

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

BADJI MOKHTAR UNIVERSITY- ANNABA
UNIVERSITE BADJI MOKHTAR - ANNABA



جامعة باجي مختار - عنابة

FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIORAT
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

Année : 2021

THESE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de DOCTORAT en Génie Mécanique

Thème

Comportement d'une structure métallique soumise à une
interaction solide liquide

Option : Génie Mécanique

Par :

BRAHMIA Nouredine

Directeur de Thèse:

DAAS Doula - MCA - ESTI ANNABA

Co-Directeur:

HAIACHEM Ammar - Professeur - Université Badji Mokhtar, Annaba

Devant Jury:

Président:

Pr. Rabia KHELIF Université Badji Mokhtar, Annaba

Examineurs:

Pr. Amar DIB Université Badji Mokhtar, Annaba

Pr. Mohamed HAMIDOUCHE Université Setif 1

MCA Locif REDOUANI Université EL-TARF

Remerciement

Je remercie, avant tout, Dieu, le Tout-Puissant, de m'avoir accordé parmi Ses innombrables Grâces, santé et courage pour accomplir ce travail.

Je remercie, en premier lieu, Madame DAAS Doula MCA à ESTI Annaba et directrice de cette thèse, pour avoir assuré le suivi de cette thèse. Son expérience et son aide scientifique m'ont été essentielles. Sa disponibilité ainsi que l'attention qu'il a portée à ce travail ont été un atout précieux dans l'avancement de cette étude.

Les mots ne suffisent pas pour exprimer ma profonde gratitude à Monsieur HAIHAÏM Ammar, professeur à l'Université Badji Mokhtar Annaba et co-directeur de cette thèse, pour la qualité de ses conseils et ses encouragements et son soutien qui ont été indispensables à l'aboutissement de mes études.

Je tiens à remercier également Monsieur KHELIF Rabia, professeur à l'Université Badji Mokhtar Annaba, pour l'honneur qu'il m'a fait en présidant le jury de ma soutenance.

Je tiens, également, à remercier, chaleureusement, Monsieur DIB Amar, MCA à l'Université Badji Mokhtar Annaba. Veuillez trouver ici l'expression de ma sincère reconnaissance d'avoir accepté d'examiner mon travail.

J'adresse également mes remerciements à Monsieur HAMIDOUCHE Mohamed, professeur à l'Université de Setif 1 d'avoir accepté d'examiner mon travail.

Je tiens à remercier également Monsieur REDOUANI Loucif, MCA à l'Université EL-TARF d'avoir accepté d'examiner mon travail.

Résumé

Pour appréhender le comportement d'une structure tel que les conduites, ça nécessite une étude qui prend en compte plusieurs facteurs comme l'interaction du liquide et l'altération des pressions due au phénomène de transition généré par des démarrages et des arrêts plus fréquents de mise en service. Cette étude traite l'endommagement d'une conduite subissant des variations importantes de la pression due au phénomène du coup de bélier, pour cela on fait appel aux lois des comportements du fluide et du matériau et leurs interactions, ces lois constituent un système d'équations aux dérivées partielles résolues par une combinaison des méthodes de caractéristiques plus différences finies. Les résultats de cette analyse montrent les niveaux de la pression et des contraintes le long de la conduite. Ensuite, dans une seconde analyse, nous avons étudié le comportement à la fissuration de la conduite présentant un défaut. Le défaut est simulé par une fissure sous forme semi-elliptique externe, et pour avoir une approche plus générale, l'orientation de la fissure ne coïncide pas au plan perpendiculaire de la contrainte. Pour connaître le comportement à la fissuration, on a utilisé la théorie de la densité d'énergie de déformation, qui prend en charge l'inclinaison de la fissure, la solution est obtenue analytiquement. Nous avons aussi démontré par une modélisation par éléments finis que le concept de la mécanique, élastoplastique de rupture, l'intégrale-J, peut définir le comportement à la fissuration d'une conduite en fonte ductile.

Mots-clés : Coup de bélier, Écoulement transitoire, Méthode des caractéristiques, Différence finie, Densité d'énergie de déformation.

Abstract

The behavior of a structure such as pipes requires a study that takes into account several factors such as the interaction of the liquid and the alteration of pressures due to the transition phenomenon generated by more frequent starts and stops of setting Service. This study deals with the damage of a pipe undergo significant variations in pressure due to the phenomenon of water hammer. For this, we appeal the laws of the behaviors of the fluid and the material and their interactions, these laws constitute a system of partial derivate equations solved by a combination of the methods of characteristics and finite differences. The results of this analysis show the levels of pressure and stresses through the pipe. Then, in a second analysis, we studied the behavior with cracking of the pipe presents a defect. The defect is to simulate by a crack in external semi-elliptic form, and to have a more general approach, the orientation of the crack does not coincide with the perpendicular plane of the stress. To know the behavior with cracking, we used the theory of the density of strain energy; which take in consideration the tilt of the crack. The solution was obtained analytically. We have also demonstrated by the finite element modelling that the concept of elastoplastic failure mechanics, integral-J, can define the cracking behavior of a ductile iron pipe.

Keywords: Water hammer, transient flow, method of characteristics, finite differences, strain energy density

ملخص

يتطلب فهم سلوك بنية مثل الأنابيب دراسة تأخذ في الاعتبار عدة عوامل مثل تفاعل السائل وتغيير الضغوط بسبب ظاهرة التدفق الغير مستقر التي تولدها عمليات البدئ والتوقف المتكررة لتشغيل المحطات. تتناول هذه الدراسة الضرر الذي يلحق بالأنبوب الذي يشهد تغيرات كبيرة في الضغط بسبب ظاهرة المطرقة المائية، لذلك نلجأ إلى قوانين سلوك المائع والمواد وتفاعلاتها، وهذه القوانين تشكل نظاماً من معادلات المشتقات الجزئية التي تم حلها بمزيج من طرق الخصائص بالإضافة إلى الفروق المحدودة. تظهر نتائج هذا التحليل مستويات الضغط والإجهاد على طول الأنبوب. ثم، في تحليل ثانٍ، درسنا السلوك مع إدماج خلل يمثل تشقق في سطح الأنبوب. العيب هو المحاكاة من خلال شق في شكل شبه إهليلجي خارجي، وللحصول على نهج أكثر عمومية، لا يتزامن اتجاه التصدع مع المستوى المتعامد للضغط. لمعرفة السلوك مع التصدع، استخدمنا نظرية كثافة طاقة الإجهاد، والتي تدعم إمالة التصدع، ويتم الحصول على الحل بشكل تحليلي. لقد أظهرنا أيضاً من خلال نموذج العناصر المحدودة أن مفهوم ميكانيكا التقطع المرن التفاضل يمكن أن يحدد سلوك التصدع لأنبوب الحديد

الكلمات المفتاحية المطرقة المائية، التدفق الغير مستقر، طرق الخصائص، الفروق المحدودة، كثافة طاقة التغيير

Table des matières

Introduction générale	1
------------------------------------	---

Chapitre I

Etude bibliographique

I.1. Généralités sur les écoulements internes dans les conduites.....	3
I.1.1. Notions sur les écoulements transitoires.....	3
I.1.2. La propagation des ondes dans le milieu fluide.....	4
I.2. Généralités sur les tubes en fonte.....	6
I.2.1. Propriétés mécaniques des fontes.....	7
I.2.2. Historique sur les tubes en fonte.....	8
I.3. Propagation des ondes dans le milieu solide (fonte).....	10
I.4. L'interaction entre le milieu fluide et le milieu solide (pipe).....	10
I.4.1. Interaction le long de la conduite.....	11
I.4.2. Interaction dans les jonctions.....	13
I.5. L'effet dynamique du régime transitoire sur l'intégralité de la conduite.....	15
I.5.1. Contrôles des conduites.....	16
I.5.2. Mécanique de la rupture.....	17
I.5.3. Concept de la mécanique linéaire élastique de la rupture et Facteur d'Intensité des contraintes.....	18
I.5.4. Concept de la mécanique de la rupture et l'intégrale-J.....	20

Chapitre II

Modélisation des écoulements transitoires en conduite

II.1. Formulations mathématiques (Les Équations générales des écoulements transitoires	
--	--

en conduites élastiques)	22
II.1.1. Introduction.....	22
II.1.2. Hypothèses.....	24
II.2. Comportement d'un milieu élastique.....	24
II.2.1. Relations de base du fluide	29
II.2.2. Relations de base de la conduite	33
II.2.3. Couplage fluide-structure et modèle à quatre équations	37
II.3. Perte de charge	39
II.4. Résolution par la méthode des caractéristiques (Analyse temporelle)	41
II.4.1. Introduction	41
II.4.2. Transformation par la méthode caractéristique.....	42
II.4.3. Schéma de calcul par la méthode de différences finies.....	44
II.5. Application	56

Chapitre III

Les critères de la mécanique de la rupture

III.1. Les mécanismes de rupture dans les conduites	60
III.2. Les critères de la rupture... ..	61
III.2.1. Les modes de rupture.....	62
III.2.2. Champs des contraintes et déplacements au fond de la fissure.....	63
III.2.3. Le facteur d'intensité de la contrainte.....	67
III.3. La densité de l'énergie de déformation	69
III.4. Rupture d'une conduite	70
III.4.1. Contrainte dans la paroi	95
III.4.2. Rupture par chargement limite	70

III.4.3. Rupture par propagation brutale de la fissure	71
III.4.4. Contrainte dans la paroi.....	72
III.5. Évaluation des fissures fragiles dans une conduite en fonte	75

Chapitre IV

Études analytiques : comportement mécanique, résistance à la Fissuration

IV.1. Introduction à la théorie de la densité de l'énergie de déformation	80
IV.1.1. Application sur les plaques	82
IV.1.2. Application sur les tubes.....	84
IV.2. Comportement à la fissuration en mode mixte KI et KII.....	86
IV.2.1. Détermination des facteurs d'intensité des contraintes	87
IV.2.2. Détermination du facteur de la densité de l'énergie de déformation.....	89
IV.3. Détermination de l'avancement de fissure	92

Chapitre V

Modélisation numérique : Analyse de la rupture par l'intégrale de contour J et la méthode XFEM

V.1. Introduction	95
V.1.1. L'intégrale J	96
V.1.2. La méthode XFEM	98
V.2. Application	101
V.2.1. Géométrie, conditions aux limites et chargement.....	103
V.2.2. Maillage	104
V.2.3. Cas d'une fissure semi-elliptique extérieure longitudinal	106
V.2.4. Cas d'une fissure semi-elliptique extérieure circonférentielle	109
V.2.5. Cas d'une fissure semi-elliptique extérieure incliné	113

V.3. Résultats et discussion	114
Conclusion	120
Perspectives	121
Références	122

Liste des figures

Figure I.1. Facteur de sollicitation sur les conduites	9
Figure I.2. Célérité d'onde de pression et de propagation de la contrainte axiale	10
Figure I.3. Source d'excitation sur le couplage fluide-conduite.	11
Figure I.4. Couplage de Poisson.	13
Figure I.5. Couplage fluide structure dans une jonction	15
Figure I.6. Rupture longitudinale d'une conduite en fonte	17
Figure I.7. Domaine de validité des paramètres de la mécanique de la rupture	19
Figure I.8. a) L'approche classique et b) l'approche utilisant la MLR de la mécanique de la rupture.....	20
Figure I.9. Contraintes au fond d'une fissure dans l'axe (x,y) et des coordonnées (r,θ).....	21
Figure I.10. Intégrale de contour J	22
Figure II.1. Champs de déplacement d'un point matériel.....	27
Figure II.2. État de contrainte dans le plan x,y,z.....	28
Figure II.3. Schéma d'un volume de contrôle pour l'application de l'équation de la quantité du mouvement.....	30
Figure II.4. Contraintes sur la paroi.....	37
Figure II.5. Frottement au niveau de la paroi de la conduite.....	41
Figure II.6. Schéma des droites de courbe des caractéristiques.....	45
Figure II.7. Schéma numérique explicite	46
Figure II.8. Schéma numérique au niveau de l'extrémité amont (réservoir).....	53
Figure II.9. Schéma numérique au niveau de l'extrémité aval (vanne).	53
Figure II.10. Schéma numérique au niveau du support fixe.....	55
Figure II.11. Schéma du modèle réservoir-conduite-vanne.....	57
Figure II.12. La pression au niveau de la vanne.....	58
Figure II.13. La pression au milieu de la conduite d'installation.....	59
Figure II.14. La contrainte au niveau de la vanne.....	59
Figure III.1. Défaut de corrosion sur la paroi externe d'une canalisation métallique	61
Figure III.2. Différents types de rupture des conduites. (a) fissure circonférentielle ; (b) Fissure longitudinale ; (c) Bell splitting; (d) Pic de corrosion ; (e) Trou ; (f) Fissure spirale ; (g)	

<i>arrachement du métal.....</i>	<i>62</i>
<i>Figure III.3. Les trois modes de rupture</i>	<i>64</i>
<i>Figure III.4. Champs des contraintes et déplacements au fond de la fissure.....</i>	<i>65</i>
<i>Figure III.5. Contrainte dans la paroi de la conduite.....</i>	<i>75</i>
<i>Figure III.6. Évolution de la longueur de profondeur critique d'une fissure longitudinale de surface pour une conduite droite.....</i>	<i>79</i>
<i>Figure III.7. Diagramme de l'endommagement (FAD : failure assesement diagram)</i>	<i>81</i>
<i>Figure IV.1. Fissure semi-elliptique dans une plaque mince.....</i>	<i>84</i>
<i>Figure IV.2. Fissure à la paroi extérieure de la conduite.....</i>	<i>86</i>
<i>Figure IV.3. Variation de l'énergie de la déformation avec l'angle d'inclinaison de la fissure...87</i>	
<i>Figure IV.4. Fissure inclinée.....</i>	<i>88</i>
<i>Figure.IV.5. Angle de la tête de fissure en fonction de l'inclinaison de la fissure.....</i>	<i>93</i>
<i>Figure IV.6. La pression critique P_c en fonction de la longueur de la fissure.....</i>	<i>94</i>
<i>Figure IV.7. Propagation de la fissure selon un angle α par rapport au plan de la fissure</i>	<i>95</i>
<i>Figure V.1. Contours choisis par ABAQUS pour l'évaluation de J</i>	<i>100</i>
<i>Figure V.2. Contours choisis par ABAQUS pour l'évaluation de J</i>	<i>103</i>
<i>Figure V.3. Conditions aux limites et chargement</i>	<i>105</i>
<i>Figure V.4. Maillage de la section de la conduite</i>	<i>106</i>
<i>Figure V.5. Fissuree longitudinal a l'extérieure de la conduite.....</i>	<i>107</i>
<i>Figure V.6. Contrainte de Von Mises pour une fissure longitudinale</i>	<i>107</i>
<i>Figure V.7. Contrainte circonférentielle pour une fissure longitudinale.....</i>	<i>108</i>
<i>Figure V.8. Contour de l'intégral J au fond de la fissure longitudinale</i>	<i>108</i>
<i>Figure V.9. KI autour de fond de fissure longitudinale.....</i>	<i>109</i>
<i>Figure V.10. Fissure circonférentielle à l'extérieur de la conduite</i>	<i>109</i>
<i>Figure V.11. Contrainte de Von Mises pour une fissure circonférentielle</i>	<i>110</i>
<i>Figure V.12. Contrainte circonférentielle pour une fissure circonférentielle</i>	<i>111</i>
<i>Figure V.13. Contour de l'intégral J au fond de la fissure circonférentielle</i>	<i>112</i>
<i>Figure V.14. KI autour de fond de fissure circonférentielle</i>	<i>113</i>
<i>Figure V.15. Contrainte de Von Mises pour une fissure inclinée $\beta=10^\circ$</i>	<i>113</i>
<i>Figure V.16. Contrainte de Von Mises pour une fissure inclinée $\beta=40^\circ$</i>	<i>114</i>
<i>Figure V.17. Contrainte de Von Mises pour une fissure inclinée $\beta=70^\circ$.....</i>	<i>114</i>

Liste des tableaux

<i>Tableau II.1. Propriétés mécaniques de la conduite</i>	<i>59</i>
<i>Tableau II.2. Valeurs de la pression et de la contrainte le long de la conduite.....</i>	<i>60</i>
<i>Tableau III.1. Propriétés mécaniques du matériau en fonte</i>	<i>78</i>
<i>Tableau IV.1. Formule du facteur d'intensité de contrainte dans différentes formes.....</i>	<i>90</i>

Nomenclature

<i>Symboles</i>	<i>Significations</i>
t_f	Temps de fermeture de la vanne
C_f	Vitesse de propagation d'onde des perturbations des pressions
C_m	Vitesse de propagation d'onde des perturbations des pressions
ρ_m	La masse volumique du matériau
ρ_f	La masse volumique du fluide
E	Module d'élasticité de la conduite
$\bar{\epsilon}$	Le tenseur des taux de déformation
τ_0	Contrainte tangentielle de viscosité
$\bar{\tau}$	Le tenseur de contrainte de viscosité
μ	Viscosité dynamique
D	Diamètre de la conduite
\dot{u}	La vitesse de déplacement d'un tronçon de la conduite longitudinale
\ddot{u}	L'accélération d'un tronçon de la conduite
J	Terme de frottement
S	La densité d'énergie de déformation
S_c	La densité d'énergie de déformation critique
K	Facteur d'intensité de contrainte
K_c	Facteur d'intensité de contrainte critique
K_I	Facteur d'intensité de contrainte en mode I
K_{II}	Facteur d'intensité de contrainte en mode II
a	Profondeur de la fissure
c	Longueur de la fissure

Introduction générale

Le problème lié aux comportements des structures métalliques est le sujet le plus pertinent lors de la réalisation d'une installation ou une conception d'une pièce. Dans de nombreuses situations la structure ou la pièce se rompre au-dessous de sa résistance maximale, cela fait appel à l'étude de la mécanique de la rupture. Le comportement du matériau est lié fortement à son état tel que les défauts internes de la structure et aussi au milieu ou le matériau est utilisé, comme un milieu corrosif ou encore agressif de plusieurs sollicitations tel que les vibrations. Ce sujet a récemment, fait l'objet de nombreux travaux de recherche, tels que l'effet de l'interaction entre la structure et un liquide, dans ce contexte on traite le cas d'une pipe qui transporte du fluide. L'interaction d'une part ou autre c'est l'action du liquide sur le solide ou l'inverse. La pression générée par l'effet des transitions du régime d'écoulement, dans le réseau de distribution d'eau affaiblie et vieillissent le matériau qui constitue la structure des conduites. Ce phénomène assez fréquent en milieu urbain tel que la distribution de l'eau ou industriel comme dans le réseau de vapeur où on récupère de la vapeur pour la condenser. Si un défaut est présent, il s'amorce, dû à la corrosion ou autres, sous l'effet des contraintes engendrées par les phénomènes de coups de bélier ou de résonance. Les risques de fuite à long terme, où un éclatement sont toujours présents et leur gravité est liée à la matière transportée ou le milieu ou l'installation est fixé.

Le milieu corrosif dans le fluide transporté et les conditions environnementales extrêmes perturbent le comportement et les caractéristiques microscopiques du matériau. Ainsi, des fissures prématurées sont parfois générées ou présente du au défèrent sources telles que les microfissures ou les défauts de fabrication. La durabilité ou l'intégrité des matériaux est une question principale dans la plupart des domaines, la majorité des recherches est orientée vers l'étude des effets du vieillissement et de la dégradation chimique sur la durée de vie des conduites en diffèrent type de matériaux. En plus, il y a d'autres causes d'incident qui sont fréquentes et qui peuvent provoquer des dégâts. Nous pouvons citer, à titre d'exemple, la présence de défauts superficiels qui sont générés pendant l'installation, ou par des facteurs externes comme la mauvaise utilisation d'un outil de coupe. Ils peuvent conduire à la rupture sous l'effet des surpressions provoquées par l'écoulement transitoire ou par une erreur de

manœuvre d'une vanne dans un réseau de conduite.

L'objectif de cette thèse consiste à étudier l'effet dynamique du fluide sur le comportement de la conduite en fonte ductile, en régime transitoire, et à définir le risque de rupture d'une conduite, dans un réseau d'adduction d'eau, présentant un défaut superficiel (fissure, entaille mécanique). Pour atteindre cet objectif, nous avons suivi la démarche suivante :

Dans le premier chapitre, on trouve les descriptions des écoulements internes dans les conduites, la propagation d'onde dans le milieu solide et liquide, et le concept de la mécanique de la rupture. Le chapitre deux est consacré à la formulation mathématique et à la méthode de résolution des équations régissant les écoulements transitoires dans une conduite en tenant compte de l'interaction fluide-structure (IFS). Ensuite, dans le chapitre trois, une étude sur la mécanique de la rupture et les critères utilisés pour évaluer la résistance à la fissuration d'une conduite contenant une fissure semi-elliptique. Le chapitre quatre présente une méthode analytique basée sur la densité de l'énergie de déformation S . En dernier chapitre, une méthode numérique basée sur XFEM (Extendent finit element method) est adoptée pour une fissure semi-elliptique externe. Les résultats de cette étude sont très utiles dans la conception d'une installation afin de prévenir les risques liés aux écoulements transitoires est pour évaluer la nocivité de la présence d'un défaut superficiel longitudinal dans la paroi de la conduite. Le modèle proposé est basé sur une série de modélisations numériques d'une conduite en présence d'un défaut semi-elliptique et sur les résultats expérimentaux obtenus lors des études antérieures.

Chapitre I

Etude bibliographique

Dans ce chapitre, on donne une vue générale sur l'écoulement interne dans les conduites en fonte. Plus quelques généralités sur l'écoulement transitoire particulièrement, destiné à l'adduction d'eau potable. Nous examinerons le comportement mécanique de notre matériau, et les propriétés mécaniques. Nous présentons quelques approches pour évaluer et contrôler les réseaux en conduites et enfin, les connaissances actuelles de l'effet du couplage fluide-structure.

I.1. Généralités sur les écoulements internes dans les conduites

I.1.1. Notions sur l'écoulement transitoire

Un écoulement transitoire est un écoulement non permanent où la vitesse et la pression changent rapidement avec le temps. L'occurrence de transitoires peut introduire de grandes forces de pression et des accélérations rapides de fluide dans un système de distribution hydraulique. La vitesse d'écoulement change rapidement parce qu'un composant de contrôle de débit change d'état (par exemple, une fermeture de vanne ou un arrêt de pompe), cela provoque le changement dans le système sous la forme d'une onde de pression. Les transitoires hydrauliques peuvent entraîner la défaillance des équipements hydrauliques d'un réseau de canalisations si des mesures de contrôle transitoires adéquates ne sont pas en place pour surmonter les transitoires [1] (si l'onde de pression est suffisamment forte).

En raison des effets dévastateurs qu'une transitoire hydraulique peut provoquer, son analyse est très importante pour déterminer les valeurs des pressions transitoires pouvant résulter des opérations de contrôle du débit et pour établir les critères de conception des équipements et dispositifs du système afin de fournir un niveau acceptable de protection contre la défaillance du système due à l'effondrement ou à l'éclatement d'une conduite[2].

Les modèles numériques sont utilisés pour analyser les transitoires hydrauliques en raison de la complexité des équations nécessaires pour décrire les transitoires. Un modèle numérique efficace permet d'analyser les événements transitoires potentiels, d'identifier et d'évaluer des solutions alternatives pour contrôler les transitoires hydrauliques, protégeant ainsi l'intégrité des conduites et des équipements associés [3] (vanne, pompe, conduite ou support, etc).

I.1.2. La propagation des ondes dans le milieu fluide

Une onde est la propagation d'une perturbation produisant sur son passage une variation réversible de propriétés physiques locales. Elle transporte de l'énergie sans transporter de matière. Physiquement parlant, une onde est un champ, zone de l'espace dont les propriétés sont modifiées. L'onde oscillante, qui peut être périodique, est bien illustrée par les rides provoquées par le caillou qui tombe dans l'eau. L'onde de choc, perçue acoustiquement au passage du mur du son par un avion, par exemple.

L'étude transitoire des fluides a commencé par l'étude de la propagation des ondes sonores dans l'air, de la propagation des ondes dans les eaux peu profondes et de la circulation du sang dans les artères. Newton [1687] a étudié la propagation des ondes sonores dans l'air et la propagation des ondes d'eau dans les conduites. Newton et Lagrange ont tous deux théoriquement obtenu une vitesse du son dans l'air de 298,4 m / s par rapport à leur valeur expérimentale de 348 m / s. Lagrange attribué à tort cette différence à l'erreur expérimentale, alors que Newton a indiqué que la vitesse théorique était incorrecte et que cet écart était dû à l'espacement des particules solides d'air et à la présence de vapeurs dans l'air. Euler [1759] a dérivé l'équation différentielle partielle suivante pour la propagation des ondes :

Une expression de la vitesse des vagues dans un fluide légèrement compressible confiné dans une conduite rigide a été dérivée. Cependant, en plus du module d'élasticité et de la masse volumique massique du fluide. Le module en vrac l'élasticité d'un fluide dépend de sa température, de sa pression et de la quantité de gaz entraînés. Pearsall [1965] a montré que la vitesse des vagues change d'environ 1% par 5 ° C. La compressibilité du fluide

augmente par la présence de gaz libres, et il a été signalé [Pearsall, 1965] qu'une partie de l'air dans 10 000 parties d'eau en volume réduit la vitesse des vagues d'environ 50%.

Des études en laboratoire [Streeter, 1972] et des tests prototypes [Pearsall, 1965] montrent que les gaz dissous ont tendance à sortir de la solution lorsque la pression est réduite, même lorsqu'elle reste supérieure à la pression de vapeur liquide. Il en résulte une diminution significative de la vitesse des ondes. Par conséquent, la vitesse de l'onde d'une onde de pression positive peut être supérieure à celle d'une onde négative. D'autres tests prototypes sont nécessaires pour quantifier la réduction de la vitesse des ondes due à la réduction de la pression. Halliwell [1963] a présenté l'expression générale suivante pour la vitesse des ondes :

$$a = \sqrt{\frac{K}{\rho[1+(K/E)\psi]}} \quad (\text{I.1})$$

Le coup de bélier dans un réseau de conduite est, généralement, calculé pour analyser la sécurité du réseau vis-à-vis à l'augmentation brusque de la pression engendrée par ce phénomène. Le coup de bélier est une succession d'ondes de surpressions et de dépressions dont la première surpression est la plus dangereuse vu que c'est le pic le plus élevé et le plus rapide. Dans le cas de la présente étude, on s'intéresse uniquement à l'effet du premier pic de pression sur le réseau de conduites. Les études citées au début de ce paragraphe montrent que la première surpression peut être calculée par le modèle du coup de bélier classique.

$$\Delta P = \rho \cdot g \cdot \Delta H \quad (\text{I.2})$$

I.2. Généralités sur les tubes en fonte

Les conduites en fonte ductile font partie d'une famille de matériaux utilisés dans les canalisations telles que l'acier, le polyéthylène, le PVC. Le choix du type du matériau à utiliser dépend de la nature du sol et les conditions de mise en service. Les conduites en fonte pourront être utilisées pour des diamètres compris entre 80 mm et 900mm et pour des pressions normalisées, allant de 1.0 MPa à 4.0 MPa [4]. On privilégie l'usage de la fonte ductile sur des tronçons où il est prévu de réaliser plusieurs dérivations et aussi lorsque l'environnement du chantier est défavorable ou que l'opération revêt une certaine complexité, par exemple :

- chaussée à trafic intense
- franchissement d'un ouvrage d'art

Faible hauteur de couverture

- Milieu corrosif, revêtement (Zn+Al) renforcé
- Encombrement du sous-sol : utilisation des joints verrouillés pour éviter les butées et ancrages.

- Pose en pente abrupte.
- Pose sans tranchée(en forage horizontal).

- Terrains instables. Grâce à la déviation angulaire des joints, la canalisation a un comportement de chaînette flexible. Elle se déforme comme le terrain jusqu'à des limites qui sont celles du non-déboîtement.

Dans le cas d'affaissements occasionnant des allongements importants, une solution peut consister à verrouiller les joints et à récupérer cet allongement sur des manchons placés aux frontières entre les zones stable et instable.

Les conduites en fonte sont fabriquées selon des « classes d'épaisseurs », de sorte que l'épaisseur du tube est déterminée en fonction du diamètre nominal (DN) et de la « classe d'épaisseur » correspondante.

Les diamètres nominaux couramment utilisés sont les suivants : 80, 100, 150, 200, 300, 400, 500 et 600 mm. Cette série n'est pas exhaustive elle n'est donnée qu'à titre indicatif.

Les conduites en fonte ductile doivent être conformes aux normes : NM 01.4.047 et ISO 2531. EN 545:2002, EN 681- 1 :1996, EN 681-1/A1 : 1999 et ISO 7005-2 : 1988

I.3. Propriétés mécaniques des fontes

Les conduites en Fonte ductile standard 2 GS à emboîtement, à joint automatique, éventuellement en fonte ductile 2GS à emboîtement à joint mécanique ou à joint automatique verrouillé, standard Ve. Grâce à la forme sphéroïdale du graphite qu'elle contient, la fonte ductile possède de remarquables caractéristiques mécaniques :

- Résistance à la traction (420Mpa)
- Résistance aux chocs
- Haute limite élastique (32 daN/mm²)
- Allongement minimal à la rupture (10%)
- Ovalisation verticale maximale de ($\Delta D/D \leq$) 4%

Tolérance sur l'épaisseur est fixée à $1,3 + 0,001 DN$

Longueur de la conduite est fixée à 6 m avec une tolérance de +/- 30 mm pour les tuyaux à emboîtements.

Tolérance sur la masse est de +/- 5 %. Tous les tranchons doivent être revêtus intérieurement et extérieurement :

-Revêtement extérieur de zinc avec une masse moyenne de zinc $\geq 130 \text{ g/m}^2$ et une épaisseur moyenne de la couche de finition $\geq 50 \mu\text{m}$. -Revêtement intérieur de mortier de ciment d'une épaisseur de 4 à 5 mm.

La rupture dans une conduite se produit lorsque la contrainte limite, la ténacité et la résistance à des dégradations chimique dépassent leurs valeurs critiques. Les conduites d'eau potable exigent des propriétés nécessitant un suivi à chaque étape de leur fabrication et la maîtrise de la composition de la matière de base à la fabrication des tubes afin d'éviter les mécanismes de rupture et assurer un facteur de sécurité adéquate.

I.3.1. Historique sur les tubes en fonte

Les conduites en fonte grise ont été introduites vers 1900 sur le marché et ont été produites en coulant du fer fondu dans des moules à sable verticaux. En raison du désalignement du moule central, nombre de ces parois de tuyaux n'avaient pas une épaisseur uniforme. Les tuyaux en fonte grise ont ensuite été introduits sur le marché vers 1930 et ont été répandus jusqu'en 1960. Ce processus consistait à faire couler de la fonte en fusion dans des moules cylindriques en métal ou recouverts de sable, qui tournaient à grande vitesse, de sorte que les parois des tuyaux étaient formées par force centrifuge. En raison du manque de connaissances et des incohérences de coulée lors de la fabrication des tuyaux en fonte, ceux-ci étaient généralement fabriqués sous forme de tuyaux en fonte avec une épaisseur bien supérieure à celle requise. Conséquence involontaire, le pipeline a survécu plus longtemps dans des environnements hautement corrosifs en raison de la présence de matériaux supplémentaires. En conséquence, bon nombre des tuyaux en fonte installés avant les années 1930 peuvent encore fournir le niveau de service malgré leur service depuis plus de cent ans (American Water Works Service Co. 2002). Une résistance plus élevée associée à l'absence d'incohérences de coulée introduites dans les tuyaux en fonte filée a conduit à des sections de paroi amincies conduisant à des défaillances plus élevées dues à la corrosion. Depuis, le milieu des années 1950, les conduites en fonte ont été utilisées comme un matériau de canalisation, rigide et résistant. Malgré tous les avantages des tubes en fonte, des cas de rupture, signalés sur les anciens tubes de première génération, sont dus à la propagation lente de fissures. Cette propagation est générée après un processus de vieillissement à long terme [1].

Sous des conditions sévères telles qu'une pression élevée et/ou une basse température, un choc sur un tube rigide de type métallique sous pression peut conduire à une fissuration

rapide pouvant se propager sur plusieurs centaines de mètres. Bien qu'elle soit rarement vue en service, elle reste préoccupante en raison de ses conséquences catastrophiques.

Les pipes en fonte ductile ont été introduites en 1955 en remplacement des pipes en fonte en raison de leur facilité d'usinage et de leur résistance à la corrosion tout en offrant une résistance, une ténacité et une ductilité supplémentaires. En conséquence, il y a eu moins d'enregistrements de rupture de pipes en fonte ductile et leurs modes et mécanismes documentés par rapport aux pipes en fonte grise. La *figure 1.1* montre les facteurs de sollicitations menant à la rupture des pipes.

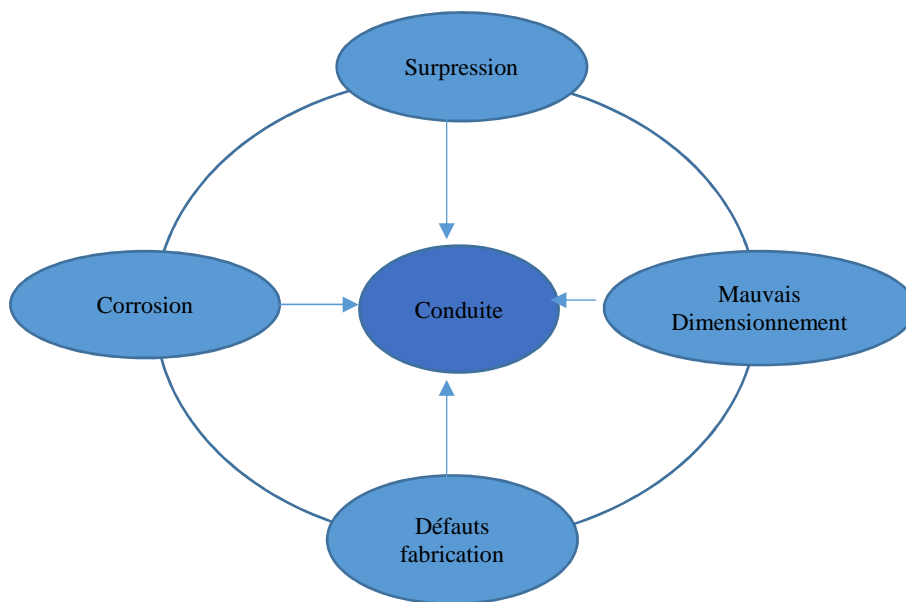


Figure 1.1. Facteur de sollicitation sur les conduites

I.3.2 Propagation d'ondes dans le milieu solide (fonte)

L'onde de choc provoquée par le fluide sur la paroi de la conduite, n'est que l'énergie du fluide transmette en une onde qui traverse le long de la conduite plus la conduite est rigide plus la longueur d'onde est très élevée. Les forces distribuées sont produites par les variations de pression et elles agissent le long de la conduite. En raison des fluctuations rapides de pression, la déformation radiale (contraction et dilatation) engendre des ondes de contrainte axiale qui se propagent dans la paroi de la conduite. Ce couplage est appelé couplage de Poisson. La vitesse des ondes dépend des propriétés élastiques du conduit ainsi que des contraintes externes. Les propriétés élastiques comprennent la taille du conduit, l'épaisseur de la paroi, le matériau de la paroi ; et les contraintes externes comprennent le type de supports et la liberté de mouvement des conduits dans le sens longitudinal comme montrer sur la figure *la figure 1.2*.

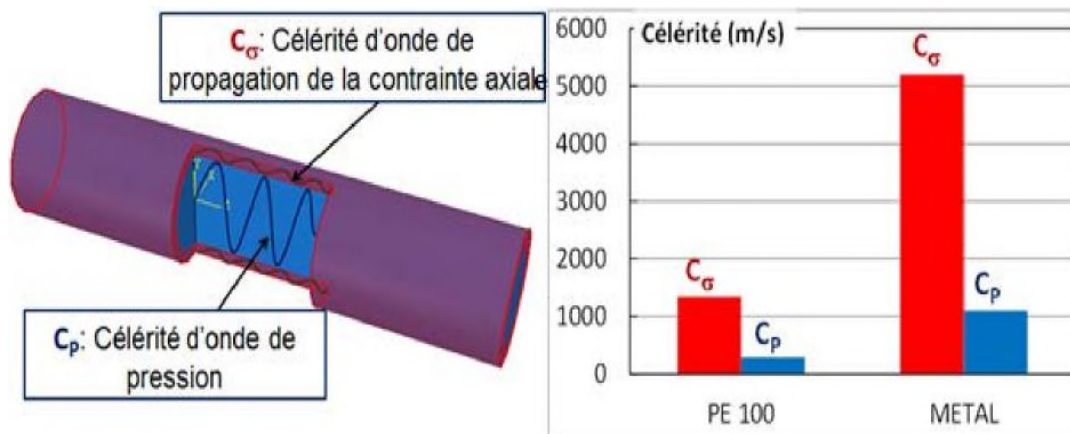


Figure 1.2 .Célérité d'onde de pression et de propagation de la contrainte axiale

I.4. l'interaction entre le milieu fluide et le milieu solide (pipe)

l'interaction fluide-structure est un phénomène dynamique qui s'intéresse au comportement d'un système constitué par une structure (rigide ou déformable) et un fluide (en écoulement ou au repos) autour ou à l'intérieur de la structure. C'est un terme général désignant l'échange d'énergie (cinétique) entre les deux milieux. Cet échange dépend non seulement de la géométrie, du comportement mécanique (élasticité, rigidité, flexibilité ...) et des conditions d'ancrage (degré de la liberté) de la structure, mais dépend également du régime d'écoulement, des fluctuations de pression et des propriétés du fluide telles que la compressibilité. L'interaction fluide structurelle se produit par des efforts dynamiques qui agissent simultanément sur le fluide et la conduite de sorte que l'évolution de l'une dépende de l'autre. Ces forces dynamiques sont classées en deux groupes : les forces distribuées (le long de la conduite) et les forces locales (dont les jonctions).

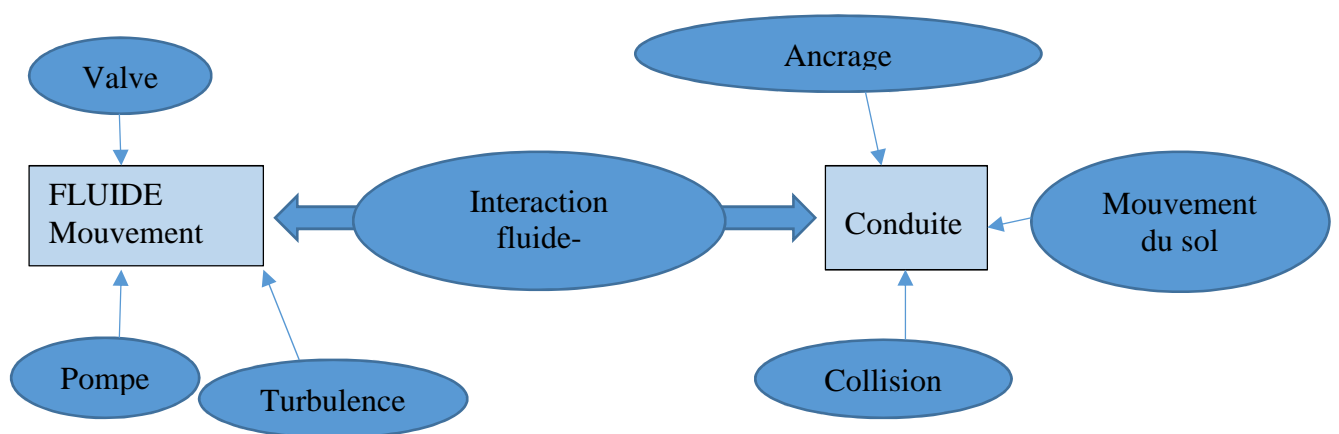


Figure I.3. Sources d'excitation sur le couplage fluide-conduite.

I.4.1. Interaction le long de la conduite

L'interaction entre un écoulement (fluide) et une paroi souple (incluant le cas de parois rigides) a fait l'objet de très nombreuses études ; tant numériques qu'expérimentales, appliquées à deux domaines d'intérêt. Le couplage entre le fluide et la structure intervient au niveau de l'interface entre les deux domaines. Les conditions du couplage sont donc imposées sur les frontières. Les conditions de couplage consistent en une opération de transfert de champs entre le fluide et la structure, et concernent le transfert de la pression au solide sous forme de contrainte, qui par la suite transfère les champs de déplacements au fluide. Burmann (1974a, b, 1975, 1980b) a donné un traitement mathématique rigoureux des ondes axiales propagation dans des cylindres coaxiaux remplis de liquide, y compris le couplage de Poisson. Le couplage à frottement entre le liquide et la conduite est appelé couplage de Poisson, relie les pressions dans le liquide aux contraintes axiales (longitudinales) dans la conduite par la contraction radiale ou l'expansion de la paroi de la conduite. La prédiction des phénomènes d'instabilité provoqués par le couplage entre le fluide et la structure est donc d'une importance capitale, car ceux-ci limitent dans de nombreux cas la plage de fonctionnement des systèmes. Dans le passé, fluides et solides étaient traités séparément et seule l'action du fluide sur le solide était par exemple prise en compte. Ce type de prédiction s'est révélé être dans de nombreux cas insuffisant, et à l'heure actuelle, on cherche à modéliser la boucle complète d'interaction entre les deux milieux. Les simulations numériques effectuées reposent la plupart du temps sur une modélisation simplifiée de l'un des deux milieux, ou font appel à des procédures de couplage spécifiques qui permettent de faire fonctionner ensemble les codes de calcul spécialement développés pour le fluide d'un côté et la structure de l'autre.

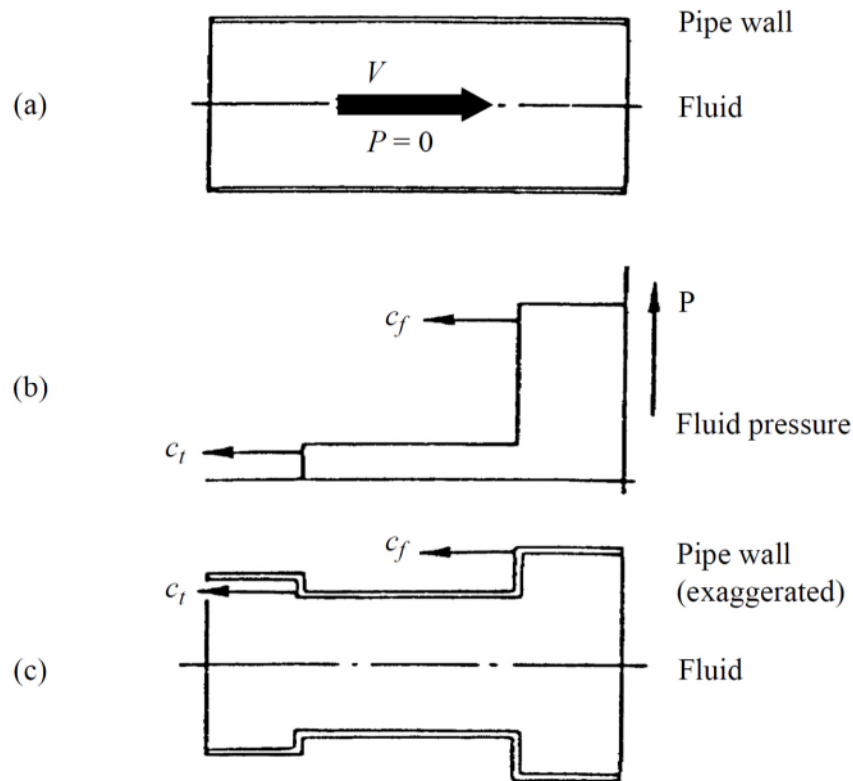


Figure I.4. Couplage de Poisson.

Comme illustré sur la *Figure I.4*, en (a), le fluide s'écoule à la vitesse V et à la pression de référence P . En (b), le fluide est arrêté instantanément, entraînant une montée en pression qui se propage à la vitesse c_f à travers le fluide.

La montée en pression s'accompagne d'une expansion radiale de la paroi de la conduite comme indiqué en (c). En raison de cette dilatation radiale, la conduite se raccourcit en arrière et s'allonge devant la montée en pression. L'allongement se révèle comme une onde de contrainte axiale. Il se propage à la vitesse c_m à travers la conduite et provoque une contraction radiale de la paroi comme en (c). La contraction radiale provoque une élévation de pression secondaire dans le fluide comme indiqué en (b). Cette élévation de pression secondaire est souvent appelée onde précurseure, car elle se propage à la vitesse c_m , qui est généralement supérieure à la vitesse de propagation c_f de l'élévation de pression primaire (Tijsseling & Lavooij 1990).

1.4.2. Interaction dans les jonctions

Les forces locales agissent au niveau de zones spécifiques d'un système hydraulique comme les raccords, les coudes, les tés, les vannes, etc. Elles provoquent un mouvement structurel qui peut être considéré comme une action de pompage. Lorsque les conditions de support permettent le mouvement de la conduite, une interaction fluide-structure peut se produire. Le mécanisme d'interaction le plus important est le couplage de jonction. En général, dans un réseau de distribution de système hydraulique de conduites se compose de sections droites de conduite, reliées par des coudes, des tés et des changements de diamètre, et se termine par des réservoirs, des pompes et des vannes. Ici, les points de connexion et terminaux sont appelés jonctions. Équipement hydraulique autre que ceux mentionnés ci-dessus peuvent également être situés aux jonctions. Lorsqu'une jonction est capable de se déplacer dans la direction axiale du tuyau, qui est la direction des ondes de pression, les forces mutuelles entre le fluide et le système de conduites peuvent provoquer une interaction dynamique, qui est connue sous le nom de couplage de jonction. Regetz (1960) a étudié les fluctuations de pression et de vitesse dans une conduite droite remplie avec du carburant. Son appareil expérimental a permis le mouvement axial de la conduite. Les vitesses de déplacement de conduites enregistrées à l'extrémité non restreinte ont été incorporées dans une analyse standard de coup de bélier dans le domaine fréquentiel. Il a été démontré que le mouvement des conduites a un effet certain sur le comportement du fluide. Blade et al. (1962) a étendu le travail de Regetz; un coude soutenu de manière flexible a été inclus. Ellis (1980) a considéré le couplage de jonction à un clapet antiretour, une branche en T et un coude 90° dans l'analyse d'un système pratique. Les ondes de pression et les ondes de contrainte axiales étaient modélisées ; le mouvement de flexion était expliqué par un système ressort-masse.

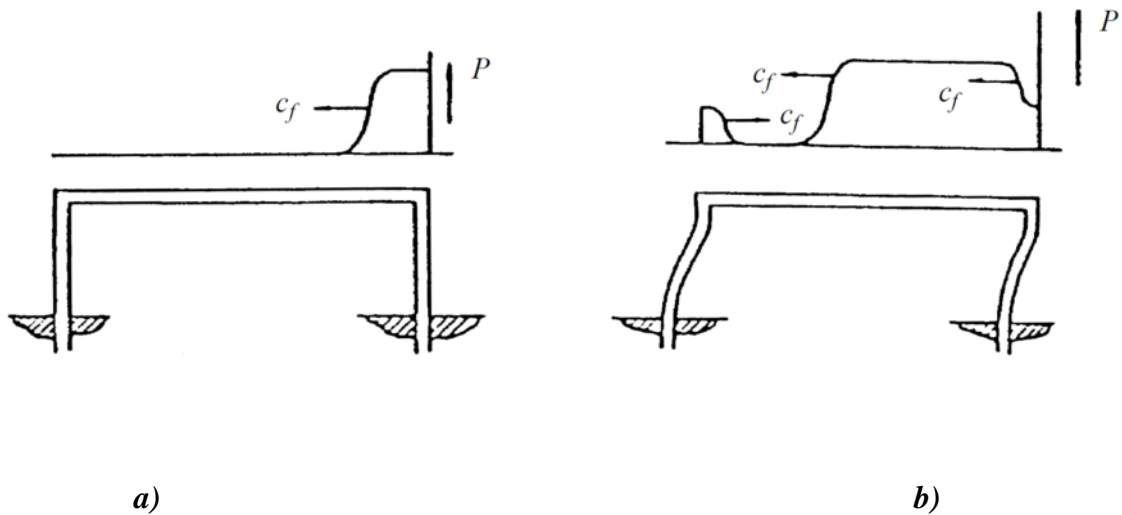


Figure I.5. Couplage fluide structure dans une jonction

Lorsqu'une onde de pression passe à travers le coude à droite de (a), la différence de pression nette entre les deux coudes fait bouger le système de conduite comme en (b). En raison du mouvement, la pression chute à droite et monte au coude gauche, comme illustré, simplifié, en (b). Le mouvement du coude tubulaire induit des ondes de pression dans le fluide, qui en retour influencent le mouvement du coude (Tijsseling & Lavooij 1990).

I.5. L'effet dynamique du régime transitoire sur l'intégralité de la conduite

Lorsqu'un changement se produit dans un système de conduites, tel que le démarrage ou l'arrêt d'une pompe, fermeture ou l'ouverture d'une vanne ou des changements dans les niveaux des réservoirs, l'équilibre du système sera perturbé et l'écoulement en conduites devient transitoire. Les changements du régime d'écoulement d'un fluide dans une conduite entraînent souvent des variations brutales de pression. Ces écarts seront plus importants si la variation du débit est brusque et si le fluide est incompressible. Par rapport au régime permanent, les pressions peuvent atteindre des valeurs excessives. En raison de l'inertie du fluide, la vitesse d'écoulement du fluide dans son intégralité ne peut plus s'adapter à la nouvelle situation. Le volume de fluide se déforme et cette déformation.

Il s'accompagne de modifications dynamiques de la pression. Si nous prenons l'exemple du coup de bélier dans une conduite en métal, la célérité de propagation des ondes de pression peut atteindre la vitesse du son (approximativement 1440 m/s dans l'eau). Plusieurs problèmes peuvent survenir dans un réseau de conduite du à la fluctuation de la pression et les conditions dans la conduite est soumise, on ajoutant le facteur de vieillissement de la conduite. Toutes ces conditions affectent l'intégrité de l'ensemble du système hydraulique. Les conséquences de tels phénomènes sont : des fuites, des chutes de pression, des fissures qui peuvent se propager le long de la conduite.

La rupture des réseaux de conduite en fonte est généralement due à des matériaux d'ancienne génération dont les propriétés ont une résistance limitée pour les sévères conditions de fonctionnements et environnementaux. Les autres facteurs sont des erreurs humaines commises lors du processus de fabrication ou lors de la conception et de l'installation d'un réseau de conduite [3].

On ajoutant l'action combinée de la corrosion sur la conduite et du mouvement de sol (vibration, séisme, travaux divers). Une rupture peut entrainer une intervention sur le réseau de plusieurs heures.



Figure I.6. Rupture longitudinale d'une conduite en fonte

I.5.1. Contrôle des conduites

Le contrôle des conduites se divise en deux catégories ou familles le premier est le contrôle destructif décrit est utilisé pour vérifier les propriétés mécaniques imposées par les normes et spécifications des produits, l'essai de traction, de pliage, de la dureté, de la flexion, etc.

Le deuxième contrôle et non destructif, le contrôle visuel et dimensionnel consiste en une vérification visuelle de son aspect physique et de ses dimensions géométriques.

I.5.2. Mécanique de la rupture

La mécanique de la rupture a pour objet l'étude des fissures macroscopiques, c'est à dire: la détermination du champ des contraintes et des déformations correspondant, et l'établissement des données expérimentales qui permettent de porter un jugement sur la cinétique de propagation des défauts et leurs tailles critiques, au-delà de laquelle, pour une

sollicitation donnée; la rupture instable sera déclenchée. On peut dire que le développement théorique de la mécanique de la rupture, important depuis les années 1960, doit beaucoup aux progrès réalisés conjointement dans la mise au point des méthodes de contrôle non destructif.

La mécanique de la rupture prévoit, en fonction des dimensions d'une fissure, de l'état de chargements mécaniques temporels, des caractéristiques du matériau, notamment la ténacité, l'amorçage, la propagation de fissure et la condition de rupture associée. La théorie de la mécanique de la rupture avec ses différents concepts de mécanique élastique linéaire, élastique non linéaire et élastique plastique, s'est révélée également adaptée à l'étude des défauts dans les différents types des matériaux.

Plusieurs approches et paramètres de chargement sont proposés. Les critères associés sont des valeurs critiques (ténacité) ou des courbes maîtresses. Leurs conditions d'utilisation et leur domaine de validité dépendent du comportement du matériau, des conditions de chargement (*Figure I.7*), du niveau de ductilité et du comportement à l'amorçage et à la propagation de fissure. Quand le mode de rupture, dans un tube est fragile, le comportement du matériau est élastique linéaire où la zone de confinement de plasticité est très faible, la résistance à la fissuration est représentée par le Facteur d'Intensité de Contraintes et le taux de restitution d'énergie, en se basant sur le concept de la mécanique linéaire de la rupture. En outre, le concept de la mécanique élastoplastique est appliqué en cas de rupture ductile où la ténacité est définie par la courbe de résistance à la fissuration, par l'intégrale de contour J approche très utilisée, ou par le travail essentiel de la rupture.

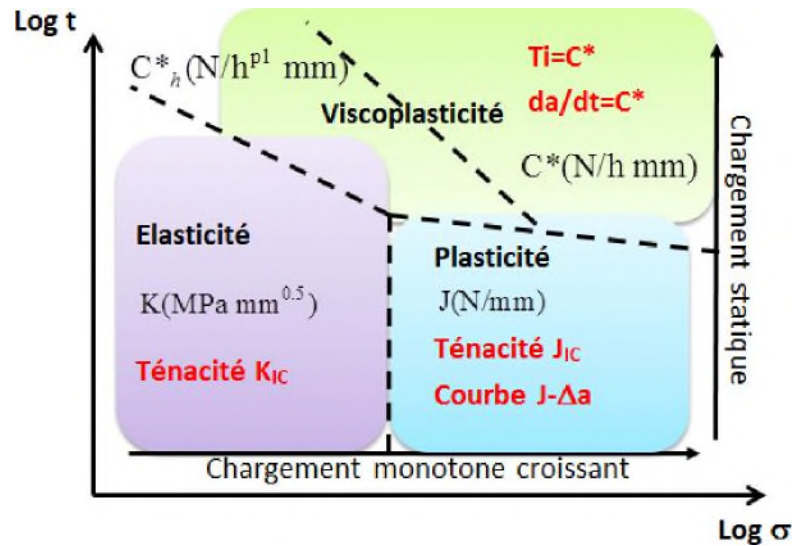


Figure I.7. Domaine de validité des paramètres de la mécanique de la rupture [60]

I.5.3. Concept de la mécanique linéaire élastique de la rupture et Facteur d'Intensité de Contraintes

Le concept de la mécanique de la rupture se base sur deux approches : l'approche classique pour le dimensionnement des structures, basée sur la limite d'élasticité du matériau σ_E ; et l'approche utilisant le concept de ténacité K_C issu de la mécanique linéaire de la rupture (MLR).

Dans le premier cas, on dimensionne les structures pour que les contraintes appliquées σ restent inférieures à la limite d'élasticité ($\sigma < \sigma_E$). On utilise en général un coefficient de sécurité pour prévenir tout risque de rupture fragile ($\sigma < \alpha \sigma_E$ avec $\alpha < 1$). Cette approche est à deux variables σ et σ_E avec prise en compte de facteur α .

L'approche basée sur la mécanique linéaire de la rupture est à trois variables : la contrainte appliquée, la ténacité K_C qui remplace la limite d'élasticité et une variable additionnelle qui est la taille du défaut (a). Il y a cependant deux approches alternatives de la mécanique de la rupture.

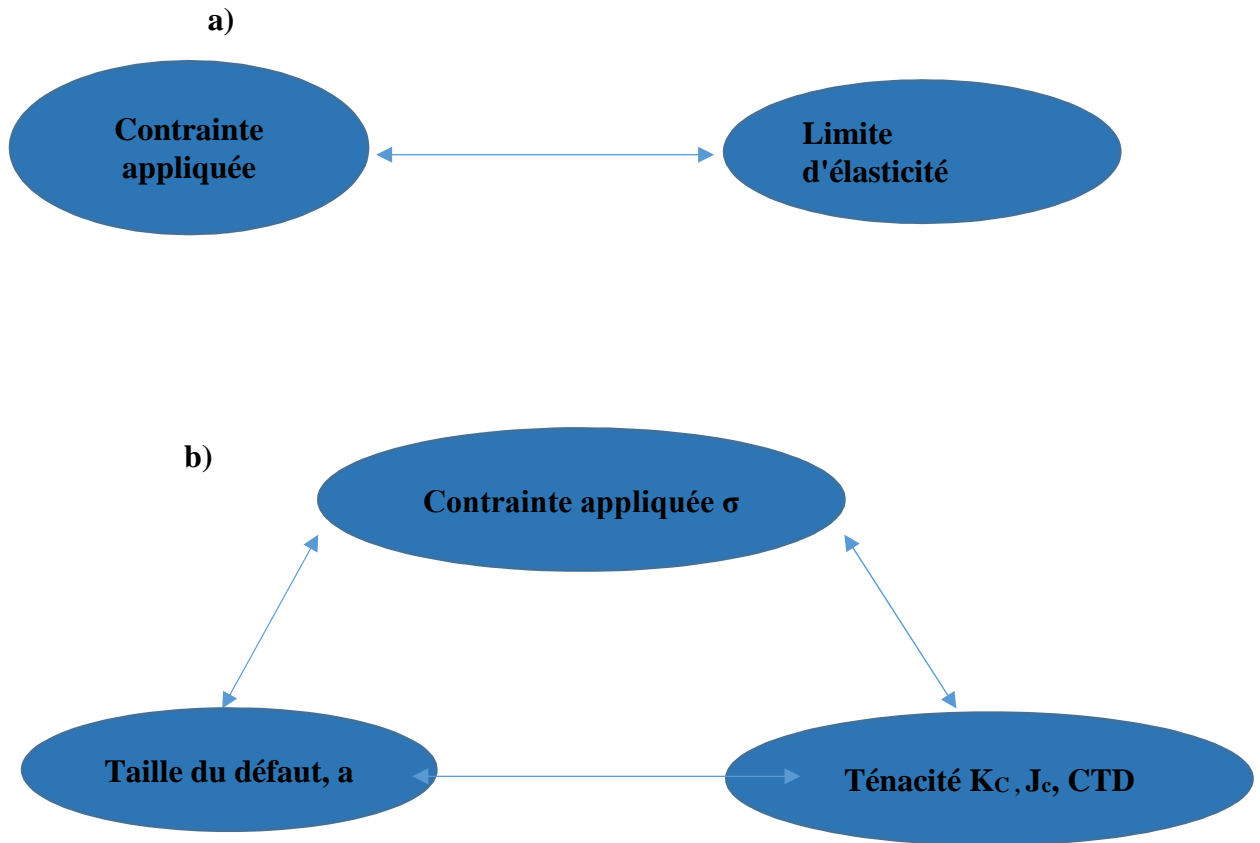


Figure I.8. a) L'approche classique et b) l'approche utilisant la MLR de la mécanique de la rupture.

Dans l'approche basée sur le concept de Facteur d'intensité de contrainte de la MLR, la rupture se produit lorsque le FIC K_I atteint la valeur critique K_{IC} qui correspond à la ténacité du matériau.

Dans cette approche, le K_I est la force motrice dans un matériau dont la résistance à la rupture est caractérisée par la ténacité K_{IC} . La mécanique linéaire élastique de la rupture (LEFM) a souvent été utilisée pour analyser la fissuration des conduites.

La forme générale du champ des contraintes au voisinage de l'extrémité d'une fissure dans un matériau dont le comportement est élastique et linéaire est de la forme :

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} \alpha_m r^2 g_{ij}^{(m)}(\theta) \quad (I.3)$$

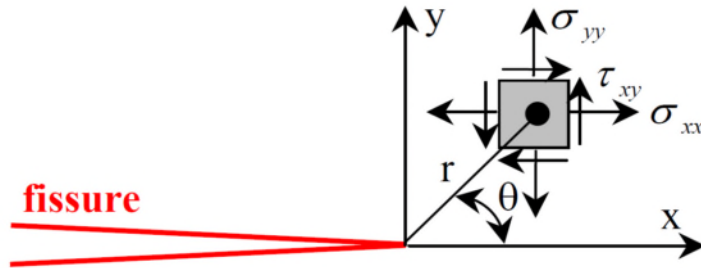


Figure I.9. Contraintes au fond d'une fissure dans l'axe (x,y) et des coordonnées (r, θ).

Au voisinage immédiat de l'extrémité de la fissure, les contraintes présentent une singularité en $1/\sqrt{r}$, c'est à dire lorsque $r \rightarrow 0$ elles tendent vers l'infini. Les autres termes d'ordre plus élevé de la relation I.3 sont alors négligeables. La zone la plus critique est donc le voisinage immédiat de l'extrémité de la fissure.

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (I.4)$$

I.5.3. Concept de la mécanique de la rupture et l'intégrale-J

L'intégrale de contour J ou (Intégrale de Rice) est une intégrale de contour utilisée comme paramètre caractéristique de l'état de contrainte à l'extrémité d'une fissure.

- Rice qui proposa ce paramètre fait l'hypothèse que le comportement des matériaux ductiles est élastique non linéaire
- une telle hypothèse doit être utilisée avec précaution lorsqu'on a des décharges élastiques

La mécanique élastoplastique de la rupture (MEPR) s'est développée à partir des fondements théoriques de la mécanique linéaire de la rupture.

Les deux paramètres importants de la MEPR sont :

- l'écartement à fond de fissure ou Crack Tip Opening Displacement(CTOD)

- l'intégrale de contour J ou intégrale de Rice-Lorsque la plastification à fond de fissure est trop importante, la description à l'aide d'un paramètre unique (CTOD ou J) n'est plus possible

$$J = G = \frac{K_I^2}{E} \quad (\text{I.5})$$

L'intégrale-J reste la méthode standard la plus utilisée vu que les méthodes numériques permettent d'évaluer ce paramètre pour plusieurs configurations de fissuration.

Il n'y a pas de normes approuvées actuellement pour la détermination de la ténacité J_{IC} . L'intégrale-J, développée par Rice [53], est définie comme une intégrale de contour. Elle décrit l'énergie par unité de surface nécessaire à la création de deux nouvelles surfaces dans un corps fissuré soumis à une sollicitation. La valeur critique de l'intégrale-J (ténacité) correspond au moment de l'amorçage de fissure. L'intégrale-J est définie par les équations I.5

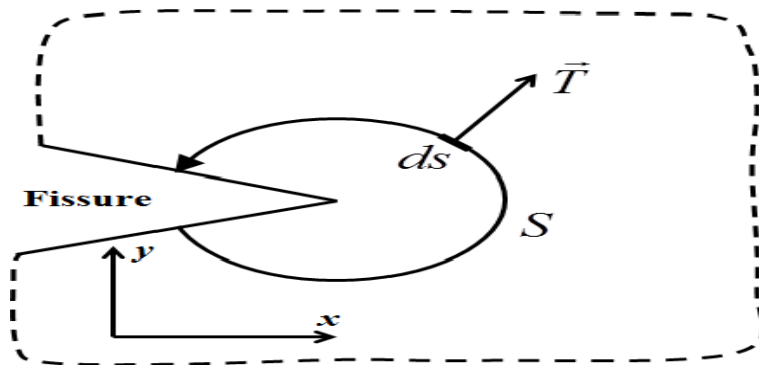


Figure I.10 : Intégrale de contour J

Quand le matériau subit une déformation élastique, sauf au fond de fissure où il y a une faible déformation plastique de sorte que la zone de confinement plastique ne perturbe pas le champ de contrainte élastique, la valeur de J correspond à la valeur de taux de restitution d'énergie.

Chapitre II

Modélisation des écoulements transitoires en conduite

Ce chapitre est consacré, dans un premier temps, à présenter les équations régissant le type d'écoulements transitoires dans une conduite élastique en tenant compte du couplage fluide structure (FSI). Dans un second temps, la résolution du système d'équations de type hyperbolique par la méthode des caractéristiques plus la méthode des différences finies afin de résoudre ce système des équations, temporelle sur un modèle qui compris un réservoir une conduite et une vanne.

II.1. Formulations mathématiques (Les Équations générales des écoulements transitoires en conduites élastiques)

II.1.1. Introduction

Un écoulement instable est dit transitoire, dont principalement les dispositifs de régulation du débit tels que les vannes ou pompes agissent sur le fluide et imposent des conditions qui se transforment en énergie. Son importance pratique est due au fait que les changements de pression associés peuvent dépasser la valeur autorisée ou plage de fluctuation pour le matériau de la conduite. Ces pressions transitoires dépendent d'un nombre de facteurs, notamment le taux d'accélération ou de décélération du fluide, la compressibilité le fluide, l'élasticité de la conduite et la géométrie globale des réseaux de conduites. Le bruit audible parfois associé à un écoulement instable des conduites est souvent décrit comme un "coup de bélier", en raison du bruit de marteau. Les équations de base qui décrivent un écoulement instable dans les réseaux sont développées en appliquant les principes de continuité et impulsion à un volume de contrôle. Ces équations de base ensemble avec des équations aux conditions aux limites appropriées, définies le régime d'écoulement et leur solution permet la prédiction de la variation des variables dépendantes, de la pression (p) et de la vitesse d'écoulement (v) avec variables, temps (t) et emplacement (x).

Les études des problèmes concernant l'écoulement du fluide instationnaire dans les conduites sont résolues à l'aide d'un ensemble d'équations différentielles partielles (Wylie et Streeter, 1993). Ces équations ne sont valables que lorsque la pression est supérieure à la pression de vapeur de liquide, et sont résolues numériquement en utilisant la méthode des caractéristiques qui a été introduite par Streeter et Wylie (1967). Mais dans de nombreux régimes d'écoulement, une petite quantité de gaz libre est présente dans un liquide. Lorsque la pression locale pendant la transitoire tombe en dessous de la pression de saturation, le liquide libère du gaz. Si la pression chute à la pression de vapeur, des cavités se forment (Tullis et al., 1976). Un modèle analytique a été développé par Pezzinga (1999) a développé un modèle 2D, qui calcule les pertes par frottement dans les conduites en utilisant des profils de vitesse instantanée. Les valeurs extrêmes pour les têtes de pression et les oscillations des ondes de pression ont été bien reproduites par ce modèle.

Le présent examen met l'accent sur les phénomènes transitoires et, par conséquent, les analyses du domaine temporel. FSI est présenté comme une extension de la théorie du marteau à eau conventionnelle, comme dans l'article classique de Skalak (1956).

Les systèmes de canalisation subissent de fortes forces dynamiques lors d'un coup de bélier. Quand ces forces font bouger le système, une analyse fluide structure interaction est importante peut se produire, de sorte que le liquide et le solide ne peuvent pas être traités séparément dans une analyse théorique : les mécanismes d'interaction doivent être pris en compte. Dans la majorité des analyses examinées, les conduites sont à paroi mince, droite, prismatique et de section circulaire. Le liquide et la paroi de la conduite sont supposés linéairement élastiques.

Les théories développées sont valables pour les longueurs d'onde longues (par rapport au diamètre de la conduite), les phénomènes acoustiques (vitesses convectives négligées). Les paramètres importants sans dimension dans les analyses FSI sont (i) le coefficient de Poisson, (ii) le rapport du rayon de la conduite à l'épaisseur des parois (iii) le rapport de la masse volumique du liquide à la masse volumique des parois de la conduite, et (iv) le rapport entre le module de masse liquide et le module d'Young de la paroi de la conduite. Lorsque le liquide et la masse structurale et l'élasticité, et donc les vitesses de propagation de la pression et les ondes de stress, sont du même ordre de grandeur, le FSI est susceptible d'être important, à condition que l'excitation transitoire soit suffisamment rapide.

Une classification des modèles FSI unidimensionnels selon leurs équations de base, écrit comme un ensemble hyperbolique d'équations différentielles partielles de premier ordre, est souvent faite. Le modèle à deux équations (un mode) fait référence à la théorie classique du coup de bélier, où la pression et la vitesse du liquide sont les deux seules inconnues. Les quatre équations (deux modes) le modèle permet le mouvement axial de la conduite droite ; contrainte axiale et paroi axiale, et la vitesse sont les variables supplémentaires. Le modèle à six équations apparaît lorsque les forces radiales d'inertie sont prises en compte ; la contrainte radiale et la vitesse radiale des parois de la conduite sont les inconnues supplémentaires. Le modèle à huit équations est valable pour les systèmes de conduites, avec inclusion éventuelle du plan. Les mouvements de flexion

axiale et dans le plan sont pris en compte, tandis que l'inertie radiale est ignorée. Le modèle de quatorze équations de pointe décrit mouvement axial (liquide et conduite), flexion dans et hors du plan, et mouvement de torsion et système de conduites en trois dimensions.

Dans cette étude, nous basant sur le modèle à quatre équations et la théorie générale des écoulements transitoires développée par Wylie et Streeter [95], Tijsseling [98] et Keramat et al. [91], nous présentons les formulations mathématiques relatives aux écoulements transitoires de fluide dans les conduites élastiques. Ceci nous permettra d'obtenir les relations de base de l'écoulement axial en conduites élastiques. Le modèle proposé est applicable à une conduite rectiligne de section circulaire.

II.1.2. Hypothèses

Le modèle unidimensionnel est valable pour les conduites droites à parois minces de section circulaire. Le matériau de la paroi de la conduite est homogène, isotrope, linéairement élastique et soumis à de petites déformations. La résistance au mouvement radial par inertie, flexion,

la rigidité et la déformation par cisaillement sont ignorées. Le liquide contenu est newtonien avec propriétés homogènes, isotropes et linéairement élastiques. Le modèle développé est à une dimension, exprimé par la seule coordonnée spatiale le long de l'axe de la conduite. Les vitesses d'écoulement du fluide et de déplacement de la conduite sont supposées très inférieures aux célérités des ondes de pression et de la contrainte axiale. Cela signifie que les termes convectifs peuvent être négligés (approximation acoustique).

Les transformations rapides, liées au phénomène de propagation des ondes, peuvent être considérées comme isentropiques (en dehors des ondes de choc). Par ailleurs, dans le cas des liquides et tout particulièrement de l'eau, dont le rapport des chaleurs spécifiques est voisin de un, il y a très peu de différences entre les transformations isothermes et adiabatiques. Dans ces conditions, le fluide est considéré comme barotrope.

II.1.3. Comportement d'un milieu élastique

Le problème fondamental en mécanique est la prédiction du comportement mécanique d'un corps lorsqu'il est soumis à une charge externe. Nous voulons prédire la déformation, et les contraintes dans le matériau (la température n'est pas prise en compte).

Pour mettre en place un modèle mathématique, qui peut être utilisé pour résoudre le problème, nous devons être capable d'identifier la position des points matériels. À cette fin, nous utilisons le vecteur position : \vec{X} à l'état non déformé et \vec{x} à l'état déformé. Le déplacement pendant la déformation est évidemment la différence entre \vec{x} et \vec{X} . Dans les mathématiques des prochaines sections, nous utilisons les composantes des variables vectorielles (et tensorielles) w.r.t. une coordonnée système. Ces composants sont indiqués par des indices, qui prennent des valeurs dans la range $\{1, 2, 3\}$ pour les déformations tridimensionnelles.

En mécanique continue, nous supposons que le corps est parfait, c'est-à-dire qu'il ne contient pas de vides, fissures ou autres imperfections. Cela implique que les variables pertinentes, comme le déplacement, sont une fonction continue de l'emplacement dans le corps. De cette façon, la différence vectrice entre deux points adjacents dans un état non déformé et déformé peut être liée. L'élasticité est une propriété générale des matériaux solides. Cette propriété fut énoncée par Hooke en 1660 : la déformation est proportionnelle à l'effort appliqué. Et c'est exactement ça l'élasticité : la proportionnalité qui existe entre l'effet (la déformation) et la cause (la contrainte).

Cette proportionnalité comporte que l'effet disparaît si la cause cesse : physiquement, si on décharge, le corps reprend exactement sa forme et ses dimensions d'origine : l'élasticité n'a pas un effet de mémoire. Par définition, un corps est élastique s'il retrouve son état initial lorsque les forces extérieures sont supprimées, le retour à l'état de départ est l'œuvre des contraintes internes, les contraintes et les déformations s'annulent simultanément au repos. Donc, il existe une relation entre contrainte et déformation dans l'hypothèse des petites déformations :

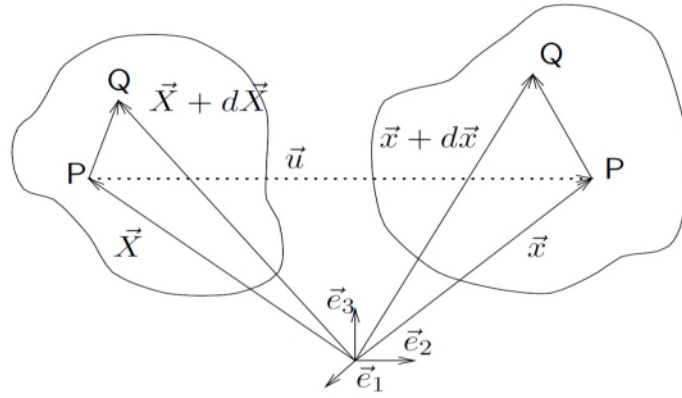


Figure II.1 : Champs de déplacement d'un point matériel

$$(II.1) \quad x_i = X_i + u_i(X_i)$$

$$X_i + dx_i = X_i + dX_i + u_i(X_i + dX_i) = X_i + dX_i + u_i(X_i) + u_{ij}dX_j \quad (II.2)$$

$$dx_i = dX_i + u_{ij}dX_j = (\delta_{ij} + u_{ij})dX_j \quad (II.3)$$

La déformation locale, c'est-à-dire la déformation d'un petit volume de matière en un point de matière, est décrite par des souches. Lorsque les allongements et les rotations sont importants, les déformations Green-Lagrange γ_{ij} sont couramment utilisées. Pour les petits allongements et rotations, ceux-ci peuvent être linéarisés, déformations linéaires e_{ij} .

Lorsque la déformation n'est pas totalement sans contrainte, elle provoque des contraintes dans le matériau. Le vecteur de contrainte \vec{p} sur un plan dans un point matériel, peut être calculée à partir de l'unité normale vecteur \vec{n} sur le plan et le tenseur de contrainte de Cauchy. Utilisation de la notation d'index dans une coordonnée système, les composantes de \vec{p} peuvent être reliées à celles de \vec{n} par les composantes de contrainte de Cauchy.

σ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$). Ces composantes de contrainte peuvent être représentées comme les vecteurs de contrainte sur les côtés d'un cube de contrainte infinitésimal dans le point matériel, avec ses côtés normaux à la coordonner les axes.

Vecteur d'unité normale $\vec{n} = n_i \cdot \vec{e}_i$

Vecteur de contraintes $\vec{p} = p_i \vec{e}_i$

Composante de contrainte de Cauchy $p_i = \sigma_{ij}n_j$

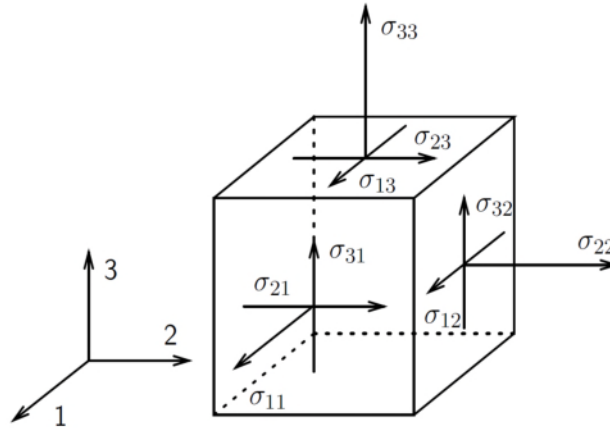


Figure II.2 : Etat de contrainte dans le plan x,y,z

Pour de très petites déformations, le comportement mécanique d'un matériau solide est réversible et caractérisé par une relation linéaire entre les composants de contrainte et de déformation. La relation est donnée par les paramètres de rigidité C_{ijkl} ($i, j, k, l = 1, 2, 3$) et est appelée loi de Hooke.

En raison de la symétrie des composants de contrainte et de déformation, il n'y a pas plus de 21 paramètres de rigidité indépendants. En raison de la symétrie des matériaux - structure cristalline - le comportement élastique de la plupart des matériaux peut être décrit par beaucoup moins de paramètres de matériaux. Pour matériaux isotropes, deux paramètres de matériau suffisent : le module d'Young E et le coefficient de Poisson ν

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{lk} \quad (\text{II.4})$$

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left(\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \varepsilon_{kk} \right) \quad (\text{II.5})$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \left(\sigma_{ij} - \frac{\nu}{1+\nu} \delta_{ij} \sigma_{kk} \right) \quad (\text{II.6})$$

$$i = 1, 2, 3$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 - \nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 - \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1 - \nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - 2\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - 2\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - 2\nu \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \end{pmatrix}$$

Avec : $\alpha = E / [(1 + \nu)(1 - 2\nu)]$

Les problèmes d'équilibre et de vibration des cylindres ont été traités avant la découverte des équations générales d'élasticité. Euler a étudié le problème de vibration d'un cylindre on le divisant en fines tranches et on traitant chaque tranche comme une barre incurvée - cette théorie a négligé l'effet du changement de courbure le long de l'axe de du cylindre. James Bernottali a poursuivi on rapprochant la cloche de deux ensembles de barres courbes. Boiteux et Clayperon a étudié le problème des cylindres creux sous pression interne et flexion symétrique des coques. Le travail sur les coordonnées curvilignes de Lamé a fourni la première base de description de la géométrie de cylindre mince. Poisson et Cauchy sont partis de l'équation générale de l'élasticité on élargissant les déplacements et les contraintes en termes de séries de puissance de la distance de la surface médiane. Une grande controverse a surgi concernant la convergence des séries et le nombre de conditions aux limites. Kirchoff a introduit les hypothèses équivalentes de la théorie des faisceaux dans la théorie des plaques. Dans ces hypothèses, les questions du nombre de conditions aux limites ont été résolues. Rayleigh a considéré le problème de vibration des coques. Il a conclu, à partir d'un raisonnement physique, que la surface médiane d'une coquille vibrante n'était pas bloquée et a présenté la théorie de la flexion des coquilles. La méthode de Kirchoff utilisée pour les coquilles a été présentée pour la première fois par Aron et Love. Les travaux de Love sur les coques sont considérés comme la base de la théorie moderne de cylindre creux mince.

La propriété élastique de la paroi de conduite peut être représentée par un modèle mécanique pour avoir une relation appropriée entre la contrainte et la déformation.

II.1.4. Relations de bases du fluide

Pour présenter les équations du mouvement pour le fluide, nous suivons l'approche de Tijsseling [101]. Nous partons des équations de Navier Stokes et de continuité en coordonnées cylindriques dans la direction axiale de l'écoulement. La coordonnée circonférentielle est supprimée du fait de la symétrie axiale.

Les équations du mouvement d'un fluide dans une conduite sont déduites à partir des équations de conservation (de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie), et celles du comportement mécanique et thermodynamique du fluide.

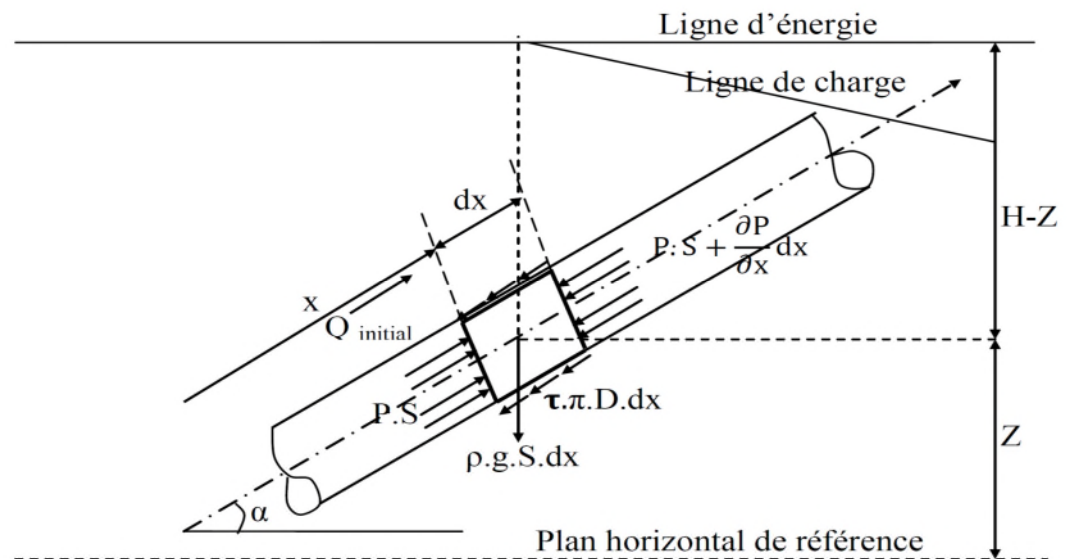


Figure II.3 : Schéma d'un volume de contrôle pour l'application de l'équation de la quantité de mouvement.

L'équation de la continuité doit traduire le principe de conservation de la masse. L'augmentation de la masse pendant un certain temps de fluide contenu dans un volume doit

être égale à la somme des masses de fluide qui y entre, diminuée de celles qui en sortent, la forme différentielle de l'équation de continuité est la suivante ;

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \vec{V} = 0 \quad (\text{II-7})$$

Où :

\vec{V} : est le vecteur de vitesse ;

ρ : est la masse volumique.

Le principe fondamental de la dynamique c'est que la variation de la quantité de mouvement d'un système matériel est égale à la somme de toutes les forces extérieures qui lui sont appliquées.

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \vec{V} dV = \sum: \overrightarrow{F_{ext}} \quad (\text{II-8})$$

Où les forces extérieures F_{ext} sont :

Les forces de volume : $\int_D \vec{f} dV$

Les forces de surface : $\int_D \vec{T} ds$

Où :

\vec{f} : La résultante de force à distance qui s'exerce sur l'élément de volume dv

\vec{T} : Représente une force par unité de surface.

V : La vitesse moyenne.

V : le volume de contrôle.

Sous une autre forme, on peut écrire :

$$\rho \frac{\overline{d\vec{v}}}{dt} = \rho \vec{F} - \overline{grad}P + \vec{f}_V \quad (\text{II-9})$$

Où :

$\rho \frac{\overline{d\vec{v}}}{dt}$: représente la force d'inertie par unité de volume.

$\rho \vec{F}$: représente les forces de volume.

$\overline{grad}P$: représente les forces de pression.

\vec{f}_V : représente les forces de viscosité.

Pour un système matériel quelconque effectuant une transformation ouverte entre deux états d'équilibre, la variation de la somme de l'énergie interne E de l'énergie cinétique K est égale au travail ΔW et de la chaleur ΔQ .

$$\Delta(E+K)=W+Q$$

La résolution mathématique de l'équation conduite à :

$$p \frac{dE}{dt} = \text{div}(\lambda \overline{grad}_T) + q - p \cdot \text{div} \vec{V} + \Phi \quad (\text{II-10})$$

Où :

$\text{div}(\lambda \overline{grad}_T)$: Le flux de chaleur.

q : est la source de chaleur.

$P \cdot \text{div} \vec{V}$: L'effet de pression.

Φ : La fonction de dissipation (processus irréversible).

Pour la loi de comportement mécanique on distingue qui nous servons de relié les contraintes et les déformations pour les fluides, qui sont moins spécifiques à un type de milieu.

La loi de comportement mécanique des fluides est donnée par la relation suivante :

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma} &= f(\bar{\varepsilon}) \\ \bar{\sigma} &= -p\bar{I} + \bar{\tau} \\ \bar{\tau} &= \lambda(\operatorname{div} \bar{V})\bar{I} + 2\mu\bar{\varepsilon} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II-11})$$

Où :

$\bar{\sigma}$: est le tenseur de contraintes ;

$\bar{\varepsilon}$: est le tenseur des taux de déformation ;

λ et μ : est le Coefficient de viscosité (coefficient de lame) ;

$\bar{\tau}$: est le tenseur des contraintes de viscosité l'équation (II-11) prend la forme suivante :

$$\bar{\sigma} = (-P + \lambda \cdot \operatorname{div} \bar{V})\bar{I} + 2\mu\bar{\varepsilon} \quad (\text{II-12})$$

Et pour la loi de comportement thermodynamique, les transformations rapides liées au phénomène de propagation d'onde (dans les liquides) peuvent être considérées comme isothermes.

Dans ces conditions, le fluide à un comportement particulièrement baro- trope, c'est-à-dire la masse volumique dépend essentiellement de la pression.

En vertu la relation qui lie « ρ » et « P », on peut écrire :

$$\chi = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dP}$$

Sachant que le module d'élasticité du fluide K est l'inverse du coefficient de compressibilité χ de fluide, on peut écrire :

$$\frac{1}{K} dP = \frac{d\rho}{\rho} \quad (\text{II-13})$$

Où :

χ : Coefficient de compressibilité isotherme ;

K : Le module d'élasticité du fluide ;

ρ : La masse volumique du fluide.

II.1.5. Relations de base de la conduite

Les relations de bases qui décrivent le mouvement axial de la conduite sont L'équation dynamique(ou équation du mouvement de la paroi de la conduite) et la loi de comportement du matériau :

$$\rho_m \frac{d^2 \vec{u}}{dt^2} = \text{div} \bar{\sigma} + \rho_m \vec{F} \quad (\text{II-14})$$

Où :

\vec{u} : est le vecteur de déplacement d'un élément de paroi.

ρ_m : est la masse volumique du matériau.

$\bar{\sigma}$: est le tenseur des contraintes.

\vec{F} : est la force massique extérieure (pesanteur).

Pour un matériau élastique, homogène, linéaire et isotrope et on admettant qu'il n'y a pas d'échange de température, les relations des contraintes aux déformations sont données par la loi de Hooke généralisée (système de coordonnées (x, θ , r)).

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_{rr} = \frac{1}{E} [\sigma_{rr} - \nu(\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{xx}) \\ \epsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{rr}) \\ \epsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{E} [\sigma_{\theta\theta} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{rr}) \end{array} \right. \quad (\text{II-15})$$

Avec :

E : est le module d'élasticité (ou module de Young).

ϵ_{ij} : est les composantes du tenseur de déformation.

ν : est le coefficient de poisson.

Compte tenu de ces hypothèses, les équations de conservation précédentes peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{m}_{x+dx} - \dot{m}_x + \frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot s \cdot dx) &= 0 \\ \rho \cdot V \cdot S + \frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot V \cdot S)dx - \rho \cdot V \cdot S + \frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot s \cdot dx) &= 0 \\ \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot s) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot V \cdot S) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{II-16})$$

Où :

S : est la section du fluide.

En coordonnées cylindriques (R, θ , x)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot s) + \rho \cdot s \left(\partial V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} \right) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \cdot V_r) = 0 \quad (\text{II-17})$$

B- Equation de la conservation de la quantité du mouvement :

Sur la (**figure II.2**) est schématisé un élément de volume de fluide de section (s) et de longueur dx dont le tube est incliné d'un angle (α). Les forces appliquées sur cet élément dans la direction x sont les forces de pression, la contrainte tangentielle (τ), et la force de gravité.

Pour trouver l'équation de quantité de mouvement en projetant les efforts sur l'axe x :

$$p \cdot s - p \cdot s - \frac{\partial(p \cdot s)}{\partial x} dx - \tau \cdot \pi \cdot D \cdot dx - \rho \cdot g \cdot s dx \cdot \sin \alpha = \rho \cdot s \cdot dx \cdot \frac{\partial V}{\partial t}$$

Tout calcul fait, on obtient :

$$s \frac{\partial p}{\partial x} + \tau \cdot \pi \cdot D + \rho \cdot g \cdot s \cdot \sin \alpha + \rho \cdot s \cdot \frac{\partial V}{\partial t} = 0$$

Avec:

$$\tau_g = \rho \cdot g \cdot \frac{D}{4} J$$

Où :

τ_g : est la contrainte tangentielle de viscosité ;

J : perte de charge unitaire (m /m).

L'équation de quantité de mouvement finale est la suivante :

$$\rho_f \frac{\partial V_x}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} = \rho g (J - \sin \alpha) \quad (\text{II.18})$$

I-2.2. Equations relatives à la paroi de la conduite :

Ces équations sont déduites à partir de la loi de HOOKE généralisée pour un matériau élastique se déformant sous la pression du fluide.

Figure II.3 : système de coordonnées (r, x, θ) et géométrie de la paroi de la conduite.

Compte tenu des hypothèses et l'axe-symétrie du problème les équations de comportement se traduisent à deux équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{\theta\theta})] \\ \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{E} [\sigma_{\theta\theta} - \nu(\sigma_{xx})] \end{array} \right. \quad (\text{II-19})$$

Avec :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (\text{II-20})$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{W}{R} \quad (\text{II-21})$$

Où :

u : est le déplacement longitudinal de la paroi de la conduite.

W : est le déplacement radial de la paroi de la conduite.

R : est le rayon.

D'après l'équation de la dynamique (mouvement) de la conduite, on obtient :

$$\rho_m \cdot R \cdot e \frac{\partial \dot{W}}{\partial t} - R \cdot P + e \cdot \sigma_\theta = 0 \quad (\text{II-22})$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} - \rho_m \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} = 0 \quad (\text{II-23})$$

En se référant aux travaux de Bahrar [28] et de Djemili [6] qui ont montré que l'inertie radiale peut être négligée alors l'équation (II-16) peut être écrite sous une forme donnant directement la relation entre la contrainte circonférentielle et la pression interne du fluide.

$$\sigma_\theta = \frac{RP}{e} \quad (\text{II-24})$$

Avec :

e : Epaisseur de la paroi de la conduite.

ρ_m : La masse volumique du matériau.

\dot{u} : La vitesse de déplacement longitudinale de la structure.

\dot{W} : La vitesse de déplacement radial de la structure.

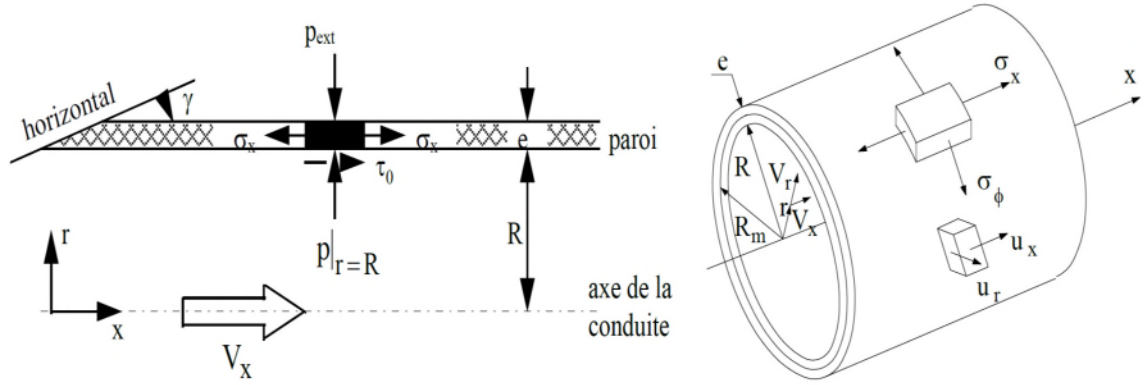


Figure II.4 : Contraintes sur la paroi

II.1.6. Couplage fluide-structure et modèle à quatre équations

Dans cette partie, on donne les relations du couplage entre les différents paramètres du fluide la pression P la vitesse du fluide V , de la contrainte σ et du déplacement de la conduite u .

On considère les grandeurs moyennes de l'écoulement en substituant (II-14) et (II-15) dans (II-13)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{\theta\theta})] \\ \text{(II-25)} \\ \frac{W}{R} = \frac{1}{E} [\sigma_{\theta\theta} - \nu(\sigma_{xx})] \end{array} \right.$$

L'arrangement des équations de (II-21) nous donne :

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \left[\frac{W}{R} + \nu \frac{\partial u}{\partial x} \right] \quad \text{(II-26)}$$

Et en remplaçant l'équation (II-18) dans (II-22) après transformation mathématique, on peut écrire :

$$P = \frac{eE}{R(1-\nu^2)} \left[\frac{W}{R} + \nu \frac{\partial U}{\partial x} \right] \quad (\text{II-27})$$

La condition aux limites (surface interne de la conduite)

$$V_r \Big|_{r=R} = \frac{\partial W}{\partial t} \quad (\text{II-28})$$

De l'équation du fluide (II-7) et (II-10) en coordonnées cylindriques ; on peut écrire :

$$\frac{1}{K} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV_r) + \frac{\partial V_x}{\partial x} = 0 \quad (\text{II-29})$$

Et en intégrant, cette équation (approximation des champs)[6][28], (II-25) devient :

$$\frac{1}{K} \frac{\partial P}{\partial t} + 2 \frac{V_r}{R} + \frac{\partial V_x}{\partial x} = 0 \quad (\text{II-30})$$

En remplaçant (II-24) dans (II-26) nous, obtenons :

$$\frac{1}{K} \frac{\partial P}{\partial t} + 2 \frac{\dot{W}}{R} + \frac{\partial V_x}{\partial x} = 0 \quad (\text{II-31})$$

En dérivant par rapport au temps les équations (II-22) et (II-23),
Nous obtenons :

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial t} = \frac{E}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial \dot{U}}{\partial x} + \nu \frac{\dot{W}}{R} \right] \quad (\text{II-32})$$

$$2 \frac{\dot{W}}{R} = \frac{2R(1-\nu^2)}{e.E} \frac{\partial P}{\partial t} - 2\nu \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} \quad (\text{II-33})$$

On remplace l'équation (II-29) dans (II-27) et (II-28), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial t} - \frac{\nu R}{e} \frac{\partial P}{\partial t} - E \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} = 0 \\
 & \left[\frac{1}{K} + \frac{2R(1-\nu^2)}{eE} \right] \frac{\partial P}{\partial t} - 2 \frac{\nu \cdot \partial \dot{u}}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial x} = 0
 \end{aligned}
 \tag{II-35}$$

Dans la suite, on note la contrainte axiale par σ au lieu de σ_{xx} et la vitesse du fluide par V au lieu de V_x .

L'arrangement des équations (II-12) (II-17) (II-30) et (II-31) nous conduisons au système

d'équations à résoudre, et pour éviter la confusion entre les masses volumiques, nous utiliserons ρ_f et ρ_m correspondant au fluide et au matériau.

$$\left\{ \begin{aligned}
 & \rho_f \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} = \rho g (J - \sin \alpha) \\
 & \frac{\partial \sigma}{\partial x} - \rho_m \frac{\partial \dot{U}}{\partial t} = 0 \\
 & \frac{\partial \sigma}{\partial t} - \frac{\nu R}{e} \frac{\partial P}{\partial t} - E \frac{\partial \dot{U}}{\partial x} = 0 \\
 & \left[\frac{1}{K} + \frac{(2R(1-\nu^2))}{eE} \right] \frac{\partial P}{\partial t} - 2\nu \frac{\partial \dot{U}}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0
 \end{aligned} \right.
 \tag{II-36}$$

Ce système d'équations est un système d'équations différentielles aux dérivées partielles du type hyperbolique.

II.1.7. Perte de charge

L'importance d'introduire l'effet de perte charge en régime transitoire dans un modèle d'écoulement transitoire à une dimension dépend du système hydraulique considéré et des conditions d'exploitation. Cette perte charge supplémentaire est due à la variation du profil de vitesse avec le temps, *Figure II.5*. Elle prend en considération le changement dans le temps du gradient de vitesse selon la direction radiale. Cela rend la modélisation d'un tel système hydraulique compliquée et coûteuse et la définition des conditions aux limites d'un tel système compliqué plus difficile.

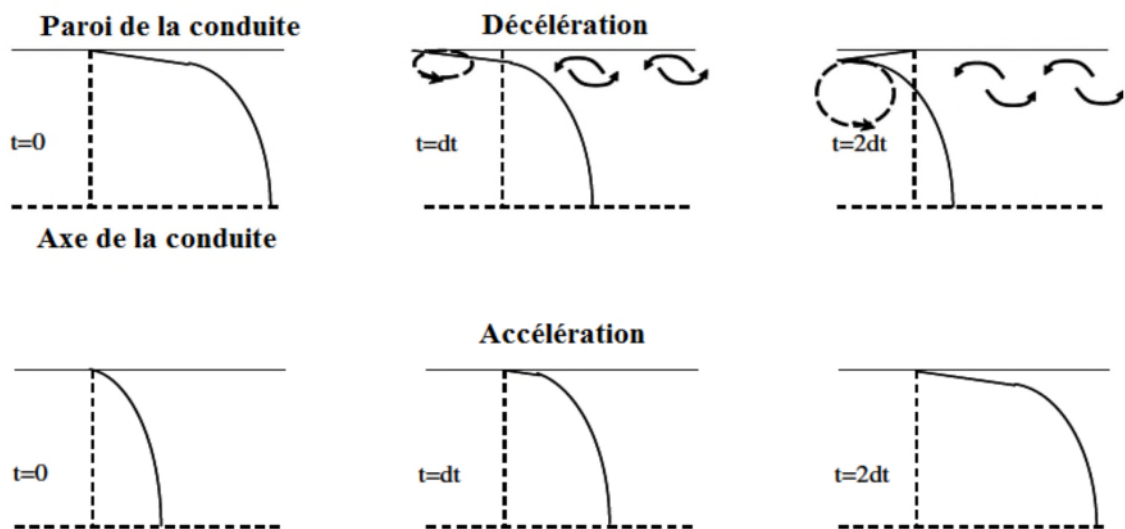


Figure II.5 : Frottement au niveau de la paroi de la conduite [61]

Calcul du terme de frottement :

L'effet du terme de frottement du fluide contre la paroi de la conduite est complètement pris en compte par l'introduction du terme de la variation de la vitesse moyenne instantanée et du taux de variation de la vitesse appelé aussi fréquence de variation de la vitesse.

Le modèle utilisé est celui de Brunone, qui est efficace et significatif .Il est sous la forme suivante :

$$J = j_s + j_u \quad (\text{II- 37})$$

Sachant que :

j_s : est le gradient hydraulique pour l'écoulement permanent.

j_u : est le gradient hydraulique pour l'écoulement instationnaire.

Ce terme a la forme algébrique suivante :

$$J = \frac{\lambda V |V|}{2gD} + \frac{K_B}{2g} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + c_f \text{sign}(V) \left| \frac{\partial V}{\partial x} \right| \right) \quad (\text{II-38})$$

Dans laquelle :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Sign}(V) = +1 \text{ si } v \geq 0 \\ \text{Sign}(V) = -1 \text{ si } v \leq 0 \end{array} \right.$$

Et :

$$K_B = \frac{\sqrt{C^*}}{2}$$

$$Z = \log_{10}(14.3 / Re^{0.05})$$

Où :

$$C^* = \begin{cases} 0.0476 & \text{En régime laminaire} \\ \frac{7.41}{Re^z} & \text{En régime turbulent} \end{cases}$$

K_B : est le coefficient de frottement de Vardy ;

C^* : est le coefficient d'amortissement ;

c_f : est la vitesse d'onde de pression.

Et

$$\text{Avec } \left\{ \lambda = \begin{cases} \frac{64}{Re} & \text{En régime laminaire} \\ 0.14 Re^{-0.14} & \text{En régime turbulent} \end{cases} \right.$$

$$Re = \frac{VD}{\nu}$$

Où

R_e : Le nombre de Reynolds ;

ν : La viscosité cinématique.

II.2. Résolution par la méthode des caractéristiques (Analyse temporelle)

II.2.1. Introduction

Pour la conception des modèles numériques, différentes méthodes de résolution sont susceptibles d'être utilisées. Partant du même système d'équations, les diverses méthodes numériques peuvent se différencier par le degré de simplification des hypothèses qu'elles supposent, par la manière dont elles discrétisent l'approximation numérique et par l'ordre de précision que la discrétisation introduit.

Nous présentons par la suite la méthode de résolution numérique qui a finalement conduit à la réalisation du programme de calcul traitant les écoulements transitoires en conduites avec couplage fluide-structure. Il s'agit de la méthode des caractéristiques.

La résolution numérique, par cette méthode, est réalisée par une approximation aux différences finies. Elle est appliquée pour transformer un système d'équations aux dérivées partielles de type hyperbolique en un système d'équations différentielles ordinaires qui peuvent être intégrées numériquement sans difficulté. L'appellation « méthode des caractéristiques » est attribuée à Monge [113] [114]. En principe, la méthode est analytique plutôt que numérique. Cependant, l'intégration des équations différentielles obtenues est généralement effectuée numériquement.

II.2.2. Transformation par la méthode des caractéristiques

La méthode des caractéristiques consiste à transformer le système d'équations aux dérivées partielles en un système d'équations différentielles ordinaires intégrées numériquement sur des lignes caractéristiques. Comme $v(x,t)$, $p(x,t)$, $U(x,t)$, et $\sigma(x,t)$ sont solutions de ces équations, on peut alors définir les équations

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial P}{\partial x} dx + \frac{\partial P}{\partial t} dt + 0 \frac{\partial V}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial V}{\partial t} dt + 0 \frac{\partial u}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} dt + 0 \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial \sigma}{\partial t} dt = dP \\ 0 \frac{\partial P}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial P}{\partial t} dt + \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial t} dt + 0 \frac{\partial u}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} dt + 0 \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial \sigma}{\partial t} dt = dV \\ 0 \frac{\partial P}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial P}{\partial t} dt + 0 \frac{\partial V}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} dt + 0 \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial \sigma}{\partial t} dt = d\dot{u} \\ 0 \frac{\partial P}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial P}{\partial t} dt + 0 \frac{\partial V}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial V}{\partial t} dt + 0 \frac{\partial u}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} dt + \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx + \frac{\partial \sigma}{\partial t} dt = d\sigma \end{array} \right.$$

Le système des équations hyperboliques devient sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial P}{\partial x} dx + \frac{\partial P}{\partial t} dt + 0 \frac{\partial V}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial V}{\partial t} dt + 0 \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} dt + 0 \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial \sigma}{\partial t} dt = dP \\ 0 \frac{\partial P}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial P}{\partial t} dt + \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial t} dt + 0 \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} dt + 0 \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial \sigma}{\partial t} dt = dV \\ 0 \frac{\partial P}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial P}{\partial t} dt + 0 \frac{\partial V}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} dx + \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} dt + 0 \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial \sigma}{\partial t} dt = d\dot{u} \\ 0 \frac{\partial P}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial P}{\partial t} dt + 0 \frac{\partial V}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial V}{\partial t} dt + 0 \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} dx + 0 \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} dt + \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx + \frac{\partial \sigma}{\partial t} dt = d\sigma \\ 1 \frac{\partial P}{\partial x} + 0 \frac{\partial P}{\partial t} + 0 \frac{\partial V}{\partial x} + \rho_f \frac{\partial V}{\partial t} + 0 \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} + 0 \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} + 0 \frac{\partial \sigma}{\partial x} + 0 \frac{\partial \sigma}{\partial t} = A \\ 0 \frac{\partial P}{\partial x} + 0 \frac{\partial P}{\partial t} + 0 \frac{\partial V}{\partial x} + 0 \frac{\partial V}{\partial t} + 0 \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} - \rho_m \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} + 1 \frac{\partial \sigma}{\partial x} + 0 \frac{\partial \sigma}{\partial t} = 0 \\ 0 \frac{\partial P}{\partial x} + M \cdot \frac{\partial P}{\partial t} + 1 \frac{\partial V}{\partial x} + 0 \frac{\partial V}{\partial t} - 2\nu \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} + 0 \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} + 0 \frac{\partial \sigma}{\partial x} + 0 \frac{\partial \sigma}{\partial t} = 0 \\ 0 \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{R\nu}{e} \frac{\partial P}{\partial t} + 0 \frac{\partial V}{\partial x} + 0 \frac{\partial V}{\partial t} - E \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} + 0 \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} + 0 \frac{\partial \sigma}{\partial x} + 1 \frac{\partial \sigma}{\partial t} = 0 \end{array} \right.$$

La forme matricielle de ce système est sous la forme :

$$\begin{vmatrix} dx & dt & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dt & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & dx & dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & dx & dt \\ 1 & 0 & 0 & \rho_f & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha & 1 & 0 \\ 0 & M & 1 & 0 & -\beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 & 0 & -\gamma & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial p} \\ \frac{\partial t}{\partial V} \\ \frac{\partial x}{\partial V} \\ \frac{\partial t}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial u} \\ \frac{\partial t}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial x}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial t}{\partial t} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} dp \\ dV \\ d\dot{u} \\ d\sigma \\ A \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Après calcul du déterminant de la matrice, la solution du déterminant est celle des droites caractéristiques comme schématisées dans l'espace (x,t), sont respectivement la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu fluide C_f et dans le milieu solide C_m

$$c_m^\pm : \pm [\rho_f \cdot C_m (\gamma / M - \alpha \cdot M \cdot C_m^2 + \beta \cdot \lambda)] dP - \gamma / A \cdot dt + [\rho_f \cdot \gamma / -\alpha \cdot \rho_f \cdot C_m^2] dV + [\rho_f \cdot \alpha \cdot \beta \cdot C_m^2] d\dot{u} - [\rho_f \cdot \beta \cdot C_m] d\sigma + [\alpha \cdot A \cdot C_m] dx = 0$$

$$c_f^\pm : \pm [\rho_f \cdot C_f (\gamma \cdot M - \alpha \cdot M \cdot C_f^2 + \beta \lambda)] dP - \gamma \cdot A dt + [\rho_f \cdot \gamma - \alpha \cdot \rho_f \cdot C_f^2] dV + [\rho_f \cdot \alpha \cdot \beta \cdot C_f^2] d\dot{u} - [\rho_f \cdot \beta \cdot C_f] p_{\sigma+} [\alpha \cdot A \cdot C_f] dx = 0$$

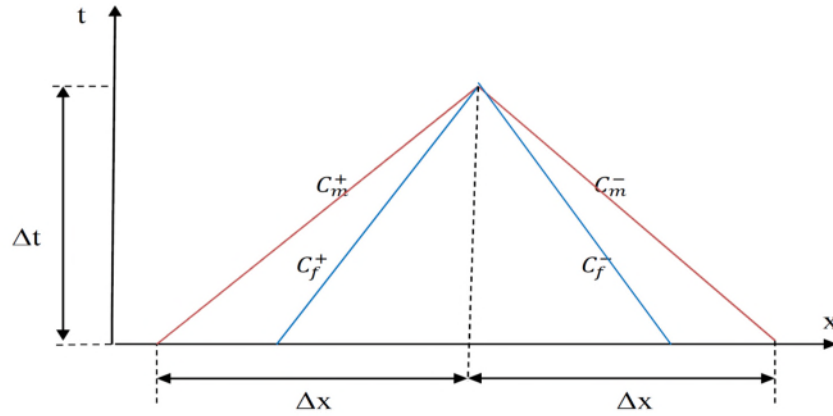


Figure II.6 : Schéma des droites de courbe des caractéristiques

II.2.3. Schéma de calcul par la méthode de différences finies

Le but étant de connaître à chaque instant, la pression P ; la vitesse de l'écoulement V ; la vitesse du déplacement de la structure \dot{u} et la contrainte axiale σ en tout point de la conduite, on est conduit à résoudre uniquement et simultanément la relation pour chaque partie de la conduite.

Le calcul de la pression au point (I) à l'instant actuelle $(t + \Delta t)$ figure (III-7-1), se fait en fonction des points (I-1) et (I+1) et à l'instant précédent (t) .

Pour ce faire, nous utilisons le maillage régulier dans le plan (x, t) d'une division de la conduite en N tronçon de pas Δx et Δt .

Le critère de stabilité du schéma numérique (critère de courant-Hilbert) est le :

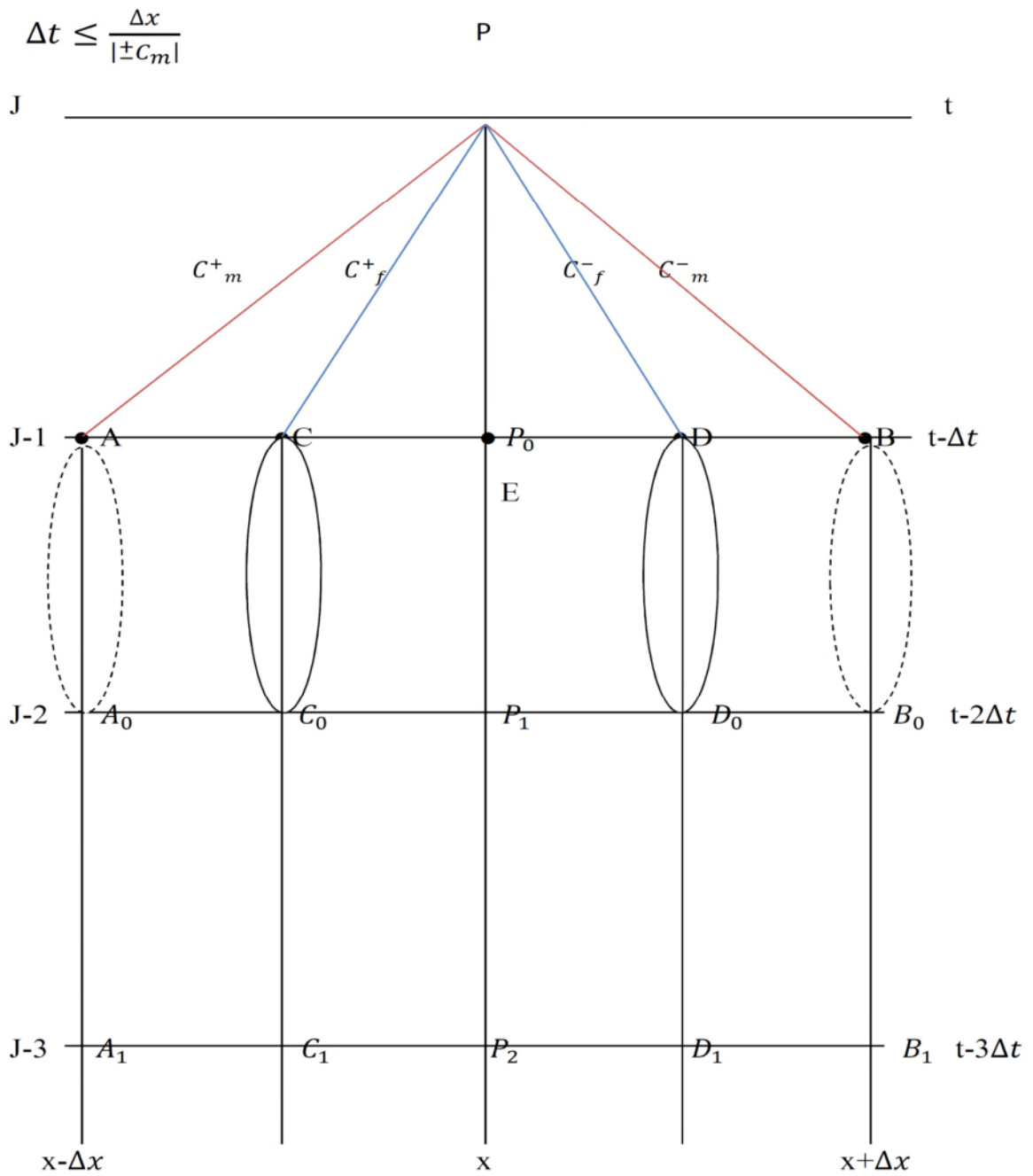


Figure II.7 : Schéma numérique explicite

II.3.1 Interpolation

Pour calculer les quatre paramètres au point C et D (**figure II.7**) ; on utilise l'interpolation linéaire entre les deux point A et E et entre les deux points E et B respectivement. On choisit \emptyset

comme paramètre général ; \emptyset peut-être (P, V, \dot{u} , σ).

Alors on a :

$$\frac{EC}{EP} = \frac{EA - CA}{EP} ; \text{et } \frac{x_E - x_C}{(x_E - x_A) - (x_C - x_A)} = 1$$

$$\frac{\emptyset_E - \emptyset_C}{(\emptyset_E - \emptyset_A) - (\emptyset_C - \emptyset_A)} = \frac{x_E - x_C}{\Delta x - (x_C - x_A)}$$

$$x_E - x_A = x_B - x_E = \Delta x ;$$

$$(x_C - x_A) = (\emptyset_C - \emptyset_A) = 0$$

On trouve que :

$$\emptyset_C = \emptyset_E - \frac{(x_E - x_C) \cdot (\emptyset_E - \emptyset_A)}{\Delta x}$$

(II.39)

Même chose pour le point D :

$$\frac{\emptyset_D - \emptyset_E}{(\emptyset_B - \emptyset_E) - (\emptyset_B - \emptyset_D)} = \frac{x_D - x_E}{\Delta x - (x_B - x_D)}$$

$$(\emptyset_B - \emptyset_D) = (x_B - x_D) = 0$$

$$\frac{\emptyset_D - \emptyset_E}{(\emptyset_B - \emptyset_E)} = \frac{x_D - x_E}{\Delta x}$$

Donc :

$$\varnothing_D = \varnothing_E + \frac{(x_D - x_E)(\varnothing_B - \varnothing_E)}{\Delta x}$$

(II-40)

Sachant que :

$$x_A = x_E - C_m \Delta t$$

(II-41)

$$x_C = x_E - C_f \Delta t$$

(II-42)

$$x_B = x_E - C_m \Delta t$$

(II-43)

$$x_D = x_E - C_f \Delta t$$

(II-44)

II.3.2 Calcul de P, V, \dot{u} , σ (intégration)

Par intégration des équations (IV-12 et 13) suivant les droites caractéristiques, on peut écrire :

$$C_m^+ : \int_A^P BM dp + \int_A^P FM dV + \int_A^P GM d\dot{u} - \int_A^P IM d\sigma = -DM_A \Delta t - LM_A \Delta x$$

$$C_m^- : - \int_B^P BM dp + \int_B^P FM dV + \int_B^P GM d\dot{u} + \int_B^P IM d\sigma = -DM_B \Delta t + LM_B \Delta x$$

$$C_f^+ : \int_C^P BF dp + \int_C^P FF dV + \int_C^P GF d\dot{u} - \int_C^P IF d\sigma = -DF_C \Delta t - LF_C \Delta x$$

$$C_f^- : - \int_D^P BF dp + \int_D^P FF dV + \int_D^P GF d\dot{u} + \int_D^P IF d\sigma = -DF_D \Delta t + LF_D \Delta x$$

Donc :

$$BM(p_p - p_A) + FM(V_P - V_A) + GM(\dot{u}_p - \dot{u}_A) - IM(\sigma_p - \sigma_A) = -DM_A \Delta t - LM_A dx$$

(II-45)

$$-BM(p_p - p_B) + FM(V_P - V_B) + GM(\dot{u}_p - \dot{u}_B) + IM(\sigma_p - \sigma_B) = -DM_B\Delta t + LM_B\Delta x \quad (\text{II-46})$$

$$BF(p_p - p_C) + FF(V_P - V_C) + GF(\dot{u}_p - \dot{u}_C) - IF(\sigma_p - \sigma_C) = -DF_C\Delta t - LF_C\Delta x \quad (\text{II-47})$$

$$-BF(p_p - p_D) + FF(V_P - V_D) + GF(\dot{u}_p - \dot{u}_D) + IF(\sigma_p - \sigma_B) = -DF_D\Delta t + LF_D\Delta x \quad (\text{II-48})$$

Ce qui implique :

$$BMP_p + FMV_p + GM\dot{u}_p - IM\sigma_p = Hm_A \quad (\text{II-49})$$

$$-BMP_p + FMV_p + GM\dot{u}_p + IM\sigma_p = Hm_B \quad (\text{II-50})$$

$$BFP_p + FFV_p + GF\dot{u}_p - IF\sigma_p = Hf_c \quad (\text{II-51})$$

$$-BFP_p + FFV_p + GF\dot{u}_p + IF\sigma_p = Hf_D \quad (\text{II-52})$$

Avec :

$$Hm_A = BMP_A + FMV_A + GM\dot{u}_A - IM\sigma_A - DM_A\Delta t - LM_A\Delta x$$

$$Hm_B = -BMP_B + FMV_B + GM\dot{u}_B + IM\sigma_B - DM_B\Delta t + LM_B\Delta x$$

$$Hf_c = BFP_C + FFV_C + GF\dot{u}_C - IF\sigma_C - DF_C\Delta t - LF_D\Delta x$$

$$Hf_D = -BFP_D + FFV_D + GF\dot{u}_D + IF\sigma_D - DF_D\Delta t + LF_D\Delta x$$

•la solution du problème transitoire commence d'habitude par les conditions matricielles d'un état permanent à $t=0$, dans ce cas les valeurs de p, V, \dot{u}, σ sont supposées connues à $t=0$. La solution consiste alors à trouver p, V, \dot{u}, σ en chaque point du maillage le long de $t= \Delta t$; puis faire la même chose pour $t=2\Delta t...$ etc., jusqu'à l'intervalle de temps ($t=t_{max}$).

$$(\text{II-49}) + (\text{II-50}) \Rightarrow 2 FMV_p + 2 GM \dot{u}_p = Hm_1 \quad (\text{II-53})$$

$$(\text{II-51}) + (\text{II-52}) \Rightarrow 2 FFV_p + 2 GF \dot{u}_p = Hf_1 \quad (\text{II-54})$$

Sachant que :

$$Hm_1 = Hm_A + Hm_B$$

$$Hf_1 = Hf_c + Hf_d$$

(II-53) + (II-54) \Rightarrow

$$2(FM + FF)V_p + 2(GM + GF)\dot{u}_p = Hm_1 + Hf_1$$

$$\dot{u}_p = \frac{Hm_1 + Hf_1 - 2(FM + FF)V_p}{2(GM + GF)} \quad (II-55)$$

On remplace (IV-30) dans (IV-28) on trouve :

$$V_p = \frac{GF \cdot Hm_1 - GM \cdot Hf_1}{2(FM \cdot GF - GM \cdot FF)} \quad (II-56)$$

$$(II-49)-(II-50) \Rightarrow 2BM \cdot P_p - 2IM \sigma_p = Hm_2 \quad (II-57)$$

$$(II-51)-(II-52) \Rightarrow 2BF \cdot P_p - 2IF \sigma_p = Hf_2 \quad (II-58)$$

Avec :

$$Hm_2 = Hm_A - Hm_B$$

$$Hf_2 = Hf_C - Hf_D$$

$$(II-57) + (II-58) \Rightarrow 2P_p(BM + BF) - 2\sigma_p(IM + IF) = Hm_2 + Hf_2$$

$$\sigma_p = \frac{2P_p(BM + BF) - (Hm_2 + Hf_2)}{2(IM + IF)} \quad (II-59)$$

On remplace (II-59) dans (II-32) on trouve :

$$P_p = \frac{IF \cdot Hm_2 - IM \cdot Hf_2}{2(BM \cdot IF - BF \cdot IM)} \quad (\text{II-60})$$

Dans notre installation, nous avons un réservoir (amont) relié à une conduite. A l'extrémité aval de celle-ci, nous avons une vanne à fermeture rapide.

III.3.3. Calcul et modélisation numérique du terme de frottement (Brunone) [15] :

L'estimation du terme de frottement se fait au temps précédent et en raison de la présence du terme de l'accélération convective on adapte ici le schéma explicite montré sur la figure II.3.

Dans le cas du schéma avec interpolation, le terme s'écrit selon les directions respectives :

$$J_A = \frac{\lambda V_A |V_A|}{2gD} + \left[\frac{K_B}{2g} \left(\frac{V_A - V_{A0}}{\Delta t} + \lambda_f \text{sign}(V_C) \left| \frac{V_{P1} - V_{A0}}{\Delta x} \right| \right) \right]$$

$$J_B = \frac{\lambda V_B |V_B|}{2gD} + \left[\frac{K_B}{2g} \left(\frac{V_B - V_{B0}}{\Delta t} + \lambda_f \text{sign}(V_B) \left| \frac{V_{P1} - V_{B0}}{\Delta x} \right| \right) \right]$$

$$J_C = \frac{\lambda V_C |V_C|}{2gD} + \left[\frac{K_B}{2g} \left(\frac{V_C - V_{C0}}{\Delta t} + \lambda_f \text{sign}(V_C) \left| \frac{V_{P1} - V_{C0}}{\Delta x} \right| \right) \right]$$

$$J_D = \frac{\lambda V_D |V_D|}{2gD} + \left[\frac{K_B}{2g} \left(\frac{V_D - V_{D0}}{\Delta t} + \lambda_f \text{sign}(V_C) \left| \frac{V_{P1} - V_{D0}}{\Delta x} \right| \right) \right]$$

Nœuds extrêmes :

Dans cette partie, nous avons donné les différents schémas numériques concernant les deux extrémités amont et aval, ainsi qu'au niveau du support.

A-Extrémité amont (réservoir) :

En ce point, nous avons deux conditions imposées (sur la pression p et sur la vitesse de déplacement de la conduite \dot{u}), il nous faut deux autres équations, qui sont les équations de compatibilité selon C_f^- et C_m^- (figure IV.5).

1/ $p_i = p_{réservoir}$

2/ $\dot{u}_i = 0$

$$3/ -BM \cdot P_p + FMV_p + GM \cdot \dot{u}_p + IM \cdot \sigma_p = Hm_B \quad (II-61)$$

$$4/ -BF \cdot P_p + FF \cdot V_p + GF \cdot \dot{u}_p + IF \cdot \sigma_p = Hf_D \quad (II-62)$$

(II-61) + (II-62) \Rightarrow

$$- (BM + BF) P_p + (FM + FF) V_p + (IM + IF) \sigma_p = Hm_B + Hf_D$$

$$V_p = \frac{(BM + BF) P_p - (IM + IF) \sigma_p + Hm_B + Hf_D}{(FM + FF)} \quad (II-63)$$

On remplace (II-63) dans (II-61) on trouve :

$$\sigma_p = \frac{Hm_B \cdot FF - FM \cdot Hf_D + (BM \cdot FF - FM \cdot BF) P_p}{IM \cdot FF - FM \cdot IF} \quad (II-64)$$

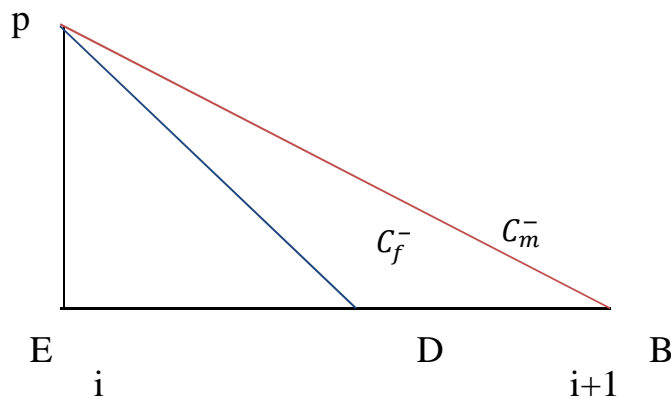


Figure II.8 : schéma numérique au niveau de l'extrémité amont (réservoir).

B-Extrémité avale (vanne) :

Dans le cas où la vanne est rigidement fixée, on considère la vitesse de déplacement nulle, et on impose une loi de fermeture de la vanne.

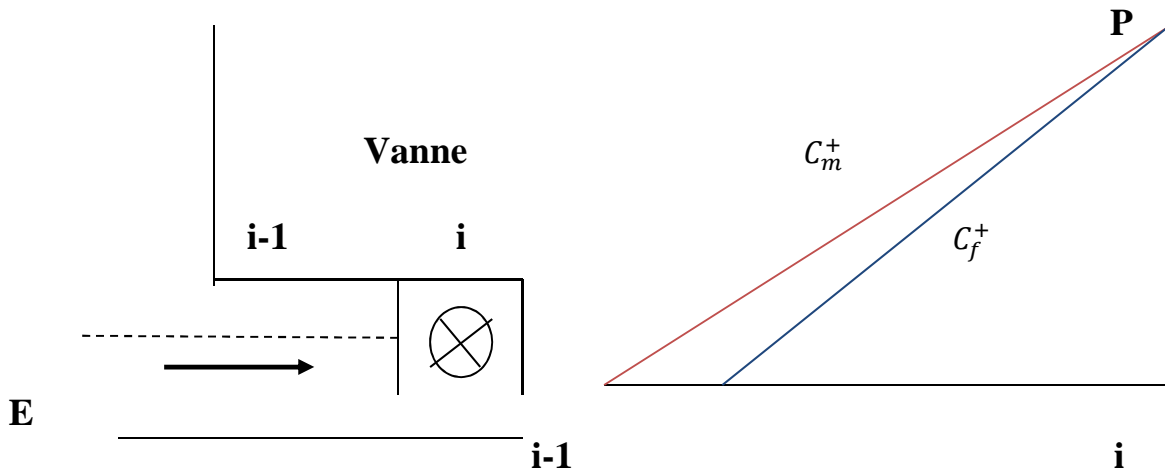


Figure II.9 : schéma numérique au niveau de l'extrémité aval (vanne).

$$1^\circ / \dot{u}_p = 0$$

$$2^\circ / V_p = V_0 \left(1 - \frac{t}{t_f}\right)^{0,5}$$

$$3^\circ / BM \cdot P_p + FMV_p + GM \cdot \dot{u}_p - IM \cdot \sigma_p = Hm_A \quad (\text{II-65})$$

$$4^\circ / BF \cdot P_p + FF \cdot V_p + GF \cdot \dot{u}_p - IF \cdot \sigma_p = Hf_C \quad (\text{II-66})$$

(II-65) + (II-66) \Rightarrow on trouve :

$$P_p = \frac{(Hm_A + Hf_C) + \sigma_p (IM + IF) - V_p (FM + FF)}{(BM + BF)} \quad (\text{II-67})$$

On remplace (II-67) dans (II-65) on trouve :

$$\sigma_p = \frac{(BM \cdot FF - FM \cdot BF) V_p + BF \cdot Hm_A - BM \cdot Hf_C}{(BM \cdot IF - IM \cdot BF)} \quad (II-68)$$

Nœuds au support fixe (figure II.10) :

Ici, nous avons huit inconnus $(p_1, V_1, \dot{u}_1, \sigma_1, p_2, V_2, \dot{u}_2, \sigma_2)$ il nous faut huit équations :

1) $p_1 = p_2$

2) $V_1 = V_2$

3) $\dot{u}_1 = 0$

4) $\dot{u}_2 = 0$

5) $BM \cdot p_1 + FM \cdot V_1 + GM \cdot \dot{u}_1 - IM \cdot \sigma_1 = Hm_A$ (II-69)

6) $-BM \cdot p_1 + FM \cdot V_1 + GM \cdot \dot{u}_1 - IM \cdot \sigma_2 = Hm_B$ (II-70)

7) $BF \cdot p_1 + FF \cdot V_1 + \overset{0}{\cancel{GF \cdot \dot{u}_1}} - IF \cdot \sigma_1 = Hf_C$ (II-71)

8) $-BF \cdot p_1 + FF \cdot V_1 + \overset{0}{\cancel{GF \cdot \dot{u}_1}} + IF \cdot \sigma_2 = Hf_D$ (II-72)

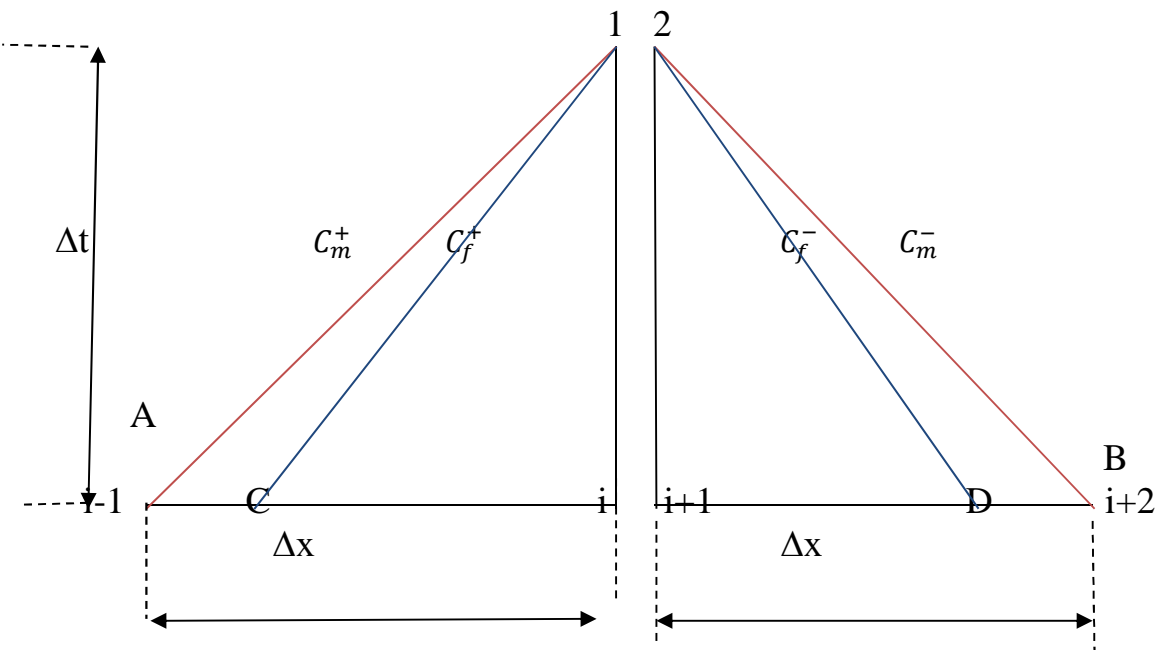


Figure II.10 : Schéma numérique au niveau de support fixe.

A partir de l'équation (II-69) on trouve :

$$P_1 = \frac{IM \cdot \sigma_1 + Hm_A - FM \cdot V_1}{BM} \quad (II-73)$$

On remplace (II-73) dans (II-70) on trouve :

$$\sigma_1 = \frac{2FM \cdot V_1 + IM\sigma_2 - (Hm_A + Hm_B)}{IM} \quad (II-74)$$

$$(II-69)*BF \Rightarrow BF \cdot BM \cdot P_1 + BF \cdot FM \cdot V_1 - BF \cdot IM \cdot \sigma_1 = BF \cdot Hm_A \quad (II-75)$$

$$(II-71)*BM \Rightarrow BM \cdot BF \cdot P_1 + BM \cdot FF \cdot V_1 - BM \cdot IF \cdot \sigma_1 = BM \cdot Hf_C \quad (II-76)$$

$$(II-72)*BM \Rightarrow -BM \cdot BF \cdot P_1 + BM \cdot FF \cdot V_1 + BM \cdot IF \cdot \sigma_2 = BM \cdot Hf_D \quad (II-77)$$

$$(II-76) - (II-75) \Rightarrow$$

$$BM \cdot FF \cdot V_1 - BF \cdot FM \cdot V_1 - BM \cdot IF \cdot \sigma_1 + BF \cdot IM \cdot \sigma_1 + BF \cdot Hm_A = BM \cdot Hf_C \quad (IV-78)$$

$$(II-76) + (II-77) \Rightarrow$$

$$BF \cdot FM \cdot V_1 + BM \cdot FF \cdot V_1 - BF \cdot IM \cdot \sigma_1 + BM \cdot IF \cdot \sigma_2 - BF \cdot Hm_A = BM \cdot Hf_D \quad (II-79)$$

$$(II-76) + (II-78) \Rightarrow$$

$$2BM \cdot FF \cdot V_1 - BM \cdot IF \cdot \sigma_1 + BM \cdot IF \cdot \sigma_2 = BM \cdot Hf_C + BM \cdot Hf_D \quad (II-80)$$

On remplace (II-74) dans (II-80) on trouve :

$$V_1 = \frac{IM (Hf_C + Hf_D) - IF (Hm_A + Hm_B)}{2(FF \cdot IM - FM \cdot IF)} \quad (II-81)$$

$$\sigma_2 = \frac{(BM \cdot FF - BF \cdot FM)V_1 + BF \cdot Hm_B - BM \cdot Hf_D}{(IM \cdot BF - BM \cdot IF)} \quad (\text{II-82})$$

A. Conditions aux extrémités :

Au niveau des extrémités les valeurs de la pression et de la vitesse sont imposées.

B. Condition au support rigide :

. La conduite est ancrée rigidement.

. La pression de part et d'autre du support est la même, ainsi que la vitesse du fluide.

II.5.Application :

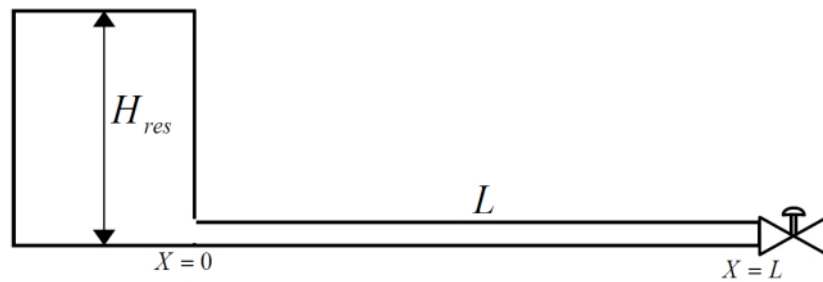


Figure II.11 : schéma du modèle réservoir-conduite-vanne

II.1. Configuration du modèle l'installation

L'installation a été étudiée par M. Dallali et al [45] pour une conduite de 50 km de long ; les données du système hydraulique sont la vitesse initiale V_0 de 1,29 m / s et la pression initiale de 1,22MPa. Les propriétés des matériaux sont données dans le tableau 1. Cette installation est composée d'un réservoir amont relié à une canalisation avec une vanne en aval caractérisée par un temps de fermeture rapide. Le matériau utilisé est la fonte ductile. La conduite a un diamètre de 0,672 m relié à un réservoir de 124,88 m d'altitude. L'eau a un coefficient de viscosité cinématique de 10^{-6} m² / s. Le débit de fluide dans le plan de service continu est de 0,591m³ / s. L'installation représentée schématiquement sur la (figure II.6) est constituée essentiellement d'un réservoir, d'une canalisation et d'une vanne.

Les conduites en fonte ductile sont fournies en 6 mètres de longueur et en conformité générale à la norme EN 545, appartenant à la classe K9, ont un diamètre nominal (ND) de 700 mm, correspondant à un diamètre extérieur de 762 mm, et 10,2 mm de paroi épaisseur. La conduite était composée de tronçons de 6000 mm de long reliés par des joints à emboîtement, selon la certification du fabricant. Dans ce cas, les conduites de classe K9 sont soumises et doivent supporter une pression interne maximale de 32 bars (3,2 MPa) [II].

Tableau II.1. Propriétés mécaniques de la conduite

K (N/m ²)	E (N/m ²)	ρ_m (kg/m ³)	ρ_f (kg/m ³)	E (mm)	D (mm)	N
1.55×10^9	2.1×10^{11}	7050	880	6.35	206.4	133

Un programme développé est utilisé en langage FORTRAN, pour simuler le résultat de pression et de stress. Sur la figure II.12, il est donné la valeur de la pression à la vanne. Au temps $t = 0$, la valeur de la pression P est celle de l'état stationnaire, dans ce cas la pression est égale à 1,22 Mega pascal. Lors de la fermeture de la vanne, on voit la montée progressive en pression jusqu'à la valeur maximale $P = 2,48$ MPa, ce qui correspond à la valeur du coup de bélier $\Delta p = \rho C_f V_0$. La vitesse de propagation des ondes des perturbations de pression est $C_f = 959,57$ m / s. Ce temps correspond au $(T = 2L / C_f)$ égal à 1,73 min, est le temps de retour de l'onde. À partir de ce moment, la pression commence à diminuer jusqu'à la pression initiale.

Lorsque l'onde se propage à la deuxième fois vers le réservoir, la pression diminue encore jusqu'à une valeur $p = 0$ MPa. Le phénomène de cavitation est évité, car il se réfère à une pression initiale de 1,22MPa. A partir de ce moment qui correspond à l'arrivée de l'onde de pression renvoyée du réservoir, une augmentation de pression est observée jusqu'à la valeur initiale du régime permanent à $t = 3,47$ min qui est égale à $4L / C_f$.

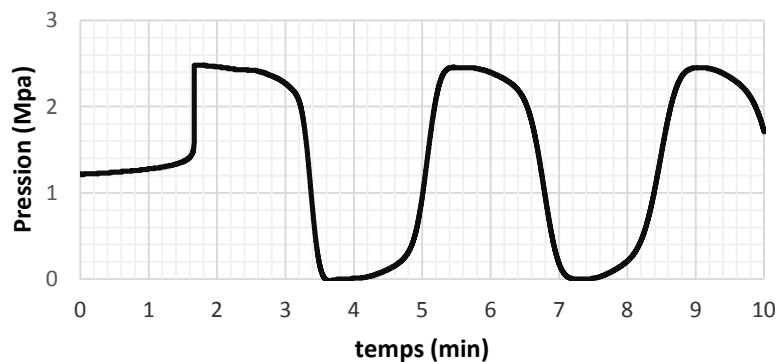


Figure II.12 : La pression au niveau de la vanne

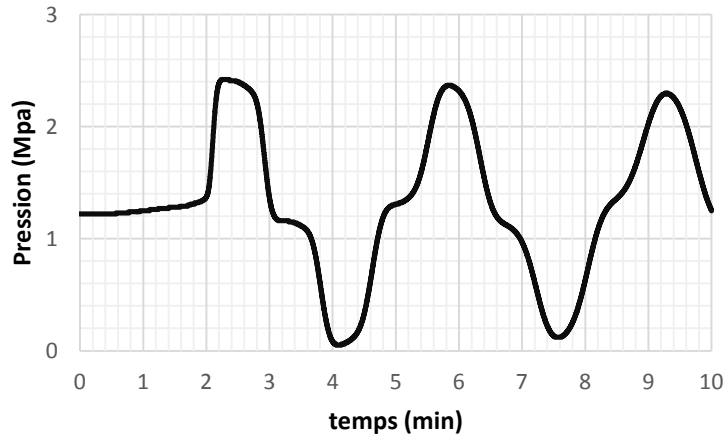


Figure II.13 : La pression au milieu de la conduite d'installation

Eventuellement, le phénomène se répète périodiquement, mais avec atténuation vu le frottement pris en compte lors de la simulation avec la paroi de la canalisation, sinon le phénomène se répète sans réduire la valeur de ΔP .

En figue II.14 on a obtenu, les valeurs de la contrainte de circonférentielle σ , à la distance $x = L$; dans lequel il prend sa valeur maximale de 94,48 MPa. Il est évident que le système de tuyauterie ne sera pas défaillant par la charge ou la charge limite, car σ est inférieur à σ_u .

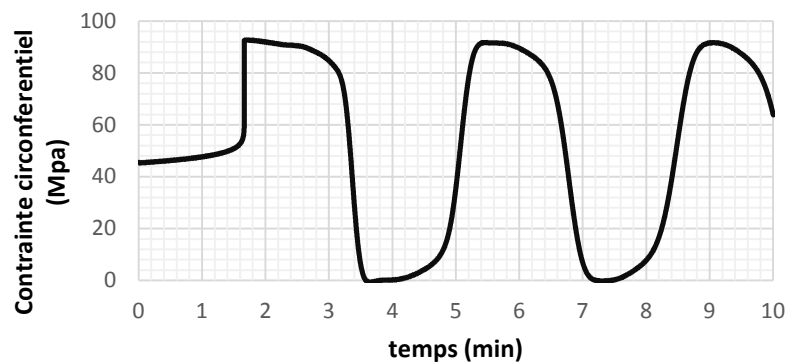


Figure II.14 : La contrainte au niveau de la vanne

Tableau II.2 : valeurs de la pression et de la contrainte le long de la conduite

x	0	L/5	2L/5	3L/5	4L/5	L
P_{\max} (MPa)	1,23	2,32	2,41	2,44	2,46	2,48
σ_{\max} (MPa)	46,86	88,39	91,82	92,96	93,72	94,48

Chapitre III

Les critères de la mécanique de la rupture

Ce chapitre est consacré à décrire les critères de la mécanique de la rupture dans les conduites. Ensuite, l'effet de la pression et des contraintes sur la paroi de la structure et sur le système hydraulique a été étudié. L'objectif est de mettre en évidence les limites de chargement et le choix d'un critère de résolution adéquat afin de déterminer la nocivité du défaut sur l'intégrité de la conduite.

III.1. Les mécanismes de rupture dans les conduites

Les canalisations sont largement employées pour le transport de fluides et de gaz, car c'est le mode d'acheminement actuellement le plus économique. L'accroissement de leur diamètre et de la pression de service augmentent le risque de rupture amorcée à partir de défauts. La présence d'un défaut dans une canalisation, associée à l'effet de la pression interne pourra provoquer une rupture localisée induisant une fuite et éventuellement une explosion. Généralement, pour les canalisations, on distingue les défauts suivants : les cratères de corrosion, les fissures, les enfoncements, les éraflures et les défauts dits combinés (enfoncements + éraflures). Le problème de corrosion dans les pipelines a été traité par plusieurs auteurs [12, 15, 16, 17]. Généralement, la corrosion est très présente sur les canalisations métalliques. Elle conduit à une diminution de l'épaisseur des canalisations dans les zones affectées comme le montre la *figure (III.1)*.

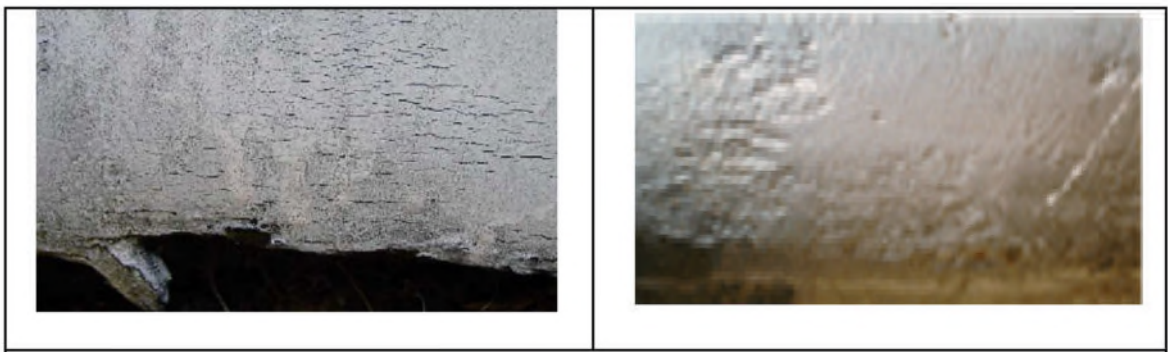


Figure III.1. Défaut de corrosion sur la paroi externe d'une canalisation métallique [7]

La fissure n'est pas une cause, mais un effet. Une faible capacité de déformation et une faible résistance en traction, compression ou en pression, rendent les matériaux très sensibles à la fissuration. La sensibilité des matériaux aux fissures est moindre si le matériau a un caractère ductile. En effet, la présence de telles fissures entraîne la redistribution des contraintes localement. La rupture débute au voisinage de cette fissure où les contraintes seront élevées et peuvent être comparées à la résistance à la rupture du matériau. Ce fait permet d'utiliser des méthodes de calculs simples pour estimer les dimensions critiques des fissures à partir

de la limite d'écoulement ou de la limite d'élasticité ou encore de la combinaison de la limite d'élasticité et de la limite à la rupture.

Ces méthodes simplifiées de détermination de la limite d'admissibilité et la dimension critique des fissures dans un pipeline nécessitent de connaître les données géométriques du tube et de la fissure ainsi que les caractéristiques mécaniques du matériau.

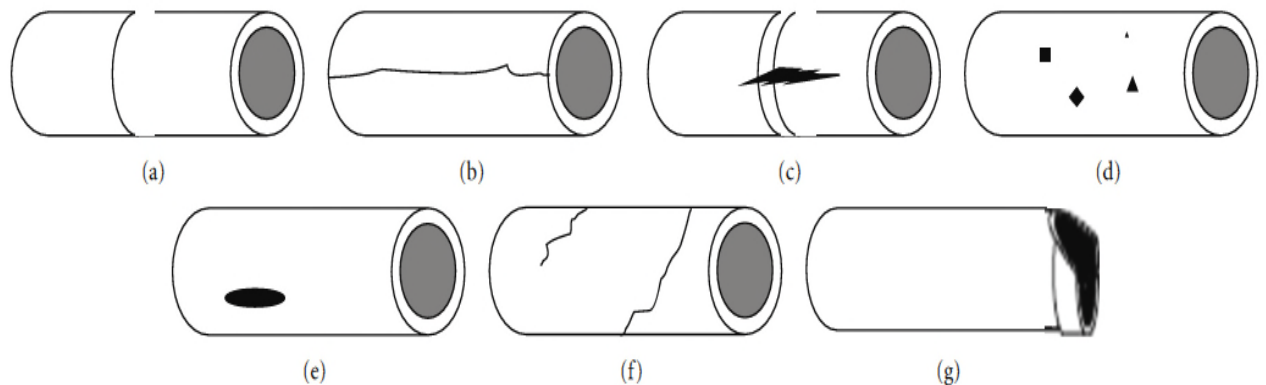


Figure III.2 : Différents types de rupture des conduites [6]. (a) fissure circumférentielle; (b) Fissure longitudinale ; (c) Bell splitting; (d) Pic de corrosion ; (e) Trou ; (f) Fissure spirale ; (g) arrachement du métal.

Les modes de défaillance couramment observés signalés pour les pipes en fonte sont des fissures circumférentielles, qui sont principalement observées en raison de la contraction thermique restreinte. Fendage longitudinal dû aux coups de bélier internes, aux charges vives et mortes; clivage en cloche, causé par le différentiel thermique entre le matériau CI, causé en raison de forces axiales poussant le bout uni dans la cloche du tuyau adjacent; fissures en spirale, causées par une combinaison de forces de flexion et de pression interne et de corrosion sous la forme de piqûres, graphitisation, trous de soufflage et tuberculisations. En termes de durée de vie, les conduites de plus gros diamètre sont plus vulnérables à ces modes de défaillance. Les tuyaux de plus grand diamètre tombent en panne en raison d'une combinaison de corrosion et de coups de bélier (Kodikara et al.2017) en raison de la marge de sécurité supplémentaire pendant la fabrication.

III.2. Les critères de la rupture

Les critères de la rupture dépendent essentiellement du comportement du matériau s'il est fragile ou ductile. Le critère de rupture est une expression mathématique reliant les contraintes effectives régnant dans le matériau aux contraintes ultimes pouvant être supportées par ce dernier. Lorsque ce critère est « violé » ou dépasser, la propriété d'intégrité du matériau n'existe plus et il y a ruine locale du milieu. Pour les conduites en fonte, les ruptures ont une nature fragile ou il ne se manifeste pas de grande déformation plastique.

On peut distinguer deux principales familles d'analyse de la rupture chaque l'une d'elles comprend des critères ou de théories :

La mécanique linéaire de la rupture MLR, la mécanique linéaire élastique de la rupture est utilisée pour résoudre des problèmes concernant la faible déformation plastique, à condition que la fissure se produise avant qu'une déformation plastique importante ne surgisse.

Bien que Griffith, réf. [1], ait posé les bases de la mécanique linéaire de la rupture, son travail est passé inaperçu pendant plus de 30 ans, réf. [2].

L'autre famille concerne la mécanique élastoplastique de la rupture (MEPR) ou mécanique non linéaire de la rupture (MNLR), s'applique aux matériaux ductiles lorsque le comportement reste toutefois indépendant du temps (pas d'effets dynamiques ou de viscosité, absence de fluage...).

Comme pour la MLR, où deux paramètres équivalents (K et G) peuvent être utilisés comme critère de rupture, deux paramètres caractéristiques de la MEPR sont présentés. Le déplacement à fond de fissure ou CTOD (Crack Tip Opening Displacement) et l'intégrale de contour notée J - sont aussi équivalents entre eux. Ils décrivent tous les deux, les conditions à l'extrémité d'une fissure (champs de contraintes et de déplacements) et peuvent être utilisés comme critère de rupture.

III.2.1 Les modes de rupture

Pour décrire les déplacements ou les contraintes dans une fissure, il est nécessaire de distinguer trois modes, décrivant le mouvement relatif des deux surfaces de la fissure *figure(III.3)* :

- **Mode I** : " mode par ouverture " ; les surfaces de la fissure se déplacent perpendiculairement l'une par rapport à l'autre.
- **Mode II** : " glissement droit " ; les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan, perpendiculairement sur le plan de la fissure.
- **Mode III** : " glissement vis " ou " déchirement " ; les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan, parallèlement au front de la fissure.

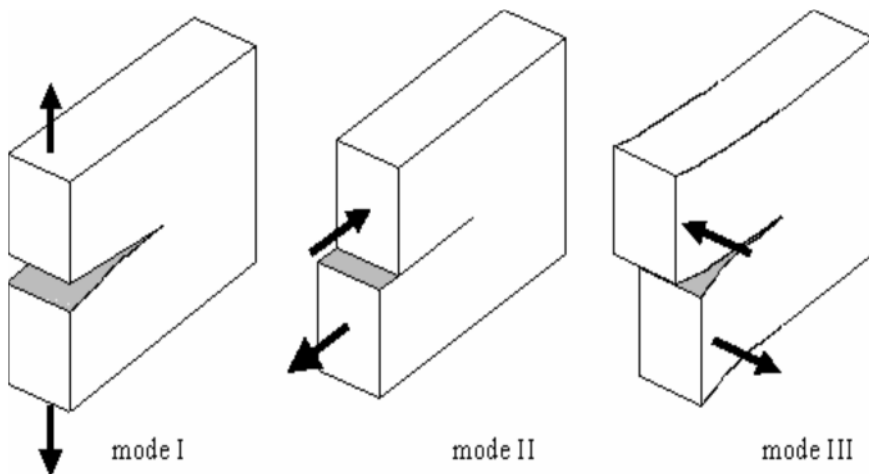


Figure III.3 - Les trois modes de rupture

III.2.2. Champs des contraintes et déplacements au fond de la fissure

Selon Irwin les champs de contraintes et des déplacements au voisinage du fond de fissure en un point (r, θ) , *figure (III.2)* sont donnés par les expressions (III.1) et (III.2) ci-dessous :

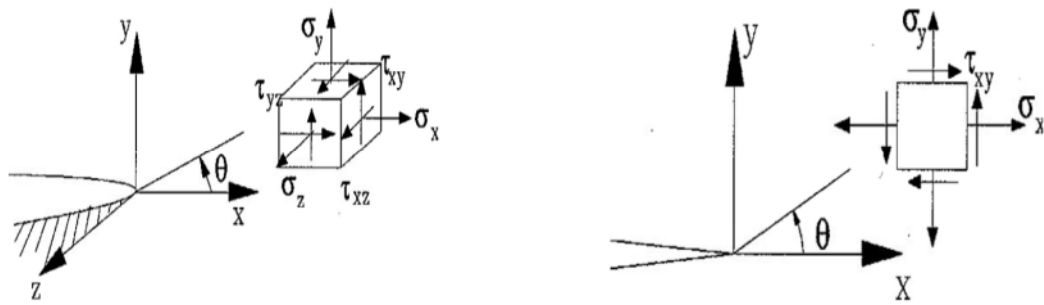


Figure III.4 : Champs des contraintes et déplacements au fond de la fissure

Champ de contraintes au fond de la fissure

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[K_I \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - K_{II} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \right] \\
 \sigma_y &= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[K_I \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + K_{II} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] \\
 \sigma_z &= \frac{3-\nu-\kappa-\nu\kappa}{4\nu} (\sigma_x + \sigma_y) \\
 \tau_{xy} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[K_I \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + K_{II} \cos \frac{3\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] \\
 \tau_{yz} &= \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \\
 \tau_{zx} &= -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2}
 \end{aligned}
 \tag{III.1}$$

Champ de déplacements au fond de la fissure

$$\left. \begin{aligned}
 u &= \frac{K_I}{4\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \left[(\kappa - 1) \cos \frac{\theta}{2} + \sin \theta \sin \frac{\theta}{2} \right] + \frac{K_{II}}{\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \left[(\kappa + 1) \sin \frac{\theta}{2} + \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} \right] \\
 v &= \frac{K_I}{4\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \left[(\kappa + 1) \sin \frac{\theta}{2} \sin \theta \sin \frac{\theta}{2} \right] + \frac{K_{II}}{\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \left[(-\kappa + 1) \cos \frac{\theta}{2} + \sin \theta \sin \frac{\theta}{2} \right] \\
 w &= \frac{K_{III}}{\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \sin \frac{\theta}{2}
 \end{aligned} \right\} \quad (III.2)$$

Avec

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

$\kappa = 3 - 4\nu$ En déformation plan

$\kappa = \frac{3-\nu}{1+\nu}$ En contrainte plan

Et dans le cas où $K_I \neq 0$ et $K_{II} = 0$, on obtient

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\
 \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\
 \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\
 \sigma_z &= \nu(\sigma_x + \sigma_y) \quad , \quad \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0
 \end{aligned} \right\} \quad (III.3)$$

Dans l'autre cas où $K_I = 0$ et $K_{II} \neq 0$, on obtient

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_x &= -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] \\
 \sigma_y &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\
 \tau_{xy} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\
 \sigma_z &= \nu(\sigma_x - \sigma_y) \quad , \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0
 \end{aligned} \right\} \quad (III.4)$$

III.2.3. Le facteur d'intensité de la contrainte

Les champs de contraintes formulés précédemment n'ont d'intérêt que s'ils sont caractérisés par des facteurs d'intensité de contraintes. Ces derniers sont considérés comme des paramètres essentiels pour l'étude de la résistance à la rupture des matériaux et surtout à comprendre le phénomène d'empilement des fissures engendrant des effets d'amplification et de réduction des contraintes au voisinage du fond de fissure (*Anderson et al.* 1987, *Gao et al.* 1989, *Erdogan.*

1963, *Gong et Horii.* 1989, *Chudnovsky.*1984). Le facteur d'intensité de contraintes K est considéré comme étant le pivot de la mécanique de rupture. Il ne devrait pas être confondu avec le facteur de concentration de contraintes.

Une fissure idéale est mathématiquement une coupure du plan. Cette définition conduit à une acuité infinie et une singularité de contraintes. Pour un rayon d'entaille fini, la contrainte maximale a une valeur finie.

Irwin (1964) a utilisé le fait que le produit d'une des composantes du tenseur des contraintes de la distribution singulière par la racine carrée de la distance au fond de

fissure est une constante. Irwin proposa de décrire la distribution des contraintes admissibles au voisinage du front d'une fissure par la relation ;

$$\sigma_{ij} = (K_I/\sqrt{2\pi r})f_{ij}(\theta), i, j = 1,2 \quad (\text{III.5})$$

Le facteur d'intensité de contraintes K_I mis en évidence par la mécanique de la rupture décrit parfaitement la distribution des contraintes au voisinage de l'extrémité d'une fissure sous contrainte. Irwin montre que la seule connaissance du facteur d'intensité de contraintes permet de décrire la distribution au voisinage du fond de fissure (Figure 2.5).

La distribution des contraintes à la pointe de la fissure présente une singularité de la forme $r^{-1/2}$. Le facteur d'intensité de contraintes est défini en fonction de la distribution des contraintes σ_{yy} par la relation ;

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} [\sigma_{yy} \sqrt{2\pi r}] \quad (\text{III.6})$$

La rupture a lieu lorsque le facteur d'intensité de contrainte K atteint une valeur critique que l'on peut appeler K_c . Cette valeur K_c permet de quantifier la résistance à la rupture d'un certain matériau de construction.

Le facteur d'intensité de contrainte est un paramètre couramment utilisé pour caractériser la singularité du champ de contrainte au voisinage du bout de la fissure. Ce facteur est proportionnel à la discontinuité du déplacement des lèvres de la fissure [18]. Les facteurs d'intensité de contraintes en bout de fissure sont définis en utilisant la méthode de Westergaard [18] :

K_{Ic} est le paramètre le plus couramment employé pour décrire la résistance d'un matériau à la rupture fragile, c'est-à-dire pour décrire sa ténacité. Ce paramètre représente, comme il a été mentionné ci-dessus, la valeur critique du facteur d'intensité de contrainte en mode I de rupture et en état plan de déformation.

III.3. La densité de l'énergie de déformation

Dans ce critère énergétique, Sih [Sih et al. 1974] [1] considère que l'énergie de déformation s'oppose à la croissance de la fissuration. Celle-ci cherchera donc à se propager dans la direction où la densité d'énergie de déformation est minimale.

La densité d'énergie de déformation U_i est l'énergie élastique stockée par unité de volume. Pour un comportement élastique linéaire du matériau, cette énergie spécifique est facilement calculée dans la région du fond de fissure et apparaît être inversement proportionnelle à la distance au fond de fissure. Le facteur de densité d'énergie de déformation S est maintenant défini comme le produit $r \cdot U_i$, en tant que tel étant indépendant de r .

Le critère de densité d'énergie de déformation est proposé et publié par Sih en 1973 [61] et indique la croissance des fissures, le fond de fissure se déplacera vers le point où S , est minimum.

La théorie de la densité d'énergie de déformation introduite dans un premier temps au début des années 1970 [3],

Le critère de la fissuration SED (strain energy density) se concentre localement sur l'élément en amont de la fissure, il est basé sur la notion de faiblesse ou la gravité ressentie par le matériau. Le début de fissuration se produit lorsqu'une quantité critique d'énergie de déformation dW est accumulée dans le volume de l'élément dV et la fissure est ensuite avancée progressivement dans la direction correspondante [3, 40]. La densité d'énergie de déformation la fonction (dW / dV) est supposée avoir la forme suivante :

$$\frac{dW}{dV} = \frac{S}{r} \quad \text{(III.7)}$$

Où S est le facteur de densité d'énergie de déformation et r est la distance du bout de fissure. Le minimum de la densité d'énergie de déformation le facteur S_{min} autour du fond de fissure détermine la direction probable de propagation des fissures.

La densité d'énergie de déformation peut être déterminée directement à partir de la relation.

$$\frac{dW}{dV} = \int_0^{\varepsilon_{ij}} d\sigma_{ij} \cdot d\varepsilon_{ij} \quad (\text{III.8})$$

Où σ_{ij} et ε_{ij} sont respectivement les composantes de contrainte et de déformation [41].

L'énergie de déformation par unité de volume dW / dV peut-être

$$\frac{dW}{dV} = \left(\frac{dW}{dV}\right)_d + \left(\frac{dW}{dV}\right)_v \quad (\text{III.9})$$

$(dW/dV)_d$ représente l'énergie de déformation par déformation par unité de volume, correspondant au tenseur de contrainte déviatorique associé avec distorsion (changement de forme) d'un élément et est responsable pour le macro-champ et la création de plans de glissement ou de microfissures.

$(dW/dV)_v$ représente la partie de l'énergie de déformation par unité de volume associée à la dilatation (changement de volume) et est responsable de la macro-fissure (croissance des fissures) et la création du clivage plans perpendiculaires à la direction de la tension. Les valeurs discrètes calculées pour S sont ajustées par approximation fonction qui permet une détermination simple du local le minimum. La fonction de densité d'énergie de déformation a plusieurs minimums autour du fond de fissure, où le minimum global n'est pas nécessairement la vraie solution.

Dans le cas du comportement d'un matériau élastique linéaire, la fonction de densité d'énergie de déformation peut être exprimée dans les composantes de contrainte et les paramètres du matériau E et ν . Au fond de la fissure ces composantes de contrainte sont des fonctions connues de r , θ , K_I et K_{II} . La densité d'énergie de déformation est également connue et dépend de θ , K_I et K_{II} .

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_x &= \frac{k_1}{(2r)^{1/2}} \cos \theta/2 [1 - \sin \theta/2 \cdot \sin 3\theta/2] - \frac{k_2}{(2r)^{1/2}} \sin \theta/2 [2 + \cos \theta/2 \cdot \cos 3\theta/2] + \\
 &\dots \\
 \sigma_y &= \frac{k_1}{(2r)^{1/2}} \cos \theta/2 [1 + \sin \theta/2 \cdot \sin 3\theta/2] + \frac{k_2}{(2r)^{1/2}} \sin \theta/2 \cdot \cos \theta/2 \cdot \cos 3\theta/2 + \dots \\
 \sigma_z &= \frac{k_1}{(2r)^{1/2}} \cdot \cos \theta/2 - 2\vartheta \cdot \frac{k_2}{(2r)^{1/2}} \sin \theta/2 \cdot \\
 \tau_{xy} &= \frac{k_1}{(2r)^{1/2}} \cos \theta/2 \cdot \sin \theta/2 \cdot \cos 3\theta/2 + \frac{k_2}{(2r)^{1/2}} \cos \theta/2 \cdot [1 - \sin \theta/2 \cdot \sin 3\theta/2] +
 \end{aligned} \right\} \quad \text{(III.10)}$$

$$dW = \left[\frac{1}{2E} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - \frac{\vartheta}{E} (\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x) \right] dV + \left[\frac{1}{2\mu} (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2) \right] dV \quad \text{(III.11)}$$

Substituer l'équation (1) dans l'équation (2)

$$\frac{dw}{dv} = \frac{1}{r} [a_{11}k_1^2 + 2a_{22}k_1k_2 + a_{22}k_2^2 + a_{33}k_3^2] + \dots \quad \text{(III.12)}$$

Les exigences pour la direction de croissance des fissures entraînent deux relations, à partir desquelles θ_c peut être déterminé

III.4. Rupture d'une conduite

En effet, la faible capacité de déformation et la faible résistance en traction, compression ou en pression, rendent les matériaux très sensibles à la fissuration. L'utilisation de nouveaux matériaux ductiles (acier et autres alliages métalliques) pour des chargements en traction conduit cependant à quelques problèmes ; des ruptures se produisaient parfois pour des niveaux de charges bien inférieurs à la limite d'élasticité ; dans un premier temps des praticiens essayés d'éviter ces risques de ruptures en sur dimensionnant les structures, mais la nécessité d'alléger de plus en plus les structures et de réduire les coûts conduit au développement des

recherches sur la mécanique de la rupture.

Pour dimensionner les conduites sous pression, c'est-à-dire à déterminer l'épaisseur optimale du tube qui n'entraîne aucun risque de rupture possible pour une pression de test de deux fois la pression de service. Pour cela on analysera les différents risques de rupture suivants :

1. rupture par charge limite.
2. rupture par fissuration critique.

Les différentes composantes du tenseur des contraintes en supposant que le tube est mince, la contrainte ortho radiale est largement plus grande que toutes les autres dès lors que (e/r) est petit. On considérera donc un état de contrainte uni axiale, avec pour seule composante non nulle.

Soit la limite d'élasticité du matériau, supposée égale à la contrainte ultime à rupture (matériau élastique). On établit le critère en « P » et « e » afin que la conduite reste toujours en deçà de la charge limite. Pour prévenir la rupture par charge limite, il faut que reste inférieur à σ_y , ce qui impose que l'épaisseur reste supérieure à une valeur limite.

III.4.2. Rupture par chargement limite

On considère un pipeline réalisé avec un tube cylindrique de rayon R et d'épaisseur e (Figure 1). Cette conduite contient une fissure de longueur a . On cherche à établir les conditions de ruine de cette conduite.

Etablir que la contrainte ortho radiale dans le tube loin de la fissure est égale à

$$\sigma_{\theta} = p \frac{R}{e} \quad (\text{III.13})$$

Pour le dimensionnement d'une conduite afin d'éviter l'éclatement tel qu'il peut se produire accidentellement ou en conditions d'essais.

$$p_L = \sigma_y \frac{e}{R} \left(1 - \frac{a}{e}\right)^2 \quad (\text{III.14})$$

Quand $p=p_L$, on peut déduire des équations (III.4) et (III.5)

$$(e - a)\sigma_y = e \frac{R}{e} p_L \quad (III.15)$$

D'où on obtient :

$$p_L = \left(1 - \frac{a}{e}\right) \frac{e}{R} \sigma_y \quad (III.16)$$

III.4.3. Rupture par propagation brutale de la fissure

On considère que la conduite casse par une propagation brutale de la fissure. On considère également que la conduite subite de faible déformation plastique ou le comportement est élastique. En tenant compte le facteur d'intensité de contraintes on trouve plutôt :

$$K_I = 0,6 \sqrt{\pi a} g \left(\frac{a}{e}\right) p \frac{R}{e} \quad (III.17)$$

Avec g coefficient de forme de la géométrie de la fissure :

$$g \left(\frac{a}{e}\right) = - \frac{1 + 2 \frac{a}{e}}{\left(1 - \frac{a}{e}\right)^{3/2}} \quad (III.18)$$

La forme classique du facteur d'intensité de contrainte est :

$$K_I = Y \sqrt{\pi a} \sigma_\theta \quad (III.19)$$

Avec Y exprimé comme une fonction du rapport a/e .

On peut déduire des équations (III.4) et (III.5) la relation :

$$K_I = 0,6 \sqrt{\pi a} g \left(\frac{a}{e}\right) \sigma_\theta = Y \sqrt{\pi a} \sigma_\theta \quad (III.20)$$

Soit

K_{Ic} : la ténacité du matériau.

La relation devient

$$K_I = K_{Ic} = 0,6\sqrt{\pi a} g\left(\frac{a}{e}\right) p \frac{R}{e} \quad (\text{III.21})$$

La pression obtenue de la relation est la pression critique pour la quel, la fissure se propage brutalement

$$P_c = \frac{K_{Ic}}{0,6\sqrt{\pi a} g\left(\frac{a}{e}\right)} \frac{e}{R} \quad (\text{III.22})$$

La pression d'éclatement pour une longueur de fissure donnée en supposant que la rupture se produit cette fois par propagation brutale d'une fissure et non par chargement limite.

III.4.4. Contrainte dans la paroi

Soit un cylindre, de longueur « L », sous pression. On considère sa moitié isolée obtenue par une coupe fictive par un plan passant par l'axe de révolution est représentée par la figure suivante :

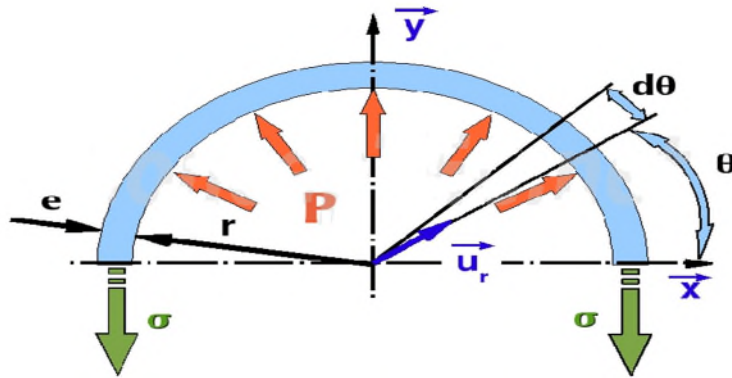


Figure III.5 : Contrainte dans la paroi de la conduite

Cette figure montre aussi les contraintes σ dans une section longitudinale. La pression "P" est supposée constante sur toute la paroi. L'épaisseur de la paroi est notée par "e" le rayon interne est noté "r". Lorsqu'on isole le demi-cylindre, et on le considère en équilibre, alors la somme des forces donne :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

(III.23)

Or les forces appliquées au demi-cylindre sont :

La force exercée par l'autre moitié est décrite par :

$$\vec{F}_C = -\sigma \cdot S \vec{y}$$

Avec S la section de paroi ;

$$S = e \cdot L$$

Et la somme des forces due à la pression P exercée par le fluide sur l'élément de surface dS_p qui peut être décrite par

$$\overrightarrow{dF_p} = P \times dS_p \overrightarrow{U_r}$$

Ou :

$$dS_p = L \cdot r \cdot d\theta$$

La pression P est appliquée perpendiculairement à la paroi selon $\overrightarrow{u_r}$. Cette paroi est circulaire et symétrique par rapport à l'axe (O, \vec{y}) ; donc les composantes selon l'axe (O, \vec{x}) vont s'annuler symétriquement. Ceci peut se traduire mathématiquement par l'équation suivante :

$$\overrightarrow{F_p} = \int_0^\pi \overrightarrow{dF_p} = \int_0^\pi (P \times dS_p \overrightarrow{u_r}) = \int_0^\pi (P \times r \cdot d\theta \cdot L \times \overrightarrow{u_r})$$

Ou : $\overrightarrow{u_r} = \cos\theta \vec{x} + \sin\theta \vec{y}$

Or la fonction « cos » est symétrique donc son intégrale entre 0 et π sont nuls.

Donc on peut écrire

$$\overrightarrow{F_p} = P \times \left(\int_0^\pi r d\theta L \sin\theta \right) \vec{y}$$

Donc

$$2 \times \sigma \cdot e \cdot L = -P \times r \cdot L [\cos\theta]_0^\pi$$

Finalement

$$\sigma = \frac{P \cdot r}{e} \tag{III.24}$$

On pourra écrire l'équilibre d'une demi-section de tube telle que celle représentée sur la Figure III.5 ci-dessus

Condition de résistance :

$$\sigma = \frac{P \cdot r}{e} \leq \sigma_{ad} \tag{III.25}$$

$$\sigma_{ad} = \frac{\sigma_Y}{S}$$

On considère que la conduite se casse par ruine plastique (chargement limite). En écrivant l'équilibre du tube fissuré, considéré localement comme une tôle plate, et en négligeant l'effet de concentration des contraintes, calculer la pression limite P_L . On considère également que le tube est parfaitement plastique avec une limite d'écoulement notée S_y .

III.5. Évaluation des fissures fragiles dans une conduite en fonte

La fonte est fréquemment utilisée comme matériau de canalisation d'eau, mais elle a également été utilisée pour le transport du gaz. Cependant, une partie du réseau de canalisations de gaz en fonte reste en Europe. Il se comporte comme un matériau fragile et on peut s'attendre à une rupture fragile. Les propriétés mécaniques de la fonte considérée sont présentées dans le tableau III.1.

Le module d'élasticité E et le coefficient de Poisson ν sont respectivement égaux à 170 GPa et 0,28. La faible valeur d'allongement concerne les caractéristiques fragiles de la fonte. Dans les travaux actuels, deux types de défauts sont pris en compte :

Un défaut semi-sphérique et un défaut semi-elliptique, chacun entaille la demi-épaisseur de la conduite, selon la profondeur. Pour les défauts semi-elliptiques, le rapport de la profondeur du défaut sur une demi-longueur est égal à 0,2, c'est-à-dire $a/c=0,2$. Les défauts semi-elliptiques et semi-sphériques inclus ont une profondeur égale à la moitié de l'épaisseur de la conduite. À l'aide du code SINTAP et de la méthode volumétrique [7], la défaillance potentielle de la conduite en fonte lorsqu'il est soumis à un coup de bélier est déterminée suivant le diagramme FAD. Les défauts sont traités comme fissures semi-elliptiques de surface équivalente

Tableau III.1 : Propriétés mécaniques du matériau en fonte

σ_y (MPa)	σ_u (MPa)	Elongation %	Densité (kg/m ³)	Coefficient de poisson	Ténacité K_{IC} MPa√m
300	420	10%	7050	0,28	14,90

La résistance à la rupture fragile d'une conduite fissurée est donnée par la relation $K_I < K_{IC}$, la condition critique est obtenue pour l'égalité $K_I = K_{IC}$. K_I est le facteur d'intensité de contrainte et K_{IC} est la ténacité à la rupture dans des conditions de déformation plane du matériau.

Pour évaluer les dimensions critiques d'une fissure dans une canalisation, il est nécessaire de connaître la forme spécifique du facteur d'intensité de contrainte qui définit les composantes locales du champ de contraintes (et de déplacement) dans la région du fond de fissure en tenant compte des caractéristiques géométriques de la conduite, de la fissure et de la charge. Il faut également connaître la ténacité du matériau ou la capacité du matériau à résister au développement d'une fissure fragile.

Pour le calcul des longueurs de fissures admissibles, la valeur admissible de la ténacité à la rupture K_{ad} est utilisée ($K_{ad} = K_{IC}/F_s$, F_s est le facteur de sécurité). La détermination de la ténacité à la rupture est basée sur une procédure spécifique fournie par les normes, y compris l'utilisation d'essais pour garantir le respect des conditions de déformation plane au bout de la fissure. Pour atteindre ces conditions, les tests doivent utiliser des échantillons de taille (les dimensions des éprouvettes sont toutes plus importantes, car la plasticité du matériau est importante). En particulier, comme la plupart des aciers utilisés dans les conduites en fonctionnement dans des conditions à température ambiante ou même inférieure, la détermination de la ténacité à la rupture avec des éprouvettes qui ont une épaisseur égale à l'épaisseur de la conduite n'est pas valide selon les normes. Dans ce cas, la ténacité à la rupture K_c est utilisée.

Diagramme d'évaluation des fissures

La relation de base de la mécanique de la rupture associe trois paramètres : la taille du défaut a , la contrainte brute appliquée σ_g et la résistance à la rupture R , dans un critère de rupture exprimé par l'équation suivante :

$$F(\sigma_g, a, R) = 0 \quad (\text{III.26})$$

Où : R est la résistance à la rupture en général et, selon le critère de fracture utilisé, il peut s'agir du facteur d'intensité de contrainte critique K_{IC} (en rupture fragile) , de l'intégrale J

critique J_{IC} (si la rupture présente une déformation plastique au fond de la fissure) ou du déplacement critique d'ouverture de fissure (crack opening displacement) COD, δ_c .

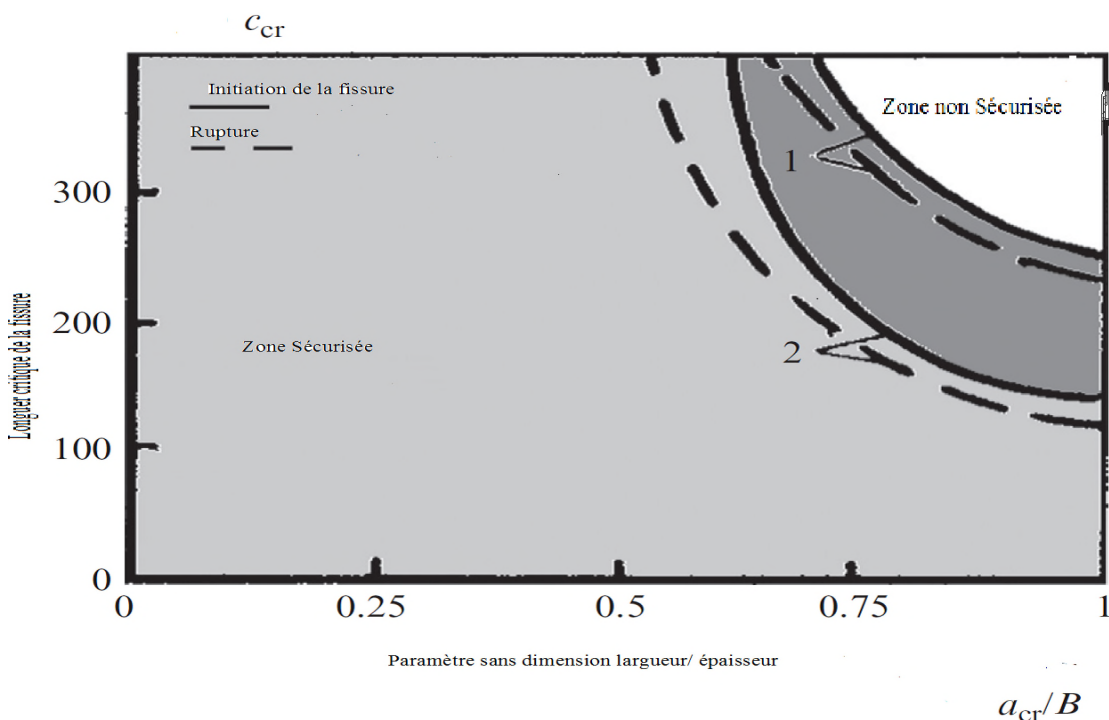


Figure III.6. Évolution de la longueur de profondeur critique d'une fissure longitudinale de surface pour une conduite [62].

Une autre présentation du critère de défaillance peut être faite en utilisant une autre approche appelée FAD (failure assessment diagram) à deux paramètres suivant la relation :

$$k_{r,c} = f(L_r) \quad (\text{III.27})$$

où $K_{r,c}$: est la force motrice critique non dimensionnelle de la fissure et L_r la charge non dimensionnelle. L'équation 3.7 représente la courbe de défaillance.

Toute structure chargée avec un défaut est représentée par un point d'évaluation dans le plan k_r, L_r :

$$\left. \begin{aligned} K_r &= \frac{K_{ap}}{K_{Ic}} \\ L_r &= \frac{F}{F_c} \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.28})$$

L_r est également définie comme une contrainte non dimensionnelle décrite comme le rapport

de la contrainte brute σ_{ap} et de la contrainte d'écoulement (choisie comme contrainte d'élasticité σ_y , contrainte ultime σ_u ou contrainte d'écoulement classique

$$L_r = \frac{\sigma_g}{R_c} \quad (\text{III.29})$$

$$R_c = (\sigma_y + \sigma_u)/2$$

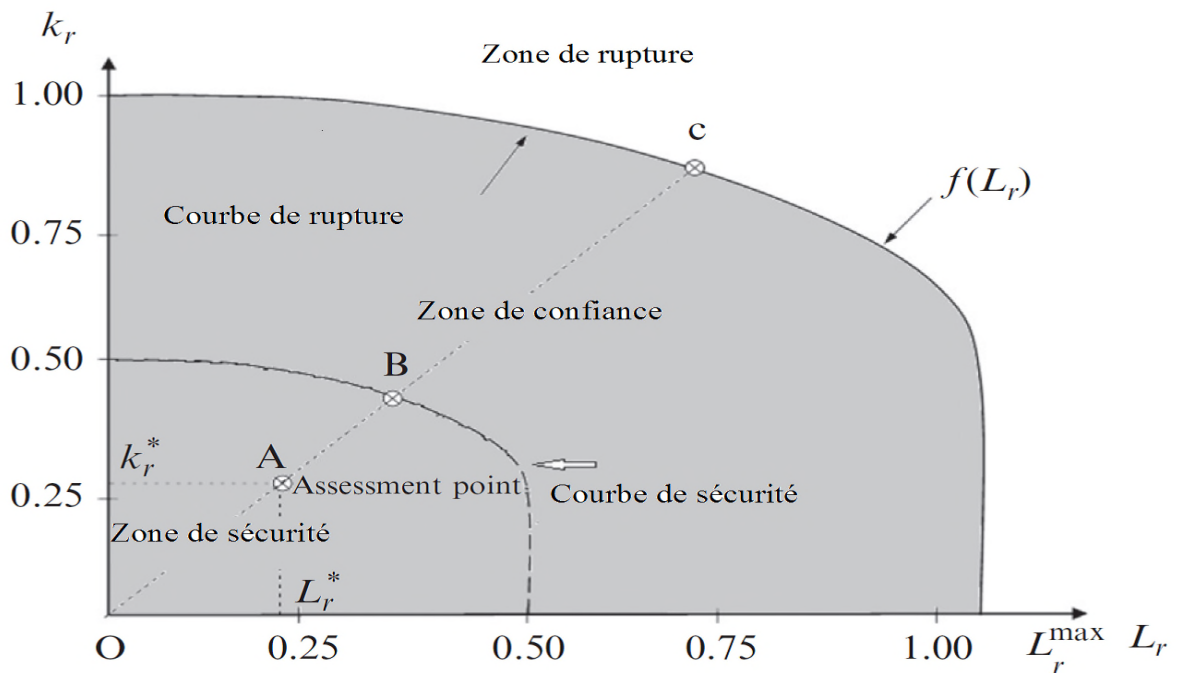


Figure III.7. Diagramme de l'endommagement (FAD : failure assessment diagram) [62].

En conséquence des définitions de L_r et K_r , le chemin de chargement OC est linéaire lorsque la charge passe de 0 à la charge critique F_c . En conditions de service, une structure où un composant présentant un défaut sous charge de service et pour un matériau donné est représenté par un point d'évaluation A de coordonnées L_r^* et k_r^* . Si ce point d'évaluation est à l'intérieur de la zone de sécurité, aucune défaillance ne se produit. Si le point d'évaluation est sur ou au-dessus des courbes d'évaluation, les conditions critiques sont atteintes.

L'équation de la courbe de défaillance divisée par le facteur de sécurité définit une courbe de sécurité où la structure est sûre avec un facteur de sécurité supérieur à la valeur de conception conventionnelle et assure une conception correcte selon les codes. Le facteur de sécurité associé à la situation de la structure est simplement défini par la relation :

$$f_s = \frac{OC}{OA}$$

La conception appropriée est généralement évaluée en comparant le facteur de sécurité obtenu à la valeur conventionnelle (souvent $f_s = 2$)

Chapitre IV

Etudes analytiques : comportement mécanique, résistance à la fissuration

Dans ce chapitre, on introduit le concept de la densité d'énergie de déformation, qui nous permet d'analyser le défaut sur la paroi extérieure de la conduite et connaître le comportement du matériau, on analysant les conditions de rupture en cas de présence d'un défaut superficiel. Les résultats obtenus seront utilisés dans le calcul par éléments finis. En présence d'un défaut superficiel à différentes orientations de chargement, pour évaluer la nocivité de la présence d'une fissure semi-elliptique.

IV.1. Introduction à la théorie de la densité de l'énergie de déformation

De nombreux critères de rupture ont été proposés par de nombreux chercheurs pour évaluer le début d'une rupture fragile dans des matériaux élastiques linéaires sous charge en mode mixte. Ces critères considèrent généralement les contraintes ou l'énergie comme des paramètres clés pour prédire la charge de rupture dans les matériaux fissurés et pré-fissurés tels que la céramique, les roches, les verres et les polymères. Erdogan et Sih (1963) [64] ont proposé un modèle basé sur les contraintes appelé critère de contrainte tangentielle maximale (MTS) qui a été largement utilisé par les chercheurs. Le taux de libération d'énergie maximale (G) et les critères de densité d'énergie de déformation minimale (SED) suggérés par Hussain et Sih (1974), respectivement, sont également deux critères bien connus de fissure basée sur l'énergie. Ces critères ne prennent en compte que l'effet des termes de contrainte singuliers de l'expansion de la série de William afin de prédire l'angle de pliage et le début de la rupture fragile sous chargement en mode mixte. Un grand nombre d'expériences menées par l'ayatollahi et ses collègues sur différents matériaux fissurés ou pré fissurés ont révélé que le critère MTS généralisé est capable de fournir de très bonnes estimations de l'angle d'amorçage de la fracture et du début de la fracture en mode mixte en comparaison selon le critère MTS conventionnel (Aliha et Ayatollahi, 2011, 2012; Ayatollahi et Aliha, 2006, 2009). Plus récemment, un certain nombre de critères de fracture basés sur l'énergie ont été proposés sur les termes principaux de l'expansion de la série de William régie par les facteurs d'intensité de contrainte (SIF) K_I et K_{II} avec la contrainte T (Ayatollahi et al., 2015a, 2015b). Par exemple, Ayatollahi et al. (2015a) ont suggéré un modèle modifié de fracture en mode mixte appelé critère de densité d'énergie de déformation généralisée (GSED) et estimé avec succès un grand nombre de données expérimentales. Le critère basé sur la déformation a été appliqué à divers matériaux fragiles pour étudier leurs mécanismes de rupture (Wu, 1974; Nalla et al., 2003). Lazzarin et ses coauteurs ont proposé un autre modèle de fissure basé sur l'énergie appelé le critère de densité d'énergie de déformation moyenne (ASED) qui utilise l'énergie de déformation moyenne dans un volume de contrôle de rayon r_c pour estimer la charge de rupture pour les échantillons fissurés et entaillés (Lazzarin et Zambardi, 2001). Dans les problèmes de fissures, le volume de contrôle à une forme circulaire et son rayon est une propriété du matériau. Selon le critère ASED, une rupture fragile a lieu lorsque la valeur moyenne de l'énergie de déformation à l'intérieur du volume de contrôle atteint une

valeur critique (qui est encore une propriété du matériau). Lazzarin et al. appliqué le critère ASSED à différents échantillons entaillés (par exemple, des encoches en forme de U et de V) et à divers matériaux afin de prédire la charge de rupture sous chargement en mode mixte (Berto et Lazzarin, 2007, 2014; Berto et al., 2012). Ils ont proposé une expression mathématique pour calculer le rayon du volume de contrôle r_c en utilisant la ténacité à la rupture de mode I K_{IC} , la résistance à la traction ultime σ_u et le coefficient de Poisson ν du matériau (Lazzarin et Zambardi, 2001). Lazzarin et ses co-chercheurs ont utilisé l'analyse par éléments finis pour obtenir la valeur moyenne de la densité d'énergie de déformation autour du fond de fissure. Une autre façon d'obtenir la densité d'énergie de déformation consiste à appliquer les équations de contraintes / déformation basées sur l'expansion en série bien connue de Williams.

Le critère de fissuration SED se concentre localement sur la continuité d'élément en amont de la fissure, il est basé sur la notion de faiblesse ou la gravité ressentie par le matériau. L'ouverture de la fissure se produit lorsqu'une quantité critique d'énergie de déformation dW est accumulée dans le volume de l'élément dV et la fissure est ensuite avancée progressivement dans la direction correspondante [3, 40]. La densité d'énergie de déformation la fonction (dW/dV) est supposée avoir la forme suivante.

$$\frac{dW}{dV} = \frac{S}{r} \quad (\text{IV.1})$$

Où :

S : est le facteur de densité d'énergie de déformation et r est la distance du fond de fissure. Le minimum de la densité d'énergie de déformation, le facteur S_{min} autour du fond de fissure détermine la direction probable de propagation des fissures.

La densité d'énergie de déformation peut être déterminée directement à partir de la relation.

$$\frac{dW}{dV} = \int_0^{\varepsilon_{ij}} d\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (\text{IV.2})$$

Où σ_{ij} et ϵ_{ij} sont respectivement les composantes de contrainte et de déformation [41].

IV.1.1. Application sur les plaques

Une plaque d'acier épaisse contient une fissure semi-elliptique de longueur c , cette plaque subisse a une charge de traction provoquant une contrainte verticale sur le plan de la surface de la fissure.

La contrainte critique σ_C est pour la croissance de la fissure selon le critère de densité d'énergie de déformation lorsque la contrainte de traction en dessus et l'énergie de la création d'une nouvelle surface.

L'angle θ_C d'extension initiale de fissure dans un champ de contraintes bidimensionnel est calculé selon le critère de densité d'énergie de déformation par les relations (IV.5) et (IV.6).

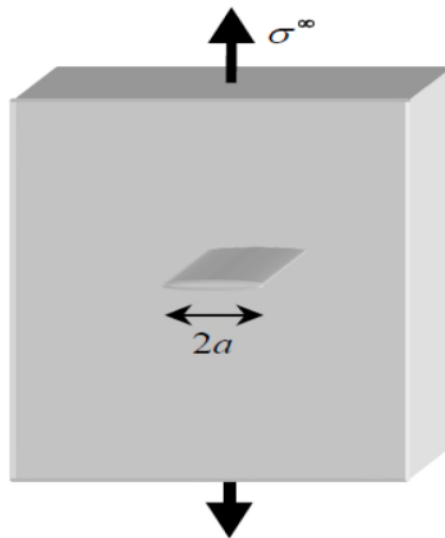


Figure IV.1. Fissure semi-elliptique dans une plaque mince

Ou :

$$S = a_{11}k_I^2 + 2a_{12}k_I k_{II} + a_{22}k_{II}^2 \quad (IV.3)$$

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= \frac{1}{16\mu} (1 + \cos \theta)(\kappa - \cos \theta) \\
 a_{12} &= \frac{1}{16\mu} \sin \theta [2 \cos \theta - (\kappa - 1)] \\
 a_{22} &= \frac{1}{16\mu} [(\kappa + 1)(1 - \cos \theta) + (1 + \cos \theta)(3 \cos \theta - 1)]
 \end{aligned}
 \tag{IV.4}$$

Avec :

$$\begin{cases}
 \kappa = 3 - 4\nu & \text{en déformation plane.} \\
 \kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu) & \text{en contrainte plane}
 \end{cases}$$

On appliquant les deux hypothèses de la théorie de la densité d'énergie on obtient :

$$\begin{aligned}
 [2 \cos \theta - (\kappa - 1)] \sin \theta k_I^2 + 2[2 \cos 2\theta - (\kappa - 1) \cos \theta] k_I k_{II} + \\
 + [\kappa - 1 - 6 \cos \theta] \sin \theta k_{II}^2 = 0
 \end{aligned}
 \tag{IV.5}$$

$$\begin{aligned}
 [2 \cos 2\theta - (\kappa - 1)] \cos \theta k_I^2 + 2[(\kappa - 1) \sin \theta - 4 \sin 2\theta] k_I k_{II} + \\
 [(\kappa - 1) \cos \theta - \\
 - 6 \cos 2\theta] k_{II}^2 > 0
 \end{aligned}
 \tag{IV.6}$$

Supposons que les facteurs d'intensité de contrainte K_I soient connus pour un problème particulier. Présentation ces valeurs dans l'équation (IV.5) nous obtenons les valeurs de l'angle d'extension de fissure.

θ_c comme racines de l'équation satisfaisant l'inégalité (IV.6). Remplacer ces racines, θ_c , dans l'équation (IV.3), nous obtenons les valeurs minimales S_{\min} de l'énergie de déformation facteur de densité. Ensuite, on obtient les valeurs critiques des charges appliquées correspondantes au début de la propagation rapide des fissures en assimilant S_{\min} à la constante critique du matériau facteur de densité d'énergie de déformation S_c .

IV.1.2. Application sur les tubes

Une conduite sous pression cylindrique de rayon R et d'épaisseur t contient une fissure traversant de longueur $2c$ orientée selon un angle β avec la direction circonférentielle *figure IV.2*. Quand la conduite est soumise à une pression interne P , on détermine le champ de contraintes au voisinage du fond de fissure.

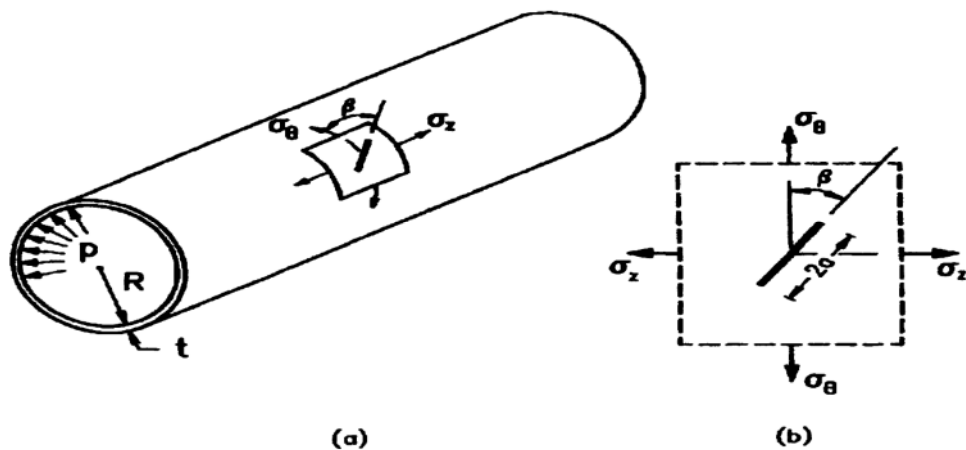


Figure IV.2. Fissure à la paroi extérieure de la conduite

Parce que la fissure est orientée à un angle β avec la direction circonférentielle, la contrainte et le champ au voisinage du fond de fissure est de mode mixte, c'est-à-dire une combinaison de mode d'ouverture (mode -I) et de mode glissant (mode-II). Les composantes de stress σ_x , σ_y , τ_{xy} pour

Le chargement en mode ouverture (mode -I) sont données par [IV.7] :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.7})$$

Le chargement en mode glissant (mode-II) est :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_y &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \tau_{xy} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (IV.8)$$

L'angle β varie entre 0° et 90° , sur la figure IV.3 l'énergie de déformation est faible si la fissure est longitudinale, ou perpendiculaire sur le plan de la contrainte principale.

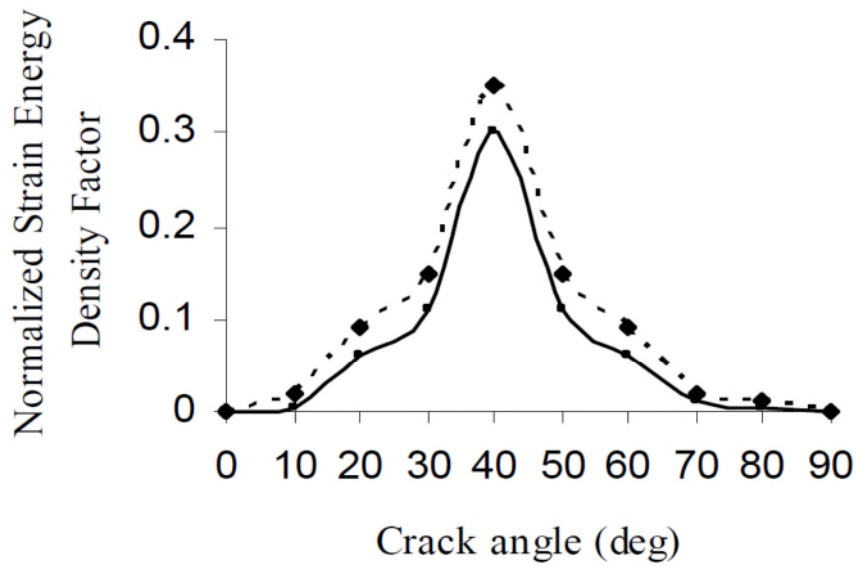


Figure IV.3. Variation de l'énergie de la déformation avec l'angle d'inclinaison de la fissure

IV.2. Comportement à la fissuration en mode mixte

Considérons un élément local contenant une fissure de longueur $2a$ qui fait un angle β avec le plan de la direction y et soumise aux contraintes σ et $k\sigma$ selon les directions y et x , respectivement (Figure 3). Par transformation de contraintes on obtient les contraintes suivantes σ'_x , σ'_y , τ'_{xy} dans le système $x'y'$ (Figure IV.4).

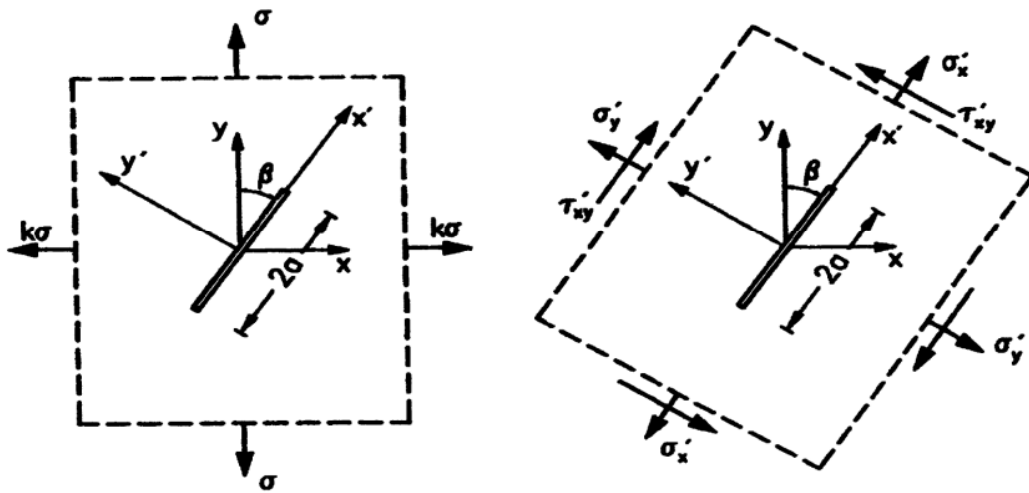


Figure IV.4. Fissure inclinée

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma'_x &= \frac{k+1}{2}\sigma - \frac{k-1}{2}\sigma \cos 2\beta \\
 \sigma'_y &= \frac{k+1}{2}\sigma + \frac{k-1}{2}\sigma \cos 2\beta \\
 \tau'_{xy} &= -\frac{k-1}{2}\sigma \sin 2\beta
 \end{aligned} \right\} \quad (IV.9)$$

$$\begin{aligned}
\sigma'_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}\right) - (k-1) \cos 2\theta \\
\sigma'_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\
\tau'_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right)
\end{aligned}
\tag{IV.10}$$

Avec :

$$K_I = \frac{1}{2} [k + 1 + (k - 1) \cos 2\beta] \sigma \sqrt{\pi a} \tag{IV.11}$$

$$K_{II} = -\frac{k-1}{2} \sin 2\beta \cdot \sigma \sqrt{\pi a} \tag{IV.12}$$

IV.2.2. Détermination des facteurs d'intensité des contraintes

Ces solutions sont caractérisées par les facteurs d'intensité de contrainte K_i fonctions de la structure, de son chargement et de la fissure ; ils s'expriment en $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$.

Les coefficients K_i dépendent à la fois de la structure, par sa géométrie et son chargement, et de la fissure par sa taille, sa forme et sa position.

Ils sont caractéristiques de la singularité de contrainte en pointe de fissure et de la discontinuité de déplacement le long des lèvres de la fissure.

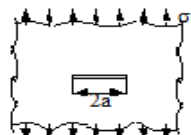
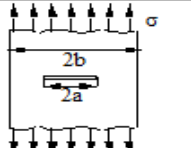
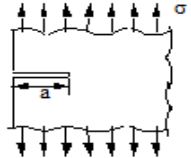
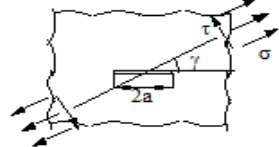
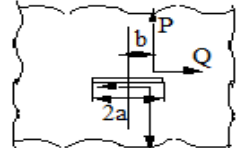
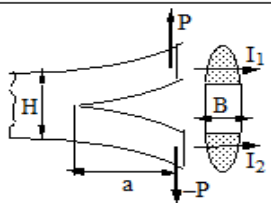
Les calculs passent par l'utilisation de la mécanique linéaire élastique et les fonctions d'Airy. A partir de cas simples tabulés, on peut par les méthodes de fonction de poids résoudre des problèmes plus complexes :

On suppose que l'on a pu déterminer le facteur d'intensité de contrainte $K_i(x)$ pour une charge unité, exercée en un point d'abscisse x de la fissure (problème plan). On se ramène, par

superposition, à une répartition de forces surfaciques $F(x)$ sur les lèvres de la fissure. Cette densité $F(x)$ est la fonction de poids du problème. Le facteur d'intensité de contrainte K_i recherché est alors égal à :
$$K_i = \int_{fissure} F(x) K_i(x) dx$$

Ces fonctions $K_i(x)$ se déduisent du tableau **IV.1** pour une fissure de longueur $2a$ dans une plaque infinie et pour une fissure finie et semi-infinie. Le facteur $K_I(x)$ y est également donné pour une fissure dans un massif infini.

Tableau IV.1. Formule du facteur d'intensité de contrainte dans différente forme

Schéma	Description	Valeur de K
	Fissure de longueur $2a$ dans une plaque infinie soumise à une contrainte <u>uniaxiale</u> homogène σ .	$K_I = \sigma \sqrt{\pi a}$
	Bande de largeur $2b$ contenant une fissure centrale de longueur $2a$ soumise à une contrainte <u>uniaxiale</u> homogène σ .	$K_I = \frac{\sigma \sqrt{\pi a}}{\sqrt{\cos \frac{\pi a}{2b}}}$
	Plaque semi-infinie contenant une fissure latérale de profondeur a soumise à une contrainte <u>uniaxiale</u> homogène σ .	$K_I = 1,122 \sigma \sqrt{\pi a}$
	Fissure de longueur $2a$ dans une plaque infinie soumise à des contraintes homogènes de traction σ , de cisaillement τ dans la direction γ .	$K_I = \{\sigma \sin \gamma - \tau \cos \gamma\} \sin \gamma \sqrt{\pi a}$ $K_{II} = \{\sigma \cos \gamma + \tau \sin \gamma\} \sin \gamma \sqrt{\pi a}$
	Fissure de longueur $2a$ dans une plaque infinie soumise à des charges concentrées P et Q à une distance b de l'axe.	$K_I = \frac{P}{\sqrt{\pi a}} \sqrt{\frac{a+b}{a-b}}$ $K_{II} = \frac{Q}{\sqrt{\pi a}} \sqrt{\frac{a+b}{a-b}}$ $K_{III} = \frac{T}{\sqrt{\pi a}} \sqrt{\frac{a+b}{a-b}}$
	Double poutre encastree: éprouvette DCB (Double Cantilever Beam)	$K_I = C \frac{Pa}{\sqrt{2BI}}$ où $C=1$ (C.P.) et $C = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}$ (D.P.) $\frac{1}{I} = \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}$ (I_1, I_2 , moments d'inertie)

IV.2.3. Détermination du facteur de la densité de l'énergie de déformation

Sih [4] a défini la valeur critique de l'énergie de déformation locale comme critère d'instabilité des fissures. Le minimum de densité d'énergie de déformation autour du fond de fissure détermine la direction de propagation de la fissure. L'angle de propagation de la fissure θ peut être déterminé en résolvant les équations suivantes

$$[2 \cos \theta - (\kappa - 1)] \sin \theta K_I^2 + 2[2 \cos 2\theta - (\kappa - 1) \cos \theta] K_I K_{II} + [(\kappa - 1 - 6 \cos \theta) \sin \theta] K_{II}^2 = 0$$

Et

$$[2 \cos 2\theta - (\kappa - 1) \cos \theta] K_I^2 + 2[(\kappa - 1) \sin \theta - 4 \sin 2\theta] K_I K_{II} + [(\kappa - 1) \cos \theta - 6 \cos 2\theta] K_{II}^2 > 0$$

Le facteur de la densité d'énergie de déformation S_c représente la ténacité de la résistance du matériau à la propagation brutale de la fissure.

Pour le chargement en mode I, nous avons $K_{II} = 0$ et $K_I = \sigma \sqrt{\pi a}$. La première exigence se traduit par deux valeurs possibles de $\theta = \theta_c$. La deuxième condition n'est satisfaite que pour $\theta_c = 0$.

La direction évidente de la croissance des fissures est à $\theta_c = 0$. La croissance des fissures aura lieu si la valeur de $S(\theta_c)$ est égale à la valeur critique S_c , qui est la valeur de la déformation plane.

En mode ouverture I, on obtient :

$$S = a_{11} k_I^2 = \frac{\sigma^2 a}{16G} \{1 + \cos(\theta)\} \{\kappa - \cos(\theta)\} \quad (\text{IV.13})$$

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = \sin(\theta)\{2 \cos(\theta) - (\kappa - 1)\} = 0 \rightarrow$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} = 2 \cos(2\theta) - (\kappa - 1) \cos(\theta) > 0$$

$$S(\theta_c) = \frac{\sigma^2 a}{16G} \{2\}\{\kappa - 1\} = \frac{\sigma^2 a}{8G} (\kappa - 1)$$

$$S_c = S(\theta_c) = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{2\pi E} K_{Ic}^2 \quad (\text{IV.14})$$

Le facteur de la densité de l'énergie de déformation S_c est analogue au facteur d'intensité de contrainte K_c en mécanique de la rupture, sauf que le FIC ne peut pas être utilisé dans des situations de charge combinée. Pour cette raison, il est principalement limité à une utilisation en laboratoire et a une application limitée dans la conception de structure. Ça devrait être souligné que l'effet du désalignement entre la fissure et la charge appliquée, s'il est ignoré, peuvent entraîner de graves erreurs dans les prévisions de charge de rupture.

La théorie K_c est basée sur l'hypothèse que la fissure doit toujours être dans une position normale avec une tension appliquée et donc la direction de propagation des fissures est a priori connue. Mais dans la plupart des composants structurels, les défauts des fissures sont rarement alignés perpendiculairement à la direction de chargement. Ce désalignement invalide le concept de K_c . L'état de contrainte de fond de fissure dans un composant structurel doit être décrit par au moins deux paramètres [2], K_I et K_{II} . Si là l'état de contrainte est de nature triaxiale, un troisième paramètre K_{III} est habituellement requis et le critère de rupture doit être modifié en conséquence.

Le facteur de la densité de l'énergie de déformation est comme suit :

$$S = a_{11}K_I^2 + 2a_{12}K_I K_{II} + a_{22}K_{II}^2 + a_{33}K_{III}^2 \quad (\text{IV.15})$$

On appliquant l'hypothèse de la théorie de l'énergie de déformation le paramètre S devient

$$S_C = S(K_I, K_{II}, K_{III}) , \text{ pour } \theta = \theta_0 \quad (\text{IV.16})$$

Ou : θ_0 est l'angle de la direction de l'avancement de fissure

On se basant sur la simulation de l'installation étudiée en chapitre II, et on appliquant la théorie de l'énergie de déformation, on obtient la variation de l'angle de la tête de fissure en fonction de l'inclinaison pour une conduite sur l'installation (système réservoir-conduite-vanne)

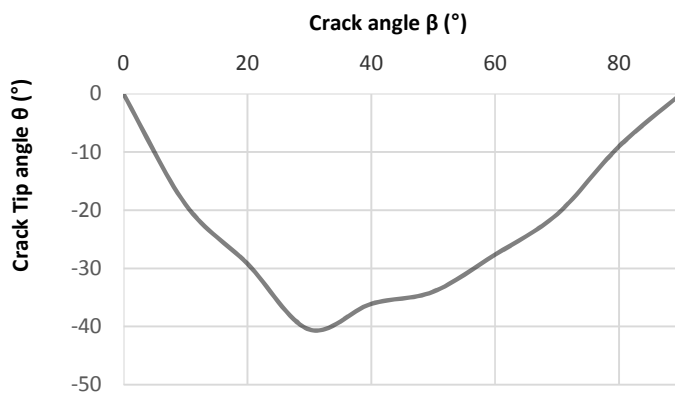


Figure IV.5. Angle de la tête de fissure en fonction de l'inclinaison de la fissure

Et pour déterminer la pression critique, sur laquelle une propagation brutale de la fissure peut se déclencher, on peut avoir la Figure IV.7

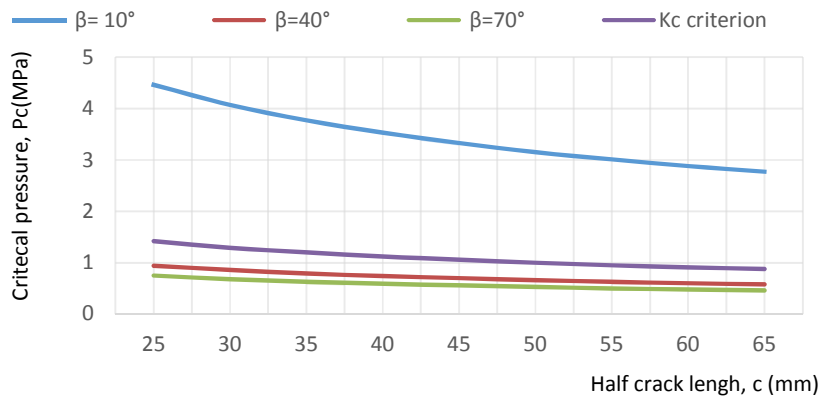


Figure IV.6. La pression critique P_c en fonction de la longueur de la fissure c .

IV.2.4. Détermination de l'avancement de fissure

La figure IV.8 représente une fissure inclinée traversant une plaque soumise à une traction simple. Si la fissure n'était pas inclinée ($\beta = 0^\circ$), le chargement appliqué conduirait au mode de rupture I pur.

Lorsque deux, voire trois modes de sollicitation sont présents, l'énergie de propagation G est additive :

$$G = G_I + G_{II} + \dots \quad (\text{IV.17})$$

Cette équation suppose cependant que la fissure se propage en restant dans son plan. Ainsi dans le cas de la figure IV.8, le taux de restitution d'énergie G s'écrit :

$$G = G_I + G_{II} = \cos^2 \beta \frac{(\sigma^\infty)^2 \pi a}{E'} \quad (\text{IV.18})$$

La fissure initialement inclinée a tendance à se propager dans le plan de plus grande sollicitation :

Elle revient donc en mode I. En d'autres termes, la fissure suit le chemin de propagation de moindre résistance (ou le chemin de propagation de plus forte intensité des contraintes) – elle ne reste donc pas nécessairement dans son plan initial.

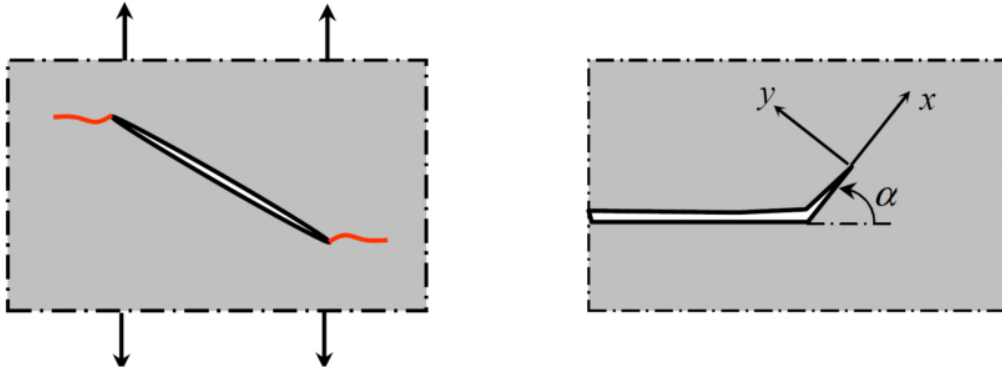


Figure IV.7 : Propagation de la fissure selon un angle α par rapport sur le plan de la fissure [63].

A l'extrémité de la fissure sollicitée en modes I et II, les champs de contraintes asymptotiques s'expriment (en coordonnées polaires) respectivement par :

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[\frac{5}{4} \cos \frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \cos \frac{3\theta}{2} \right] \\ \sigma_{\theta\theta} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[\frac{3}{4} \cos \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \cos \frac{3\theta}{2} \right] \\ \tau_{\theta} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[\frac{1}{4} \sin \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \end{cases} \quad (\text{IV.19})$$

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left[-\frac{5}{4} \sin \frac{\theta}{2} + \frac{3}{4} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\ \sigma_{\theta\theta} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left[-\frac{3}{4} \sin \frac{\theta}{2} - \frac{3}{4} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\ \tau_{\theta} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left[\frac{1}{4} \cos \frac{\theta}{2} + \frac{3}{4} \cos \frac{3\theta}{2} \right] \end{cases} \quad (\text{IV.20})$$

Il existe deux types de propagations :

La propagation stable : après son amorçage, la fissure s'arrête, nécessitant plus d'énergie pour reprendre sa propagation. Ce mode de propagation n'est a priori pas dangereux ;

La propagation instable : après son amorçage, la fissure poursuit sa progression en l'absence de toute modification des paramètres de la sollicitation. Cette instabilité conduit alors à la ruine de la structure.

Pour étudier la stabilité d'une propagation de fissures, plusieurs méthodes ont été proposées. Parmi ces méthodes, la notion de courbe de résistance revient souvent.

La courbe de résistance, ou encore courbe-R, traduit l'évolution du taux critique de restitution de l'énergie G (ou de J) en fonction de la longueur de la fissure. Elle est déterminée de façon expérimentale, et permet de caractériser la propagation stable d'une fissure dans un matériau donné.

Pour des matériaux fragiles, cette courbe (peu ou pas utilisée) est réduite à une droite (en déformation plane) puisque dans ce cas le taux de restitution d'énergie critique G_c , ou plus précisément la ténacité K_{Ic} , ne dépend pas de la longueur de fissure. La courbe-R, introduite plus particulièrement pour les matériaux ductiles, est une caractéristique intrinsèque du matériau. La condition de rupture fragile $G \geq 2\gamma$ doit être remplacée par une condition de rupture ductile, prenant en compte le fait que la résistance du milieu fissuré est ici une fonction de la longueur de fissure « a » :

De même, Paris et al. [Paris et al. 1979] ont proposé d'étudier la stabilité de la propagation à travers un paramètre T , appelé module de déchirement, qui est la dérivée de l'intégrale J par rapport à la longueur de la fissure «a»

Chapitre V

Modélisation numérique : Analyse de la rupture par l'intégrale de contour J et la méthode XFEM

Ce chapitre est constitué de deux parties. La première est la description de l'intégrale J ainsi que la méthode XFEM de la modélisation numérique. Ainsi, le but est de valider le modèle numérique pour le chargement en pression interne sur des conduites en présence d'un défaut superficiel. La deuxième partie exploite les résultats, d'une série de modélisations numériques sur des conduites pré fissurées.

V.1. Introduction

La fissuration est simulée par une méthode numérique à l'aide d'analyses successives. Une première analyse résout les équations aux dérivées partielles qui modélisent le comportement du solide fissuré en tenant compte des charges appliquées et des déplacements imposés pour obtenir une estimation des déplacements, déformations et contraintes en tout point de ce solide. L'intensité et la variation de ces champs à proximité du front de fissure sont ramenées à quelques grandeurs caractéristiques qui sont introduites dans le modèle de fissuration choisi pour obtenir la direction et la longueur de propagation de la fissure. En mécanique linéaire de la rupture par exemple, ces grandeurs caractéristiques sont les trois facteurs d'intensité de contrainte. En ajoutant l'incrément de fissure prédit par le modèle au front de fissure, nous obtenons une nouvelle fissure, qui est la nouvelle frontière interne pour l'analyse suivante qui donnera les nouveaux champs de déplacement, déformation et contrainte et ainsi de suite.

Depuis son introduction dans les années cinquante, la méthode numérique basée sur les éléments finis est largement été utilisée dans la résolution des problèmes de mécanique de la rupture. On citera par exemple les travaux de Newman & Raju et ceux d'Atluri et al portant sur les plaques sous traction et sous flexion ainsi que les conduites sous pression interne, les travaux de Grebner & Strathmeier utilisant des éléments de bouts de fissures axisymétriques, les travaux de Yoshimura et al. Lorsqu'un critère de rupture est satisfait, on en déduit la nouvelle position de la fissure, et on relâche les nœuds correspondants.

Plusieurs travaux ont traité les défauts dans les conduites métalliques en se basant sur la mécanique de la rupture et sur l'analyse limite. Les résultats obtenus ont été présentés sous forme de modèles analytiques. Ils ont permis d'établir des codes de calculs utilisés pour l'étude et l'évaluation de la nocivité d'un défaut dans une conduite sous pression. Par contre, peu d'études ont analysé les conditions de rupture d'une conduite, en se basant sur à un modèle bien défini. D'autre part, les conduites sont surdimensionnées afin de garantir plus d'années de fonctionnement. Les problèmes proviennent de la surpression, de type fissure semi-elliptique, ont été simulés par

ABAQUS. Ceci permet de déterminer les variations des contraintes et de l'intégrale J au fond de la fissure, pour trouver une relation liant la pression d'amorçage de fissure, la taille du défaut (fissure semi-elliptique) et la géométrie de la conduite.

L'objectif est d'étudier l'influence de la taille du défaut et de la dimension de la conduite sur la résistance à la fissuration.

V.2. L'intégrale J

Pour calculer l'intégrale J, dans des problèmes tridimensionnels, deux approches sont actuellement utilisées. Ce sont la technique d'avancée virtuelle de la fissure et l'intégrale du domaine d'énergie. Park et Helen [70] ont réussi à formuler l'extension virtuelle de fissure en termes de rigidité et de déplacement. La méthode d'extension virtuelle de fissure a été améliorée par De Lorenzi [71], [72] en tenant compte du taux de restitution d'énergie d'une approche séquentielle. Shih et al [68] ont formulé la méthode de l'intégrale du domaine d'énergie, cadre général de l'analyse numérique de l'intégrale J. Le facteur d'intensité de stress K_I représente le plus important Paramètre dans la mécanique de la rupture élastique linéaire. Il permet pour prédire si la fissure est stable ou non par rapport à la ténacité du matériau K_{IC} .

L'importance de calcul de l'intégral J et qu'à partir de ce calcul on peut déduire Le facteur d'intensité de contrainte K. Le FIC est généralement réalisé à l'aide du test d'impact Charpy-V Berer [3]. Les composants d'ingénierie fissurés sont examinés en termes de K_I par diverses méthodes analytiques ou numériques. Ces méthodes sont basées sur l'extrapolation par déplacement et / ou approche énergétique telle que l'intégrale J. Une méthode détaillée dans la référence Qian [12]. Zhu [13] a montré que l'approche énergétique donne de bons résultats en comparaison avec les résultats analytiques, raison pour laquelle le calcul du facteur K_I par l'approche énergétique est indépendant de la maille près de la fissure.

La stratégie appliquée dans ce travail pour calculer le stress et le facteur d'intensité est comme suit :

Calcul du facteur KI par méthode du contour intégral : Dans le calcul du code Abaqus / Standard, l'évaluation de l'intégrale J se fait de manière automatique en appliquant la méthode intégrale sur le domaine énergétique. Il est basé sur formulation décrite par l'Eq. (V.1) développé par Sih et al. [68]

$$J = \int_{A^*} \left[\sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - w \delta_{1i} \right] \frac{\partial q}{\partial x_i} Da \quad (V.1)$$

Où A* est l'aire de la surface entre les contours 0 et 1 (comme présenté sur la figure 1). Le paramètre (q) est une fonction lissée pouvant être choisie comme q =1 sur 0 et q=0 sur 1. Le contour 0 est réduit en pratique au niveau de la fissure pointe. Le contour 1 coïncide avec les bords des éléments. Une discrétisation plus poussée est présentée sur l'Eq. (V.2) donné par formule

$$J = \sum_{A^*} \sum_{p=1}^{np} \left\{ \left[\left(\sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - w \delta_{1i} \right) \frac{\partial q}{\partial x_i} \right] \det \left(\frac{\partial x_j}{\partial \xi_k} \right) \right\} w_p \quad (V.2)$$

Avec :

np: nombre de points de Gauss,

wp: poids d'intégration,

ξ_k : Coordonnées des éléments dans les repères locaux.

L'intégrale J a été utilisée pour calculer le facteur K_I pour la mécanique à rupture élastique linéaire. L'intégrale J est équivalent au taux de restitution d'énergie G sous un seul mode pour les problèmes élastiques linéaires. Le facteur K_I été calculé à partir de l'intégrale J.

A la fin de cette partie, nous définissons la pression menant à l'amorçage de fissure à l'aide d'un outil de calcul numérique par éléments finis, ABAQUS. L'intégrale J, un concept élastoplastique implanté dans Abaqus, est utilisé pour étudier la résistance à la fissuration d'une section de la conduite préfissurée.

Le code de calcul ABAQUS/Standard, utilisé dans la présente étude, évalue l'intégrale J de manière automatique en appliquant la méthode de l'intégral du domaine d'énergie.

Cette méthode se base sur la formulation développée par Shih et al [67], [68] en partant de la formule de J établie par Rice [69] bords des éléments.

L'utilisateur doit tout d'abord définir le front de fissure, ensuite préciser le nombre de contours sur lesquels le logiciel calcule l'intégrale J et enfin indiquer la direction virtuelle de l'extension de fissure. Les contours sont choisis par ABAQUS en fonction du maillage (Figure V-1). Pour aider ABAQUS à réaliser cette tâche, le maillage concentrique doit être réalisé autour de la pointe de fissure. La précision de la solution dépend de la taille des éléments au front de fissure : plus la dimension radiale des éléments de la pointe de la fissure est petite mieux seront les résultats de la déformation et de la contrainte. Le calcul de J sur les différents contours sera plus précis.

Le concept de l'intégrale J se base sur le fait que l'intégrale J caractérise la singularité au front de fissure en raison de son indépendance du contour d'intégration. Sous une bonne modélisation. Adaptée au calcul de J, les résultats convergent vers une même valeur de J pour tous les contours à partir du deuxième

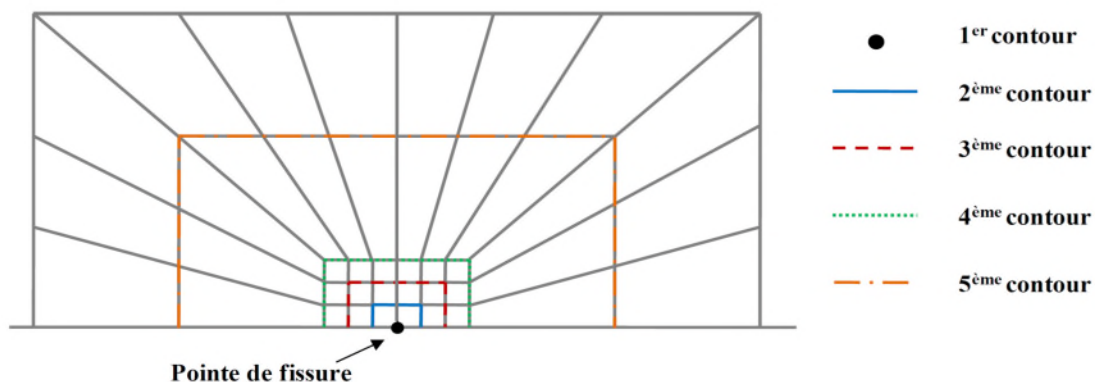


Figure V.1. Contours choisis par ABAQUS pour l'évaluation de J

La technique de calcul de J, par la méthode de l'intégrale de domaine de l'énergie, ne requiert pas l'orthogonalité du maillage au front de fissure. Ceci est particulièrement utile

pour faciliter la modélisation tridimensionnelle des fissures. De plus, elle peut être utilisée pour des problèmes statique et dynamique, pour une loi de comportement linéaire et non linéaire, et pour tout type de sollicitations.

V.2.1. La méthode XFEM

Plus récemment, des formulations de la FEM mieux adaptées aux problèmes de la mécanique de la rupture ont été développées. La Méthode des éléments finis étendue Plus connue sous le sigle XFEM (pour eXtended Finite Element Method) et parfois appelée méthode des éléments finis généralisée, elle est appliquée aux problèmes de mécanique de la rupture depuis 1999. Elle se base sur la méthode des éléments finis avec un maillage normal en remplaçant les éléments qui sont coupés par une fissure par des éléments spéciaux possédant quelques degrés de liberté supplémentaires qui permettent de représenter un champ de déplacement discontinu de part et d'autre de celle-ci. La méthode des éléments finis étendus (X-FEM) a vu le jour comme une procédure numérique puissante pour analyser les problèmes la propagation des fissures. L'approche de XFEM a été introduite en 1974 par Benzley [88] qui a proposé l'idée d'enrichissement près du front de fissure en utilisant des solutions asymptotiques. Atluri et al. [89] et Nash Gifford et al. [21] ont ensuite développé cette méthode et obtenu des résultats des résultats précis pour les fissures stationnaires. Quelques années plus tard, Melenek et Babuska [78] développent la méthode fondamentale de partition d'unité pour l'élément fini (PUFEM). Le premier véritable «développement» de mise à niveau l'effort de X-FEM a été fait par Belytschkol et Black [81]. Sukumar et al. [79] a été le premier à étendre la méthode XFEM pour modéliser des fissures tridimensionnelles. Stolarska et al [83] couplé la méthode de level set et la méthode X-FEM à prédire la propagation des fissures. Enfin, Belytschko et al. [81] développé une nouvelle formulation X-FEM pour la propagation arbitraire des fissures dans les coques. Pourtant, plusieurs chercheurs Moes [80], Chahine [87], Budyn [90], Gupta [84], Wang [85], Hou [86] ont utilisé le X-FEM méthode pour simuler le comportement de la mécanique de la rupture dans le cas des fissures stationnaires ou dynamiques. Selon Belytschko et Moes [82], le déplacement champ peut être décrit par

l'approximation des éléments finis en utilisant l'équation suivante :

$$u(x)^h = \sum_{i \in N_{\text{tot}}}^n N_i(x) u_i + \sum_{i \in N_{\text{saut}}} N_i(x) H(x) a_i + \sum_{i \in N_{\setminus \Gamma \sigma}} N_i(x) \left(\sum_{j=1}^4 \Gamma_j(x) b_{ij} \right) \quad (V.3)$$

Où :

$N_i(x)$: fonctions d'interpolation des éléments finis standard.

$H(x)$: La fonction d'enrichissement Heaviside présente le «saut» du déplacement des lèvres.

a_i : degrés de liberté supplémentaire associés à la fonction Heaviside.

$\Gamma_j(x)$: Fonctions d'enrichissement avec singularité près de la fissure de face.

b_{ij} : Les degrés de liberté supplémentaires associés à fonctions singulières.

La fonction $H(x)$ est présentée par l'équation suivante :

$$H(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x > 0 \\ +1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

La fonction $H(x)$ prend donc les valeurs de +1 ou -1 selon le côté de la fissure sur lequel on est placé.

La fonction d'enrichissement, présentée sous forme de croquis sur la Fig.2, montre la singularité du voisinage du front de fissure $\Gamma_j(x)$. Il peut être présenté par l'équation suivante :

$$F_J(x) = \sqrt{r} \left\{ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta), \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta) \right\} \quad (V.4)$$

La propagation est simulée en remplaçant les éléments nouvellement traversés par une fissure par un élément spécial. Moës, Dolbow et Belytschko (1999) présentent la méthode à deux dimensions et Moës, Gravouil et Belytschko [82], Moës et Belytschko [80] présentent la méthode à trois dimensions.

Basée sur le concept de partition de l'unité présenté au paragraphe précédent, la méthode des éléments finis étendus est une idée originale de Moës et Black Belytschko T [80].

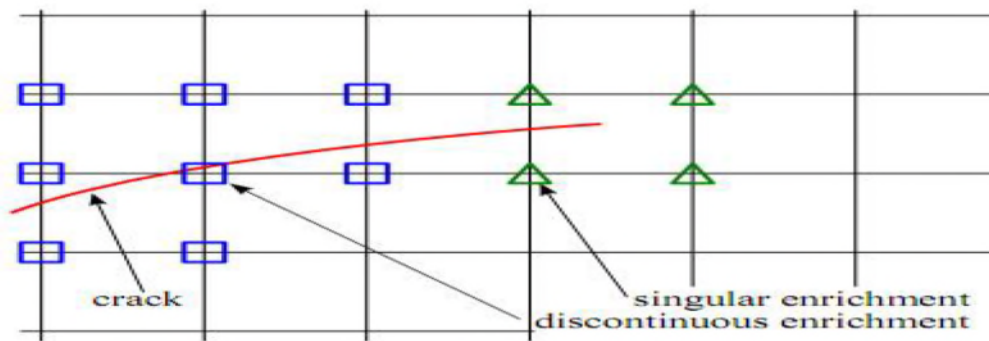


Figure V.2. Contours choisis par ABAQUS pour l'évaluation de J

On remarque sur la Figure V.2 que les nœuds de l'élément contenant la pointe de fissure ne sont pas enrichis par la fonction discontinue H. Cela n'empêche pas l'ouverture de cet élément puisque la fonction F_J présente une discontinuité.

L'utilisation de la méthode X-FEM bien que récente a connu un vif succès pour des cas de propagation de fissure très diverse.

V.2. Application

La conduite droite, qui fait l'objet de l'analyse, à une longueur de 6 m et un diamètre de 0,672 m. Étant donné que la taille de la fissure et la région de fissuration sont très localisées,

il n'est pas nécessaire de modéliser l'ensemble de la conduite dans l'analyse FE. Par conséquent, une conduite de 0,5 m a été modélisée en tenant compte de l'effet des conditions

aux limites et de la taille des fissures. Une condition aux limites avec un couplage cinématique ayant une longueur totale de 6 m a été appliquée en considérant l'effet sur la conduite de 6 m de longueur. En raison de la forme de la symétrie, seule la moitié de la conduite a été modélisée pour l'analyse. Dans cette partie, nous évaluons une fissure superficielle semi-elliptique dans la direction circonférentielle, longitudinale et inclinée d'une conduite en fonte ductile. La méthode est basée sur la détermination de l'intégrale-J à l'aide d'un modèle semi-empirique. Ainsi, la connaissance de la dimension critique de la fissure ou de la pression d'amorçage de fissure.

V.2.1 Géométrie, conditions aux limites et chargement

Les conditions de symétrie de fissure dans la direction \vec{x} permettent la suppression de deux rotations selon les axes \vec{y} ; \vec{z} et le déplacement dans la direction \vec{x} . En analysant seulement 1/4 de la conduite, une condition de symétrie dans la direction \vec{y} ; est imposée au plan central du pipeline. L'extrémité du pipeline est supposée être bloquée.

Afin de réduire le temps de calcul, uniquement un quart de tube est modélisé, *Figure V.3*. Ainsi, les conditions aux limites de symétrie sont appliquées dans le modèle. Le modèle a été chargé avec une pression interne uniformément répartie sur toute la surface intérieure, *Figure V.3*.

Tout calcul par éléments finis nécessite la définition des conditions aux limites. Dans notre cas, grâce à la symétrie de la géométrie, un quart de tube a été modélisé. Les conditions de symétrie correspondantes ont été imposées *Figure V.3*. Une pression est uniformément appliquée sur la surface intérieure du cylindre.

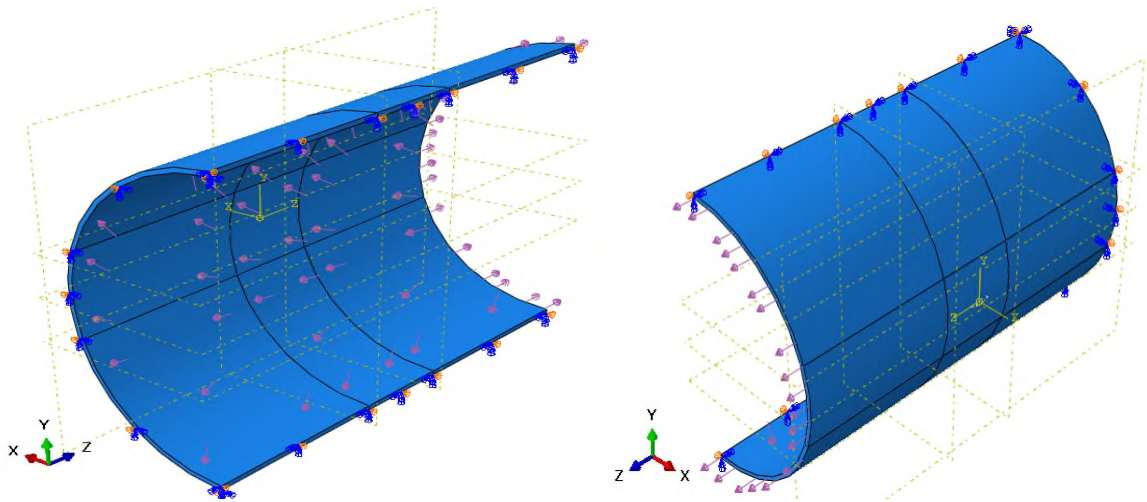


Figure V.3. Conditions aux limites et chargement

Les conditions aux limites utilisées sont les suivantes : des conditions de symétrie par rapport à l'axe X (XSYMM) ont été utilisées dans la coupe longitudinale. Et dans la section circumférentielle, la contrainte longitudinale a été calculée et placée comme condition à une extrémité du cylindre et a été établie en symétrie à l'autre extrémité (autoriser uniquement le déplacement dans la direction radiale).

V.2.2 Maillage

L'étape de maillage de la géométrie étudiée est une étape importante qui conditionne la précision des résultats et le temps de calcul. Un maillage satisfaisant est un maillage qui permet d'avoir des résultats précis en un temps de calcul optimal.

Comme évoqué dans la partie de calcul de l'intégrale J demandait de porter une attention particulière au maillage. En effet, le calcul est effectué par un maillage adapté.

On doit tout d'abord définir le front de fissure, ensuite préciser le nombre de contours sur lesquels le logiciel calcule l'intégrale J et enfin indiquer la direction virtuelle de l'extension

de fissure. Les contours sont choisis par ABAQUS en fonction du maillage *Figure V.4*. Pour aider ABAQUS à réaliser cette tâche, le maillage concentrique doit être réalisé autour de la pointe de fissure. La précision de la solution dépend de la taille des éléments au front de fissure :

Plus la dimension radiale des éléments de la pointe de la fissure est petite plus le calcul de J sur les différents contours sera précis.

Pour mailler la géométrie en 3D, des éléments hexaédriques quadratiques C3D8R ont été utilisés. Ce sont des éléments iso paramétriques solides 3D quadratiques quadrangulaires (8 noeuds par élément) à intégration réduite. Un maillage concentrique raffiné a été élaboré au voisinage de la fissure. Dans cette zone, la taille des éléments ne dépasse pas quelques dixièmes de millimètre.

Le maillage est suffisamment raffiné à proximité de la pointe de fissure pour bien définir la distribution de contrainte au fond du défaut. Plusieurs éléments entourant le fond du défaut (à la pointe de la fissure) ont été utilisés pour évaluer les intégrales de contour. Ces contours d'éléments fermés sont définis de manière récursive pour entourer tous les contours précédents. Le premier contour était la pointe de la fissure dans la configuration d'une conduite préfissurée. La direction de l'extension virtuelle de la fissure est définie en spécifiant la normale au plan de la fissure.

Le nombre de nœuds dans un modèle dépend de la taille du défaut. L'intégration réduite a été appliquée. Ceci réduit considérablement le temps de calcul et les problèmes de verrouillage volumétrique rencontrés lors de la mise en œuvre numérique des éléments.

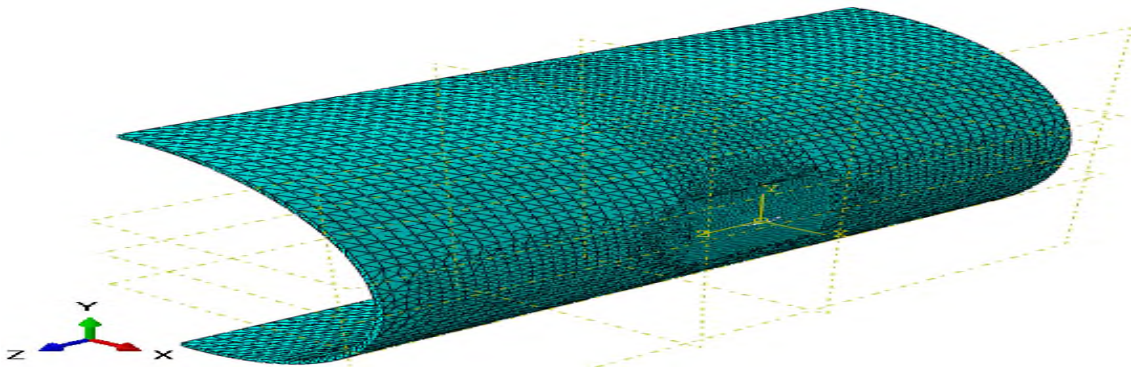


Figure V.4. Maillage de la section de la conduite

V.2.3. Cas d'une fissure semi-elliptique extérieure longitudinal

Nous avons étudié l'évolution de l'intégrale J des différents contours dans le plan normal à la pointe de la fissure, pour les configurations, *Figure V.5* un bon maillage a été adopté. Par contre, à grand chargement, l'intégrale J dépend légèrement du contour d'intégration. Dans ce cas, la valeur de J est évaluée sur le contour le plus éloigné de la pointe de la fissure. Ainsi les valeurs calculées de J augmentent de façon monotone avec la taille du domaine d'évolution. Par conséquent, la valeur la plus élevée de J, calculée pour chaque contour pour une pression donnée, est la meilleure approximation de la valeur de convergence dans un champ d'évaluation lointain de la fissure [54].

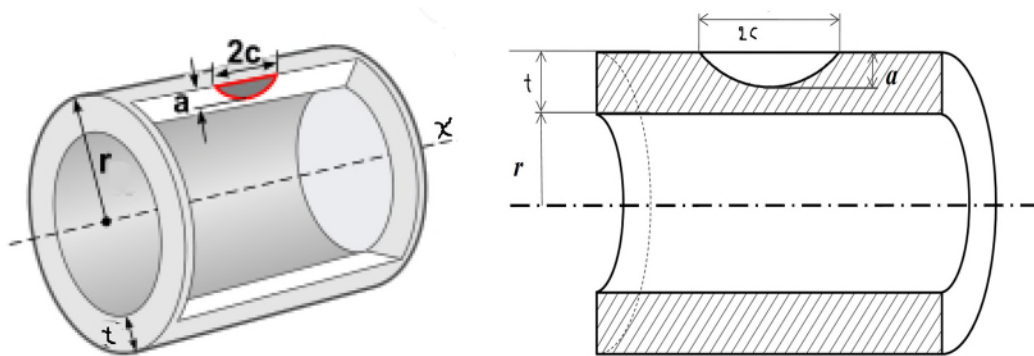


Figure V.5 : fissure longitudinale à l'extérieur de la conduite

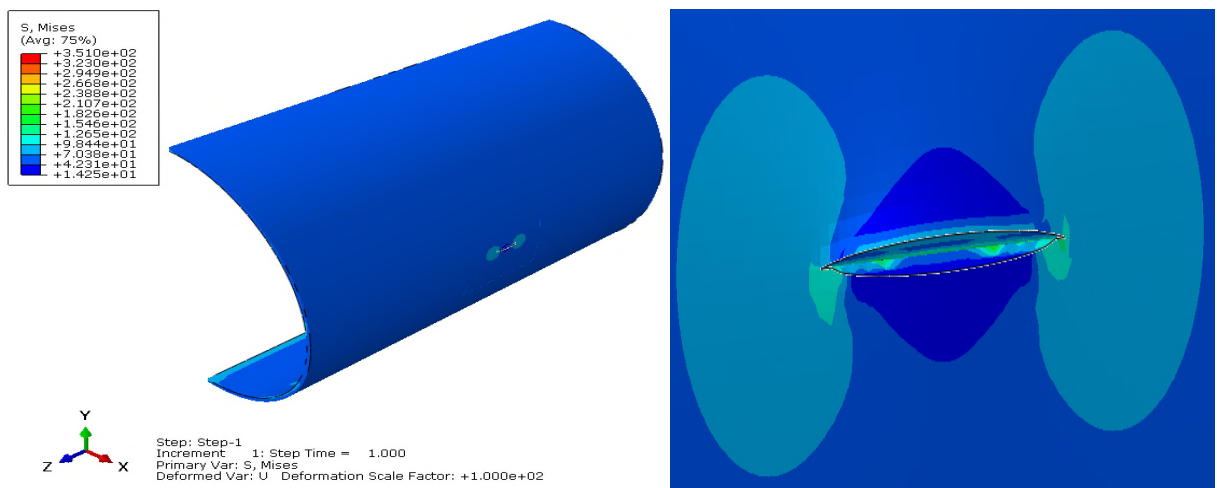


Figure V.6 : Contrainte de Von Mises pour une fissure longitudinale

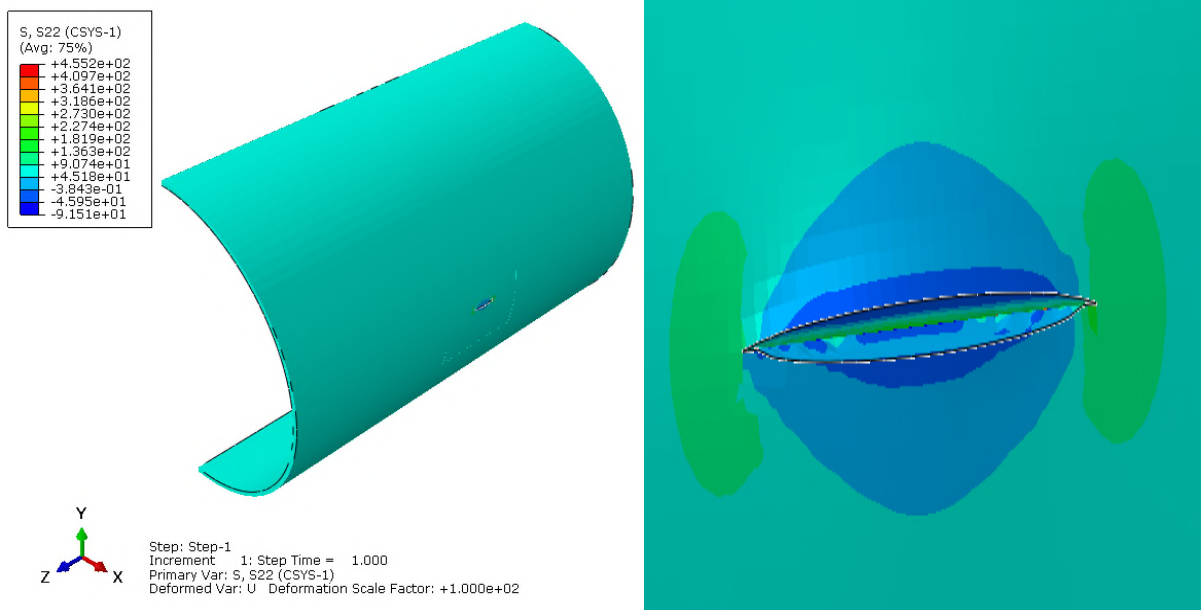


Figure V.7 : Contrainte circonférentielle pour une fissure longitudinale

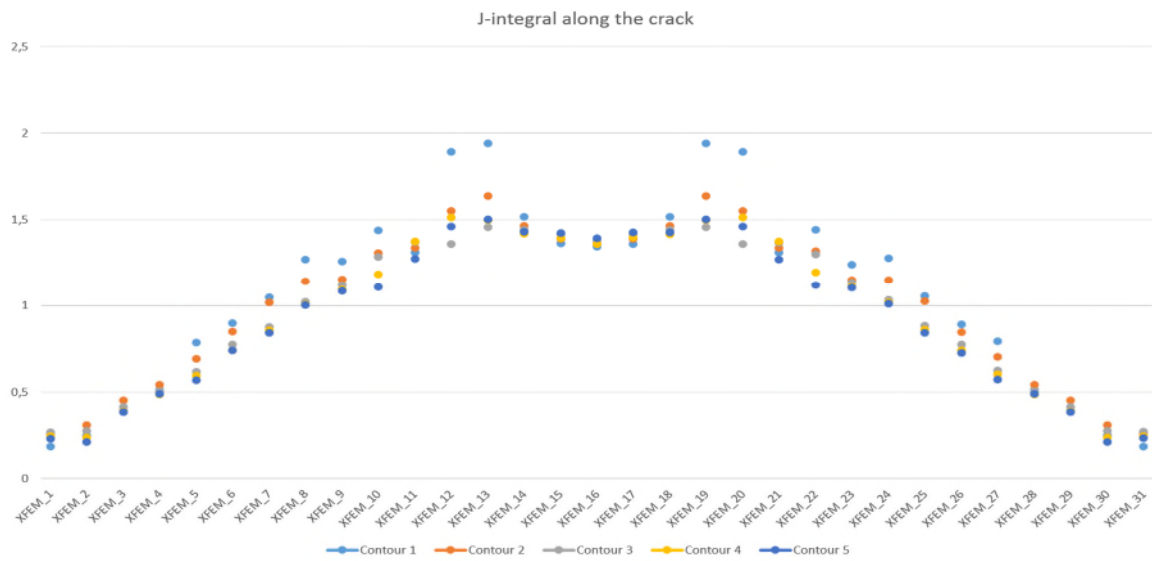


Figure V.8 : Contour de l'intégrale J au fond de la fissure longitudinale

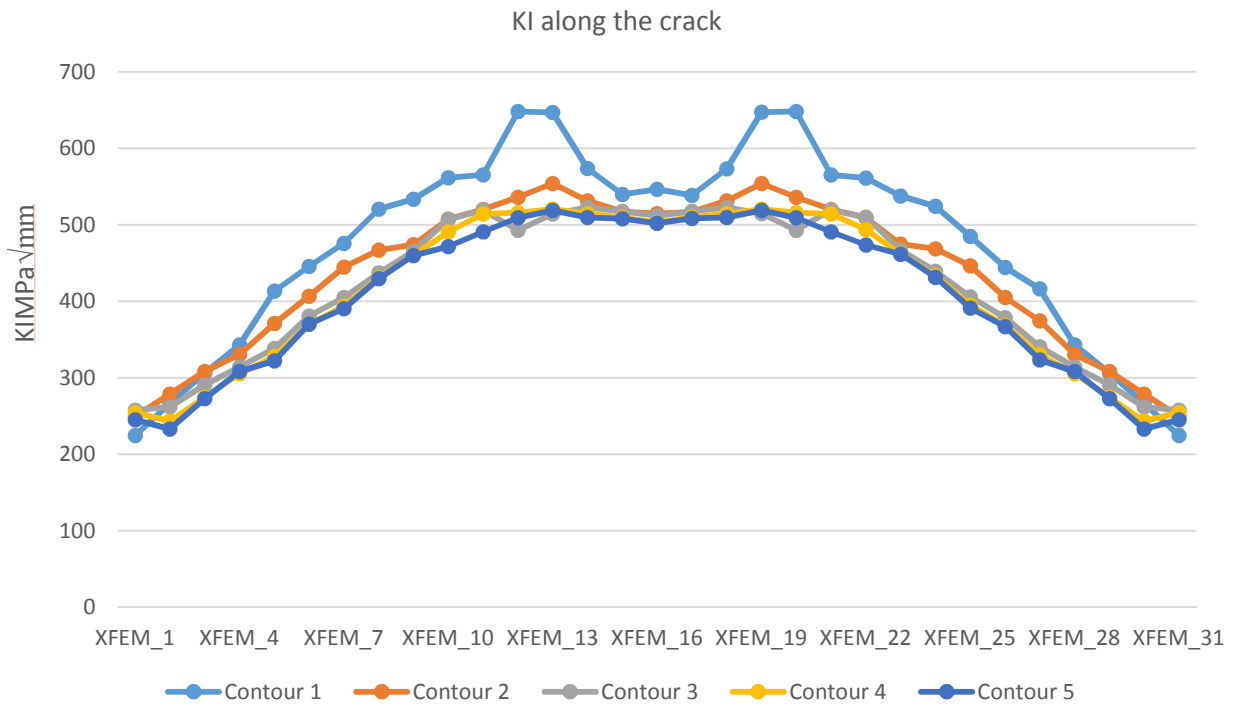


Figure V.9 : KI autour de fond de fissure longitudinale

V.2.4.Cas d'une fissure semi-elliptique extérieure circumférentielle

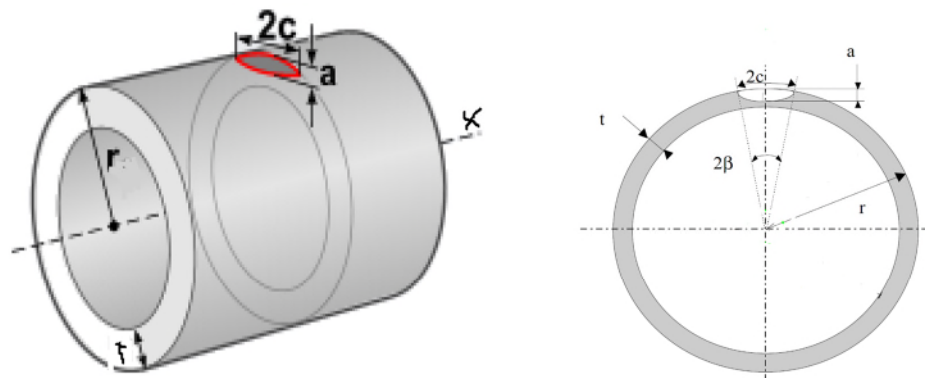


Figure V.10 : fissure circumférentielle à l'extérieur de la conduite

Globalement, il y a un bon accord entre les contraintes circonférentielles prédéfinies et calculées, *Figure V.7* et *Figure V.12*. L'erreur observée à chargement élevé, plus de 20 bars (2 Mpa).

La déformation longitudinale calculée est très faible vu la nature de la rupture quasi fragile. Elle coïncide avec les valeurs mesurées ϵ à faible pression. Par contre, un grand décalage est observé à chargement élevé. Ceci est justifié pour deux raisons. La première est que le critère d'endommagement n'est pas introduit. La deuxième est que la déformation longitudinale maximale ne dépasse pas 0.3%. Le décalage maximal est de l'ordre de 0.2%, *Figure V.6* et *Figure V.11*. A ces faibles taux de déformation, les erreurs des approximations numériques se manifestent.

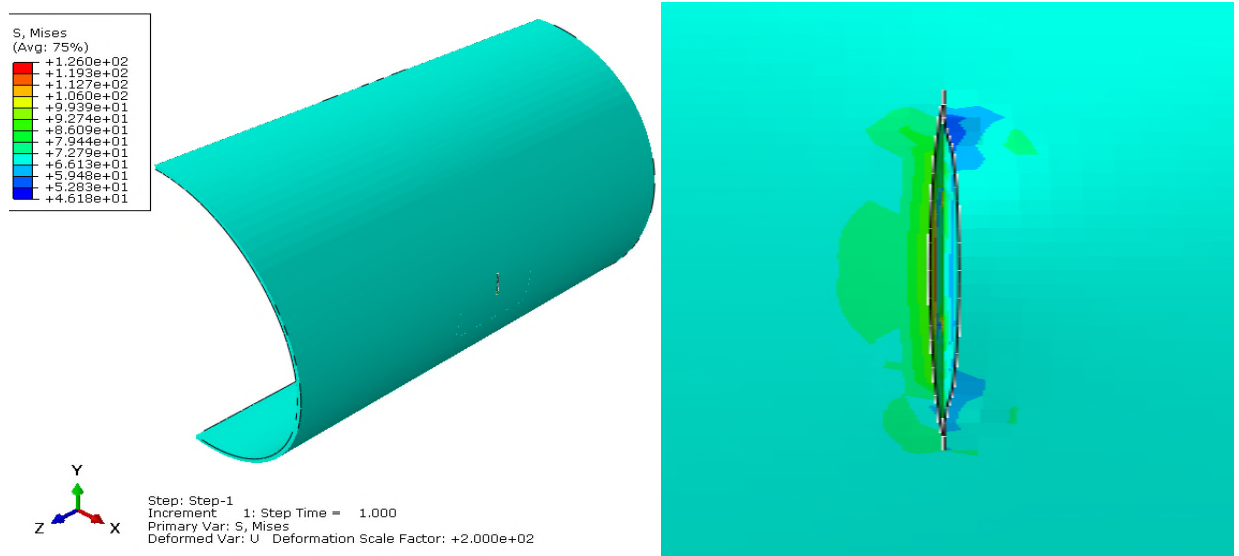


Figure V.11 : Contrainte de Von Mises pour une fissure circonférentielle

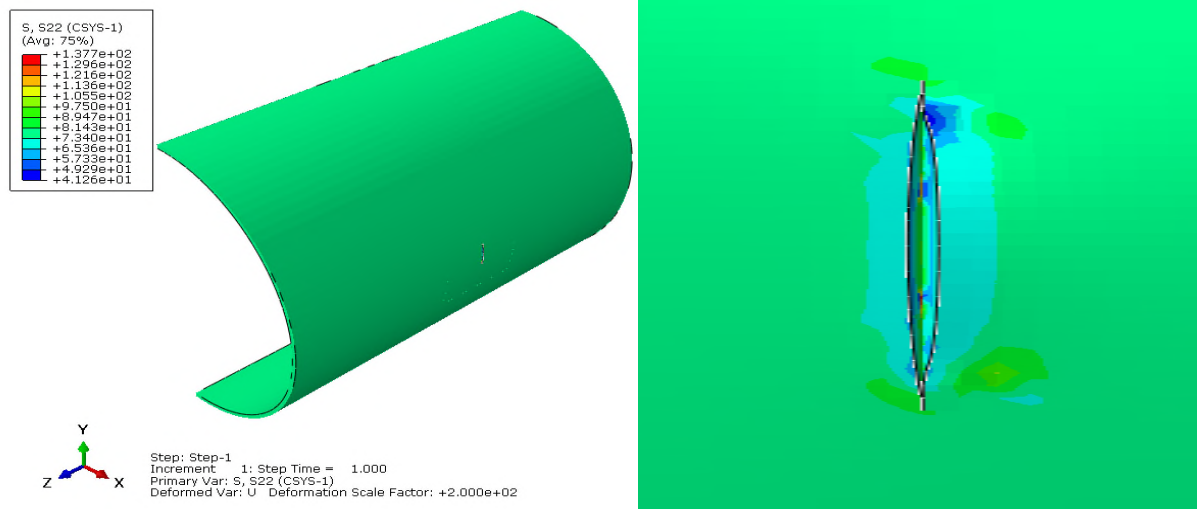


Figure V.12 : Contrainte circonférentielle pour une fissure circonférentielle

En observant la **Figure V.11**, que l'écart entre la pression d'amorçage de fissure et la pression d'éclatement est la plus faible. Vu que le plan de fissure coïncide avec le plan de la contrainte superficielle et perpendiculaire au plan de la contrainte longitudinale, ce résultat paraît logique.

Plus important, le fait de penser que cette constatation est due uniquement à la contrainte radiale et axiale qui est plus faible par rapport à la contrainte circonférentielle.

Une faible déformation est observée au voisinage du défaut de 5mm de profondeur, de telle sorte que le reste du ligament, **A**, est réduite de 10 mm à 5.6 mm et l'épaisseur de la paroi, au voisinage du défaut.

Les cupules observées caractérisent le mode de déchirure fragile. La ligne rouge, **Figure V.15**, signale un changement rapide dans la taille des cupules, et sépare deux parties. La première est la zone d'amorçage et de propagation lente de fissure. La deuxième partie est la zone de propagation rapide ou instantanée de fissure. Pour un défaut de 5mm de profondeur, la première zone est très faible et les petites cupules sont concentrées juste au fond d'entaille. En effet, avant l'amorçage de fissure, la pression de chargement est très élevée, et le matériau subit une contrainte au voisinage du défaut. Ainsi, dès que la fissure s'amorce, elle peut se propager rapidement. Ce qui explique la formation de grosses cavités, **Figure V.21**. Par contre, dans le cas des défauts de 6 et 10

mm, la taille des cupules est petite sur une large partie du faciès de rupture. Elle augmente progressivement avant rupture, *Figure V.16*.

La pression de service 32 bar(3,2MPa). Dans le cas extrême et sans perturber la durée de vie, la conduite peut transporter l'eau potable avec une pression de 20 bar. Le débit de service conseillé est de 8.2 l/s. Dans ces conditions, la surpression de coup de bélier ne dépasse pas, au pire des cas, 24.5 bar. Ainsi, dans un fonctionnement normal, le coup de bélier n'entraîne pas la rupture de la conduite en fonte même en présence d'un défaut de faible dimension, $a/t < 1/3$. Par contre pour un défaut de profondeur 10 mm, $a/t = 1/6$, le risque de rupture immédiate est fort probable.

La ténacité J_{IC} dépend de la géométrie du défaut, et du mode de chargement. Dans le but de réaliser un modèle, nous avons besoin d'avoir une valeur de J_{IC} de base. Selon les différentes approches, nous constatons que la valeur de J_{IC} est comprise entre 10.3 et 27 kJ/mm^2 . Afin de justifier notre choix final de J_{IC-CT} .

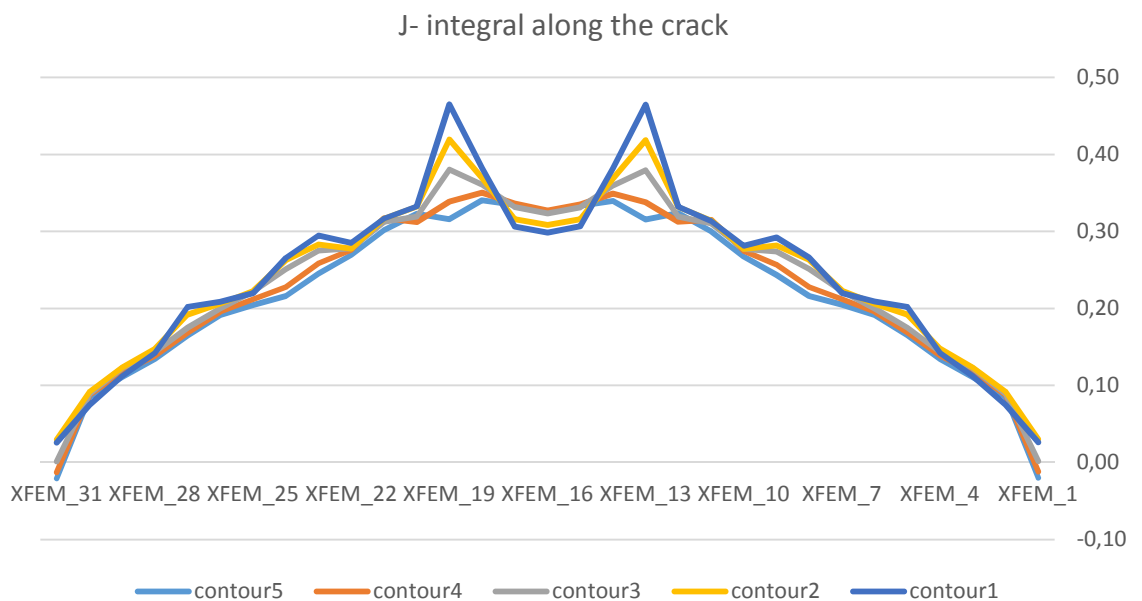


Figure V.13 : Contour de l'intégrale J au fond de la fissure circonférentielle

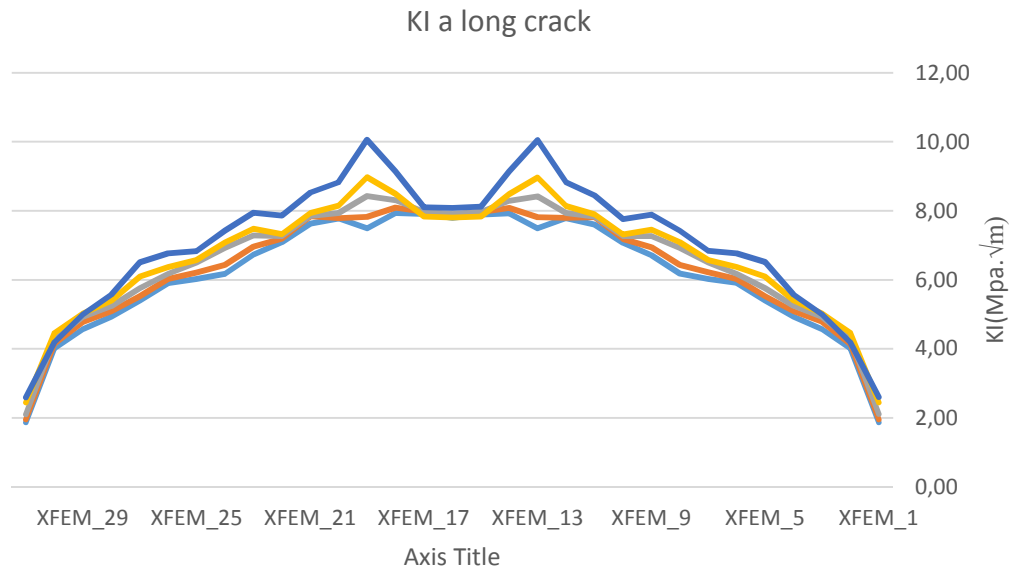


Figure V.14 : KI autour de fond de fissure circonférentielle

V.2.5. Cas d'une fissure semi-elliptique extérieure incliné

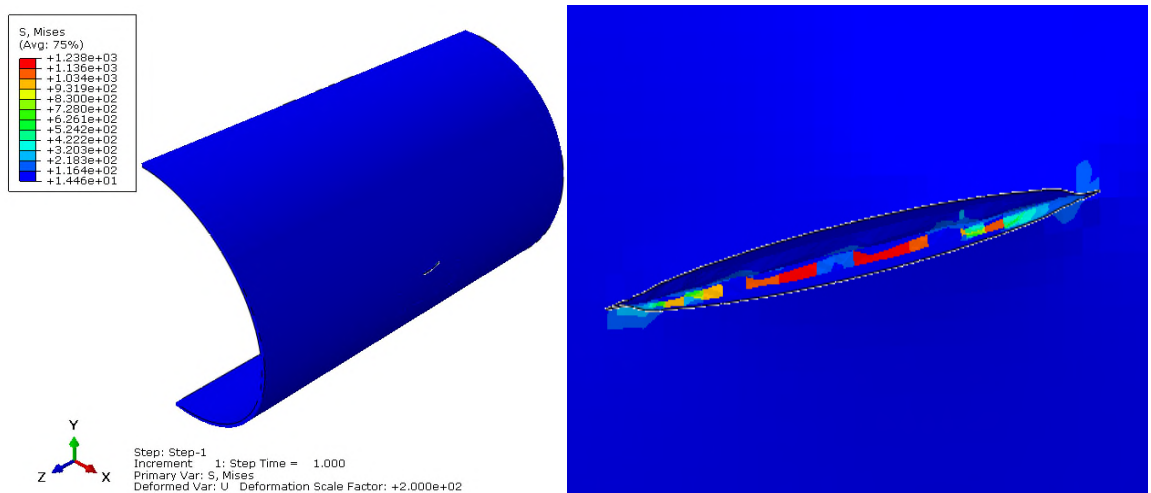


Figure V.15 : Contrainte de Von Mises pour une fissure inclinée $\beta=10^\circ$

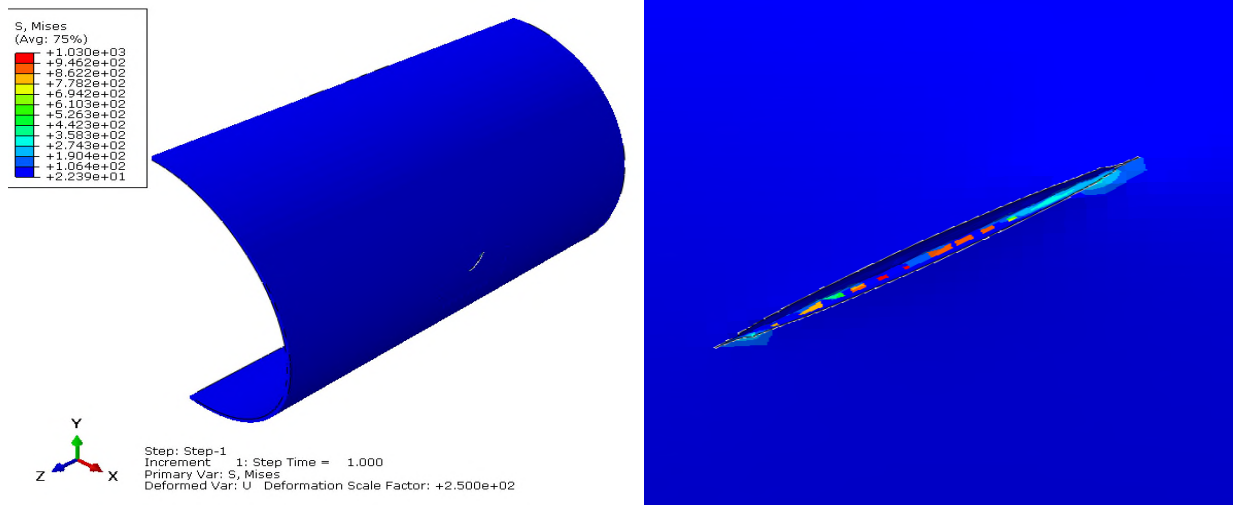


Figure V.16 : Contrainte de Von Mises pour une fissure inclinée $\beta=40^\circ$

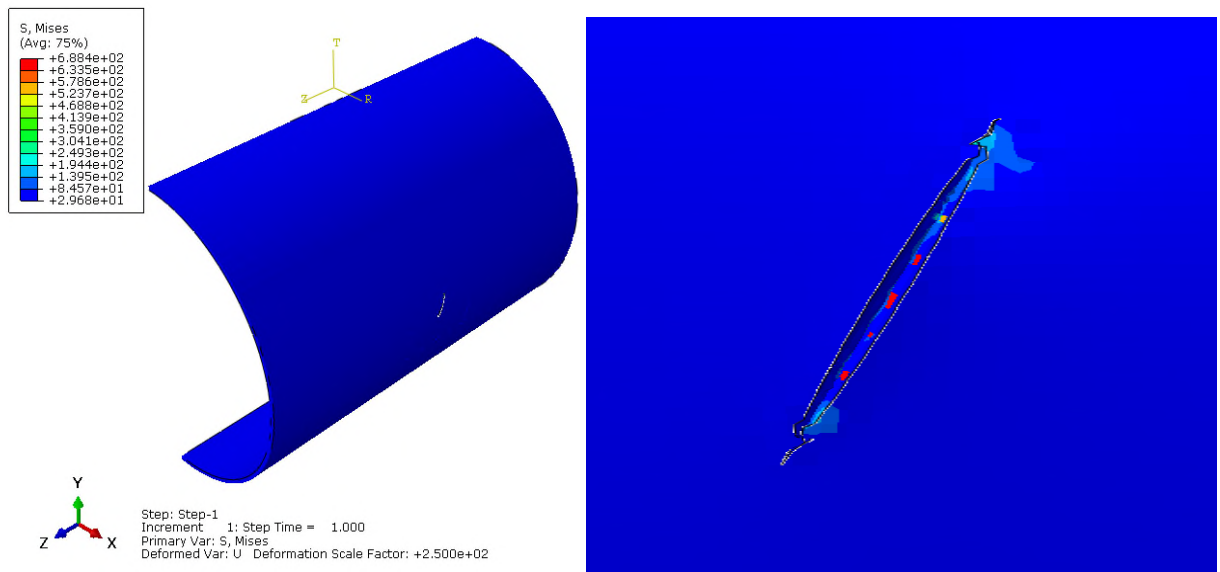


Figure V.17 : Contrainte de Von Mises pour une fissure inclinée $\beta=70^\circ$

V.3. Résultats et discussions

La fissure a été modélisée en introduisant un défaut de surface sous forme semi-elliptique, la forme semi-elliptique est utilisée pour modéliser les fissures causées par des piques de corrosion. Les dimensions de la fissure d'une longueur circonférentielle de 50 mm et d'une profondeur de 5 mm ont été générées et insérées sur la surface extérieure de la conduite. La propriété de matériau fournie de la fonte a été appliquée au modèle FE pour l'analyse des contraintes de rupture de la conduite. Le maillage a été généré à l'aide d'un maillage très fin autour du fond de fissure, et le modèle complet est illustré dans la figure **V.4**.

On a montré la distribution des contraintes de Von Mises et la contrainte circonférentielle. La contrainte maximale s'est produite au fond de la fissure. Étant donné que la limite d'élasticité est d'environ 300 MPa, aucune déformation plastique ne devrait se produire dans la région du fond de fissure.

Les figures **V15**, **V16** et **V17** montrent la contrainte de von mises. La valeur maximale de la contrainte principale maximale a été calculée à et elle est de l'ordre de 351 MPa. Lorsque la forme de déformation de la région centrale de la fissure de surface est agrandie, on peut l'observer, on peut voir que la fissure est légèrement ouverte et que la taille de l'ouverture a été calculée à environ 4,5 micromètres.

Le chargement imposé représente la valeur la plus élevée de la pression qui correspond à la valeur du coup de bélier. Un bon accord est observé entre la donnée numérique et la solution analytique. Nous avons prouvé que à partir d'un chargement donné de prédire le comportement du matériau, la fissure et sa propagation rapide. Vu que la propagation de fissure n'est pas modélisée, nous n'avons pas étudié l'évolution de la fissure, et l'effet dynamique qui ne nécessite des outils de calcul très puissant.

L'évolution de l'intégrale J des différents contours dans le plan normal à la pointe de la fissure a été présentée sur les Figures **V8** et **V13**.

On considère que la fissure est à l'extérieur de la paroi de la conduite, et orientée dans le sens longitudinal voir la figure **V.5**. Les procédures de modélisation par élément fini,

y compris la géométrie et les conditions aux limites et la charge sont toutes les mêmes que les modèles de fissure à 10° , 40° , 70° et 90° (fissure circonférentielle) qui est la géométrie de la fissure et l'orientation dans le sens longitudinal. La fissure a été créée pour avoir une longueur longitudinale de $2c = 50$ mm avec une profondeur de $a=5$ mm. Les conditions de chargement et aux limites sont identiques au cas d'analyse précédent (analytique).

Le facteur d'intensité de contrainte a été calculé avec la même méthode appliquée dans l'analyse préliminaire. La répartition des contraintes de Von mises en place est illustrée pour chaque orientation de la fissure. La contrainte maximale s'est produite à l'extrémité de la fissure dans la direction de la profondeur au centre de la longueur de la fissure. La valeur la plus élevée est de 315 MPa, ce qui est bien à la limite de la contrainte d'élasticité, 300 MPa. La contrainte de mise en place au fond de la fissure est bien supérieure.

Le facteur d'intensité de contrainte est calculé à l'aide du schéma intégral ABAQUS Contour. Le nombre de contours est de 5 et les facteurs d'intensité de contrainte mesurés à partir des courbes de niveau. Le facteur d'intensité de contrainte maximum est d'environ $16 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. En général, le facteur d'intensité de contrainte d'ABAQUS est défini comme la moyenne au fond de la fissure, à l'exception des facteurs d'intensité de contrainte les plus bas et les plus élevés. Par conséquent, le facteur d'intensité de contrainte du matériau est de $14,9 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, il est évident que la fissure va propager en direction de la valeur de la densité d'énergie critique comme déjà discutée analytiquement.

Le schéma d'analyse ABAQUS XFEM a été utilisé pour analyser la croissance des fissures. Dans le modèle de dommages pour la modélisation des fissures, le modèle MAXPS a été utilisé pour simuler l'évolution de la fissure et l'énergie de rupture. L'énergie de rupture pour le cas de déformation plane a été calculée sur la base de l'équation LEFM montrée ci-dessous. Ainsi, $1,20 \text{ kJ} / \text{m}^2$ a été utilisé pour l'énergie de fissuration dans cette analyse XFEM.

Les deux variables clés contrôlant la croissance des fissures dans l'analyse XFEM sont

le critère d'initiation de fissure et le critère d'évolution de la fissure. Le critère d'amorçage de fissure utilise MAXPS, qui est largement utilisé dans la rupture de la structure métallique. L'énergie de fissuration a été utilisée pour le critère d'évolution de la fissure. Les résultats de l'analyse montrent que la distribution des contraintes autour du fond de fissure sont bien importante que la tête d'ouverture de la fissure.

Afin de valider la méthodologie de modélisation actuelle, les recherches disponibles publiées récemment ont été utilisées. Étant donné que la fissure utilisée dans le document de référence n'est pas une fissure d'épaisseur partielle, mais une fissure d'épaisseur traversant, l'analyse a été effectuée en simulant le même type de fissure.

La simulation montre la distribution de la contrainte de von mises dans le modèle de référence et un modèle de fissure de 50 mm d'épaisseur. Il a été confirmé que la distribution des contraintes est presque similaire. Le sens de propagation d'une fissure semi-elliptique est plutôt dans le sens de l'épaisseur que dans le sens de la surface externe de tube. Même pour une fissure semi-elliptique de longueur et de profondeur égales, la propagation est uniforme. Pour cela, dans notre étude nous nous intéressons à évaluer l'intégrale-J autour de la tête de fissure. Dans l'intention de définir l'intégrale-J sous condition quasi statique, un modèle selon le schéma statique/implicite a été développé.

Nous avons suivi la même démarche utilisée auparavant dans la modélisation de l'intégrale-J autour de la fissure et la distribution de contrainte le long du reste du ligament de fissure. Le seul changement est que le l'extrémité de la conduite modélisée est suffisamment importante afin d'éviter l'effet de bord et toute perturbation dans les résultats.

La valeur de la résistance à la fissuration JIC est faiblement influencée par la taille de la fissure semi-elliptique. Ceci est expliqué par le fait que la fissure semi-elliptique garde une forme constante. La tangente de l'arête de la fissure à la surface externe de la conduite est toujours verticale. Par contre, dans le cas d'un arc, la pente de la tangente dépend de la dimension du défaut. Ainsi, la variation dans la géométrie de la pré-fissure perturbe la valeur de la ténacité. Le fait d'avoir une ténacité constante a un avantage qui facilite l'étude de la nocivité d'une fissure semi-elliptique.

Vu que la ténacité est de l'ordre de 1,2 kJ/m² et que l'intégrale-J est utilisée pour définir le moment d'amorçage de fissure, ceci permet d'avoir un critère sur la criticité du défaut et sur l'intégralité de la conduite.

Afin d'ajuster le modèle, nous avons modélisé par éléments finis d'autre conduite fissurée en différente configuration et d'inclinaison à 10°, 40°, 70° et 90°. Les courbes d'intégrale-J, déterminées par éléments finis MEF et les courbes sont représentées.

Par la suite, la proportionnalité entre la taille du défaut et l'épaisseur de la paroi est maintenue constante, $a/t=0.5$. Le rapport du diamètre extérieur avec l'épaisseur est égal à 2. Ainsi, on est limiter la variation de l'épaisseur de la conduite, qui peut varier proportionnellement avec le diamètre et la taille de la fissure afin de garder la même forme et éviter l'effet de la taille du défaut.

Après l'observation de la distribution de contrainte, nous constatons que pour un chargement donné, la contrainte maximale et l'allure de distribution de contrainte varient avec la configuration de la fissure. Les contraintes sont distribuées le long du ligament de la même façon. La taille de la zone de confinement et l'énergie nécessaire à l'amorçage de fissure varient proportionnellement avec la géométrie de la conduite. Par conséquent, l'intégrale-J et la ténacité JIC diminuent proportionnellement avec l'inclinaison de la fissure pour un chargement de pression donné. Vu que nous avons désigné comme référence le tube d'épaisseur 10 mm, un terme multiplicatif est ajouté à la fonction de correction.

La Figure V.8 représente l'allure des courbes de l'intégrale-J pour la conduite contenant une fissure semi-elliptique longitudinale ces valeurs sont les plus élevées vu que la fissure est orientée au plan perpendiculaire à la contrainte maximale, tandis que sur la Figure V.13, Il est clair que les valeurs sont réduites, donc on a une bonne concordance entre les valeurs calculées, et l'orientation de la fissure comme déjà approuvée dans l'étude analytique.

Les valeurs de ténacité sont déterminées, après l'observation de la distribution de

contrainte el long du ligament, au moment du durcissement du matériau à la pointe de fissure.

Nous avons besoin plus d'énergie pour générer la rupture. Ainsi, le paramètre géométrique principal qui influe sur la valeur de ténacité est le diamètre extérieur. La formule proposée de la ténacité est approximative afin d'avoir un paramètre intrinsèque indépendant de la taille du défaut, a/t et c/t . Vu la faible influence de la taille du défaut sur la ténacité.

Ceci nous permet de déterminer l'évolution de l'intégrale-J et le facteur d'intensité de contrainte KI. Pour valider les résultats, une modélisation par éléments finis, MEF, est effectuée. Nous constatons que l'intégrale-J donnée par le modèle élément fini est toujours en concordance avec celle théorique.

Dans le chapitre III, nous avons démontré que la surpression (le coup de bélier) au niveau de la vanne est égale à 3.05 MPa. Par conséquent le risque de rupture existe et le changement du tronçon de tube à proximité de la vanne est nécessaire.

La ténacité est faiblement influencée par la dimension de la pré-fissure et il atteint sa valeur maximale avec une profondeur de défaut $a/t=0.5$

Dans une conduite, un défaut de faible profondeur, une extension bien étendue au voisinage du défaut est observé et la pression atteint une valeur importante avant l'avancement de la fissure. Par conséquent, la propagation de la fissure est très rapide et le temps entre l'amorçage de la fissure et la rupture de la conduite est très réduit.- Après modélisation numérique.

Dans la deuxième partie, nous avons simulé un modèle qui permettant de déterminer la variation de l'intégrale-J. Nous avons démontré que la configuration de la fissure est le premier paramètre géométrique agissant sur la valeur de la ténacité. La nocivité de la présence d'un défaut à une pression de chargement donné est connue. Le modèle sur des simulations par éléments finis d'une conduite présentant une fissure semi-elliptique

Conclusion

Dans cette étude, nous avons abouti, dans un premier temps, à une étude bibliographique qui mette en évidence les caractéristiques et les propriétés des conduites en fonte. Le concept de mécanique de la rupture prenant en compte l'effet de fluctuation de la pression due au phénomène transitoire. On a mis aussi l'accent sur l'importance d'introduire le comportement élastique de la conduite. Pour cela, nous avons rappelé la théorie de la mécanique des milieux continus et développé son application élémentaire aux deux milieux, solide et fluide. Par conséquent, nous avons obtenu les relations de base de l'écoulement axial dans les conduites en tenant compte de l'interaction fluide-structure et du comportement du matériau. Ensuite, à l'aide de la méthode de différences finies et de la méthode des caractéristiques, nous avons démontré :

- Le couplage fluide structure et de jonction, l'étude de l'interaction peut définir correctement les réponses du système transitoires dans une conduite.
- La perte de charge linéaire joue un rôle important pour atténuer les pressions maximales dans les différentes sections d'une conduite relativement longue

Nous avons aussi étudié le comportement mécanique de la conduite en présence de la fissuration.

On a constaté que, généralement, les surpressions de coup de bélier n'arrivent pas à générer la rupture immédiate de la conduite en fonte en présence des défauts de faible dimension.

En se basant sur la simulation par éléments finis, nous avons démontré que l'intégrale J peut prédire le comportement à la fissuration d'une conduite préfissurée.

Une étude numérique a été effectuée sur la même conduite préfissurée. Nous avons constaté que la pression d'amorçage de fissure est celle du défaut qui ne coïncide pas au plan perpendiculaire à la contrainte principale agissant sur la conduite.

Perspectives

Les perspectives de ce travail sont multiples, telles que :

- Introduction d'un modèle empirique qui prend en considération l'effet de la corrosion.
- Amélioration du modèle d'écoulement transitoire afin de tenir compte du phénomène de cavitation
- Etendre l'étude à des matériaux à effet viscoélastique tel que le PE100.
- Etudier le comportement d'une structure épaisse.
- Introduire un critère d'endommagement afin d'étudier convenablement l'effet de bord et de tri axialité sur la ténacité de matériau.
- Introduire l'effet du vieillissement sur le comportement de matériau dans le modèle semi-empirique et en fatigue.
- Généralisation du modèle semi-empirique pour étudier la présence de fissure semi-sphérique et traiter le cas des fissures pénétrantes.

Références

- [1] E. B. Wylie and V. L. Streeter, Fluid transients. 1983.
- [2] E. B. Wylie, V. L. Streeter, and L. Suo, Fluid transients in systems. 1993.
- [3] K. Sirvole, “Transient analysis in pipe networks,” 2007
- [4] F.Felli, C.Lupi, Critical Issues on Cast Iron Pipelines, 21st European Conference on Fracture, ECF21, 20-24 June 2016, Catania, Italy
- [5] K. Chua, “Time-dependent interaction of soil and flexible pipe,” Texas A & M University, College station, Tex, 1986.
- [6] M. Larson and L. Jönsson, “Elastic Properties of Pipe Materials during Hydraulic Transients,” *J. Hydraul. Eng.*, vol. 117, no. 10, pp. 1317–1331, Oct. 1991.
- [7] K. B. Broberg, “Critical review of some theories in fracture mechanics,” *Int. J. Fract. Mech.*, vol. 4, no. 1, Mar. 1968.
- [8] T. L. Anderson and T. L. Anderson, *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications, Third Edition*. CRC Press, 2005.
- [9] F. Berto and P. Lazzarin, “Relationships between J-integral and the strain energy evaluated in a finite volume surrounding the tip of sharp and blunt V-notches,” *Int. J. Solids Struct.*, vol. 44, no. 14–15, pp. 4621–4645, Jul. 2007.
- [10] J. R. Rice, “A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks,” *J. Appl. Mech.*, vol. 35, no. 2, p. 379, Jun. 1968.
- [11] W. Brocks and I. Scheider, “Reliable J-values - numerical aspects of the path-dependence of the J-integral in incremental plasticity,” *Materialprüfung*, vol. 45, no. Nr.6, pp. 264 – 275, 2003.
- [12] A. S. Kobayashi, S. T. Chiu, and R. Beeuwkes, “A numerical and experimental investigation on the use of J-integral,” *Eng. Fract. Mech.*, vol. 5, no. 2, pp. 293–305, Jun. 1973.

-
- [13] X.-K. Zhu and J. A. Joyce, “Review of fracture toughness (G, K, J, CTOD, CTOA) testing and standardization,” *Eng. Fract. Mech.*, vol. 85, pp. 1–46, May 2012.
- [14] B. Kärändet and G. Sanč, “recueil de recherche acier : Mécanique de la rupture,” 1977.
- [15] J. W. Hutchinson, “Singular behavior at the end of a tensile crack in a hardening material.” Jan. 1968.
- [16] J. R. Rice and G. F. Rosengren, “Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material,” *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 16, no. 1, pp. 1–12, Jan. 1968.
- [17] D. Leslie and A. Vardy, “Practical Guidelines for fluid-structure interaction in pipelines: A review,” in *Proc. of the 10th international meeting of the work group on the behavior of hydraulic machinery under steady oscillatory conditions*, 2001, pp. 1– 8.
- [18] J. Gale, “Fluid-Structure Interaction for simulations of fast transients,” 2008.
- [19] A. Bergant, A. S. Tijsseling, J. P. Vítkovský, D. I. C. Covas, A. R. Simpson, and M. F. Lambert, “Parameters affecting water-hammer wave attenuation, shape and timing— Part 1: Mathematical tools,” *J. Hydraul. Res.*, Apr. 2010.
- [20] A. Bergant, J. M. C. van ’t Westende, T. Koppel, J. Gale, Q. Hou, Z. Pandula, and A. S. Tijsseling, “Water Hammer and Column Separation Due to Accidental Simultaneous Closure of Control Valves in a Large Scale Two-Phase Flow Experimental Test Rig,” in *ASME 2010 Pressure Vessels and Piping Conference: Volume 3*, 2010, pp. 923–932.
- [21] M. Bughazem and A. Anderson, “Investigation of an unsteady friction model for waterhammer and column separation,” in *Proceedings of the Eighth International Conference on Pressure Surges, The Hague, The Netherlands*, 2000, pp. 483–498.
- [22] A. S. Elansary, M. H. Chaudhry, and W. Silva, “Numerical and experimental investigation of transient pipe flow,” *J. Hydraul. Res.*, vol. 32, no. 5, pp. 689–706, Sep. 1994.

-
- [23] A. Tijsseling and A. Vardy, "On the suppression of coupled liquid/pipe vibrations," *Hydraul. Mach. Cavitation*, 1996.
- [24] T. Neuhaus and A. Dudlik, "Experiments and comparing calculations on thermohydraulic pressure surges in pipes," *Kerntechnik*, vol. 71, no. 3, pp. 87–94, May 2006.
- [25] H. A. Warda and Y. Elashry, "Towards an Improved Understanding of Water-Hammer Column-Separation Due to Rapid Valve Closure," in *ASME 2010 Pressure Vessels and Piping Conference: Volume 7*, 2010, pp. 379–395.
- [26] E. H. Achouyab and B. Bahrar, "Numerical modeling of phenomena of waterhammer using a model of fluid–structure interaction," *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 339, no. 4, pp. 262–269, Apr. 2011.
- [27] F. B. F. Rachid and H. S. C. Mattos, "Modelling the Damage Induced by Pressure Transients in Elasto-Plastic Pipes," *Meccanica*, vol. 33, no. 2, pp. 139–160.
- [28] A. S. Tijsseling, "Fluid-structure interaction in liquid-filled pipe systems: a review," *J. Fluids Struct.*, vol. 10, no. 2, pp. 109–146, Feb. 1996.
- [29] A. S. Tijsseling, "Exact solution of linear hyperbolic four-equation system in axial liquid-pipe vibration," *J. Fluids Struct.*, vol. 18, no. 2, pp. 179–196, Sep. 2003.
- [30] S. Timoshenko and J. Goodier, *Theory of Elastitiy*, (3rd edn). 1970.
- [31] V. L. Streeter and E. B. Wylie, *Hydraulic transients*. New York: McGraw-Hill, 1967.
- [32] H.-F. Duan, "A turbulent approach to unsteady friction," *Journal of Hydraulic Research*. Taylor & Francis Group, 26-Apr-2010.

-
- [33] Z. Zarzycki, S. Kudźma, and K. Urbanowicz, “Improved method for simulating transients of turbulent pipe flow,” *J. Theor. Appl. Mech.*, vol. Vol. 49 nr, pp. 135–158, 2011.
- [34] H. Shamloo, R. Norooz, and M. Mousavifard, “A review of one-dimensional unsteady friction models for transient pipe flow,” *Cumhuriyet Science Journal*, vol. 36, no. 3, pp. 2278–2288, 2015.
- [35] W. Zielke, “Frequency-Dependent Friction in Transient Pipe Flow,” *J. Basic Eng.*, vol. 90, no. 1, p. 109, Mar. 1968.
- [36] A. E. VARDY and J. M. B. BROWN, “Transient turbulent friction in smooth pipe flows,” *J. Sound Vib.*, vol. 259, no. 5, pp. 1011–1036, Jan. 2003.
- [37] P. O. K. Krehl, *History of Shock Waves, Explosions and Impact: A Chronological and Biographical Reference*. Springer Science & Business Media, 2008.
- [38] D. L. Blackmore, N. K. Prykarpats’ka, V. H. Samoilenko, E. Wachnicki, and M. PytelKudela, “The Cartan-Monge geometric approach to the characteristic method for nonlinear partial differential equations of the first and higher orders,” *Nonlinear Oscil.*, vol. 10, no. 1, pp. 22–31, Jan. 2007.
- [39] G. P. Greyvenstein, “An implicit method for the analysis of transient flows in pipe networks,” *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 53, no. 5, pp. 1127–1143, Feb. 2002.
- [40] C. Lavooij and A. Tusseling, “Fluid-structure interaction in liquid-filled piping systems,” *J. Fluids Struct.*, 1991.
- [41] S. Li, B. W. Karney, and G. Liu, “FSI research in pipeline systems – A review of the literature,” *J. Fluids Struct.*, vol. 57, pp. 277–297, Aug. 2015.
- [42] M. Abbott, “An introduction to the method of characteristics,” 1966.
-

-
- [43] S. Elaoud and E. Hadj-Taïeb, “Transient flow in pipelines of high-pressure hydrogen– natural gas mixtures,” *Int. J. Hydrogen Energy*, vol. 33, no. 18, pp. 4824–4832, Sep. 2008.
- [44] Q. S. Li, K. Yang, L. Zhang, and N. Zhang, “Frequency domain analysis of fluid–structure interaction in liquid-filled pipe systems by transfer matrix method,” *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 44, no. 10, pp. 2067–2087, Oct. 2002.
- [45] M. Dallali, M. A. Guidara, M. A. Bouaziz, C. Schmitt, E. Haj-Taieb, and Z. Azari, “Accuracy and security analysis of transient flows in relatively long pipelines,” *Eng. Fail. Anal.*, vol. 51, pp. 69–82, May 2015.
- [46] “ISO 8496:2013 - Metallic materials -- Tube -- Ring tensile test.”
- [47] M. Plöckl, M. G. R. Sause, J. Scharringhausen, and S. Horn, “Failure Analysis of NOL-Ring Specimens by Acoustic Emission,” in *30th European Conference on Acoustic Emission Testing & 7th International Conference on Acoustic Emission*, 2012, no. September, pp. 9–14.
- [48] D. Petersen, R. Link, S. Arsene, and J. Bai, “A New Approach to Measuring Transverse Properties of Structural Tubing by a Ring Test,” *J. Test. Eval.*, vol. 24, no. 6, p. 386, Nov. 1996.
- [49] D. Petersen, R. Link, S. Arsène, and J. Bai, “A New Approach to Measuring Transverse Properties of Structural Tubing by a Ring Test—Experimental Investigation,” *J. Test. Eval.*, vol. 26, no. 1, p. 26, Jan. 1998.
- [50] Sam (Kwok Lun) Lee, David Martin, "APPLICATION OF XFEM TO MODEL STATIONARY CRACK AND CRACKPROPAGATION FOR PRESSURE CONTAINING SUBSEA EQUIPMENT" Proceedings of the ASME 2016 Pressure

Vessels and Piping Conference, PVP2016, Vancouver, British Columbia, Canada
July 17-21, 2016

- [51] R. Lacalle et al, “Analysis of the failure of a cast iron pipe during its pressure test”. *Engineering Failure Analysis*, Vo. 31, 168–178, 2013.
- [52] Begley and J. Landes, *The J Integral as a Fracture Criterion*. 100 Barr Harbor Drive, PO Box C700, West Conshohocken, PA 19428-2959: ASTM International, 1972.
- [53] Daniela Ristić, Marko Bojanić, “Application of the Effective Strain Energy Density Factor in the Estimation of the Fatigue Life of Notched Specimens”, *Scientific Technical Review*, Vol. LVIII, 2008, No.1.
- [54] G. Clarke and J. Landes, “Evaluation of the J Integral for the Compact Specimen,” *J. Test. Eval.*, 1979.
- [55] “ASTM E813 - 89E01 Test Method for JIC, A Measure of Fracture Toughness (Withdrawn 1997).
- [56] “ASTM E399 - 12e3 Standard Test Method for Linear-Elastic Plane-Strain Fracture Toughness K_{Ic} of Metallic Materials.” .
- [57] M. El-Sayed, A. El Domiaty, and A.-H. I. Mourad, “Fracture Assessment of Axial Crack in Steel Pipe under Internal Pressure,” *Procedia Eng.*, vol. 130, pp. 1273–1287, 2015.
- [58] I. Milne, R. Ainsworth, A. Dowling, and A. Stewart, “Assessment of the integrity of structures containing defects,” *Int. J. Press. Vessel. Pip.*, vol. 32, no. 1–4, pp. 3–104, Jan. 1988.

-
- [59] I. Delvallée, “Nocitivité d’un défaut semi-elliptique d’orient complexe dans une coque cylindrique fermée soumise à une pression interne,” Université des sciences et technologies de lille 1 U.F.R. de mathématique, 1999
- [60] Musthafa Akbar,a, and Rachman Setiawan,“ Failure Assessment Diagram Constraint Used for Integrity Analysis of Cylindrical Shell with Crack,” Journal of Ocean, Mechanical and Aerospace, -Science and Engineering-, Vol.27, January 20, 2016
- [61] Fusheng Wang 1, et al“Initial Crack Propagation and the Influence Factors of Aircraft Pipe Pressure,” materials, MDPI -23 September 2019
- [62] C. Devilliers, “Dégradation chimique du PE et influence sur le comportement, l’endommagement et la rupture en fluage : application à la durabilité des canalisations sous pression.” École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 15-Dec-2011.
- [63] H.-F. Duan, “A turbulent approach to unsteady friction,” Journal of Hydraulic Research. Taylor & Francis Group, 26-Apr-2010.
- [64] Guy Pluinage, Julien Capelle, Christian Schmitt “Methods for assessing defects leading to gas pipe failure”,Materials Science, ENIM (LaBPS), Metz, France, 2016.
- [65] Ted L. Anderson (Auteur), T. L. Anderson, “Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications, Third Edition”, Taylor & Francis Group,2005.
- [66] F. Erdogan,G. C. Sih, “On the Crack Extension in Plates Under Plane Loading and Transverse Shear”, J. Basic Eng, 85(4): 519-525, Dec 1963.
- [67] G.C. Sih, B.M. Barthelemy, Mixed mode fatigue crack growth predictions, Eng. Fract.,439–451, Mech. 3 (1980)
- [68] G.C. Sih, C.K. Chao, Size effect of cylindrical specimens with fatigue cracks, J. Theor. Appl. Fract, 239–247, Mech. 3 (1984)
- [69] J. Rice, “A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks,” J. Appl. Mech., 1968.

-
- [70] T. Hellen, "On the method of virtual crack extensions," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 1975.
- [71] H. DeLorenzi, "On the energy release rate and the J-integral for 3-D crack configurations," *Int.J. Fract.*, 1982.
- [72] H. G. Delorenzi, "Energy release rate calculations by the finite element method," *Eng. Fract.Mech.*, vol. 21, no. 1, pp. 129–143, Jan. 1985.
- [73] Burmann, W. 1974a Druckstoß in koaxialen Rohrsystemen. (Water hammer in coaxial pipe systems) Ph. D. Thesis, Universität Karlsruhe, Karlsruhe, Germany: O. Berenz (in German).
- [74] TIJSSELING, A. S. & L AVOOIJ, C. S. W. Waterhammer with fluid-structure interaction. *Applied Scientific Research* 47, 273 – 285;1990.
- [75] REGETZ, J. D., JR."an experimental determination of the dynamic response of a long hydraulic line." Washington: National Aeronautics and Space Administration, Technical Note D-576; 1960.
- [76] BLADE, R. J., LEWIS, W. & GOODYKOONTZ, J. H. Study of a sinusoidally perturbed flow in a line including a 90°elbow with flexible supports. Washington: National Aeronautics and Space Administration, Technical Note D-1216; 1962.
- [77] ELLIS, J. A study of pipe-liquid interaction following pump-trip and check-valve closure in a pumping station. In *Proceedings of the 3rd International Conference on Pressure Surges*, BHRA. Canterbury, UK, March 1980, pp. 203 – 220.
- [78] MELENK J., BABUŠKA I., « The Partition of Unity Finite Element Method: Basic theory and applications », *Comp. Meth. in Applied Mech. and Eng.*, vol. 39, p. 289-314, 1996.
- [79] SUKUMAR N., MOËS N., BELYTSCHKO T., MORAN B., « Extended Finite Element Method for three-dimensional crack modelling », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 48, n 11, p. 1549–1570, 2000

-
- [80] MOËS N., GRAVOUIL A., BELYTSCHKO T., « Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets. Part I : Mechanical model », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 53, p. 2549-2568, 2002.
- [81] BELYTSCHKO T., FISH J., ENGLEMANN B., « A finite element method with embedded localization zones », *Comp. Meth. in Applied Mech. and Eng.*, vol. 70, p. 59–89, 1988.
- [82] BELYTSCHKO T., MOËS N., USUI S., PARIMI C., « Arbitrary discontinuities in finite elements », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 50, p. 993-1013, 2001.
- [83] STOLARSKA M., CHOPP D. L., MOËS N., BELYTSCHKO T., « Modelling Crack Growth by Level Sets and the Extended Finite Element Method », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 51, n 8, p. 943–960, 2001.
- [84] Gupta, P., Duarte, C.A., Dhankhar, A.: Accuracy and robustness of stress intensity factor extraction methods for the generalized/ extended finite element method. *Eng. Fract. Mech.* 179,120–153, 2017
- [85] Wang, Y., Waisman, H., Harari, I.: Direct evaluation of stress intensity factors for curved cracks using Irwin's integral and XFEM with high-order enrichment functions: stress intensity factors for curved cracks using Irwin's integral. *Int. J. Numer. Methods Eng.* 112(7), 629–654, 2017.
- [86] Hou, C., Wang, Z., Liang, W., Yu, H., Wang, Z.: Investigation of the effects of confining pressure on SIFs and T-stress for CCBD specimens using the XFEM and the interaction integral method. *Eng. Fract. Mech.* 178, 279–300, 2017.
- [87] Chahine, Elie, Laborde, Patrick, Renard, Yves: Spider XFEM, an extended finite element variant for partially unknown crack-tip displacement. *Eur. J. Comput. Mech.* 17(5–7), 625–636, 2008.
- [88] Benzley, S.E.: Representation of singularities with isoparametric finite elements. *Int. J. Numer. Methods Eng.* 8(3), 537–545, 1974.
- [89] Atluri, S.N., Kobayashi, A.S., Nakagaki, M.: An assumed displacement hybrid finite element model for linear fracture mechanics. *Int. J. Fract.* 11(2), 257–271, 1975.

-
- [90] Éliisa Budyn & Thierry Hoc: Multiple scale modeling for cortical bone fracture in tension using X-FEM. *Eur. J. Comput. Mech.* 16 (2), 213–236, 2007.