



Faculté des Sciences
Département de Physique

Année 2019

THESE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de

DOCTORAT

Thème

*Etude de la propagation des solitons chirpés dans les
systèmes de transmission optiques.*

*Option : Physique et Technologie de l'optique Non linéaire
appliquée aux Télécommunications Optiques*

Par

Amel BOUZIDA

Directeur de thèse : Houria TRIKI Professeur à l'université Badji Mokhtar, Annaba

Devant le jury

Président : Mokhtar GHERS Professeur à l'université Badji Mokhtar, Annaba

Examineurs : Samia BOUZID Professeur à l'université Mentouri, Constantine

Mekki AOUACHRIA Professeur à l'université de Batna

Yamina HAMAIZI Professeur à l'université Badji Mokhtar, Annaba

Faical AZZOUZI Maître de Conférences A à l'université de Souk

Résumé

L'étude de la propagation des solitons en régime femtoseconde dans les nano-fibres optiques basée sur l'équation de Schrödinger non linéaire constitue récemment un sujet de recherche fondamental dans le domaine de l'optique non linéaire et lasers. La formation de ces structures non linéaires repose sur un équilibre parfait entre la dispersion de la vitesse de groupe et la non linéarité Kerr, principaux effets physiques intervenant dans la propagation des impulsions optiques en régime picoseconde dans les fibres optiques.

L'objectif de ce travail est l'étude théorique de la dynamique de propagation non linéaire des solitons chirpés en régime femtoseconde modélisés par l'équation de Schrödinger non linéaire d'ordre élevé incorporant les effets de la dispersion de vitesse de groupe, l'auto-modulation de phase, le shift de fréquence, l'auto-raïdissement, et les non linéarités cubique et quintique. Une variété de solutions exactes de type solitons brillants, noirs et singuliers ayant une phase non triviale dépendante de l'intensité de l'onde est présentée. L'existence de ces impulsions physiquement intéressantes illustre la richesse de la dynamique de propagation des solitons chirpés dans les nano-fibres optiques. Une étude numérique a été accomplie pour analyser le profil des solitons obtenus et le chirp non linéaire correspondant. Les résultats obtenus ont montré que le chirp non linéaire associé à chacun de ces solitons optiques dépend de l'intensité de l'impulsion lumineuse et son amplitude peut être contrôlée en variant les coefficients de l'auto-raïdissement et l'effet de la dispersion non linéaire.

Abstract

The study of soliton propagation in femtosecond regime in nano optical fibers, based on the nonlinear Schrödinger equation, is a fundamental research subject in the field of nonlinear optics and lasers. The formation of these nonlinear structures is based on a perfect balance between the group velocity dispersion and Kerr nonlinearity, main physical effects involved in the propagation of picosecond optical pulses in optical fibers.

The objective of this work is the theoretical study of the nonlinear propagation dynamics of femtosecond chirped solitons modeled by the higher-order nonlinear Schrödinger equation incorporating the effects of group velocity, self-phase modulation, frequency shift, self-steepening, and cubic and quintic nonlinearities. A variety of exact solutions of the type bright, dark, and singular solitons having a non-trivial phase that is dependent on the wave intensity is presented. The existence of these physically interesting envelopes illustrates the richness of the propagation dynamics of chirped solitons in nano optical fibers. A numerical study was performed to analyze the profile of the obtained solitons and their corresponding nonlinear chirp. The results obtained showed that the nonlinear chirp associated with each of these optical solitons depends on the intensity of the light pulse and its amplitude may be controlled by varying the coefficients of self-steepening and nonlinear dispersion effects.

ملخص

إن دراسة ديناميكية الانتشار للأمواج المنفردة في النظام الفيمتو ثانية في الألياف النانو بصرية والتي تعتمد على معادلة شرودنغر غير خطية، تمثل موضوع بحث أساسي في مجال البصريات غير خطية والليزر. يستند تشكيل الأمواج المنفردة الاخطية على التوازن المثالي بين فعلي تشتت المجموعة واللاخطية الضوئية لكار، وهما الاثاران الرئيسين اللذان يعتمد عليها عند انتشار الأمواج في النظام البيكوثانية في الألياف البصرية.

الهدف من هذا العمل هو الدراسة النظرية للديناميكية الانتشار اللاخطي للأمواج المنفردة ذات المقززة في نظام الفيمتو ثانية المنمذجة بواسطة معادلة شرودنغر غير الخطية ذات الدرجة العالية والتي تحتوي على الظواهر اللاخطية المرتبطة بالتشتت من الدرجة الثانية، التعديل الذاتي للطور، وتغير التردد، واللاخطية من الدرجة الثالثة والخامسة. تم الحصول على مجموعة متنوعة من الحلول الدقيقة من نوع أمواج منفردة مضيئة، مظلمة، وانفرادية متميزة بطور غير عادي متعلق بشدة الموجة. إن وجود هذه الموجات المهمة فزيائياً، يوضح ثراء ديناميكية انتشار الأمواج المنفردة ذات التقزز اللاخطي في الألياف النانو البصرية. كما أجرينا دراسة عديدة لتحليل نوعية الأمواج المنفردة التي تم الحصول عليها والتقزز غير خطي الموافق لها. أظهرت النتائج التي تم الحصول عليها أن التقزز اللاخطي المرتبط بكل موجة منفردة متعلق بشدة الموجة وسعته يمكن التحكم في بتغيير معاملي التعديل الذاتي للطور وتغير التردد.

Remerciements

Avec l'aide de Dieu tout puissant, j'ai pu accomplir ce modeste travail

*Je tiens tout d'abord à exprimer toute ma gratitude à ma directrice de thèse Prof. **Houria Triki** pour m'avoir proposé ce sujet de thèse, puis encadré, guidé et conseillé, elle a toujours réussi à trouver les bons moments. Sa grande expérience, sa disponibilité, son goût pour les bonnes choses de la vie et son intelligence, mais également pour avoir répondu présent à toutes mes sollicitations au cours de ces quatre années que j'ai passé au laboratoire de physique de rayonnement et ses applications. Je me souviendrai de cette recommandation, qui résonne encore dans mes oreilles pour de nombreuses années : « il faut toujours tout vérifier... ».*

*J'adresse mes remerciements aux différents membres du jury qui ont accepté d'évaluer mon travail : **Mokhtar GHERS**, Professeur à l'université Badji Mokhtar, **Samia BOUZID**, Professeur à l'université Mentouri- Constantine, **Mekki AOUACHRIA**, Professeur à l'université de Batna, **Yamina HAMAIZI**, Professeur à l'université Badji Mokhtar, et **Faiçal AZZOUZI**, Maitre de Conférences A à l'université de Souk Ahras,*

*Je remercie également Professeur **Abdessetar El Akrmi** de m'avoir accueilli au sein du laboratoire de physique de rayonnement.*

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude et affection à mes parents, à mes sœurs et mes frères. Merci pour leurs amours, leurs encouragements permanents.

Table des matières

Introduction Générale.....	1
Chapitre II. Généralités sur l'Optiques Non Linéaire	1
I.1. Introduction.....	2
I.2. Polarisation non linéaire.....	3
I.3. Effets linéaires et non-linéaire dans les fibres optiques	5
I.3.1. Dispersion d'un milieu physique	6
I.3.2. Les paramètres de la dispersion	7
I.3.2.1. Dispersion du premier ordre.....	7
I.3.2.2. Dispersion du second ordre.....	8
I.3.2.3. Dispersion de troisième ordre ou TOD.....	10
I.3.3. Dispersion normale et anormale	11
I.4. Descriptions des processus non linéaires dans les fibres optiques	12
I.4.1. Définition.....	12
I.4.2. Phénomène d'optique non linéaire du second ordre	12
I.4.2.1. Génération de la seconde harmonique ou GSM	12
I.4.2.2. La longueur de cohérence	13
I.4.2.3. L'accord de phase et désaccord de phase.....	14
I.4.2.4. Génération de somme de fréquences ou GSF	16
I.4.2.5. Différence de fréquences ou GDF	17
I.4.2.6. Amplification et oscillation paramétrique	18
I.4.3. Effets non linéaires du troisième ordre.....	19
I.4.3.1. Génération de troisième harmonique ou GTM.....	19
I.4.3.2. Mélange à quatre ondes ou FWM.....	20
I.4.3.3. Diffusions Raman et Brillouin stimulées	22
I.4.4. Effet Kerr optique	24
I.4.4.1. Théorie de l'effet Kerr optique.....	24
I.4.5. Auto-modulation de phase ou SPM (Self Phase Modulation)	26
I.4.6. Modulation de phase croisée ou XPM (Cross Phase Modulation)	28

I.4.7. Effet d'auto-focalisation.....	29
I.4.8. Effet d'auto-raïdissement.....	29
I.5. Méthode de gestion des non-linéarités.....	30
I.6. Conclusion.....	31
Références.....	32
Chapitre II. Généralités sur les fibres optiques.....	35
II.1. Bref historique.....	36
II.2. Fibre optique : caractéristiques et limitations physiques.....	38
II.2.1. Structure.....	38
II.2.2. Fabrication.....	38
II.2.4. Principe de guidage de la lumière.....	40
II.2.4. Classification des fibres optiques.....	41
II.2.5. Caractérisation de la fibre optique.....	42
II.2.5.1 Ouverture numérique d'une fibre optique.....	42
II.2.5.2. L'atténuation des fibres optiques.....	43
II.2.5.3. Longueur d'onde de coupure.....	45
II.2.5.4. La bande passante.....	46
II.2.6. Modes guidés et modes de fuite.....	46
II.3. La gestion de l'atténuation pour les systèmes à solitons optiques.....	47
II.4. Equation de propagation des impulsions dans la fibre optique	49
II.4.1. Equations de Maxwell.....	49
II.4.2. Equation de Schrödinger non linéaire.....	50
II.4.3. Solution numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire : méthode de la transformée de Fourier à pas divisé.....	56
II.5. Conclusion.....	59
Référence.....	60
Chapitre III. Etude de la Propagation des Solitons Dans une Fibre Optique.....	63
III.1. Introduction et historique sur les solitons.....	64
III.2. Solitons optiques.....	69
III.3. Le soliton comme bit d'information.....	69
III.4. Différents types des solitons dans les fibres optiques.....	70
III.4.1. Solitons spatiaux.....	70

III.4.2. Les solitons temporels.....	70
III.4.3. Les balles de lumière ou solitons spatio-temporels.....	71
III.4.4. Les solitons photoréfractifs.....	71
III.5. Soliton où onde solitaire ?.....	73
III.6. Le soliton qui dirige l'information.....	74
III.7. Phénomènes limitant les performances des communications par solitons.....	75
III.7.1. Interaction entre solitons.....	75
III.7.2. La stabilité des solitons.....	77
III.7.3. Interaction avec le bruit.....	79
III.8. Les régimes de propagation d'une solitons optique dans une fibre optique.....	80
III.8.1. Impact de la dispersion de vitesse de groupe (GVD) sur la propagation.....	81
III.8.1.1. Impulsions gaussiennes.....	82
III.8.2. Régime purement non linéaire.....	85
III.8.2.1. Modélisation des effets non linéaires.....	86
III.8.2.2. Impulsion super-gaussienne.....	87
III.8.3. Impulsion sécante hyperbolique	90
III.9. Les impulsions solitonique dans les fibres optiques.....	91
III.10. Conclusion.....	94
Référence.....	95
Chapitre IV. Propagation des Solitons Chirpés Dans une Fibre Optique.....	99
IV.1. Introduction.....	100
IV.2. Définition du chirp.....	102
IV.2.1. Chirp linéaires.....	102
IV.2.2. Le chirp non linéaire.....	103
IV.2.3. Chirp en lois de puissance	104
IV.2.4. Spectre d'un chirp.....	104
IV.2.5. Définition du chirp temporel (gazouilli).....	104
IV.2.6. Définition du chirp spectral.....	105
IV.3. Equation de Schrödinger non linéaire (ESNL).....	105
IV.3.1. Ondes progressives.....	106
IV.4. Classification de non linéarité.....	107

IV.4.1. Non linéarité de loi de Kerr.....	107
IV.4.1.1. Solution de l'équation SNL dans le cas d'un non linéarité de type Kerr.....	108
IV.4.2. Non linéarité de loi de puissance.....	109
IV.4.2.1. Solution de l'équation Schrödinger dans le cas non linéarité la loi de puissance.....	109
IV.4.3. Non linéarité de loi parabolique.....	110
IV.4.3.1. Solution de l'équation de SNL dans le cas non linéarité la loi parabolique.....	110
IV.4.5. Non linéarité de la Loi double puissance.....	111
IV.5. Etude de la propagation des solitons chirpés dans une nano fibre optique.....	114
IV.5.1. Equation de Schrödinger non linéaire d'ordre élevé incluant l'effet d'auto-raïdissement, shift de fréquence et la non linéarité cubique et quintique, (HONLS).....	114
IV.5.2. Modèle d'équations.....	115
IV.5.3. Solutions d'onde solitaire chirpée brillante.....	118
IV.5.3.1. L'influence de l'effet l'auto-raïdissement sur le profile de soliton.....	119
IV.5.3.2. Effet de variation de shift de fréquence ν sur le profil de soliton.....	122
IV.5.4. Solution d'ondes solitaires noir.....	124
IV.5.5. Solution d'ondes solitaires singulières.....	124
IV.6. Conclusion.....	129
Reference.....	130
Conclusion Générale	133

Liste des figures

Figure. I.1	Effets de l'application d'un champ électrique sur un diélectrique. Le comportement linéaire correspond au déplacement élastique des charges négatives, (b) le comportement non-linéaire ($E > 10^5 - 10^8 V/m$) correspond au déplacement inélastique des charges négatives.....	4
Figure. I.2	Dispersion du second et troisième ordre en fonction de la longueur d'onde dans la silice.....	10
Figure. I.3	évolution de la dispersion chromatique au sein d'une fibre optique standard en fonction de la longueur d'onde : représentation de deux régimes de propagation, normale et anormale.....	11
Figure. I.4	Principe de la génération du second harmonique.....	13
Figure. I.5	Accord et désaccord de phase.....	15
Figure. I.6	Schéma de principe de la GSF.....	17
Figure. I.7	Schéma de principe DFG.....	18
Figure. I.8	Représentation schématique d'un OPO.....	19
Figure. I.9	Diagramme quantique du processus de génération de troisième harmonique.....	20
Figure. I.10	Spectre illustre le processus de mélange à quatre ondes pour (a) deux ondes de pompe et (b) une seule onde de (FWM dégénéré)	22
Figure. I.11	Décalage en fréquence induit par SPM d'une impulsion.....	27
Figure. I.12	Illustration de l'interaction des phénomènes de dispersion et de SPM au sein d'une fibre optique. Évolution du 'chirp' d'une impulsion optique 'chirpée' lors de sa propagation dans une fibre à dispersion normale (bleue) et anormale (rouge).....	28
Figure. I.13	Auto-focalisation par l'effet Kerr.....	29
Figure II.1	Représentation schématique d'une fibre optique.....	38
Figure II.2	Illustration des étapes de fabrication d'une fibre optique standard. a) Étape de chauffe b) Étape d'étirage et de conception d'une bobine de fibre optique.....	40

Figure II.3	Illustration Principe de guidage de la lumière dans une fibre optique.....	41
Figure II.4	Propagation de la lumière dans les trois types de fibres	42
Figure II.5	L'ouverture numérique d'une fibre optique	43
Figure II.6	Atténuation intrinsèque de la fibre optique	44
Figure II.7	Propagation d'une impulsion non linéaire Solitaire de type soliton brillant dans le verre de la silice SiO	55
Figure II.8	Propagation d'une soliton noir dans une fibre optique	56
Figure II.9	Principe de la méthode du split-step Fourier	58
Figure III.1	Reproduction en 1995 et au même endroit de la première observation d'un soliton. Sans l'action non linéaire, une onde hydrodynamique isolée devrait s'étaler sur une très courte distance de propagation. Ici, le bateau génère l'onde au-devant de sa proue, laquelle devient une entité indépendante : un soliton.....	65
Figure III.2	Le soliton comme résultat de l'interaction entre dispersion et effet Kerr.....	71
Figure III.3	Diagramme de bande montrant les processus de transition et de transport des charges lors de l'effet photoréfractif. Modèle à un seul niveau de donneurs (N_D) et un seul type de porteurs (N).....	72
Figure III.4	Description qualitative de la formation d'un soliton spatial optique.....	75
Figure III.5	Interaction entre deux solitons.....	77
Figure III.6	Génération d'un soliton fondamental à partir d'une impulsion rectangulaire.....	78
Figure III.7	Evolution du profil d'intensité pour différentes distances de propagation en fonction de T/T_0	84
Figure III.8	Variation du déphasage non linéaire ϕ_{NL} en fonction de T/T_0	88
Figure III.9	Variation du chirp induit en fonction de T/T_0	88
Figure III.10	Variation décalage non linéaire ϕ_{NL} en fonction de T/T_0	89

Figure III.11	Le décalage de fréquence induit par la variation temporelle de la SPM.....	89
Figure III.12	Variation de déphasage non linéaire en fonction du rapport T/T_0	90
Figure III.13	Variation du chirp induit en fonction du rapport T/T_0	91
Figure III.14	Ondes solitons : (a) Soliton fondamental (b) Soliton de deuxième ordre (c) Soliton de troisième ordre	92
Figure III.15	Evolution de l'intensité d'un soliton d'ordre supérieur	93
Figure IV.1	Profil d'amplitude de soliton chirpée brillant avec $u = -30.1280$ et $\Omega = -150.2856$	119
Figure IV. 2.a	Evolution de profil d'amplitude des soliton brillants pour un milieu cubique-quintique pour différents paramètres de l'effet de l'auto-raïdissement	119
Figure IV. 2.b	Evolution de profil d'amplitude de soliton brillant pour un milieu cubique-quintique pour différents paramètres de shift de fréquence ...	120
Figure IV.3	Profil de chirp non linéaire pour soliton brillant	121
Figure IV.4	Profil d'amplitude de soliton chirpée brillant avec $u = -30.1280$ et $\Omega = -150.2856114$	122
Figure IV.5	Profil d'amplitude de soliton chirpé brillant en fonction de différent paramètre de shift de fréquence	123
Figure IV.6	Profil de chirp non-linéaire pour une soliton brillant	124
Figure IV.7.a	Profil d'amplitude pour le soliton chirpée noir avec $u = -30.1280$ et $\Omega = -150.2856$	125
Figure IV.7.b	Evolution de d'amplitude des ondes solitaires noirs pour un milieu cubique-quintique pour différents paramètres de l'auto-raïdissement.....	126
Figure IV.8	Profil de chirp non linéaire pour soliton brillant	126
Figure IV.9	Profil de chirp non linéaire pour soliton brillant	127

Introduction Générale

L'introduction d'un nouveau concept « *soliton* », découvert pour la première fois par l'ingénieur Ecossais John Scott Russell en 1845 rapporte que le mouvement brusque d'une barge génère une vague de grande amplitude capable de se propager sur une distance inhabituelle tout en conservant sa forme [1]. Une telle observation est reprise par Bazin et Darcy [2], une vingtaine d'années plus tard, en France, dans le canal de Bourgogne, à proximité de Dijon : les ondes hydrodynamiques étudiées montrent une étonnante aptitude à résister aux effets de la dispersion qui induit traditionnellement un étalement de la vague. Une autre illustration, malheureusement à plus grande échelle, de la capacité de ces vagues à parcourir de très longues distances, a tristement marqué les derniers jours de l'année 2004 : un tsunami a alors englouti des dizaines de milliers de victimes sur son passage dans le sud-est de l'Asie. Les effets dévastateurs ont été ressentis à plusieurs milliers de kilomètres de l'épicentre, la vague déferlante ayant conservé son potentiel destructif.

Pour expliquer de telles propriétés, il est indispensable de tenir compte des effets non linéaires qui interviennent durant la propagation de la vague. La modélisation mathématique de ces effets a alors permis de mettre en évidence un nouveau type d'onde, le soliton. Ce concept ne se restreint pas uniquement à l'étude des ondes hydrodynamiques : il peut être étendu à de nombreux autres domaines de la physique [3], comme la mécanique (avec l'étude d'une chaîne d'oscillateurs couplés), l'électronique (avec l'étude d'une ligne électrique) ou encore l'optique.

C'est sans nul doute dans ce dernier domaine que le soliton a connu ses plus grands succès pour améliorer la performance des transmissions dans les réseaux optiques de télécommunications.

Les effets non-linéaires ont en effet tenu un rôle grandissant dans l'optique de la seconde moitié du vingtième siècle, en particulier grâce à l'apparition du laser [4, 5] qui a rendu possible l'utilisation d'une onde cohérente de forte intensité. Des manifestations, tel l'effet Kerr ou bien l'effet Pockels, de la non linéarité de certains matériaux excités par de fortes puissances ont alors pu être observées. De manière similaire au soliton hydrodynamique, plusieurs exemples de solitons optiques ont pu être démontrés. Divers types de solitons

optiques spatiaux ont ainsi été reportés, pour lesquels la non linéarité contrebalance la diffraction naturelle d'un faisceau laser [6]. Un support privilégié a permis, quant-à-lui, de mettre en évidence des solitons temporels : il s'agit de la fibre optique, mise au point dans les années 1970 [7] et sans laquelle les réseaux de télécommunications optiques actuels n'existeraient pas. La non linéarité de la silice constituant la fibre peut alors s'opposer à la dispersion temporelle des impulsions [8, 9]. Les impulsions se propagent alors inchangées sur des dizaines de kilomètres, la seule limite réside dans l'atténuation des fibres qui diminue progressivement la puissance crête de l'impulsion.

Une solution efficace est alors apparue en 1987 [10-12] avec la mise au point des premiers amplificateurs optiques à fibres dopées aux ions de terres rares, éléments maintenant standards dans les télécommunications longues distances. Malheureusement, la phase d'amplification dégrade l'impulsion, en particulier pour des impulsions ultra-courtes (d'une durée inférieure à la dizaine de picosecondes) de forte puissance. En effet, le gain, la dispersion et la non linéarité interagissent alors pour modifier de manière importante les propriétés de l'impulsion initiale. Suivant le régime de dispersion de la fibre, des comportements très différents seront observés.

Pour mieux comprendre l'évolution d'une impulsion dans une fibre optique, l'équation de Schrödinger non linéaire est un outil précieux. Cette équation prenant en compte l'effet de la dispersion et la non linéarité Kerr avait déjà pu prédire avec précision le comportement des solitons optiques dans une fibre à dispersion anormale [13, 14].

Ce manuscrit s'organise en quatre chapitres. Dans le premier chapitre, nous rappelons les principes de base de l'optique non linéaire dans un milieu matériel ainsi que ses applications potentielles dans le domaine de télécommunications. Ensuite, et pour enrichir les fondements de ce domaine, on a fait un aperçu sur les phénomènes non linéaires de second et troisième ordre et également la condition d'accord de phase.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons tout d'abord les caractéristiques physiques des différentes catégories des fibres optiques (des fibres dites standards ou conventionnelles) qui possède un grand nombre de propriétés remarquables qui en

font un support physique excellent pour les télécommunications. La qualité d'un milieu physique pour la transmission de signaux se fonde sur deux principaux qui sont la dispersion et la non linéarité. Cela nécessite une étude équivalente basée sur l'équation de Schrödinger non linéaire gouvernant cette propagation non linéaire.

Le troisième chapitre sera consacré au concept du soliton comme un phénomène universel. Dans ce contexte, nous rapporterons les propriétés de la propagation d'un soliton optique dans un milieu Kerr, ses caractéristiques et ses applications potentielles dans les télécommunications optiques à haute débit.

Le dernier chapitre présente les différents résultats de nos calculs théoriques qui traitent la dynamique de propagation non linéaire dans un système plus compliqué où les impulsions ont été gouvernées par l'équation de Schrödinger non linéaire d'ordre supérieure en régimes femtoseconde extensible à des termes d'ordre élevé des non linéarités de loi double de puissance ainsi l'effet l'auto-raïdissement et shift de fréquence. Notre étude a été effectuée à l'aide de la méthode de l'onde progressive, où la phase de l'onde est une fonction non triviale.

Référence

- [1] J.S. Russell, 'Report on waves, Technical Report'. In 14th meeting of the British association for the Advancement of Science, London, (1845).
- [2] M.H. Bazin and M.H. Darcy, 'Recherches hydrauliques, deuxième partie. Imprimerie Impériale', vol P. III-XV, p. 153, (1865).
- [3] M. Remoissenet, 'Waves called solitons: concepts and experiments', Third Edition ed: Springer, (2003).
- [4] T. Maiman, 'Stimulated optical radiation in Ruby masers. Nature, vol 187, p. 493, (1960).
- [5] A.L. Schawlow and C.H. Townes, 'Infrared and optical masers'. Phys. Rev., vol 112(6), p. 1940–1949 (1958).
- [6] Y.S. Kivshar and G.I. Stegeman, 'Spatial optical solitons, guiding light for future technologies, in Optics & Photonics News'. Février 2002. p. 59-63.
- [7] R. Maurer, D. Keck, and P. Schultz, 'Fiber-optic wire or "optical waveguide fibers', 3,711,262.
- [8] L.F. Mollenauer, R.H. Stolen, and J.P. Gordon, 'Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers'. Phys. Rev. Lett., 1980, vol 45(13), p. (1095-1098).
- [9] V.E. Zakharov and S. Wabnitz, Optical solitons: 'theoretical challenges and industrial perspectives', ed. EDP Sciences and Springer Verlag, (1999).
- [10] R.J. Mears, L. Reekie, L.M. Jauncey, and D.N. Payne, 'Low noise erbium doped fibre amplifier operating at 1.54 um. Electron'. Lett., vol 23, p. 1026, (1987).
- [11] E. Desurvire, J.R. Simpson, and P.C. Becker, 'High-gain erbium-doped travelling wave fiber amplifier'. Opt. Lett., vol 12(11), p. 888-890, (1987).
- [12] J. Hecht, 'The evolution of optical amplifiers, in Optics & Photonics News'.p. 36-39, (2002).

- [13] A. Hasegawa and F. Tappert, 'Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers'. II. Normal dispersion. Appl. Phys. Lett., vol 23(4), p. 171-172, (1973).
- [14] A. Hasegawa and F. Tappert, 'Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers'. I. Anomalous dispersion. Appl. Phys. Lett, vol 23(3), p. 142-144, (1973).

Généralité sur l'Optiques Non Linéaire

I.1. Introduction

Le domaine de la physique d'optique s'intéresse à étudier le phénomène de l'interaction de la lumière avec la matière. Généralement, dans la nature, on observe que cette interaction ne dépend pas de l'intensité du champ appliqué. Dans un domaine de l'optique dit linéaire, les ondes lumineuses sont de faible intensité et n'interagissent pas entre elles lorsqu'elles se propagent dans un milieu. Par contre une onde optique de forte intensité se propageant dans une fibre optique uni-modale peut générer un grand nombre d'effets non-linéaires. Ainsi, dans le domaine de l'optique non-linéaire, la lumière devient plus intense et les propriétés optiques commencent à dépendre de l'intensité de champ appliqué. Soulignons que l'optique non-linéaire est largement présente dans le monde qui nous entoure et s'établit comme un champ de recherches important dans les dernières années. Il est à noter que les non-linéarités optiques étant généralement faibles, mais il est particulièrement important de les exploiter au mieux dans des configurations optiques judicieusement choisies [1]. Remarquons que la plupart des fibres optiques présentent des propriétés de dispersion diverses, toujours accompagnées d'une forte non-linéarité, rendant possibles de nouvelles fonctions tout-optiques. Cependant les nombreux effets non-linéaires mis en jeu lors de la propagation d'impulsions dans ce type de guides d'onde, nécessitent une modélisation précise pour la conception de systèmes. Cette modélisation fait appel généralement à une équation non-linéaire de type «Schrödinger» pour décrire la propagation de l'enveloppe des impulsions. Cette équation est dérivée des équations de Maxwell et résulte de différentes approximations effectuées selon les besoins. De manière générale, sa forme simplifiée permet une intégration numérique rapide contrairement aux équations de Maxwell. Les évolutions récentes des fibres optiques fortement non-linéaires et le développement de sources d'impulsions avec des durées de plus en plus courtes ne cessent, ces dernières années, de remettre en cause les approximations de quelques cycles optiques liées à des élargissements spectraux extrêmes.

Dans ce premier chapitre, sont introduites les notions de polarisabilité et de susceptibilité non-linéaire. Ensuite, pour enrichir les fondements de ce domaine, on a fait un aperçu sur la description des phénomènes non-linéaires tels que les effets du second et troisième ordre ainsi que la condition d'accord de phase. Il est nécessaire de prendre en appréciation l'existence de d'autres effets dus aux propriétés physiques.

I.2. Polarisation non linéaire [1]

En présence de champ électrique, associé à une onde lumineuse, est appliqué à la matière par la force de Lorentz, les charges positives (ions, noyaux) qui la constituent se déplacent suivant la direction du champ appliqué tandis que les charges négatives (électron) se déplacent en sens inverse. Ayant une masse largement inférieure à celle des noyaux et selon l'approximation de Born-Oppenheimer qui considère les noyaux immobiles, seuls les électrons sont considérés en mouvement créant ainsi des dipôles dans le matériau oscillants dans le domaine des fréquences optiques (10^{13} à 10^{17} Hz). Il s'agit ainsi d'un phénomène de polarisation microscopique.

Si le champ incident est faible et le milieu isotrope, la polarisation induite du matériau est proportionnelle au champ électrique. De plus, elle est alignée le long de ce champ, et par conséquent le matériau se comporte comme un diélectrique linéaire. Par contre, lorsqu'on augmente la puissance lumineuse injectée, cela peut mener à la distorsion de l'onde transmise et à créer du bruit supplémentaire. Ce phénomène est représenté sur la figure I.1 (a) qui montre que la polarisation $P(t)$ est une fonction linéaire du champ électrique E . Comme il est montré sur la figure I.1 (b), la polarisation présente une forme distordue contenant plusieurs harmoniques de ω_0 . Il s'agit d'un phénomène de génération d'harmoniques aux fréquences $\omega_0, 2\omega_0, 3\omega_0 \dots$ [2]

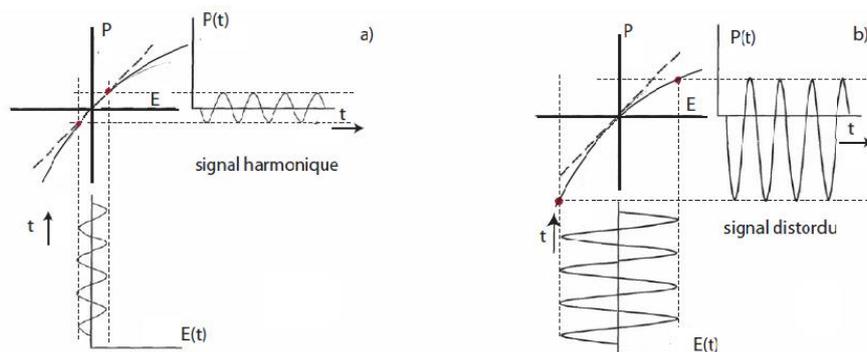


Figure. I.1 : Effets de l'application d'un champ électrique sur un diélectrique.

- (a) Le comportement linéaire correspond au déplacement élastique des charges négatives, (b) le comportement non-linéaire ($E > 10^5 - 10^8 \text{ V/m}$) correspond au déplacement inélastique des charges négatives [2].

Dans ce cadre, nous pouvons définir la polarisation induite d'un milieu P qui dépend du champ électrique E sous sa forme la plus générale par la relation suivante :

$$P = \epsilon_0 (\chi^{(1)}.E + \chi^{(2)}:EE + \chi^{(3)}:EEE + \dots) \quad (I.1)$$

Cette dernière peut s'écrire sous une forme comportant une composante linéaire p^L et une composante non-linéaires P^{NL} comme suit [3,4] :

$$\begin{aligned} P &= p^L + P^{NL} = \epsilon_0 [\chi^{(1)} + \epsilon_{NL}] \\ p^L &= \epsilon_0 (\chi^{(1)}.E) \\ P^{NL} &= \epsilon_0 (\chi^{(2)}:EE + \chi^{(3)}:EEE + \dots) \end{aligned} \quad (I.2)$$

Où ϵ_{NL} est la contribution non-linéaire de la constante diélectrique du matériau. Elle est définie par l'équation suivante :

$$\epsilon_{NL} = \frac{3}{4} \chi^{(3)} |E|^2 \quad (I.3)$$

Sachant que la polarisation et l'indice de réfraction sont étroitement liés par la relation de Maxwell suivante :

$$D = n^2 |E| = \epsilon_0 |E| + P \quad (I.4)$$

Nous en déduisons, qu'à une pulsation donnée, l'indice de réfraction est donné par la relation :

$$n^2 = 1 + \chi^{(1)} + \epsilon_{NL} = [n_0 + \Delta n_{NL}]^2 \quad (I.5)$$

Notons que l'indice de réfraction non-linéaire est toujours plus petit que l'indice de réfraction linéaire ce qui permet de faire l'approximation suivante [3,4] :

$$n^2 \cong n_0^2 + 2n_0 \Delta n_{NL} \quad (I.6)$$

En posant

$$n_0^2 = 1 + \chi^{(1)} \quad (I.7)$$

D'où

$$\epsilon_{NL} \cong n_0 \Delta n_{NL} \quad (I.8)$$

Soit

$$\Delta n_{NL} = \frac{\epsilon_{NL}}{2n_0} = \frac{3}{8n_0} \chi^{(3)} |E|^2 = n_2 |E|^2 \quad (I.9)$$

Où n_2 : représente l'indice de réfraction non-linéaire. A une pulsation donnée ω , l'indice de réfraction s'écrit donc comme suit :

$$n(\omega) = n_0(\omega) + n_2(\omega)|E|^2 \quad (\text{I.10})$$

Cette équation montre clairement que la partie linéaire de la polarisation est responsable de la dépendance de l'indice de réfraction vis-à-vis de la fréquence, tandis que la partie non linéaire engendre une dépendance de l'indice vis-à-vis de l'intensité de l'onde I donnée par la relation :

$$I = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c n_0 |E|^2 = \alpha |E|^2 \quad (\text{I.11})$$

Avec $\alpha = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c n_0$. Ce phénomène est appelé effet Kerr optique.

Notons que pour une fibre optique de type SMF28, la valeur de l'indice de réfraction non-linéaire n_2 est de l'ordre de $2,6 \cdot 10^{-20} (m^2/W)$. Sachant que l'intensité maximale supportée par les fibres optiques silice est de $3GW/cm^2$, si une onde est injectée avec une intensité de $2GW/cm^2$ équivalent à $2 \cdot 10^{13} (W/m^2)$ cela donne lieu à un Δn_{NL} de $5,2 \cdot 10^{-7} (m^2/W)$, restant très faible devant l'indice de réfraction n_0 de la silice (1,45) [3].

I.3. Effets linéaires et non-linéaire dans les fibres optiques

Nous allons étudier ici l'impact de la dispersion et des non-linéarités sur une impulsion se propageant dans un milieu matériel.

I.3.1. Dispersion d'un milieu physique

La dispersion d'un milieu matériel $D(\lambda)$ exprimée en picosecondes par kilomètres et par nanomètres ($ps.nm^{-1}.km^{-1}$) de largeur spectrale de l'impulsion désigne par définition la dépendance à sa longueur d'onde à l'accélération du changement de l'indice de réfraction lorsque la longueur d'onde varie dans le milieu. Généralement, une impulsion est composée d'une multitude de composantes spectrales de différentes fréquences qui ne vont pas à la même vitesse provoquant ainsi la déformation de l'impulsion. La dispersion traduit l'élargissement des impulsions lumineuses véhiculées par la fibre optique. Un milieu causant une telle dispersion est dit dispersif. En pratique, on utilise plus souvent le paramètre de dispersion D pour définir un écart temporel en

picoseconde entre deux longueurs d'ondes espacées de 1 nm pour 1 km de propagation. Ce paramètre est défini par

$$D(\lambda) = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \quad (\text{I. 12})$$

Rappelons qu'une onde sinusoïdale est caractérisée par sa fréquence ou pulsation (*en rad/s*), et par son vecteur d'onde de norme $k = 2\pi/\lambda$ (*en rad/m*), où λ est la longueur d'onde.

On observe qu'il existe deux vitesses caractéristiques différentes : La vitesse de phase qui représente la vitesse à laquelle la phase de l'onde se propage dans l'espace donnée par :

$$v_\varphi = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n} \quad (\text{I. 13})$$

Et la vitesse de groupe qui correspond au déplacement de l'enveloppe de l'onde telle que :

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(kv_\varphi)}{dk} = v_\varphi + k \frac{dv_\varphi}{dk} \quad (\text{I. 14})$$

La fonction $\omega(k)$ qui décrit l'évolution de ω en fonction de k est appelée relation de dispersion. Si elle est linéaire, il n'aura pas de différence entre ces deux vitesses. Dans ce cas, le milieu est dit non dispersif.

I.3.2. Les paramètres de la dispersion

La propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif dépend de l'ordre de dispersion de ce dernier qui est en relation avec la constante de propagation $\tilde{\beta}(\omega)$. Celle-ci est un développement de Taylor déterminé à la fréquence centrale ω_0 de l'impulsion. Ce développement s'écrit [5] :

$$\begin{aligned} \tilde{\beta}(\omega) = n(\omega) \frac{\omega}{c} = & \beta_0 + (\omega + \omega_0) \beta_1 + \frac{1}{2} (\omega + \omega_0)^2 \beta_2 \\ & + \frac{1}{6} (\omega + \omega_0)^3 \beta_3 + \frac{1}{24} (\omega + \omega_0)^4 \beta_4 \end{aligned} \quad (\text{I. 15})$$

Où $\beta_0 = n(\omega_0) \frac{\omega_0}{c}$ est la constante de propagation, $n(\omega_0)$ est l'indice de réfraction à ω_0 , et les β_i correspondent aux dérivées successives de la constante de propagation par rapport à ω en ω_0 :

$$\beta_i = \left(\frac{\partial^i \beta}{\partial \omega^i} \right)_{\omega=\omega_0} \quad (\text{I. 16})$$

pour $i=1,2, \dots$

I.3.2.1. Dispersion du premier ordre

La constante de propagation $\beta(\omega)$ de dispersion du premier ordre est égale à [3] :

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \beta_1(\omega - \omega_0) \quad (\text{I. 17})$$

Où

$$\beta(\omega_0) = \frac{\omega_0}{v_p(\omega_0)}, \beta_1 = \left[\frac{d\beta}{d\omega} \right]_{\omega_0} = \frac{1}{v_g(\omega_0)} = \frac{1}{c} \left(n + \omega \frac{dn}{d\omega} \right) (\text{s. m}^{-1}) \quad (\text{I. 18})$$

Où v_p et v_g étant la vitesse de groupe et la vitesse de phase, respectivement. Ici $\beta_1(\text{ps. m}^{-1})$ est l'inverse de la vitesse de groupe v_g qui est la vitesse à laquelle l'enveloppe de l'impulsion se déplace. Ce terme n'induit pas de déformation de l'enveloppe temporelle, mais il introduit seulement un décalage temporel Δt de l'enveloppe où $\Delta t = \beta_1 z$ avec z la distance parcourue par l'onde dans le milieu.

Considérons une excitation sous la forme :

$$U(z, t) = A(z, t) e^{-j(\omega_0 t - \beta(\omega_0) z)} \quad (\text{I. 19})$$

Où $A(z, t)$ est l'amplitude complexe qui peut être déterminée à partir de la transformée de Fourier :

$$A(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A_0(t') dt' \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\{[-j(t - t') - j\beta_1 z](\omega - \omega_0)\} d\omega \quad (\text{I. 20})$$

Avec $A_0(t')$ est l'amplitude complexe à $z = 0$ vérifiant la relation :

$$U(z = 0, t) = u_0(t) = A_0(t) e^{-j\omega_0 t} \quad (\text{I. 21})$$

On peut montrer d'après l'équation (I.20) que l'amplitude complexe $A(z, t)$ suit l'équation d'évolution suivante :

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{1}{V_g} \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (\text{I. 22})$$

La solution de cette dernière équation est :

$$A(z, t) = A\left(t - \frac{z}{v_g}\right) \quad (I.23)$$

De ce fait, l'amplitude complexe ou le paquet d'onde $A(z, t)$ se déplace, dans l'espace du milieu de dispersion du premier ordre, avec une vitesse constante égale à v_g autour du point $\beta(\omega)$ comme un tout unique sans changement de forme.

I.3.2.2. Dispersion du second ordre

Le coefficient d'ordre deux β_2 ($ps^2.m^{-1}$) caractérise la dispersion de la vitesse de groupe (GVD). Il traduit la différence de vitesse entre les différentes composantes spectrales d'une impulsion et directement relié au paramètre D souvent utilisé en Télécommunication à la place de β_2 (l'équation I.12) [3].

La forme inchangée du paquet d'onde dans la théorie de dispersion du premier ordre n'est pas vraiment exacte, mais elle est approchée. Considérons maintenant la dispersion comme étant une conséquence réelle. Dans ce cas, il faut introduire le deuxième terme dans la constante de propagation tel que [6,3]:

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_2(\omega - \omega_0)^2}{2} \quad (I.24)$$

Avec β_2 étant la vitesse de dispersion égale à [3] :

$$\beta_2 = \left[\frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right]_{\omega_0} = \frac{d}{d\omega} \left[\frac{1}{v_g(\omega_0)} \right]_{\omega_0} \quad (I.25)$$

Supposons que le milieu linéaire considéré est soumis à l'excitation du champ électrique :

$$E(z, t) = E(z, t) e^{j(\omega_0 t - \beta(\omega_0) z)} \quad (I.26)$$

Après quelques calculs, on trouve que l'amplitude complexe $E(z, t)$ vérifié l'équation différentielle suivante (chap. II) [7] :

$$i \frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 E}{\partial T^2} = 0 \quad (I.27)$$

On remarque que l'équation (I.27), qui décrit la propagation d'une impulsion dans un milieu caractérisé par une dispersion du second ordre, ressemble à l'équation différentielle qui régit la propagation de la chaleur. Donc,

la présence du terme de dispersion du second ordre $\frac{1}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 E}{\partial T^2}$ dans l'équation (I.27) agit comme un type de terme complexe généralisé de diffusion pour l'enveloppe de l'impulsion $E(z, t)$ dans le domaine temporel.

Notons que la dispersion de la vitesse de groupe est responsable de l'apparition de plusieurs effets négatifs comme l'effet d'élargissement qui réduit la performance de la transmission par fibres optiques. Si β_2 est nulle, le développement de $\beta(\omega)$ doit être poussé au delà du second ordre et il faut faire intervenir un terme en $\beta_3 = \left[\frac{d^3 \beta}{d\omega^3} \right]_{\omega_0}$ d'où la dispersion du milieu est de troisième ordre.

En termes de conclusion, on peut dire qu'une impulsion se propageant dans un milieu physique se trouve ainsi distordue par effet de dispersion parce que ses diverses composantes spectrales ne subissent pas le même déphasage. Ceci conduit à un élargissement qui entraîne un recouvrement des impulsions successives conduisant à une erreur de détection à la réception. Donc, la dispersion chromatique naturelle est considérée comme un problème majeur qui limite la performance des systèmes de communications optiques.

I.3.2.3. Dispersion de troisième ordre ou TOD (Third Order Dispersion)

Considérons un milieu présentant une dispersion d'ordre trois $\beta_3 (ps^3 \cdot m^{-1})$ de telle sorte que la constante de propagation devient :

$$\beta(\omega) = \beta_0 + (\omega + \omega_0)\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega + \omega_0)^2\beta_2 + \frac{1}{6}(\omega + \omega_0)^3\beta_3 \quad (I.28)$$

La présence de β_3 induit une asymétrisation temporelle de l'impulsion. Etant très faible devant la dispersion du second ordre, son effet n'est généralement visible que lorsque la dispersion d'ordre deux est compensée par exemple par un compresseur d'impulsions. De plus elle n'a un impact notable que si les largeurs de spectre en jeu sont suffisantes, ce qui n'est le cas que pour des impulsions très courtes inférieures à 500fs.

La figure (I.2) représente les courbes des dispersions du second et troisième ordre en fonction de la longueur d'onde dans le cas de la fibre optique en silice.

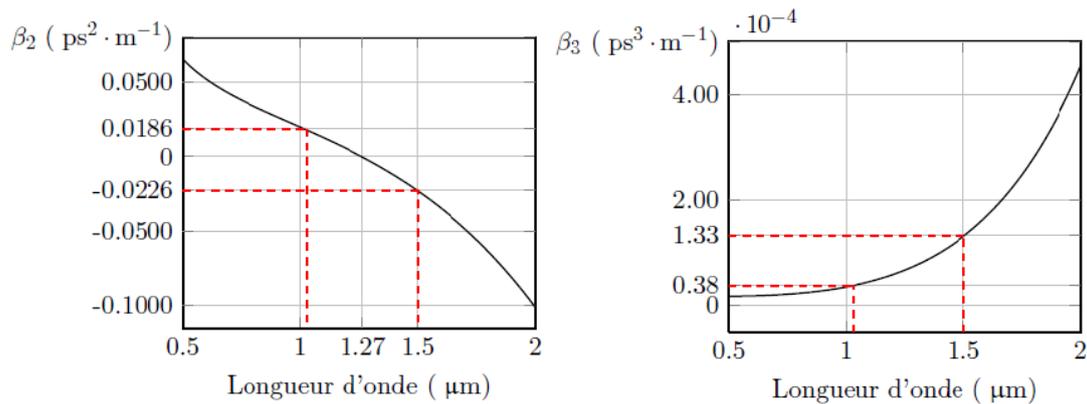


Figure. 1.2 : Dispersions du second et troisième ordre en fonction de la longueur d'onde dans la silice [8].

On peut noter que la courbe de GVD passe par zéro pour une longueur d'onde d'environ 1270nm et elle est positive et vaut $+0.0186 \text{ ps}^2 \cdot \text{m}^{-1}$ à 1030nm par contre elle est négative aux longueurs d'onde télécom. En effet, elle vaut $-0.0226 \text{ ps}^2 \cdot \text{m}^{-1}$ à 1500nm.

La figure à droite représentant les valeurs de β_3 calculées en fonction de la longueur d'onde. On remarque que β_3 augmente avec longueur d'onde, et est égale $0.38 \cdot 10^{-4}$ pour une longueur d'environ 1200nm et $1.33 \cdot 10^{-4}$ pour une longueur d'onde d'environ 1500nm.

1.3.3. Dispersion normale et anormale

Fondamentalement, la dispersion chromatique de la lumière se traduit physiquement par une mesure de la variation de l'indice de réfraction en fonction de la longueur d'onde. Puisque cette variation d'indice peut être une fonction croissante ou décroissante, en conséquence la dispersion peut prendre des valeurs négatives ou positives, cas de la fibre optique monomode standard. Le signe négatif ou le signe positif de la dispersion chromatique est appelé, communément, régime de dispersion normale $\beta_2 > 0$ (càd $D < 0$) et anormale $\beta_2 < 0$ (càd $D > 0$) respectivement. L'origine physique de cette désignation vient du fait que l'indice de réfraction de la silice est une fonction décroissante de façon non linéaire en fonction de la longueur d'onde. Alors que dans la partie représentant la dispersion anormale, on trouve que la partie réelle de la constante de propagation, qui est une fonction de l'indice de réfraction, augmente avec l'augmentation de longueur d'onde.

La figure (I.3) illustre les régimes de dispersion normale et anormale d'une fibre optique en silice dont le zéro de dispersion se trouve vers 1300 nm.

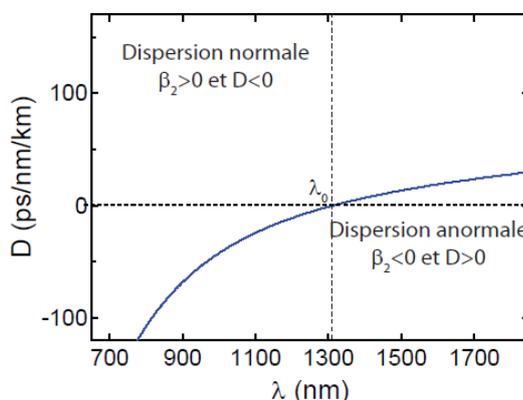


Figure. I.3 : Évolution de la dispersion chromatique au sein d'une fibre optique standard en fonction de la longueur d'onde : représentation de deux régimes de propagation, normale et anormale [9].

I.4. Descriptions des processus non linéaires dans les fibres optiques

I.4.1. Définition

Une onde optique d'intensité élevée se propageant dans milieu non linéaire provoque un grand nombre d'effets non linéaires. Dans le cas des fibres optiques, les effets non linéaires se produisent lorsque le champ E est d'une amplitude élevée ce qui modifie les propriétés de la silice. Notons que chaque type de matériau présente des susceptibilités électriques différentes qui donnent lieu à deux types des effets non linéaires de second et de troisièmes ordres [10].

Soulignons que les effets non linéaires dans les fibres optiques sont à l'origine de la susceptibilité de troisième ordre. Celle-ci est responsable de nombreux phénomènes non linéaires tels que la génération de troisième harmonique, le mélange à quatre ondes et la réfraction non linéaire. Sans effort particulier pour effectuer un accord de phase, les processus non linéaires qui mènent à la génération de nouvelles fréquences et les effets non linéaires en général sont alors des effets parasites qui en dégradent les performances des systèmes de télécommunication par fibre optique quand les puissances véhiculées deviennent élevées.

Aujourd'hui, les effets non linéaires prennent une place prépondérante dans des systèmes de transmission par fibres optiques à haut débit et longue distance utilisant des amplificateurs de puissance à l'émission, ce qui conduit à des puissances injectées dans la fibre très élevées et des effets non linéaires non négligeables.

I.4.2. Phénomène d'optique non linéaire du second ordre

I.4.2.1. Génération de la seconde harmonique ou GSM [11]

Le processus de doublage de fréquence, ou beaucoup plus connus en tant que la génération de seconde harmonique (GSM), est phénomène non linéaire du second ordre se produisant lorsqu'une onde optique initiale de fréquence ω se propage dans un milieu non linéaire. Il consiste à générer une onde de pulsation double 2ω à partir d'un rayonnement incident ω [12,13]. Son principe est illustré schématiquement sur la figure (I.3). Notons qu'on ne peut avoir ce phénomène que dans des matériaux non centro-symétriques. Par exemple pour le cas particulier d'une fibre optique en silice de longueur L , la susceptibilité $\chi^{(2)}$ est nulle [14].

Considérons un faisceau laser représenté par une onde plane monochromatique qui se propage selon l'axe z à la pulsion ω de la forme suivante :

$$\tilde{E}(z, t) = E(z)e^{-i\omega t} + c. c. \quad (I. 29)$$

A partir de l'équation (I.1), la polarisation non linéaire d'ordre deux est donnée selon l'équation suivante :

$$\tilde{P}^{(2)}(t) = 2\epsilon_0\chi^2 EE^* + (\epsilon_0\chi^2 E^2 e^{-i2\omega t} + c. c.) \quad (I. 30)$$

La polarisation de second ordre se compose d'une contribution de fréquence nulle (le premier terme) et d'une contribution de fréquence 2ω (le deuxième terme). Cette dernière contribution est responsable de l'effet de la génération de la seconde harmonique.

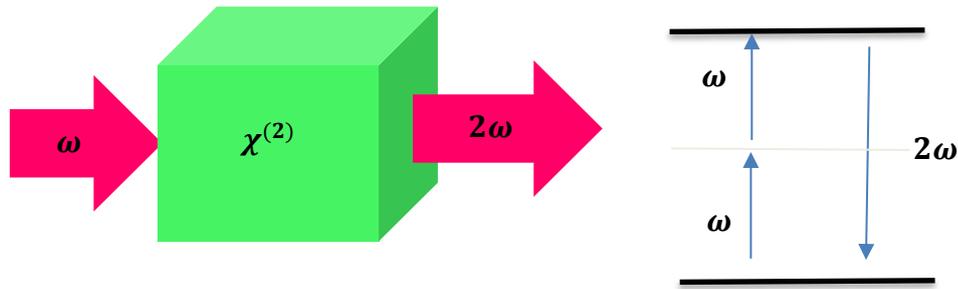


Figure. I.4 : Principe de la génération du second harmonique [15].

Ce phénomène est largement utilisé notamment pour générer de la lumière verte à 532 nm à partir d'un laser Nd : YAG infrarouge à 1064 nm. Certains pointeurs laser verts utilisent ce processus.

I.4.2.2. La longueur de cohérence

La longueur de cohérence L_c dans un matériau non linéaire est la longueur de propagation pour laquelle l'intensité de l'onde de seconde harmonique obtenue est maximale. Cette grandeur caractérise la différence de phase entre l'onde libre et l'onde liée, et varie avec l'angle d'incidence. Elle peut également s'exprimer en fonction de la différence des vecteurs d'onde à ω et 2ω , c'est-à-dire [16]

$$\Delta k = k_{2\omega} - 2k_{\omega} \quad (\text{I. 31})$$

$$L_c = \frac{2\pi}{\Delta K} = \frac{\lambda}{4(n_{2\omega} - n_{\omega})} \quad (\text{I. 32})$$

Où n_{ω} et $n_{2\omega}$ représentent l'indice de réfraction à l'onde fondamentale et l'harmonique générée respectivement.

I.4.2.3. L'accord de phase et désaccord de phase

Pour obtenir un taux de transfert d'énergie optimal [17,18], il faut donc disposer de composants ayant de fortes susceptibilités d'ordre 2, mais cette condition n'est pas suffisante. En effet sur le plan microscopique chaque site atomique du matériau lorsqu'il est fortement excité émet une onde harmonique en phase avec l'onde fondamentale. Cependant chaque ondelette émise à la fréquence harmonique dans le sens de l'onde incidente se propage avec sa propre vitesse de phase et l'onde résultante est la somme de toutes ces ondelettes déphasées et provenant des sites émetteurs du milieu. La croissance

en amplitude de l'onde harmonique ne pourra donc s'effectuer que si nous avons une égalité parfaite entre les vitesses de phase de l'onde harmonique et de l'onde fondamentale.

Le transfert d'énergie $\omega \rightarrow 2\omega$ sera optimal lorsque ces deux ondes oscilleront en phase, c'est-à-dire il est nécessaire de se placer dans une certaine condition telle que ($\Delta k = 0$). On appelle cette condition « l'accord de phase » dont le principe est schématisé sur la figure (I.4).

La condition d'accord de phase est vectorielle et peut s'écrire :

$$2\vec{k}(\omega) - \vec{k}(2\omega) = 0 \quad (\text{I. 33})$$

où $\vec{k}(\omega)$ et $\vec{k}(2\omega)$ sont les vecteurs d'onde des ondes fondamentale de pulsation ω et doublée de pulsation 2ω respectivement et le terme $\Delta k = 0$ représente la condition de désadaptation des vitesses de phase des ondes présentes dans le milieu. Ainsi, pour le doublement de fréquence, l'accord de phase se traduit part une condition sur les indices de réfraction aux fréquences ω et 2ω . En écrivant les modules des vecteurs en fonction des fréquences et des indices vus par les ondes, on a:

$$|\vec{k}_\omega| = \frac{n_\omega \omega}{c} \quad (\text{I. 34})$$

$$|\vec{k}_{2\omega}| = \frac{n_{2\omega} 2\omega}{c} \quad (\text{I. 35})$$

Où $n_\omega = n(\omega)$, $n_{2\omega} = n(2\omega)$ sont les indices vus par les ondes fondamentale et doublée et c est la vitesse de la lumière dans le vide.

Ceci implique que la condition d'accord de phase aura lieu lorsque $n(2\omega) = n(\omega)$.

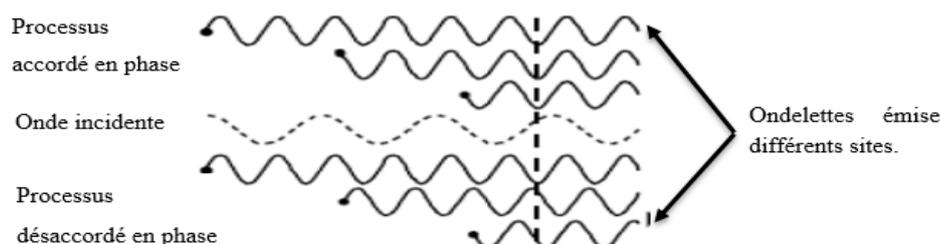


Figure. I.5 : Accord et désaccord de phase [19].

Le respect de cette condition est très important lors de la conversion de l'onde fondamentale dans la mesure où l'effet de génération de la seconde harmonique existe de part et d'autre de la position d'accord de phase. Ce principe peut être étendu à la génération de la somme ou de la différence de fréquence, et la génération ou à l'amplification paramétrique. Il est à noter qu'un faible écart de la propagation de l'onde de second harmonique par rapport à sa direction optimale de propagation entraîne une baisse considérable de l'efficacité de la GSH [18].

Il faut cependant remarquer que, si l'on travaille dans la région de transparence des matériaux, la condition des indices n'est jamais vérifiée à cause de la dispersion normale ($n_\omega < n_{2\omega}$). L'utilisation des matériaux anisotropes biréfringents se révèle donc nécessaire si l'on veut remplir les conditions d'accord de phase.

Dans les milieux isotropes, l'onde incidente de pulsation ω se propage dans le milieu avec la vitesse de phase $v_\omega = \frac{c}{n(\omega)}$. Au cours de son passage, l'onde incidente génère aussi une onde réponse de pulsation 2ω se propageant avec la vitesse de phase $v_{2\omega} = c/n(2\omega)$. A cause du phénomène de dispersion chromatique (variation d'indice en fonction de la longueur d'onde) qui ne permet pas de satisfaire la condition d'accord de phase, on a généralement $n(2\omega) \neq n(\omega)$ et donc des vitesses de propagation seront différentes pour l'onde incidente et pour l'onde de fréquence double. Cela signifie que l'onde de fréquence double est en avance ou en retard par rapport à l'onde qui lui donne naissance : il y a un désaccord de phase entre ces deux ondes (voir la figure (I.4)). Cela empêche l'interférence constructive entre l'onde de pulsation 2ω créée en un point et celle arrivant en ce point après avoir été créée un peu plus en amont.

Il peut être exprimé par :

$$\Delta k = k(2\omega) - 2k(\omega) = \frac{4\pi}{\lambda(\omega)} (n_{2\omega} - n_\omega) \quad (I.36)$$

Plusieurs solutions existent notamment grâce aux propriétés des milieux anisotropes. La solution la plus couramment utilisée est d'obtenir l'accord de

phase par biréfringence, mais il existe une autre méthode alternative dite méthode du Quasi Accord de Phase.

I.4.2.4. Génération de somme de fréquences ou GSF

Le processus de la génération somme des fréquences est analogue à celui de la génération de la seconde harmonique, sauf que dans la génération de la somme des fréquences, les deux ondes d'entrée sont à des fréquences différentes ω_1 et ω_2 qui disparaissent au profit de ω_3 (figure (I.5)). Selon l'équation (I.38), l'amplitude complexe de la polarisation non linéaire décrivant ce processus est donnée par l'expression suivante :

$$P(\omega_1 + \omega_2) = 2\epsilon_0\chi^{(2)}E_1E_2 \quad (I.37)$$

$$E_i(\omega_1)E_i(\omega_2)\exp(-i(\omega_1 + \omega_2)t) + cc \quad (I.38)$$

Une application de ce processus de somme de fréquence est couramment utilisée avec des lasers pulsés (ns) [20] de type Nd-YAG ou excimer, pour atteindre et balayer des régions spectrales inaccessibles. Remarquons qu'il y a le facteur 2 entre la génération de la somme de fréquences et la génération de la seconde harmonique du fait qu'en GSF une seule onde source d'amplitude $E_i(\omega_1)$, intervient alors qu'en GSH deux ondes dont l'amplitude $E_i(\omega_1)$ et $E_i(\omega_1)$ sont couplées.

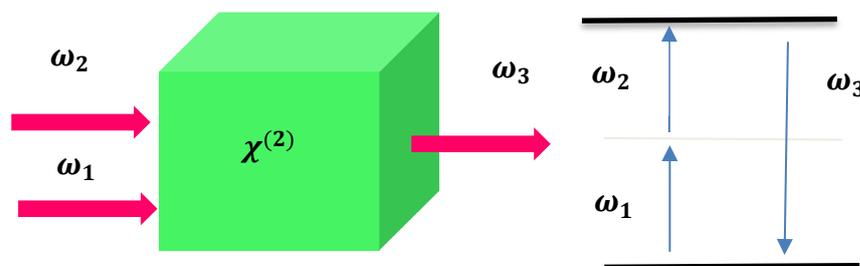


Figure. I.6 : Schéma de principe de la GSF [21].

I.4.2.5. Différence de fréquences ou GDF

Le processus de génération de différence de fréquence est décrit par une polarisation non linéaire de la forme :

$$P(\omega_1 - \omega_2) = 2\epsilon_0\chi^{(2)}E_1E_2^* \quad (I.39)$$

$$E_i(\omega_1)E_i(\omega_2)\exp(-i(\omega_1 - \omega_2)t) + cc \quad (I.40)$$

La génération de différence de fréquence et la génération de la somme fréquence peuvent s'interpréter quantiquement comme des jeux combinés dans lesquels des photons disparaissent et d'autre apparaissent. Alors les deux processus très similaires. Cependant, une différence importante entre les deux processus peut être déduite de la description de la génération différence de fréquence en termes d'un diagramme de niveau d'énergie photonique. Nous voyons que la conservation de l'énergie nécessite que pour chaque photon créé à la fréquence de différence $\omega_3 = \omega_1 - \omega_2$, un photon à la fréquence d'entrée la plus élevée (ω_1) doit être détruit et un photon à la fréquence d'entrée inférieure (ω_2) doit être créé. Ainsi, le champ d'entrée de fréquence plus basse est amplifié par le processus de génération de la différence de fréquence. Pour cette raison, le processus de la génération de différence de fréquence est également connu sous le nom d'amplification paramétrique optique. Selon la description du niveau d'énergie des photons de la génération de la différence de fréquence, l'atome absorbe d'abord un photon de fréquence ω_1 et saute au niveau virtuel le plus élevé. Ce niveau se désintègre par un processus d'émission à deux photons stimulés par la présence du champ ω_2 déjà présent. L'émission de deux photons peut se produire même si le champ ω_2 n'est pas appliqué. Les champs générés dans un tel cas sont beaucoup plus faibles, car ils sont créés par l'émission spontanée de deux photons à partir d'un niveau virtuel. Ce processus est connu comme paramétrique (figure (I.7)) et a été observée expérimentalement (Byer et Harris, 1968 ; Harris et al. 1967).

Donc le processus de la génération de différence de fréquence s'interprète comme la disparition d'un photon à ω_1 et l'apparition de photon à ω_2 et ω_3 : le champ incident basse fréquence à ω_2 d'onde amplifier. Ce phénomène est à la base de l'amplification optique paramétrique utilisée pour la fabrication des lasers OPO, qui nécessite une cavité résonnante à ω_2 ou le milieu actif ayant une susceptibilité $\chi^{(2)}$ est pompé à la pulsation ω_1 .

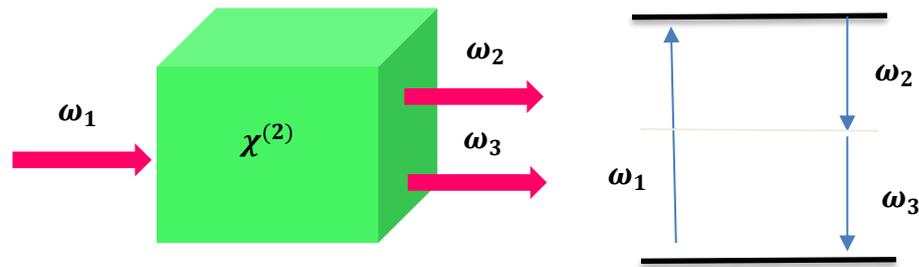


Figure. I.7 : Schéma de principe DFG [21].

I.4.2.6. Amplification et oscillation paramétrique

Nous avons déjà parlé des processus de conversion de fréquence qui permettent de générer de la lumière à de nouvelles fréquences à partir d'une source laser. Si le laser est monochromatique et non accordable, la radiation résultant de la GSH est également monochromatique.

Cependant, les oscillateurs paramétriques optiques (OPO) permettent de générer de la lumière cohérente et accordable sur une grande plage de longueurs d'onde. Ces oscillateurs reposent sur le phénomène appelé fluorescence paramétrique. Si on irradie un matériau ayant un $\chi^{(2)}$ non nul avec un intense rayon lumineux à ω_3 , le matériau génère spontanément de nouvelles fréquences à ω_1 et à ω_2 selon la relation suivante [11] :

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2 \quad (\text{I. 41})$$

Avec la condition d'accord de phase :

$$\vec{k}_3 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 \quad (\text{I. 42})$$

Il y a plusieurs paires à ω_1 et ω_2 satisfaisant cette condition et par conséquent, on observe un cône de radiation avec des anneaux concentriques de différentes couleurs.

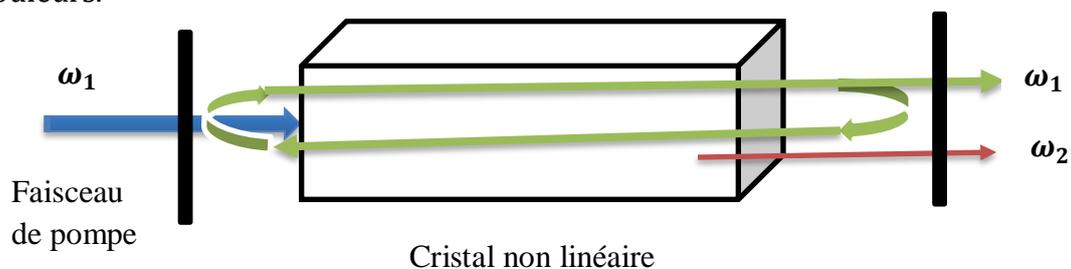


Figure. I.8 : Représentation schématique d'un OPO [22].

Un OPO consiste en un tel matériau placé dans une cavité optique permettant à la fluorescence paramétrique de retourner vers le matériau pour y être amplifiée (figure I.7). Si le gain dépasse les pertes, l'oscillation a lieu. Seules les paires à ω_1 et ω_2 se propageant de façon parfaitement colinéaire avec la cavité sont amplifiées. Si les miroirs ont la même réflectivité à ω_1 et ω_2 , l'oscillateur est doublement résonant. Cet OPO va donc générer de la lumière cohérente à ω_1 et ω_2 . Un autre dispositif, basé sur la fluorescence paramétrique, est l'amplificateur paramétrique optique (OPO). Un OPO permet d'amplifier un rayon à ω_1 de faible intensité. Le rayon traverse le matériau non linéaire pendant que celui-ci est pompé par un rayon intense à ω_3 . Contrairement à un amplificateur de lumière traditionnel, l'amplification paramétrique nécessite la coïncidence temporelle des rayons à ω_1 et ω_3 .

I.4.3. Effets non linéaires du troisième ordre

I.4.3.1. Génération de troisième harmonique ou GTH

La génération de troisième harmonique ou triplage de fréquence est un effet non linéaire combinant trois photons d'énergie ω qui permettent d'obtenir un photon d'énergie 3ω . Le principe de ce processus est schématisé dans le diagramme quantique de la figure (I.8). Cela inclut donc le doublement et le triplement en fréquence.

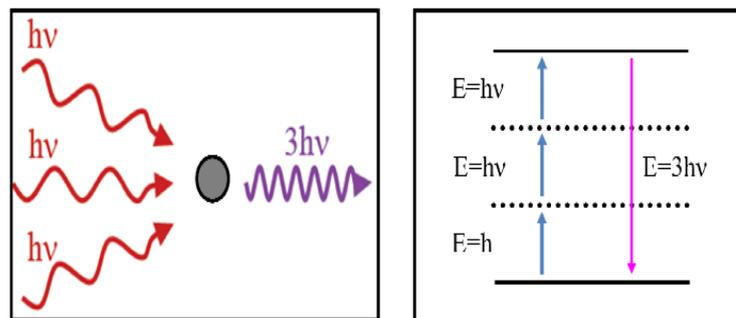


Figure. I.9 : Diagramme quantique du processus de génération de troisième harmonique [21].

La génération de la troisième harmonique est un phénomène bien compris et relativement bien modélisé. Comme pour la génération de la deuxième harmonique, il est nécessaire d'avoir une condition d'accord de phase qui permet le recouvrement entre le faisceau à la fréquence fondamentale et le

faisceau naissant à l'harmonique trois. Cette condition peut être satisfaite dans des matériaux anisotropes.

I.4.3.2. Mélange à quatre ondes ou FWM

En général, le mélange à quatre ondes (FWM) est un effet non linéaire de troisième ordre généré comme l'auto-modulation de phase et la modulation de phase croisée par la dépendance de l'indice de réfraction des fibres avec l'intensité [23].

L'interaction de plusieurs ondes de fréquences ω_i, ω_j et ω_k , où (k, i, j) à travers la susceptibilité de troisième ordre $\chi^{(3)}$ initiales dans un milieu diélectrique donne naissance à un signal généré à de nouvelles fréquences : $\omega_s = \omega_i + \omega_j - \omega_k$.

Lorsque les ondes incidentes ou pompes ont la même fréquence, cela correspond à un mélange à quatre ondes dégénéré ($\omega_i = \omega_j$) et inversement c'est de mélange à quatre ondes non dégénéré ($\omega_i \neq \omega_j$) qui se produit lorsque les ondes pompes ne sont pas de fréquences identiques (figure I.9).

Le champ électrique d'un faisceau ayant une fréquence ω_s peut être représenté par la formule suivante :

$$\tilde{E}(z, \omega_s) = e(\omega_s)\varepsilon(z, \omega_s)e^{ik_s z} \quad (I.43)$$

Quand le champ polarisé linéairement ou circulaire maintient son état de polarisation dans un milieu isotrope, le champ de polarisation induit est alors donné par l'expression :

$$\tilde{P}_{NL}(z, \omega_s) = e(\omega_s)P_{NL}(z, \omega_s)e^{ik_s z} \quad (I.44)$$

Où $e(\omega_s)$ est le vecteur unitaire.

$$k_s^2 = \varepsilon(\omega_s)\frac{\omega_s^2}{c^2} \quad (I.45)$$

Les équations d'ondes non linéaires couplées régissant l'évolution du champ peuvent s'exprimer comme

$$2ik_s \partial_z \varepsilon_s = -\mu_0 \omega_s^2 P_{NL}. \quad (I.46)$$

Ici, nous avons introduit la notation

$$\varepsilon_s = \varepsilon(z, \omega_s). \quad (I.47)$$

Rappelons que le champ de polarisation de troisième ordre peut être exprimé comme

$$\begin{aligned} \tilde{P}_i^{(3)}(z, \omega_s) &= \epsilon_0 c^{(3)}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) \sum_{jkl} \tilde{\chi}_{ijkl}^{(3)}(-\omega_s; \omega_1, \omega_2, \omega_3) \\ &\times \tilde{E}_j(z, \omega_1) \tilde{E}_k(z, \omega_2) \tilde{E}_l(z, \omega_3) \end{aligned} \quad (I.48)$$

Où $\omega_s = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$.

A partir de équations (I.43) et (I.44), nous obtenons la polarisation de troisième ordre donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \tilde{P}_i^{(3)}(z, \omega_s) &= \epsilon_0 c^{(3)}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) \sum_{jkl} \tilde{\chi}_{ijkl}^{(3)}(-\omega_s; \omega_1, \omega_2, \omega_3) e_i(\omega_s) \\ &\times e_j(\omega_1) e_k(\omega_2) e_l(\omega_3) \varepsilon(z, \omega_1) \varepsilon(z, \omega_2) \varepsilon(z, \omega_3) e^{i\Delta k_s} \end{aligned} \quad (I.49)$$

Où la désadaptation de phase est définie comme :

$$\Delta k = k(\omega_1) + k(\omega_2) + k(\omega_3) - k(\omega_s) \quad (I.50)$$

Avec la notation

$$\begin{aligned} \tilde{\chi}_{eff}^{(3)}(-\omega_s; \omega_1, \omega_2, \omega_3) &= c^{(3)}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) \sum_{ijkl} \tilde{\chi}_{ijkl}^{(3)}(-\omega_s; \omega_1, \omega_2, \omega_3) \\ &\times e_i(\omega_s) e_j(\omega_1) e_k(\omega_2) e_l(\omega_3), \end{aligned} \quad (I.51)$$

Nous arrivons finalement à l'équation d'onde paraxiale régissant le processus de mélange à quatre ondes :

$$\partial_z \varepsilon_s = \frac{\omega_s^2}{2k(\omega_s) c^2} \chi_{eff}^{(3)}(-\omega_s; \omega_1, \omega_2, \omega_3) \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 e^{i\Delta k z}. \quad (I.52)$$

Notons que le mélange à quatre ondes générées dans l'amplificateur à fibre dopée erbium (EDFAs) conventionnels a été considéré comme négligeable par rapport à celui généré dans les fibres de transmission du fait que la conception des amplificateurs ne nécessite en général qu'une courte longueur de fibre pour que les effets soient significatifs. Par contre, ces dernières années les longueurs des fibres dans les EDFAs ont été augmentées pouvant dépasser la centaine de mètres et donc les effets du FWM ont dû être pris en compte lors de

la conception des systèmes. Dans quelques applications, le mélange à quatre ondes a pu être utilisé pour mesurer le coefficient de Kerr optique [24].

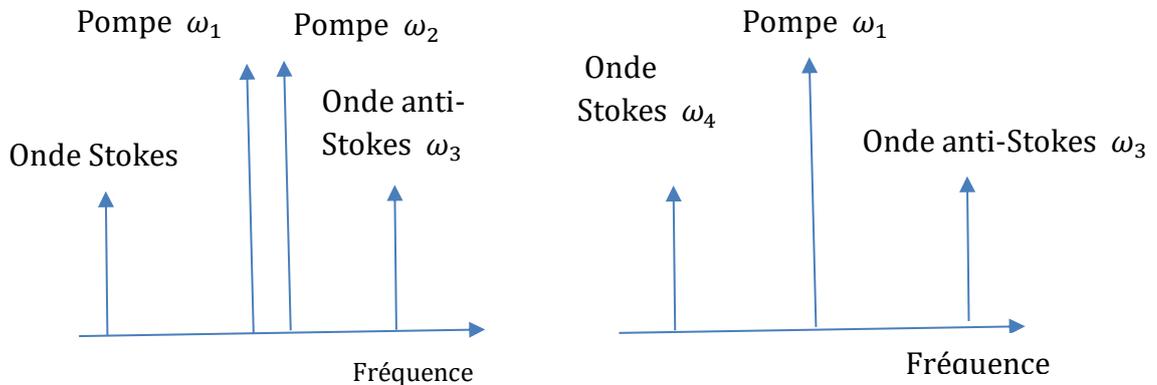


Figure. I.10 : Spectre illustre le processus de mélange à quatre ondes pour (a) deux ondes de pompe et (b) une seule onde de (FWM dégénéré) [24].

I.4.3.3. Diffusions Raman et Brillouin stimulées

Parmi les effets non linéaires importants dans les systèmes optiques, on trouve les diffusions Raman (SRS pour Stimulated Raman Scattering) et Brillouin stimulées (SBS pour Stimulated Brillouin Scattering). Ces effets peuvent être décrits phénoménologiquement comme un processus de diffusion inélastique d'une onde optique par couplage avec les niveaux vibrationnels de l'édifice moléculaire constituant le milieu de propagation. En ce qui concerne la diffusion Raman, il s'agit d'une interaction photon-phonon optique ($f \sim 10\text{THz}$) c'est-à-dire d'échange d'énergie entre l'onde optique et les vibrations du matériau. Mais pour l'effet Brillouin, l'interaction se fait avec des phonons acoustique ($f \sim 10\text{GHz}$) c'est-à-dire les vibrations d'ensemble du matériau se propageant à la vitesse des ondes acoustiques. Soulignons que le processus de diffusion Raman stimulée peut être considérée comme similaire à la diffusion Brillouin stimulée dans le sens où elle se manifeste à travers la génération d'une onde Stokes décalée vers les basses fréquences. Cependant, les deux diffusions diffèrent considérablement au niveau des ordres de grandeurs de la fréquence de décalage, la puissance de seuil, la valeur du gain et la largeur de raie. La bande de gain de la diffusion Raman est de plusieurs Téraherz alors que celle de la diffusion Brillouin n'est que de quelques Mégahertz [25].

D'un point de vue pratique, la diffusion Raman stimulée peut être utilisée pour l'amplification de signaux optiques, en raison des applications qu'elle permet de réaliser majoritairement dans le domaine des télécommunications optiques fibrés (amplificateurs à large bande spectrale, lasers accordables en longueur d'onde,.....) mais aussi à cause des conséquences néfastes qui peuvent limiter dans certains cas par la performance des systèmes de communications par exemple les systèmes multicanaux de transmission multiplexes en longueur d'onde.

En ce qui concerne la diffusion Brillouin, elle limite la puissance des signaux modulés en intensité que l'on peut injecter dans la fibre optique (en présence de puissances importantes), ce qui constitue une limitation importante des systèmes de transmission. Cependant, elle peut aussi être utilisée dans des nombreuses applications telles que les lasers et amplificateurs à effet Brillouin, ou encore la mesure du diamètre des fibres optiques [26].

I.4.4. Effet Kerr optique

I.4.4.1. Théorie de l'effet Kerr optique [27]

Un type d'effet non linéaire d'ordre trois très important dans les fibres optiques est l'effet Kerr optique découvert en 1875 par le physicien écossais John Kerr [28].

Cet effet correspond à la modification, par une onde lumineuse intense, des propriétés optiques d'un milieu non-linéaire provoquant une variation d'indice photo-induite (pour un calcul scalaire des susceptibilités) ou une biréfringence photo-induite (calcul tensoriel des susceptibilités). Il se traduit par une modulation de l'indice de réfraction du milieu non-linéaire en fonction de l'intensité de l'onde qui traverse le matériau [29].

Nous pouvons définir la modulation de l'indice de réfraction par l'effet Kerr optique la relation suivante :

$$n = n_0 + n_2 |E|^2 \quad (\text{I. 53})$$

Où n_0 représente l'indice de réfraction linéaire du milieu, $|E|^2$ est le carré de l'amplitude du champ dans le cas harmonique [3,30] et n_2 est le coefficient non

linéaire caractéristique du matériau. Dans ce cas, n_2 est couramment défini comme [3,31] :

$$n_2 = \frac{3\chi^{(3)}}{8n_0} \quad (\text{I. 54})$$

et s'exprime en $m^2 \cdot V^{-2}$.

En pratique, il est plus commode d'utiliser une deuxième définition [3, 30, 31] sous la forme :

$$n = n_0 + n_2^I I \quad (\text{I. 55})$$

Soulignons que les deux définitions de la modulation d'indice par l'effet Kerr optique sont bien évidemment équivalentes et peuvent être reliées par la relation suivante [3,32] :

$$I = \frac{1}{2} n_0 c \epsilon_0 |E|^2 \quad (\text{I. 56})$$

Où c représente la vitesse de la lumière dans le vide. Donc, d'après les équations (I.53), (I.55), (I.56), on trouve que les coefficients n_2 et n_2^I sont liés par la relation suivante :

$$n_2^I = \frac{2n_2}{\epsilon_0 c n_0} \quad (\text{I. 57})$$

En utilisant l'équation (I.54), nous pouvons alors en déduire l'expression du coefficient linéaire n_2^I :

$$n_2^I = \frac{3\chi^3}{4\epsilon_0 c n_0^2} \quad (\text{I. 58})$$

Nous remarquons alors que deux systèmes d'unités peuvent être utilisés pour définir le coefficient non linéaire n_2 . Dans le cas de l'équation (I.53), n_2 est exprimé en $m^2 \cdot V^{-2}$ et pour l'équation (I.55), n_2^I est exprimé en $m^2 \cdot W^{-1}$. C'est l'unité la plus couramment utilisée pour définir le coefficient non linéaire caractéristique du matériau et que nous choisissons donc d'utiliser.

Une estimation de la valeur de n_2^I généralement admise pour l'étude de l'effet Kerr dans des fibres optiques en silice est [3, 33] :

$$n_2^I = 3.2 \times 10^{-20} m^2 \cdot W^{-1} \quad (\text{I. 59})$$

E utilisant la relation (I.57), nous obtenons alors $n_2 = 6.16 \times 10^{-23} m^2 \cdot v^{-2}$.

L'apparition des non linéarités dans la susceptibilité effective du milieu conduit à une modification radicale des propriétés optiques du milieu considéré. Par exemple, la permittivité relative qui peut s'exprimer comme le carré de l'indice de réfraction donc $\epsilon_r = n^2$. En effet, connaissant la valeur du coefficient non linéaire n_2 , nous pouvons effectuer un développement à l'ordre 2 en E de l'équation (I.54). Nous déduirons que

$$\epsilon_r = n_0^2 + 2n_0n_2|E|^2 \quad (I.60)$$

Si nous posons

$$n_{Kerr}^2 = 2n_0n_2 \quad (I.61)$$

Alors la permittivité relative en présence d'un non linéarité Kerr optique s'écrit :

$$\epsilon_r = n_0^2 + I_{nl}n_{Kerr}^2|E|^2 \quad (I.62)$$

Où I_{nl} correspond à la fonction indicatrice égale à 1 dans le milieu non linéaire (présence d'un effet Kerr optique) et 0 dans le milieu linéaire.

Nous pouvons alors nous attendre à obtenir un indice de réfraction plus important là où le champ est fort. Une illustration simple de l'effet attendu est un matériau non linéaire agissant comme une lentille convexe. Les solutions pourront donc se propager avec un meilleur confinement que dans le cas linéaire.

I.4.5. Auto-modulation de phase (ou SPM pour Self Phase Modulation)

Une conséquence directe de l'effet Kerr optique est le processus d'auto-modulation de phase (noté SPM pour Self-phase modulation) qui affecte les impulsions lumineuses courtes (dont la durée est inférieure à 1ps) se propageant dans une fibre optique. Si un champ intense se propage au sein d'une fibre optique de longueur L, alors celui-ci va subir un déphasage non linéaire proportionnel à l'intensité du champ, via une modification locale de l'indice de réfraction vu par l'onde. Ce déphasage est qualifié d'auto induit, augmentant linéairement avec la distance de propagation, et est maximal au centre de l'impulsion. Son expression est donnée par l'équation suivante [34] :

$$\phi_{NL}(t) = \frac{2\pi}{\lambda} n_2 L_{NL} I(t) = \gamma(\omega_0) P_c L_{NL} \quad (I.63)$$

Où $I(t)$ est l'intensité du champ, P_c est la puissance crête correspondante, γ est le coefficient non linéaire Kerr de la fibre optique considérée, et L_{NL} est la longueur non-linéaire de la fibre.

Le phénomène d'auto-modulation de phase va ainsi modifier le profil spectral de l'impulsion via une modification temporelle de sa phase non linéaire et donc de sa fréquence instantanée. Cette modification est issue de la génération de photons de fréquences inférieures à celle de la porteuse (ω_0) au niveau du front montant de l'impulsion lumineuse et de fréquences supérieures à ω_0 sur le front descendant de l'impulsion. L'impulsion subit un glissement de fréquence plus communément appelé 'Chirp', illustré sur la (figure I.10). Ce dernier est défini par :

$$\omega(t) = \omega_0 - \delta\omega(t) \quad (I.64)$$

$$\delta\omega(t) = -\frac{d}{dt}\phi_{NL}(t) \quad (I.65)$$

De cela, il en résulte une longueur caractéristique nommée L_{NL} représentant la longueur de propagation pour laquelle les effets non linéaires deviennent dominants par rapport aux effets dispersifs. Elle est donnée par :

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma(\omega_0)P_c} \quad (I.66)$$

Comme cela vient d'être démontré, le processus d'auto-modulation de phase génère une fluctuation de phase de l'impulsion mais aucun changement de son intensité voire figure (I.10). C'est la dispersion chromatique de la fibre qui transformera cette fluctuation de phase en fluctuation d'intensité.

La figure suivante illustre l'effet de la SPM sur une impulsion lumineuse se propageant dans une fibre optique.

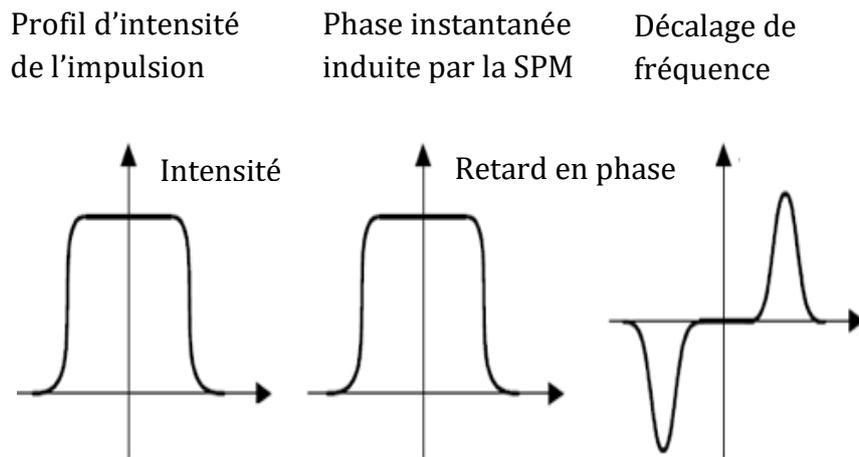


Figure. I.11 : Décalage en fréquence induit par SPM d'une impulsion [34].

Si le processus de SPM est combiné à un régime de dispersion anormal ($\beta_2 < 0, D > 0$) cela implique que les grandes longueurs d'ondes vont se propager moins vite que les plus petites. L'illustration de ce phénomène est représentée par la courbe bleue de la figure (I.11). La combinaison de ces deux effets peut mener à une compression temporelle de l'impulsion pouvant mener à une impulsion solitonique.

Mais si le processus de SPM est combiné cette fois -ci à un régime de dispersion normale ($\beta_2 > 0, D < 0$) alors les grandes longueurs d'ondes vont se propager plus vite que les plus petites (voir la courbe rouge de la figure (I.11)).

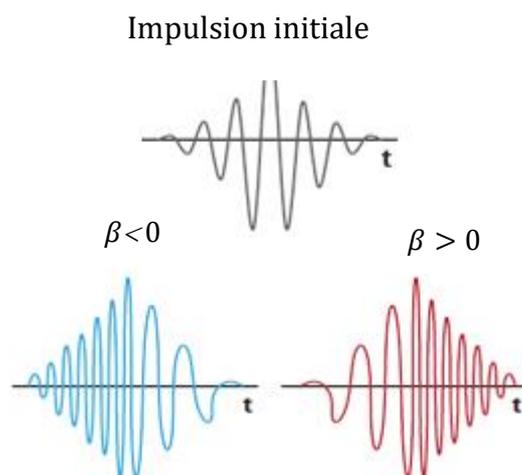


Figure. I.12 : Illustration de l'interaction des phénomènes de dispersion et de SPM au sein d'une fibre optique. Évolution du 'chirp' d'une impulsion optique 'chirpée' lors de sa propagation dans une fibre à dispersion normale (bleue) et anormale (rouge).

I.4.6. Modulation de phase croisée ou XPM (Cross Phase Modulation)

Si deux ondes intenses de longueurs d'onde différentes se propagent dans une fibre optique de longueur L chacune est susceptible d'engendrer sa propre SPM et également de subir un déphasage non-linéaire supplémentaire induit par l'autre onde. Ce phénomène s'appelle la modulation de phase croisée (noté XPM, pour Cross-phase modulation). Notons que la XPM est basée sur le même principe physique que la SPM sauf que la polarisation du milieu répond au cube du champ électrique appliqué, ceci se produit généralement dans les systèmes multiplexés. En d'autres termes, la XPM est le résultat de l'interaction non-linéaire de plusieurs ondes dans une fibre optique. Ces ondes différentes peuvent être des ondes de longueur d'onde différentes ou de même longueur d'onde mais de polarisations différentes.

Le XPM est due à la dépendance de l'indice de réfraction effectif d'une onde, non seulement de l'intensité de cette onde mais aussi de l'intensité des autres ondes en co-propagation [34].

En effet la XPM crée une modulation de phase 3 fois plus forte dans la direction de polarisation du signal pompe, que dans la direction perpendiculaire, c'est un effet limitant dans le cas des signaux multiplexés en polarisation [35, 36].

I.4.7. Effet d'auto-focalisation

Une autre conséquence de l'effet Kerr est l'auto-focalisation due à la variation de l'indice de réfraction avec l'intensité spatiale. En effet, si une onde présente une distribution transverse d'une intensité non-uniforme dans un matériau dont l'indice non linéaire est positif [37], celui-ci agit comme une lentille convergente appelée lentille de Kerr (figure I.12-a).

Si le milieu non linéaire est long ou si l'intensité est trop importante, le faisceau focalise dans le matériau en un point dit d'effondrement, représentant ainsi une source de dommages (figure I.12-b).

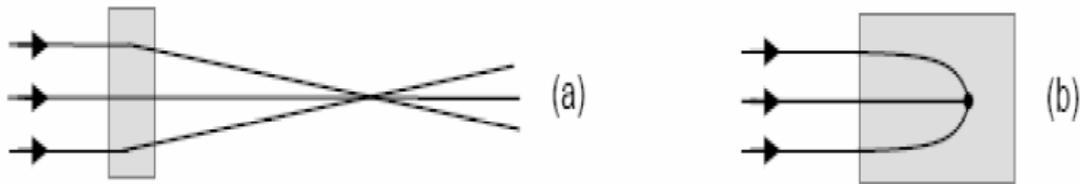


Figure. 1.13 : Auto-focalisation par l'effet Kerr [37].

L'auto-focalisation intervient toujours si la puissance de l'impulsion est supérieure à une certaine valeur appelée puissance critique de l'impulsion qui est indépendamment du diamètre du faisceau.

Rappelons que la puissance critique est caractéristique du milieu non linéaire traversé est donnée par :

$$P_{cr} = \frac{\pi(0.61)^2 \lambda^2}{8n_0 n_2} \quad (\text{I. 66})$$

Par exemple dans l'air, dont l'indice non linéaire vaut $3.2 \times 10^{-19} \text{cm}^2 \text{W}^{-1}$, la puissance critique est d'environ 3GW .

I.4.8. Effet d'auto-raïdissement

Le phénomène d'auto-raïdissement d'une impulsion ou 'self-steepening', est un processus non linéaire d'ordre supérieur à ne considérer que pour une impulsion ultracourte ($FWHM < 1 \text{ps}$) et énergétiques [3, 38, 39]. Ce processus de propagation conduit au raïdissement avant ou arrière de l'impulsion dans le domaine temporel.

Pour un indice non linéaire positif, le centre de l'impulsion se propage avec une vitesse plus faible que celle de ses fronts avant et arrière. Le front avant s'éloigne donc du centre, tandis que le front arrière s'en rapproche.

Mathématiquement, cet effet est pris en compte par la dérivée première de la polarisation non linéaire. Dans ce cas, l'équation de propagation s'écrit sous la forme [3,39] :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{3k_0}{4n_0\omega_0} \chi^{(3)} \frac{\partial(|A|^2 A)}{\partial t} - i \frac{3k_0}{8n_0} \chi^{(3)} |A|^2 A \quad (\text{I. 67})$$

I.5. Méthode de gestion des non-linéarités

Les effets non linéaires prennent une place prépondérante dans l'ingénierie des systèmes de transmission par fibres optiques notamment dans les applications longue distance. La gestion de ces effets passe par l'optimisation de la puissance à l'émission pour réduire à la fois les effets non linéaires et le bruit du système. Une autre approche consiste à utiliser une fibre d'aire effective importante pour laquelle la densité de puissance dans le cœur est réduite de manière significative. Ces approches réduisent la pénalité issue de ces effets.

Une stratégie d'amplification en ligne différente peut aussi contribuer à diminuer l'impact des effets non linéaires. L'utilisation de l'amplification distribuée (ou Raman distribuée) permet de surmonter les limitations des effets non linéaires grâce à une amplification distribuée le long de la fibre de ligne. Cette technique diminue l'amplitude de variation de la puissance par canal le long de la ligne ce qui réduit la gigue induite par les effets non linéaires.

Bien que les effets non linéaires se révèlent généralement pénalisants pour les transmissions longues distance, ils peuvent également s'avérer bénéfiques. En effet, la dispersion chromatique et les effets non linéaires ont des actions « opposées », ils ont tendance à se compenser mutuellement. Cela facilite la transmission sur des longues distances mais une ingénierie de précision doit être mise en place pour tirer le meilleur parti de ce phénomène.

I.6. Conclusion

Nous nous sommes intéressés brièvement au cours de ce chapitre à certaines notions de base sur les différents phénomènes non-linéaire existant dans les fibres optiques lors de la propagation d'une onde. En introduise la notion de polarisation et de susceptibilité non-linéaire. Ensuite, on a présenté les principaux effets linéaires et non-linéaires à prendre en compte dans les transmissions optiques qui sont, par ordre d'importance croissante : génération de la seconde et troisième harmonique, auto-modulation de phase, la modulation de phase croisé, mélange de quatre ondes, les diffusions stimulées Raman et Brillouin, et l'effet Kerr optique. Finalement, le chapitre se termine par la méthode de gestion des non-linéarités dans la fibre optique.

Références

- [1] B. Kibler, 'Propagation non linéaire d'impulsions ultracourtes dans les fibres optiques de nouvelle génération'. Thèse doctorale, institut femto-ST, P.M Duffieux, (2007).
- [2] J. Courtois. 'Les lasers et leurs applications scientifiques et medicates'. Institut d'Optique Théorique et Appliquée, (2007).
- [3] G. P. Agrawal, 'Nonlinear Fiber Optics', Academic Press. Optics and Photonics, New York, 3edition (2001).
- [4] G. Millot and P. Tchofo-Dinda. 'Encyclopedia of modern optics'. Elsevier Academic Press, (2004).
- [5] T. Sylvere, 'Amplification et conversion paramétriques, décalage suppression de fréquences, par processus Kerr et Raman dans les fibres optiques', Thèse de doctorat, L'U.F. R des Sciences et Techniques de l'université de Franche- Comte, (1999).
- [6] K. Okamoto, 'Fundamentals of optical waveguides'. New York: Academic Press (2000), p.180.
- [7] W. Demtröder, 'Lasers spectroscopy: Basic concepts and instrumentation'. Second enlarged edition, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York (1996) p.614.
- [8] I. H. Malitson. 'Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica'. *J. Opt. Soc. Am.*, 55(10), (1965).
- [9] C. Fortier, 'Génération de sources optiques fibrées très hautes cadences et caractérisations de fibres optiques microstructurées en verre de Chalcogénure', thèse de doctorat En UFR science et technique, Université de Bourgogne, (2011).
- [10] F. Drouart, 'Non-linéarité Kerr dans les fibres optiques Microstructures', Thèse doctorale en électromagnétisme, (2008).
- [11] M. Benhaddad, 'Application du laser dans le domaine de l'optique non linéaire', Mémoire présenter pour obtenir le diplôme de magister spécialité : Rayonnement et application, (2011).
- [12] R. Sutherland, 'Handbook of Nonlinear Optics'. 2nd Edition, Marcel Dekker, (2003).
- [13] R.L. Sutherland, "Handbook of non-linear optics" Ed. Dekker, New York, (1996).

- [14] V. G. Dmitriev, G. G. Gurzadyan, D. N. Nikogosyan, 'Handbook of nonlinear optical crystals'. Ed. Springer Verlag, Berlin (1991).
- [15] B. Bentria, thèse de doctorat de l'université de Batna Spécialité physique des matériaux (2005).
- [16] H. El Ouazzani, 'Propriétés optiques non-linéaires du deuxième et troisième ordre de nouveaux systèmes organiques conjugués de type push-pull', Thèse De Doctorat Spécialité Physique École Doctorale Matière, Molécules, Matériaux en Pays de la Loire (3MPL), (2012).
- [17] W. Herman, L. Hayden, 'Maker fringes revisited: second harmonic generation from birefringent or absorbing materials', J. Opt. Soc. Am. B 12 (3) 416-427 (1995).
- [18] Braun M., Bauer F., Vogtmann T., Schwoerer, J. Opt. Soc. Am. 1699-1706, (1997).
- [19] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing and P.S. Pershan, 'Interaction between light waves in a nonlinear dielectric', Phys. Rev., 127, 1918, (1962).
- [20] W. Koechner, 'Solid-State Laser Engineering. Springer Series in Optical Sciences', Springer-Verlag, 4th edition Edition, (1996).
- [21] E. Reino, thèse de doctorat de l'université de paris VI Spécialité : Sciences des matériaux (2002).
- [22] Olivier A., Laboratoire d'Optique Appliquée CNRS ENSTA (1998).
- [23] A. Sergey Ponomarenko, 'Fundamentals of Nonlinear' Optics, January 12, (2017).
- [24] L. Prigent and J.-P. Hamaide, 'Measurement of Fiber Nonlinear Kerr Coefficient by Four-Wave Mixing', IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 5, No. 9, (1993).
- [25] P.L. Francois, J.F. Bayon, F. Alard, 'Characterization procedure of fiber packaging relative to microbends', Electronics Letters 1985, Vol 21, pp.471.
- [26] D.J. Collins, J.A. Bell et R. Zanoni 'Recent progress in the measurement of temperature and salinity by optical scattering', SPIE Ocean Optics VII pp 247-269 (1984).
- [27] F. Drouart 'Non linéarité Kerr dans les fibres optiques microstructurées', these de doctorat en électromagnétisme, (2008).
- [28] J. D. Topomondzo, 'Etude des effets de biréfringence induite dans les amplificateurs optiques à semi-conducteurs Applications dans les systèmes de

- communications optiques', Thèse de doctorat, l'université de Franche-Comte, (2004).
- [29] G. P. Agrawal, 'Fibre-optic communication system', 3rd Ed., John Wiley & Sons, Inc, (2002).
- [30] Y. S. Kivshar and G. P. Agrawal, 'Optical Solitons: From Fibers to Photonic Crystals', Academic Press, San Diego, (2003).
- [31] R. W. Boyd, 'Nonlinear Optics, Academic Press', San Diego, 2 ed, (2003).
- [32] R. A. Sammut and C. Pask, 'Gaussian and equivalent-step-index approximations for nonlinear waveguides', J. Opt. Soc. Am. B, 8, pp. 395–402, (1991).
- [33] R. H. Stolen and C. LIN, 'Self-phase-modulation in silica optical fibers', Phys. Rev. A, 17, pp. 1448–1453, (1978).
- [34] T Sylvestre, 'Amplification et conversion paramétrique, par procassuskerr et Raman dans les fibres optiques', Thèse de doctorat l'université de Franche-Comte, (1999).
- [35] D. van den Borne, N. E. Hecker-Denschlag, G. D. Khoe, and H. Waardt, 'Cross phase modulation induced depolarization penalties in 2x10Gb/s polarization-multiplexed transmission', in Proc. Of European Conference on Optical Communication ECOC 2004, Stockholm, Sweden, paper Mo.4.5.5, (Sept. 2004).
- [36] A. Bononi, P. Serena and N. Rossi, 'Nonlinear limits in Single- and Dual-Polarization Transmission', IEEE/LEOS Summer Topical Meeting 2010, Acapulco, Mexico, invited paper, (2010).
- [37] N. Boumaza, 'Solitons en Optique Non Linéaire : Etude des Propriétés Physiques et Application dans le Domaine des Télécommunications', thèse de doctorat, Option : Physique Electronique et Modélisation, (2011/2012).
- [38] W.J. Tomlinson, R.H. Stolen, and A.M. Johnson, 'Optical wave-breaking of pulses in nonlinear optical fibers'. Opt. Lett. 10, p. 457, (1985).
- [39] K. Tai, A. Hasegawa, and A. Tomita, 'Observation of modulational instability in optical fibers'. Phys. Rev. Lett. 56, p.135, (1986).

Chapitre II

Généralités sur les Fibres Optiques

II.1. Bref Historique

Historiquement, le point de départ des télécommunications par fibres optiques est sans aucun doute grâce à l'invention du laser en 1960 et le développement de la fibre de qualité optique en 1970 [1, 2]. Jusqu'à cette date, la transmission de l'information était assurée à l'exception des réseaux hertziens et satellitaires par les câbles en cuivre paires torsades ou coaxiaux [3]. En 1964, le Chinois Charles K. Kao, considéré comme le père des télécommunications optiques et prix Nobel de physique en 2009, est le premier qui a suggéré la possibilité d'utiliser les fibres optiques à faible perte conjointement avec la lumière laser pour transporter des signaux lumineux sur des grandes distances [4]. Mais, à cette époque la forte atténuation de la silice (1000 dB/km) empêchait toute utilisation de guidage de la lumière sur de grandes distances. Donc, il fallait attendre une vingtaine d'année pour que la technique de transmission optique ne soit possible et c'est à partir de 1984 que l'atténuation est descendue à 0,2 dB/km pour des longueurs d'ondes proches de 1550 nm et ceci grâce à la bonne maîtrise des procédés de fabrication de la fibre de qualité optique [3].

A titre d'information, le record d'atténuation actuel est de l'ordre de 0.149 dB/km à la longueur d'onde 1550 nm [5]. Cette valeur est obtenue pour une fibre de silice pure (SiO_2) développée par une équipe Japonaise de Sumitomo Electric Industries. Il est à noter aussi que cette valeur est très proche de la limite théorique intrinsèque des matériaux à base d'oxyde de silice car l'atténuation résiduelle est due essentiellement au phénomène de diffusion Rayleigh.

Chronologiquement, les premières lignes de télécommunications optiques ainsi que de nombreuses liaisons de transfert de données modernes ont fait usage de la fibre multimodale à saut d'indice. Cependant, les impulsions optiques générées par des diodes électroluminescentes sont caractérisées par des plages spectrales très étendues, en conséquence, elles introduisent un large éventail de vitesses de propagation. Ainsi, les modes guidés auront tendance à s'élargir d'une quantité égale à la différence quadratique moyenne du temps de propagation entre les différents modes. Donc, le phénomène d'étalement temporel des impulsions optiques fut le but initial derrière l'utilisation de la fibre

à gradient d'indice approprié, qui soutiendra un large éventail des modes avec presque la même vitesse de phase, ce qui permet d'égaliser la vitesse de tous les modes. Actuellement, les fibres multimodes ne sont utilisées que pour les courtes distances ne dépassant pas les 3 km, pour lesquelles la dispersion intermodale ne pose pas de problèmes. Donc, en raison des avantages et performances significatifs offerts par la fibre monomodale, les télécommunications longues distances utilisent ce type de fibre optique.

Nous introduisons dans cette partie les concepts physiques auxquels répond la propagation d'une impulsion dans une fibre optique. En premier, nous présentons les caractéristiques physiques des différentes catégories de fibres optiques (des fibres dites standards ou conventionnelles) qui possèdent un grand nombre de propriétés remarquables qui en font un support physique excellent pour les télécommunications. La qualité d'un milieu physique pour la transmission de signaux se fonde sur deux principaux facteurs qui sont l'atténuation et la dispersion ainsi que d'autres effets associés à la propagation de la lumière au sein du milieu matériel. Nous présenterons également l'influence des non linéarités et des dispersions ainsi que l'exemple de la modélisation de la propagation d'une impulsion dans une fibre optique. Ceci reviendra principalement à l'étude de l'équation de Schrödinger non linéaire gouvernant cette propagation non linéaire.

Ce chapitre n'a rien d'exhaustif, il pourra être complété par la lecture d'ouvrages spécialisés ou de manuscrits de thèses tels que ceux des références suivantes [6, 7, 8, 9, 10]. Ce chapitre est consacré à l'état de l'art.

II.2. Fibre optique : caractéristiques et limitations physiques

II.2.1. Structure

La fibre optique est un guide d'onde qui exploite les propriétés réfractrices de la lumière. Habituellement constitué d'un cœur entouré d'une gaine, sa composition la plus fréquente est de la silice fondue (SiO_2).

La figure (II.1) présente un schéma de conception d'une fibre optique standard.

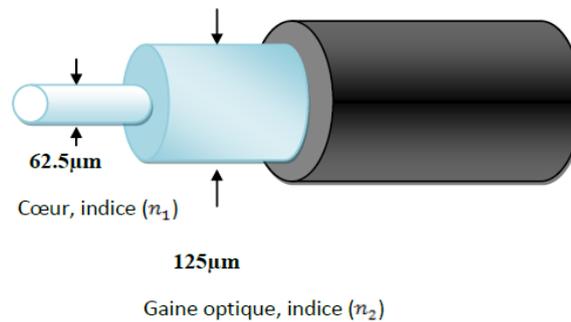


Figure II.1 : Représentation schématique d'une fibre optique [11].

La fibre optique qui se présente comme un fil fin de verre et en réalité constituée d'un cœur cylindrique en matériau transparent d'indice de réfraction noté n_1 est entouré d'une gaine concentrique constituée d'un matériau ayant un indice de réfraction n_2 inférieur à n_1 (voir la figure (II.1)). La différence d'indice, notée Δn est simplement obtenue par l'ajout de dopants à la composition de base de la fibre (la silice). Cette différence d'indices est donnée par $\Delta n = n_c - n_g$ qui pour des fibres standards est de l'ordre de 10^{-3} . Ainsi, grâce à cette différence d'indices, la lumière est confinée et subie une réflexion totale sur les parois internes de la fibre optique.

La fibre est protégée extérieurement par un revêtement dit primaire, réalisé en générale par un matériau plastique.

II.2.2. Fabrication [12]

La première étape de conception d'une fibre optique standard est la réalisation d'une préforme en silice (SiO_2) très pure, présentant très peu de pertes optiques, pouvant atteindre plusieurs centimètres de diamètre.

Il existe deux familles de méthodes pour la conception de la fibre optique. La première est appelée méthode interne, elle consiste à déposer à l'intérieur d'un tube de silice un matériau vitreux et à rétreindre cette structure dans le but d'obtenir une préforme. Il y a par exemple, les techniques de dépôts chimiques en phase vapeur (MCVD), ou encore de dépôts chimiques de plasma en phase vapeur (PCVD).

La seconde méthode est externe ou le matériau est déposé sur un mandrin en rotation par un procédé d'hydrolyse à la flamme, comme présenté par la figure (II.2.a). Le rétreint est effectué après retrait du mandrin en même temps que la vitrification du matériau. L'hydrolyse à la flamme (HALF), ou le dépôt axial en phase vapeur (VAD) font partie de ces méthodes externes.

Les figures (II.2) illustrent la fabrication d'une fibre optique standard. La préforme est un barreau de verre issu d'un assemblage concentrique d'un tube et d'une barre de verre contenant des dopants. Suivant les propriétés intrinsèques (longueur d'onde du zéro de dispersion, indice du matériau...) souhaitées pour la future fibre optique, la composition au centre du barreau est adaptée de façon à modifier l'indice de réfraction du verre.

Dans le but d'obtenir une homogénéité de ce barreau, une étape consistant à sa chauffe est pratiquée. Grâce à cette étape, il existe une liaison quasi parfaite entre le cœur et la gaine de la future fibre optique.

Cette préforme conçue, l'étape d'étirage peut alors être mise en place. Cette étape va permettre l'obtention d'une bobine de fibre de diamètre constant sur une très longue distance. Cette phase de mise en œuvre est représentée sur la figure (II.2.b). Le barreau subit un étirage, en plaçant son extrémité dans un four porté à une température constante proche de 2000°C. Le barreau est transformé en une fibre de plusieurs centaines de kilomètres, à une vitesse de l'ordre du kilomètre par minute.

La fibre est ensuite revêtue d'une double couche de résine protectrice avant d'être enroulée sur une bobine. Par exemple une préforme de 10 cm de diamètre mesurant 1 m de longueur correspond à une bobine de fibre standard monomode d'environ 150 km.

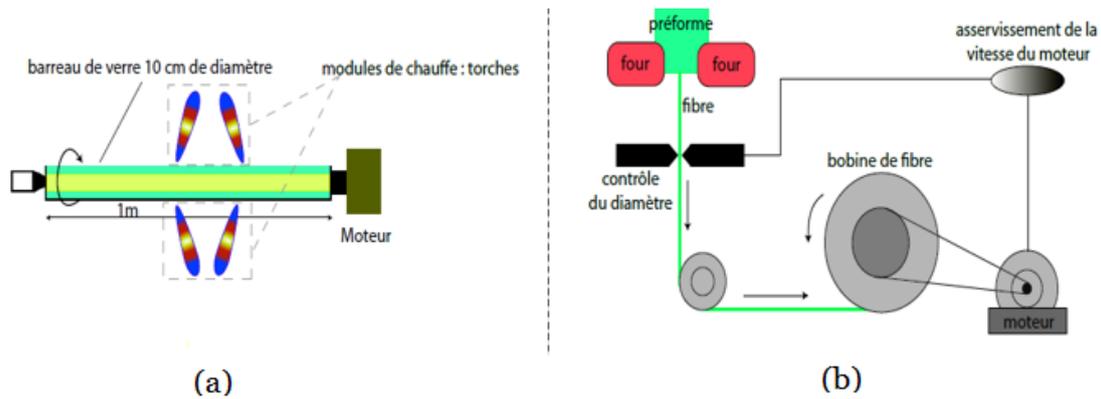


Figure II.2 : Illustration des étapes de fabrication d'une fibre optique standard. a) Étape de chauffe b) Étape d'étirage et de conception d'une bobine de fibre optique [12].

II.2.3. Principe de guidage de la lumière

Les principes de guidage de la lumière sont bien connus depuis l'antiquité grâce aux fontaines lumineuses de l'Égypte antique. Ces fontaines ont été rendues célèbres suites aux travaux scientifiques du physicien Swiss Daniel Colladon (1840) et du physicien Irlandais John Tyndall (1870), qui ont démontré expérimentalement que la réflexion totale interne de la lumière dans un jet d'eau permettait un guidage de celle-ci à l'intérieur de ce jet d'eau. Ce même principe constitue aujourd'hui la base de fonctionnement des fibres optiques utilisées dans les systèmes de communications modernes. Le principe est simple, en se basant sur l'optique géométrique, la deuxième loi de Snell-Descartes (II.1) nous permet d'expliquer, grâce à la notion de la réflexion totale interne, le principe de guidage de la lumière [13].

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \quad (\text{II.1})$$

Où i, r sont, d'après le schéma de la figure (II.3), les angles d'incidence et de réfraction par rapport à la normale N , respectivement.

Mathématiquement et d'après l'équation (II.1), cette loi nous montre qu'un rayon lumineux s'écarte de la normale en passant d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent ($n_1 > n_2$). A la valeur de $r = 90^\circ$, l'angle d'incidence atteint l'angle limite $i_l = \arcsin(n_2/n_1)$ de sorte que le rayon réfracté émerge de façon rasante. Au-delà de cet angle critique, le rayon réfracté est complètement réfléchi, on parle alors de la réflexion totale interne, figure (II.3, a). De cette façon, tous les rayons lumineux qui arrivent à l'interface cœur-gaine avec un angle d'incidence égale ou supérieur à i_l seront guidés en

subissant des réflexions internes totales multiples, alors que les autres rayons seront perdus (ou réfractés) dans la gaine, constituant ce qu'on appelle les modes de gaine ou de fuites, figure (II.3).

L'intérêt de ce phénomène est à la base du guidage de la lumière par les jets d'eau dans les fontaines lumineuses et dans tout autre guide d'onde tel que la fibre optique. On note, aussi, que la quantité de lumière injectée dans la fibre dépend de l'ouverture de l'angle d'incidence α_{max} , dont le sinus est appelé ouverture numérique de la fibre.

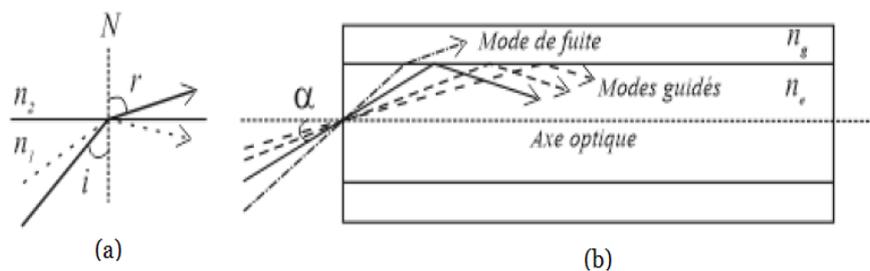


Figure II.3 : Principe de guidage de la lumière dans une fibre optique [14].

II.2.4. Classification des fibres optiques

On rencontre trois catégories de fibres optiques :

Les fibres multimodes à saut d'indice (figure II.4) dont le cœur est homogène. Le guidage est obtenu par réflexions totales sur l'interface avec la gaine. Cette fibre provoque de par l'importante section de son cœur, une grande dispersion des signaux qui la traversent, ce qui génère une déformation du signal reçu.

Les fibres multimodes à gradient d'indice (figure II.4). La valeur de l'indice du cœur décroît depuis l'axe jusqu'à l'interface avec la gaine. Le guidage est obtenu grâce à la courbure des rayons due à l'inhomogénéité du milieu ; On s'approche ainsi d'une égalisation des temps de propagation, ce qui veut dire que l'on a réduit la dispersion modale. Ce type de fibre présente une bande passante typique de 200 – 1500Mhz par km, on les retrouve à l'intérieur des bâtiments et entre certains sites.

Les fibres monomodes présentées par la (figure II.4) sont des fibres à saut d'indice dont le diamètre de cœur est très réduit : son ordre de grandeur est celui de la longueur d'onde du rayonnement qui se propage. La dispersion modale devient quasiment nulle. La bande passante transmise est presque infinie (> 10 GHz/Km). Cette fibre est utilisée essentiellement pour les sites à distance. Le petit diamètre du cœur (10µm) nécessite une grande puissance d'émission, dont des diodes laser qui sont relativement onéreuse [15].

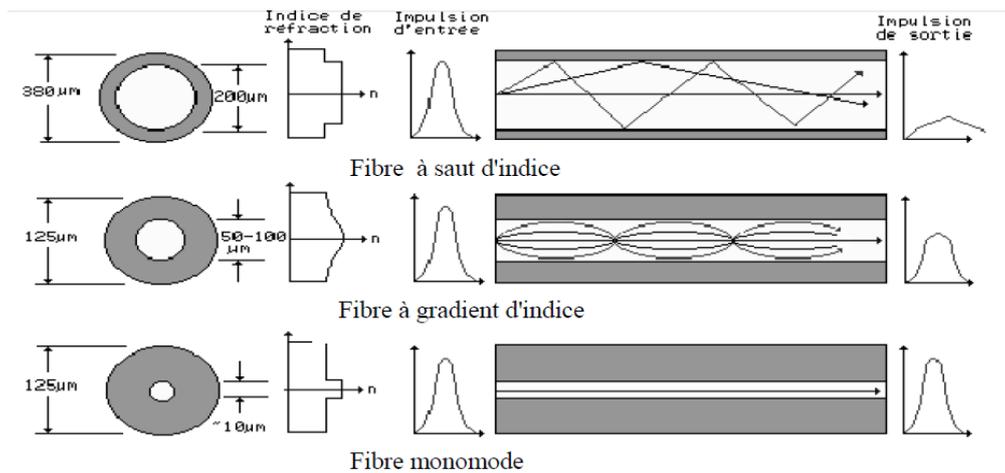


Figure II.4 : Propagation de la lumière dans les trois types de fibres [16].

II.2.5. Caractérisation de la fibre optique

La fibre optique est caractérisée par plusieurs paramètres qui sont déterminés à partir de ses différents types. Les quatre paramètres les plus importants sont :

II.2.5.1. Ouverture numérique d'une fibre optique

La réflexion totale interne au sein de la fibre suivant la loi Snell-Descartes sur les interfaces air-cœur, cœur-gaine est donnée par l'équation suivante : $\sin(\alpha_{max}) \geq n_g/n_c$. L'angle limite d'acceptance est défini par $\sin(\alpha_{max}) = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$. Elle est directement liée à l'ouverture du cône d'acceptance des rayons lumineux critiques conduisant encore juste à une réflexion totale, comme le montre la figure suivante :

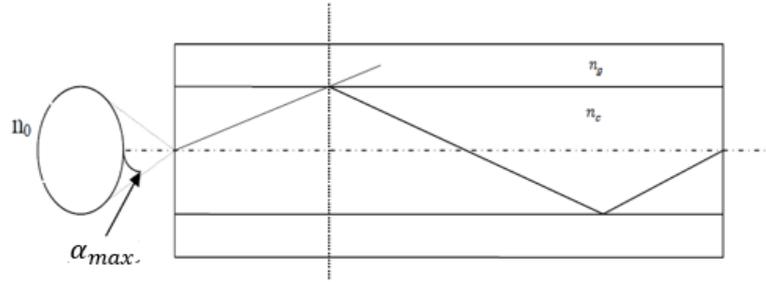


Figure II.5 : L'ouverture numérique d'une fibre optique [17].

Donc, quel que soit le type de fibre [17] :

$$ON = \sin(\alpha_{max}) = \sqrt{n_c^2 - n_g^2} \quad (\text{II. 2})$$

L'ouverture numérique d'une fibre optique quantifie la capacité qu'une fibre à récolter la lumière. Lorsqu'un rayon lumineux arrive sur le cœur de la fibre avec un angle inférieur à α_{max} , celui-ci se trouve dans l'angle d'acceptance et subira une réflexion totale au sein de la fibre donnant lieu au processus de guidage.

II.2.5.2. L'atténuation des fibres optiques

Dans des conditions générales, le principal atout des fibres optiques est une atténuation extrêmement faible. Cette atténuation, dépendante de la longueur d'onde, connaît un minimum autour de 1550 nm, ce qui fait de cette plage de longueurs d'ondes la plage privilégiée pour les communications optiques. Les changements de la puissance optique moyenne P d'une impulsion qui se propage à l'intérieur d'une fibre optique sont régis par la loi de Beer-Lambert :

$$\frac{dP}{dz} = -\alpha P \quad (\text{II. 3})$$

Soient P_0 et P_L les puissances à l'entrée et à la sortie d'une fibre de longueur L . L'atténuation linéaire se traduit alors par une décroissance exponentielle de la puissance en fonction de la longueur de fibre : $P_L = P_0 e^{-\alpha L}$ où α représente le coefficient d'atténuation linéaire. On utilise souvent le coefficient α_{dB} exprimé en $[dB][km]^{-1}$ et relié à α par :

$$\alpha(dB/km) = -\frac{10}{L} \log\left(\frac{P_L}{P_0}\right) \approx 4.343\alpha \quad (\text{II. 4})$$

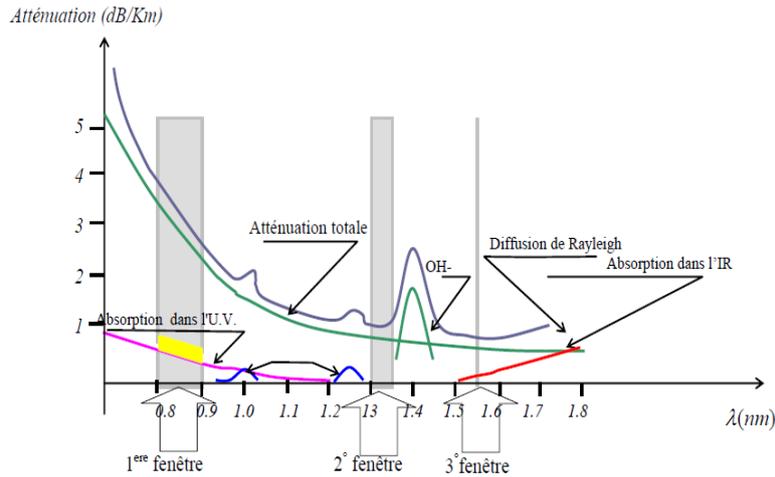


Figure II.6 : Atténuation intrinsèque de la fibre optique [18].

La figure (II.6) montre le spectre des pertes d'une fibre en silice. Le minimum des pertes est obtenu près de la longueur d'onde de $1,55\mu\text{m}$, soit environ $0,22\text{dB}/\text{km}$. Par contre il y a des pertes considérables pour les courtes longueurs d'ondes.

La contribution de plusieurs paramètres dans le spectre de pertes peut être notée avec les effets de l'absorption du matériel et la diffusion de Rayleigh. La silice a une résonance électrique dans la région ultraviolet et une résonance vibrationnelle au-delà de la région infrarouge (au delà de $2\mu\text{m}$). Cependant, une petite élévation d'impureté peut conduire à une absorption significative. Dans le côté pratique, les plus importantes impuretés qui affectent les pertes dans la fibre sont les ions OH^- . Le pic visible sur la figure ci-dessus, près de $1,4\mu\text{m}$, est dû à la méthode de fabrication des fibres et n'est nullement une limite théorique, puisque de nouvelles recherches ont abouties au développement d'un procédé de fabrication de fibre monomode diminuant très fortement le pic de OH^- à $1,4\mu\text{m}$, ce qui ouvre une quatrième fenêtre optique et permettra l'exploitation de nouvelles longueurs d'ondes entre $1,3$ et $1,55\mu\text{m}$. Ces fibres sont connues sous le nom de ARWaves [17].

Les systèmes de transmission tiennent compte de cette courbe d'atténuation, afin d'utiliser les fibres optiques dans des intervalles dits fenêtres optiques plus convenant quant aux effets de l'atténuation. A cet effet, la technologie des fibres, les dispositifs d'émission et de réception sont optimisés pour leur utilisation dans les fenêtres suivantes :

- Première fenêtre : $800 < \lambda < 900 \text{ nm}$.
- Deuxième fenêtre $\cong 1300 \text{ nm}$.
- Troisième fenêtre : $1550 < \lambda < 1600 \text{ nm}$.

II.2.5.3. Longueur d'onde de coupure

L'étude de la propagation des impulsions dans un guide d'onde fait apparaître la notion de modes de propagation, quantifiée par les paramètres du guide. Ainsi, le nombre des modes discrets dans une fibre optique est déterminé par la fréquence normalisée. Celle-ci est obtenue dans le cadre de la résolution de l'équation de propagation (II.4). Dans une fibre optique, en appliquant les conditions aux limites cœur-gaine, on définit la fréquence spatiale normalisée V comme suit [19] :

$$V = \alpha k_0 \sqrt{n_c^2 - n_g^2} = \alpha \frac{2\pi}{\lambda} n_c \sqrt{2\Delta} \quad (\text{II. 5})$$

Où k_0 représente le vecteur d'onde dans le vide et λ est la longueur d'onde, a est le diamètre du cœur, $\Delta = (n_c - n_g)/n_c$ est la différence relative entre l'indice de réfraction du cœur et de la gaine respectivement.

D'après l'équation (II.6), on remarque que la fréquence normalisée dépend, d'une part, des paramètres opto-géométriques de la fibre, tels que les indices de réfraction et les diamètres du cœur et de la gaine respectivement, d'autre part, de la longueur d'onde considérée. Donc, à partir de la valeur numérique de V on peut déterminer si la fibre est monomode ou multimodale. Numériquement, si $V < 2.405$, un seul mode peut se propager dans la fibre, c'est le mode fondamental HE_{11} , souvent désigné par LP_{01} (pour linearly polarized), et la fibre est dite monomode. Pour $V > 2.405$, plusieurs modes peuvent se propager et la fibre est dite multimodes. En conséquence, puisque le paramètre V détermine le nombre de modes pris en charge par la fibre, le régime de fonctionnement de la fibre peut être déterminé en connaissant la longueur d'onde de coupure λ_c définie comme étant la longueur d'onde au-delà de laquelle le régime est uni-modal [20] :

$$\lambda_c = \alpha \frac{2\pi}{2.405} \cdot ON \quad (\text{II. 6})$$

Où a représenté le diamètre du cœur de la fibre.

II.2.5.4. La bande passante

Elle représente la fréquence maximale de transmission des impulsions. Elle est limitée par la dispersion modale et la dispersion intrinsèque du matériau. La bande passante pour une longueur de fibre L est donnée par la relation suivante :

$$BP = \frac{L}{\Delta\tau_1 + \Delta\tau_2} \quad (\text{II. 7})$$

Où $\Delta\tau_1$ représente le retard temporel entre le rayon le plus incliné ($\theta = \theta_c$) et le rayon parallèle à l'axe ($\theta = 0^\circ$) avec θ_c est l'angle critique et $\Delta\tau_2$: le retard temporel résultant d'une variation de la longueur d'onde en fonction de l'indice due à la dispersion intrinsèque du matériau.

II.2.6. Modes guidés et modes de fuite

Naturellement, la lumière laser injectée à l'entrée de la fibre occupe toujours une plage spectrale quel que soit le degré de sa monochromaticité. Schématiquement, le modèle géométrique montre que cette lumière adopte différents chemins optiques pour arriver au bout de la fibre. Dans ce cas, chaque trajet représente un mode de propagation. En d'autres termes, les modes guidés sont les champs électriques et magnétiques solutions de l'équation de propagation (II.8), dont la forme est une onde progressive le long de l'axe de la fibre. L'équation de propagation scalaire (II.8) est déduite à partir des équations de Maxwell.

$$(\Delta + k^2) \begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{II. 8})$$

$k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ est le vecteur d'onde et $\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ est le Laplacien.

Les solutions de l'équation de propagation (II.8) sont de la forme :

$$E = e(r, \varnothing) \exp[-i(\omega t - \beta z)] \quad (\text{II. 9})$$

$$H = h(r, \varnothing) \exp[-i(\omega t - \beta z)] \quad (\text{II. 10})$$

Où $e(r, \varnothing)$ et $h(r, \varnothing)$ représentent les fonctions de distribution radiale d'amplitudes du champ électromagnétique, et β est la constante de propagation suivant l'axe (oz).

Les solutions (II.9) et (II.10) sont appelées les modes de propagation dans la fibre optique. On distingue deux types : les modes guidés dont le champ électromagnétique est nul à l'infini, dans le cas contraire les modes obtenus sont dits de fuite. Comme les équations régissant la dynamique de propagation sont de nature vectorielle, cela implique que les solutions modales peuvent avoir des composantes longitudinales. Donc, au lieu d'obtenir des modes transversaux purs (ondes planes), on obtient soit des modes transverses électriques TE_{lm} dont la composante électrique $E_z = 0$ et $H_z \neq 0$, soit des modes transverses magnétiques TM_{lm} dont la composante magnétique $H_z = 0$ et $E_z \neq 0$.

Dans le cas où les deux composantes du champ électromagnétique ne sont pas nulles dans la direction z , on obtient des modes hybrides : électrique magnétique (EH_{lm}) ou magnétique électrique (HE_{lm}) suivant la prédominance du champ électrique ou magnétique respectivement. Dans tous les cas, la répartition transverse de l'énergie transportée par le champ modale est intimement liée à ce qu'on appelle "aire effective" de la fibre optique.

II.3. La gestion de l'atténuation pour les systèmes à solitons optiques

En général les solitons idéaux ne peuvent exister que si la fibre présente une atténuation nulle. Cette condition n'est évidemment pas remplie par les fibres réelles. Malgré les progrès techniques pour réduire l'atténuation (qui est de l'ordre de 0.19 dB/km pour la fibre LEAF de Corning) [21], l'atténuation ne peut en aucun cas être considérée comme nulle. Une gestion de l'atténuation s'avère donc indispensable pour assurer la stabilité des solitons.

Le principe de la gestion de l'atténuation consiste à mettre en place des mécanismes de compensation adéquats qui tiennent compte de la diminution de la puissance du soliton au fur et à mesure qu'il se propage dans la fibre. Pour ce faire, deux approches sont possibles.

La première consiste à compenser les pertes en jouant sur la dispersion chromatique. Si la dispersion chromatique est constante, une diminution de la puissance du soliton entraîne une augmentation progressive de la largeur du soliton, car l'équilibre entre auto-modulation de phase et dispersion chromatique n'est pas conservé. Pour conserver cet équilibre, il faut que la

dispersion chromatique décroisse dans la fibre de la même manière que la puissance, c'est-à-dire de façon exponentielle. Il faut que la fibre présente une dispersion chromatique telle que [21] :

$$|\beta_2(z)| = |\beta_2(0)| e^{-\alpha z} \quad (\text{II. 11})$$

Bien qu'il soit possible de construire ce type de fibres (connues sous le nom de fibres DDF -Dispersion Decreasing Fibers), son déploiement commercial reste limité. Cette contrainte impose donc d'emblée des limites à cette technique.

La deuxième possibilité est la compensation des pertes par l'amplification. Elle utilise l'amplification distribuée Raman ou des amplificateurs à fibre dopée à l'erbium (EDFA). C'est la méthode la plus facile à mettre en œuvre en pratique. Dans le cas de l'utilisation des EDFAs, il faut concevoir le système de telle façon que la distance entre amplificateurs soit inférieure à la distance caractéristique de la dispersion ($L_{amp} < L_D$ voir [21]).

Pour les systèmes à solitons, l'amplification Raman distribuée présente des avantages significatifs par rapport à l'amplification discrète vis-à-vis du contrôle de la gigue. Un autre avantage est que les puissances de pompe nécessaires sont relativement faibles (de l'ordre de 100 mW à une longueur d'onde de 1450 nm). Ces pompes sont placées périodiquement sur la longueur de liaison. L'efficacité de cette méthode a été déjà démontrée au milieu des années 80 où une transmission de 4000 km a été réalisée [22].

Ces deux techniques permettent de combattre les effets d'instabilité liés à l'atténuation. Mais la seule gestion de l'atténuation ne suffit pas. En effet, le succès de la technique passe par l'utilisation des lignes existantes. La possibilité de transmettre des ondes solitons sur des lignes avec des tronçons de compensation de la dispersion a ouvert les portes au développement de cette technologie [22].

II.4. Equation de Propagation non linéaire des impulsions dans la fibre optique

II.4.1. Equations de Maxwell

L'étude de la propagation d'une impulsion dans un milieu matériel doit prendre en compte les interactions entre le champ électromagnétique et le milieu. L'approche classique que nous considérons s'appuie sur les équations de Maxwell. En présence d'un milieu matériel, Maxwell regroupa toutes ses idées sur les ondes électromagnétiques, leur description et leurs interactions dans ses quatre célèbres équations constitutives dont voici l'expression dans un milieu dépourvu de charges (absence de charges électriques et de courant électrique). [23]. Les équations de Maxwell étant largement expliquées et justifiées dans de nombreux travaux [24, 25,26] :

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (\text{II. 12})$$

$$\nabla \times H = \frac{\partial D}{\partial t} \quad (\text{II. 13})$$

$$\nabla \cdot D = 0 \quad (\text{II. 14})$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (\text{II. 15})$$

E représente le champ électrique (Volt/m), D est le déplacement (ou induction) électrique (Coulomb/m²), B est le champ (ou induction) magnétique (Webber/m²) et H est l'excitation (ou champ) magnétique (Ampère/m).

Dans un milieu diélectrique, la réponse du milieu aux excitations $\vec{E}(\vec{r}, t)$ et H est donnée par les relations suivantes :

$$D = \varepsilon_0 E + P = P_L + P_{NL} \quad (\text{II. 16})$$

$$B = \mu_0 H \quad (\text{II. 17})$$

Où μ_0 est la perméabilité du vide, ε_0 est la permittivité du vide et P_L et P_{NL} représentent respectivement les polarisations linéaires et non-linéaire du milieu de propagation.

En combinant les quatre équations précédentes (II. 12), (II. 13), (II. 14) et (II. 15), nous obtenons les équations de propagation pour les champs E et H [27] :

$$\nabla \times \nabla \times E = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial(P_L + P_{NL})}{\partial t^2} \quad (\text{II.18})$$

c étant la vitesse de la lumière dans le vide. En utilisant la propriété $\nabla \times \nabla \times E = \nabla(\nabla \cdot E) - \nabla^2 E = -\nabla^2 E$ où nous avons considéré l'indice de réfraction indépendant des coordonnées spatiales, (II.18) devient :

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial P_L}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial P_{NL}}{\partial t^2} \quad (\text{II.20})$$

L'équation (II.20) est l'équation de propagation non-linéaire, sa partie gauche représente l'équation d'onde homogène de la propagation des ondes électromagnétique dans le vide, tandis que la partie droite décrit les modifications à la propagation générée par l'effet de l'interaction entre la lumière et la matière [28].

II.4.2. Equation de Schrödinger non linéaire

L'équation de Schrödinger non linéaire (ESNL) apparait dans divers contextes physiques pour décrire la propagation des ondes non linéaires. Elle est d'une importance particulière dans la description des effets non linéaires dans les fibres optiques, où elle régit la dynamique de propagation des impulsions laser dans une fibre optique caractérisé par une faible non linéarité et une forte dispersion [29]. L'ESNL décrit aussi, la propagation des ondes d'eau dans la surface libre d'un fluide parfait et la propagation des ondes dans les plasmas [30]. La nomination de L'ESNL revient à la similitude qu'elle montre avec l'équation bien connue dérivée par Erwin Schrödinger, qui est l'une des bases de la théorie quantique qui décrit le comportement d'une particule dans un potentiel arbitraire. Contrairement à cela, l'ESNL est basée sur la théorie de Maxwell classique et elle décrit le comportement des paquets d'ondes dans un environnement non linéaire [31].

Supposons une impulsion lumineuse se propageant dans une fibre optique suivant la direction z et possédant un champ électrique $A(r, t)$, en prenant en compte que l'enveloppe du signal varie plus lentement que sa porteuse optique $E(r, t)$ et notons aussi que (ω_0, β_0) sont sa fréquence et sa constante de propagation successive, dans ce cas le champ E peut s'exprimer par :

$$E(r, t) = \frac{1}{2} \hat{x} [E(r, t) \exp(-i\omega_0 t) + c. c.] \quad (\text{II. 21})$$

Où \hat{x} correspond au vecteur de polarisation unitaire du champ électrique, et $E(r, t)$ est l'enveloppe du champ qui module la porteuse optique oscillant à la fréquence ω_0 . Finalement le terme *cc* (complexe conjugué) exprime le fait que le champ physique correspond à la partie réelle du vecteur E . Ce champ peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$E(r, t) = \frac{1}{2} \hat{x} [F(r, \theta) A(t, z) \exp(-i\omega_0 t - \beta_0 z) + c. c.] \quad (\text{II. 22})$$

Où $F(r, \theta)$ est la distribution spatiale du champ sur la section transversale de la fibre en coordonnées cylindriques (associée au concept de mode de propagation) et $A(t, z)$ est l'évolution de l'enveloppe du champ électrique dans la fibre. Finalement le terme $e^{-i(\omega_0 - \beta_0 z)}$ exprime le déphasage du signal au fur et à mesure qu'il se propage.

Nous exprimons ensuite le vecteur d'induction électrique D d'une manière plus explicite en faisant intervenir les composantes du champ E ainsi que les caractéristiques physiques du milieu de propagation. Ce vecteur s'exprime sous la forme [32] :

$$D = P_L + P_{NL} = \varepsilon E + P_{NL} = \varepsilon_0 \left(n + n_2 |E|^2 - i \frac{\alpha}{k} \right)^2 E \quad (\text{II. 23})$$

Où α est le coefficient d'atténuation de la fibre, n est l'indice de réfraction du cœur de la fibre qui dépend de la fréquence, n_2 est l'indice non linéaire de la fibre qui est le responsable des effets non-linéaires induits par l'effet Kerr, k est la constante de propagation du signal dans le vide qui s'exprime par $k = \omega_0, c$ et ε_0 qui correspond à la constante de permittivité du vide.

Dans l'équation (II.23) nous avons supprimé la dépendance explicite des vecteurs E et D par rapport au temps et l'espace pour plus de clarté. Dans (II.23) nous pouvons identifier clairement les termes associés à la polarisation linéaire et non-linéaire, dont les expressions sont :

$$\varepsilon E = \varepsilon_0 \left(n^2 - i 2n \frac{\alpha}{k} \right) E \quad (\text{II. 24})$$

$$P_{NL} = 2 \varepsilon_0 n n_2 |E|^2 E \quad (\text{II. 25})$$

En remplaçant (II.22) dans (II.24) et (II.25) dans l'équation (II.20) où on a fait au préalable un changement de système de coordonnées circulaires pour mieux adapter la description à la symétrie circulaire de la fibre, nous obtenons :

$$\nabla^2 E = \frac{1}{2} \left\{ \left[A \left(\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} \right) + F \left(-i2\beta_0 \frac{\partial A}{\partial z} - \beta_0^2 A \right) \right] e^{i(\omega_0 t - \beta_0 z)} + c.c \right\} \hat{x} \quad (\text{II. 26})$$

Et

$$\mu_0 \frac{\partial^2 \varepsilon E}{\partial t^2} = -\frac{1}{2} k^2 \left(n^2 - i2n \frac{\alpha}{k} \right) \{ F A e^{i(\omega_0 t - \beta_0 z)} + c.c \} \hat{x} \quad (\text{II. 27})$$

$$\mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2} = -\frac{1}{2} n n_2 |E|^2 \{ F A e^{i(\omega_0 t - \beta_0 z)} + c.c \} \hat{x} \quad (\text{II. 28})$$

À partir des relations (II.24) et (II.28), l'équation de propagation s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + (k^2 n^2 - \beta_0^2) F \right] A \\ & + \left[-i2\beta_0 \frac{\partial A}{\partial z} - i2kn\alpha A + 2k^2 n n_2 |E|^2 A \right] F = 0 \end{aligned} \quad (\text{II. 29})$$

Le premier membre de l'équation (II.29) décrit la distribution spatiale du champ à l'intérieur de la fibre (modes de propagation). Il est clair qu'à cause du caractère confiné de ce champ, chaque mode se propage avec des vecteurs d'ondes différents à ceux de l'espace libre, donc cette équation doit être corrigée pour tenir compte de ces variations [33].

Cette équation décrit à la fois la répartition spatiale du champ électrique ainsi que son évolution temporelle. Les changements de l'indice de réfraction induits par l'effet Kerr pourraient, a priori, changer la distribution modale des champs, mais vu la faible amplitude de tels changements de l'indice ($\sim 10^{-6}$) on a tendance à le négliger. Par contre, ses effets sur la distorsion temporelle de l'enveloppe optique, lors de la propagation des impulsions au long de la fibre, doivent être pris en compte.

Finalement l'équation (II.29) nous permet de décrire la distribution spatiale du champ à l'intérieur de la fibre

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + (k^2 n^2 - \beta_0^2) F = 0 \quad (\text{II. 30})$$

Et l'évolution temporelle des impulsions

$$(\beta^2 - \beta_0^2) F A + \left[-i2\beta_0 \frac{\partial A}{\partial z} - i2kn\alpha A + 2k^2 n n_2 |F|^2 |A|^2 A \right] F = 0 \quad (\text{II. 31})$$

En multipliant cette dernière équation par la fonction conjuguée de $F (F^*)$ et en intégrant sur l'aire transversale de la fibre nous obtenons

$$(\beta^2 - \beta_0^2) A + -i2\beta_0 \frac{\partial A}{\partial z} - i2kn\alpha A + 2k^2 n n_2 \eta |A|^2 A = 0 \quad (\text{II. 32})$$

η étant défini par :

$$\eta = \frac{1}{A_e} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\infty |F|^4 r dr d\theta}{\int_0^{2\pi} \int_0^\infty |F|^2 r dr d\theta} \quad (\text{II. 33})$$

Pour le mode fondamental HE_{11} , η prend des valeurs autour de 1/2 pour des fibres avec des valeurs de la fréquence normalisée v comprises entre 1,5 et 2,4. Cela correspond aussi à l'inverse de l'aire effective de la fibre, c'est à dire l'aire sur laquelle se trouve la plupart de l'énergie du mode transmis. Par la suite nous utiliserons l'approximation de faible guidage ($\beta \approx \beta_0 \approx kn$) qui est raisonnable pour la plupart des fibres utilisées dans les réseaux de télécommunications. Le terme non-linéaire sera caractérisé par le paramètre γ qui traduit la "force" de l'effet Kerr dans la fibre pour des conditions de propagation spécifiques. Ce paramètre non-linéaire est défini par [33] :

$$\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{c A_e} \quad [1/w.km] \quad (\text{II. 34})$$

De cette façon l'équation (II.32) devient :

$$(\beta^2 - \beta_0^2) A - i \frac{\partial A}{\partial z} - i\alpha |A|^2 A = 0 \quad (\text{II. 35})$$

Nous supposons ici que l'enveloppe optique $A(z, t)$ varie lentement dans l'espace et dans le temps. Sous cette condition, le spectre de l'impulsion ainsi que l'ensemble de ses nombres d'onde sont alors respectivement centrés autour, et proches de ω_0 et β_0 de sorte que, nous pouvons nous permettre de

développer la constante de propagation β en une série de Taylor autour de la fréquence de la porteuse optique [7, 34] (l'équation (I.15) dans le chapitre I).

En remplaçant (I.15) dans (II.35) et en ne prenant en compte que le développement jusqu'au deuxième ordre, l'évolution de l'enveloppe optique sera décrite par l'expression suivante :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} - \beta_1 (\omega - \omega_0) A - \frac{1}{2} \beta_2 (\omega - \omega_0)^2 A + i \alpha A - \gamma |A|^2 A = 0 \quad (\text{II. 36})$$

En posant que $B = \beta(\omega) - \beta_0$, $\beta_1 = \left(\frac{\partial \beta}{\partial \omega} \right)_{\omega_0}$ l'inverse de la vitesse de groupe et $\beta_2 = \left(\frac{\partial^2 \beta}{\partial \omega^2} \right)_{\omega_0}$ le coefficient de GVD à ω_0 et $\gamma = \left(\frac{\partial \beta}{\partial |E|^2} \right)_{|E|=0}$ représente le coefficient de non linéarité qui s'exprime d'après l'équation (I.15).

Nous pouvons associer les termes en ω à des dérivés temporels. En utilisant les propriétés de la transformation de Fourier (TF) pour que B équivaut à $\frac{\partial}{\partial z}$ l'opérateur spatial et $i(\omega - \omega_0)$ à $\frac{\partial}{\partial t}$ $-(\omega - \omega_0)^2$ à $\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ les opérateurs temporels.

Nous pouvons réécrire l'équation (II.36) entièrement dans le domaine temporel comme suit

$$i \left[\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \alpha A \right] - \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (\text{II. 37})$$

En utilisant un système de coordonnées qui se déplace à la vitesse de groupe de l'impulsion $v_{gr} = 1/\beta_1$, cette équation peut être simplifiée davantage par le changement de variables suivant : $A(t, z) = A(\tau, z)$ où $\tau = t - \frac{z}{v_g}$ est le temps mesuré dans le repère de l'impulsion, donc le temps réel t .

Ainsi, l'équation (II.37) va s'écrire sous la forme habituelle connue et appelée dans la plupart des ouvrages dans ce domaine « équation de Schrödinger non-linéaire » du fait de sa similitude avec l'équation de Schrödinger connue dans le domaine de la mécanique quantique [6] :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (\text{II. 38})$$

Cette équation permet de décrire l'évolution temporelle des impulsions au fur et à mesure qu'elles se propagent dans la fibre optique. Dans cette équation, les principaux phénomènes sont l'atténuation, la dispersion chromatique et l'effet Kerr. Il est aussi possible d'y inclure d'autres phénomènes non-linéaires d'ordre supérieur tels que l'effet Raman et l'effet Brillouin ainsi que des phénomènes associés à la polarisation de l'impulsion [6,7].

Les valeurs suivantes sont celles des paramètres représentés dans l'équation (II.38) pour un guide d'ondes uni-modale de verre standard à la longueur d'onde $1.5\mu\text{m}$.

$$n_2 \approx 2.6 \times 10^{-20} \text{m}^2/\text{W}; \quad A_{\text{eff}} \approx 20 - 100 \mu\text{m}^2; \quad \gamma \approx 1 - 10 \text{W}^{-1}/\text{km}; \quad \beta_2 = -20 \text{ps}^2/\text{km}.$$

L'ESNL peut présenter sous certaines conditions deux types de solutions Soliton :

Cas I : $k = \gamma a$, avec a la puissance initiale du soliton.

- Soliton brillant, pour une dispersion anormale ($\beta_2 < 0$) :

$$u(\tau, z) = \sqrt{\frac{2k}{\gamma}} \operatorname{sech} \left[\sqrt{\frac{2k}{\beta_2}} (\tau - \tau_0) \right] e^{j(kz + \phi_0)} \quad (\text{II.39})$$

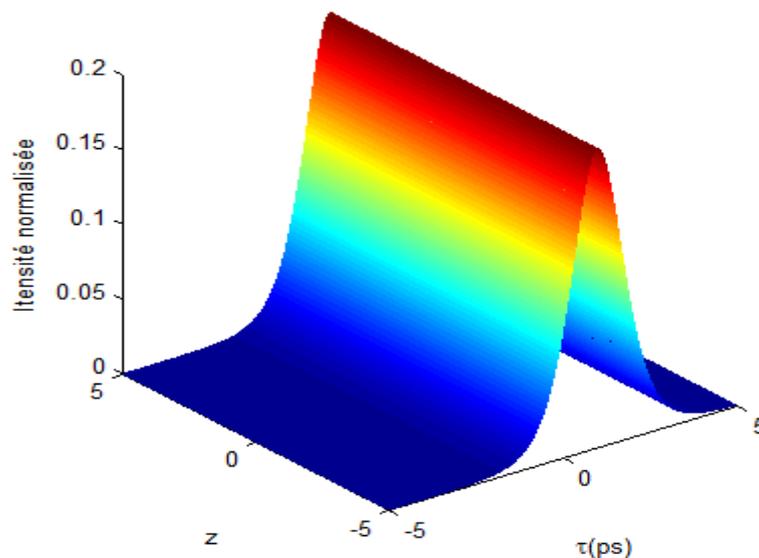


Figure II.7 : Propagation d'une impulsion non linéaire Solitaire de type soliton brillant dans le verre de la silice SiO_2 [35].

Nous remarquons d'après cette figure que l'impulsion solitaire se déplace dans ce milieu dispersif sans être déformée, elle ne subit aucune dispersion lors de sa propagation. Donc l'onde solitaire possède la merveilleuse propriété de se propager dans un milieu dispersif sans changer sa forme.

Cas II : Soliton noir, pour une dispersion normale ($\beta_2 > 0$) :

$$A(\tau, z) = \sqrt{\frac{k}{\gamma}} \tanh \left[\sqrt{-\frac{k}{\beta_2}} (\tau - \tau_0) \right] e^{j(kz + \phi_0)} \quad (\text{II. 40})$$

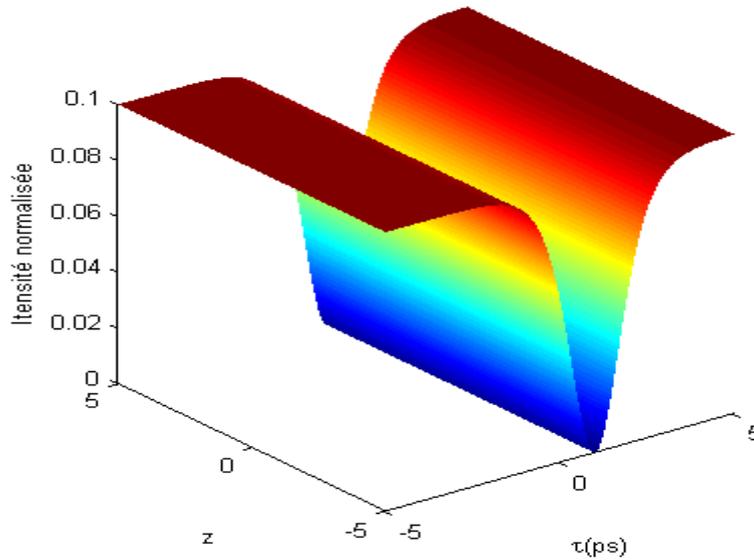


Figure II.8 : Propagation d'une soliton noir dans une fibre optique [35].

L'impulsion qui en résulte dans ce cas est appelée Soliton noir: c'est une impulsion particulière qui possède deux fronts de phase planes de part et d'autre du creux, d'un profil de forme tangente hyperbolique, correspondant à un fond continu intense illimité présentant un creux d'énergie en son centre. La première observation expérimentale des solitons a eu lieu en 1987 [36]. En 1995, une ligne de transmission à longue distance basée sur les Solitons noirs a été démontrée [36].

II.4.3. Solution numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire : méthode de la transformée de Fourier à pas divisé

La méthode de Fourier à pas divisé (plus communément appelée méthode du Split Step Fourier) est une méthode pseudo-spectrale rapide, qui permet de résoudre numériquement les équations non linéaires. Hasegawa est le premier

qui a utilisé cette méthode et après, elle est devenue une approche assez courante, qui permet de simuler la propagation des impulsions dans la fibre optique et d'autres types de milieux matériels [37, 38].

Le principe de la méthode de Fourier à pas divisés est d'étudier la propagation de l'impulsion sur une distance extrêmement faible h . Sur cette courte distance, l'approximation que les effets dispersifs et non linéaires peuvent être découplés est réalisée. Nous allons ainsi considérer l'équation (II.38) sous la forme suivante [29] :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (\widehat{D} + \widehat{N})A \quad (\text{II. 39})$$

Où \widehat{D} et \widehat{N} représentant respectivement les opérateurs linéaires et non-linéaires.

Dans le cas de l'équation de Schrödinger non linéaire, ces opérateurs sont donnés par :

$$\widehat{D} = -\frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3}{\partial T^3} - \frac{\alpha}{2} \quad (\text{II. 40})$$

$$\widehat{N} = i\gamma|A|^2 \quad (\text{II. 41})$$

Cependant, La méthode de Fourier à pas divisé est basée sur une approximation qui consiste à dire que sur de très courtes distances de propagation h , on peut prétendre que les effets dispersifs et non linéaires agissent indépendamment. Plus spécifiquement, la propagation entre les points z à $z + h$ se fait donc en deux étapes. Dans un premier temps, seule la non linéarité est appliquée à l'impulsion et $\widehat{D} = 0$ dans l'équation (II.39). Dans la seconde étape, la dispersion agit seule et $\widehat{N} = 0$.

Mathématiquement, peut être écrite la solution de l'équation (II.39) comme suit [28, 29] :

$$A(Z + h, t) \approx \exp(h\widehat{D})\exp(h\widehat{N})A(z, t) \quad (\text{II. 42})$$

Nous obtenons l'expression de l'opérateur exponentiel $\exp(h\widehat{D})$ Par la méthode de transformée de Fourier

$$\exp(h\widehat{D})B(z, T) = F_T^{-1} \exp[h\widehat{D}(i\omega)F_T B(z, T)] \quad (\text{II. 43})$$

Avec F_T est l'opération de transformation de Fourier et l'opérateur $\frac{\partial}{\partial t}$ devient $i\omega$ où ω est la fréquence dans le domaine de Fourier.

A partir de l'équation (II.40) on obtient $\widehat{D}(i\omega)$ qui est un nombre dans l'espace de Fourier. L'utilisation de l'algorithme FFT [39] permet la simulation numérique de l'équation (II.43) relativement rapide [40].

La solution exacte de l'équation (II. 42), est donnée par :

$$A(Z + h, t) = \exp[h(\widehat{D} + \widehat{N})]A(z, t) \tag{II. 44}$$

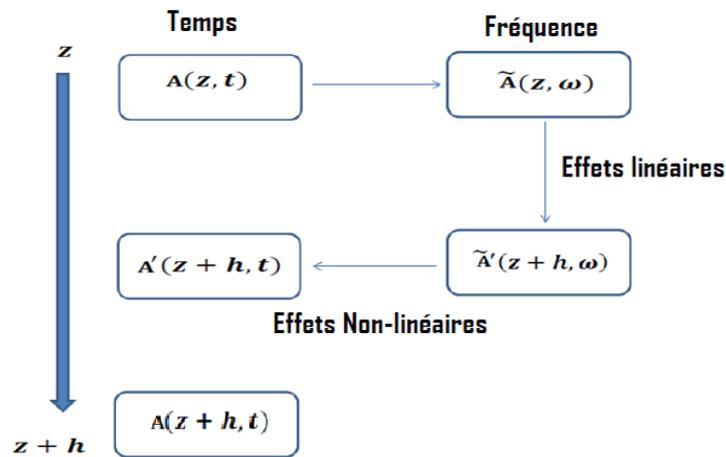


Figure II.9 : Principe de la méthode du split-step Fourier [6].

II.5. Conclusion

Dans ce chapitre est présenté succinctement le principe de fonctionnement des fibres optiques en télécommunication, notamment la propagation d'un signal à l'intérieur de l'une d'elles. Les phénomènes qui limitent la propagation d'une impulsion lumineuse par fibre optique ont été aussi abordés. Pour prédire l'évolution d'une impulsion, le modèle le plus simple et aussi le plus efficace est l'équation de Schrödinger non linéaire (ESNL) qui prend en compte la dispersion d'ordre deux et la non linéarité subies par une impulsion lors de sa propagation. Cette équation, soluble analytiquement uniquement dans quelques cas spéciaux comme les solitons, est souvent résolue numériquement par la méthode Split-Step Fourier.

Références

- [1] T. H. Maiman, 'Stimulated optical radiation in Ruby masers'. Nature, 187, p. 493, (1960).
- [2] M. Johnson, 'Optical fibres cables and systems', Optical fibre, ITU Telecommunication Standardization Sector, (2009).
- [3] I. Joindot and M. Joindot. 'Telecommunications', Technologies optiques. Academic. PRESS, 200x.
- [4] K. C. Kao and G. A. Hockham. 'Dielectric fiber surface waveguides for optical frequencies'. Proc. IEE, 113:11511158, (1966).
- [5] Y. Kawaguchi, Y. Tamura, T. Haruna, Y. Yamamoto and M. Hirano. 'Ultra-low-loss pure silica core fiber'. Sei Technical review, 80:5055, (2015).
- [6] F. Azzouzi, " Etude de la dynamique de propagation non linéaire des solitons optiques modélisés par l'équation de Schrödinger non linéaire", Thèse de doctorat, Université de Badji Mokhtar Annaba, Algérie (2010).
- [7] G.P. Agrawal, 'Nonlinear Fiber Optics', Third Edition, San Fransisco, CA: Academic Press, (2001).
- [8] C. Finot, 'Similaritons dans les amplificateurs Raman à fibre optique', Thèse Doctorat, Bourgogne, France (2005).
- [9] H. Triki, 'Dynamique de propagation non linéaire des solitons KDV'. Thèse doctorat, Annaba, Algérie (2003).
- [10] J. Fatome. 'Propagation d'impulsion ultra-courtes à 160-Gb/s dans des lignes de fibres optiques générées en dispersion'. Thèse Doctorat, Bourgogne, France (2004).
- [11] Caussignac, 'instrumentation et mesures'. Edition paris 89-90, JM 2002 les fibres optiques.
- [12] C. Fortier, 'Génération de sources optiques fibrées très hautes cadences et caractérisations de fibres optiques microstructures en verre de Chalcogénure', thèse pour obtenir le grade de docteur de l'université de Bourgogne, (Janvier 2011).
- [13] I. Khaled and C. Servranckx, 'La fibre optique ou comment guider la lumière ?', Faculté des Sciences – Département de Physique, Printemps des Sciences – Bruxelles, (2015).

- [14] R. Stephane, 'Les mesures sur fibre optique', Rev 051009 édition 09-10, (2005).
- [15] P. Mayé. 'Optoélectronique industrielle : conception et applications', Paris, (2001).
- [16] D. Abdellah. 'Etude de la propagation d'impulsions ultracourtes dans les fibres optiques non-linéaires et dispersives', Université Aboubaker Belkaid de Tlemcen, (2011).
- [17] P.G. Fontolier, 'Système de télécommunication, base de transmission'. Edition paris 423-437, (1984).
- [18] File //A-Op\A-FO\Sommaire%Télecom Fichiers, 'Télécommunications optiques- Les Fibre Optique'.
- [19] Agrawal, G.P: 'applications of nonlinear fiber optics', Academic Press, San Diego, (2001).
- [20] Encyclopédie des sciences industrielles Quillet, Nouvelle en cyclopédie de mécanique, d'électricité et d'électronique, Publiée avec le concours du Centre National des Lettres, Dépôt légal : (Novembre 1983).
- [21] G. P. Agrawal. 'Nonlinear fiber optics'. Academic Press, (2002).
- [22] L. F. Mollenauer, R. H. Stolen, M. N. Islam. 'Experimental demonstration of soliton propagation in long fibers'. Opt. Letters, no. 10, pp. 229, (1985).
- [23] K. Okamoto. 'Fundamentals of optical waveguides'. Academic Press, (2001).
- [24] P. N. Butcher and D. N. Cotter, 'The Elements of Nonlinear Optics', (Cambridge University Press, Cambridge, UK, Chap. 2, (1990).
- [25] E. A. Golovchenko, E. M. Dianov, A. N. Pilipetskii, A. M. Prokhorov, and V. N. 'Self-effect and maximum contraction of optical femtosecond wave packets in a nonlinear dispersive medium' Serkin, Sov. Phys. JETP. Lett. 45, 91 (1987).
- [26] W. P. Zeng, 'A leap frog finite difference scheme for a class of nonlinear Schrodinger equations of high order', J. Comput. Math. 17, 133 (1999).
- [27] N. Bloembergen, 'Nonlinear Optics', W.A.Benjamin Inc. (1965).
- [28] B. Kibler, 'Propagation non-linéaire d'impulsion ultracourtes dans les fibres optiques de nouvelle génération'. Thèse de doctorat, Université de France-Comté (2007).

- [29] J. A. C. Weideman and B.M. Herbst, 'Split-step methods for the solution of the nonlinear Schrödinger equation', *SIAM J. Number. Anal.*, vol 23, p. 285-507, (1986).
- [30] R. Fisher and W. K. Bischel, 'Numerical studies of the interplay between self-phase modulation and dispersion for intense plane wave laser pulses', *Appl. Phys* 46 4921-4933, (1975).
- [31] Q. Flandroy, "Théorie de la propagation lumineuse non linéaire dans des structures guidantes en silicium", mémoire de fin d'études d'ingénieur civil, université libre de Bruxelles, faculté des sciences appliquée, (2009).
- [32] Y. R. Shen, 'Principles of Nonlinear Optics', (Wiley, New York, 1984), Chap. 1.
- [33] C. Sulem and P. L. Sulem, 'the Nonlinear Schrodinger Equation: Self-Focusing and Wave Collapse', Springer-Verlag New York, (1999).
- [34] G. Millot and P. Tchofo-Dinda, 'Basic principles of nonlinear effects in optical fibers, in Encyclopedia of Modern Optics'. Elsevier Science (2005).
- [35] C. Q. Dai, Y. Y. Wang, 'Nonautonomous solitons in parity-time symmetric potentials', *Optics Communications* 315(2014)303–309.
- [36] A. Mecozzi, J. D. Moores, H. A. Haus, and Y Lai, (1991), 'Soliton transmission control', publication, *Opt. Lett*, vol. 16, no. 23, pp 1841-1843.
- [37] J. W. Miles, 'The Korteweg-de Vries equation: a historical essay', *Journal of Fluid Mechanics* 106 (1980) 131-147.
- [38] S. Emmersogn, J. S. Russell, 'A Great Victorian Engineer and Naval Architect', (1977).
- [39] J. W. Cooley and J. W. Tukey, 'An Algorithm for the machine calculation of complex Fourier series', *Math. Comput.* 19, 297 (1965).
- [40] T. R. Taha and M. J. Ablowitz, 'Analytical and Numerical Aspects of certain nonlinear evolution equations. Numerical, Nonlinear Schrodinger equation', *J. Comput. Phys.* 55, 203 (1984).

Chapitre III

Etude de la Propagation des Solitons Dans une Fibre Optique

III.1. Introduction et historique sur les solitons

Selon la théorie des solitons, on sait déjà qu'un milieu continu possédant à la fois une non linéarité de type Kerr positive et une dispersion de la vitesse de groupe négative (dispersion anormale) permet de propager un nouveau type des impulsions sans déformation, dites impulsions solitoniques [1]. C'est John Scott Russell en 1834 qui a découvert ce phénomène. Suite à l'arrêt d'un bateau tiré par des chevaux, il a observé dans le canal Union près d'Edinburgh en Écosse, la formation d'une vague qui s'est propagée le long de ce canal sur une distance approximative de 1 mille (environ 1.6 km) sans que celle-ci ne se déforme ni s'estompe [2]. À la suite de cette observation, Russell réalisa l'expérience à l'aide d'un canal artificiel, convaincu qu'il était du caractère inconnu de ce phénomène.

Un soliton est une solution spéciale d'une famille de solutions d'une équation différentielle non linéaire ou d'un problème de propagation non linéaire. Ces solutions peuvent avoir la propriété de se propager sur une grande distance sans déformation (le soliton fondamental) ou avoir un comportement périodique avec la distance, c'est-à-dire que les mêmes formes d'impulsions se répètent à des intervalles réguliers le long de l'axe de propagation (soliton d'ordre supérieur). Les solitons furent introduits pour la première fois en 1895 comme des solutions de l'équation de Schrödinger qui décrit en effet en première approximation l'évolution non linéaire des enveloppes d'ondes à la surface d'eau profonde mais aussi électromagnétiques, tandis que l'équation de Korteweg-de-Vries (KdV) décrit l'évolution des ondes en eau profonde [3, 4, 5]. Les solitons hydrodynamiques ne sont donc qu'un exemple parmi bien d'autres. Notons que la modélisation des supraconducteurs et le transport d'énergie dans l'ADN utilisent également le modèle des solitons [6]. Mais, incontestablement, l'optique est le domaine où l'étude des solitons est la plus riche [7]



Figure III.1. Reproduction en 1995 et au même endroit de la première observation d'un soliton. Sans l'action non linéaire, une onde hydrodynamique isolée devrait s'étaler sur une très courte distance de propagation. Ici, le bateau génère l'onde au-devant de sa proue, laquelle devient une entité indépendante : un soliton [8].

Avant la découverte de solutions aux équations d'ondes non linéaires, il n'y avait en effet plus de doute sur l'existence des ondes d'enveloppe invariante représentant des états d'équilibre dynamique parfait à la surface des fluides. Dans le cas des ondes à la surface d'eau profonde, une série décrivant un train d'ondes non linéaire périodique fut découverte par Stokes en 1847 [9]. La preuve de l'existence de cette solution pour les conditions aux limites requises par le problème non linéaire fut obtenue en 1926 [10]. Il est à noter que dans la même année Schrödinger publiait quatre articles sur la quantification du champ en tant que problème aux valeurs propres, introduisant la fameuse équation qui porte aujourd'hui son nom. Cette équation est de première importance non seulement en mécanique quantique mais aussi en optique non linéaire où elle est dite « non linéaire » pour caractériser le puits de potentiel adopté. L'équation de Schrödinger décrit en effet en première approximation l'évolution non linéaire des enveloppes d'ondes à la surface d'eau profonde mais aussi électromagnétiques. Dans le cadre de cette équation, Benjamin et Feir découvrirent l'instabilité de la solution de Stokes et par extension de tout train d'ondes uniforme en eau suffisamment profonde ce phénomène dit « d'instabilité de modulation ou (IM) » apparaît pour une onde de fréquence ω sujette à une faible perturbation résiduelle sous forme de bandes latérales à $\omega \pm \delta\omega$ [11]. Pour des conditions initiales que les auteurs quantifièrent une résonance non linéaire à la surface entraîne le transfert d'énergie à un taux exponentiel entre le

mode fondamental et les bandes latérales déstabilisant le train d'ondes initial. À l'inverse, en mettant en évidence une bande spectrale d'amplification symétrique et contiguë au mode fondamental, ils montrèrent que seul le bruit aléatoire initial suffit pour développer une telle instabilité aux fréquences $\omega \pm \delta\omega$. Cependant, le comportement dynamique, c'est-à-dire à long terme de cette instabilité n'avait pas été étudié malgré les travaux antérieurs de Fermi, Pasta et Ulam [12].

En effet des années 1953 à 1955, ces trois chercheurs, alors au laboratoire de Los Alamos réalisèrent une série d'expériences numériques qui visaient à expliquer le mécanisme de transfert d'énergie devant aboutir à l'équilibre thermique dans les systèmes dynamiques faiblement non linéaires à grand nombre de degrés de liberté. Par souci d'intégration numérique, le problème en question était discrétisé sous forme d'une chaîne unidimensionnelle d'oscillateurs anharmoniques couplés et excités par le mode de Fourier fondamental. Le couplage non linéaire entre oscillateurs devait selon eux aboutir, au bout d'un temps assez rapide à une équipartition de l'énergie initiale entre l'ensemble des degrés de liberté menant ainsi le système à l'équilibre soit à sa thermalisation. Contrairement à leur attente et avec tous les types de couplage simulés, ils notèrent que non seulement un faible nombre de modes participait à la dynamique du processus mais aussi que le transfert d'énergie entre ces modes suivait un comportement quasi périodique : s'inversant au bout d'un temps suffisant pour quasiment revenir à l'état initial avant de recommencer le processus. Ce phénomène fondamental connu aujourd'hui sous le nom de « récurrence » FPU est présent dans les systèmes modélisés par ESNL tel que celui de Benjamin et Feir. Il est en effet une caractéristique de la dynamique des systèmes non linéaires non dissipatifs à grand nombre de degrés de liberté et en particulier d'ESNL.

Les explications à tous ces phénomènes vinrent en 1965 avec Zabusky et Kruskal [13] qui étudiaient le problème FPU et réussirent à intégrer numériquement l'équation KdV. Ils découvrirent des solutions sous la forme d'ondes dites « ondes solitaires » se propageant avec un profil invariant. Ces solutions avaient la surprenante propriété d'interagir élastiquement entre elles.

De par cette propriété à caractère particulière, ils nommèrent ces solutions solitons. On peut dire que cette année 1965 marque l'envol de la théorie des solitons et avec elle des théories des équations d'ondes non linéaires. En effet, en quelques années seulement fut découverte la méthode mathématique de résolution de tels problèmes non linéaires dont la condition initiale est connue et les conditions aux limites rapidement décroissantes (en pratique une enveloppe localisée) : la transformée par diffusion inverse (IST). En 1967 [14], Gardner et al. introduisirent les bases pour résoudre l'équation KdV alors qu'en 1971, Zakharov et Shabat [15] montrèrent que la technique était aussi applicable à l'autre équation d'évolution d'importance qui est ESNL en une dimension (1D), et donnèrent cette notation mD , ou $(m + 1) D$, qui est utilisée pour signifier que le paquet d'ondes peut diffracter suivant m dimensions transverses au cours de son évolution suivant la dimension longitudinale. On parlera alors de solitons unidimensionnel, bidimensionnel, voire tridimensionnel dans le cas des light bullets « balles de lumière ».

En 1974, Ablowitz et Al montrèrent que la méthode était en fait applicable à une grande variété d'équations non linéaires et la généralisèrent en montrant qu'elle était l'équivalent non linéaire de la transformée de Fourier [16]. À l'aube de cette découverte, les solitons purent ainsi être interprétés en tant que modes propres d'un milieu non linéaire dispersif (dans le sens spatial ou temporel). Ils jouent à ce titre un rôle similaire aux modes de Fourier d'un milieu linéaire. En particulier, un soliton, en tant que valeur propre de l'IST, supporte une analogie particulière. En règle générale, une équation d'évolution non linéaire est dite «intégrable» quand elle est soluble par IST [17]. En réalité la classe des équations intégrables ne constitue qu'une petite partie des équations d'évolution non linéaires. Bien souvent le type de non linéarité en jeu (autre que celle de type Kerr pour ESNL) rend ces équations non intégrables.

D'autres méthodes de résolutions peuvent alors être appliquées pour étudier l'existence et la stabilité d'éventuelles solutions sans toutefois égaler la puissance de l'IST : on citera par exemple l'analyse de stabilité linéaire [12], la méthode variationnelle [18], la méthode perturbative [19]. Il n'existe cependant pas d'outil analytique universel pour l'étude des phénomènes liés aux équations

non intégrables et c'est souvent le problème considéré qui gouverne la méthode choisie. Mais le principal outil théorique (IST) permettant d'éclaircir la compréhension des nouveaux phénomènes physiques observés a été découvert à partir de travaux numériques en physique des fluides et des plasmas.

Dans ce chapitre, nous définirons la notion de solitons optiques, leurs conditions d'obtention et la possibilité de les utiliser dans le domaine des télécommunications optiques.

III.2. Solitons optiques

Un soliton optique est une onde électromagnétique localisée spatialement qui se propage sans aucune déformation notable. Ils apparaissent dès lors que dispersion (temporelle et/ou spatiale) et non linéarité influencent la propagation d'onde. De plus dans le sens le plus général, cette onde est très stable : sa vitesse et sa forme ne sont pas modifiées par des perturbations ou par des collisions avec d'autres solitons, ce qui est étonnant pour un phénomène non linéaire.

Par sa nature même, ce sont des solutions non triviales de l'équation de propagation du système. On connaissait la vague sinusoïdale, il y a maintenant le soliton, dont la terminologie fait allusion à une particule solitaire. Pour observer une telle onde, il faut se placer dans un milieu dispersif et non linéaire, car la stabilité du soliton relève directement de la compensation exacte entre la dispersion et la non linéarité pour une amplitude donnée.

III.3. Le soliton comme bit d'information [20]

L'exemple des solitons hydrodynamiques permet une mise en évidence frappante de la réalité des solitons et de leur place pour la compréhension de la propagation des ondes quand les milieux deviennent non linéaires, généralement du fait de la forte intensité de ces ondes. L'attrait des théories fondamentales liées à ce domaine de recherche peut donc pleinement se justifier pour une meilleure compréhension de la physique non linéaire. Elles prennent cependant une autre dimension pour une application assez révolutionnaire : l'emploi de signaux lumineux solitons dans les fibres optiques. En effet, les impulsions temporelles, correspondantes aux bits d'information d'une transmission télécom par fibre, ont tendance à s'élargir lors de la propagation à cause de la dispersion naturelle limitant ainsi les débits utilisables. Si ces impulsions sont des solitons, elles sont donc des paquets d'ondes dont l'enveloppe garde une forme constante au cours de la propagation : la capacité de transport de l'information d'un système à solitons est donc beaucoup plus grande. Encore faut-il pouvoir propager de telles ondes dans les fibres optiques [8].

III.4. Différents types des solitons dans les fibres optiques

En optique, on classe jusqu'à présent les phénomènes solitoniques dans deux grandes catégories selon que la (ou les) dimension invariante, toujours transverse, concerne le temps ou l'espace : ce sont les solitons respectivement temporels et spatiaux, tandis que les solitons couplant ces deux grandeurs, dits solitons spatio-temporels ou balles de lumière, n'en sont expérimentalement réalisés qu'à leurs prémices [21].

III.4.1. Solitons spatiaux

La dispersion de l'énergie considérée est due à la diffraction de la lumière, de fait de la divergence naturelle du faisceau lumineux de faible diamètre. Si la diffraction est maintenue en équilibre par le non linéarité, on s'attend à la propagation des structures localisées appelées "solitons spatiaux". Ces derniers existent dans différents dispositifs optoélectroniques comme par exemple les guides plans.

III.4.2. Les solitons temporels

Il est reconnu que les trois effets décrivant la propagation d'une impulsion de quelque dizaine de pico secondes dans les fibres optiques sont : l'atténuation, la dispersion de vitesse de groupe, et l'auto-modulation de phase. Le fait que ces deux derniers effets puissent prendre des signes différents selon la forme de l'impulsion et la longueur d'onde envisagée, on suggère qu'il existe un régime pour lequel deux effets vont se contrebalancer et se neutraliser l'un l'autre. En effet en régime anormal, la dispersion a tendance à ramener au milieu de l'impulsion les fréquences créées en bord d'impulsion par effet Kerr (figure III.2). C'est de cet équilibre que naissent des solutions stables de l'équation de propagation prenant en compte ces deux effets appelée équation de Schrödinger non linéaire. Les solutions stables de cette équation de propagation sont appelées solitons [22]. Il est à noter que les effets de la dispersion et de l'auto-modulation couplés sur la propagation d'impulsion ont été observés dans le sulfure de carbone (CS_2) en 1973 [23, 24].

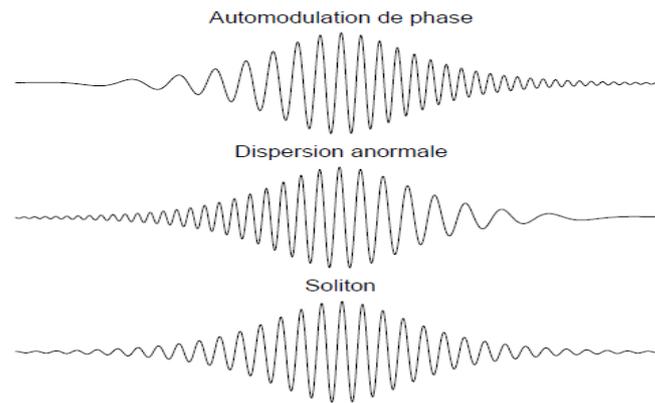


Figure III.2 : Le soliton comme résultat de l'interaction entre dispersion et effet Kerr.

III.4.3. Les balles de lumière ou solitons spatio-temporels

Nous ne pourrions terminer de parler des solitons optiques sans évoquer les balles de lumière, autrement dit les solitons spatio-temporels. Comme leur nom l'indique, il s'agit des impulsions à l'enveloppe invariante à la fois spatialement et temporellement, soient des solitons $3D$ ou $(3+1) D$. De tels solitons résultent de l'équilibre entre les différentes longueurs caractéristiques des processus de diffraction, de dispersion et d'auto-focalisation. Cependant, l'instabilité de collapsus empêche toute stabilité en milieu de Kerr [25]. L'utilisation d'une saturation de la non linéarité permet cependant de supprimer le collapsus. De manière ultime, lorsque la génération de solitons $3D$ sera maîtrisée, par exemple via l'utilisation de l'instabilité de modulation temporelle [26] ou spatiale [27], on pourra imaginer d'exploiter la localisation spatio-temporelle des solitons $3D$ pour des applications en traitement tout-optique de l'information (commutation ultrarapide, contrôle de trajectoire, opérations logiques) à trois dimensions [28]. On a même imaginé jusqu'à la fabrication d'une source laser de balles de lumière [29]. Le domaine n'en est qu'à ses débuts puisque c'est en 1999 que la première observation d'un soliton spatio-temporel a été rapportée [30]. Récemment, l'observation d'un soliton spatio-temporel de type Kerr a été réalisée dans un guide plan en verre [31]. Pour ces deux uniques observations, il ne s'agissait toutefois pas de « vraies » balles de lumière, le faisceau soliton étant $1D$.

III.4.4. Les solitons photoréfractifs

L'effet photoréfractif, tout comme l'effet Kerr, provoque une modification de l'indice de réfraction d'un matériau induite par un éclairage. Cependant dans ce cas, ce sont les variations spatiales de l'éclairage qui induisent cette

modification d'indice. Plusieurs processus se combinent pour donner l'effet photoréfractif : l'éclairement induit une photo-excitation de charges dans le matériau, et leur migration des zones éclairées vers les zones sombres engendre un champ de charge d'espace qui à son tour produit une modulation de l'indice de réfraction par effet Pockels (modification linéaire de l'indice de réfraction en fonction du champ électrique local). Un cristal n'est donc photoréfractif que sous la double condition d'être photoconducteur et de posséder un effet électro-optique. Il doit de surcroît contenir des centres photo-excitables et des centres pièges.

L'effet photoréfractif fut observé pour la première fois en 1966 par Ashkin du laboratoire Bell lors d'une expérience sur le doublage de fréquence dans les cristaux de niobate de lithium [32].

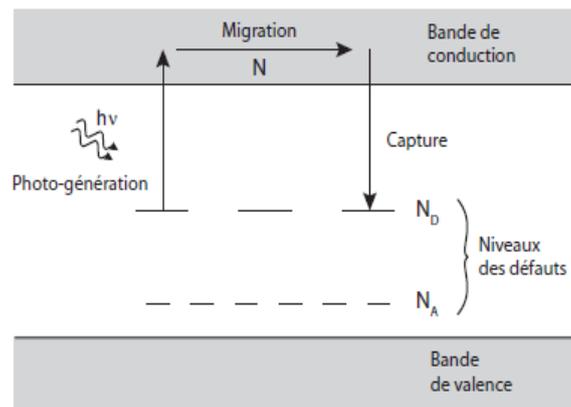


Figure III.3 : Diagramme de bande montrant les processus de transition et de transport des charges lors de l'effet photoréfractif. Modèle à un seul niveau de donneurs (N_D) et un seul type de porteurs (N) [32].

Ce n'était alors qu'un effet indésirable associé aux dommages optiques induits par les lasers. Il fut compris quelques années plus tard par Chen [33, 34], qui ouvrit la voie aux enregistrements holographiques utilisant ces matériaux [35]. Les premières tentatives d'exploitation se sont orientées vers le stockage de l'information, puis son traitement en temps réel grâce à la réversibilité de cet effet. Ce ne fut qu'en 1992 que Segev démontra que cet effet pouvait aussi servir à focaliser un faisceau optique, rendant possible la génération de solitons spatiaux [35].

III.5. Soliton où onde solitaire ?

Soliton ou onde solitaire ? D'un point de vue historique, la première observation scientifique d'une onde solitaire a été en 1834, par John Scott Russell un architecte naval Ecossais, qui travaillait pour les sociétés de canal Ecossaise pour établir un moyen de transport rapide de bateau à vapeur sur les canaux. Dans le cadre de cette étude, il observait un bateau étant tiré le long d'un canal, rapidement, par une paire de chevaux. Pour une raison quelconque, les chevaux ont arrêté le bateau soudainement, ce qui est arrivé ensuite allait changer la science d'une manière spectaculaire. John Scott Russell a décrit ses observations lors d'un séminaire à la Royal Society en 1844, en disant :

'J'observais le mouvement d'un bateau qui était tiré rapidement le long d'un canal étroit par une paire de chevaux quand, soudain, le bateau s'arrêta. Mais il n'en fut pas de même pour la masse d'eau qu'il avait mise en mouvement dans le canal. Elle s'accumula autour de la proue du bateau dans un état de violente agitation; puis, soudainement, l'abandonna, roula vers l'avant à grande vitesse, prenant la forme d'une grande élévation solitaire, d'un paquet d'eau rond, à la forme douce et bien définie, qui continua sa course dans le canal, apparemment sans changement de forme ou diminution de vitesse. Je la suivis à cheval et la dépassais alors qu'elle roulait encore à la vitesse de 8 ou 9 miles à l'heure, préservant, sa forme originale de 30 pieds de long et d'un pied et demi en hauteur. La hauteur diminua peu à peu. Et après une poursuite d'un ou deux miles, je la perdais dans les méandres du canal. Tel fut, dans le mois d'août 1834, ma première rencontre avec ce magnifique et singulier phénomène.' [36]

A la suite de cette observation, Russell appela ce phénomène : la Grande onde Solitaire. Le mot onde solitaire est maintenant utilisé régulièrement, mais tend à être remplacé par un terme plus générique «le Soliton». Soliton et onde solitaire semble avoir la même signification, mais par définition physique et mathématique ils divergent.

D'un point de vue physique, un soliton est une perturbation localisée qui se propage dans un milieu continu sans déformation ou modification et reste non déformé après collision avec d'autres solitons et manifestent seulement un petit changement global de phase, à la différence de l'onde solitaire qui peut se

modifier après collision avec d'autres ondes solitaires. D'un point de vue mathématique, sachant que les équations non linéaires sont classées comme intégrable ou non-intégrable [16], les solitons sont des solutions pour les équations intégrables tandis que les équations non-intégrables peuvent avoir, pour certains paramètres, les ondes solitaires come solutions [8].

III.6. Le soliton qui dirige l'information

Les solitons optiques ne se réduisent pas à ces impulsions qui se propagent dans les fibres sans se disperser. Il est un autre monde où l'optique et les solitons se rencontrent. Ce monde-là n'est plus temporel mais spatial. En effet, la dispersion chromatique a son équivalent spatial qui est la diffraction.

L'effet non linéaire, par le changement d'indice de réfraction qu'il induit dans le milieu, agit alors comme une lentille, convergente ou divergente selon que l'indice est augmenté ou diminué.

Cet effet est illustré par la (Figure III.4) tout comme dans le domaine temporel. Quand les deux effets se compensent exactement, le faisceau peut alors se propager tout en restant confiné, sans avoir besoin d'une structure de guide d'onde initiale comme support de propagation. Ces solitons présentent eux aussi un intérêt pour les télécoms [37].

De part leurs propriétés de guidage auto-induit, ils peuvent conduire l'information de manière similaire à une fibre. Cependant les distances de propagation des solitons spatiaux sont typiquement de l'ordre du centimètre (à cause des pertes des matériaux non linéaires ou des limites des techniques de fabrication [38]) et ne sont en aucun cas des concurrents sérieux aux fibres optiques. Leurs applications se trouvent ailleurs, pour réaliser par exemple des fonctions d'adressage où ils peuvent être utilisés comme des routeurs rapidement reconfigurables [39] et où les courtes distances de propagation ne sont pas un obstacle.

En effet, les débits des communications optiques deviennent de plus en plus limités par le traitement électronique actuellement nécessaire à chaque nœud de commutation (ou routeurs). Ces nombreux nœuds parsèment le réseau et permettent de séparer les différents signaux mélangés par le multiplexage et

de les envoyer vers leurs destinations respectives ou d'une manière générale de connecter n'importe quel utilisateur à n'importe quel autre.

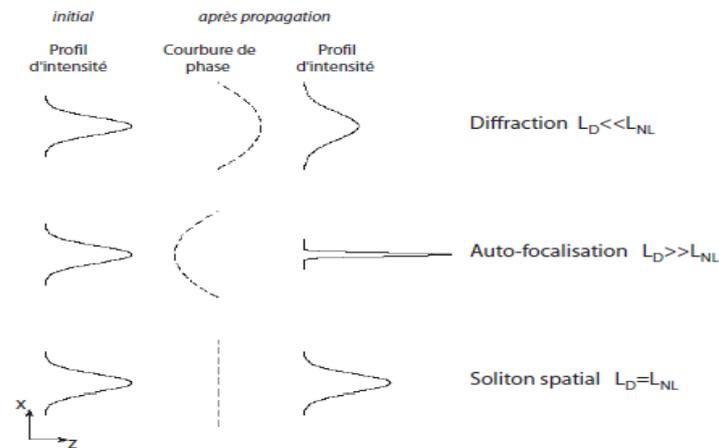


Figure III.4 : Description qualitative de la formation d'un soliton spatial optique [40].

Actuellement ces fonctions d'adressage, de commutation, sont presque toujours réalisées par des composants électroniques [40] : le signal optique entrant est converti en signal électrique, il est dirigé, puis retransformé à nouveau en signal optique avant d'être réinjecté dans une fibre. Malgré l'amélioration de ces techniques optoélectroniques, le temps de traitement des données reste long. Il est un facteur limitant à la rapidité des transmissions. Une conception tout optique des routeurs permettrait d'accroître les débits, tout comme la révolution des amplificateurs optiques (Erbium notamment) a déjà permis de franchir un palier en termes de vitesse. Les fonctions de traitement des signaux de télécommunication (amplification, régénération, conversion de longueur d'onde, multiplexage, etc...) sont ainsi de plus en plus fréquemment effectuées de manière tout-optique, afin de permettre une utilisation optimale des fibres.

III.7. Phénomènes limitant les performances des communications par solitons

III.7.1. Interaction entre solitons

L'effet Kerr optique, responsable de l'existence des solitons, et aussi responsable d'un effet d'interaction entre solitons. En effet lorsque deux impulsions sont assez proche, les solitons ne se propagent pas sans interagir. Etant donné le caractère hautement non linéaire et le délicat équilibre de la

propagation des solitons, des petites perturbations peuvent induire de grandes instabilités et la propagation des solitons peut devenir un processus instable. Leurs ailes respectives se recouvrent et donnent lieu via l'effet Kerr à une modification de l'indice de réfraction du milieu dépendant de la phase relative entre les deux impulsions.

Le type et la force d'interaction entre solitons adjacents est liée notamment à leur phase et amplitude relative. Cet effet peut être décrit par une force de répulsion [41]. L'origine de cette interaction se trouve dans leur recouvrement. La figure (III.5) représente l'évolution de deux solitons adjacents dans ces deux cas.

Pour étudier les systèmes à plusieurs impulsions, nous commençons par l'ESNL pour le cas de deux solitons voisins. Il est possible que la dynamique de la paire de soliton est entièrement due aux forces d'interaction qui dépendent exponentiellement de leur séparation et sinusoidalement de leur phase relative. Le cas où l'interaction est entre deux solitons temporels lumineux, l'amplitude de la paire de soliton à l'entrée de fibre peut être sous la forme normale suivante [42] :

$$u(0, \tau) = \text{sech}(\tau - q_0) + \rho \text{sech}[\rho(\tau + q_0)] \exp(i\theta) \quad (\text{III. 1})$$

Avec $q_0 = 3.5$

Où ρ est l'amplitude relative, θ est la phase relative et la séparation initiale q_0 .

Le processus de l'interaction des solitons adjacents peut être étudié en résolvant numériquement l'équation de Schrödinger non linéaire en utilisant la condition initiale (III.1). D'après cette dernière, on voit clairement que l'interaction de soliton dépend fortement de l'amplitude et de la phase relative. De plus, l'augmentation de l'espacement entre les solitons est nécessaire pour éviter l'interaction de soliton, qui limite le débit binaire des systèmes de communication à base des solitons. L'espacement peut être réduit jusqu'à un facteur important en employant des amplitudes inégales pour les solitons voisins.

La figure (III.5) montre l'évolution d'une paire soliton avec une séparation initiale $q_0 = 3.5$ pour plusieurs valeurs des paramètres r et θ . Dans le cas des

solitons à une amplitude égale ($r = 1$), les deux solitons s'attirent dans le cas en phase ($\theta = 0$) et se heurtent périodiquement le long de la longueur de la fibre, tout comme prédit la théorie des perturbations. Pour $\theta = \pi/4$, les solitons se séparent l'un de l'autre après un stade d'attraction initiale.

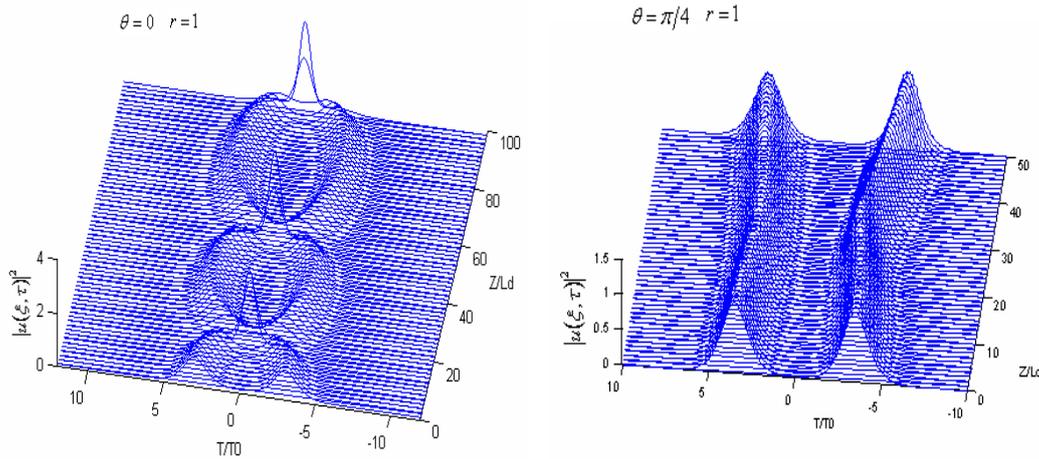


Figure III.5 : Interaction entre deux solitons.

Dans télécommunications optiques par soliton, ce phénomène est bien entendu indésirable, car il peut causer la perte de certains bits d'informations. Donc il est nécessaire de limiter ce type d'interaction. On peut montrer que si l'espacement entre deux impulsions est supérieur à cinq fois leur largeur temporelle à mi-hauteur, l'interaction est négligeable pour des distances de propagation utiles. Cette condition devra donc être respectée par l'émetteur afin de garantir la bonne transmission de l'information. Ainsi, pour des solitons d'une durée fixé, cette condition limite le débit possible en ligne. Quelques astuces permettent toutefois de réduire cette limitation, comme l'alternance de la polarisation ou de puissance crête des solitons successifs.

III.7.2. La stabilité des solitons

Nous avons vu dans le paragraphe précédent (III.2) que les solitons sont des ondes qui ne souffrent pas de distorsion lors de leur propagation, c'est-à-dire que leur forme évolue au fur et à mesure qu'ils se propagent, mais qu'il est toujours possible de retrouver son allure de départ dans un point donné.

Mais si les conditions de propagation ou d'injection changent, soit à cause de changement des conditions de l'environnement, soit pour des raisons techniques, est-ce que les solitons restent stables ou par contre perdent-ils leurs propriétés fondamentales?

Les solitons sont assez stables vis-à-vis des conditions d'injection. Il est toujours possible d'obtenir des impulsions solitons même si ces conditions ne sont pas exactement remplies. Dans ce cas, l'impulsion injectée à l'entrée évolue progressivement vers le soliton.

La figure (III.6) montre l'évolution d'une impulsion rectangulaire vers une impulsion soliton.

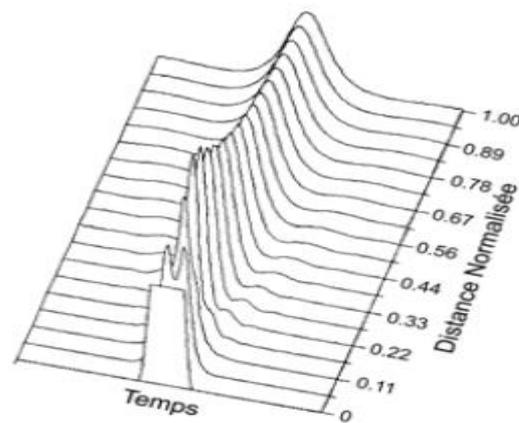


Figure III.6 : Génération d'un soliton fondamental à partir d'une impulsion rectangulaire [43].

Cette stabilité constitue un avantage non-négligeable puisqu'il est difficile dans la pratique d'obtenir des impulsions au profil idéal théorique, du fait des contraintes physiques et technologiques.

Etant donné leur nature non linéaire, les impulsions solitons peuvent devenir instables suite à de petites perturbations. Nous mentionnons ici les principales sources d'instabilité ainsi que leurs effets sur les systèmes qui rejoignent nos propres préoccupations:

-L'atténuation : L'atténuation de la fibre élargit les impulsions, car l'équilibre entre l'auto-modulation de phase et la dispersion chromatique est rompu.

-L'amplification : Le bruit optique produit par les amplificateurs (EDFA et/ou RAMAN) induit des variations aléatoires sur la position des solitons (effet dit de Gordon-Haus).

-La gigue : Les solitons sont des impulsions où la gigue est une propriété intrinsèque.

Pour les applications en télécommunications, ses effets sont directs: La gigue ne permet pas une localisation précise du point d'échantillonnage idéal dans le circuit de réception ce qui peut entraîner une mauvaise détection des bits envoyés. En plus cette gigue est renforcée par les effets du bruit optique. L'utilisation de filtres de ligne est une technique efficace pour réduire son impact sur le système de transmission. Ce sont les principales sources de distorsion pour lesquelles il faut trouver des techniques de compensation adéquates pour garantir le fonctionnement correct des systèmes de transmission.

III.7.3. Interaction avec le bruit

La principale limitation des systèmes de transmission par soliton vient de l'interaction du signal avec le bruit d'émission spontanée des amplificateurs optiques. Cet effet a été isolé et expliqué par Gordon et Haus en 1986 [44]. Il est essentiellement dû à l'aspect non linéaire des équations : le fait d'ajouter un bruit ne se traduit plus par un comportement purement additif comme dans les systèmes de communications classiquement étudiés, mais modifier les paramètres du signal lui-même. L'effet le plus pénalisant est la modification aléatoire de la fréquence optique du soliton, qui, couplée à la dispersion de la fibre, se traduit par une gigue temporelle des impulsions au récepteur. Cette gigue est proportionnelle à la puissance du signal et au cube de la distance de propagation, imposant donc une limite sur le rapport signal sur bruit en réception et sur le produit distance-débit.

On peut également citer l'interaction avec le continuum dispersif qui représente la partie non soliton de l'onde optique, généré par toute perturbation subie par le soliton (amplification, filtrage, modulation, etc...) [45], ou par l'imperfection de la source. Cet effet impose l'utilisation d'une source soliton

propre afin de transmettre à l'émission le moins d'énergie possible à cette onde perturbative.

II.8. Les régimes de propagation d'une solitons optique dans une fibre optique

La partie (II.4.2) a permis d'obtenir l'ESNL qui gouverne la propagation d'impulsions optiques dans les fibres optiques, et qui inclut les termes décrivant les effets de la dispersion et la non linéarité. Notons que les effets dispersifs ou non linéaires peuvent être dominants le long de la fibre [46]. On introduit donc deux longueurs caractéristiques au cours de la propagation d'une impulsion dans la fibre optique : la longueur de dispersion L_D et la longueur non linéaire L_{NL} qui permettent de déterminer deux régimes : régime de propagation non linéaire et régime de propagation dispersif.

D'après l'ESNL, la longueur de dispersion, distance à partir de laquelle la dispersion devient significative, est définie par :

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \quad (\text{III. 2})$$

De façon équivalente, on définit la longueur non linéaire qui caractérise l'effet Kerr :

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad (\text{III. 3})$$

Où T_0 est largeur temporelle et P_0 la puissance crête de l'impulsion initiale. Ces longueurs caractéristiques permettent d'estimer l'importance relative pour lesquelles les effets dispersifs ou non linéaires deviennent importants pour l'évolution des impulsions dans la fibre optique [47]. Dans le présent régime, il n'existe pas de solution solitonique à l'équation de Schrödinger non linéaire. Considérons une fibre optique de longueur L , on trouve alors quatre catégories possibles de propagation de soliton optique :

1- $L \ll L_{NL}$ et $L \ll L_D$ aucun des effets de dispersion ou non linéaires n'ont d'impact notable, donc la fibre est passive dans ce régime de propagation, ce qui est approprié pour les systèmes de télécommunication par fibre optique.

2- $L \ll L_{NL}$ et $L \sim L_D$ l'évolution de l'impulsion est gouvernée par la dispersion. Le régime de dispersion dominante est applicable lorsque $\frac{L_D}{L_{NL}} \ll 1$, le terme de non linéarité devient négligeable.

3- $L \sim L_{NL}$ et $L \ll L_D$: la dispersion est négligeable comparée à la non linéarité, ce régime est valable pour $\frac{L_D}{L_{NL}} \gg 1$. Donc il donne un élargissement spectral de l'impulsion.

4- $L \sim L_D$ et $L \sim L_{NL}$ l'effet de dispersion et le non linéarité agissent ensemble cette combinaison mène à des comportements très différents. L'évolution de l'impulsion est gouvernée par l'auto-modulation de phase. Dans le régime de dispersion anormale ($D < 0$), la fibre peut soutenir les solitons. Alors que dans le régime de dispersion normale ($D > 0$), ces effets dispersifs et non linéaires peuvent être utilisés pour la compression d'impulsions.

Enfin, on définit habituellement l'ordre N d'un soliton à partir de ces longueurs caractéristiques [46], comme suivant :

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \quad (\text{III. 4})$$

Ce facteur permet néanmoins d'évaluer si le régime de propagation est dominé par la dispersion ou par les non linéarités [47]. On déduit de cette relation la puissance crête P_0 nécessaire pour injecter un soliton d'ordre supérieur N , de durée caractéristique T_0 dans une fibre optique présentant une dispersion β_2 et une non linéarité γ . On remarque qu'elle doit être N^2 fois celle requise pour un soliton fondamental ($N = 1$).

III.8.1. Impact de la dispersion de vitesse de groupe (GVD) sur la propagation d'impulsion

Pour étudier l'impact de l'effet de GVD sur la propagation des impulsions lumineuses, on se met dans le cas d'un milieu purement dispersif. Nous considérons la résolution de l'équation (II.45) dans le régime dispersif où l'on peut négliger l'impact de la non linéarité $\gamma = 0$. Dans ce régime, nous avons $L_D \ll L_{NL}$ et l'équation (II.45) se réduit alors à une équation différentielle linéaire du second ordre [46] :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \quad (\text{III. 5})$$

L'équation (III.5) est facilement résolue en utilisant la méthode de transformée de Fourier. Si $\tilde{A}(z, \omega)$ est la transformée de Fourier de $A(z, T)$ telle que [46] :

$$A(z, T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{A}(z, \omega) \exp(-i\omega T) d\omega \quad (\text{III. 6})$$

L'équation (III.5) peut être exprimée dans le domaine fréquentiel sous la forme suivante [46] :

$$i \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = \frac{1}{2} \beta_2 \omega^2 \tilde{A} \quad (\text{III. 7})$$

La solution de l'équation (III.7) est donnée par [46] :

$$\tilde{A}(z, \omega) = \tilde{A}(0, \omega) \exp\left(i \frac{\beta_2}{2} \omega^2 z\right) \quad (\text{III. 8})$$

Cette dernière équation montre que le GVD modifie la phase de l'impulsion qui dépend de la fréquence et de la distance de propagation. En substituant l'équation (III.8) dans l'équation (III.7), la solution générale de l'équation (III.5) devient [45] :

$$A(z, T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}(0, \omega) \exp\left(\frac{i}{2} \beta_2 \omega^2 z - i\omega T\right) d\omega \quad (\text{III. 9})$$

Où $\tilde{A}(0, \omega)$ est la transformée de Fourier du champ incident à $z = 0$ qui est obtenue en utilisant [46] :

$$\tilde{A}(0, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A(0, T) \exp(i\omega T) dT \quad (\text{III. 10})$$

III.8.1.1. Impulsions gaussiennes

Pour mieux comprendre les effets de la dispersion sur l'évolution temporelle d'une impulsion, nous prenons une impulsion initiale de type gaussienne $A(0, t)$ non chirpée ayant une largeur caractéristique T_0 . Notons que l'exemple de l'impulsion gaussienne est le seul exemple qui est facile à traiter analytiquement de manière rigoureuse. Pour d'autres formes d'impulsions, seule l'évolution de l'écart type de la largeur temporelle sera accessible [48].

Considérons une impulsion gaussienne pour laquelle le champ incident est de la forme [46] :

$$A(0, T) = \exp\left(-\frac{T^2}{2T_0^2}\right) \quad (\text{III. 11})$$

Où T_0 désigne la demi-largeur à 1/e de l'intensité reliée à sa largeur à mi-hauteur (FWHM) par :

$$T_{FWHM} = 2(\ln 2)^{1/2} T_0 \approx 1.665 T_0 \quad (\text{III. 12})$$

L'évolution dans le domaine temporel de cette impulsion en tout point z le long de la fibre optique est alors :

$$A(z, t) = \frac{T_0}{\sqrt{T_0 - i\beta_2 z}} \exp\left(-\frac{t^2}{2(T_0 - i\beta_2 z)}\right) \quad (\text{III. 13})$$

L'équation (III.13) montre que l'impulsion conserve sa forme gaussienne mais sa largeur temporelle et sa phase évoluent. Ainsi, indépendamment du signe de β_2 , la largeur de l'impulsion augmente avec la distance de propagation z suivant la relation :

$$T_1(z) = T_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z|\beta_2|^2}{T_0^2}\right)^2} = T_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{L_D}\right)^2} \quad (\text{III. 14})$$

C'est-à-dire, pour une distance $z = L_D$, l'impulsion gaussienne a donc vu sa largeur temporelle T_1 augmenter d'un facteur $\sqrt{2}$ par rapport à T_0 .

La figure (III.7) montre l'étendue de l'élargissement de l'impulsion induit par la dispersion pour une impulsion gaussienne en traçant $|A(z, T)|^2$ à $z = 0$, $2L_D$ et $4L_D$.

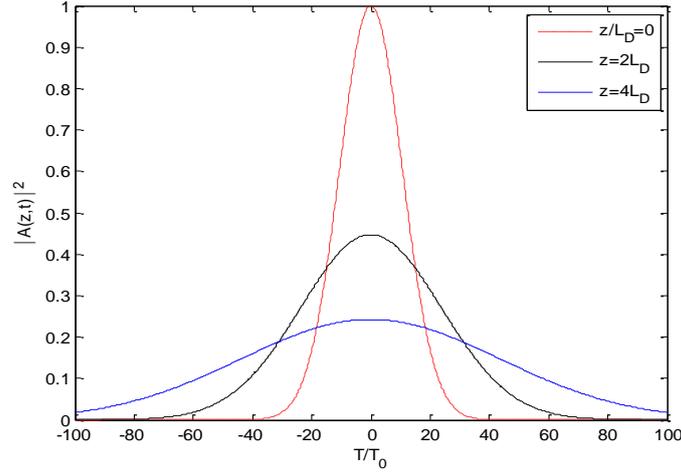


Figure III.7 : Evolution du profil d'intensité pour différentes distances de propagation en fonction de T/T_0 .

D'après la figure (III.8), on constate que l'élargissement induit à l'impulsion est proportionnelle à la distance de propagation mais l'impulsion conserve toujours sa forme gaussienne.

Parallèlement, la phase a évolué suivant la forme :

$$\varphi(z, t) = -\frac{\text{sgn}(\beta_2) \left(\frac{z}{L_D}\right) t^2}{1 + \left(\frac{z}{L_D}\right)^2} \frac{1}{T_0^2} + \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{z}{L_D}\right) \quad (\text{III. 15})$$

Ce qui correspond à un chirp linéaire donné par :

$$\delta\omega(z, t) = 2 \frac{\text{sgn}(\beta_2)(z/L_D)}{1 + (z/L_D)^2} \frac{t}{T_0^2} \quad (\text{III. 16})$$

La dispersion d'ordre deux introduit donc, dans le cas de l'impulsion gaussienne, un chirp parfaitement linéaire dont la pente va dépendre du signe de la dispersion. Dans le cas d'un régime de dispersion anormale $\beta_2 < 0$ (ou $D > 0$), les composantes de plus hautes fréquences se déplacent plus vite que les composantes de plus basses fréquences. Au cours de la propagation, les composantes de basses fréquences vont donc s'accumuler sur le front descendant de l'impulsion tandis que les hautes fréquences s'accumuleront sur le front montant. Le front montant de l'impulsion étant alors plus rapide que le front descendant, il s'en suit un élargissement inexorable de l'impulsion. Il est à noter que le chirp est toujours linéaire quelle que soit la forme de l'impulsion

initiale considérée, la nature du chirp $\delta\omega(t)$ dépendra seulement du type d'impulsion utilisée.

L'évolution temporelle de l'impulsion gaussienne initialement non-chirpée peut être rapprochée de l'évolution spatiale d'un faisceau gaussien [49]. Ainsi, il est possible de dresser un parallèle entre l'action temporelle de la dispersion et l'action spatiale de la diffraction, les équations gouvernant les différents phénomènes étant de nature similaire. De tels parallèles entre les domaines temporels et spatiaux pourront être effectués comme les effets non linéaires de sorte que les solitons temporels admettent des équivalents dans le domaine spatial [50, 51, 52].

III.8.2. Régime purement non linéaire

Pour étudier l'impact de l'effet Kerr sur la propagation d'une impulsion lumineuse, on se met dans le cas où les effets dispersifs peuvent être négligés devant les effets non linéaires dans lequel $\beta_2 = 0$. Dans ces conditions, l'équation (II.45) se réduit à :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = -\gamma |E|^2 E \quad (\text{III. 17})$$

La solution de cette équation prend alors la forme :

$$E(z, t) = E(0, t) \exp(i\gamma |E(0, t)|^2 z) \quad (\text{III. 18})$$

Les effets non linéaires ne modifient pas le profil de puissance $P(t)$: ils vont se traduire par l'apparition d'un déphasage temporel supplémentaire $\varphi_{NL}(z, t) = \gamma |E(0, t)|^2 z$. Ce phénomène est appelé auto-modulation de phase [53]. Pour $z = L_{NL}$, $\varphi_{NL}(L_{NL}, 0) = 1$: la longueur non linéaire représente donc physiquement la distance à l'issue de laquelle l'impulsion a acquis un déphasage en son centre égal à 1 rad.

Le déphasage dû à l'auto-modulation de phase correspond à un chirp temporel $\delta\omega_{NL}(z, t)$ donné par:

$$\delta\omega_{NL}(z, t) = -\frac{d\varphi(z, t)}{dt} = -\gamma z \frac{\partial |E(0, t)|^2}{\partial t} \quad (\text{III. 19})$$

Pour une impulsion gaussienne, $\delta\omega_{NL}^{Gauss}(z, t)$ vaut alors :

$$\delta\omega_{NL}^{Gauss}(z, t) = \frac{2\gamma z P_0 t}{T_0^2} \exp(-(t/T_0)^2) \quad (\text{III. 20})$$

Au centre de l'impulsion, lorsque $t \ll T_0$, $\exp(-(t/T_0)^2) \approx 1$. Le chirp est donc quasiment linéaire au centre de l'impulsion. Ce n'est, par contre, plus le cas sur les flancs de l'impulsion.

La valeur maximale de $\delta\omega_{NL}^{Gauss}(z, t)$ est $\delta\omega_{NL}^{Gauss}(z) = \sqrt{2}e^{-1/2}P_0\gamma z/T_0$. Cette valeur augmente suivant z . Ainsi, au fur et à mesure de la propagation, des photons sont générés à de nouvelles fréquences par le processus non linéaire [53]. Cela entraîne un élargissement spectral de l'impulsion [53].

III.8.2.1. Modélisation des effets non linéaires

En utilisant l'équation d'amplitude normalisée $A(z, t)$, l'équation de la propagation pour $\beta_2 = 0$, est donnée par :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{ie^{-\alpha z}}{L_{NL}} |A|^2 A \quad (\text{III. 21})$$

Où α les pertes dans la fibre optique.

L'équation (III.21) peut être résolue en remplaçant $A = V \exp(i\phi_{NL})$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial \phi_{NL}}{\partial z} = \frac{e^{-\alpha z}}{L_{NL}} V^2 \quad (\text{III. 22})$$

Comme l'amplitude V ne change pas le long de la longueur de fibre L , l'équation de phase peut être intégrée analytiquement pour obtenir la solution générale

$$A(L, T) = A(0, T) \exp[i\phi_{NL}(L, T)] \quad (\text{III. 23})$$

Où $A(0, T)$ est l'amplitude du champ à $z = 0$ et

$$\phi_{NL}(L, T) = |A(0, T)|^2 (L_{eff}/L_{NL}) \quad (\text{III. 24})$$

Avec L_{eff} la longueur effective définie comme [46] :

$$L_{eff} = \frac{1 - \exp(-\alpha L)}{\alpha} \quad (\text{III. 25})$$

On remplace (III.24) dans (III.23), on trouve :

$$A(L, T) = A(0, T) \exp\left(i \left(\frac{L_{eff}}{L_{NL}}\right) |A(0, T)|^2\right) \quad (\text{III. 26})$$

L'équation (III.26) montre que $|A(L, T)| = |A(0, T)|$ et que par conséquent, le profil d'intensité n'est pas modifié par l'effet Kerr au cours de la propagation. Alors cet effet provoque juste une variation de la phase de l'impulsion. On peut constater aussi que ϕ_{NL} donnée par l'équation (III.24) est directement proportionnel à l'intensité $|A(0, T)|^2$. Donc elle est liée à la forme initiale de l'impulsion. On note aussi que le décalage de phase non linéaire dépend de la longueur effective de la fibre optique donnée par l'équation (III.25).

La variation temporelle de la phase implique que la fréquence optique instantanée correspondante à l'évolution de l'impulsion qui se diffère de sa fréquence central ω_0 . L'impulsion subit ainsi un glissement de fréquence plus communément appelé 'Chirp', défini par :

$$\delta\omega(T) = \omega(T) - \omega(0) = -\frac{\partial\phi_{NL}}{\partial T} = -\left(\frac{L_{eff}}{\partial T}\right)\frac{\partial}{\partial T}|A(0, T)|^2 \quad (III. 27)$$

La dépendance du temps du paramètre $\delta\omega$ est notée comme étant un glissement de fréquence, qui augmente en amplitude en fonction de la distance de propagation. Ce phénomène peut être expliqué par l'action de génération continue de nouvelles composantes fréquentielles durant la propagation d'une impulsion dans une fibre optique (la génération des photons de fréquences inférieures à la fréquence de la porteuse ω_0 sur le front descendant).

III.8.2.2. Impulsion super-gaussienne

La forme du champ induit est donnée par [46] :

$$A(0, T) = \exp\left[-\frac{1 + iC}{2}\left(\frac{T}{T_0}\right)^{2m}\right] \quad (III. 28)$$

Où m est un paramètre qui contrôle le degré de netteté des arêtes (pour $m = 1$ on a une simple impulsion gaussienne) et C est le paramètre du chirp ; up-chirp pour $C > 0$, down-chirp pour $C < 0$ et $C=0$ pour les impulsions initialement non chirpés.

On suppose que l'impulsion est sans chirp initial ($C = 0$). Remplaçant (III.28) dans l'équation (III.24), on trouve :

$$\phi_{NL}(L, T) = \exp\left(-\left(\frac{T}{T_0}\right)^{2m}\right)(L_{eff}/L_{NL}) \quad (III. 29)$$

Et remplaçant (III.28) dans l'équation (III.27), on trouve :

$$\delta\omega(T) = \frac{2m L_{eff}}{T_0 L_{NL}} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{2m-1} \exp\left[-\left(\frac{T}{T_0}\right)^{2m}\right] \quad (III.30)$$

La figure (III.8) et (III.9) montrent respectivement la variation du déphasage non linéaire ϕ_{NL} et du glissement de fréquence (chirp) induit $\delta\omega$ à travers une impulsion gaussienne ($m=1$) et une impulsion super gaussienne ($m=3$) dans le cas où $L_{eff} = L_{NL}$.

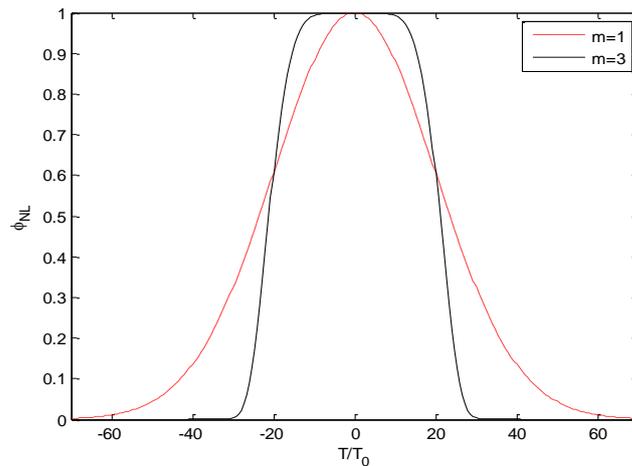


Figure III.8 : Variation du déphasage non linéaire ϕ_{NL} en fonction de T/T_0 .

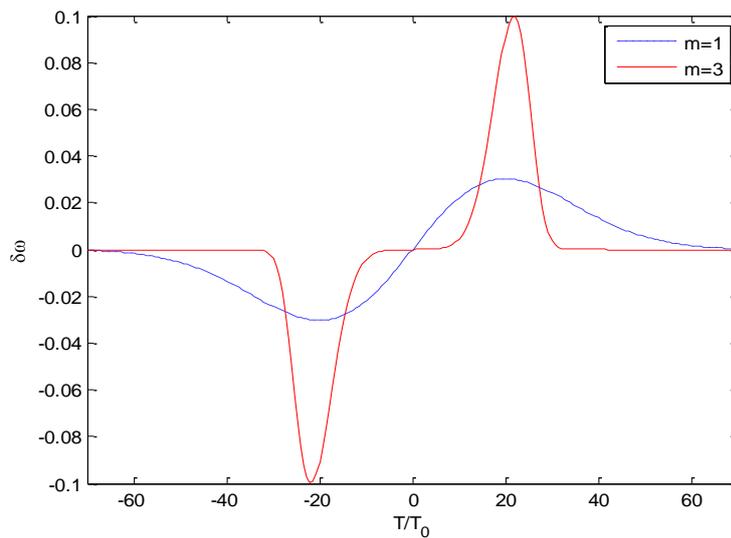


Figure III.9 : Variation du chirp induit en fonction de T/T_0 .

Les figures (III.10) et (III.11) montrent respectivement la variation de déphasage non linéaire ϕ_{NL} et du chirp induit $\delta\omega$ à travers deux impulsions super gaussiennes ($m=2$ et $m=4$) dans le cas où $L_{eff} = L_{NL}$.

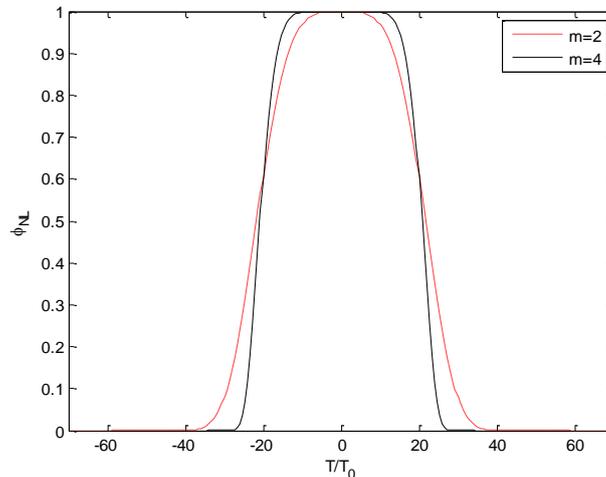


Figure III.10 : Variation décalage non linéaire ϕ_{NL} en fonction de T/T_0 .

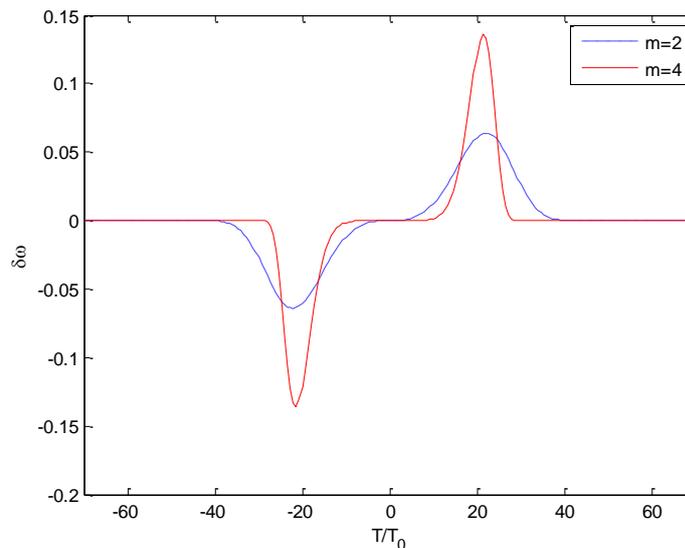


Figure III.11 : Le décalage de fréquence induit par la variation temporelle de la SPM.

D'après les figures (III.8) et (III.9), on voit clairement la dépendance entre ϕ_{NL} et la forme de l'impulsion incidente. Ainsi on remarque que, pour de grandes valeurs de m l'impulsion incidente devient presque rectangulaire.

On se référant aux figures (III.10) et (III.11), on remarque que le décalage de fréquence $\delta\omega$ est négatif près du front montant (red shift), et devient positif

prés du front (bleu shift) de l'impulsion. On note aussi que le chirp est varié suivant les variations de la phase non linéaire.

III.8.3. Impulsion sécante hyperbolique

La forme de l'impulsion sécante hyperbolique se produit naturellement dans les solitons optiques et les impulsions émises par certains modes des lasers. Le champ optique associé à de telles impulsions prend souvent la forme [46] :

$$U(0, T) = \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right) \exp\left(-\frac{iCT^2}{2T_0^2}\right) \quad (\text{III. 31})$$

Où C le paramètre de chirp.

$$T_{FWHM} = 2\ln(1 + \sqrt{2})T_0 \approx 1.763T_0 \quad (\text{III. 31})$$

Cette relation doit être utilisée si la comparaison est effectuée sur la base de la méthode FWHM. La même relation pour une impulsion gaussienne est donnée dans l'équation (III.30).

On prend $C = 0$ et on remplace (III.28) dans l'équation (III.23), on trouve

$$\Phi_{NL}(L, T) = \operatorname{sech}^2\left(\frac{T}{T_0}\right) \left(\frac{L_{eff}}{L_{NL}}\right) \quad (\text{III. 32})$$

La figure suivante représente la variation du déphasage non linéaire Φ_{NL} d'une impulsion de la forme sécante hyperbolique

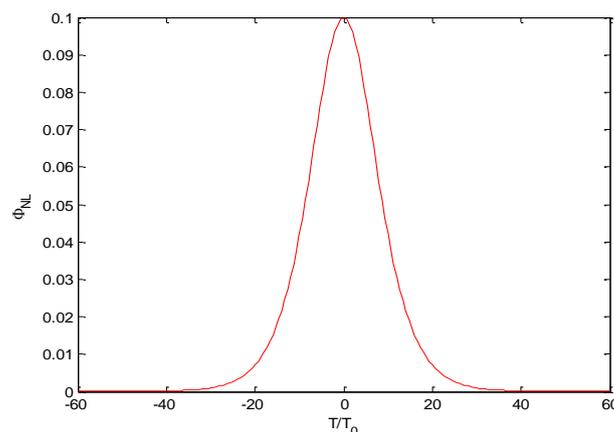


Figure III.12 : Variation de déphasage non linéaire en fonction du rapport T/T_0 .

Le chirp correspond prend la forme suivante :

$$\delta\omega(T) = -\frac{\partial\phi_{NL}}{\partial T} = \frac{2}{T_0} \frac{L_{eff}}{L_{NL}} \operatorname{sech}^2\left(\frac{T}{T_0}\right) \tanh\left(\frac{T}{T_0}\right) \quad (\text{III.32})$$

La figure suivante montre la variation de du chirp induit $\delta\omega$ à travers une impulsion sécante hyperbolique.

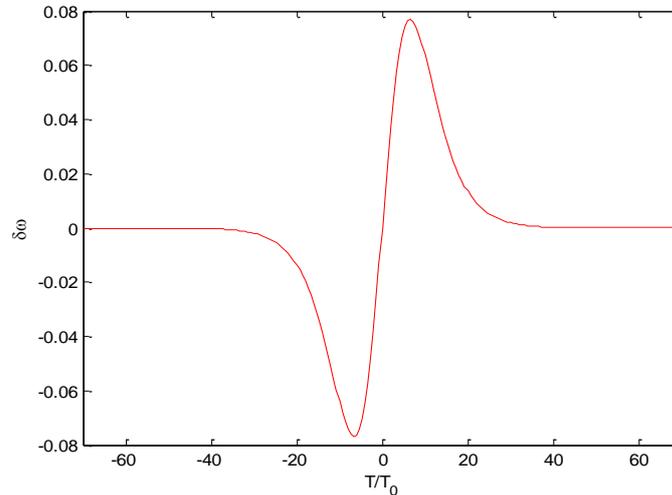


Figure III.13 : Variation du chirp induit en fonction du rapport T/T_0 .

III.9. Les impulsions solitonique dans les fibres optiques

En régime de dispersion anormale ($\beta_2 < 0$), les solitons naissent de la compensation exacte de la modulation de phase provoquée par la dispersion chromatique et de l'auto-modulation de la phase provoquée par l'effet Kerr (dans le cas où on supposerait une atténuation nulle des impulsions). Cette condition est retrouvée à partir d'un traitement rigoureux de l'équation de Schrödinger non linéaire décrit par (III.45). Il est possible de trouver une solution fondamentale de la forme [54] :

$$U(\tau, z) = \eta \operatorname{sech}(\eta\tau) e^{j\eta^2 z/2} \quad (\text{III.33})$$

Où η et τ correspondent à l'amplitude et au référentiel du temps. De cette équation, il est évident que le soliton

garde sa forme temporelle sur toute la distance de propagation dans la fibre. D'autres types de solitons existent mais avec une amplitude qui évoluera d'une façon périodique, comme on montre dans la figure (III.14).

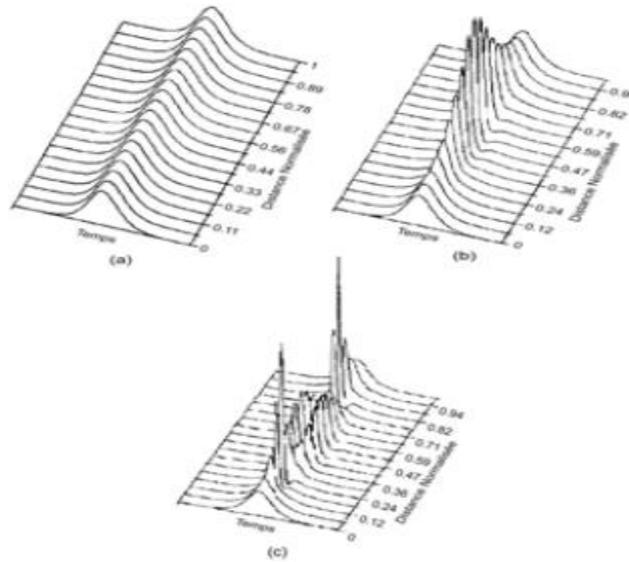


Figure III.14 : Ondes solitons : (a) Soliton fondamental (b) Soliton de deuxième ordre (c) Soliton de troisième ordre [43].

Notons que pour faire propager une impulsion de type soliton fondamental dans la fibre, il faut utiliser une source émettant dans la région spectrale de dispersion anormale de la fibre à utiliser et que la fibre présente une atténuation nulle, ce qui est impossible avec les technologies actuelles. Il faut également injecter des impulsions avec un profil en sécante-hyperbolique. De plus, la largeur et la puissance crête de l'impulsion doivent satisfaire la condition du soliton fondamental.

Même si l'énoncé des conditions de propagation des solitons paraît simple, la mise en œuvre est plus complexe. En effet, la propagation correcte des solitons exige le contrôle de nombreux paramètres, notamment un contrôle est nécessaire lors de propagation d'un train d'impulsions solitons.

Une autre caractéristique importante des solitons est leur évolution spatiale au cours de la propagation qui est le fruit de l'interaction de la dispersion chromatique et de l'auto-modulation de phase (qui change les variations de phase en variations d'amplitude). Ce phénomène peut être compris à partir de l'effet de l'instabilité de la modulation. La figure (III.15) visualise l'évolution de l'intensité spectrale dans le cas d'un soliton d'ordre supérieur (son amplitude varie périodiquement sur la distance de propagation).

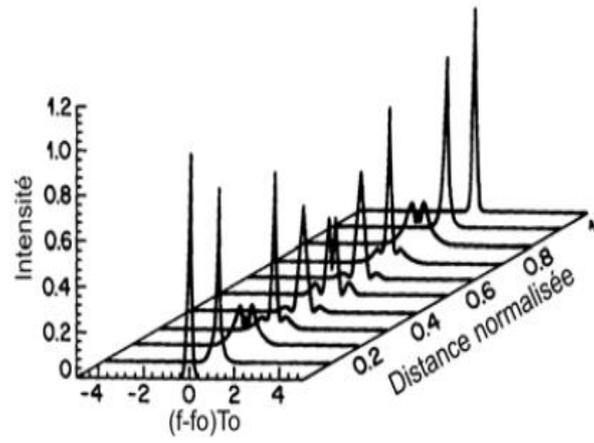


Figure III.15 : Evolution de l'intensité d'un soliton d'ordre supérieur [55].

III.10. Conclusion

La physique des solitons est un domaine de la recherche actif, notamment en optique, tant d'un point de vue fondamental que d'un point de vue applicatif. Les recherches scientifiques nous ont montré que l'impulsion solitaire se déplace dans un milieu sans être déformée, et elle ne subit aucune distorsion lors de sa propagation. Donc l'onde solitaire possède la merveilleuse propriété de se propager dans un milieu non linéaire sans changer sa forme.

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différentes familles des solitons spatiaux tels que les solitons Kerr, photoréfractifs les solitons temporels et les autres. Leurs propriétés complémentaires permettent d'envisager une large gamme d'applications: par exemple une commutation ultra-rapide pour les solitons Kerr, et le transport de l'information au sein d'une fibre optiques pour un soliton temporel. Nous avons essayé de convaincre le lecteur de la réalité des solitons et de l'enjeu que représentent les solitons optiques pour les télécommunications. Dans ce chapitre aussi, nous avons consacré notre attention tout particulièrement sur la propagation des impulsions dans une fibre à dispersion normale et anormale. Nous avons vu les phénomènes limitant les performances des communications par solitons optiques telle que l'interaction entre solitons, la stabilité des solitons et interaction avec le bruit. Nous avons également vu le rôle particulier tenu par les solitons dans les fibres optiques, seules impulsions capables de se propager sans modification de leur profil temporel.

Référence

- [1] M. Piché, F. Salin, 'Self-mode locking of solid state lasers without apertures', *Opt. Lett.* 18, 1041-1043, (1993).
- [2] A. Hasegawa, F. Tappert, 'Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersion dielectrics fibers', *Appl. Phys. Lett.* 23, 142, (1973).
- [3] A. Hasegawa, M. Matsumoto, 'Optical Solitons in Fibers', (chapitre 7) Third ed, New York, (2003).
- [4] S. Droulias, M. Manousakis, K. Hizanidis, 'Switching dynamics in nonlinear directional fiber couplers with intermodal dispersion', publication, Zografou 157 73 Athens, Greece, volume 240, (2004).
- [5] N.J. Zabusky, M.D. Kruskal, 'Interactions of "solitons" in collisionless plasma and the recurrence of initial states', *Phys. Rev. Lett.* 15,240-3, 1965.
- [6] T.B. Benjamin, J.E. Feir, 'The disintegration of wave trains on deep water - Part 1. Theory' *J. Fluid Mech.* 27, 417-30, 1967.19.
- [7] E. Fermi et Al., 'Studies of nonlinear problems' (Los Alamos report LA-1940, 1955), in "Collected Papers of Enrico Fermi, vol. 2" (University of Chicago Press, Chicago), (1955).
- [8] F. Azzouzi, " Etude de la dynamique de propagation non linéaire des solitons optiques modélisés par l'équation de Schrödinger non linéaire", Thèse de doctorat, Université de Badji Mokhtar Annaba, Algérie (2010).
- [9] J. D. Topomondzo, 'Etude des effets de biréfringence induite dans les amplificateurs optiques à semi-conducteurs Applications dans les systèmes de communications optiques', Thèse de doctorat, l'université de Franche-Comté, (2004).
- [10] R. Grasser, « Génération et propagation de réseaux périodiques de soliton spatiaux dans un milieu de Kerr massif », Thèse Doctorat, Franche-Comté, France (2000).
- [11] G.G. Stokes, 'On the theory of oscillatory waves', *Trans. Cambridge Philos. Soc.* 8, 441-55.
- [12] T.B. Benjamin, J.E. Feir, 'The disintegration of wave trains on deep water - Part 1. Theory' *J. Fluid Mech.* 27, 417-30, 1967.19.
- [13] N. J. Zabusky, M. D. Kruskal, *Optic*, (1965).

- [14] C. S. Gardner et Al, 'Method for solving the Korteweg-de Vries equation', Phys. Rev. Lett. 19, 1095-7, (1967).
- [15] V.E. Zakharov, A.B. Shabat, 'Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media', Sov. Phys. JETP 34, 62-9, (1972).
- [16] M.J. Ablowitz & AL, 'The inverse scattering transform - Fourier analysis for nonlinear problems', Stud. Appl. Math. 53, 249-315, (1974).
- [17] A.P. Fordy, 'A historical introduction to solitons and Backlund transformations', in "Harmonic Maps and Integrable systems" (Vieweg, Wiesbaden), (1994).
- [18] D.R. Anderson & AL, A variational approach to nonlinear evolution equations in optics, Pramana - J. Phys. 57, 917-36, (2001).
- [19] Y.S. Kivshar & B.A. Malomed, 'Dynamics of solitons in nearly integrable systems', Rev. Mod. Phys. 61, 763-915, (1989).
- [20] V. Coda, 'Solitons optiques spatiaux Kerr et photoréfractifs : propriétés fondamentales et application à l'adressage optique' Thèse de doctorat de l'université de franche-comté spécialité sciences pour l'ingénieur, (19 Mars 2017).
- [21] N. Khelfaoui, 'Auto-focalisation infrarouge dans le Phosphore d'Indium dopé fer', Thèse de doctorat, Unité de recherche commune à l'Université de Metz, (2006).
- [22] V. E. Zakharov and A. B. Shabat, 'Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media', Soviet Physics JETP, vol. 34, no. 1, p. 62, (1972).
- [23] L. F. Mollenauer, R. H. Stolen, and J.P. Gordon, 'Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers', Physical Review Letters, vol. 45, p.,1095, (1980).
- [24] Y. Kodama and A. Hasegawa, 'Theoretical foundation of optical soliton concept in fibers', vol. XXX. Wiley, (1992).
- [25] Y. Silberberg, 'Collapse of optical pulses', Opt. Lett.15, 1282-4, (1990).
- [26] N. N. Akhmediev & J.M. Soto-Crespo, 'Generation of train three-dimensional optical solitons in a self-focusing medium', Phys. Rev. A47,1358-64,(1993).
- [27] X. Liu et al, 'Transverse instability of optical spatiotemporal solitons in quadratic media', Phys. Rev. Lett.85.1871-4,(2000).

- [28] R. McLeod et al, (1995), '(3+1)-dimensional optical soliton dragging logic', Phys. Rev. A52.3254-78; F. Wise & P. Di Trapani, 'the hunt for light bullets- Spatiotemporal solitons', Opt. Photon. News 13.28-32, (2000).
- [29] N. N. Akhmediev et al, 'Modulation instability of the ground state of the nonlinear wave equation', Optical machine gun, Opt. Lett. 17.393-5, (1992).
- [30] X. Liu et al, 'Generation of optical spatioemporal solitons', Phys. Rev. Lett. 82.4632-4, (1999).
- [31] H. S. Eisenberg et al, 'Kerr spatiotemporal self-focusing in a planar glass waveguide', Phys. Rev. Lett. 87.04902, (2001).
- [32] A. Ashkin, G. Boyd, J. Dziedzic, R. Smith, A. Ballman, J. Levinstein et K. Nassau: 'increased optical damage resistance in lithium niobate'. Appl. Phys. Lett., 9:72, (1966).
- [33] F. S. Chen, J. T. Lamacchia et D. B. Fraser, 'holographic storage in lithium niobate'. Appl. Phys. Lett., 13:223, (1968).
- [34] F. S. Chen: 'optically induced change of refractive indices in linbo'. J. Appl. Phys., 40:3389, (1969).
- [35] P. Yeh: 'introduction to photorefractive nonlinear optics. Wiley, New York, (1993).
- [36] J. S. Russel, 'Report on Waves'. Proc. Roy. Soc. Edinburgh, p.319, (1844).
- [37] Y.S. Kivshar, G.I. Stegeman: 'spatial optical solitons-guiding light for future applications'. Opt. photon. News, 13:5, (2002).
- [38] B. Luther-davis et G.I. Stegeman: spatial solitons, chapitre materials for spatial solitons, pages 19-36. Springer, Berlin, (2001).
- [39] A.W. Snyder et F. Ladouceur: light guiding light: letting light be the master of its own destiny. Opt. photon. News, 10:35, (1999).
- [40] R. Ramaswami et K. Sivarajan: optical networks: a practical perspective. Morgan Kaufmann, San Francisco, 2ème édition, (2001).
- [41] J. P. Gordon, 'Interaction forces among solitons in optical fibers', Optics Letters, vol. 8, no. 11, p. 596, (1983).
- [42] A. Hasegawa, 'Optical solitons in fibers for communications systems', in Optics et Photonics News, (2002).

- [43] E. Arevalo, C. Ramirez, A. Guzman. 'Solitones en fibras opticas'. Revue Momento, no. 11, pp. 9-16, (1995).
- [44] J. P. Gordon and H. A. Haus, 'Random walk of coherently amplified solitons in optical fibers transmission', Optics Letters, p.665, (1986).
- [45] H. A. Haus, W.S. Wong, and F.I. Khatri, 'Continuum generation by perturbation of soliton', Journal of Optical Society of America B, vol.14, no. 2, p. 304, (1997).
- [46] G. P. Agrawal, 'Nonlinear Fiber Optics, 3rd ed'. Academic Press, San Diego, (2001).
- [47] G. P. Agrawal. Nonlinear Fiber Optics. Academic Press, fourth edition, (2007).
- [48] D. Anderson and M. Lisak, 'Propagation characteristics of frequency-chirped super-Gaussian optical pulses'. Opt. Lett., 1986, vol 11(9), p. 569-571, (1986).
- [49] K. Tajima and K. Washio, Generalized view of gaussian pulse-transmission characteristics in single-mode optical fibers. Opt. Lett., vol 10(9), p. 460-462, (1985).
- [50] J.S. Aitchison, Y. Silberberg, A.M. Weiner, D.E. Leaird, M.K. Oliver, J.L. Jackel, E.M. Vogel, and D.A. Smith, 'Spatial optical solitons in planar glass waveguides'. J. Opt. Soc. Amer. B, 1991, vol 8(6), p. 1290- 1297.
- [51] J.S. Aitchison, A.M. Weiner, Y. Silberberg, M.K. Oliver, J.L. Jackel, D.E. Leaird, E.M. Vogel, and P.W.E. Smith, 'Observation of spatial solitons in a nonlinear glass waveguide'. Opt. Lett, vol 15(9), p. 471- 473. (1990).
- [52] Y.S. Kivshar and G.I. Stegeman, 'Spatial optical solitons, guiding light for futur technologies', in Optics & Photonics News. (Février 2002). p. 59-63.
- [53] D. Anderson and M. Lisak, 'Propagation characteristics of frequency-chirped super-Gaussian optical pulses'. Opt. Lett., vol 11(9), p. 569-571, (1986).
- [54] C. E. P. Valenzuela. 'Formats de modulation pour les télécommunications optiques', l'école nationale supérieure des télécommunications de bretagne en habilitation conjointe avec l'université de Bretagne sud, soutenue le 13 mars 2006.
- [55] G. P. Agrawal. 'Nonlinear fiber optics', Academic Press, (2002).

Chapitre IV

Propagation des Solitons Chirpés

Dans une Fibre Optique

IV.1. Introduction

L'équation de Schrödinger non linéaire (ESNL) joue un rôle essentiel dans divers domaines. Elle permet de décrire de nombreux systèmes physiques dans des domaines aussi divers que les fluides et solides quantiques, les écoulements compressibles, la propagation de la lumière dans les fibres optiques et la propagation d'ondes de surface sur des films liquides minces.

En régime picoseconde, ce modèle doit inclure seulement la dispersion de la vitesse de groupe (GVD) et l'auto-modulation de phase (SPM). Cependant, l'augmentation de la puissance du champ appliqué va produire des impulsions ultracourtes (en régime femtoseconde). Dans ce cas, les effets d'ordre supérieur apparaissent et la dynamique des impulsions devrait être décrite par la famille de l'équation SNL extensive aux termes non-linéaires et dispersifs d'ordre supérieur. Dans ce contexte, l'équation d'ondes régissant est l'ESNL généralisée qui inclut des effets évolués tels que l'auto-raïdissement (SS), le shift de fréquence et la non-linéarité quintique [1, 2]. Notons que dans la plupart des cas pratiques en général, l'équation SNL d'ordre supérieur intervient comme un modèle d'équation principale pour décrire la dynamique de propagation non linéaire des impulsions ultracourtes. Soulignons que ces modèles ne sont pas complètement intégrables à cause de la présence des ordres supérieurs de la non linéarité et de la dispersion au même temps, et ne peuvent pas être résolus exactement par la méthode de la transformée de Fourier à pas divisés [3].

Actuellement, l'étude de la propagation des impulsions solitoniques chirpées dans les nano fibres optiques suscite de plus en plus d'intérêt en vue de leurs applications extensives dans les communications par solitons optiques en compression ou amplification d'impulsions. Elles sont particulièrement utiles dans la conception des amplificateurs à fibre optique et les compresseurs d'onde [4, 5].

Récemment, Alka et al. [6] ont trouvé des solutions exactes pour l'équation SNL de type '*soliton chirpé*'. Dans les références [7, 8], les auteurs ont étudié l'équation de SNL contenant les termes non linéaires de l'auto-raïdissement et le shift de fréquence et ils ont obtenu des solutions solitoniques avec un chirp non linéaire. Plus récemment, Triki et al. [9] ont dérivé des familles

de solitons chirpés pour l'équation SNL d'ordre supérieur incorporant les termes cubique, quintique et septique de la non-linéarité, l'auto-raïdissement et le shift de fréquence [9]. L'existence des solutions exactes de type soliton chirpé a été également démontrée pour l'équation SNL généralisée présentant une non-linéarité polynomiale et des termes non-Kerr d'ordre arbitraire [10].

Dans ce chapitre, nous allons d'abord présenter quelques notions nécessaires du chirp et ses différents types. Ensuite, nous discuterons en détail la solution de l'équation SNL généralisée qui décrit la propagation des impulsions lumineuses femtoseconde dans un milieu qui montre différentes lois de non linéarité telles que la loi Kerr, la loi de puissance, la loi parabolique, et la loi double puissance. Nous présenterons aussi les différents résultats de nos calculs théoriques qui traitent la dynamique de propagation non linéaire dans un système plus compliqué ou les impulsions sont gouvernées par l'équation de SNL en régime femtoseconde extensible à des termes d'ordre élevé des non linéarités cubique et quintique ainsi que l'auto-raïdissement, et le shift de fréquence. En particulier, nous démontrons l'existence d'une grande variété des solitons chirpés de type brillant, noir et singulier qui peuvent se propager dans les nano-fibres optiques sous différentes conditions paramétriques. Nous montrons également que le chirp associé à ces impulsions est directement proportionnel à l'intensité de l'onde optique, et il incluant deux contributions de type linéaire et non linéaire. Notre étude a été effectuée à l'aide de la méthode de l'onde progressive, où la phase de l'onde est une fonction de l'intensité.

IV.2. Définition du chirp

Généralement, on fait correspondre au terme «chirp» tout signal complexe dont l'expression peut s'écrire en fonction du temps comme suit [11]:

$$x(t) = a(t)e^{i\varphi(t)} \quad (\text{IV.1})$$

Où $a(t)$ étant une fonction positive dont l'évolution est lente par rapport aux oscillations de la phase $\varphi(t)$. Nous traduirons ceci simplement (sans entrer dans les subtilités mathématiques que présente une définition précise [11, 12]) par les deux conditions heuristiques dans l'évolution lente suivantes :

$$\left| \frac{\dot{a}(t)}{a(t)\dot{\varphi}(t)} \right| \ll 1 \text{ et } \left| \frac{\ddot{\varphi}(t)}{\dot{\varphi}^2(t)} \right| \ll 1 \quad (\text{IV.2})$$

Où «.» et «..» sont les dérivées première et seconde, respectivement.

La première condition garantit que, l'amplitude est quasi-constante à l'échelle d'une pseudo-période $T = 2\pi/|\dot{\varphi}(t)|$. En d'autres termes, l'amplitude $a(t)$ ne subisse aucune variation relative appréciable, tandis que la seconde condition impose que la pseudo-période $T(t)$ est-elle même lentement variable d'une oscillation à une autre oscillation. Ainsi, les chirps sont destinés à servir de modèle pour les signaux à mono-composante modulés à la fois en amplitude et en fréquence. Leur fréquence «instantanée» est alors supposée être reliée aux oscillations «locales» de la phase.

Notons qu'il existe différents types de chirp résultant de la propagation des impulsions lumineuses dans les milieux matériels.

IV.2.1. Chirp linéaire

Un chirp est de type linéaire s'il admet une représentation du type de l'équation (IV.1) dans laquelle $\varphi(t)$ est un polynôme quadratique en t :

$$\varphi(t) = 2\pi \left(\frac{\alpha}{2} t^2 + \beta t + \gamma \right) \quad (\text{IV.3})$$

Où α, β et γ sont des constantes réelles et $\alpha \neq 0$.

Un tel signal voit sa fréquence varier linéairement avec le temps comme on peut le vérifier en examinant sa «*fréquence instantanée*» définie par $f_x(t) = 1/2\pi\dot{\varphi}(t)$. Notons que cette interprétation n'est pas toujours valide puisque la

définition de la fréquence instantanée présuppose que le signal soit analytique, ce qui n'est pas nécessairement le cas pour un chirp linéaire ainsi défini (une discussion plus précise sur les possibilités d'interprétation de la dérivée de la phase du signal analytique en termes de fréquence instantanée est donnée dans [13]).

La conséquence en est que la quantité $\frac{1}{2\pi}\dot{\varphi}(t) = at + \beta$ ne s'identifie pas en général à la vraie fréquence instantanée du signal à valeur réelle $R_e\{x(t)\}$. Les conditions selon lesquelles un chirp linéaire est presque analytique peuvent être précisées dans quelques cas quand une forme explicite est donnée à l'amplitude (t) . En particulier, dans le cas important d'une amplitude gaussienne, il devient simple de prouver qu'un chirp linéaire d'amplitude gaussienne $e^{-\pi\delta t^2}$ devient presque analytique (s'annule presque pour les fréquences négatives) dans la limite bande étroite où $(\alpha^2 + \delta^2)/\delta\beta^2 \rightarrow 0$. Ceci provient d'un calcul direct selon lequel :

$$|\tilde{X}(f)| = C e^{-\pi\frac{\delta}{\alpha^2 + \delta^2}(f - \beta)^2} \quad (\text{IV. 4})$$

où $\tilde{X}(f)$ est la transformée de Fourier de $x(t)$. Nous obtenons le résultat que la fréquence centrale d'un chirp linéaire d'amplitude gaussienne est β , tandis que sa largeur de bande est proportionnelle à $(\delta + \alpha^2/\delta)^{1/2}$, sous la condition de bande étroite.

Un tel signal voit sa fréquence varier linéairement avec le temps comme on peut le vérifier en examinant sa «fréquence instantanée» définie par la relation $f_x = 12\pi\dot{\varphi}(t)$. Notons que cette interprétation n'est pas toujours valide puisque la définition de la fréquence instantanée présuppose que le signal soit analytique. Notons qu'une discussion plus précise sur les possibilités d'interprétation de la dérivée de la phase du signal analytique en termes de fréquence instantanée est donnée dans la référence [13].

IV.2.2. Le chirp non linéaire

Il dépend de l'intensité de l'impulsion lumineuse telle que [14] :

$$\delta\omega = - \sum_{n=1}^N c_n I^{n-1} = (c_1 + c_2 I + c_3 I^2 + \dots) \quad (\text{IV. 5})$$

IV.2.3. Chirp en lois de puissance

La situation de quasi-analyticité des chirps linéaires contraste avec celle des chirps en loi de puissance. Un chirp est dit un chirp en loi de puissances s'il admet comme représentation le modèle général suivant :

$$C_{\alpha,\beta}(t) = at^\alpha e^{i(bt^\beta+c)} \quad (\text{IV. 6})$$

Parmi les cas particuliers importants de ce modèle, on trouve le cas de l'approximation newtonienne de la partie spirale ente les ondes gravitationnelles dont $(\alpha, \beta) = (-\frac{1}{4}, 5/8)$; et la fonction de Riemann où $(\alpha, \beta) = (\frac{3}{2}, -1)$. Remarquons qu'en $t=0$, on trouve une divergence de l'amplitude si $\alpha < 0$, de la 'fréquence instantanée' si $\beta < 1$ et de la phase si $\beta < 0$. Il est à noter que le cas $(\alpha > 0, \beta < 0)$ est au-delà d'une caractérisation holderienne et nécessitent un développement d'outils spécifiques.

IV.2.4. Spectre d'un chirp

Dans le cas où la dérivée $\dot{\varphi}^2(t)$ est une fonction monotone, on peut approcher le spectre comme suit :

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} a(t) e^{i(\varphi(t)-2\pi ft)} dt \quad (\text{IV. 7})$$

D'un chirp par son approximation de phase stationnaire $\tilde{S}(f)$. On a en particulier

$$|\tilde{S}(f)|^2 \propto \frac{a^2(t_s)}{|\ddot{\varphi}(t_s)|} \quad (\text{IV. 8})$$

Avec t_s tel que $\dot{\varphi}(t_s) = 2\pi f$.

La courbe de 'fréquence instantanée' $\dot{\varphi}(t_s)$ met en correspondance bijective un temps et une fréquence. Le spectre s'en déduit en pondérant les fréquences visitées par les durées de résidence.

IV.2.5. Définition du chirp temporel (gazouilli)

Il représente la fréquence instantanée de l'impulsion (sa "couleur" instantanée [15]), également appelée "glissement de fréquence" ou plus usuellement "chirp temporel". Son expression est donnée par :

$$\delta\omega(t) = -\frac{d\varphi(t)}{dt} \quad (\text{IV. 9})$$

Notons qu'un chirp constant correspond à un décalage spectral.

IV.2.6. Définition du chirp spectral

Rappelons aussi, que la notion de "chirp temporel" a son équivalent dans le domaine spectral, avec le "chirp spectral" $\delta T(\omega)$ défini par :

$$\delta T(\omega) = \frac{d\tilde{\varphi}(\omega)}{d\omega} \quad (\text{IV. 10})$$

Cela correspond au retard de chaque composante spectrale.

IV.3. Equation de Schrödinger non linéaire (ESNL)

Théoriquement, la forme générale de cette équation décrivant la propagation d'une impulsion lumineuse dans une fibre optique est donnée par [16, 17, 18] :

$$iq_t + \frac{1}{2}q_{xx} + F(|q|^2)q = 0 \quad (\text{IV. 11})$$

Où les indices x et t sont des variables indépendantes qui désignent des dérivées partielles par rapport à ces variables, et $q(x, t)$ est le profil d'impulsion qui dépend des coordonnées x et t . Le premier terme de l'équation (IV.11) représente le terme d'évolution temporelle, tandis que le second terme est dû à la dispersion de vitesse de groupe (GVD) et le troisième terme caractérise la non linéarité de loi Kerr qui est modélisé par la fonction F . Il existe plusieurs types de cette fonction dont les lois correspondants seront données dans ce chapitre.

Maintenant, nous étudions la structure mathématique de fonction F est une fonction algébrique définie comme suit : $F(|q|^2)q: C \rightarrow C$. En traitant le plan complexe C comme un espace linéaire bidimensionnel R^2 , la fonction $F(|q|^2)q$ devient k fois continument différentiable, de sorte que [19] :

$$F(|q|^2)q \in \bigcup_{m,n=1}^{\infty} C^k((-n, n) \times (-m, m); R^2) \quad (\text{IV. 12})$$

IV.3.1. Ondes progressives

La solution d'équation (IV.11), qui représente une onde de forme permanente ayant une forme localisée ou périodique qui ne change pas de forme pendant sa propagation avec une vitesse constante, est donnée par l'expression suivante [20] :

$$q(x, t) = Ag[B(x - \bar{x})]e^{i\phi(x,t)} \quad (IV. 13)$$

Où g représente la forme de soliton qui dépend du type de la non linéarité, A et B sont respectivement l'amplitude et la largeur de l'impulsion optique, et $\phi(x, t)$ est la phase résultante donnée par :

$$\phi(x, t) = -kx + \omega t + \theta \quad (IV. 14)$$

Où k est défini comme la fréquence de soliton, ω est le nombre d'onde, θ est la constante de phase et \bar{x} est la position moyenne du soliton pour que la vitesse du soliton soit donnée par :

$$v = \frac{d\bar{x}}{dt} \quad (IV. 15)$$

Selon l'équation (IV.11), on peut trouver les dérivées q_t et q_{xx} tels que :

$$q_t = -ABvg'(\tau)e^{i\phi} - i\omega Ag(\tau)e^{i\phi} \quad (IV. 16)$$

Et

$$q_{xx} = AB^2g''(\tau) - 2ikABg'(\tau) - k^2Ag(\tau) \quad (IV. 17)$$

Avec

$$\tau = B(x - \bar{x}) \quad (IV. 18)$$

En substituant les relations (IV.15) et (IV.16) dans l'équation (IV.11), on obtient :

$$-iBvg' + \omega g + \frac{1}{2}B^2g'' - ikBg' - \frac{1}{2}k^2g + gF(A^2g^2) = 0 \quad (IV. 19)$$

En séparant les parties réelle et imaginaire de cette dernière équation, nous obtenons les deux équations suivantes :

$$ABg'(k + v) = 0 \quad (IV. 20)$$

$$B^2g'' - (K^2 - 2\omega)g + 2gF(A^2g^2) = 0 \quad (IV. 21)$$

L'équation (IV.20) permet de déterminer la relation suivante :

$$k = -v \quad (IV. 22)$$

En multipliant l'équation (IV.21) par g' et en intégrant, on trouve :

$$B^2(g')^2 - (k^2 - 2\omega)g^2 + 2 \int (g^2)' F(A^2 g^2) dg = 0 \quad (IV. 23)$$

Après la séparation des variables et l'intégration, l'équation (IV.23) devient

$$x - vt = \int \frac{dg}{[(K^2 - 2\omega)g^2 - 2 \int (g^2)' F(A^2 g^2)]^{\frac{1}{2}}} \quad (IV. 24)$$

Notons que cette dernière équation n'est intégrable que pour les cas correspondants aux lois du non linéarité de type Kerr, loi de puissance, loi parabolique, et loi de double puissance. Dans tous les autres cas de non linéarité, la solution de type soliton n'est pas encore connue et reste à établir. Dans ce qui suit, les solutions solitoniques correspondantes à ces non linéarités seront étudiées en détail.

IV.4. Classification des non linéarités

Il existe une variété de lois de non linéarité représentée par la fonction F dans (IV.11). Les plus connues sont :

IV.4.1. Non linéarité de loi de Kerr

La non linéarité de la loi Kerr est également appelée non linéarité cubique. Ce type de non linéarité provient du fait qu'une onde lumineuse dans une fibre optique est soumise à une réponse non linéaire d'ordre trois [3, 21, 22]. Par conséquent, on a

$$F(u) = u \quad (IV. 25)$$

Où $u = |q|^2$.

Dans ce cas, l'équation SNL est intégrable par une technique appelée *méthode de diffusion inverse* « Inverse Scattering Transform ». Il est à noter que la plupart des fibres optiques qui sont actuellement disponibles obéissent à cette loi de non-linéarité Kerr.

IV.4.1.1. Solution de l'équation SNL dans le cas d'un non linéarité de type Kerr

L'équation non linéaire de Schrödinger en présence des termes de dispersion et la non linéarité de la loi de Kerr peut être écrite sous la forme suivante :

$$iq_t + \frac{1}{2}q_{xx} + |q|^2q = 0 \quad (IV.26)$$

On simplifie l'équation (IV.21) sous la forme suivante :

$$B^2g'' - (K^2 - 2\omega)g + 2A^2g^3 = 0 \quad (IV.27)$$

En multipliant l'équation (IV.27) par g' , l'équation s'intègre et devient :

$$(g')^2 = \frac{g^2(k^2 - 2\omega - A^2g^2)}{B^2} \quad (IV.28)$$

Nous nous plaçons dans le cas où les constantes d'intégration égale à zéro, et nous séparons les variables on trouve :

$$x - vt = \int \frac{dg}{g\sqrt{k^2 - 2\omega - A^2g^2}} \quad (IV.29)$$

Nous pouvons facilement déterminer g^2 :

$$g^2 = \frac{k^2 - 2\omega}{A^2 \cosh^2\theta} \quad (IV.30)$$

Ainsi, la solution de l'équation (IV.26) est sous la forme suivante :

$$q(x, t) = \frac{A}{\cosh[B(x - \bar{x}(t))]} e^{i(-kx + \omega t + \sigma_0)} \quad (IV.31)$$

$$k = -v \quad (IV.32)$$

Où, $\omega = \frac{B^2 - k^2}{2}$ et $A = B$.

Cette famille de solutions correspond donc à des pics d'intensités localisés. C'est pourquoi on appelle ces solutions des solitons clairs ou brillants (bright solitons). Ce type d'impulsions peut se former dans la fibre optique due à un équilibre parfait entre la non linéarité cubique et la dispersion de la vitesse de groupe.

IV.4.2. Non linéarité de loi de puissance

Généralement, cette loi rencontrée dans les semi-conducteurs [19, 20, 23], et elle est de faible valeur. Dans ce cas, la fonction $F(u)$ prend la forme suivante :

$$F(u) = u^n \quad (IV.33)$$

Où n représente le paramètre de la non linéarité et indique la force de la non linéarité. Pour les problèmes de stabilité d'onde solitaire, il est important d'avoir

$$0 < n < 2 \quad (IV.34)$$

Et en particulier $n \neq 2$ afin d'éviter la singularité auto-focalisée [18]. Dans le cas particulier où $n = 1$, la non-linéarité de la loi de puissance se réduit au non linéarité de la loi Kerr.

IV.4.2.1. Solution de l'équation SNL dans le cas non linéarité la loi de puissance

Dans le cas de non linéarité de loi de puissance, l'indice de réfraction est donné par [16, 22] :

$$n = n_0 + n_2|E|^{2n} \quad (IV.35)$$

Où n_0 est l'indice de réfraction linéaire, n_2 est le coefficient non linéaire d'ordre supérieur, et E est le champ électrique de l'onde lumineuse.

Nous allons étudier ici la forme de l'équation (IV.11) pour la loi de puissance. Cette dernière peut être écrite sous la forme suivante :

$$iq_t + \frac{1}{2}q_{xx} + |q|^{2n}q = 0 \quad (IV.36)$$

Dans ce cas, l'équation (IV.21) devient :

$$B^2 g'' - (K^2 - 2\omega)g + 2A^{2n}g^{2n+1} = 0 \quad (IV.37)$$

En multipliant l'équation (IV.37) par g' et en intégrant, on obtient :

$$(g')^2 = \frac{2g^2}{B^2(n+1)} [(n+1)(k^2 - \omega) - A^{2n}g^{2n}] \quad (IV.38)$$

En séparant les variables, on peut écrire :

$$x - vt = \frac{(n+1)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2}} \int \frac{dg}{g[(n+1)(k^2 - \omega) - A^{2n}g^{2n}]^{\frac{1}{2}}} \quad (IV.39)$$

Et

$$g^{2n} = \frac{(n+1)(k^2 - \omega)}{A^{2n} \cosh^2 \theta} \quad (\text{IV. 40})$$

Ainsi, la solution obtenue pour l'équation (IV. 36) prend la forme suivante :

$$q(x, t) = \frac{A}{\cosh^{\frac{1}{2}}[B(x - vt - \bar{x})]} e^{i(-kx + \omega t + \sigma_0)} \quad (\text{IV. 41})$$

Notons que les paramètres correspondants à cette onde solitaire sont donnés par

les relations : $k = -v$, $\omega = \frac{B^2 - n^2 k^2}{2n^2}$ et $B = A^n \left(\frac{2n^2}{1+n} \right)^{\frac{1}{2}}$.

IV.4.3. Non linéarité de loi parabolique

Elle est due à l'apparition d'un non linéarité de cinquième ordre qui est liée à la susceptibilité $\chi^{(5)}$ du milieu matériel. Elle se présente principalement dans les verres transparents lors de la propagation des impulsions femtosecondes à 620 nm dans les fibres optique [19, 20, 23]. Dans ce cas, on trouve que

$$F(u) = c_1 u + c_2 u^2 \quad (\text{IV. 42})$$

De plus, l'indice de réfraction est donné par [24] :

$$n = n_0 + n_2 |E|^2 + n_4 |E|^4 \quad (\text{IV. 43})$$

Où n_0 est l'indice de réfraction linéaire du milieu et $|E|^2$ est l'intensité du champ électrique de l'onde lumineuse, tandis que $n_2 = 3\chi^{(3)}/8n_0$ et $n_4 = 5\chi^{(5)}/16n_0$ avec $n_0 > n_2 |E|^2 > n_4 |E|^4$. Ici, n_2 et n_4 représentent respectivement les coefficients non linéaires du troisième et du cinquième ordre. En général, les coefficients n_2 et n_4 pourraient être positifs ou négatifs, selon le milieu et la fréquence choisie.

IV.4.3.1. Solution de l'équation de SNL dans le cas d'un non linéarité de loi parabolique

Pour ce type de non linéarité, l'équation (IV.35) peut être écrite sous la forme [16, 24] :

$$iq_t + \frac{1}{2} q_{xx} + (|q|^2 + v|q|^4)q = 0 \quad (\text{IV. 44})$$

Où v est une constante.

On peut alors trouver la loi du non linéarité Kerr dans le cas particulier où le paramètre v est nul. Il est important de noter que l'équation (IV.44) n'est pas intégrable par la méthode de transformés inverses (IST). Cependant, on peut la résoudre en utilisant la méthode de l'ansatz de l'onde solitaire.

Dans ce cas, l'équation (IV.21) devient :

$$B^2 g'' - (K^2 - 2\omega)g + 2A^2 g^3 + 2vA^4 g^5 = 0 \quad (IV.45)$$

En multipliant l'équation (IV.45) par g' , on obtient

$$(g')^2 = \frac{g^2}{3B^2} [3(k^2 - 2\omega) - 3A^3 g^2 - 2vA^4 g^4] \quad (IV.46)$$

Séparant les variables et intégrant cette dernière équation, on trouve :

$$x - vt = \sqrt{3} \int \frac{dg}{g[3(k^2 - 2\omega) - 3A^3 g^2 - 2vA^4 g^4]^{\frac{1}{2}}} \quad (IV.47)$$

L'équation(IV.44) admet une solution sous la forme d'un soliton brillant prenant la forme suivante :

$$q(x, t) = \frac{A}{[1 + a \cosh\{B(x - \bar{x}(t))\}]^{\frac{1}{2}}} e^{i(-kx + \omega t + \sigma_0)} \quad (IV.48)$$

Où les paramètres correspondants à cette solution d'onde solitaire sont reliés par l'expression suivante :

$$B(t) = \sqrt{2}A(t) \quad (IV.49)$$

Et $k = -v, \omega = \frac{A^2}{4} - \frac{k^2}{2}$ et $a = \sqrt{1 + \frac{4}{3}vA^2}$.

Où A est l'amplitude du soliton, B est sa largeur, v est sa vitesse, κ est la fréquence du soliton, ω est le nombre d'onde, et \bar{x} et σ_0 sont respectivement le centre et la constante de la phase du soliton. L'équation (IV.49) donne la relation entre l'amplitude et la largeur du soliton dans le cas du non linéarité de la loi de puissance.

IV.4.4. Non linéarité de la loi double puissance

La non linéarité à double puissance apparaît dans divers domaines de la physique mathématique et de l'optique non linéaire. Ce modèle est utilisé pour décrire la saturation de l'indice de réfraction non linéaire dans les matériaux

photo-réfractifs photovoltaïques tels que le Niobate de Lithium ($LiNbO_3$). Ces matériaux sont caractérisés par un indice de réfraction non linéaire donné par la relation suivante [25] :

$$n = n_0 + n_2|E|^{2n} + n_4|E|^{4n} \quad (IV.50)$$

A condition que $n_0 > n_2|E|^{2n} > n_4|E|^{4n}$.

On peut donc écrire l'équation (IV.11) sous la forme suivante [19- 23] :

$$iq_t + \frac{1}{2}q_{xx} + (|q|^{2n} + \nu|q|^{4n})q = 0 \quad (IV.51)$$

Sachant que la

$$F(u) = u^n + \nu u^{2n} \quad (IV.52)$$

Dans le cas où $\nu = 0$, on retrouve alors l'équation (IV.26) qui correspond à la non linéarité de la loi de puissance, et si en plus $n = 1$, le cas de la non-linéarité de la loi de Kerr est récupéré. Pour $\nu = 0$ et $n = 1$, on retombe dans le cas de la non linéarité de la loi parabolique étudiée dans la section précédente. Ainsi, le cas de la loi de double puissance est le cas le plus généralisé dont on peut connaître la solution solitonique exacte étudiée. Dans la section suivante, nous étudierons un type d'équation de Schrödinger non linéaire d'ordre supérieur avec un non linéarité de loi de double puissance. Bien que la loi de la double puissance et la loi parabolique aient été étendues à la loi polynomiale d'ordre supérieur et à la non linéarité de la loi de triple puissance, leurs solitons exactes ne sont pas encore connues. Des études sont en cours pour obtenir une solution exacte de type soliton pour ces lois plus complexes du non linéarité.

Bien que l'équation (IV.51) ne soit pas intégrable par la méthode de la transformation inverse, on peut appliquer la technique de l'onde progressive pour déterminer la solution solitonique de l'équation de SNL avec un non linéarité à loi de double puissance.

On trouve également que l'équation (IV.10) peut être simplifiée à la forme :

$$B^2 g'' - (K^2 - 2\omega)g + 2A^{2n} g^{2n+1} + 2\nu A^{4n} g^{4n+1} = 0 \quad (IV.53)$$

De plus, en multiplie l'équation (IV.53) par g' et intègre pour trouver que :

$$(g')^2 = \frac{g^2}{B^2(n+1)(2n+1)} [(n+1)(2n+1)(k^2 - 2\omega) - 2(2n+1)A^{2n}g^{2n} - 2\nu(n+1)A^{4n}g^{4n}] \quad (\text{IV.54})$$

Après la séparation de variables et une intégration, on obtient :

$$x - vt = \int \frac{\sqrt{(n+1)(2n+1)} dg}{[(n+1)(2n+1)(k^2 - 2\omega) - 2(2n+1)A^{2n}g^{2n} - 2\nu(n+1)A^{4n}g^{4n}]^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{IV.55})$$

Donc l'équation (IV.51) possède la solution de forme suivante :

$$q(x, t) = \frac{A}{[1 + a \cosh\{B(x - \bar{x}(t))\}]^{\frac{1}{2n}}} e^{i(-kx + \omega t + \sigma_0)} \quad (\text{IV.56})$$

On voit que ce sont de solution de type 1-soliton. Ici le paramètre B représente la largeur du soliton donnée par la relation suivante :

$$B = A^n \left(\frac{4n^2}{1+n} \right)^{\frac{1}{2n}} \quad (\text{IV.57})$$

Et

$$k = -v \quad (\text{IV.58})$$

$$\omega = \frac{A^{2n}}{2n+1} - \frac{k^2}{2} \quad (\text{IV.59})$$

Et

$$a = \sqrt{1 + \frac{\nu B^2 (1+n)^2}{2n^2 (1+2n)}} \quad (\text{IV.60})$$

Où A est l'amplitude du soliton, ν est sa vitesse, κ est la fréquence soliton, ω est le nombre d'onde, et \bar{x} et σ_0 sont la position du centre du soliton et la constante de la phase, respectivement. Pour la non linéarité de la loi de double puissance, les solitons existent pour la condition suivante :

$$-\frac{2n^2}{B^2} \frac{1+2n}{(1+n)^2} < \nu < 0 \quad (\text{IV.61})$$

IV.5. Etude de la propagation des solitons chirpés dans une nano fibre optique

IV.5.1. Equation de Schrödinger non linéaire d'ordre élevé incluant l'effet d'auto-raïdissement, le shift de fréquence et la non linéarité cubique et quintique (HONLS)

Les équations à solitons, au sens mathématique du terme, fournissent des exemples remarquables de systèmes totalement intégrables possédant un nombre infini de degrés de liberté. C'est la raison pour laquelle elles ont tant intéressé les mathématiciens, au point que beaucoup d'ouvrages sur les solitons sont fortement orientés vers les aspects mathématiques de la théorie.

Pourtant les solitons concernent aussi les physiciens et ils sont même devenus indispensables pour décrire des phénomènes tels que la propagation d'impulsion dans les fibres optiques. Bien entendu tous ces systèmes ne sont décrits qu'approximativement par les équations de la théorie des solitons. Mais la caractéristique remarquable des solitons est qu'ils sont exceptionnellement stables vis-à-vis des perturbations. Ils sont en outre capables de se former spontanément dans un système physique auquel on fournit de l'énergie, par exemple sous forme thermique, par une onde électromagnétique ou une action mécanique, même si l'excitation initiale ne correspond pas exactement à un soliton. C'est cette propriété qui fait tout l'intérêt des solitons en physique car, si un système possède des caractéristiques permettant l'existence de solitons, et nous verrons que c'est le cas pour beaucoup d'entre eux, il existe alors une très forte chance qu'une excitation intense conduise à leur formation.

Les solitons fournissent souvent une approche fructueuse pour décrire la physique d'un système non linéaire. Ils se forment à cause d'un équilibre parfait entre dispersion et non linéarité. Ainsi, pour créer un soliton avec la moindre largeur de puissance maximale donnée, il est souhaitable de lancer une impulsion à une longueur d'onde proche à la dispersion de groupe nulle.

Au lieu de faire une approximation linéaire, puis de traiter les non linéarités par perturbation, il peut être beaucoup plus efficace de décrire approximativement la physique du système par une équation à solitons puis, si nécessaire, de tenir compte des contributions qui perturbent les solitons. L'objet

de cette section est de traiter la physique des solitons chirpés comme une solution de l'équation de Schrödinger d'ordre supérieur.

Théoriquement, nous présentons la forme de l'équation de Schrödinger non linéaire d'ordre supérieur (HONLS) incluant l'effet de l'auto-raïdissement, le shift de fréquence et le terme non-linéaire de cinquième ordre décrivant la propagation d'une impulsion en régime femtoseconde dans les nano-fibre optique sous la forme suivante [20, 6, 26] :

$$iq_t + aq_{tx} + bq_{xx} + cF(|q|^2)q = i\{aq_x + \lambda(|q|^{2n}q)_x + \nu(|q|^{2n})_x q\}, \quad (\text{IV. 62})$$

Où x et t qui sont deux variables indépendantes, qui représentent les variables spatiale et temporelle, respectivement. La variable dépendante $q(x, t)$ est le profil de l'impulsion soliton. Les termes de côté gauche sont les termes d'évolution linéaire tandis que les coefficients a et b représentent la dispersion spatio-temporelle qui introduit la stabilité dans le ESNL et la dispersion de vitesse de groupe (GVD) respectivement. Pour les termes de côté droit, α est le coefficient de dispersion intermodale, λ est le terme d'auto-raïdissement et finalement ν est le coefficient de l'effet du shift de fréquence.

IV.5.2. Modèle d'équations

Dans ce travail, nous nous intéressons à l'existence des solitons chirpés comme des solutions de l'équation de Schrödinger à super ordre étendue aux effets de l'auto-raïdissent, le *shift* de fréquence et la non linéarité quintique qui montre une loi double puissance de la non-linéarité sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} iq_t + aq_{tx} + bq_{xx} + (c_1|q|^{2n} + c_2|q|^{4n})q \\ = i\{aq_x + \lambda(|q|^{2n}q)_x + \nu(|q|^{2n})_x q\} \end{aligned} \quad (\text{IV. 63})$$

Contrairement aux études précédentes, les solutions que nous allons présenter ont des phases non triviales qui dépendent de l'intensité de l'impulsion. Dans le modèle ci-dessus, c_1 et c_2 représente les termes de non linéarités qui sont des constantes non nulles. De plus, n est le paramètre de non linéarité. Si $n = 1$, l'équation (IV.63) se réduit au modèle incorporant la non linéarité de la loi parabolique.

Il est important de noter que ce modèle contient des nombreux types de ESNL telles que l'équation ESNL cubique, l'équation ESNL cubique-quintique, le modèle ESNL de loi de puissance, l'équation ESNL avec non linéarité de loi parabolique, etc.

Par la suite, à l'aide de la méthode de l'onde progressive nous résolvons l'équation de Schrödinger d'ordre élevé (IV.63) et nous discutons la formation des solutions solitoniques chirpées. Nous commençons notre analyse par adopter une solution sous la forme suivante [6, 11] :

$$q(x, t) = \rho(\xi)e^{i[\chi(\xi) - \Omega t]} \quad (\text{IV.64})$$

où la fonction ρ et χ sont des fonctions réelles dépendante de la variable $\xi = x - ut$. Le chirp correspondant est donné par la relation : $\delta\omega(x, t) = -\frac{\partial}{\partial x}[\chi(\xi) - \Omega t] = -\chi'(\xi)$. Substituant l'équation (IV.64) dans l'équation (IV.63) et en séparant les parties réelles et imaginaires, on trouve :

$$\begin{aligned} & \Omega\rho + (u + \alpha + \alpha\Omega)\chi'\rho + (b - \alpha u)\rho'' - (b - \alpha u)\chi'^2\rho \\ & + c_1\rho^{2n+1} + c_2\rho^{4n+1} + \lambda\chi'\rho^{2n+1} = 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.65})$$

Et

$$\begin{aligned} & -(u + a + \alpha\Omega)\rho' + 2(b + \alpha u)\rho'\chi' + (b + \alpha u)\rho\chi'' \\ & - \{\lambda(2n + 1) + 2n\nu\}\rho^{2n}\rho' = 0, \end{aligned} \quad (\text{IV.66})$$

Pour résoudre ces deux équations couplées, on introduit l'ansatz généralisé suivant :

$$x' = \beta\rho^{2n} + \gamma \quad (\text{IV.67})$$

Par conséquent, le chirp résultant prend la forme: $\delta\omega(t, x) = -(\beta\rho^{2n} + \gamma)$, où β et γ sont le paramètre non linéaire et constant de chirp, respectivement. Cela signifie que le chirp associé à la propagation des impulsions dépend de l'intensité [tel que $\delta\omega(t, t) = -(\beta I^n + \gamma)$ où $I = |q|^2 = \rho^2$] et comprend des contributions linéaires et non linéaires.

En remplaçant l'ansatz (IV.67) dans l'équation (IV.66), on obtient les paramètres de chirp non linéaire β et linéaire γ :

$$\beta = \frac{\lambda + 2n(\lambda + \nu)}{2(n+1)(b - \alpha u)} \quad (\text{IV.68})$$

Et

$$\gamma = \frac{u + \alpha + \alpha\Omega}{2(b - \alpha u)} \quad (\text{IV.69})$$

Nous pouvons remarquer que le paramètre chirp non linéaire dépend fortement des coefficients de GVD, la dispersion spatio-temporelle, l'auto-raïdissement et les effets de dispersion non linéaire. Ainsi, la variation de ces coefficients permet de contrôler l'amplitude du chirp.

En insérant les équations (IV.67) et (IV.68) dans l'équation (IV.65), on obtient l'équation différentielle non linéaire suivante :

$$\rho'' + \alpha_1 \rho^{4n+1} + \alpha_2 \rho^{2n+1} + \alpha_3 \rho = 0 \quad (\text{IV.70})$$

Où

$$\alpha_1 = \frac{4c_2(n+1)^2(b - \alpha u) + (2n+1)\lambda^2 - 4\nu n^2(\lambda + \nu)}{4(n+1)^2(b - \alpha u)^2}$$

$$\alpha_2 = \frac{(u + \alpha + \alpha\Omega)[(4n+3)\lambda + 2\nu] + 4c_1(n+1)(b - \alpha u)}{4(n+1)(b - \alpha u)^2}$$

$$\alpha_3 = \frac{(u + \alpha + \alpha\Omega)^2}{4(b - \alpha u)^2} \quad (\text{IV.71})$$

L'équation (IV.70) est de type elliptique décrivant la dynamique de l'amplitude de l'onde dans le milieu non linéaire. La résolution de cette équation permet de trouver différentes fonctions d'amplitudes pour certaines conditions entre les paramètres existants.

Dans ce qui suit, nous nous intéressons à l'existence des solutions de type onde solitaire ou soliton. Les profils d'amplitudes correspondants aux solitons chirpés obtenues sont présentés en utilisant les paramètres donnés sur le tableau suivant.

Non linéarité cubique	c_1	-2.6885
Non linéarité quintique	c_2	0.1174
Dispersion de group Velocity	b	1.6001
Dispersion spatio-temporelle	a	1.110
L'effet de l'auto-raïdissement	λ	0.30814
Shift de fréquence	ν	0.76604

Tableau.1 : Paramètres utilisés dans la simulation des figures ci-dessous.

IV.5.3. Solution d'onde solitaire chirpée brillante

Nous avons trouvé deux types de solutions brillantes dans certaines conditions paramétriques :

Cas 1 : Dans le cas où $a_1 < \left| \frac{(2n+1)a_2^2}{4(n+1)^2 a_3} \right|$ et $a_3 < 0$, l'équation (IV.70) admet une solution de type soliton brillant sous la forme suivante :

$$\rho(\xi) = \frac{A}{[1 + \eta \cosh(\mu\xi)]^{1/(2n)}} \quad (\text{IV. 72})$$

Où

$$\mu = [-4n^2 a_3]^{1/2} \quad (\text{IV. 73})$$

$$A = \left[-\frac{2(n+1)a_3}{a_2} \right]^{\frac{1}{2n}} \quad (\text{IV. 74})$$

$$\eta = \left[\frac{(2n+1)a_2^2 - 4(n+1)^2 a_1 a_3}{(2n+1)a_2^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{IV. 75})$$

Dans l'équation (IV.74), pour que le soliton brillant existe, on doit prendre $a_2 < 0$ et n est un nombre entier pair. Cependant, si n est un nombre entier impair, il n'y a aucune de restriction, mais le soliton sera dirigé vers le bas.

Ainsi, on obtient une solution de type soliton chirpée brillant sous la forme :

$$q(x, t) = \frac{A}{[1 + \eta \cosh(\mu\xi)]^{1/(2n)}} e^{i[\chi(\xi) - \Omega t]} \quad (\text{IV. 76})$$

La figure (IV.1) représente le profil d'amplitude d'un soliton brillant fondamental exprimé par la relation (IV.76) pour $n=1$ à $t=0$.

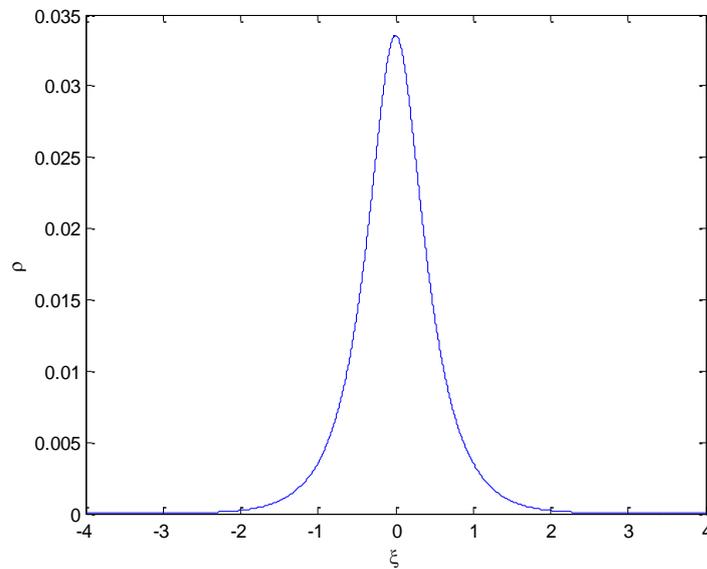


Figure IV.1 : Profil d'amplitude de soliton chirpée brillant.

IV.5.3.1. L'influence de l'effet l'auto-raïdissement sur le profile de soliton

Les figures (IV.2.a) et (IV.2.b) montrent respectivement l'étendue de l'élargissement et la variation de d'amplitude d'onde solitaire chirpé brillante pour différents paramètres de l'auto-raïdissement et shift de fréquence.

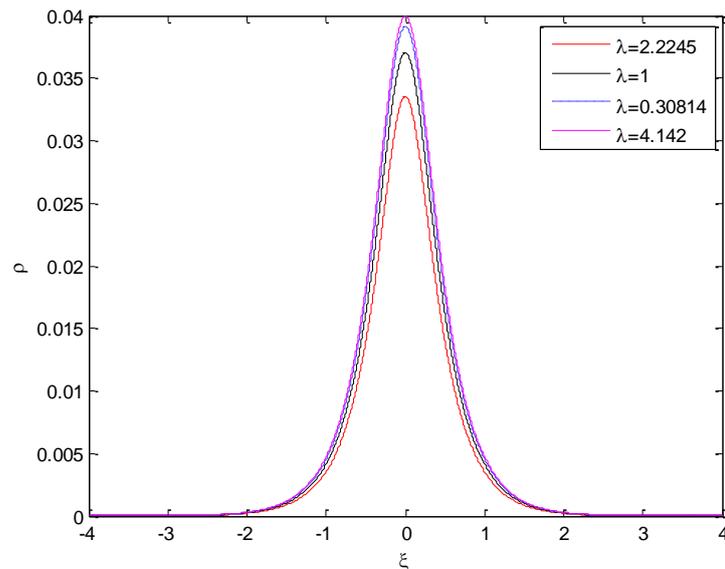


Figure IV. 2.a : Profil d'amplitude de soliton chirpés brillants pour un milieu cubique-quintique pour différents parametres de l'effet de l'auto-raïdissement.

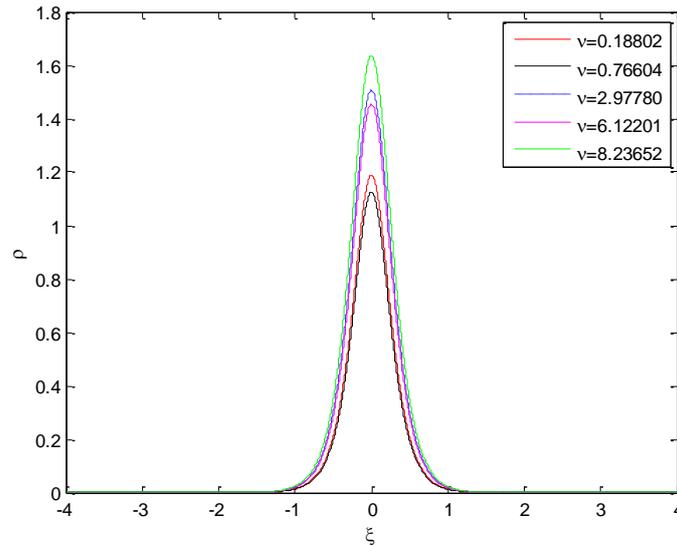


Figure IV. 2.b : Profil d'amplitude de soliton chirpés brillant pour un milieu cubique-quintique pour différents paramètres de shift de fréquence.

Cette simulation a met en évidence la diminution d'amplitude de spectre de figure (IV.2a) et (IV.2.b) sous l'effet de l'auto-raïdissement et shift de fréquence. On constate également que le spectre garde sa forme sans déformation, mais une petite augmentation de sa largeur et diminution de la valeur maximale de l'intensité d'impulsion.

Nous récrivons la relation de chirp associé comme suit :

$$\delta\omega(t, x) = -\left(\frac{\beta A^{2n}}{1 + \eta \cosh(\mu\xi)} + \gamma\right) \quad (\text{IV. 77})$$

Où A , η et μ sont donnés par les relations (IV.74) et (IV.76).

La figure (IV.3) montre le profil du chirp non linéaire exprimé par la relation (IV.77) pour $n=1$ et à $t=0$.

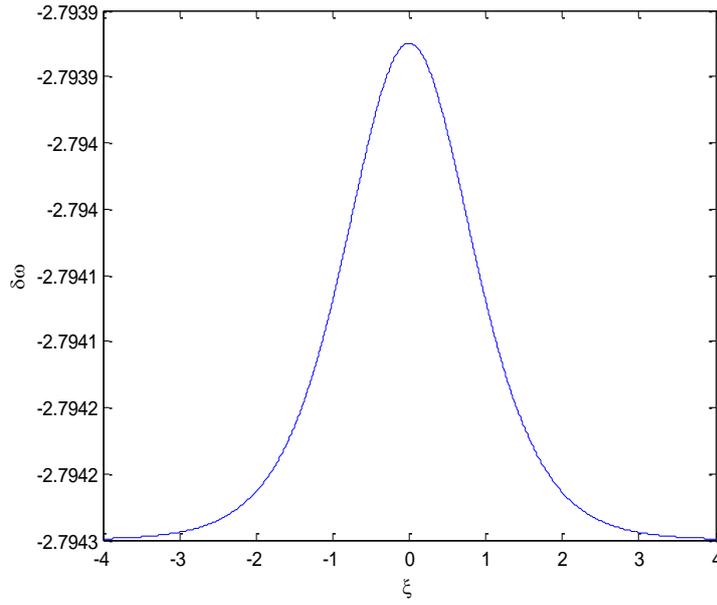


Figure IV.3 : Profil de chirp non-linéaire pour soliton chirpés brillant.

Cas 2 : Si $a_1 < \left| \frac{(2n+1)a_2^2}{2(n+1)^2 a_3} \right|$ et $a_3 < 0$, alors l'équation (IV.70) a une autre solution de type soliton brillant sous la forme suivante :

$$\rho(\xi) = \frac{r}{[1 + \sigma \cosh^2(\mu\xi)]^{1/(2n)}} \tag{IV. 78}$$

Où

$$\mu = [-n^2 a_3]^{1/2} \tag{IV. 79}$$

$$r = \left[-\frac{a_3(n+1)(\sigma+2)}{a_2} \right]^{1/2n} \tag{IV. 80}$$

Avec

$$\sigma + 2 = \frac{(2n+1)a_2^2 + \sqrt{(2n+1)a_2^2[(2n+1)a_2^2 - 2(n+1)^2 a_1 a_3]}}{(n+1)^2 a_1 a_3} \tag{IV. 81}$$

Notons que, nous pouvons obtenir une solution de type soliton chirpé brillant à condition que, $a_2 < 0$ (A partir de l'équation IV.80) et n nombre entier impair.

En utilisant les résultats précédents, nous pouvons écrire la seconde solution de soliton chipée brillant de l'équation (IV.63) sous la forme suivante :

$$q(x, t) = \frac{r}{[1 + \sigma \cosh^2(\mu\xi)]^{1/(2n)}} e^{i[\chi(\xi) - \Omega t]} \quad (\text{IV. 82})$$

La figure (IV.4) montre le profil d'amplitude du soliton chirpée brillant donné par l'expression (IV. 78) à $t=0$ pour $n=1$.

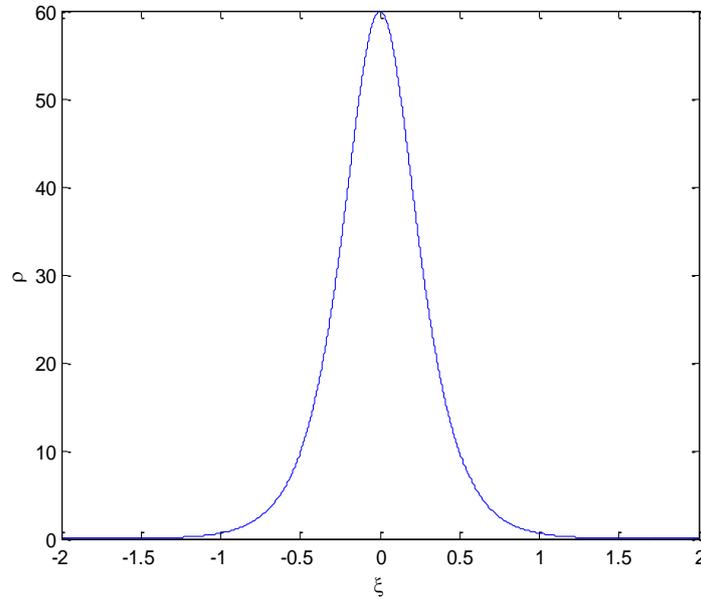


Figure IV.4 : Profil d'amplitude de soliton chirpée brillant.

IV.5.3.2. Effet de variation de shift de fréquence ν sur le profil de soliton

La figure suivante représente le profil d'amplitude de soliton chirpé brillante donnée par l'équation (IV. 78) pour différentes valeurs du paramètre de l'effet shift de fréquence pour $n=1$ à $t=0$.

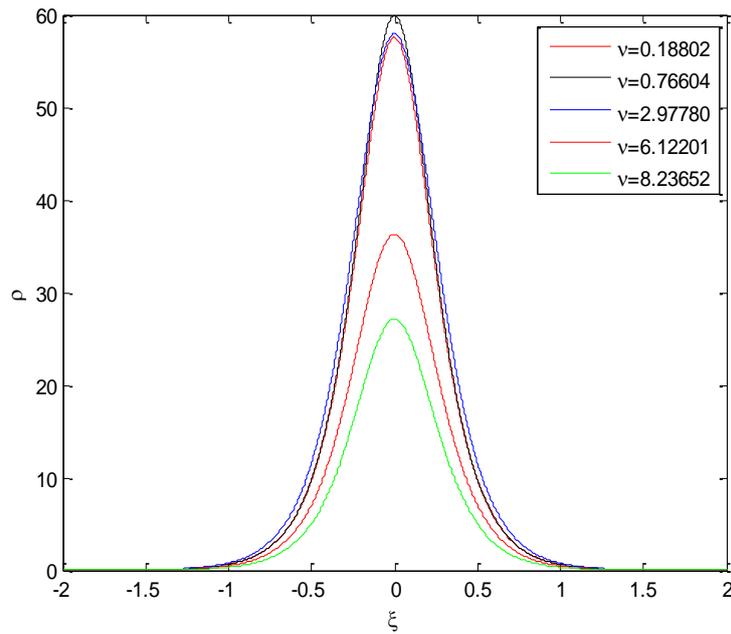


Figure IV.5: Profil d'amplitude de soliton chirpé brillant en fonction de différent paramètre de shift de fréquence.

D'après la figure (IV.5), on voit clairement l'élargissement de spectre et diminution de l'amplitude de profil de soliton chirpé brillant en fonction de différent paramètre de l'effet de shift de fréquence.

Le chirp correspondant prend la forme suivante :

$$\delta\omega(t, x) = -\left(\frac{\beta r^{2n}}{1 + \sigma \cosh^2(\mu\xi)} + \gamma\right) \tag{IV.83}$$

Où μ , r et σ et sont donnés par les relations (IV.79), (IV.80) et (IV.81) respectivement.

Sur la figure (IV.6), on montre le profil du chirp non linéaire associé au soliton chirpée brillant donné précédemment à $t=0$.

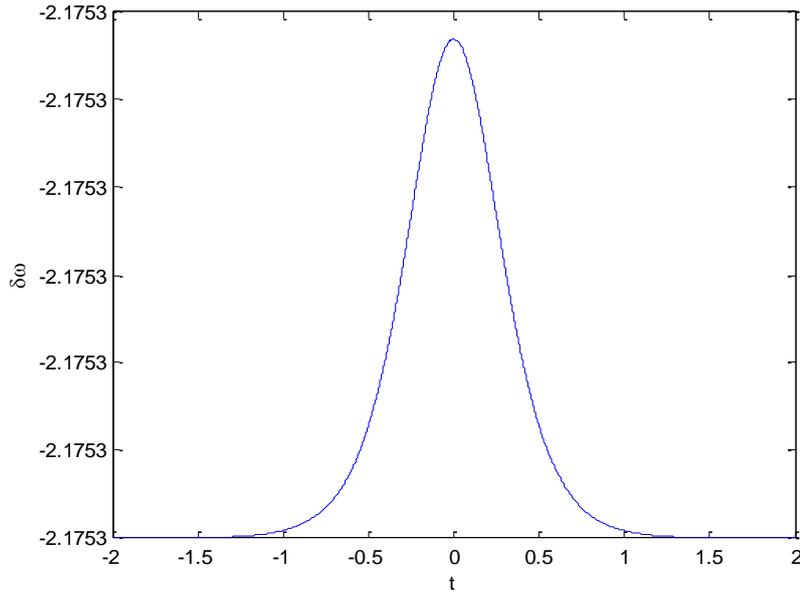


Figure IV.6: Profil de chirp non-linéaire pour un soliton brillant.

IV.5.4. Solution d'onde Solitaire chirpée noir

Les solitons noirs ont été prédits par les travaux de Hasegawa et Tappert [6] qui ont démontré qu'une onde solitaire noire pouvait se propager sans déformation de son profil d'intensité temporel [27]. Les solitons gris possèdent plusieurs atouts supplémentaires : ils s'avèrent moins sensibles à la gigue temporelle de Gordon-Haus due à l'effet Raman [28, 29, 30], et sont plus robustes vis-à-vis des pertes du matériau [30, 31], du bruit [35], et des interactions entre solitons adjacents [32]. Hormis le fait de nécessiter des fibres à dispersion normale moins répandues que les fibres standard, plusieurs obstacles limitent, en pratique, l'utilisation des solitons gris sur le terrain. Tout d'abord, comme les impulsions reposent sur un fond continu lumineux, l'énergie lumineuse du signal pour une transmission par soliton noir est nécessairement beaucoup plus élevée, pouvant poser alors, par exemple, des problèmes au moment de la ré-amplification du signal [33].

Cas 1 : Dans le cas où $\alpha_1 = \frac{(2n+1)\alpha_2^2}{4(n+1)^2\alpha_3}$, l'équation (IV.70) admet une solution de type soliton chirpée noir prend la forme suivante :

$$\rho(\xi) = [p(1 \pm \tanh(\mu\xi))]^{1/(2n)} \quad (\text{IV.84})$$

Où

$$\mu = [-n^2 a_3]^{1/2} \quad (\text{IV. 85})$$

$$p = -\frac{a_3(n+1)}{a_2} \quad (\text{IV. 86})$$

On doit prendre la condition que $a_3 < 0$ pour que le paramètre μ soit une valeur réelle.

Ainsi, on obtient une solution de l'équation (IV. 70) prend la forme suivante :

$$q(x, t) = [p(1 \pm \tanh(\mu\xi))]^{1/(2n)} e^{i[\chi(\xi) - \Omega t]} \quad (\text{IV. 87})$$

La figure (IV.7.a) montre le profil d'amplitude de soliton chirpé exprimé par la relation (IV. 84) à $t = 0$ et $n = 1$.

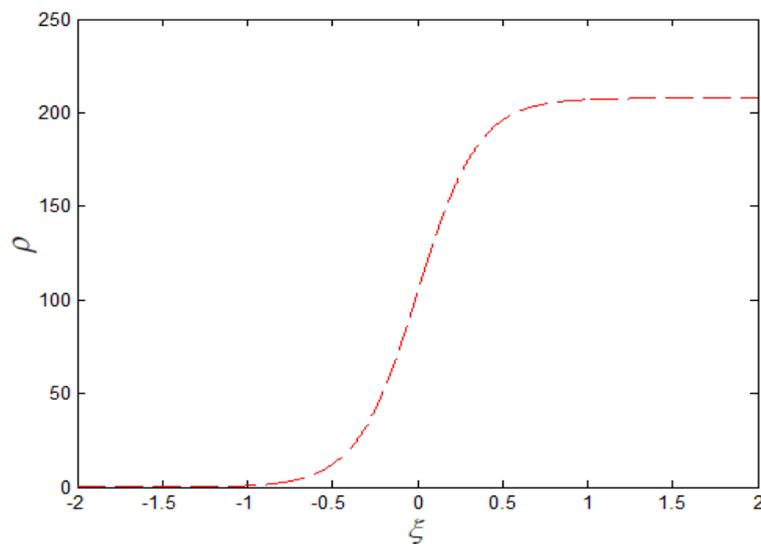


Figure IV.7.a : Profil d'amplitude pour soliton chirpés Kink.

Nous pouvons constater à partir de la figure (IV.7.a) que la solution de l'équation (IV.84) est de type soliton kink qui peut se propager dans la fibre optique sans aucune déformation.

La figure (IV.7.b) montre, l'évolution de l'impulsion chirpée noir pour trois paramètres différents de l'effet d'auto-raïdissement.

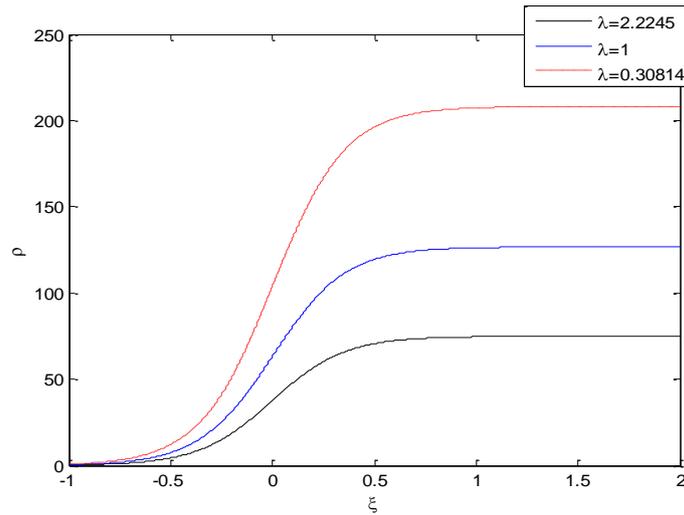


Figure IV.7.b : Profil d’amplitude de soliton chirpés kink pour trois paramètres différents de l’effet d’auto-raïdissement.

D’après la figure (IV.7.b), on voit clairement la variation de l’intensité d’impulsion et l’absence de changement dans la forme.

Le chirp corepondant est donné par :

$$\delta\omega(t, x) = -\beta p(1 \pm \tanh((\mu\xi))) - \gamma \tag{IV. 88}$$

Où p et μ sont donnés par les relations (IV.79), (IV.81).

La figure (IV.8) montre, le profil de chirp non linéaire exprimé par la relation (IV. 88) à $t = 0$ et $n = 1$.

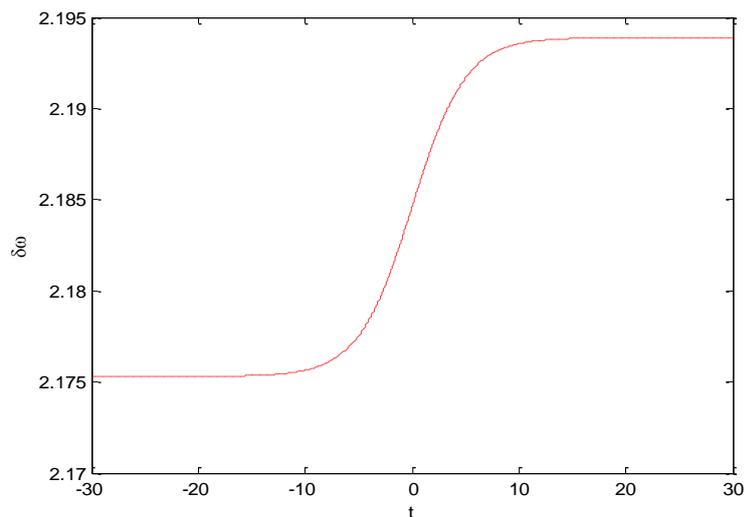


Figure IV.8 : Profil de chirp non-linéaire pour soliton Kink.

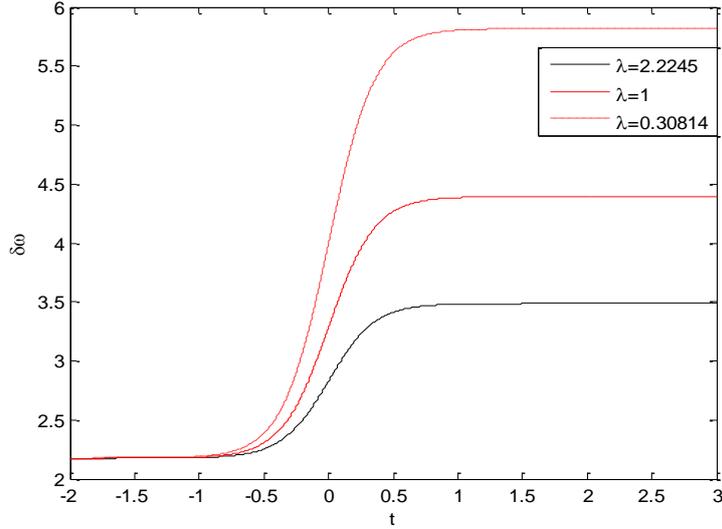


Figure IV.9 : Profil de chirp non linéaire associée au soliton chirpé kink pour différents paramètres d'auto-raïdissement.

IV.5.5. Solutions d'ondes solitaires singulières

L'équation (IV.70) possède des solutions de type soliton singulier. Nous avons trouvé deux types de solution singulière exacte en fonctions des termes 'coth' et 'sinh'.

Cas 1 : Dans ce cas, la solution de type soliton singulier existe, si on pose $a_1 = \frac{(2n+1)a_2^2}{4(n+1)^2 a_3}$, Elle prend la forme suivante :

$$\rho(\xi) = [D(1 \pm \coth(\mu\xi))]^{1/(2n)} \tag{IV. 89}$$

Où

$$\mu = [-n^2 a_3]^{1/2} \tag{IV. 90}$$

$$D = -\frac{a_3(n+1)}{a_2} \tag{IV. 91}$$

Ainsi on obtient la solution d'onde solitaire chirpée singulière suivante :

$$q(x, t) = [D(1 \pm \coth(\mu\xi))]^{\frac{1}{2n}} e^{i[\chi(\xi) - \Omega t]} \tag{IV. 92}$$

Le chirp peut être écrit sous la forme suivante :

$$\delta\omega(t, x) = -\beta D(1 \pm \coth(\mu\xi)) - \gamma \tag{IV. 93}$$

Où μ et D sont donnés par les relations (IV.90) et (IV.91).

Cas 2 : Nous avons également trouvé une autre solution de type soliton singulier pour l'équation (IV.70) quand $\alpha_1 > \left| \frac{(2n+1)\alpha_2^2}{4(n+1)^2\alpha_3} \right|$ et $\alpha_3 < 0$:

$$\rho(\xi) = \frac{A}{[1 + s \sinh(\mu\xi)]^{\frac{1}{2n}}} \quad (\text{IV. 94})$$

Où

$$\mu = [-4n^2\alpha_3]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{IV. 95})$$

$$A = \left[-\frac{2(n+1)\alpha_3}{a_2} \right]^{\frac{1}{2n}} \quad (\text{IV. 96})$$

$$s = \left[-\frac{(2n+1)\alpha_2^2 - 4(n+1)^2\alpha_1\alpha_3}{(2n+1)\alpha_2^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{IV. 97})$$

Dans l'équation (IV.96), pour que le soliton singulier existe, on doit prendre $a_2 < 0$ et n est un nombre entier pair.

Ainsi, on obtient une solution de l'équation (IV.63) est une soliton chirpé singulier de la forme suivante :

$$q(x, t) = \frac{A}{[1 + s \sinh(\mu\xi)]^{1/(2n)}} e^{i[\chi(\xi) - \Omega t]} \quad (\text{IV. 98})$$

Le chirp associé est donné par :

$$\delta\omega(t, x) = -\left(\frac{\beta A^{2n}}{1 + s \sinh(\mu\xi)} + \gamma \right) \quad (\text{IV. 99})$$

Où A , s et μ sont donnés par les relations (IV.95), (IV.96) et (IV.97).

IV.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié les propriétés de propagation des solitons chirpés dans les milieux non-Kerr présentant d'effets non linéaires d'ordre supérieur. La dynamique de propagation non linéaire des impulsions femtoseconde dans la fibre optique est décrite par l'équation de Schrödinger non linéaire étendue avec des termes de dispersion de deuxième ordre (GVD) en présence d'effet non linéaire d'ordre élevé tels que l'effet de l'auto-raïdissement, le shift de fréquence et non linéarité cubique-quintique améliorée avec une non linéarité de la loi de double puissance. Un nouveau ansatz est adopté pour déterminer le chirp non linéaire associé aux impulsions qui se propagent dans le milieu matériel. Nous avons également trouvé les conditions paramétriques pour l'existence des soliton chirpée. Nos résultats ont montré que tous les effets intervenant dans la propagation jouent un rôle important pour la formation des différentes structures chirpées.

Une variété de solutions exactes ayant une phase non triviale qui varie en fonction de l'intensité a été déterminée. Il s'agit des solutions de type soliton brillant, noir et singulier. Le chirp non linéaire, associé à chacune de ces solutions de solitons est également déterminé. Les conditions d'existence de ces impulsions au cours de la propagation sont trouvées. Ces résultats sont intéressants, en particulier, pour d'éventuelles applications de systèmes télécommunication dans les nano-fibres optiques à base de solitons chirpés.

Reference

- [1] H. Triki & A. M. Wazwaz, 'Soliton solutions of the cubic-quintic nonlinear Schrodinger equation with variable coefficients', Rom. Journ. Phys. 61, 360-366 (2016).
- [2] H. Leblond, H. Triki & D. Mihalache, 'Theoretical studies of ultra-short soliton propagation in nonlinear optical media from a general quantum model', Rom. Rep. Phys. 65, 925-942 (2013).
- [3] M. J. Ablowitz & P. A. Clarkson, Solitons, 'Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scattering', (Cambridge University Press, New York, 1991).
- [4] M. Desaix, L. Helczynski, D. Anderson, and M. Lisak, Propagation properties of chirped soliton pulses in optical nonlinear Kerr media, Phys. Rev. E 65, 056602 (2002).
- [5] V. I. Kruglov, A. C. Peacock, and J. D. Harvey, Exact Self-Similar Solutions of the Generalized Nonlinear Schrödinger Equation with Distributed Coefficients, Phys. Rev. Lett. 90, 113902, (2003).
- [6] Alka, A. Goyal, R. Gupta, C. N. Kumar & T. S. Raju, 'Chirped femtosecond solitons and double-kink solitons in the cubic-quintic nonlinear Schrödinger equation with self-steepening and self-frequency shift', Phys. Rev. A 84, 063830 (2011).
- [7] V. M. Vyas, P. Patel, P. K. Panigrahi, C. N. Kumar & W. Greiner, Phys. Rev. A 78, 021803(R) (2008).
- [8] C. N. Kumar & P. Durganandini, Pramana-J. Phys. 53, 271 (1999).
- [9] H. Triki, A. Biswas, D. Milović & M. Belić, Chirped femtosecond pulses in the higher-order nonlinear Schrödinger equation with non-Kerr nonlinear terms and cubic-quintic-septic nonlinearities, Optics Communications 366 (2016) 362-369.
- [10] H. Triki, K. Porsezian & P. Grelu, Chirped soliton solutions for the generalized nonlinear Schrodinger equation with polynomial nonlinearity and non-Kerr terms of arbitrary order, J. Opt. 18 (2016) 075504 (9pp).

- [11] S. Jaffard, Y. Meyer, 'Wavelet methods for point wise regularity and local oscillations of functions', *Memoirs of the American Mathematical Society*, vol. 123, n° 587, (1996).
- [12] Y. Meyer, H. XU, 'Wavelet analysis and chirps', *Appl. Comp. Harm. Anal.*, vol. 4, n° 4, p. 366-379, (1997).
- [13] B. Picinbono, 'On instantaneous amplitude and phase of signals', *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. SP-45, n° 3, p. 552-560, (1997).
- [14] R. Kohl, A. Biswas, D. Milovic, and E. Zerrad, *Optics and Laser Technology* 40, 647, (2008).
- [15] G.V. Grigoryan, I.T. Lima, T. Yu, V.S. Grigoryan, and C.R. Menyuk, "Using colour to understand light transmission". *Optics & Photonics News*, 11(2000), p. 44.
- [16] A. Biswas, 'Quasi-stationary non-Kerr law optical solitons', *Optical Fiber Technology*. Vol 9, Issue 4, 224–259, (2003).
- [17] V. S. Busalev&V. E. Grikurov, 'Simulation of instability of bright solitons for NLS with saturating nonlinearity', *Mathematics and Computers in Simulation*. Vol 56, Issue 6, 539–546, (2001).
- [18] P. E. Zhidkov. 'Korteweg–de Vries and Nonlinear Schrödinger Equations: Qualitative Theory', Springer Verlag, New York. (2001).
- [19] R. Kohl, A. Biswas, D. Milovic, and E. Zerrad, *Optics and Laser Technology* 40, 647, (2008).
- [20] M. Savescu, K. R. Khan, P. Naruka, H. Jafari, L. M. Moraru, and A. Biswas, *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*.
- [21] A. Biswas. "Perturbation of solitons with non-Kerr law nonlinearity," *Chaos, Solitons and Fractals*. Vol 13, Issue 4, 815–823. (2002).
- [22] A. Biswas. "Quasi-stationary optical solitons with power law nonlinearity," *Journal of Physics A*. Vol 36, Issue 16, 4581–4589. (2003).
- [23] A. Biswas and S. Konar, 'Introduction to Non-Kerr Law Optical Solitons', CRC Press Boca Raton, FL, USA (2006).

- [24] A. Biswas. 'Quasi-stationary optical solitons with parabolic law nonlinearity', *Optics Communications*. Vol 216, Issue 4-6, 427-437. (2003).
- [25] A. S. Fokas, *Physica D* 87, 145 (1995).
- [26] H. Triki, K. Porsezian, A. Choudhuri & P. T. Dinda, 'Chirped solitary pulses for a nonic nonlinear Schrödinger equation on a continuous-wave background', *Phys. Rev. A* 93, 063810, (2016).
- [27] K. Tajima and K. Washio, 'Generalized view of gaussian pulse-transmission characteristics in single-mode optical fibers'. *Opt. Lett.*, 10, p. 460, (1985).
- [28] G. P. Agrawal, 'Nonlinear Fiber Optics, Academic Press, Optics and Photonics', New York, 3edition (2001).
- [29] S. L. Palacios, Optical solitons in highly dispersive media with a dual-power nonlinearity law, *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* 5 (2003) 180-182.
- [30] W. Zhao and E. Bourkoff, 'Propagation properties of dark solitons'. *Opt. Lett.*, 14(1989), p. 703.
- [31] W. Zhao and E. Bourkoff, 'Generation, propagation, and amplification of dark solitons'. *J. Opt. Soc. B*, 9(1992), p. 1134.
- [32] W. Zhao and E. Bourkoff, 'Interactions between dark solitons'. *Opt. Lett.*, 14(1989), p. 1371.
- [33] F. Azzouzi, " Etude de la dynamique de propagation non linéaire des solitons optiques modélisés par l'équation de Schrödinger non linéaire", Thèse de doctorat, Université de Badji Mokhtar Annaba, Algérie (2010).

Conclusion Générale

Dans cette thèse, on s'est intéressé à l'étude de la dynamique de propagation non linéaire des impulsions lumineuses en régime femtoseconde dans les nano fibres optiques modélisée par l'équation de Schrödinger non linéaire d'ordre supérieur. Cette étude nous a conduit à mettre en évidence le comportement solitonique chirpé, de type soliton brillant, noir et singulier des différentes solutions impulsionnelles obtenues.

L'étude de la dynamique de propagation des solitons chirpés dans les nano fibre optique est obtenue à partir de la résolution des modèles d'équations de type Schrödinger non linéaire d'ordre élevé qui peuvent être vue également comme une extension de l'équation de Schrödinger non linéaire standard incorporant des termes d'ordre élevés de la non linéarité et de la dispersion. Dans notre cas d'étude, l'équation d'ondes régissant est l'équation de Schrödinger non linéaire généralisée qui inclut des effets évolués tels que l'auto-raidissent, le shift de fréquence et la non linéarité quintique qui montre une loi double puissance de la non-linéarité. Cependant, la présence des termes non linéaire et dispersifs d'ordre supérieur change la nature de l'équation gouvernant la propagation qui devient non intégrable. L'obtention des solutions correspondantes peut se faire au moyen d'une approche purement numérique, soit au moyen de techniques semi-analytiques de type approche variationnelle. La réalisation de ce projet a comporté deux étapes clés qui nous ont amené aux conclusions suivantes:

Au cours de la première étape, nous nous sommes intéressés à la recherche des solutions explicites de type ondes progressives de l'équation de Schrödinger non linéaire généralisée décrivant la propagation des impulsions lumineuses en régime femtoseconde dans un milieu qui montre différentes lois de non linéarité telles que la loi Kerr, la loi de puissance, la loi parabolique, et la loi double puissance.

Dans une seconde étape de ce travail, relatif à l'étude théorique de la dynamique de propagation non linéaire des solitons chirpés dans les nano-fibres optiques, nous avons traité un problème physique très important permettant d'identifier les solutions de type ondes progressives pour un modèle de type Schrödinger non linéaire généralisé présentant des termes non linéaires de

puissance quelconque n . En particulier, l'équation d'évolution considérée incorpore les termes de l'effet d'auto-raïdissement, le shift de fréquence et le terme non-linéaire de cinquième ordre qui montre une loi double puissance de la non-linéarité. Nous avons adapté la méthode d'onde progressive pour construire les solutions localisées de cette équation d'évolution non linéaire. Dans ce contexte, de nouvelles familles de solutions exactes de type solitons chirpés brillant, noir et singulier avec un chirp non linéaire ont été obtenues sous certaines conditions paramétriques.

Dans la troisième partie, nous nous sommes intéressés à accomplir nos résultats théoriques par des simulations numériques qui permettent d'analyser le profil d'amplitude des solitons chirpés obtenus et le chirp associé. Nous avons également étudié l'influence de l'effet d'auto-raïdissement et shift de fréquence sur les profils d'amplitude et de chirp des solitons obtenus.

Maintenant que la dynamique de propagation non linéaire des solitons chirpés est bien maîtrisée, il serait très intéressant de procéder à l'étude d'autres problèmes plus compliqués tels que la propagation des soliton chirpés dans les fibres optiques inhomogènes modélisées par des équations d'évolution de type Schrödinger non linéaire à coefficients variables.