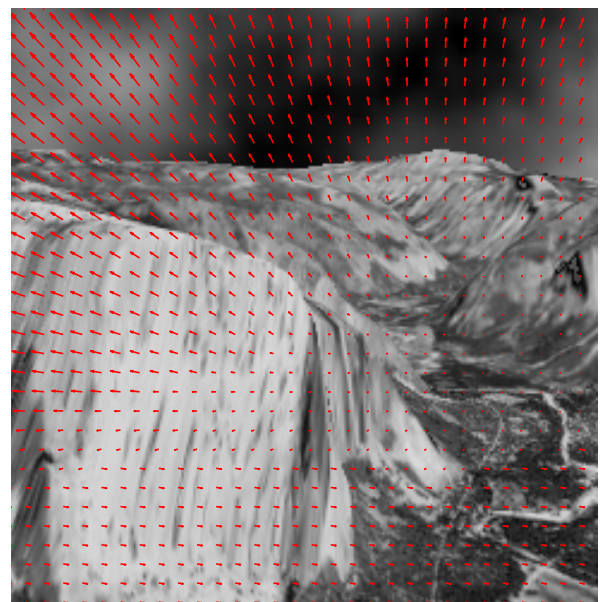
(a) Flot optique réel.



(b) Flot optique estimé par la transformée en ondelettes discrètes.



(c) Flot optique estimé par la transformée en Contourlets.



(d) Flot optique estimé par la transformée en ondelettes complexes.

FIG. 3.5 : Les simulations de la séquence Yosemite

de vecteurs superposé aux images.

- **Séquences arbre en translation** : La figure 3.3a présente le flot optique réel de la séquence Arbre en translation. Nous avons testé notre méthode avec la TOD, la transformée en ondelettes complexes et la transformée en Contourlets. Le mouvement estimé est présenté en figure 3.3b dans le cas de l'estimation par TOD, en figure 3.3d dans le cas de l'estimation par la transformée en ondelettes complexes et en figure 3.3c dans le cas de l'estimation par la transformée en Contourlets. L'estimation au sens de TOD estime le mouvement de façon moyenne. En revanche, l'utilisation de l'ondelette géométrique permet de déterminer le champ de déplacement au mieux à l'ensemble des points de l'image.

- **Séquence Arbre en divergence** : On remarque la même chose pour cette séquence, lorsque nous comparons le flot optique mesuré par notre approche (figures 3.4d et 3.4c) et le flot correct (figure 3.4a), nous constatons qu'il y'a une convergence importante entre les deux. Par contre, la comparaison avec le flot optique mesuré par la méthode basé sur la TOD attribue une différence apparente (figure 3.4b).

- **Séquence Yosemite** : Cette séquence est plus complexe et composé de plusieurs objets en mouvement. Nous notons que notre méthode offre des meilleurs résultats grâce à l'utilisation de l'ondelette géométrique et calcule correctement le mouvement complexe (figures 3.5d et 3.5c). Au contraire, la méthode basée sur la TOD donne une différence évidente entre le flot correct (figure 3.5a) et le flot estimé (figure 3.5b).

### 3.2.5 Comparaison avec les résultats de la littérature

Dans cette section, nous menons des tests comparatifs entre les performances obtenues de notre méthode d'estimation de mouvement proposé et les résultats

de la littérature<sup>2</sup> relatifs aux travaux de Horn et Shcunk (original), Lucas et Kanade, Anandan, Sing, Heeger, Waxman et Fleet et Jepson.

Les tableaux 3.1 - 3.3 présentent une comparaison entre les résultats obtenus par la méthode proposée et d'autres techniques présentées dans la littérature.

- **Séquences arbre en translation** : Nous signons pour cette séquence, que les erreurs angulaires sont faibles et relativement similaires dans la majorité des méthodes, telles que les techniques proposées par Lucas et Kanade, Anandan, Singh, Heeger, Fleet et Jepson et notre approche. En revanche, les méthodes de Horn et Schunk (originale), Waxman et al ont produit des erreurs importantes ( $38.43^\circ$  et  $11.23^\circ$  respectivement). La méthode basée sur la transformée en ondelettes discrètes produit une erreur moyenne ( $5.23^\circ$ ), au contraire notre méthode offre une erreur faible ( $2.02^\circ$  pour la transformée en ondelettes complexes et  $1.48^\circ$  pour la transformée en Contourlets) au prix de complexité inférieure (2 images utilisés).

- **Séquence Arbre en divergence** : On remarque la même chose pour cette séquence, lorsque nous comparons entre le flot optique mesuré par notre approche et le flot correct, nous constatons qu'il ya une convergence importante entre les deux. Par contre, la comparaison avec le flot optique mesuré par la méthode basée sur la transformée en ondelettes discrètes attribue d'une différence apparente. Ainsi, la séquence arbre en divergence produit une erreur faible ( $2.02^\circ$  pour la transformée en ondelettes complexes et  $1.48^\circ$  pour la transformée en Contourlets), qui peuvent être comparé par d'autres méthodes d'estimation. Les résultats obtenus concernant notre approche sont meilleurs en comparaison avec les autres méthodes, en terme d'une erreur inférieur et complexité plus faible.

- **Séquence Yosemite** : La séquence complexe Yosemite contient trop de directions et seulement notre approche assure une erreur plus faible par rapport à d'autres méthodes similaires dans la littérature, par contre les techniques de Horn et Schunk (original), Anandan, Heeger, Waxman et al. produisent des erreurs

---

<sup>2</sup>J.L. Barron, D.J. Fleet et S.S. Beauchemin. Performance of optical flow techniques, *International Journal of Computer Vision*, 1(12) :4377, 1994.

élevés. Les approches Lucas et Kanade, Fleet et Jepson produisent des erreurs moyennes. Cette comparaison montre l'efficacité de notre approche pour calculer le flot optique d'une séquence complexe contenant un certain nombre de directions.

**TAB. 3.1 :** Comparaison des différentes méthodes d'estimation de mouvement pour la séquence synthétique Arbre en translation.

Méthode	Erreur Angulaire
Horn et Schunk(original)	38.72°
Lucas et Kanade	0.56°
Anandan	4.54°
Singh	1.11°
Heeger (niveau 0)	8.10°
Heeger (niveau 1)	4.53°
Waxman et al.	11.23°
Fleet et Jepson( $\tau = 1.0$ )	0.25°
Estimation de mouvement par la transformée en ondelettes discrètes	5.08°
Estimation de mouvement par la transformée en ondelettes complexes	2.02°
Estimation de mouvement par NSCT	1.48°

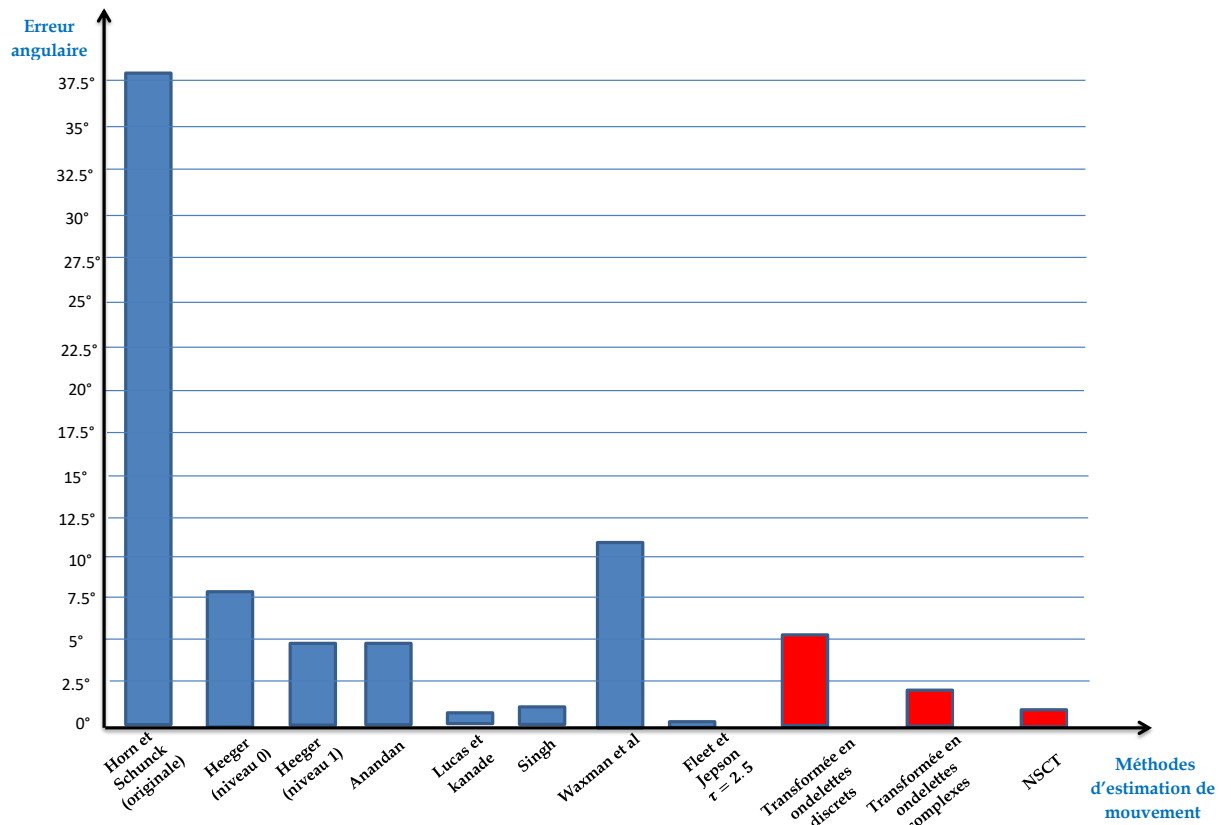
**TAB. 3.2 :** Comparaison des différentes méthodes d'estimation de mouvement pour la séquence synthétique Arbre en divergence.

Méthode	Erreur Angulaire
Horn et Schunk(original)	12.02°
Lucas et Kanade	1.65°
Anandan	7.64°
Singh	8.40°
Heeger	4.95°
Waxman et al.	11.23°
Fleet et Jepson( $\tau = 1.0$ )	0.73°
Estimation de mouvement par la transformée en ondelettes discrètes	5.45°
Estimation de mouvement par la transformée en ondelettes complexes	2.11°
Estimation de mouvement par NSCT	1.21°



**TAB. 3.3 :** Comparaison des différentes méthodes d'estimation de mouvement pour la séquence synthétique Yosemite.

Méthode	Erreur Angulaire
Horn et Schunk(originale)	32.43°
Lucas et kanade	3.05°
Anandan	15.84°
Singh	12.90°
Heeger (niveau 0)	20.89°
Heeger (niveau 1)	10.51°
Waxman et al.	20.32°
Fleet et Jepson( $\tau = 2.5$ )	4.29°
Estimation de mouvement par la transformée en ondelettes discrètes	6.458°
Estimation de mouvement par la transformée en ondelettes complexes	0.62°
Estimation de mouvement par NSCT	0.38°

**FIG. 3.6 :** Comparaison des différentes méthodes d'estimation de mouvement pour la séquence synthétique Arbre en translation.

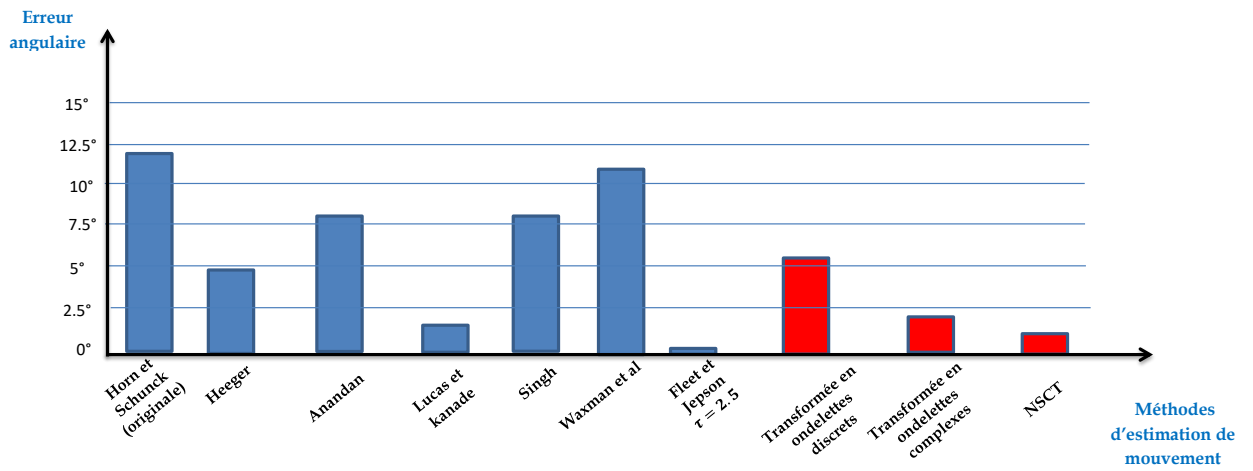


FIG. 3.7 : Comparaison des différentes méthodes d'estimation de mouvement pour la séquence synthétique Arbre en divergence.

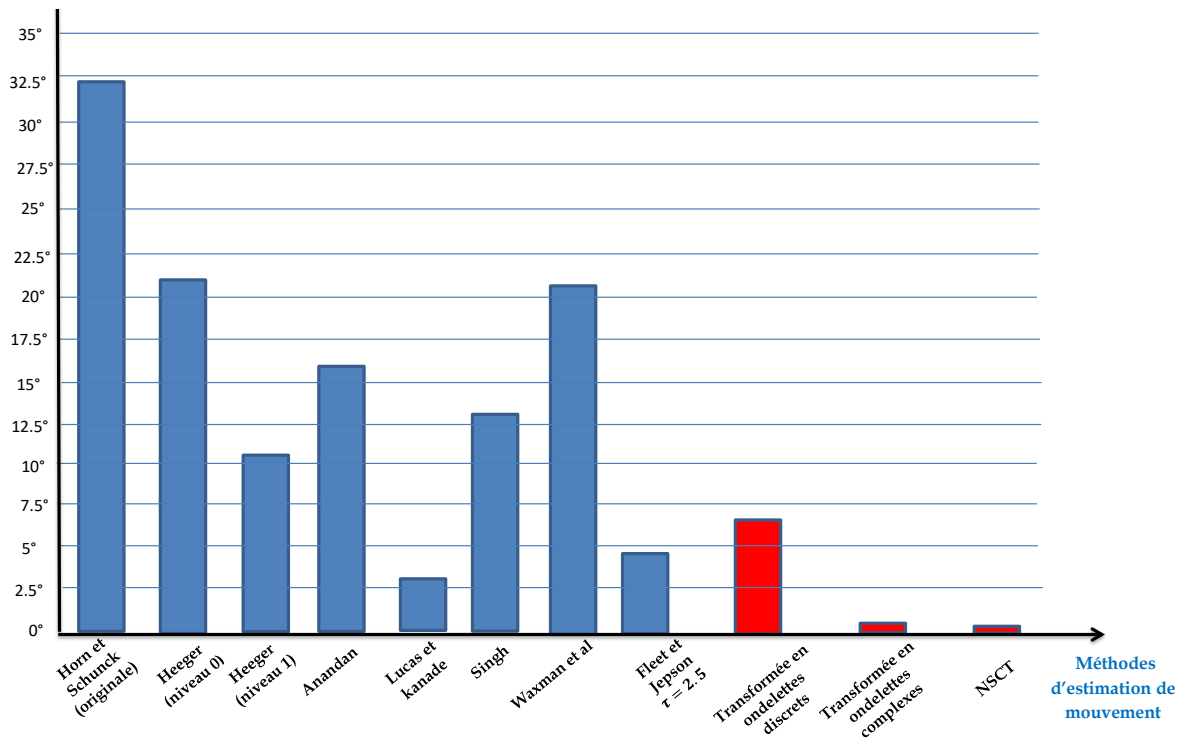
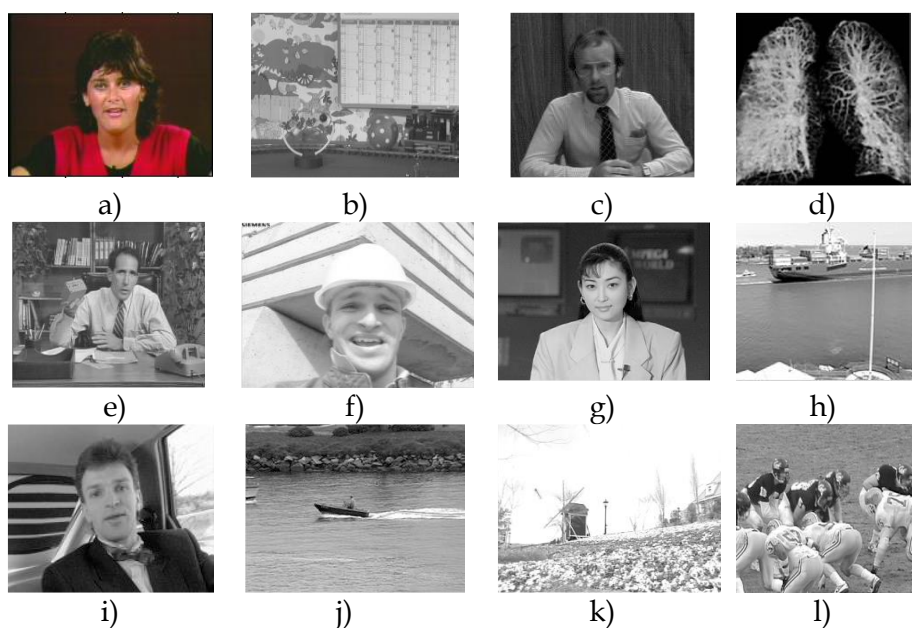


FIG. 3.8 : Comparaison des différentes méthodes d'estimation de mouvement pour la séquence synthétique Yosemite.

### 3.2.6 Applications aux séquences réelles

Dans cette section, on teste l'efficacité de la méthode proposée pour les séquences réelles. Nous choisirons des séquences d'images avec des caractéristiques différentes (rapides, lentes, complexes, simples, couleurs, niveau de gris et médicales) pour juger la capacité de l'algorithme utilisé à estimer le mouvement de différents types de séquences. Ces séquences sont utilisées par la plupart des chercheurs comme des références de test<sup>3</sup>. Les caractéristiques des séquences vidéo utilisées sont présentées dans le tableau 3.4 et une image de chaque séquence est illustrée sur la figure 3.9.



**FIG. 3.9** : Séquences de tests naturels : a) Missa, b) Caltraint, c) Trevor, d) Poumons atteint de COVID-19, e) Salesman, f) Foreman, g) Akiyo, h) Container, i) Carphone, j) Coastguard, k) Flower, l) Football.

Nous avons sélectionné quatre séquences temporelles pour réaliser les résultats subjectifs de la méthode proposée.

<sup>3</sup><http://www.cipr.rpi.edu/resource/sequences>.

TAB. 3.4 : Les séquences vidéos utilisées et leurs caractéristiques

Séquence	Format	Dimensions	Nbr des images	Description
Missa	RGB	288*352	99	Séquence lente, couleur, simple et un seul objet en mouvement
Trevor	Gray	256*256	98	Séquence lente, niveau de gris, simple et un seul objet en mouvement
Poumons atteint de COVID-19.	Gray	256×256	2	Séquence médicale IRM
Caltraint	RGB	400×512	31	Séquence rapide, couleur et complexes
Salesman	Gray	288×352	99	Séquence lente
Surfside	Gray	1024×2048	16	Séquence rapide
Foreman	Gray	288×352	299	Séquence moyenne
Akiyo	Gray	288×352	299	Séquence lente
Container	Gray	144×176	299	Séquence lente
Carphone	Gray	144×176	299	Séquence moyenne
Coastguard	Gray	288×352	299	Séquence lente
Flower	Gray	288×352	299	Séquence rapide
Football	Gray	288×352	250	Séquence rapide



(a) Image initiale.



(b) Image courante.

FIG. 3.10 : Image initiale et courante de la séquence Missa.



(a) Image initiale.



(b) Image courante.

**FIG. 3.11 :** Image initiale et courante de la séquence Trevor.



(a) Image initiale.

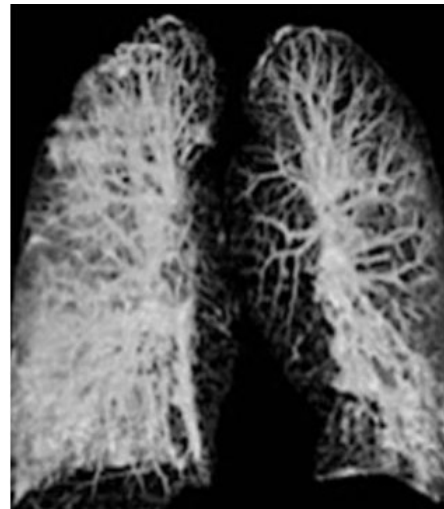


(b) Image courante.

**FIG. 3.12 :** Image initiale et courante de la séquence Caltraint.



(a) Image initiale.



(b) Image courante.

**FIG. 3.13 :** Image initiale et courante de la séquence médicale (poumons d'un patient atteint de coronavirus COVID-19).

• **Missa :** La figure 3.10 présente une image initiale et courante de la séquence Missa. La séquence Missa présente le mouvement d'une lectrice des nouvelles. Nous avons testé notre méthode avec une estimation au sens d'ondelette discrète, ondelette complexe et une estimation avec la transformée en Contourlets.

Les figures 3.14 et 3.15 mettent en évidence le champs de mouvement entre deux images  $I((x,y),t)$  et  $I((x,y),t+1)$  pour chaque type d'ondelette. La différence compensée entre les deux images :

$$DFD(v) = I((x,y),t+1) - I((x,y) + v,t). \quad (3.22)$$

où une interpolation bilinéaire a été utilisé pour calculer l'image compensé  $I((x,y) + v,t)$  est présentée en figure 3.16. On remarque que le flot optique est estimé précisément par rapport aux ondelettes géométriques, ceci est confirmé par la qualité des images prédites par la compensation de mouvement.



(a) Estimation de mouvement basée sur la transformée en onde-



(b) Estimation de mouvement basée sur la transformée en Contourlets.



(c) Estimation de mouvement basée sur la transformée en ondelette discrète.

**FIG. 3.14** : Champs de mouvement estimé de la séquence Missa.



(a) Estimation de mouvement basée sur la transformée en onde-



(b) Estimation de mouvement basée sur la transformée en Contourlets.



(c) Estimation de mouvement basée sur la transformée en onde-  
lettes discrètes.

**FIG. 3.15 :** Colormap de champs de mouvement estimé de la séquence Missa.





(a) Image compensée par le mouvement estimé par la transfor-



(b) Image compensée par le mouvement estimé par la transfor-  
mée en Contourlets.



(c) Image compensée par le mouvement estimé par la transfor-  
mée en ondelettes discrètes.

**FIG. 3.16 :** Images prédites par compensation de mouvement de la séquence Missa.



(a) Estimation de mouvement basée sur la transformée en ondelettes complexes.



(b) Estimation de mouvement basée sur la transformée en Contourlets.



(c) Estimation de mouvement basée sur la transformée en ondelettes discrètes.

**FIG. 3.17** : Champs de mouvement estimé de la séquence Trevor.



(a) Estimation de mouvement basée sur la transformée en ondelettes complexes.



(b) Estimation de mouvement basée sur la transformée en Contourlets.



(c) Estimation de mouvement basée sur la transformée en ondelettes discrètes.

**FIG. 3.18** : Colormap de champs de mouvement estimé de la séquence Trevor.



(a) Image compensée par le mouvement estimé par la transformée en ondelettes complexes.

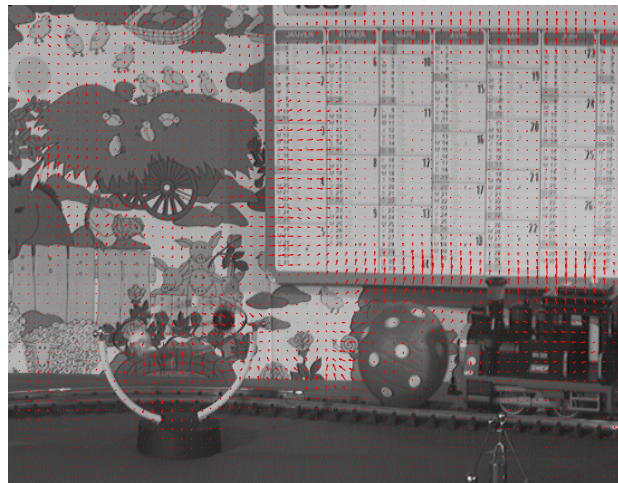


(b) Image compensée par le mouvement estimé par la transformée en Contourlets.

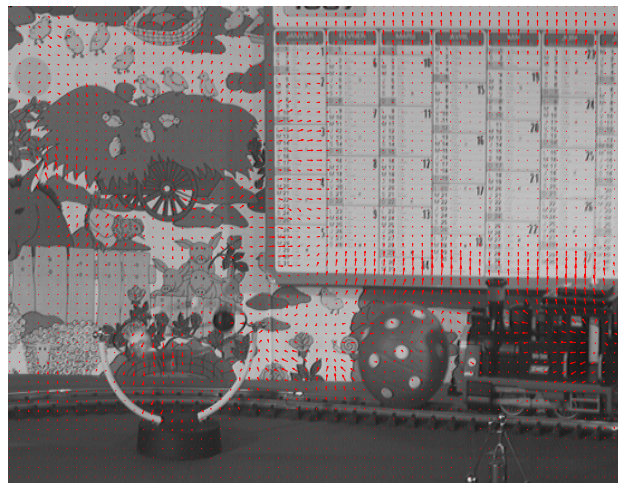


(c) Image compensée par le mouvement estimé par la transformée en ondelettes discrètes.

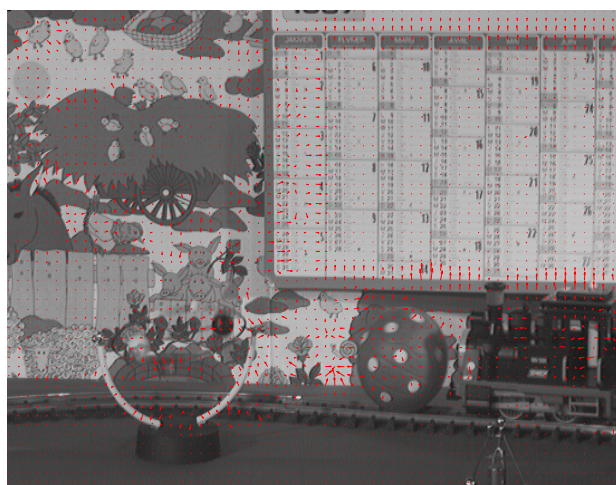
**FIG. 3.19** : Images prédites par compensation de mouvement de la séquence Trevor.



(a) Estimation de mouvement basée sur la transformée en ondelettes complexes.



(b) Estimation de mouvement basée sur la transformée en Contourlets.



(c) Estimation de mouvement basée sur la transformée en ondelettes discrètes.

FIG. 3.20 : Champs de mouvement estimé de la séquence Caltraint.



(a) Estimation de mouvement basée sur la transformée en ondelettes complexes.



(b) Estimation de mouvement basée sur la transformée en Contourlets.



(c) Estimation de mouvement basé sur la transformée en ondelettes discrète.

**FIG. 3.21** : Colormap de champs de mouvement estimé de la séquence Caltrain.



(a) Image compensée par le mouvement estimé par la transformée en ondelettes complexes.



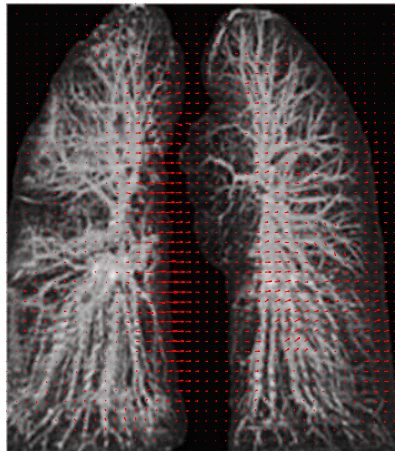
(b) Image compensée par le mouvement estimé par la transformée en Contourlets.



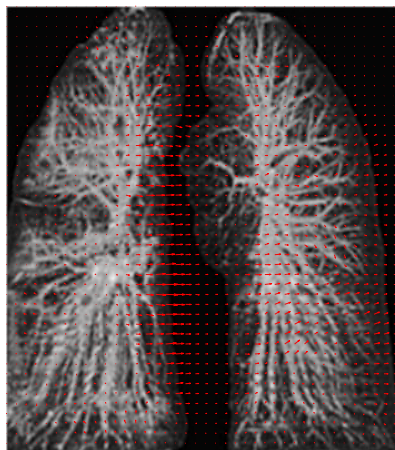
(c) Image compensée par le mouvement estimé par la transformée en ondelettes discrètes.

FIG. 3.22 : Images prédites par compensation de mouvement de la séquence Caltraint.

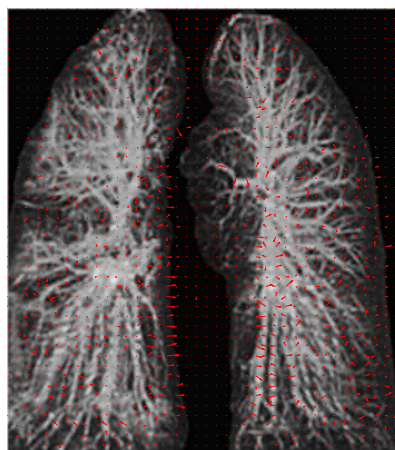




(a) Estimation de mouvement basée sur la transformée en ondelettes complexes.



(b) Estimation de mouvement basée sur la transformée en Contourlets.



(c) Estimation de mouvement basée sur la transformée en ondelette discrète.

**FIG. 3.23** : Champs de mouvement estimé de la séquence médicale (poumons d'un patient atteint de coronavirus COVID-19).

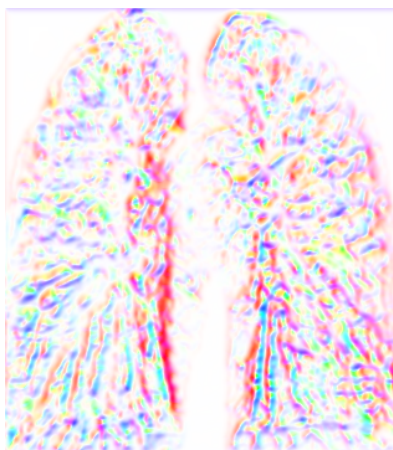




(a) Estimation de mouvement basée sur la transformée en ondelettes complexes.

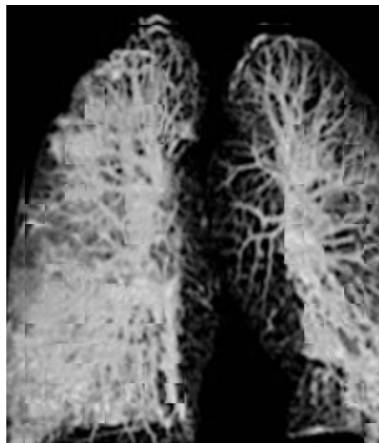


(b) Estimation de mouvement basée sur la transformée en Contourlets.

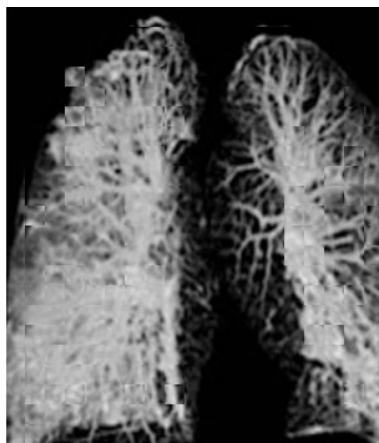


(c) Estimation de mouvement basée sur la transformée en ondelettes discrètes.

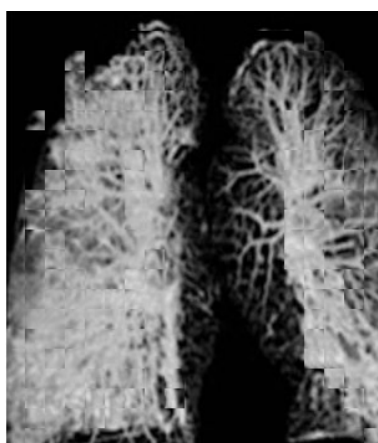
**FIG. 3.24** : Colormap de champs de mouvement estimé de la séquence médicale (Poumons d'un patient atteint de coronavirus COVID-19).



(a) Image compensée par le mouvement estimé par la transformée en ondelettes complexes.



(b) Image compensée par le mouvement estimé par la transformée en Contourlets.



(c) Image compensée par le mouvement estimé par la transformée en ondelettes discrètes.

**FIG. 3.25** : Images prédites par compensation de mouvement de la séquence médicale (poumons d'un patient atteint de coronavirus COVID-9).

• **Séquence Trevor** : La séquence Trevor présente le mouvement d'un lecteur des nouvelles (figure 3.11). Le résultat de l'estimation de mouvement est présenté dans les figures 3.17 et 3.18. À travers cette séquence, nous sommes également assurés de la capacité des ondelettes géométriques à estimer le flot, et cela est confirmé par les images compensées par le champ de mouvement.

• **Séquence Caltraint** : Cette séquence plus complexe est composée de plusieurs objets en mouvement, un train électrique qui avance de la droite vers la gauche tout en poussant un ballon, un mobile en rotation et un calendrier asservi d'un mouvement vertical. De plus, l'ensemble de l'image subit un mouvement de translation apparent de la gauche vers la droite dû au mouvement de la caméra (figure 3.12). Les figures 3.21a et 3.21 illustrent le champ de mouvement pour chaque type d'ondelettes. On remarque comme prévu que l'estimation par la transformée en ondelettes complexes tend à déterminer le champ des déplacements qui correspond au mieux à l'ensemble des points de l'image (figure 3.21b). Aussi, l'estimation de mouvement basée sur la transformée en Contourlets calcule correctement le mouvement dominant dans l'image (figure 3.21c). Par contre, l'estimation à base d'ondelette discrète produit un résultat moyen (figure 3.20). Les mêmes remarques pour les images compensées par le champ de mouvement (figure 3.22). Les images prédites par compensation de mouvement en utilisant les ondelettes géométriques offrent une qualité d'image remarquable par rapport à la transformée en ondelettes discrètes.

• **Poumons d'un patient atteint de coronavirus COVID-19** : Nous allons appliquer la méthode proposée d'estimation de mouvement pour une séquence médicale (poumons d'un patient atteint de coronavirus COVID-19 figure 3.13) dans le but de mesurer le mouvement du coronavirus. Les figures 3.23 et 3.24 illustrent le champ de mouvement pour chaque type d'ondelettes. À travers cette séquence, nous sommes également assurés de la capacité des ondelettes

géométriques à estimer le mouvement de coronavirus, et cela est confirmé par les images compensées par le champs de mouvement (voir figure 3.25).

Les séquences naturelles ne possèdent pas leur flot optique correct. En conséquence, l'erreur angulaire n'a pas été utilisée comme outil d'évaluation. Alors, il est nécessaire d'utiliser un autre critère d'évaluation basé sur la prédiction par compensation temporelle de mouvement ce qui prouve l'efficacité de l'estimation de mouvement pour les séquences réelles.

Donc, Afin de quantifier les performances de l'estimation de mouvement, nous avons employé le rapport PSNR. Ce rapport est défini en décibel comme suit :

$$\phi = 10 \log_{10} \frac{255^2}{\sum \sum \frac{1}{N} (\hat{g}_{mn}^2 - g_{mn}^2)^2} \quad (3.23)$$

où  $\hat{g}$  est l'estimée de  $g$  et  $N \times M$  est la taille de l'image.

Le tableau 3.5 présente le PSNR pour toutes les séquences d'images testées. Les résultats expérimentaux ont montré que les performances des images prédites par compensation de mouvement (PSNR), avec la méthode basée sur les ondelettes géométriques, s'avèrent supérieures à celle de la méthode basée sur les ondelettes discrètes. Cette performance a été constatée surtout sur les images complexes (contenant plusieurs directions).

### 3.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés au problème d'estimation du mouvement entre deux images consécutives d'une séquence. La méthode présentée est basée sur la transformée en ondelettes géométriques qui réduit les limitations de TOD : la sensibilité de translation, la diminution de directionnalité, et l'information de la phase. L'idée clef de cette méthode est de faire la conversion de problème de minimisation d'un critère en fonction de contrainte d'image (équation du flot optique) vers une résolution d'un système linéaire. La solution de ce

**TAB. 3.5 :** Comparaison de résultats de prédiction par compensation de mouvement.

Séquence	PSNR(dB)		
	Transformée en onde- lettes discrètes	Transformée en onde- lettes complexes	Transformée en Contour- lets
Missa	30.04	36.98	37.99
Trevor	29.02	35.36	36.95
Poumons atteint de COVID-19	28.17	37.46	38.56
Caltraint	27.45	36.45	37.12
Salesman	29.02	35.45	37.65
Surfside	30.05	36.65	37.06
Foreman	31.02	36.35	37.03
Akiyo	30.89	36.87	36.99
Container	29.54	37.02	38.56
Carphone	30.96	36.28	37.85
Coastguard	30.99	37.05	37.88
Flower	29.32	37.41	38.01
Football	30.21	36.25	37.96

Le système consiste à calculer les valeurs des paramètres de modèle affine du flot optique, ce dernier peut être déterminé en fonction de ces paramètres.

Nous avons exposé la simulation de la méthode proposée sur des séquences artificielles et réelles, ainsi nous avons fait une comparaison avec d'autres techniques d'estimation de mouvement, en utilisant l'erreur angulaire comme un critère d'évaluation. Les expérimentations montrent que la méthode proposée est précise et mieux adaptée à l'estimation de mouvement pour les séquences complexes par rapport à d'autres techniques.

---

## ESTIMATION DE MOUVEMENT POUR LES SÉQUENCES BRUITÉES PAR LA TRANSFORMÉE EN ONDELETTES GÉOMÉTRIQUES

---

Une grande recherche a été consacrée à l'estimation du champ du mouvement 2D, ou du flot optique entre des images successives vu son utilité dans de diverses applications contenant à la fois les tâches d'analyse et de codage de séquences d'images. La multitude de ces travaux ne tiennent pas compte de l'impact du bruit sur l'estimation du mouvement. Cependant, il existe diverses situations où le mouvement doit être estimé en présence de bruit. Dans ce chapitre, nous nous intéressons au problème d'estimation de mouvement apparent 2D dans le cas des séquences d'images bruitées. Nous exposons une technique utilisant conjointement le débruitage par la transformée en ondelettes géométriques et une estimation de mouvement basée sur la technique différentielle de Horn & Schunck. Des tests ont été faits sur des séquences d'images à bruit synthétique. Les résultats obtenus révèlent la capacité de la méthode proposée à estimer le mouvement dans ce genre de situations.

#### 4.1 Position du problème

La luminance de deux images successives d'une séquence bruitée peut être formulée, en tenant compte explicitement de l'effet du bruit, comme suit :

$$f(p, t) = I(p, t) + n(p, t) \quad (4.1)$$

$$f(p, t + 1) = I(p - d, t) + n(p, t + 1) \quad (4.2)$$

Avec,  $I(p, t)$  l'intensité lumineuse de l'image non bruitée au point  $p$  et à l'instant  $t$ ,  $n(p, t)$  un bruit Gaussien corrélé de moyenne nulle et de variance inconnue,  $f(p, t)$  l'intensité lumineuse de l'image bruitée au point  $p$  et à l'instant  $t + 1$  et  $d$  le déplacement apparent. Cette formulation est basée sur l'invariance de la luminance, à connaître :

$$DFD(I(p, t)) = I(p + d, t + 1) - I(p, t) = 0 \quad (4.3)$$

Où  $DFD$  est la différence inter-image déplacée (Displaced Frame Difference).

La solution classique pour obtenir le vecteur de mouvement consiste à minimiser la moyenne quadratique de la DFD. Mais, en présence de bruit Gaussien corrélé, cette solution peut guider à des résultats erronés.

Pour résoudre ce problème en utilisant une technique de dé-bruitage à base de la transformée en Contourlets qui peuvent conduire à des résultats plus précis. L'algorithme proposée consiste en une étape de dé-bruitage et une autre d'estimation, qui sont réalisées de manière consécutive jusqu'à l'obtention d'une erreur minimale (haute précision).



## 4.2 Méthode proposée

L'algorithme explicative de la méthode proposée est organisé selon les étapes suivantes :

### 4.2.1 Débruitage des séquences d'images

Cette phase est essentielle car elle permet de réduire l'effet des différents types de bruit sur les séquences d'images qui peut conduire à diminuer l'erreur d'estimation de mouvement. Il s'agit, d'appliquer la transformée en ondelettes géométriques qui est basée sur sa capacité à conserver les contours d'images (les coefficients de haute fréquence) ainsi que sa capacité à détecter les courbes douces qui possèdent les informations les plus importantes devant être gérées par les méthodes de récupération pour obtenir une estimation de l'image originale. En outre, l'algorithme proposé est basé sur le seuillage adaptatif. Les résultats appliqués aux images numériques ont donné une grande performance lors du débruitage.

#### A) Estimation adaptative du seuil bayésien

Parmi l'un des plus grand succès de la transformée en ondelettes est le débruitage. En effet cette technique est basée sur la construction d'estimateurs statistiques à base d'ondelettes qui nécessite le calcul d'un seuil qui correspond à l'amplitude maximal du bruit et dépend de l'énergie du signal et du bruit. Ces méthodes exploitent la caractéristique essentielle de la transformée en ondelettes qui est la concentration de l'énergie du signal autour de peu de coefficients et l'on n'a donc besoin d'estimer que quelques grands coefficients pour obtenir une bonne estimation de la fonction.

L'algorithme de débruitage par la transformée en ondelettes géométriques peut être composé de trois étapes fondamentales :

- Décomposition d'une image par la transformée en ondelettes géométriques.

- Seuillage des coefficients obtenus par la décomposition.
- Reconstruction de l'image par la transformée en ondelettes géométriques inverse.

En effet, à partir d'une image à débruiter, on décompose l'image sur une base d'ondelette géométrique. On applique un seuillage qui consiste à éliminer les coefficients qu'on considère comme du bruit ou les diminuer en fonction du seuil calculé. En dernier lieu, on récupère l'image débruitée par la transformée en ondelettes géométriques inverse sur les coefficients seuillés. Le seuillage est une technique importante pour le débruitage des signaux et des images, il nécessite un calcul du seuil. Il existe plusieurs méthodes pour déterminer le seuil de débruitage, telles que les techniques de seuillage VisuShrink, SURE (Donoho&Johnstone1995) et Bayésienne. L'estimation de seuil bayésienne est obtenu selon les normes Bayes, fixer le seuil idéal se mettre en état de Bayes risque minimal est :

$$Th = \frac{\sigma^2}{\delta^2} \quad (4.4)$$

Où  $\sigma^2$  est la variance de bruit estimée et  $\delta^2$  la variance de signal estimée, ils peuvent être obtenues à l'aide de l'équation (4.5), (4.6) :

$$\sigma^2 = \frac{\text{median}(|c_{i,j}|)}{0.6745} \quad (4.5)$$

$$\delta^2 = \max \left( \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N c_{i,j}^2 - \sigma^2, 0 \right) \quad (4.6)$$

Où  $c_{i,j}$  sont les coefficients de basse fréquences après la transformée en ondelettes géométriques,  $M \times N$  est la taille de la sous-bande.

Dans l'estimation bayésienne de seuil, la variance du bruit  $\sigma^2$  est estimée pour chaque direction, et chaque sous-bande de niveau.

$$\sigma_{m,n}^2 = \frac{\text{median}(|c_{i,j}|)}{0.6745} \quad (4.7)$$

Les méthodes de seuillage les plus connues sont introduites par D.Donoho (D.Donoho1995). Il y a deux méthodes : la méthode de seuillage dur (hard thresholding) et la méthode de seuillage doux (soft thresholding). Des versions de ces méthodes ont été développées. Dans notre cas nous nous intéressons par les deux méthodes de seuillage dur et doux.

- **Seuillage dur** : Le seuillage dur considère un coefficient donné soit comme représentant totalement un bruit pur donc à éliminer, ou comme un coefficient représentant le signal donc à conserver.

La fonction de seuillage dur est défini comme suit :

$$\hat{c}_{i,j} = \begin{cases} c_{i,j}, & |c_{i,j}| \geq T \\ 0, & |c_{i,j}| < T \end{cases} \quad (4.8)$$

- **Seuillage doux** : Le seuillage doux consiste à éliminer chaque coefficient au-dessous du seuil, et à soustraire ce seuil des autres coefficients.

La fonction de seuillage doux est définie par l'équation :

$$\hat{c}_{i,j} = \begin{cases} \text{sign}(c_{i,j})(|c_{i,j}| - T), & |c_{i,j}| \geq T \\ 0, & |c_{i,j}| < T \end{cases} \quad (4.9)$$

Où  $T$  est le seuil,  $c_{i,j}$  est le coefficient du signal original,  $\hat{c}_{i,j}$  est le coefficient du signal débruité.

En résumé, Les méthodes de débruitage de seuillage doux et durs consistent à comparer le seuil avec les coefficients de décomposition d'image, les coefficients non importants sont mis à zéro. En seuillage dur, les coefficients importants restent inchangés. Par contre, pour le seuillage doux, les coefficients importants sont réduits par la valeur de seuil. Cependant, il existe un écart entre les coefficients et ceux d'origine. Donc, nous nous intéressons d'appliquer une fonction de seuillage non linéaire pour le débruitage (Chuia2012). La fonction de seuillage est défini comme suit :

$$\hat{c}_{i,j} = \begin{cases} \text{sign}(c_{i,j})(|c_{i,j}| - \alpha_{i,j} \cdot T_{m,n}), & |c_{i,j}| \geq T_{m,n} \\ 0, & |c_{i,j}| < T_{m,n} \end{cases} \quad (4.10)$$

Où  $T_{m,n}$  est le seuil de la sous-bande  $S_{m,n}$ ,  $c_{i,j}$  et  $\hat{c}_{i,j}$  sont les coefficients originaux et débruités de la sous-bande  $S_{m,n}$ , le facteur de pondération  $\alpha_{i,j}$  du coefficient  $c_{i,j}$  est défini comme suit :

$$\alpha_{i,j} = \frac{T_{m,n}}{c_{i,j} \cdot \exp(|c_{i,j}| - T_{m,n})} \quad (4.11)$$

#### 4.2.2 Estimation du flot optique par la méthode différentielle de Horn & Schunck

Cette phase est effectuée après l'étape de débruitage, en utilisant une méthode efficace d'estimation de mouvement pour représenter le mouvement dans les séquences d'images débruitées. Parmi les méthodes d'estimation de mouvement, nous avons choisi l'estimation à l'aide de la méthode globale de Horn & Schunck (Horn1981). Cette technique est basée sur la minimisation d'une fonction d'énergie sur le domaine  $\Omega$  :

$$E = \int_{\Omega} (I_x \cdot u + I_y \cdot v + I_t)^2 + \lambda^2 (\|\nabla u\|^2 + \|\nabla v\|^2) dx dy \quad (4.12)$$

$\Omega$  est le domaine borné de l'image. Le terme de régularisation  $\lambda$  correspond aux carrés des dérivées partielles de la vitesse notée  $\|\nabla u\|^2$  and  $\|\nabla v\|^2$ . L'amplitude  $\lambda$  correspond à l'influence que l'on veut donner au terme de régularisation. Le terme de régularisation est une contrainte de lissage des informations. Le lissage des vitesses estimées est effectué dans un voisinage donné. Pour estimer la vitesse, une version itérative de la minimisation de l'équation (4.12) :

$$v_x^{k+1} = \bar{v}_x^k - \frac{I_x [I_x \cdot \bar{v}_x^k + I_y \cdot \bar{v}_y^k + I_t]}{\lambda^2 + I_x^2 + I_y^2} \quad (4.13)$$

$$v_y^{k+1} = \bar{v}_y^k - \frac{I_y[I_x \cdot \bar{v}_x^k + I_y \cdot \bar{v}_y^k + I_t]}{\lambda^2 + I_x^2 + I_y^2} \quad (4.14)$$

Où  $k$  est le nombre d'itérations,  $\bar{v}_x^0$  et  $\bar{v}_y^0$  correspondent aux vitesses lors de l'initialisation de l'algorithme et sont initialisés à zéro,  $\bar{v}_x^k$  et  $\bar{v}_y^k$  sont les vitesses moyennes de  $v_x^k$  et de  $v_y^k$  au voisinage du pixel étudié à la position  $(x, y)$  de l'image et  $I_x$ ,  $I_y$  et  $I_t$  ses dérivées partielles.

### 4.3 Résultat de la simulation

Pour mettre en évidence les performances de cette technique, nous avons d'abord fait des tests comparatifs, avec une méthode similaire basée sur la transformée en ondelettes discrets, en utilisant trois séquences à mouvement artificielles<sup>1</sup>, dont le flot optique réel est connu : la séquence « Yosemite », « Arbre en translation » et « Arbre en divergence ». Nous avons relevé que notre méthode permet une meilleure aptitude d'estimation de mouvement pour les séquences d'images bruitées. Les résultats de l'évaluation du flot optique sont résumés dans les tableaux 4.1 à 4.1.

#### 4.3.1 Interprétation des résultats

Selon les figures de la simulation et lorsque nous comparons le flot optique mesuré par les deux approches et le flot correct, nous pouvons voir que l'estimation de mouvement par la méthode différentielle de Horn & Shunck en utilisant le débruitage par la transformée en ondelettes géométriques converge avec le flot optique réel. Par ailleurs, la méthode de Horn & Shunck basée sur le débruitage par ondelette discrètes attribue une différence apparente.

La séquence "Arbre en translation" pose une erreur angulaire moyenne de  $0,529^\circ$  avec le débruitage par la transformée en Contourlets et de  $4.4936^\circ$  avec le débruitage par la transformée en ondelettes discrètes et  $2.65^\circ$  pour la transformée

<sup>1</sup><http://www.csd.uwo.ca/faculty/barron/>

**TAB. 4.1 :** Comparaison des différentes méthodes d'estimation de mouvement pour la séquence synthétique Arbre en translation.

Méthode	Images	Erreur Angulaire	Temps d'estimation
Méthode proposée (débruitage par la transformée en ondelettes discrètes)	2	4.4936°	1.54S
Méthode proposée (débruitage par la transformée en ondelettes complexes)	2	2.65°	1.22S
Méthode proposée (débruitage par la transformée en Contourlets)	2	0.529°	1.18S

**TAB. 4.2 :** Comparaison des différentes méthodes d'estimation de mouvement pour la séquence synthétique Arbre en divergence.

Méthode	Images	Erreur Angulaire	Temps d'estimation
Méthode proposée (débruitage par la transformée en ondelettes discrètes)	2	5.4936°	1.32S
Méthode proposée (débruitage par la transformée en ondelettes complexes)	2	3.548°	1.11S
Méthode proposée (débruitage par la transformée en Contourlets)	2	0.5029°	1.02S

**TAB. 4.3 :** Comparaison des différentes méthodes d'estimation de mouvement pour la séquence synthétique Yosemite.

Méthode	Images	Erreur Angulaire	Temps d'estimation
Méthode proposée (débruitage par la transformée en Contourlets)	2	0.993°	2.52S
Méthode proposée (débruitage par la transformée en ondelettes discrètes)	2	4.2336°	1.02S
Méthode proposée (débruitage par la transformée en ondelettes complexes)	2	1.325°	0.98S

en ondelettes complexes. Nous notons pour cette séquence que les erreurs sont faibles et équivalentes dans la plupart des approches. La même notation pour la séquence "Arbres en divergence", les résultats obtenus sont faibles et équivalents. En revanche, "Yosemite" est la séquence la plus complexe car elle contient trop de directions et seule notre approche fournit une erreur plus faible que d'autres méthodes similaires. Cette comparaison montre l'efficacité de notre approche pour calculer le flot optique d'une séquence complexe contenant plusieurs directions (erreur angulaire de  $0,993^\circ$ ). Les résultats obtenus sur les séquences artificielles montrent que la méthode proposée permet une amélioration en termes de précision et de rapidité. L'estimation du mouvement après la phase de débruitage des images par la transformée en Contourlets offre une erreur angulaire plus faible que le débruitage par la transformée en ondelettes. L'estimation de mouvement par la transformée en Contourlets présente de bons résultats relativement aux méthodes récentes.

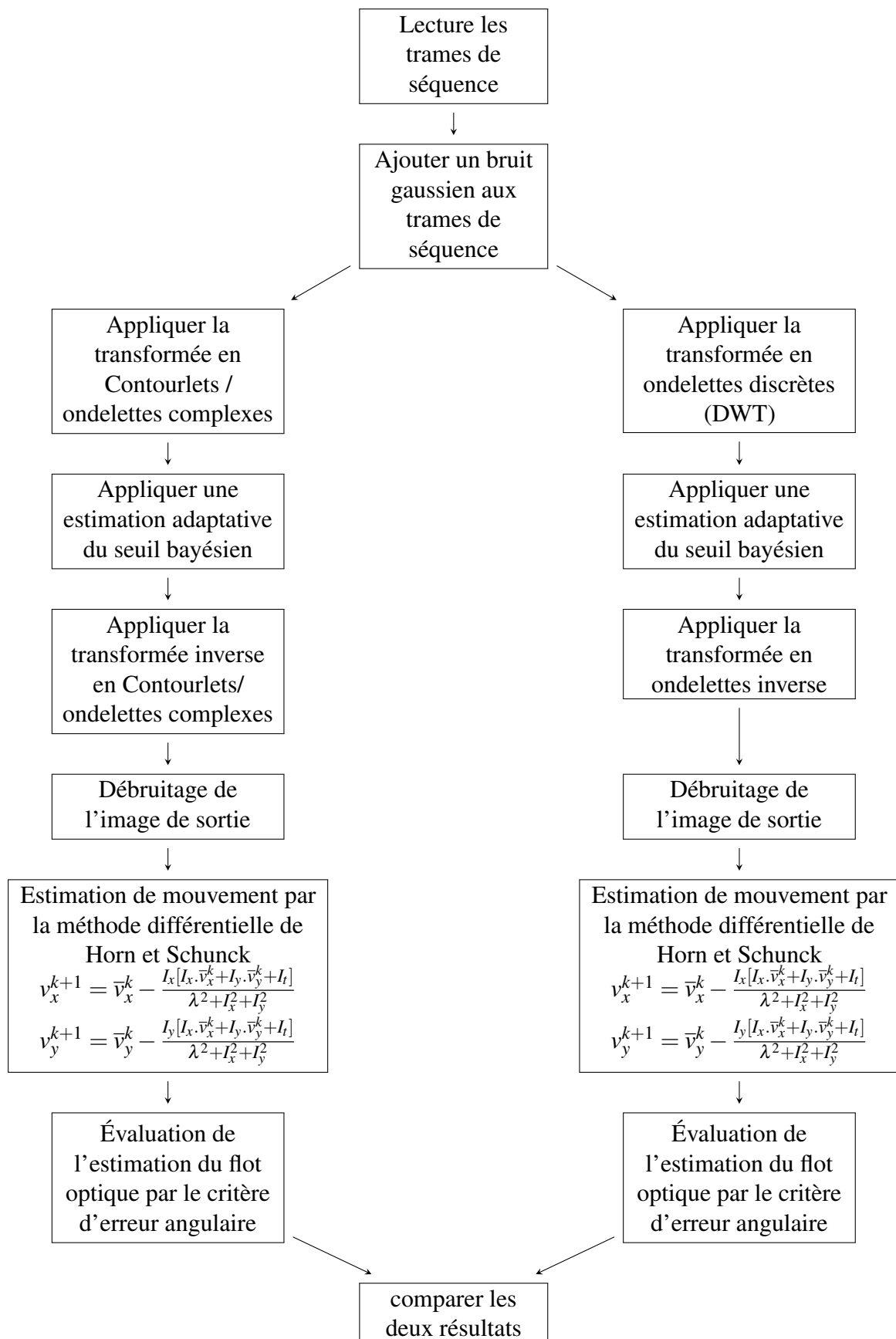
#### **4.3.2 Impact du changement du terme de régularisation et de nombre d'itérations sur la valeur de l'erreur angulaire**

Dans ce travail, nous nous attachons également à connaître l'effet du terme de régularisation ( $\lambda$ ) et le nombre d'itérations sur la valeur de l'erreur angulaire. Si la valeur de  $\lambda$  (et le nombre d'itérations) augmente, la valeur de l'erreur angulaire diminue à zéro pour une séquence débruitée par la transformée en Contourlets et à 4 degrés pour une séquence débruitée par la transformée en ondelettes discrètes (figure 4.14), (figure 4.15). Ceci est un guide sur l'importance de l'ondelette géométrique dans l'amélioration de précision de l'estimation de mouvement.

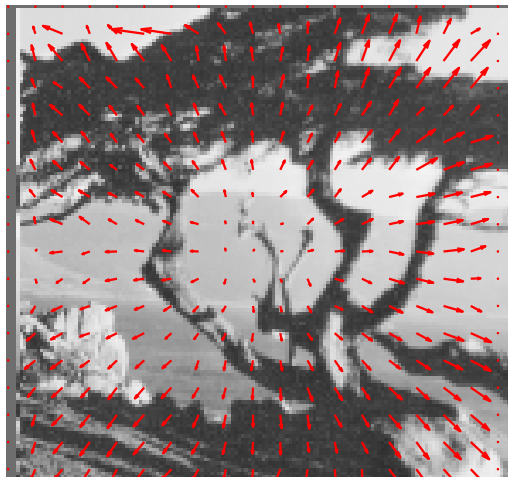
#### 4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une méthode basée sur la transformée en ondelettes géométriques qui permet une bonne estimation de mouvement pour les séquences d'images bruitées par rapport à celles basées sur la transformée en ondelettes discrètes. Les résultats obtenus montrent que cette approche est capable d'estimer le mouvement dans les séquences d'image avec la présence d'un bruit gaussien. Toutefois, il faut signaler que dans ce travail nous avons choisi l'outil de Contourlet et ondelette complexe pour l'étape de débruitage d'image et la méthode différentielle de Horn & Scunck pour l'étape de l'estimation de mouvement. Nous avons testé notre approche sur une banque de données publiques qui a été utilisée dans beaucoup de travaux de recherches pour la validation des algorithmes d'estimation de mouvement. Ces expériences ont démontré l'efficacité de la méthode proposée et la comparaison de notre approche avec celles de l'état de l'art montre qu'il donne le meilleur résultat en tenant compte de la performance et du temps de calcul.

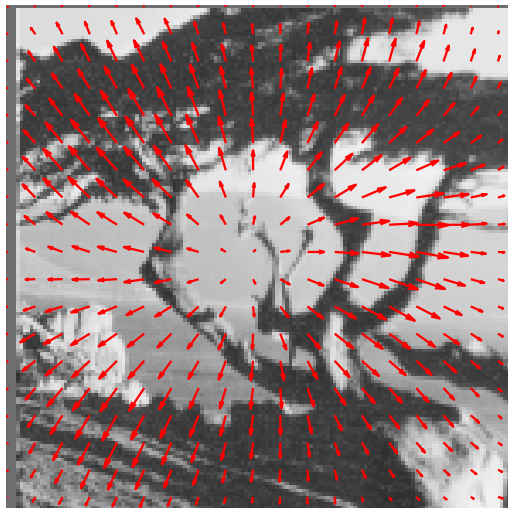




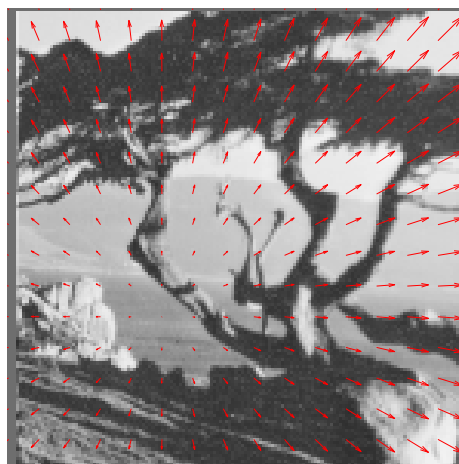
**FIG. 4.1 :** Schéma fonctionnel de l'estimation de mouvement pour les séquences bruitées par la transformée en ondelettes géométriques



**FIG. 4.2 :** Flot optique estimé par la méthode Horn & Schunk pour la séquence Arbre en divergence (débruitage par la transformé en ondelettes discrète).



**FIG. 4.3 :** Flot optique estimé par la méthode Horn & Schunk pour la séquence Arbre en divergence (débruitage par la transformée en Contourlets).



**FIG. 4.4 :** Flot optique estimé par la méthode Horn & Schunk pour la séquence Arbre en divergence (débruitage par la transformée en ondelettes complexes).

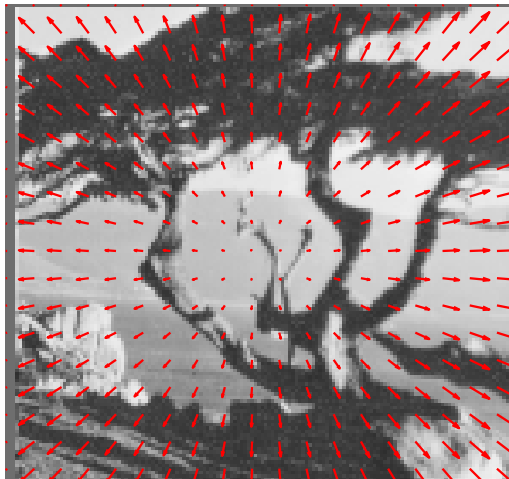


FIG. 4.5 : Flot optique réel de la séquence Arbre en divergence.

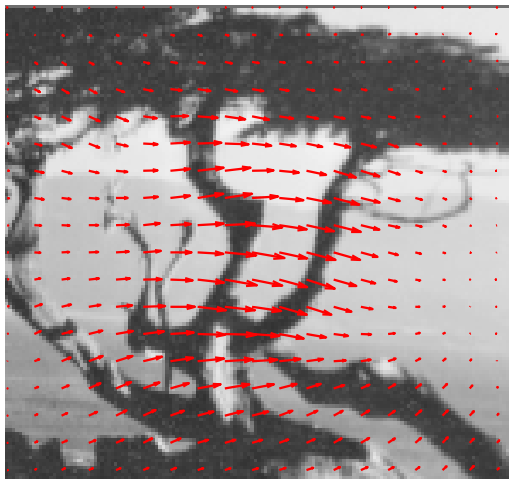


FIG. 4.6 : Flot optique estimé par la méthode Horn & S pour la séquence Arbre en translation (débruitage par la transformée en ondelettes discrètes).

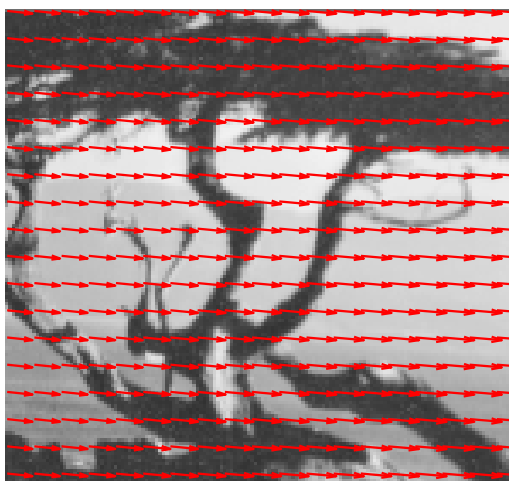
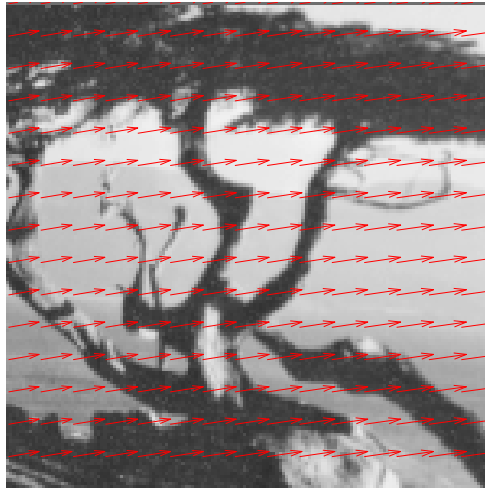
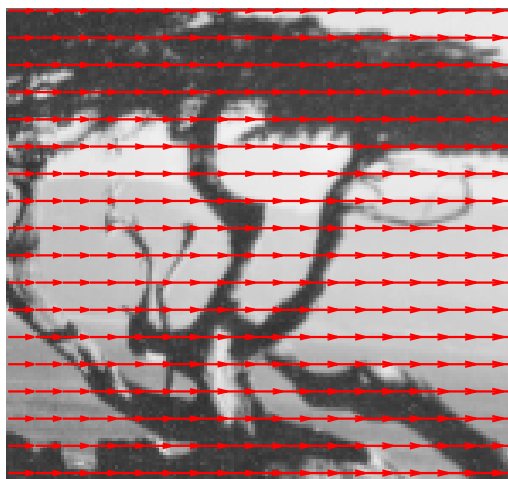


FIG. 4.7 : Flot optique estimé par la méthode Horn & Schunck pour la séquence Arbre en translation (débruitage par la transformée en Contourlets).



**FIG. 4.8 :** Flot optique estimé par la méthode Horn & Schunk pour la séquence Arbre en translation (débruitage par la transformée en ondelettes complexes).



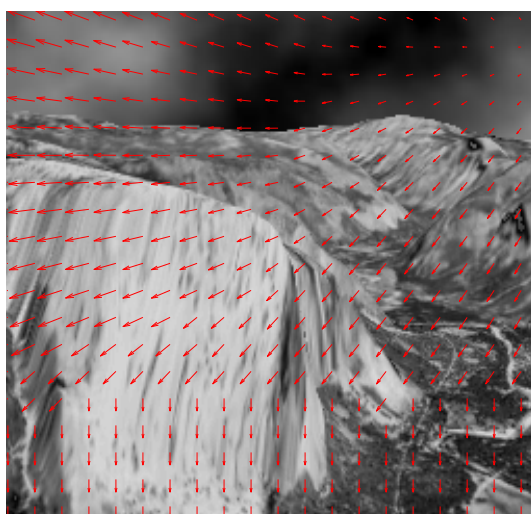
**FIG. 4.9 :** Flot optique réel de la séquence Arbre en translation.



**FIG. 4.10** : Flot optique estimé par la méthode Horn & Schunk pour la séquence Yosemite (dé-bruitage par la transformée en ondelettes discrètes).



**FIG. 4.11** : Flot optique estimé par la méthode Horn & Schunk pour la séquence Yosemite (dé-bruitage par la transformée en Contourlets).



**FIG. 4.12** : Flot optique estimé par la méthode Horn & Schunk pour la séquence Yosemite (dé-bruitage par la transformée en ondelettes complexes).



FIG. 4.13 : Flot optique réel de la séquence Yosemite.

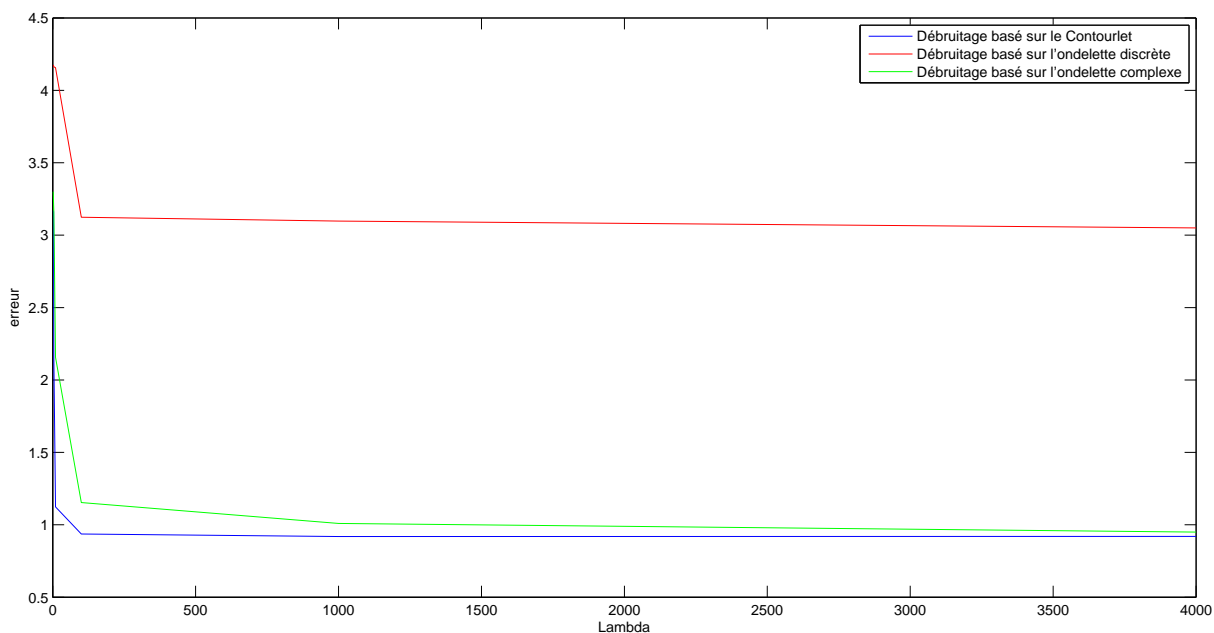
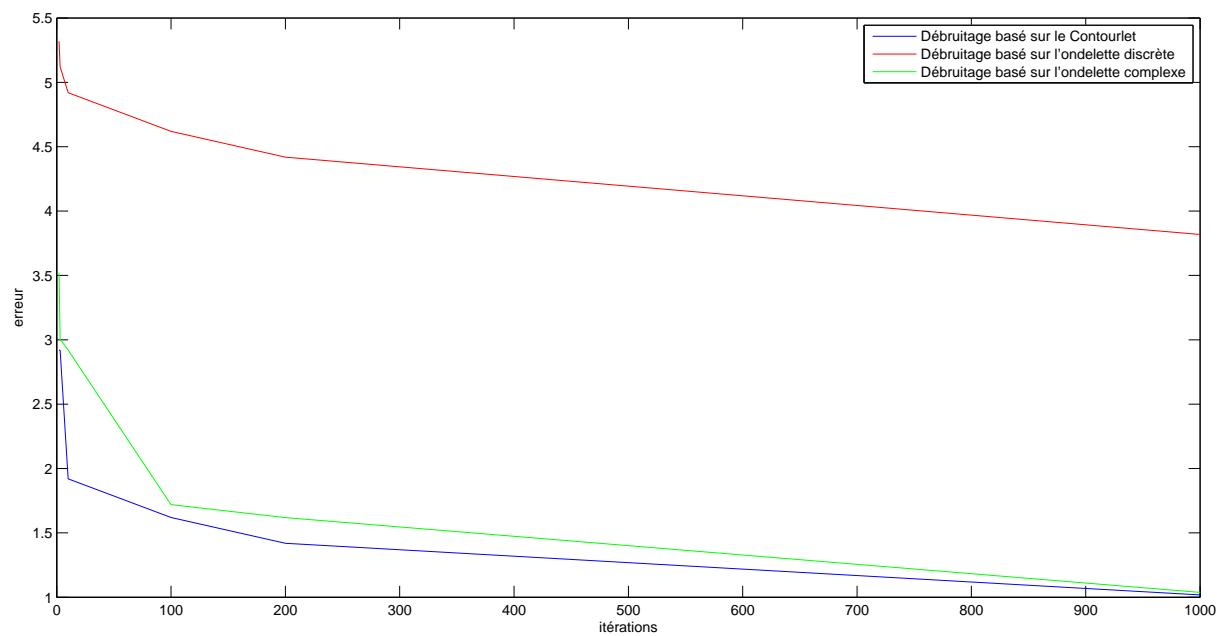


FIG. 4.14 : L'effet de terme de régularisation ( $\lambda$ ) sur la valeur de l'erreur angulaire.



**FIG. 4.15 :** L'effet du nombre d'itérations sur la valeur de l'erreur angulaire.

---

---

## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

---

Dans cette thèse, nous nous sommes intéressé à l'étude d'une nouvelle méthode d'estimation de mouvement par la transformée en ondelettes géométriques. Bien que le problème de l'estimation de mouvement ait constitué la préoccupation d'un grand nombre de chercheurs, il demeure toujours d'actualité, puisque aucune méthode universelle n'a été élaborée pour permettre de déterminer le mouvement dans toutes les situations et pour tous les types d'objets en mouvement. Ces méthodes peuvent être classées en trois catégories principales : les méthodes différentielles, les méthodes de mise en correspondance de blocs et les méthodes fréquentielles.

L'estimation de mouvement est un procédé qui consiste à étudier le déplacement des objets dans une séquence vidéo, en cherchant la corrélation entre deux images successives afin de prédire le changement de position du contenu. L'estimation de mouvement devient une exigence de plus en plus importante dans diverses applications telles que la médecine, la robotique et la compression vidéo.

Ces dernières années, les ondelettes sont des outils efficaces d'estimation de mouvement, mais la transformée en ondelettes discrète (TOD) souffrira de problèmes tels que la sensibilité en translation, mauvaise directionalité et l'absence d'information de phase. Ces trois inconvénients rendent les ondelettes classiques incapables de calculer le mouvement pour les séquences complexes (contenant plusieurs directions), c'est-à-dire peu adapté aux structures complexes. Afin d'améliorer ces aspects négatifs, nous avons choisi des ondelettes géométriques. Notre objectif est d'investiguer le potentiel d'une transformée multi-résolution



directionnelle d'estimer le mouvement en termes de performances (vitesse et précision) dans les séquences complexes. Cette méthode sera basée sur la transformée en ondelettes géométriques et plus précisément sur la transformée en Contourlets et la transformée en ondelettes complexes. Les résultats expérimentaux comparatifs des séquences artificielles et réels montrent que l'algorithme proposé obtient des performances considérablement supérieures à celles de plusieurs méthodes dans la littérature.

Le manuscrit est structuré en quatre chapitres. Le premier chapitre de cette thèse est consacré à la description des différentes techniques d'estimation de mouvement (État de l'art). Le second chapitre met en exergue les ondelettes géométriques. Le troisième chapitre décrit une approche efficace pour estimer le mouvement dans les séquences d'images à partir d'une décomposition flexible, multi-échelle, multi-direction et invariante par translation. Nous avons utilisé ce type de transformation géométrique selon ses caractéristiques qui le rendent approprié pour estimer le mouvement complexe de manière efficace. Le quatrième chapitre décrit le problème d'estimation de mouvement apparent 2D dans le cas des séquences d'images bruitées. Nous avons exposé une technique utilisant conjointement le dé-bruitage par la transformée en ondelettes géométriques et une estimation de mouvement basée sur la technique différentielle de Horn & Schunck.

### *Perspectives*

- Une première perspective à plus long terme serait d'étendre la méthode d'estimation du mouvement à trois dimensions.
- Une deuxième perspective serait d'utiliser les bandelettes dans notre méthode afin d'améliorer la qualité d'estimation de mouvement.
- Une troisième perspective serait d'appliquer l'outil de réseaux de neurones artificiels et accélère le processus d'estimation de mouvement.

---

---

## PRODUCTION SCIENTIFIQUE

---

### **Publications internationales**

- **article** : "Fast Motion Estimation Algorithm Based on Geometric Wavelet Transform", « International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing, World Scientific Publishing Company », 2019.
- **article** : "Fast Motion Estimation Algorithm Based on Complex Wavelet Transform", « Journal of Signal Processing Systems, Springer », 2012.

### **Communications internationales**

- "Motion estimation with complex wavelet", The International Conference on Information Processing and Electrical Engineering (ICIPEE'14), University Of Larbi Tebessi, Tebessa.

---

---

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [Abdolalia2017] F. Abdolalia; R. Aghaeiza; d.Zoroofia; Yoshito Otakeb; Yoshinobu Satob, Automated classification of maxillofacial cysts in cone beam CT images using contourlet transformation and Spherical Harmonics, *Computer Methods and Programs in Biomedicine Volume 139*, (February 2017), Pages 197-207.
- [Amirpour2019] H.Amirpour, M.Gambari, M.Pereia, Motion Estimation with chessboard pattern prediction, *Multimedia Tools and Applications Springer*. 78,21785-21804(2019).
- [Argyriou2004] V. Argyriou and T. Vlachos, "A study of sub-pixel motion estimation using phase correlation", Centre for Vision, Speech and Signal Processing University of Surrey, 2004.
- [Argyriou2006] V.Argyriou and T.Vlachos. A study of sub-pixel motion estimation using phase correlation. *In BMVC, pages 387-396. Citeseer, 2006.*
- [Ayvaci2012] A. Ayvaci, M. Raptis S. Soatto. "Sparse occlusion detection with optical flow". *International Journal of Computer Vision*, 2012, vol. 97, n. 3, p. 322-338.
- [Averbuch2001] A. Averbuch, R.R. Coifman, D.L. Donoho, M. Israeli, and J. Wald'en. Fast slantstack : A notion of radon transform for data in a cartesian grid which is rapidly computible, algebraically exact, geometrically faithful and invertible. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2001.

- [Bachu2017] S. Bachu, K.M. Char, i A review on motion estimation in video compression, *International Conference on Signal Processing and Communication Engineering Systems*, *ieeexplore.ieee.org*, (2015)
- [Barjatya2004] Aroh Barjatya, "Block matching algorithms for motion estimation". Tech. Rep. *Utah State University*, April 2004.
- [ Bernard1999] C. Bernard. "Ondelettes et problèmes mal posés : la mesure du flot optique et l'interpolation irrégulière". Thèse doctorat, *lécole Polytechnique, Palaiseau*, 1999.
- [Barron1994] J.L. Barron, D.J. Fleet, and S.S. Beauchemin. "Performance of optical flow techniques". *International Journal of Computer Vision*, 1(12) :43-77, 1994.
- [Barron2004] J. L. Barron and N. A. Thacker, Tutorial : Computing 2D and 3D optical flow, *Tina Memo No. 2004-012, Int. document of Imaging Science and Biomedical Engineering Division, Medical School, University of Manchester*(2004).
- [ Beauchemin1995] S.S. Beauchemin, J.L. Barron. "The computation of optical flow". *ACM Comput. Surv.*, pp. 433-466,27 (3), (1995).
- [Benmoussat 2003] M. B. B.N. Benmoussat and A. Belbachir, diamond search algorithm for block based motion estimation, *IEEE Trans. On Image Processing*, 2003.
- [Betka2019] A.Betka, " Estimation de mouvement par les techniques métaheuristiques". *Thèse doctorat, Université Mohamed Khider-Biskra*, 2019.
- [Beyou2013] S. Beyou. Estimation de la vitesse des courants marins à partir de séquences d'images satellitaires. Thèse doctorat. *luniversité Européenne de Bretagne*,2013.
- [Bruylants2015] T.Bruylants, A.Munteanu and P.Schelkens. "Wavelet based volumetric medical image compression". *Signal Processing : Image Communication*, Volume 31, Pages 112-133, (February 2015),

- [Basarab2008] A. Basarab. "Estimation du mouvement dans des séquences d'images échographiques : application à l'élastographie de la thyroïde", *Thèse doctorat, l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, 2008.
- [Brault2005] P. Brault. "Estimation de mouvement et segmentation d'image". *Thèse doctorat : Électronique, l'université Paris-Sud XI, école doctorale sciences et technologies de l'information des télécommunications et des systèmes Paris-Sud XI*, 2005.
- [Bruhn2005] A. Bruhn, J. Weickert and Ch. Schnörr. "s/Kanade Meets Horn/Schunck : Combining Local and Global Optic Flow Methods". *International Journal of Computer Vision*, February 2005, Volume 61, Issue 3, pp 211–231.
- [Bruno2001] E. Bruno. De l'estimation locale à l'estimation globale de mouvement dans les séquences d'images. *Thèse doctorat, l'université JOSEPH FOURIER*, 2001.
- [Chen2001] Y.-S. Chen, Y.-P. Hung, C.S. Fuh, "Fast Block Matching Algorithm Based on the Winner-Update Strategie", *IEEE Transactions on image processing*, Vol. 10, No. 8, august 2001.
- [Charif2015] F. Charif. "Estimation hiérarchique du mouvement par ondelettes géométriques". *Thèse doctorat : Électronique, l'université Mohamed Khider de Biskra*, 2015.
- [Chua2012] M. Chua, Y. Feng, W. Wang, Z. Li and X. Xua, Image Denoising Method with Adaptive Bayes Threshold in Nonsampled Contourlet Domain, *2012 AASRI Conference on Computational Intelligence and Bioinformatics*, (2012).
- [Candès1999] E.J. Candès and D.L. Donoho. Ridgelets : the key to high dimensional intermittency Philosophical, *Transactions of the Royal Society of London A*, 357, 1999. 2495–2509.

- [Candès2000] E.J. Candès and D.L. Donoho. Curvelets, multiresolution representation, and scaling laws. *In SPIE Wavelet Applications in Signal and Image Processing*, 2000.
- [Candès2001] E.J. Candès and D.L. Donoho. Curvelets and curvilinear integrals. *Journal of Approximation Theory*, 113(1) :5990, Nov. 2001.
- [Candès2002] E.J. Candès and D.L. Donoho. Recovering edges in ill-posed inverse problems : Optimality of curvelet frames. *Annals of Statistics*, 30 :784842, 2002.
- [Daorolala2002] Daorolala Alexandre RANDRIANTSOA, Estimation du mouvement fondée sur un schéma direct et rétrograde application à la segmentation, thèse doctorat, *l'université BORDEAUX I, Ecole doctorale des sciences physiques et de l'ingénieur*, 2002.
- [Djoud2015] K. Djoudi, Estimation de mouvement d'objets dans une séquence d'images. Thèse doctorat. *Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed Boudiaf*. 2015
- [D.Donoho1995] D.Donoho, " De-noising by soft-thresholding", *IEEE Trans. on Information Theory* , vol.41, no. 3, pp. 613- 627,May 1995.
- [Donoho&Johnstone1995] Donoho, D.L. & Johnstone, Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage Bayes, *Journal of the American Statistical Association*, 90(432),1200-1224,(1995).
- [Donoho1999] D.L. Donoho. Wedgelets : Nearly minimax estimation of edges. *The Annals of Statistics*, 27(3) :859897, 1999.
- [Donoho2000] D.L. Donoho and M.R. Duncan , Digital curvelet transform : strategy, implementation, and experiments, *Wavelet Applications VII, spiedigitallibrary*, (2000).

- [Do2001] M. N. Do, and M. Vetterli, "Pyramidal directional filter banks and Curvelets," *IEEE International Conference on Image Processing, Thessaloniki, Greece*, Oct. 2001.
- [Do2002] M. N. Do, and M. Vetterli, "Contourlets : a directional multiresolution image representation", *IEEE International Conference on Image Processing, Rochester, USA* Sept. 2002.
- [Do2003] M. Do and M.Vetterli, The finite ridgelet transform for image representation, *IEEE Transactions on image Processing*, (2003).
- [Do2003] M. N. Do and M. Vetterli, The contourlet transform : an efficient directional multiresolution image representation, *IEEE Trans. Image Processing*, vol.14, no.12, pp : 2091-2106, (2003).
- [Drulea2013] M.Drulea and S.Nedevschi, "Motion estimation using the correlation transform", *IEEE Transactions on Image, ieeexplore.ieee.org*,(2013).
- [Dazhi2013] Y. Dazhi, W. M. Walsh, D. Zibo and al. "Block matching algorithms : Their applications and limitations in solar irradiance forecasting". *Energy Procedia*, 2013, vol. 33, p. 335-342.
- [Ensem2007] T. Ensem, W. Didier A. Ducrot. "Estimation temps réel du Flot Optique". *Rapport de stage, INRIA, ISA*. 2007.
- [Essannouni2006] F. Essannouni, R.O.H. Thami, A. Salam, D. Aboutajdine, "An efficient fast full search block matching algorithm using FFT algorithms". *IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security*, Vol .6 No.3B, March 2006.
- [Fernandes2003] F.C.A. Fernandes ; R.L.C. van Spaendonck ; C.S. Burrus, "A new framework for complex wavelet transforms", *IEEE Transactions on Signal Processing* ( Volume : 51 , Issue : 7 , July 2003 ).

- [Fleet1990] D.Fleet et Jepson. Computation of component image velocity from local phase information. *International Journal of Computer Vision*, 5:77-104, 1990.
- [Fleet1994] D.J. Fleet, "Disparity from Local Weighted Phase- Correlation", *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 1, 48-54, 1994.
- [Fleet2006] D. Fleet Y. Weiss. "Optical flow estimation". *Handbook of mathematical models in computer vision*, 2006, p. 237-257. Springer.
- [Gao2015] L.Gao, G. Wang and J. Liu, Image denoising based on edge detection and prethresholding Wiener filtering of multi-wavelets fusion, *International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing*, (2015).
- [Gujjunoori2017] S.Gujjunoori and S.Reddy, "Tracking and Size Estimation of Objects in Motion", *Machine Vision- ieeexplore.ieee.org*, (2017).
- [Grossmann1989] A. Grossmann, R. Kronland-Martinet, and J. Morlet. In : Combes et al.(eds.) *Wavelets : Time-Frequency Methods and Phase Space*, 1989.
- [Heeger1988] D.J. Heeger. Optical flow using spatiotemporal filters. *International Journal of Computer Vision*, pages 297–302, 1988.
- [Heitz1993] F. Heitz and P. Bouthemy. Multimodal estimation of discontinuities optical flow using markov random fields. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(12), 1993.
- [Helgason1999] S. Helgason, *The Radon Transform*, Second ed., Boston : Birkhäuser, 1999.
- [Heyman2019] J.Heyman, A fast multi-object tracking algorithm algorithm for motion estimation, *Computers and Geo-sciences*, Elsevier, 2019.
- [Horn1981] B. K. P. Horn, B. G. Shunck, "Determining optical flow", *Artificial intelligence*, 1981, Vol. 17, p. 185-203.



- [Hossen2016] M.Hossen and S.Tuli, "A surveillance system based on motion detection and motion estimation using optical flow", *Electronics and Vision (ICIEV)*, *ieeexplore.ieee.org* (2016).
- [Jaiswal2014] A.Jaiswal, J.padhyay and A. Somkuwar. "Image denoising and quality measurements by using filtering and wavelet based techniques", *International Journal of Electronics and Communications*, 2014.
- [Jambek2016] A.B. Jambek and A.A. Juri, Low-energy motion estimation architecture using quadrant-based multi-octagon (QBMO) algorithm, *Journal of Real-Time Image Processing*, Springer (2016).
- [Jing2004] X. Jing, L.P Chaud, "An Efficient Three-Step Search Algorithm for Block Motion Estimation", *IEEE Transactions on multimedia*, Vol 6, No. 3, june 2004.
- [Kingsbury1988] N. Kingsbury. The dual-tree complex wavelet transform : a new technique for shift invariance and directional filters. *8th IEEE DSP Workshop*, Bnye Canyon UT, USA, 1998.
- [Kingsbury1999] N. Kingsbury. Image processing with complex wavelets. *Phil. Trans. Royal Society London A.*, pages 2543-2560, 1999.
- [Kingsbury2001] N. Kingsbury. Complex wavelets for shift invariant analysis and filtering of signals. *Applied and Computational Harmoni Analysis*, 10 :234-253(20), Mai 2001.
- [Khalid2019] M. Khalid, L. Pénard E. Mémin. "Optical flow for image-based river velocity estimation". *Flow Measurement and Instrumentation*, 2019, vol. 65, p. 110 - 121, issn.0955-5986.
- [Kumar2001] R. Kumar, H. Sawhney , S. Samarasekera, S. Hsu, Hai Tao, Yanlin Guo, K. Hanna, A. Pope and R. "Wilde. Aerial video surveillance and exploitation". *Proceedings of the IEEE Volume : 89 , Issue : 10 , Oct 2001.*

- [Kuo1996] C. M. Kuo, C. H. Hsieh, Y. D. Jou, et al. "Motion estimation for video compression using Kalman filtering". *IEEE Transactions on Broadcasting*, 1996, vol.42, n.2, p.110-116.
- [Laveau2005] N. Laveau. "Mouvement et vidéo : estimation, compression et filtrage morphologique". Thèse doctorat : Mathematics, *l'école Nationale Supérieure des Mines de Paris*, 2005.
- [Lebrun2006] G. Lebrun, "Ondelettes géométriques adaptatives : vers une utilisation de la distance géodésique", *Thèse doctorat, Université de Poitiers*, 2006.
- [Li1994] B. Z. R. Li and M. Liou, new three-step search algorithm for block motion estimation, *IEEE Trans. On Circuits and Systems for Video Technology*, vol. 4, August 1994.
- [Li1995] W. Li and E. Salari, "Successive Elimination Algorithm for Motion Estimation". *IEEE Transactions on image processing Vol 4, No. 1*, january 1995.
- [Liu 1996] L.Liu, E. Feig, A block-based gradient descent search algorithm for block motion estimation in video coding, *IEEE Trans. On Circuits and Systems for Video Technology*, vol. 6 (4), pp 419-422, 1996.
- [Liu2003] J.-C. LIU and W.-L. HWANG, "Active contour model using wavelet modulus for object segmentation and tracking in video sequences", *International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing*, (01 Mar 2003).
- [Liu2013] W.i Liu and W. Lin, Senior Member, IEEE, Additive White Gaussian Noise Level Estimation in SVD Domain for Images, *IEEE TRANSACTIONS ON IMAGE PROCESSING, VOL. 22, NO. 3, MARCH 2013*.
- [Lucas1981] B. D. Lucas and T.Kanade. An iterative image registration technique with an application to stereo vision. , *In Proceedings of the 1981 DARPA Image Understanding Workshop*, pages 121-130, 1981.

- [Ouzir2018] N.Ouzir, A. Basarab, H.Lieb Gott, B.Harbaoui and J. Tourneret. "Motion Estimation in Echocardiography Using Sparse Representation and Dictionary Learning". *IEEE Transactions on Image Processing*, *ieeexplore.ieee.org*, (2018).
- [Mallat1989] S. Mallat. A theory for multiresolution signal decomposition : The wavelet representation, *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, *11(7) :674693*, 1989.
- [Mallat1998] S. Mallat. A wavelet tour of signal processing. *Academic Press*, 1998.
- [Mallat2008] S. Mallat. A Wavelet Tour of Signal Processing, The Sparse Way. *Academic Press, 3rd edition*, December 2008.
- [Mehra2015] I.Mehra and N.K.Nishchal, "Wavelet-based image fusion for securing multiple images through asymmetric keys", *Optics Communications*, Volume 335, Pages 153-160, (2015).
- [Mémin1993] E. Mémin and P. Pérez. Dense estimation and object-based segmentation of the optical flow with robust techniques. *IEEE Transactions on Image Processing*, *7(5) :703-719*, May 1998.
- [Nie2002] Y. Nie, K.K. Ma, "Adaptive Rood Pattern Search for Fast Block-Matching Motion Estimation", *IEEE Transactions on image processing* , Vol. 11, No. 12, december 2002.
- [Noguchi99] Y. Noguchi, J. Furukawa,H. Kiya, "Fast full search block matching algorithm for MPEG-4 video", *IEEE International Conference on Image Processing*, 1999, Vol. 1,n° p. 61-65.
- [Pennec2005] E. Le Pennec and S. Mallat. Sparse geometrical image representation with bandelets. *IEEE Transactions on Image Processing*, *14(4) :423438*, 2005.
- [Peyre2005] G. Peyre and S. Mallat, Discrete bandelets with geometric orthogonal filters. *Proceedings of ICIP05*, *1 :6568*, Sep. 2005.

- [Po1996] L.-M. Po and W. C. Ma, A novel four-step search algorithm for fast block motion estimation, *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology* 6(3) : 313-317, 1996.
- [Prince1992] Prince, J. and M. Veigh and E. "Motion estimation from tagged MR image sequences" .*IEEE Transactions on Medical Imaging*, 11(2) :238-249.1992
- [Qian2017] Qian, Z., Liu, Q., Metaxas, D., and Axel, L. ." Identifying regional cardiac abnormalities from myocardial strains using nontracking-based strain estimation and spatio-temporal tensor analysis" . *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2011, 30(12) :2017-2029.
- [Rajabai2018] C. P. Rajabai and S. Sivanantham. " Review on Architectures of Motion Estimation for Video Coding Standards. *International Journal of Engineering and Technology* 7(4.10) :928-934, (2018).
- [Rajpa2013] N. Rajpal, R. Purwar, A fast block motion estimation algorithm using dynamic pattern searchn, *Signal Image Video Process*,(2013).
- [Rosenhahn2005] B. Rosenhahn, U. G. Kersting, A. W. Smith, J. K. Gurney, T. Brox and R. Klette. " A System for Marker-Less Human Motion Estimation. *DAGM 2005: Pattern Recognition* pp 230-237.
- [Rüfenacht2016] D. Rüfenacht and R. Mathew. "A novel motion field anchoring paradigm for highly scalable wavelet-based video coding" . *IEEE TRANSACTIONS ON IMAGE PROCESSING, VOL. 25, NO. 1*, 2016.
- [Rüfenacht2016] D. Rüfenacht and R. Mathew. "A novel motion field anchoring paradigm for highly scalable wavelet-based video coding" . *IEEE TRANSACTIONS ON IMAGE PROCESSING, VOL. 25, NO. 1*, 2016.
- [Richardson2003] Ian E.G. Richardson, H.264 and MPEG-4, video compression : Video coding for Next Generation Multimedia, Wiley, 1 edition, 2003.

- [Shah2010] Shah, P., Merchant, S.N., and Desai, U.B., "Fusion of Surveillance Images in Infrared and Visible Band using Curvelet, Wavelet and Wavelet Packet Transform". *International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing*, vol. 8, no.2, pp. 271–292, (2010).
- [Sahoo2018] T. Sahoo and B. Mohanty, "Moving Object Detection Using Background Subtraction in Wavelet Domain", *2018 2nd International Conference on Data Science and Business Analytics (ICDSBA)*.
- [Seferidis94] V. Seferidis, M. Ghanbari, "Generalised block-matching motion estimation using quad-tree structured spatial decomposition", *IEE Proceedings : Vision, Image and Signal Processing*, 1994, Vol. 141, n° 6, p. 446-452.
- [Selesnick2003] I.W. Selesnick and K.Y. Li. Video denoising using 2D and 3D dual-tree complex wavelet transforms. *In Proc. of SPIE conference on Wavelet Applications in Signal and Image Processing X, San Diego, USA, Aug. 2003*.
- [Selesnick2004] I.W. Selesnick. The double-density dual-tree DWT. *IEEE Transactions on Image Processing*, 52(5) :1304-1314, May 2004.
- [Selesnick2005] I. W. Selesnick, R. G. Baraniuk, and N. G. Kingsbury. The dual-tree complex wavelet transform - a coherent framework for multiscale signal and image processing. *IEEE Signal Processing Mag.*, 22(6) :123–151, 2005.
- [Szeliski1997] R. Szeliski and J. Coughlan. "Spline-based image registration", *Int. J. of Computer Vision*, vol.22, no.3, pp. 199-218, 1997.
- [Selvi2015] G.Selvi and R.Nadarajan, CT and MRI image compression using wavelet-based contourlet transform and binary array technique, *Journal of Real-Time Image Processing*, Springer, (2017).
- [Simoncelli1991] E.P. Simoncelli, E.H. Adelson, and D.J. Heeger, "Probability Distributions of Optical Flow". *in Proceedings of the CVPR91*. 1991.

- [Spinei1997] A. Spinei, D. Pellerin, J. Herault, " Estimation rapide de vitesse à base de triades de filtres de Gabor", *16eme colloque GRETSI*, pp 905-908, 15-19 septembre 1997.
- [Sung1998] S. Ambellouis, F. Cabestaing, J.-G. Postaire. "Velocity selective spatio-temporal filters for motion analysis in image sequence", *Proceedings 1998 International Conference on Image Processing. ICIP98 (Cat. No.98CB36269)*.
- [Sung2017] B. Sung and Ch. Lin. "A fast 3D scene reconstructing method using continuous video. *EURASIP Journal on Image and Video Processing*, 18(2017).
- [Wang2009] Z.Wang, X.Gao, B.Zhang and H. Wu. "Motion Estimation for a Mobile Robot Based on Real-Time Stereo Vision System". *2nd International Congress on Image and Signal Processing*, 2009.
- [Wang2014] L. Wang." Myocardial motion estimation from 2D analytical phases and preliminary study on the hypercomplex signal". *Thèse doctorat, Spécialité : Traitement du Signal et de l'Image, L'institut national de sciences appliquées de Lyon*, 2014.
- [Wang2019] L.wang, P.charysse, Z.Liu, B.Gao and W.Liu, P.Croisille. philippe,A gradient-based optical flow cardiac motion estimation method for cine an tagged MR images. *Medical image analysis* 57, 136148,2019.
- [Waxman1985] A.M. Waxman and S. Ullman. Surface structure and three-dimensional motion from image flow kinematics. *Int. J. Robot Res.*, 4(3) :72-94, 1985.
- [Wininger2012] K. L. Wininger, "Foundations of CT : The Radon Problem, *Radio-logic Technology*, vol. 84, no. 2, pp. 206-211, November/December 2012.
- [Weber1995] J.Weber and J. Malik. Robust computation of optical flow in a multi-scale differential framework. *International Journal of Computer Vision*, 14(1) :67-81, 1995.

- [Weinzaepfel2016] P. Weinzaepfel. "Motion in action : optical flow estimation and action localization in videos". Thèse doctorat : Mathématiques, Sciences et Technologies de l'Information, *université Grenoble Alpes*, 2016.
- [Wu1998] Y.Wu, T.Kanade, J. Cohn, and C. Li. Optical flow estimation using wavelet motion model. In *Computer Vision, 1998. Sixth International Conference on*, pages 992-998. *IEEE*, 1998.
- [Wu2018] Ch. Wu and H.Jiang. "Catenary image denoising method using lifting wavelet based contourlet transform with cycle shift-invariance", *International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing*, 26 Aug 2018.
- [Wu2019] M.Wu, X. Li, C. Liu, M. Liu, N. Zhao, J.Wang, X. Wan, Z. Rao and L. Zhu. "Robust global motion estimation for video security based on improved k-means clustering", , February 2019, Volume 10, Issue 2, pp 439-448
- [Xie2017] Q. Xie, Q. Long, S. Mita , Integration of optical flow and Multi-Path-Viterbi algorithm for stereo vision. *International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing*, 1-24 (2017).
- [Zarei2018] M. Zarei-Jalalabadi, S. M. B. Malaek. "Motion estimation of uncooperative space objects : A case of multi-platform fusion". *Advances in Space Research*, 2018, vol. 62, n.9, p. 2665-2678.
- [Zhou2005] J. Zhou, A. L. Cunha, and M. N. Do, "The nonsampled contourlet transform : construction and application in enhancement", *in Proc. IEEE Int.Conf. Image Processing, ICIP 2005*, vol. 1, pp. I-469-472.
- [Zhu2000] S.Zhu and K.Ma. "A new diamond search algorithm for fast block-matching motion estimation", *IEEE transactions on Image Processing*, 2000.