

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne Démocratique et Populaire  
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي  
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de La Recherche Scientifique

BADJI MOKHTAR UNIVERSITY -ANNABA  
UNIVERSITE BADJI MOKHTAR ANNABA



جامعة باجي مختار عنابة  
Année 2020

Faculté des Sciences  
Département de Physique

## THÈSE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de

*DOCTORAT EN SCIENCE*

Option : *Optique Non Linéaire*

Par

*MESSOUBER Abdelouahab*

**THÈME :**

*Dynamique non linéaire des solitons optiques modélisés  
par l'équation de Schrödinger non linéaire d'ordre  
supérieur*

*Directeur de Thèse : TRIKI Houria Professeur Univ. Badji Mokhtar, Annaba.*

*Soutenue publiquement le : 19/10/2020*

*Devant le Jury :*

<i>Président</i>	<i>GHERS Mokhtar</i>	<i>Professeur Univ. BMA, Annaba.</i>
<i>Encadreur</i>	<i>TRIKI Houria</i>	<i>Professeur Univ. BMA, Annaba.</i>
<i>Examineurs</i>	<i>HAMAIZI Yamina</i>	<i>Professeur Univ. BMA, Annaba.</i>
	<i>BOUGUERRA Abdesselam</i>	<i>M.C.A Univ. MCM, Souk-Ahras.</i>
	<i>REBAH Nor</i>	<i>M.C.A Univ. MCM, Souk-Ahras.</i>
	<i>DAOUI Abdel Kader</i>	<i>M.R.A CRTI. URMA, Annaba.</i>

## ملخص:

نعرض في هاته الأطروحة دراسة نظرية و محاكاة عددية، لديناميكا الإنتشار الزمكاني لنبضة فائقة القصر من رتبة الفمتوثانية، تنتشر عبر ألياف بصرية من صنف النمط الأحادي. إن نتائجنا المعروضة والتي تحصلنا عليها من خلالها إستعمال طريقة الموجة المركبة المنفردة، سمحت بمعرفة تأثير الظواهر الفيزيائية - ك: لاختية الوسط وعدم تجانسه، كما سمحت بمعرفة تأثير عامل التشتت، ناهيك عن تأثير عامل التضخيم- على ديناميكا الإنتشار.

ولتوضيح الدراسة و فهم ديناميكا الإنتشار، قمنا بتبني نموذجين لوسط إنتشار ذو خصائص لاختية معينة.

حيث قمنا في النموذج الأول، بعرض النتائج المتحصل عليها من خلال دراسة إنتشار نبضة قصيرة في وسط كير (*milieu Kerr*) اللاخطي و الغير متجانس يوصف بمعادلة شرودينجر التكميلية، بإضافة عامل التضخيم/ضياح، حيث أن معاملات المعادلة متغيرة بدلالة مسافة الانتشار.

لإيجاد حلول لهاته المعادلة القابلة للمكاملة، إستعملنا طريقة الموجة المنفردة، حيث أخذنا نموذج (*ansatz*) من الشكل المركب من نبضتين منفردتين (*Soliton combo*) إحداها مضيئة و الأخرى مضملة، نتائج المحاكاة العددية أثبتت بوضوح تأثير عدم تجانس الوسط و أيضا، تأثير عامل التضخيم/ضياح، على التطور الزمكاني للحلول الموجية المتحصل عليها.

لدراسة معمقة، و لفهم أدق، قمنا بإنشاء نموذج لمعادلة شرودينجر من الرتبة اللاخطية العالية، ذات المعاملات المتغيرة مع مسافة الإنتشار و الخاصة بالنبضات فائقة القصر من رتبة الفمتوثانية، لوسط يحوي لاختية لا كير (*milieu non Kerr*) من الرتبة الخامس و السابعة و المختلطة. لحل هاته المعادلة المركبة و الغير قابلة للمكاملة، قمنا باختبار طريقة الموجة المنفردة المركبة، بتقريب نموذج آخر مشكل من نبضتين منفردتين مضيئتين (*ansatz dipôle*)، أين سمحت الدراسة النظرية بإعطاء شروط وجود هذا النوع من الاموج المنفردة و القابلة للإنتشار في مثل هذا النوع من اوساط الإنتشار اللاخطي، كما ساهمت المحاكاة العددية بشكل كبير في توضيح تأثير كل الظواهر المؤثرة على ديناميكا الإنتشار اللاخطي للنبضات فائقة القصر من نفس طبيعة الوسط المستعمل.

لتأكيد حصولنا على نتائج قابلة للإستعمال التطبيقي و التكنولوجي، إذ أنه لا يمكن ملاحظة أو إستعمال النبضات الغير ثابتة، قمنا بدراسة تأثير الإضطرابات الخارجية علي ثبات هاته موجات الإنفرادية وكانت النتائج جيدة.

الكلمات المفتاحية:

- معادلة شرودينجر اللاخطية، غير المتجانسة - نبضة منفردة بقطبين (*Soliton dipôle*) - وسط كير - طريقة الأنزاتس (*ansatz*) - طريقة الموجة المركبة المنفردة.

## Abstract

*In this thesis, we present a theoretical and numerical study of the dynamics spatio-temporal propagation for ultrashort pulses in femtosecond regime with a strongly nonlinear and inhomogeneous medium. Our results are based on the use of the combined solitary wave method; to study the behavior of soliton as well as the various physical parameters, so to better understand the dynamics we adopted two models of media with nonlinear properties.*

*Firstly, we presented the evolution pulse in inhomogeneous Kerr medium, the dynamical model is governed by the cubic nonlinear Schrödinger equation with variable coefficient and the gain /absorption parameter, for a type of combined ansatz between bright and dark soliton. Our numerical results have investigated the influence of inhomogeneity on the spacio-temporel behavior of the solitonic solutions obtained.*

*Secondly, we constructed the generalized higher-order nonlinear Schrödinger equation with varying coefficients, which describe the propagation of ultrashort femtosecond optical pulse in an inhomogeneous single mode fiber with strongly nonlinear medium include the terms non-Kerr of order five and seven as well as mixed terms. Where we have adopted for this complex equation a generalized ansatz of dipole type, the analytical and numerical results have investigated the family of dipole solitons can propagate in this type medium. Thus, the solutions obtained allow a good understanding of the various phenomena occurring during the propagation for this type of solitonic pulses in such medium.*

*Finally, we are obtaining a stable pulse, which observed experimentally and check their stability under perturbations.*

### **Keyword:**

*Inhomogeneous nonlinear Schrodinger equation, Dipole soliton solution, Derivative non-Kerr nonlinear terms, Ansatz method.*

---

## Résumé

*Dans cette thèse nous présentons une étude théorique/numérique, de la dynamique de propagation spatio-temporelle des impulsions ultracourtes de type femtoseconde dans une fibre monomode, fortement non-linéaire et inhomogène. Nos résultats présentés s'appuient sur l'utilisation de la méthode de l'onde solitaire combinée, pour étudier le comportement des solitons en fonction des différents paramètres physiques. Ainsi pour mieux comprendre la dynamique nous avons adopté deux modèles des milieux aux propriétés non linéaires.*

*Dans un premier temps nous avons présente les résultats d'évolution d'une impulsion lumineuse dans un milieu Kerr inhomogène, régit par l'équation de Schrödinger non linéaire cubique à coefficient variables plus le terme perte/gain, pour un ansatz de type combiné entre un soliton brillant et un soliton noir. Nos résultats numériques ont montré l'influence de l'inhomogénéité sur le comportement spatio-temporelle de la famille des solutions solitonique obtenus.*

*Dans une seconde étape, nous avons construit l'équation de Schrödinger non-linéaire d'ordre supérieur à coefficients variables, qui décrit la propagation d'une impulsion lumineuse de l'ordre de femtoseconde dans un milieu fortement non linéaire avec les termes non-Kerr d'ordre cinq et sept ainsi que les termes mixtes. Ou nous avons adopté pour cet équation non intégrable et complexe un ansatz généralisé de type dipôle, les résultats théo-numérique ont montré la famille des solitons dipôles qui peuvent se propager dans ce type du milieu. Ainsi les solutions obtenues permettent une bonne compréhension des différents phénomènes intervenant au cours de la propagation de ce type impulsions solitoniques dans un pareil milieu.*

*Afin d'obtenir des impulsions stables, qui peuvent être observés expérimentalement nous avons étudié la stabilité des solitons dipôles vis-à-vis les perturbations.*

### **Mot clé**

*Equation de Schrödinger non-linéaire inhomogène, Soliton dipôle, milieu Kerr, la méthode d'Ansatz, méthode de l'onde solitaire combinée.*

**A**

*« La mémoire de ma mère Rogäia ».*

*« La mémoire de ma très cher Melouka ».*

**A**

*Mon père Ali*

*Mon épouse Nora*

*Mes frères Badri, Mohamed et Ammar*

*Mes sœurs Halima, Fatiha et Nacira*

*Mes précieux enfants Rami, Taki et A mon poussin Aya*

## **Remerciements**

*Avant tout je m'incline en remerciant mon Dieu le tout puissant de m'avoir créé de rien et de m'avoir éduqué avec sa générosité.*

*Mes premiers mots de reconnaissance vont à ma directrice de thèse le professeur **Houria TRIKI**, professeur à l'université d'Annaba. Qui a encadré efficacement et avec attention ce travail de thèse. Qu'elle reçoit toute l'expression de ma reconnaissance et ma gratitude pour m'avoir proposé le présent sujet et de m'avoir intégrer à son équipe de recherche, j'apprécie particulièrement sa compétence et sa disponibilité pour les séances de discussion. Professeur Triki votre confiance m'a permis de progresser mon travail de thèse. Soyez assuré, de tout mon profond respect.*

*J'adresse mes remerciements les plus respectueux au Professeur **Mokhtar GHERS**, professeur à l'université d'Annaba une fois de m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ma thèse, et une autre pour m'avoir bien enseigné la physique moderne du cycle graduation.*

*J'adresse aussi mes profond remerciements au Professeur **Yamina HAMAIZI**, professeur à l'université d'Annaba pour m'avoir fait l'honneur d'examiné attentivement ce travail de thèse. Je vous remercie également pour votre gentillesse.*

*Je remercie vivement le Docteur **Abdesselam BOUGUERRA**, Maître de conférences classe A à l'université Mohamed-Cherif Messaadia (MCM) Souk-Ahras, d'avoir accepté d'examiné attentivement ce travail de thèse. J'admire sa qualité de physicien dans plusieurs discussions.*

*Egalement je remercie sincèrement le Docteur **Nor REBAH**, Maître de conférences classe A à l'université MCM de Souk-Ahras, d'avoir accepté d'examiné ce travail de thèse. Je vous remercie encore pour votre gentillesse.*

*Je remercie profondément le Docteur Abdel-Kader DAOUI, Maître de recherche classe A, à l'unité de recherche en matériaux avancés (URMA) Annaba, d'avoir examiné attentivement ce manuscrit, ainsi que pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail de thèse. Je le remercie encore pour son aide précieuse dans le PowerPoint.*

*Ce travail a largement bénéficié des compétences et du soutien du Docteur Faïçal AZZOUZI, Maître de conférences classe A à l'université MCM de Souk-Ahras, qu'il trouve ici toute ma gratitude ainsi que mes remerciements.*

*Un grand merci au Professeur Kamel ALIOUA, professeur à l'université MCM de Souk-Ahras pour l'aide précieux d'inscription administratif, qui ma permit d'intégré à l'équipe LPR d'Annaba, qu'il trouve ici tout ma gratitude.*

*Ainsi je remercie le Docteur Kamel MEZGHICHE, Maître de conférences classe B à l'université MCM de Souk-Ahras, pour l'aide du support de documentations.*

*Enfin un grand merci à mes Parents et mon Epouse, pour leurs soutien. Ainsi et en particulier j'adresse mes remerciements les plus sincère à mon très cher frère Badr-Eddine, qui a était pour moi, un frère et un ami, je ne saurai jamais suffisamment le remercier pour son soutien infaillible.*

# ***Table des Matières***

Remerciement

ملخص

Abstract

Résumé

## **Table des matières**

Symboles et abréviation

*i*

Liste des figures

*iii*

Liste des tableaux

*vi*

## **Introduction générale**

1

## **Chapitre I. Interaction Rayonnement Matière et Guidage Optique**

7

I.1 Introduction et historique

8

I.2. Interaction rayonnement-matières

9

I.2.1. L'absorption

9

I.2.2. l'émission spontanée

9

I.2.3. L'émission stimulée

10

I.3. Les lasers

11

I.3.1. Le Milieu actif

11

I.3.2. Le pompage ou l'inversion de population

11

I.3.3. La cavité optique (résonateur optique)

12

I.4. Laser impulsionnel pour les guides optiques

13

I.4.1. Les lasers femtosecondes

13

I.4.1.1. Milieu à large bande

15

I.4.1.2. Mécanisme de compensation de la dispersion de la vitesse de groupe

15

I.4.1.3. Blocage des modes

15

I.4.2. Impulsions en limite de Fourier

16

I.5. Les guides optiques

16

I.5.1. Type de fibres optiques

17

I.6. Mécanisme d'interaction et guidage optique

18

I.7. Interaction linéaire

20

I.7.1. L'atténuation

21

I.7.2. La dispersion

22

I.7.2.1. La dispersion du premier ordre

23

I.7.2.2. La dispersion d'ordre deux (GVD)

23

I.7.2.3. La dispersion d'ordre trois (TOD)

24

I.7.3. La dispersion de mode polarisation (PMD)

24

I.8. Interaction non linéaire

25

I.8.1 Interaction non linéaire d'ordre deux

26

I.8.1.1. Somme des fréquences

26

I.8.1.2. Accord de phase

28

I.8.1.3. Génération de la seconde harmonique

28

I.8.1.4. Différence de fréquences

29

I.8.1.5. Oscillation paramétriques

30

I.8.2. Interaction non linéaire d'ordre trois

31

I.8.2.1. Interaction élastique

31

I.8.2.1.1. L'automodulation de phase SPM

32



I.8.2.1.2. Modulation de phase croisée	33
I.8.2.1.3. L'auto-raïdissement (SS)	34
I.8.2.1.4. Mélange à quatre ondes (FWM)	34
I.8.2.2. Interaction inélastique	35
I.8.2.2.1. Diffusion Raman stimulée (SRS)	35
I.8.2.2.2. Diffusion Brillouin stimulée (DBS)	37
I.9. Conclusion	37
Références	39

<b>Chapitre II. Equation de Schrödinger Non linéaire en régime picoseconde</b>	<b>42</b>
II.1. Introduction	43
II.2. Equations de Maxwell	43
II.3. Polarisation linéaire et non linéaire	46
II.3.1. Polarisation linéaire	46
II.3.2. Polarisation non-linéaire	47
II.4. Equation de propagation ou (équation de Helmholtz)	48
II.5. Dérivation de l'équation de Schrödinger non linéaire	49
II.6. Les lois conservées	52
II.6.1. Conservation de l'énergie	53
II.6.2. Conservation du moment	54
II.6.3. Conservation d'hamiltonien	54
II.7. Méthodes numériques	55
II.7.1. Description de la méthode de Fourier à pas fractionné (SSF)	55
II.8. Solutions de l'équation de Schrödinger non linéaire standard	59
II.8.1. Cas de la dispersion anormale $\beta_2 < 0$	60
II.8.2. Cas de la dispersion normale $\beta_2 > 0$	61
II.9. Détermination des quantités conservées	61
II.10. Principaux effets influents la propagation d'une impulsion dans une fibre optique	62
II.10.1. Le régime purement dispersif	62
II.10.1.1. Influence de la dispersion d'ordre deux (GVD)	62
II.10.1.2. Influence de la dispersion d'ordre trois (TOD)	66
II.10.2. Le régime purement non linéaire	69
II.10.2.1. Effet de l'auto-modulation de phase (SPM)	69
II.11 Conclusion	71
Références	72

<b>Chapitre III. Propagation des solitons dans une fibre optique</b>	<b>74</b>
III.1. Introduction	75
III.2. Types des solitons	75
III.2.1. Solitons temporels	76
III.2.2. Solitons spatiaux	76
III.2.3. Solitons spatiotemporels	77
III.3. Dynamique des solitons temporels	77
III.3.1. Soliton temporel brillant	78
III.3.2. Soliton temporel noir	79
III.4. Interaction de deux solitons voisins	80
III.4.1. Interaction par collision	81
III.4.2. Interaction attractive	83

III.4.3. Interaction répulsive	83
III.4.4. Interaction de glissement	83
III.5. Solitons d'ordre supérieur	83
III.5.1. Solitons d'ordre deux	84
III.5.2. Solitons d'ordre trois	84
III.6. Existences des solitons dans d'autres milieux	85
III.6.1. Solitons de Korteweg de-Vries	85
III.6.2. Solitons de Sine-Gordon	86
III.7. Equation de Schrödinger non linéaire d'ordre supérieur	87
III.8. Solutions solitoniques	88
III.8.1. Soliton combiné ou le combo	88
III.8.2. Soliton dipôle	89
III.8.3. Solitons multipôles	89
III.9. Conclusion	90
Références	92
<b>Chapitre IV. Dynamique de propagation non linéaire des solitons optiques dans une fibre inhomogène</b>	<b>95</b>
IV.1. Introduction	96
IV.2. Milieux homogène et inhomogène	97
IV.3. Soliton optique dans une fibre inhomogène	97
IV.3.1. Solitons brillant	100
IV.3.2. Solitons noir	100
IV.4. Impact de l'inhomogénéité sur la dynamique des solitons	101
IV.4.1. Impact sur le soliton brillant	101
IV.4.2. Impact du gain/perte	102
IV.4.3. Impact de la dispersion de la vitesse de groupe	103
IV.5. Equation de Schrödinger non-linéaire d'ordre supérieur	105
IV.5.1. Modèle d'équation	105
IV.6. Solution soliton dipôle	106
IV.7. Discussion	110
IV.8. Résultats numériques et interprétation	112
IV.9. Analyse de la stabilité	117
IV.10. Conclusion	118
Références	121
Conclusion générale	124
Annexe	129

## ***Symboles et Abréviation***

<i>MA</i>	<i>Milieu amplificateur</i>
<i>CO</i>	<i>Cavité optique</i>
<i>IRM</i>	<i>Interaction rayonnement matière</i>
<i>OEM</i>	<i>Ondes électromagnétiques</i>
<i>ONL</i>	<i>Optique Non Linéaire</i>
<i>ESNL</i>	<i>Equation de Schrödinger non linéaire</i>
<i>ESNLOS</i>	<i>Equation de Schrödinger non linéaire d'ordre supérieur</i>
<i>KdV</i>	<i>Equation de Korteweg-de-Vries</i>
<i>FWHM</i>	<i>Largeur totale à mi-hauteur</i>
<i>AP</i>	<i>Accord de phase</i>
<i>DP</i>	<i>désaccord de phase</i>
$P_L$	<i>Polarisation linéaire</i>
$P_{NL}$	<i>Polarisation non-linéaire</i>
<i>GSH</i>	<i>Génération de la Second Harmonique.</i>
<i>OPO</i>	<i>Oscillateur Paramétrique Optique</i>
<i>GVD</i>	<i>Dispersion de la vitesse de group</i>
<i>SPM</i>	<i>Automodulation de phase</i>
<i>TOD</i>	<i>Dispersion d'ordre trois</i>
<i>PMD</i>	<i>Dispersion de mode polarisation</i>
<i>SSF</i>	<i>Méthode de Fourier à pas fractionné</i>
<i>XPM</i>	<i>Modulation de phase croisée</i>
<i>FWM</i>	<i>Mélange à quatre ondes</i>
<i>SRS</i>	<i>Diffusion Raman stimulée</i>
<i>SBS</i>	<i>Diffusion Brillouin stimulée</i>
$P_0$	<i>Puissance crête de l'impulsion</i>
$P_{(Mw)}$	<i>Puissance en mégawatt</i>
$P_{(Kw)}$	<i>Puissance en kilowatt</i>
$L_D$	<i>Longueur caractéristique de dispersion</i>
$L_N$	<i>Longueur caractéristique de la non linéarité</i>
$\beta(\omega)$	<i>Constante de propagation</i>

---

$n_0$ :	<i>Indice de réfraction linéique</i>
$n(\omega)$ :	<i>Indice de réfraction</i>
$n_c(\omega)$ :	<i>Indice du milieu au cœur de la fibre</i>
$n_g(\omega)$ :	<i>Indice du milieu a la gaine de la fibre</i>
$\beta_2$ :	<i>Coefficient de la dispersion d'ordre deux</i>
$\beta_3$	<i>Coefficient de la dispersion d'ordre trois</i>
$\gamma(\omega)$	<i>Coefficient de la non linéarité</i>
$\alpha$	<i>Coefficient des pertes linéiques</i>
$D$	<i>Dispersion chromatique</i>
$S_D$	<i>Pente de la dispersion chromatique</i>
$A_{eff}$	<i>Aire effective du mode fondamental</i>
$\vec{k}$	<i>Vecteurs d'onde</i>
$\chi^{(1)}$	<i>Tenseur de la susceptibilité linéaire sans dimension</i>
$\chi^{(2)}$	<i>Susceptibilité quadratique, en (m/V)</i>
$\chi^{(3)}$	<i>Susceptibilité d'ordre trois, en (m<sup>2</sup>/V<sup>2</sup>)</i>
$\vec{E}$ :	<i>Vecteur champ électrique en (V/m)</i>
$\vec{H}$ :	<i>Vecteur champ magnétique en (Amp/ m)</i>
$\vec{D}$ :	<i>Vecteur de déplacement électrique en (C/m<sup>2</sup>)</i>
$\vec{B}$ :	<i>Vecteur d'induction magnétique en (Webber/m<sup>2</sup>)</i>
$\vec{M}$ :	<i>Vecteur de polarisation magnétique non nulle pour les matériaux magnétique.</i>
$T_0$ :	<i>Largeur de l'impulsion à mi-hauteur</i>
$\omega_{CE}$	<i>l'offset spectrale</i>
$\Delta\phi_{CE}$	<i>Le déphasage modulo dans la cavité optique</i>
$ps$ :	<i>Picoseconde : 1ps = 10<sup>-12</sup>seconde</i>
$fs$ :	<i>Femtoseconde : 1fs = 10<sup>-15</sup>seconde</i>
$as$ :	<i>Attoseconde : 1as = 10<sup>-18</sup>seconde</i>

## Liste des figures

<b>Figure I.1 :</b>	Représentation d'interaction lumière-matière (a) processus absorption (b) processus d'émission spontanée (c) processus d'émission stimulée.	10
<b>Figure I.2 :</b>	Représentation d'un oscillateur optique.	11
<b>Figure I.3 :</b>	Processus de pompage optique et création du laser dans les principaux systèmes atomiques (a) système à 3 états (b) système à 4 états.	12
<b>Figure I.4 :</b>	Schéma d'une cavité optique : (a) Cavité linéaire de <i>Fabry-Petro</i> (b) cavité en anneau à trois miroirs.	13
<b>Figure I.5 :</b>	Train d'impulsions de durée de quelque femtoseconde (a) dans le domaine temporelle (b) dans le domaine fréquentielle.	14
<b>Figure I.6 :</b>	Différents types de fibres optiques : (a) fibre monomode, (b) fibre multimode à saut d'indice (c) fibre multimode à gradient d'indice.	18
<b>Figure I.7 :</b>	Organigramme des effets d'interaction des impulsions lasers avec un milieu diélectrique.	20
<b>Figure I.8 :</b>	Atténuation spectrale d'une fibre en silice utilisée en télécommunication.	22
<b>Figure I.9 :</b>	Représentation schématique de la dispersion modale de polarisation dans une fibre optique.	25
<b>Figure I.10 :</b>	(a)- Diagrammes quantique de processus somme de fréquences. (b)- illustrations du désaccord de phase dans les deux cas colinéaire et non colinéaire.	27
<b>Figure I.11 :</b>	Génération de la seconde harmonique.	29
<b>Figure I.12 :</b>	(a)- Diagrammes quantique de processus différence de fréquences. (b)- processus de création des fréquences moins énergétiques.	30
<b>Figure I.13 :</b>	Spectre correspond au mélange à quatre ondes dans une cavité.	35
<b>Figure I.14 :</b>	Diagramme quantique de processus non linéaire résonnants (a) Diffusion <i>Raman</i> (b) Diffusion <i>Brillouin</i> .	36
<b>Figure II.1 :</b>	Ion soumis à un champ électrique externe.	43
<b>Figure II.2 :</b>	(a) Illustration de la méthode de <i>Fourier</i> à pas fractionné ; (b) agrandissement des étapes de propagation dans chaque tranche.	56
<b>Figure II.3 :</b>	Organigramme représentatif de la méthode de <i>Fourier</i> à pas fractionné.	58
<b>Figure II.4 :</b>	Evolution du profil d'une impulsion gaussienne dans un milieu purement dispersif pour les paramètres $T_0 = 10 ps$ , $\beta_2 = -20(ps^2 km^{-1})$ et $\gamma = 0$ pour une longueur d'onde $1,55 \mu m$ (a) profil a trois dimension. (b) profil a deux dimension pour une impulsion démunie pour préserver de forme gaussienne. (c) profil du chirp correspondant.	64

<b>Figure II.5 :</b>	(a) Profil d'évolution d'une impulsion gaussienne de longueur d'onde $\lambda = 1,55\mu m$ sous l'influence de la TOD pour les paramètres : $T_0 = 10 ps$ , $\beta_2 = 0, \gamma = 0$ , $\beta_3 = +1(ps^3 km^{-1})$ ; (b) profile de l'impulsion à $z = 10L'_d$ pour $\beta_3 > 0$ par rapport à l'impulsion d'entrer.	68
<b>Figure II.6 :</b>	(a) Profil d'évolution d'une impulsion gaussienne de longueur d'onde $\lambda = 1,55\mu m$ sous l'influence de la TOD pour les paramètres : $T_0 = 10 ps$ , $\beta_2 = 0, \gamma = 0$ , $\beta_3 = -1(ps^3 km^{-1})$ ; (b) profile de la pulse à $z = 10L'_d$ pour $\beta_3 < 0$ par rapport à l'impulsion d'entrer.	68
<b>Figure II.7 :</b>	profil du chirp non linéaire d'une impulsion de forme gaussienne pour différents distances $z$ .	70
<b>Figure III.1 :</b>	Schéma représentatif des profils d'une impulsion sous l'effet de : (a) l'auto focalisation. (b) la diffraction du faisceau et (c) la propagation du soliton créé de l'équilibre entre l'auto focalisation et la diffraction.	77
<b>Figure III. 2 :</b>	Propagation d'un soliton brillant dans une fibre optique	79
<b>Figure III. 3 :</b>	Propagation d'un soliton noir dans une fibre optique en silice.	80
<b>Figure III.4 :</b>	Interaction de deux solitons adjacents à une distance égale à $170L_D$ pour quatre variantes de l'amplitude et la phase et pour la même distance de séparation $q_0 = 3.5$ .	82
<b>Figure III.5 :</b>	Profils des solitons d'ordre supérieur (a) Profil du soliton d'ordre deux pour deux périodes. (b) Profil du soliton d'ordre trois pour deux périodes	84
<b>Figure III.6 :</b>	Propagation du soliton $KdV$ exprimé par l'équation (III. 17).	86
<b>Figure III.7 :</b>	Profil du soliton donné par l'équation (III.19) (a) Soliton kink (b) Soliton anti-kink.	87
<b>Figure III.8 :</b>	Profil d'un soliton dipôle.	89
<b>Figure III.9 :</b>	Profils des solitons obtenus par Triki et ses collaborateurs (a) soliton de forme $W$ , (b) en vert pointée le soliton tripôle et en rouge le soliton de cinquième ordre.	90
<b>Figure IV.1 :</b>	Evolution du soliton brillant (IV.16) pour $\beta_2(z) = a \cos(\omega z)$ avec $\omega = a = 1$ et $\Gamma(z) = 0$ , (a) Intensité du soliton (b) Profil à deux dimensions.	102
<b>Figure IV.2 :</b>	Evolution du soliton brillant (IV.16), avec $\beta_2(z) = a \cos(\omega z)$ où $\omega = a = 1$ (a) milieu avec perte $\Gamma(z) = +0.05$ (b) milieu à gain $\Gamma(z) = -0.05$ (c) et (d), profils d'évolutions de l'onde a deux dimensions dans un milieu inhomogène.	103
<b>Figure IV.3 :</b>	Evolution d'une onde solitonique d'équation (IV.16), avec $\Gamma(z) = 0$ et $\omega = a = 1$ ; (a) $\chi(z) = \text{sech}(\omega z)$ (b) $\chi(z) = \text{sech}(\omega z) \tanh^2(\omega z)$ (c) $\chi(z) = \text{sech}^{-1/3}(\omega z)$ (d) $\chi(z) = \text{sech}(\omega z) \tanh(\omega z)$ .	104

<b>Figure IV.4 :</b>	Evolution d'un soliton dipôle donné par l'équation (IV.40) dans le cas où $\Gamma(z) = 0$ . Ici les valeurs du paramètre lié à la vitesse de groupe sont : (a) $\alpha_{13}(z) = 0$ , (b) $\alpha_{13}(z) = a \cos(\omega z)$ , avec $a = \omega = 1$ .	113
<b>Figure IV.5 :</b>	Evolution du soliton dipôle (IV.40) dans le cas où $\Gamma(z) = bz$ avec $b = 0.01$ . Ici les valeurs du paramètre lié à la vitesse de groupe sont : (a) $\alpha_{13}(z) = 0$ , (b) $\alpha_{13}(z) = a \cos(\omega z)$ , et $a = \omega = 1$ .	114
<b>Figure IV.6 :</b>	Evolution du soliton dipôle (IV.40) pour les paramètres $\Gamma(z) = bz$ , avec $b = -0.01$ . Les valeurs du paramètre lié à la vitesse de groupe sont : (a) $\alpha_{13}(z) = 0$ , (b) $\alpha_{13}(z) = a \cos(\omega z)$ , avec $a = \omega = 1$ .	115
<b>Figure IV.7 :</b>	Evolution du soliton dipôle (IV.40) pour les paramètres $\Gamma(z) = \sin(z)$ . Les valeurs du paramètre lié à la vitesse de groupe sont : (a) $\alpha_{13}(z) = 0$ , (b) $\alpha_{13}(z) = \sin(z) + z \cos(z)$ .	116
<b>Figure IV.8 :</b>	Contours du soliton dipôle (IV.40), où les paramètres sont les mêmes que dans figure (IV.7).	116
<b>Figure IV.9 :</b>	Evolution du profil d'intensité du soliton dipôle (IV.40) sous l'influence d'une perturbation de 10% avec un bruit blanc initial. Les valeurs des paramètres sont les mêmes que ceux utilisés dans la figure (IV.4. (b)).	118

***Liste des TABLEAUX***

<b>Tableau I.1 :</b>	différents profils d'impulsions à la limite de Fourier	16
<b>Tableau I.2 :</b>	Caractéristiques des fibres de télécommunication	17



# *Introduction Générale*

## **Sommaire**

- *Introduction générale*
- *Références*

## Introduction générale

Le transport de l'information à haut débit est un sujet qui préoccupe la communauté scientifique, néanmoins après la découverte des solitons qui constituent un grand sujet de recherche, apportant plusieurs et importantes applications technoscientifique. À ce titre, les solitons se manifestent naturellement dans la plupart des systèmes non linéaires, ou ils ont trouvé leur place privilégiée dans la télécommunication par fibre optique.

L'histoire commence par les travaux apportés par Planck, Einstein et Bohr aux problèmes de la physique au voisinage de 1900. Du fait que leurs contribution a permis l'invention du premier laser à *Rubis* par Maiman [1]. Cette découverte est devenue l'outil indispensable de l'observation et l'explication des effets non linéaires en physique, qui ont été exprimés auparavant comme des perturbations sur les systèmes dynamiques. Ainsi, l'interaction du rayonnement laser avec la matière a permis la clarification de plusieurs phénomènes non linéaires tels que la génération de la seconde harmonique, l'effet Kerr optique. Ou à ce stade la non linéarité a été utilisée pour générer de nouvelles fréquences.

Le point de départ dans le domaine des télécommunications optiques remonte aux années soixante-dix avec le développement rapide du laser impulsionnel d'une part et la production des guides de fibre à base de silice fondue d'une autre part. En effet, l'interaction d'une impulsion avec les dioptries de la paroi par réflexion totale a permis la réalisation de guidage de la lumière dans ces guides en exploitant l'idée phénoménale de la fontaine lumineuse de Colladon [2]. Ainsi, l'information est transportée dans une fibre optique par des impulsions lumineuses robustes appelées "*solitons*" qui se propagent idéalement sans se disperser, ni changer de fréquence. Ces solitons optiques ont été prédits en 1973 par Hasegawa et Tappert [3-4], puis observés expérimentalement en 1980 par Mollenauer et ses collaborateurs [5]. La formation de ces solitons dans les fibres optiques résulte d'une rigoureuse compensation de la distorsion de l'impulsion et la non linéarité traduit par l'effet Kerr optique à travers la manifestation de l'indice de réfraction. Pour les télécommunications optiques, les solitons sont les porteurs de l'information privilégiées à cause de leurs robustesse de conserver et stocker les données tout au long de la propagation dans les guides d'ondes.

Ainsi ce processus d'équilibre ou solitons a fait l'objet d'étude et de caractérisation de la dynamique de propagation au moyen d'une formulation semblable à l'équation de Schrödinger, nommée équation de Schrödinger non-linéaire. À ce stade, plusieurs travaux sur la dynamique de propagation des solitons optiques guidés ont été réalisés, en donnant naissance

à une nouvelle discipline dite "*optique non linéaire*" pour laquelle plusieurs auteurs ont pallié la voie en regroupant plusieurs travaux d'applications d'une grande importance [6-9].

Actuellement et par besoin d'application technologique dans la télécommunication, l'augmentation de l'intensité du signal à motiver la création des lasers impulsionsnels de durées de plus en plus courtes tels que les lasers femtosecondes [10], qui ont permis de transmettre l'information à haut débit sur des distances intercontinentales. Cependant les modélisations théoriques ont affranchis les frontières des impulsions femtosecondes permettant à la recherche fondamentale sur la dynamique des solitons d'avoir un progrès explosif. Ce qui a poussé le développement des matériaux vert un niveau très avancé, citons par exemple les métamatériaux [11].

La quasi-totalité de ces modèles estime les milieux non linéaires comme étant homogènes, alors qu'une telle fibre n'est jamais homogène à longue distance. En revanche, il est nécessaire de tenir compte de l'influence de l'inhomogénéité du milieu matériel sur la dynamique de propagation non linéaire des ondes dans ces guides afin de la contourner à la faveur des matériaux. Ces dernières années ont connues l'intervention de plusieurs chercheurs [12,13] pour clarifier l'impact de l'inhomogénéité sur la dynamique de propagation des solitons en utilisant le modèle de l'équation de Schrödinger non-linéaire.

Le travail présenté dans cette thèse concerne l'étude théorique de la dynamique de propagation non linéaire des solitons en régime femtoseconde modélisés par l'équation de Schrödinger non linéaire d'ordre supérieur. Ce modèle peut être vu également comme une extension de l'équation de Schrödinger non linéaire standard incorporant les termes de la dispersion de la vitesse de groupe et de non linéarité cubique. Nous nous intéressons plus particulièrement à la recherche des impulsions de type soliton dipôle qui peuvent se propager dans les fibres inhomogènes gouvernées par l'équation de Schrödinger non linéaire d'ordre supérieur à coefficients variables. Il est à noter que les équations d'évolutions à coefficients variables fournissent aussi souvent une approche fructueuse pour décrire la physique d'un système non linéaire. En effet, une modélisation plus réaliste de la propagation des ondes non linéaires dans un milieu matériel requiert de traiter les phénomènes en utilisant les équations d'évolution à coefficients variables. L'influence des variations spatiales des différents paramètres physiques sur la dynamique de propagation non linéaire des solitons a été également étudiée.

Ce manuscrit s'organise en quatre chapitres :

Le premier chapitre est consacré à une description générale sur l'interaction de la lumière avec la matière. Cette dernière a permis la récolte de deux inventions d'une grande importance : les lasers et les fibres optiques à faible perte. Le guidage dans ces supports optiques se manifeste par deux types d'interactions dites : linéaire et non linéaire. Dans ce contexte, nous rappelons ces types d'interactions selon l'ordre de développement en puissance de la polarisation du champ appliqué. Dans ce cas, l'influence de la polarisation non linéaire pour les impulsions de durée inférieure au picoseconde dans les milieux centrosymétriques se réduit à la susceptibilité d'ordre trois regroupant les effets Kerr ainsi que les termes des diffusions Raman et Brillouin stimulées.

Dans le deuxième chapitre, nous avons reconstruits l'équation de Schrödinger non linéaire régissant la propagation des impulsions lumineuse dans une fibre optique à partir d'un développement sur les équations de Maxwell. Et pour mieux comprendre l'influence des régimes du milieu sur la dynamique de propagation des impulsions régit par ce type d'équation, nous allons analytiquement donner les formes empiriques de ces solutions, puis par la simulation nous allons vérifier l'impact des effets linéaires traduit par la dispersion d'ordre deux et trois sur la dynamique d'une impulsion de forme gaussienne, ainsi que l'influence de la non linéarité décrite par l'automodulation de phase sur ce type d'impulsion.

Le troisième chapitre est consacré à la description des solitons : leurs types, interactions et ordres ainsi que l'existence de ce type d'onde localisée dans d'autres domaines tels que la biologie, l'hydrodynamique ...etc., ce qui nous a motivé à exprimer les solutions solitoniques dans ces types des milieux. De plus, l'utilisation de l'équation de Schrödinger non linéaire pour décrire l'évolution des impulsions très courtes s'exprime par l'apparition des termes de dispersion et de non linéarité d'ordre supérieur ce qui permet de modéliser la dynamique de propagation non linéaire par un nouveau type de modèle appelé équation de Schrödinger non linéaire d'ordre élevée.

Dans le quatrième chapitre, nous avons en premier temps étudié l'évolution d'une impulsion lumineuse dans un milieu Kerr inhomogène en utilisant l'équation de Schrödinger non linéaire cubique en présence du terme gain/perte. A cet effet, nous avons exprimé les coefficients de la dispersion et de la non linéarité ainsi que le terme perte/gain, comme étant des fonctions dépendantes de la distance de propagation  $z$ . Les solutions d'onde solitaire pour ce modèle sont exprimées par un ansatz combinant les amplitudes correspondantes à un soliton brillant et un soliton noir. Les résultats de la simulation numérique ont montré que l'évolution

de l'impulsion tout au long de la fibre peut être contrôlée d'une manière efficace à travers les variations des paramètres de dispersion et de la non linéarité ainsi que le terme perte/gain. Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons étudié la propagation des impulsions femtosecondes dans une fibre optique inhomogène fortement non linéaire présentant en plus de la non linéarité Kerr des termes non linéaire d'ordre cinq et sept. Pour déterminer les enveloppes de type soliton dipôle pour ce modèle généralisé, nous avons adapté un autre ansatz ayant la forme du produit entre les amplitudes correspondantes aux solitons brillant et noir. L'application de cet ansatz, nous a permis de déterminer la famille des solitons dipôles pouvant se propager dans une fibre inhomogène en présence de plusieurs effets non linéaires et dispersifs de différente nature. Le comportement spatio-temporel de ce type d'impulsion a été également étudié numériquement en utilisant la méthode de Fourier à pas divisé. Le choix approprié des paramètres associés à la dispersion de premier et second ordre ont permis d'obtenir de nouveaux profils d'intensités de grande importance. Pour confirmer la robustesse de nos solitons, nous avons aussi analysé leur stabilité vis-à-vis aux différentes perturbations présentent dans le milieu.

Enfin, le manuscrit est clôturé par une conclusion générale résumant les idées fondamentales et quelques perspectives envisagées.

## Références

- [1] T. H. Maiman, *Stimulated optical radiation in ruby masers*, Nature. 187 (1960) 493-494.
- [2] D. Colladon, *Sur les réflexions d'un rayon de lumière à l'intérieur d'une veine liquide parabolique*, Comptes Rendus 15 (1842) 800-802.
- [3] A. Hasegawa and F. Tappert, *Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibre : I. Anomalous dispersion*, Appl. Phys. Lett. 23 (1973) 142-144.
- [4] A. Hasegawa and F. Tappert, *Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibre : II. Normal dispersion*, Appl. Phys. Lett. 23 (1973) 171-172.
- [5] L. F. Mollenauer, R. H. Stolen and J. P. Gordon, *Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers*, Phys. Rev. Lett. 45 (1980) 1095-1098.
- [6] G. P. Agrawal, *Nonlinear fiber optics*, Academic Press 3<sup>rd</sup> ed, New York (2001).
- [7] R. L. Sutherland, D. G. McLean and S. Kirkpatrick, *Handbook of nonlinear optics*, 2<sup>nd</sup> ed., CRC Press USA (2003).
- [8] Y. R. Shen, *Principle of nonlinear optics*, Wiley, New-York, (1984).
- [9] A. Scott, *Nonlinear science*, Oxford applied engineering mathematics, Oxford university press, (1999).
- [10] C. Rullière, *Femtosecond laser pulses : principles and experiments*, 2<sup>nd</sup> ed., Springer Press. USA (2005).
- [11] Techniques de l'ingénieur, *Matériaux pour l'optique*, sur [www.techniques-ingenieur.fr](http://www.techniques-ingenieur.fr) réf. internet 42450.
- [12] R. Yang, L. Li, R. Hao, Z. Li, and G. Zhou, *Combined solitary wave solutions for the inhomogeneous higher-order nonlinear Schrödinger equation*, Phys. Rev. E 71 (2005) 1-8.
- [13] J-D. He, J-F. Zhang, M-Y. Zhang, C-Q. Dai, *Analytical nonautonomous soliton solutions for the cubic–quintic nonlinear Schrödinger equation with distributed coefficients*, Opt. Commun. 285 (2012) 755-760.

# *Chapitre 1*

## *Interaction Rayonnement-Matière et Guidage Optique*

### *Optique*

#### **Sommaire du chapitre**

- *Introduction et historique*
- *Interaction rayonnement-matière*
- *Les lasers*
- *Les guides optiques*
- *Mécanisme d'interaction et optique non linéaire*
- *Interaction linéaire*
- *Interaction non-linéaire*
- *Interaction non linéaire d'ordre deux*
- *Interaction non linéaire d'ordre trois*
- *Conclusion*
- *Références*

## I.1. Introduction et historique

L'interaction de la lumière avec la matière est un phénomène de tous les jours, puisque tout ce que nous entoure est la trace de cet effet. L'interaction rayonnement-matière (*RM*) est très importante par l'infinité des applications dans la quasi-totalité des domaines des sciences et techniques en partant de tout la physique vers les télécommunications par fibre optique en passant par la médecine, la chimie et l'électronique numérique.

L'histoire commence en 1900 par les travaux de Planck, qui a expliqué la forme empirique du rayonnement du corps- noir [1] par l'introduction du principe d'échange de l'énergie entre la lumière et la matière par des paquets d'ondes, dit quantum de l'énergie. Cette remarquable idée a bouleversé le monde de la physique classique en donnant naissance à la physique dite moderne : l'effet de la matière ainsi que la lumière sont quantifiés. Plus tard, Bohr a donné la forme des briques constituant la matière acronyme atomes, qui sont formées des niveaux énergétiques dits états stationnaires, sur les quels cohabitent les électrons : le niveau le plus bas est nommé état fondamental et les transitions de ces électrons en haut ou en bas se fait par les mécanismes d'absorption ou d'émission de la lumière par des spectres égaux à un quantum d'énergie (constante de Planck) produit d'une fréquence.

Jusqu'au 1917, malgré son succès, la physique moderne souffre d'un manque d'explication formelle pour le spectre de la densité énergétique du rayonnement du corps-noir. À cette année en mars, Einstein annonce théoriquement une autre forme d'interaction lumière-lumière par l'intermédiaire de la matière, dit l'émission stimulée ou induite [2], qui a achevé définitivement ce problème. Notamment, il faut citer les travaux de Charles H. Townes, qui a apporté une première preuve expérimentale de ce phénomène dans le domaine des micro-ondes, en mettant en évidence le premier Maser, qui a été inventé sur la base de l'idée extraordinaire de pompage optique décrit par le professeur A. Kastler [3]. Cette nouvelle a introduit le principe sur lequel repose le fonctionnement du laser.

En 1960, l'impact de l'invention du premier laser à *Rubis* par Ted Maiman [4], a offert la possibilité de transmettre un signal dans des guides en verre pour des courtes distances, ou le signal perde son intensité à cause de l'absorption et la dispersion de la lumière dans les verres. En 1970, ces problèmes ont été contournés avec l'élaboration de la première fibre en silice à faible perte, du fait que le laser a pu parcourir des distances de plus en plus longues sans perdre l'information.

La télécommunication a profité du développement des lasers qui a occupé au cours des



dernières années toutes les plages des domaines des ondes électromagnétiques [5]. D'autre part, elle a profité des effets non linéaires pour transmettre des informations sur les trains d'impulsions à des distances intercontinentales après la création des impulsions de plus en plus courtes et intenses telles que les lasers femtoseconde et attoseconde. A ce stade, les lasers et les guides optiques traditionnelles ne sont pas compatibles, du fait que ces matériaux ont imposé à l'industrie leurs développements en aboutissant aux matériaux organiques et métamatériaux [6].

## I.2. Interaction rayonnement-matière

A l'époque de Bohr, on ne connaît que deux processus d'interaction : l'absorption et l'émission spontanée. Dans un modèle d'atome simple, on peut représenter chaque atome comme étant formé de deux niveaux énergétiques : l'état fondamental d'énergie  $E_1$  et l'état excité d'énergie  $E_2$  supérieur à  $E_1$ . L'échange d'électron entre ces deux niveaux se fait par le mécanisme d'absorption ou d'émission d'un photon caractérisé par une amplitude, une fréquence, une phase et une polarisation ou :

- l'énergie de ce photon est égale à la différence entre les énergies des états de l'atome tel que :

$$h\nu_{2,1} = E_2 - E_1 \quad (\text{I.1})$$

- La direction est aléatoire.
- la polarisation et la phase sont aussi aléatoires.

### I.2.1. L'absorption

L'atome en absorbant un photon, son électron sera amené de l'état lié d'énergie  $E_1$  vers un état plus énergétique d'énergie  $E_2$ .

### I.2.2. L'émission spontanée

L'électron transite spontanément d'un niveau énergétique supérieur  $E_2$  vers un état moins énergétique non occupé  $E_1$  en cédant de l'énergie de forme d'un photon  $h\nu_{2,1}$ , ou  $\nu_{2,1}$  est la fréquence correspondante à la différence entre les deux états 1 et 2.

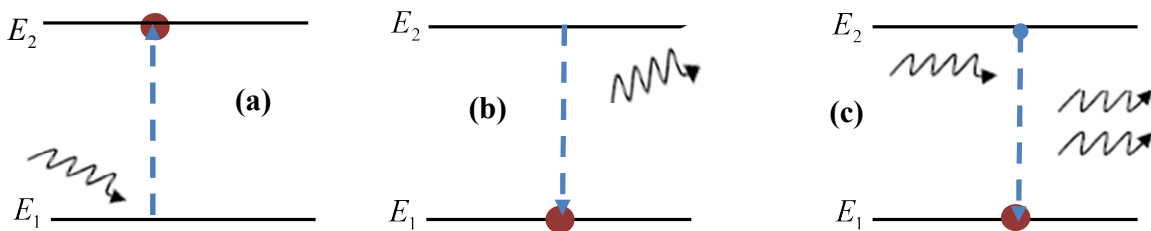
### I.2.3. L'émission stimulée

Cette émission a été introduite par Einstein pour des raisons théoriques où le photon incident rencontre l'atome dans un état excité. L'interaction entre ce photon et l'atome induit la désexcitation de cet atome et provoquera l'émission d'un second photon. Ce photon jumeau sera de même caractéristique que le premier photon (direction, polarisation, phase et fréquence). Le dépeuplement à la faveur du niveau moins énergétique se traduit par les nouvelles notations d'Einstein:  $A_{12}$ ,  $A_{21}$ ,  $B_{12}$  et  $B_{21}$ , qui sont des caractéristiques propre à l'atome désigné.

$A_{12}$  : est la probabilité d'émission spontanée de l'atome.

$B_{12}$  : est le coefficient d'Einstein en ( $\text{m}^3 \text{J}^{-1} \text{s}^{-1}$ ) traduit la probabilité d'absorption.

$B_{21}$  : est le coefficient d'Einstein, traduit la probabilité d'émission stimulée.



**Figure I.1 :** Représentation d'interaction lumière-matière (a) processus d'absorption (b) processus d'émission spontanée (c) processus d'émission stimulée [5].

Ces constantes postulées par Einstein caractérisent les différentes transitions atomiques. Elles sont liées au taux d'absorption et au taux d'émission spontano-stimulée à travers les nombres d'atomes interagissant avec un large spectre de densité énergétique de rayonnement  $\mathbf{u}(\nu; T)$ . Ces densités de population dans les deux états sont stipulées par les lois de distribution de Boltzmann.

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left(\frac{h\nu_{21}}{k_B T}\right) \quad (\text{I.2})$$

Où les lois de la conservation d'énergie sur les états stationnaires imposent que le taux d'absorption doit être égal au taux d'émission du fait que :

$$B_{12} N_1 \mathbf{u} = B_{21} N_2 \mathbf{u} + A_{21} N_2 \quad (\text{I.3})$$

Où les conditions entre les coefficients d'Einstein sont donnés par [7]

$$B_{12} = B_{21} = B \quad \text{et} \quad \frac{A_{21}}{B} = \frac{8\pi h\nu^3}{C^3} \quad (\text{I.4})$$

Cela a achevé définitivement le problème de Planck en donnant naissance à une nouvelle physique.

### 1.3. Les lasers

Les lasers acronyme "*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*" signifie en français "*Amplification de la Lumière par Emission Stimulée de Rayonnement*". Les lasers sont tous constitués de trois briques de base : Le milieu actif, le pompage et la cavité optique [voire Figure I.2].

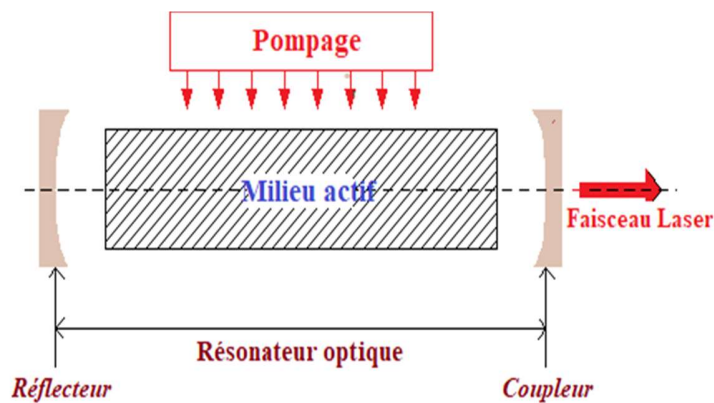


Figure I.2 : Représentation d'un oscillateur optique [8].

#### I.3.1. Le Milieu actif

C'est un ensemble d'atomes ou de molécules qui possèdent une structure solide, liquide ou gazeuse, ou les niveaux d'énergie discrets s'excitent facilement par un mécanisme convenable à chaque type de milieu, notamment ces milieux possédant la capacité de stocker l'énergie reçue de l'extérieur du fait que l'émission laser se fait à une longueur d'onde égale à la différence entre deux états d'énergie de cette structure.

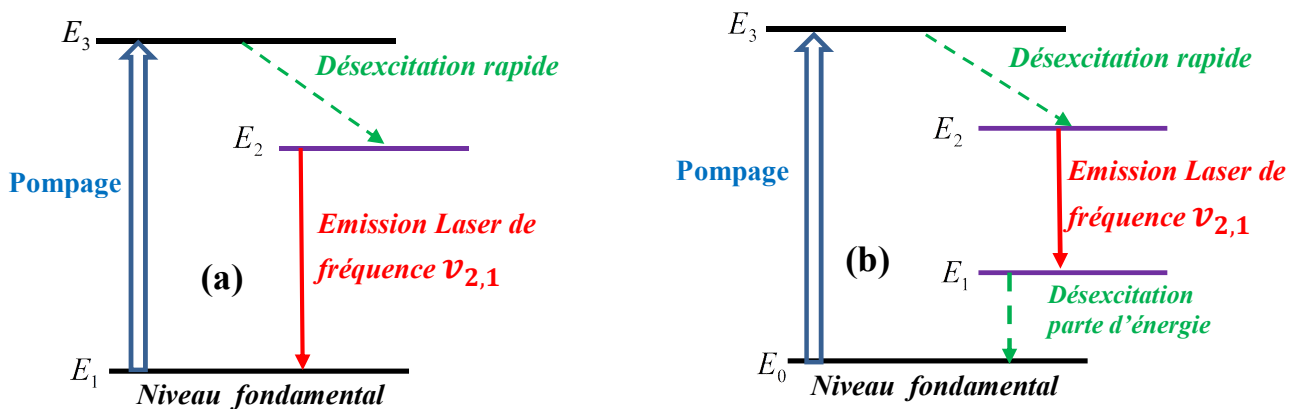
#### I.3.2. Le pompage ou l'inversion de population

Quel que soit le type du milieu, solide, liquide ou gazeux le pompage est le mécanisme indispensable pour inverser la population en faveur du niveau supérieur. Pour que l'émission induite permet une pluie de photons en phases, il est commode d'avoir un niveau supérieur de durée

de vie élevée. Dans ce cadre, le modèle précédent à deux niveaux est invalide puisque il est impossible de placer la majorité des atomes dans l'état excité.

Pour décrire le processus de pompage, il existe deux modèles qui rendent assez bien compte de la réalité. Le système de pompage à trois états [voire Figure I.3 (a)] et le système de pompage à quatre états [voire Figure I.3 (b)].

Dans un système à trois états, le niveau fondamental est confondu avec le niveau terminal d'énergie  $E_1$ , notamment l'inversement de population s'effectue entre les niveaux 2 d'énergie  $E_2$  et le niveau terminal. Le niveau 3 d'énergie  $E_3$  se peuple par pompage interne puis il se désexcite rapidement de manière non radiative vers le niveau 2 qui est un niveau métastable, c'est-à-dire qu'il a une durée de vie beaucoup plus longue pour qu'un maximum d'atomes sera dans les états excités. La désexcitation du niveau 2 vers 1 par un photon de fréquence  $\nu_{2,1}$  donne l'émission laser.



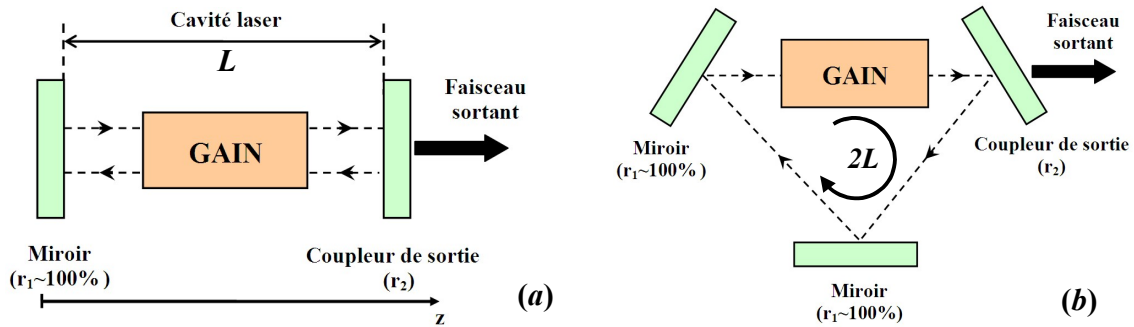
**Figure I.3 :** Processus de pompage optique et création du laser dans les principaux systèmes atomiques (a) système à 3 états (b) système à 4 états [5,8].

Soulignons que le rendement de pompage et de stockage d'un système à trois états est bien meilleur que celui d'un système de pompage à quatre états.

### I.3.3. La cavité optique (résonateur optique)

La cavité est un dispositif nécessaire pour former le laser. Les cavités sont des résonateurs qui peuvent fonctionner dans un seul sens c'est-à-dire en une onde progressive. La plus simple cavité est la cavité de Fabry-Petro qui est formée de deux miroirs parallèles assemblés linéairement et séparés par une distance  $L$ . Pour contourner l'inconvénient des pertes de ce type de cavité, il est préférable de réaliser des résonateurs de miroirs dioptriques pour que la lumière soit piégée dans

la cavité. Ces cavités sont appelées cavités stables. Pour les lasers impulsionnels, la cavité la plus utilisée est la cavité en anneau qui comporte au minimum trois miroirs [voire Figure I.4 (b)].



**Figure I.4** : Schéma d'une cavité optique : (a) cavité linéaire de Fabry-Pérot (b) cavité en anneau à trois miroirs [9].

Où l'écart entre deux modes longitudinaux  $\Delta\nu$  est exprimé par la relation :

$$\Delta\nu = \frac{C}{2d} \quad (I.5)$$

Avec  $d$  : représente une rotation dans la cavité qui vaut deux de ces longueurs.

## I.4. Laser impulsionnel pour les guides optiques

Les lasers à fibres optique sont des lasers impulsionnels qui sont beaucoup plus puissants que leurs voisins en régime continu. Lorsque le pompage est impulsionnel, le laser va naturellement émettre de façon impulsionnelle. Notamment pour une même consommation d'énergie, un laser émet une impulsion courte toute les secondes, sera plus puissant à des milliers de fois que celui du laser continu. Le premier laser impulsionnel remonte aux années soixante, inventé par Maiman [4]. Depuis ce temps, la création des lasers de plus en plus puissants a été une concurrence technologique. Actuellement, il existe des impulsions d'ordre plus bref que le femtoseconde [10]. Le seul inconvénient de ces impulsions lasers ultra-courtes est que selon le principe d'incertitude d'Heisenberg, plus on réduit la durée des impulsions plus on agrandit leurs largeur spectrale.

### I.4.1. Les lasers femtosecondes

Ils sont des lasers à déclenchement impulsionnel et ils fonctionnent comme un laser continu sauf qu'il y a trois facteurs supplémentaires très importants pour faire osciller ce type des lasers.

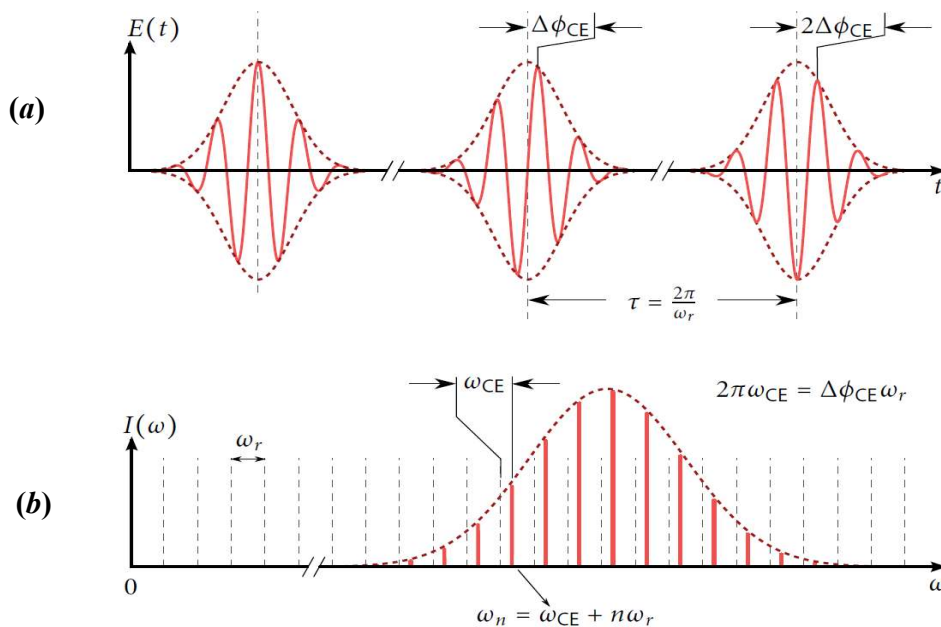
Le milieu soit de large bande, compensation de la dispersion de la vitesse de groupe et le blocage des modes.

L'émission des lasers femtosecondes représentée dans [la figure I.5 a] se caractérise par un train d'impulsions dont l'enveloppe émise périodiquement est de forme constante, et la durée entre deux impulsions  $\tau$  est liée au taux de répétition fréquentielle  $\omega_r$  par la relation :  $\tau = \frac{2\pi}{\omega_r}$ . Ici un déphasage modulo de  $2\pi$  apparaît dans chaque réplique impulsienne notée  $\Delta\phi_{CE}$ . De tels décalages se produisent dans un laser en raison de la dispersion dans la cavité. Il est à noter que l'indice  $CE$  décrit l'enveloppe porteuse.

Dans le domaine fréquentiel [la figure I.5 b], la séparation entre deux modes ou raies du peigne est juste égale à la fréquence de répétition des impulsions  $\omega_r$ . L'impulsion d'une raie du peigne de rang  $n$  est ainsi donnée par la relation :

$$\omega_n = n\omega_r + \omega_{CE} \quad (I.6)$$

Où  $\omega_{CE}$  : est appelée l'offset spectral qui s'interprète comme la vitesse de glissement de la phase  $\varphi$ .



**Figure I.5 :** Train d'impulsions de durée de quelque femtoseconde (a) dans le domaine temporel (b) dans le domaine fréquentiel [11].

La relation qui lie le déphasage à la répétition fréquentielle et à l'offset spectrale est donnée par :

$$2\pi\omega_{CE} = \Delta\phi_{CE}\omega_r \quad (I.7)$$

#### I.4.1.1. Milieu à large bande

Dans les lasers impulsionnels, le milieu doit avoir une grande plage de longueurs d'ondes ou la largeur spectrale est de quelque dizaine de nanomètre à mi-hauteur et de largeur temporelle  $\Delta\tau$  du fait que la largeur spectrale  $\Delta\nu$  et la largeur temporelle de l'impulsion très brève sont liées par une relation similaire à la relation d'incertitude de Heisenberg dit intégration de Fourier [12] :

$$\Delta\nu \cdot \Delta\tau > 2\pi \quad (I.8)$$

L'idée fondamentale de cette formule est que plus que l'onde est courte plus que le nombre des modes est grand ou cette variété des modes implique un élargissement de l'impulsion dû à la dispersion de la vitesse de groupe vis-à-vis de la fréquence de l'onde.

#### I.4.1.2. Mécanisme de compensation de la dispersion de la vitesse de groupe

La dispersion de la vitesse de groupe (*GVD*) existe dans tous les milieux dispersifs même dans les milieux à faible dispersion, du fait que chaque mode se propage par sa propre vitesse, ce qui induit un étalement sur l'impulsion. Pour contourner ce problème, il y a plusieurs techniques appliquées dans la cavité optique. Par exemple, dans une cavité optique linéaire souvent un mécanisme à base de deux prismes permettant d'introduire une dispersion négative, qui peut compenser la *GVD* pour les différentes modes, ce qui permet à l'impulsion de rester confinée lors de sa propagation.

#### I.4.1.3. Blocage des modes

Le blocage des modes dans les lasers est un mécanisme nécessaire pour que les milieux amplificateurs à large bande génèrent des impulsions ultra-courtes dans la cavité. Il est à noter qu'il existe des centaines de milliers d'onde qu'ils ne garantissent pas la création d'une impulsion. Alors, pour créer un laser impulsionnel le blocage de modes consiste à mettre tous les modes longitudinaux dans la cavité en phases. Il existe plusieurs techniques de verrouillage des modes en phase: active en utilisant des modulateurs acousto-optique ou électro-optiques, et passive en utilisant les effets non-linéaires comme la saturation d'absorption ou l'effet Kerr.

### I.4.2. Impulsions en limite de Fourier

Les impulsions ultra-brèves obtenues dans une cavité optique sont données par les différentes formes impulsionnelles, qui peuvent se propager dans un milieu matériel selon une loi similaire à l'incertitude de Heisenberg dit limite de Fourier. Le tableau suivant illustre quelques formes des impulsions optiques [11,13].

Forme d'impulsion	Equation de l'impulsion	$\Delta\nu \times \Delta\tau \geq k$
Gaussienne	$\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t}{t_0}\right)^2\right]$	0.4413
Sécante hyperbolique	$\operatorname{sech}\left(\frac{t}{t_0}\right)$	0.3148
Fonction exponentielle	$\exp\left(\frac{t}{t_0}\right)$	0.140
Fonction Lorentzienne	$[1 + (t/t_0)^2]^{-1}$	0.2206
Rectangulaire	$\operatorname{rect}\left(\frac{t}{t_0}\right)$	0.892
Cardinale	$\sin^2\left(\frac{t}{t_0}\right) / \left(\frac{t}{t_0}\right)^2$	0.336

**Tableau I.1** : Différents profils d'impulsions à la limite de Fourier [11,13].

### I.5. Les guides optiques

Les guides d'ondes sont des conducteurs d'ondes électromagnétiques qui prennent plusieurs formes rectangulaires ou filiformes, dans lesquels l'énergie électromagnétique est susceptible de se propager aux fréquences élevées avec des atténuations souvent faibles.

Les fibres optiques considérées comme des supports pour la transmission des signaux optiques dans les systèmes de télécommunication, sont constituées à base de silice. Dans ces guides, la lumière injectée reste confinée au cours de sa propagation.

Une fibre contient un cœur cylindrique formé d'un matériau transparent de rayon  $r$  et d'indice de réfraction  $n_c$  légèrement supérieur à l'indice de réfraction de la gaine  $n_g$  et un revêtement qui a pour but l'annulation des pertes par diffusion et diffraction sur l'interface cœur-



gaine. Le guidage de la lumière est assuré par réflexion totale sur le dioptré cœur-gaine, qui impose une condition sur l'angle d'injection de la lumière soit supérieur à un angle limite dite angle d'acceptance ou ouverture numérique donnée par la relation :

$$ON = \sin \theta_{\text{lim}} = \sqrt{n_C^2 - n_g^2} \quad (\text{I.9})$$

La notation  $ON$  définit le demi-angle d'un cône de manière que les faisceaux issus de ce cône seront guidés dans la fibre. Elle correspond à l'angle d'incidence pour lequel le faisceau sera guidé par réflexion totale. La notion d'ouverture numérique est extrêmement importante du fait qu'elle détermine la capacité de collecter la lumière par une fibre. L'ensemble est entouré d'un revêtement plastique de grande protection mécanique qui isole la fibre de toutes les autres interactions [14]. Si la différence entre l'indice du cœur et l'indice de la gaine est légère, la différence relative d'indice  $\delta$  s'écrit comme suit :

$$\delta = \frac{n_C^2 - n_g^2}{2n_C^2} \approx \frac{n_C - n_g}{n_C} \approx \frac{n_C - n_g}{n_g} \quad (\text{I.10})$$

On déduit l'ouverture numérique comme :

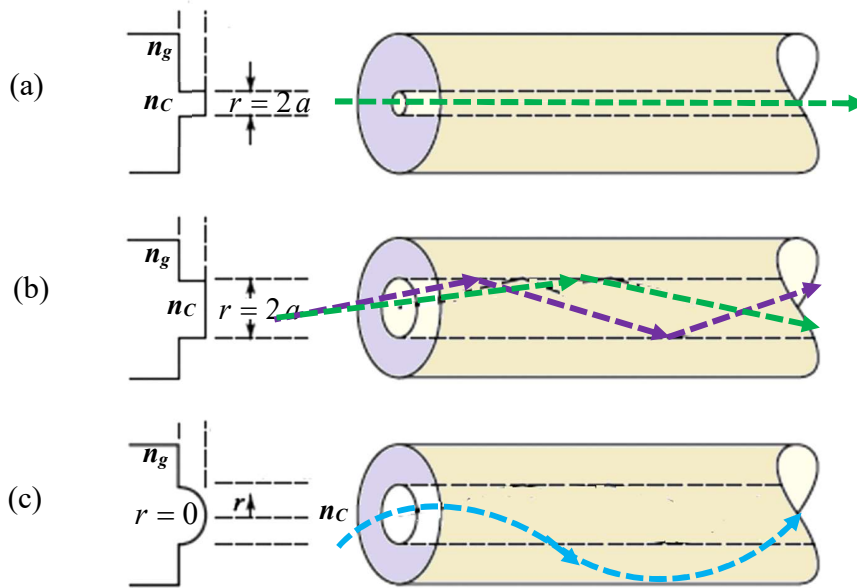
$$ON = \sqrt{n_C^2 - n_g^2} = n_C \sqrt{2\delta} \quad (\text{I.11})$$

### 1.5.1. Type de fibres optiques

La lumière dans une fibre optique se propage en se réfléchissant sur l'interface dioptrique entre le cœur et la gaine pour donner les modes transverses. Les fibres optiques employées dans la transmission optique sont classées selon deux catégories : monomode lorsqu'elle ne supporte qu'un seul mode de propagation et multimode si plusieurs modes sont guidés. Les fibres multimodales sont aussi de deux types dits à saut d'indice et à gradient d'indice. Ces types sont illustrés sur la figure I.6 [6]. Les caractéristiques de ces fibres sont exprimées dans le tableau ci-dessous.

Type de fibre	F. multimodale à saut d'indice	F. multimodale à gradient d'indice	F. monomodale
<b>Caractéristiques</b>			
Diamètre du cœur	de 50 à 100 $\mu m$	50 $\mu m$	de 8 à 12 $\mu m$
Diamètre de la gaine	de 125 à 200 $\mu m$	125 $\mu m$	125 $\mu m$

**Tableau I.2 :** Caractéristiques des fibres de télécommunication [6].



**Figure I.6 :** Différents types de fibres optiques : (a) fibre monomode, (b) fibre multimode à saut d'indice (c) fibre multimode à gradient d'indice.

## I.6. Mécanisme d'interaction et guidage optique

Depuis la naissance des lois de la physique, la non-linéarité a été considérée comme étant une perturbation sur la dynamique du système physique. Avec la découverte des lasers puissants, la non linéarité a pris une place privilégiée ou un appui théorique aussi qu'un appui expérimentale ont été mis en évidence aux moyens de contrôler la lumière, comme par exemple l'effet Kerr qui est un effet électro-optique et la diffraction de *Raman-Nath* qui est de type acousto-optique [15].

Actuellement, la non linéarité est considérée comme étant l'effet responsable de la préservation de guidage des ondes électromagnétiques dans les supports optiques. L'idée de base est expliquer physiquement par la déformation élastique du nuage électronique, sous l'influence du champ laser intense  $E$ , le déplacement des charges exerce un champ contre-verse dit champ atomique  $E_a$ , qui minimise l'influence du champ appliqué sur le milieu. Dans ce cadre, on s'aperçoit que la polarisation totale à une direction autre que la polarisation linéaire qui est donnée par la relation suivante :

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi^{(1)} \vec{E} + \vec{P}_{NL} \quad (\text{I.12})$$

Où  $\vec{P}_{NL}$  : est la composante non linéaire de la polarisation.

$\chi^{(1)}$  : étant la susceptibilité linéaire.

Dans un modèle théorique, un ressort peut décrire la liaison entre les charges positives et négatives d'un atome qui vibre sous l'influence du champ ou l'équilibre des forces nous permet la détermination du facteur de proportionnalité entre le champ et la polarisation [16] :

$$\chi^{(1)} = N \frac{Ze}{\varepsilon_0 K} \quad (\text{I.13})$$

Avec  $N$  est la densité volumique du dipôle,  $K$  est la constante de la force de rappel induite par les liaisons atomiques, et  $\varepsilon_0$  représente la permittivité du vide.

De ce fait, le rapport entre les polarisations linéaire et non linéaire a pour valeur [17] :

$$\frac{P_{NL}}{P_L} \cong \frac{E}{E_a} \quad (\text{I.14})$$

Où  $E_a$  : représente le champ atomique définit par  $E_a = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 a_0^2}$  avec  $a_0$  est le rayon de Bohr.

De cette relation, on a abouti à une expression de la polarisation non linéaire du milieu exprimée par le développement en puissance du rapport entre les champs appliqué et atomique [17] :

$$P = \varepsilon_0 \left[ a \frac{E}{E_a} + \underbrace{b \left( \frac{E}{E_a} \right)^2 + c \left( \frac{E}{E_a} \right)^3 + \dots}_{\text{Interaction non-linéaire}} \right] \quad (\text{I.15})$$

Le premier terme représente l'interaction linéaire ou la polarisation et le champ électrique sont de même sens, ce terme est toujours présent. Le second terme exprime l'interaction du milieu avec un rayonnement laser intense qui décrit les effets non linéaires quadratique tels que la somme et la différence des fréquences, et la génération de la seconde harmonique. Ce terme existe pour tous les matériaux sauf les matériaux qui présentent un centre de symétrie rotationnelle c'est-à-dire les matériaux centrosymétriques puisque ces derniers ont une susceptibilité nulle pour les paires puissances. Alors dans ce cadre, le rôle de la non linéarité se réduit au effet d'interaction du troisième ordre, notamment on ajoute le cinquième ordre pour le cas d'une saturation de l'indice de réfraction [18].

L'organigramme présenté ci-dessous résume les types d'interactions qui apparaissent dans tous les milieux diélectriques soit dans les cavités optiques pour obtenir les lasers ou dans les guides

d'ondes pour faire propagés les impulsions porteuses de l'information. Dans ce qui suite, nous allons donner des détails sur ces interactions.

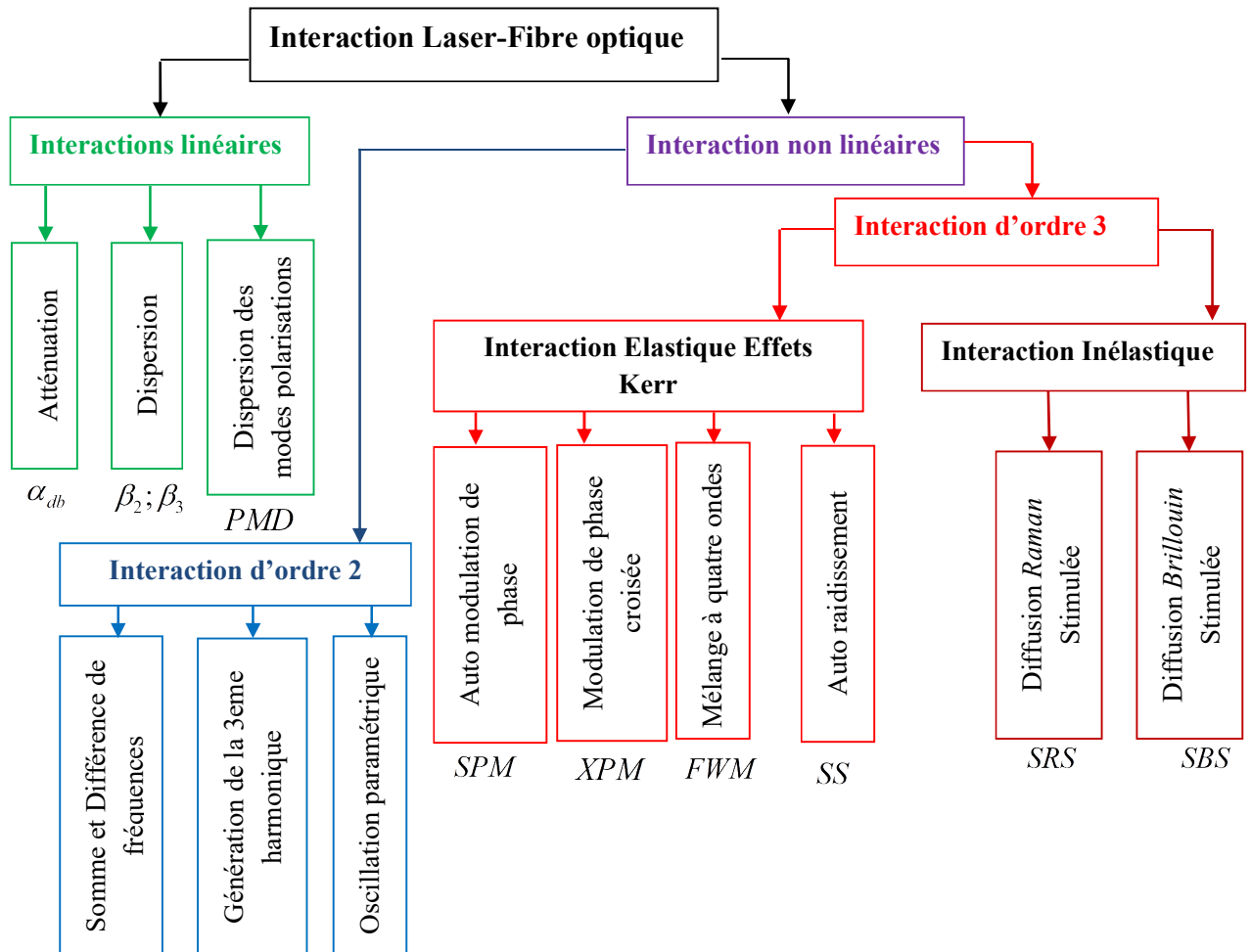


Figure I.7 : Organigramme des effets d'interaction des impulsions lasers avec un milieu diélectrique [19].

## I.7. Interaction linéaire

L'interaction d'une impulsion de champ laser à faible intensité dans un milieu diélectrique homogène et isotrope fait osciller les charges quasi-libres de chaque atome ou molécule, ce qui entraîne des vibrations des charges à la même fréquence donnant naissance aux effets linéaires. L'expression de la polarisation en négligeant les termes autres que le premier terme dans l'équation (I.12) s'écrit en fonction du champ faible comme suit :

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi^{(1)} \vec{E}. \quad (\text{I.16})$$

### I.7.1. L'atténuation

L'étude théorique de l'interaction de la lumière dans les matériaux optiques montre que la cause principale de l'atténuation linéique de la lumière est due à deux types des pertes : Les pertes par diffusion de Rayleigh qui est proportionnelle à  $\lambda^{-4}$  pour les faibles longueurs d'ondes et les pertes par absorption intrinsèque des matériaux qui sont dues aux vibrations moléculaires d'une part et aux impuretés contenues dans le guide d'onde d'une autre part. Toutes ces causes de perte sont représentées par un seul paramètre dit facteur d'absorption  $\alpha$  d'unité  $[dB/km]$ . Le rapport de la puissance injectée par rapport à la puissance de sortie après une propagation sur une distance  $z$  est donné par la relation de décroissance suivante [14] :

$$P_z = P_0 \exp(-\alpha z) \quad (\text{I.17})$$

Ce qui permet de déterminer le paramètre d'absorption suivant :

$$\alpha_{db} = \frac{-10}{z} \log\left(\frac{P_z}{P_0}\right) = 4,343 \alpha \quad (\text{I.18})$$

Aussi, on a

$$P_{db}(z) = P_{db}(0) - \alpha_{db} z \quad (\text{I.19})$$

Notons que l'équation (I.19) ne prend pas en compte les pertes de couplage [20].

La figure ci-dessous représente la courbe expérimentale de l'atténuation spectrale d'une fibre optique monomodale en silice en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$  exprimée en  $\mu m$  [21].

A partir de cette figure, on constate que :

- La silice a deux zones d'absorption critiques : la première zone est dans l'infrarouge moyen causé par les vibrations moléculaire alors que la seconde est dans l'ultraviolet due aux transitions électroniques et moléculaires. Le minimum d'atténuation est presque  $0.2 \text{ dB/km}$  pour les fibres en silice, dans les longueurs d'infrarouge au voisinage de  $1.5 \mu m$
- La diffusion Rayleigh qui est causée par le désordre des molécules dans le matériau amorphe varie en  $\lambda^{-4}$ . Ce phénomène est responsable de la forte atténuation aux basses longueurs d'onde.
- L'absorption intrinsèque, sous forme de pics, est due aux ions  $OH^-$  ou à des impuretés métalliques.

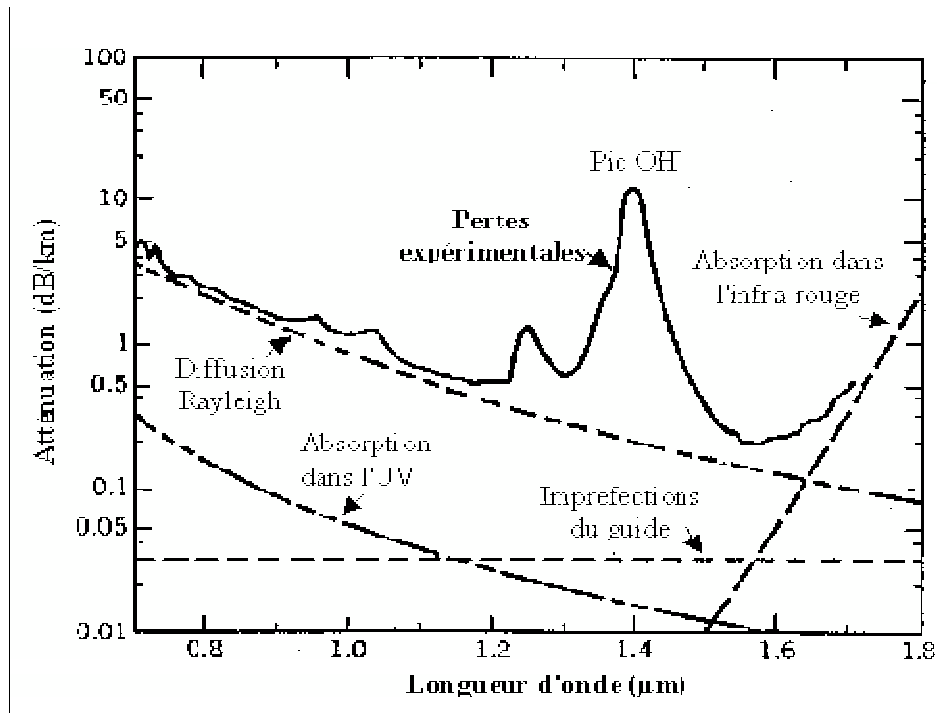


Figure I.8 : Atténuation spectrale d'une fibre en silice utilisée en télécommunication [21].

### I.7.2. La dispersion

La propagation d'une impulsion lumineuse dans un milieu diélectrique et dispersif dépend de l'ordre de dispersion de ce dernier. Le développement en série de Taylor de la constante de propagation  $\beta(\omega)$  autour de la fréquence centrale  $\omega_0$  de l'impulsion est donné par [14] :

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \beta_1(\omega - \omega_0) + \beta_2 \frac{(\omega - \omega_0)^2}{2} + \beta_3 \frac{(\omega - \omega_0)^3}{6} + \dots \quad (\text{I.20})$$

Où

$$\beta(\omega_0) = \frac{\omega_0}{v_p(\omega_0)}, \quad \beta_1 = \left[ \frac{d\beta}{d\omega} \right]_{\omega_0} = (v_g(\omega_0))^{-1} \quad \text{et} \quad \beta_2 = \left[ \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right]_{\omega_0} = \frac{d}{d\omega} \left[ \frac{1}{v_g(\omega)} \right]_{\omega_0} \quad (\text{I.21})$$

Avec les constantes  $\beta$ ,  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont respectivement la constante de propagation, le coefficient lié à la vitesse du groupe, et le coefficient de la dispersion de deuxième ordre dit (GVD). Notamment  $v_p$  et  $v_g$  sont la vitesse de phase et la vitesse de groupe de l'impulsion respectivement.

### 1.7.2.1. La dispersion du premier ordre

Pour étudier l'effet de la dispersion du premier ordre, posons  $\beta_2$  et  $\beta_3$  dans l'équation (I.20) comme étant nulles telle que :

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \beta_1(\omega - \omega_0) \quad (\text{I.22})$$

Considérons une excitation lumineuse de la forme suivante :

$$E(z, t) = A(z, t) \exp(i(\beta_0 z - \omega_0 t)) \quad (\text{I.23})$$

Où  $\omega_0$ ,  $\beta_0$  et  $A(z, t)$  sont respectivement la fréquence porteuse, la constante de propagation et l'amplitude complexe.

L'équation d'évolution donnée par l'équation (II.47) en préservant uniquement le 1<sup>er</sup> terme s'écrit :

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} + (v_g)^{-1} \frac{\partial A(z, t)}{\partial t} = 0 \quad (\text{I.24})$$

La solution de cette dernière équation est donnée par [22]

$$A(z, t) = A\left(t - \frac{z}{v_g}\right) \quad (\text{I.25})$$

Ainsi, la dispersion du premier ordre fait subir à l'onde un retard temporel exprimé par  $z.(v_g)^{-1}$  sans changer leur profil. Alors pour contourner ce problème, il est préférable de passer à un référentielle exprimé en temps retardé défini par une transformation temporel sous la forme [14] :

$$\tau = t - \frac{z}{v_g} \quad (\text{I.26})$$

### 1.7.2.2. La dispersion d'ordre deux (GVD)

Pour un milieu dispersif caractérisé par une dispersion d'ordre deux, le champ complexe vérifiant l'équation différentielle (II.47) en absence des effets autres que la GVD se réduit à la forme :

$$\frac{\partial A}{\partial z} + i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{I.27})$$

Cette équation décrit l'effet d'étalement que doit subir l'enveloppe au cours de sa propagation [voire les détails au chapitre 2].

Notons que la communauté scientifique de la télécommunication favorise l'utilisation du paramètre de la dispersion totale  $D$  exprimé (en  $ps.nm^{-1}.km^{-1}$ ), qui englobe les effets de la

dispersion du guide et la dispersion chromatique du matériau. Il est lié à la GVD par la relation [23] :

$$D = -\frac{2\pi C}{\lambda^2} \beta_2 \quad (I.28)$$

Pour une fibre conventionnelle en silice,  $D = 0$  à une longueur d'onde de dispersion au voisinage de  $\lambda_0 = 1,3\mu m$  [14]. Cela nous permet de distinguer deux régimes :

- Régime de dispersion normale conditionné par  $\beta_2 > 0$  ou  $D < 0$  se traduit par une compression ce qui implique l'apparition des longueurs d'ondes les plus longues vers l'avant.
- Régime de dispersion anormale pour  $\beta_2 < 0$  ou  $D > 0$  se traduit par un élargissement temporel ce qui implique l'apparition des longueurs d'ondes les plus courtes vers l'avant.

### 1.7.2.3. La dispersion d'ordre trois (TOD)

La dispersion chromatique d'ordre trois (TOD) est un effet d'ordre supérieur qui est lié à la pente de la dispersion  $S_D$  en  $ps/km \cdot nm^2$  et au paramètre de la dispersion  $D$  par [23] :

$$\beta_3 = \left( \frac{\partial^3 \beta}{\partial \omega^3} \right)_{\omega=\omega_0} = 10^3 \times \left( S_D + \frac{2}{\lambda} D \right) \left( \frac{\lambda^2}{2\pi C} \right)^2 \quad (I.29)$$

Où  $\beta_3$ , est le coefficient de dispersion d'ordre trois et  $S_D$  dite pente de la dispersion, qui caractérise l'évolution du paramètre  $D$  :

$$S_D = \frac{\partial D}{\partial \lambda} \quad (I.30)$$

Il est à noter que l'effet de *TOD* provoque une asymétrie des impulsions avec l'apparition des fluctuations sur les fronts selon le signe de  $D$  [voire les détails au chapitre 2]. Cet effet est observable uniquement pour des impulsions de durée relativement courte avec une largeur à mi-hauteur égale à  $FWHM < 1ps$ .

### 1.7.3. La dispersion de mode polarisation (PMD)

Dans la télécommunication à très haut débit, l'effet le plus nocif sur l'impulsion est la dispersion modale de polarisation. Elle a le même effet de déformation sur l'impulsion comme la *GVD*, mais elle varie d'une manière aléatoire ce qui cause une difficulté de compensation. La *PMD* en  $ps/\sqrt{km}$ , est causée principalement d'une asymétrie géométrique de la fibre, c'est-à-dire la non



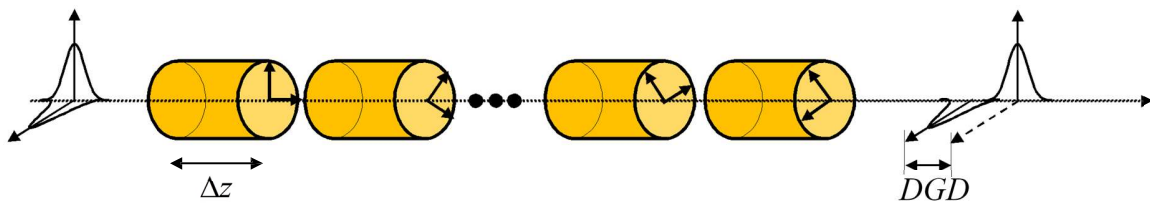
circularité de la section, ce qui induit une faible et aléatoire biréfringence  $\Delta n$  tout au long de la fibre.

L'injection d'une impulsion dans une fibre optique possédant une *PMD* non négligeable, dite à biréfringence aléatoire, va engendrer une déformation de l'impulsion et par conséquent un dédoublement au cours de sa propagation [Figure I.9]. Les deux composantes de polarisation orthogonales vont se déplacer à des vitesses différentes ce qui implique après une distance multiple de plusieurs tronçon  $\Delta z$  l'apparition d'un déphasage entre ces composantes nommé retard de groupe différentiel *DGD*, qui est liée à la *PMD* par [24] :

$$DGD = PMD \sqrt{z} \quad (I.31)$$

Où la *PMD* peut être exprimée sous la forme suivante :

$$PMD = \sqrt{\frac{8}{3\pi}} \frac{\Delta n}{C} \sqrt{\Delta z} \quad (I.32)$$



**Figure I.9 :** Représentation schématique de la dispersion modale de polarisation dans une fibre optique [23].

## I.8. Interaction non linéaire

Lorsque la réponse d'un milieu diélectrique homogène et isotrope à un champ optique intense n'est plus proportionnelle à l'amplitude de ce champ, et lorsque ce champ devient comparable avec le champ atomique  $E_a = 3.10^{10} (V/m)$ , notamment à des valeurs intenses comme par exemple  $E \approx 10^8 (V/m)$ , le rapport entre la polarisation linéaire et non linéaire sera de l'ordre de  $3.10^{-3}$ . Pour des valeurs de plus en plus intenses, le rapport prend des valeurs résonnantes, et l'interaction devienne non linéaire. Dans ce cadre, la polarisation non linéaire  $\vec{P}_{NL}$  induite par le champ électrique  $\vec{E}$  s'écrit sous forme d'un développement en puissance de ce champ comme suit [14] :

$$P_{NL} = P_{NL}^{(2)} + P_{NL}^{(3)} + \dots = \chi^{(2)} : EE + \chi^{(3)} : EEE + \dots \quad (\text{I.33})$$

avec

$\chi^{(2)}$  : Est la susceptibilité quadratique en  $m/V$ . Elle est responsable des interactions d'ordre deux, notamment elle est nulle pour les matériaux centrosymétriques tels que la silice, aussi que les matériaux amorphes.

$\chi^{(3)}$  : est la susceptibilité d'ordre trois en  $m^2/V^2$  qui est responsable des interactions d'ordre trois.

### I.8.1 Interaction non linéaire d'ordre deux

L'interaction non linéaire de deuxième ordre se manifeste en phénomènes de mélange d'ondes. Pour les matériaux qui représentent une non linéarité quadratique, le dipôle s'exprime par le tenseur de la susceptibilité d'ordre deux, ou l'équation (I.33) se ramène à la forme :

$$\vec{P}_{NL} = \varepsilon_0 \chi^{(2)} : \vec{E}\vec{E} \quad (\text{I.34})$$

La polarisation non linéaire est à l'origine de la création des nouvelles composantes du champ  $E$  sur la base de mélange d'ondes, qui induit plusieurs types d'interactions de deuxième ordre.

#### I.8.1.1. Somme des fréquences

Le mélange non linéaire de deux champs optiques monochromatiques décrit par deux impulsions  $\omega_1$  et  $\omega_2$  dans un milieu non linéaire quadratique ou ces champs sont définies par :

$$E_1(\omega_1) = \frac{1}{2} E_1(r) \exp(-i\omega_1 t) + cc \quad (\text{I.35})$$

$$E_2(\omega_2) = \frac{1}{2} E_2(r) \exp(-i\omega_2 t) + cc \quad (\text{I.36})$$

Le vecteur de la polarisation quadratique définie dans l'équation (I.34) est donnée par :

$$P_{NL}^{(2)}(r, t) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} EE \quad (\text{I.37})$$

Où  $E$  est le champ global combinant les deux champs monochromatiques (I.35) et (I.36) tel que [25] :

$$E = \frac{1}{2} [E_1(r) \exp(-i\omega_1 t) + E_2(r) \exp(-i\omega_2 t) + cc] \quad (\text{I.38})$$

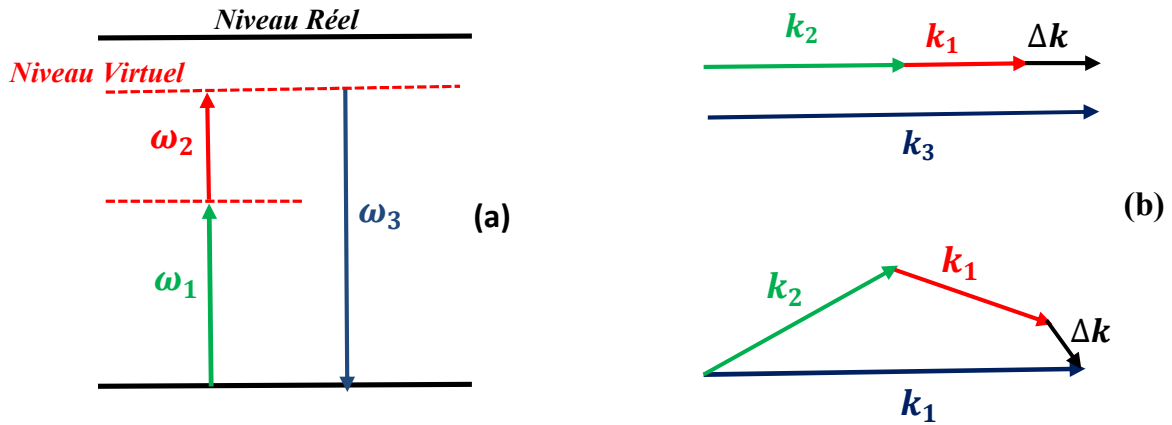
Ce champ va induire une polarisation non linéaire qui va contenir les différents termes sources [25] aussi que les termes somme :

$$\begin{aligned}
P_{NL}^{(2)}(r, t) = & \frac{\varepsilon_0 \chi^{(2)}}{4} E_1^2(\omega_1) \exp[-i(2\omega_1)t] + \frac{\varepsilon_0 \chi^{(2)}}{4} E_2^2(\omega_2) \exp[-i(2\omega_2)t] \\
& + \frac{\varepsilon_0 \chi^{(2)}}{2} E_1(\omega_1) E_2(\omega_2) \exp[-i(\omega_1 + \omega_2)t] + \frac{\varepsilon_0 \chi^{(2)}}{2} E_1(\omega_1) E_2^*(\omega_2) \exp[-i(\omega_1 - \omega_2)t] \\
& + \frac{\varepsilon_0 \chi^{(2)}}{2} \left[ |E_1(\omega_1)|^2 + |E_2(\omega_2)|^2 \right] + cc
\end{aligned} \tag{I.39}$$

Supposons parmi ces différents termes seuls les termes de somme de fréquences de pulsation  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  donne lieu à une génération efficace [voire la figure I.10-a]. Alors la polarisation résultante dans ce cadre s'écrit sous la forme [22] :

$$P(\omega_3) = P(\omega_1 + \omega_2) = \varepsilon_0 \chi^{(2)}(-\omega_3, \omega_1, \omega_2) E(\omega_1) E(\omega_2) \tag{I.40}$$

Conventionnellement, les fréquences entre parenthèses indiquent respectivement la fréquence sommation résultante avec signe inversé aussi que les fréquences sources.



**Figure I.10 :** (a)- Diagrammes quantique de processus somme de fréquences. (b)- illustration du désaccord de phase dans les deux cas colinéaire et non colinéaire.

On peut exprimer l'intensité de l'onde résultante générée par la sommation des fréquences par [22]

$$I(\omega_3) \approx (\chi^{(2)})^2 I(\omega_1) I(\omega_2) L^2 \left( \frac{\sin\left(\frac{\Delta k L}{2}\right)}{\left(\frac{\Delta k L}{2}\right)} \right)^2 \tag{I.41}$$

$L$  : étant la largeur du milieu traversé

$\Delta k$  : étant le désaccord de phase définie par :

$$\Delta k = k_3 - k_1 - k_2 \quad (\text{I.42})$$

Avec

$$k_i = 2\pi \frac{n_i \omega_i}{C} \quad (\text{I.43})$$

sont les vecteurs d'ondes ( $i$ ) liés à leurs indices de réfraction ( $n_i$ ).

### I.8.1.2. Accord de phase

L'accord de phase est une condition très importante pour obtenir un mélange de fréquences constructif. Notamment le désaccord de phase est destructif puisqu'il est dû à la différence de vitesses de phase entre la polarisation non-linéaire et l'onde optique générée par cette polarisation.

Les lois conservées imposent une conservation sur les quantités telles que l'énergie et la quantité de mouvement se traduit par :

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2 \quad (\text{I.44})$$

$$\vec{k}_3 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 \quad (\text{I.45})$$

La relation de Charles sur les vecteurs d'onde exprime une conservation de la quantité de mouvement nommée accord de phase exprimée par la condition  $\Delta k = 0$  dans l'équation (I.42). Dans le cas colinéaire de la figure I.10-b, les deux champs électriques  $E(\omega_1)$  et  $E(\omega_2)$  sont parallèles et polarisés linéairement et le champ résultant  $E(\omega_3)$  étant polarisé perpendiculairement aux deux précédents, du fait que  $n(\omega_1)$  et  $n(\omega_2)$  soient tous les deux ordinaires ou extraordinaires. Par substitution de l'équation (I.43) dans (I.45), nous obtenons

$$\omega_3 n(\omega_3) = \omega_1 n(\omega_1) + \omega_2 n(\omega_2) \quad (\text{I.46})$$

### I.8.1.3. Génération de la seconde harmonique

Le premier effet d'interaction non linéaire est de second ordre. Il a été observé expérimentalement en 1961 par Franken et ses collaborateurs [26]. Ils ont pu obtenir une longueur d'onde à la sortie du cristal de quartz dans le domaine  $UV$  de longueur  $347.1nm$  à partir d'un laser à *Rubis* rouge de valeur  $694.3nm$ . De cette expérience et dans le cadre général, il est claire de

pouvoir obtenir de nouvelles fréquences à partir des fréquences injectées. Alors le mélange à trois ondes peut engendrer une génération de la seconde harmonique à partir du cas particulier du phénomène de la somme de fréquences en posant  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$  ce qui permet d'osciller le système à une fréquence double  $\omega_3 = 2\omega$ .

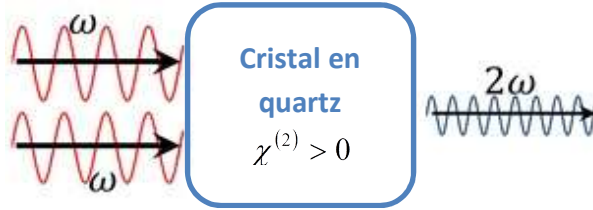


Figure I.11 : Génération de la seconde harmonique [27].

D'après l'équation (I.39), il est clair qu'on pose  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ , on peut obtenir une polarisation en fréquence double. La polarisation non linéaire quadratique dans le cas de *GSH* s'écrit sous la forme :

$$P^{(2)} = \frac{\epsilon_0}{2} \chi^{(2)}(-2\omega, \omega, \omega) E^2(\omega) \quad (\text{I.47})$$

Pour mieux mettre en évidence ce phénomène, on considère un champ électrique sinusoïdal de forme [22]

$$E = E_0 \sin \omega t \quad (\text{I.48})$$

Dans ce cas, la composante non linéaire de la polarisation (I.37) devient

$$P(2\omega) = \epsilon_0 \chi^{(2)} E_0^2 \sin^2(\omega t) = \frac{\epsilon_0 \chi^{(2)}}{2} E_0^2 (1 - \cos(2\omega t)) \quad (\text{I.49})$$

D'après cette équation, on remarque que la composante de la polarisation non linéaire d'ordre 2 contient en plus du terme constant un terme oscillant à la fréquence double  $2\omega$ .

#### I.8.1.4. Différence de fréquences

Le processus de différence de fréquence est un processus inverse de la génération de la somme de fréquence ou la polarisation non linéaire est de la forme [22]

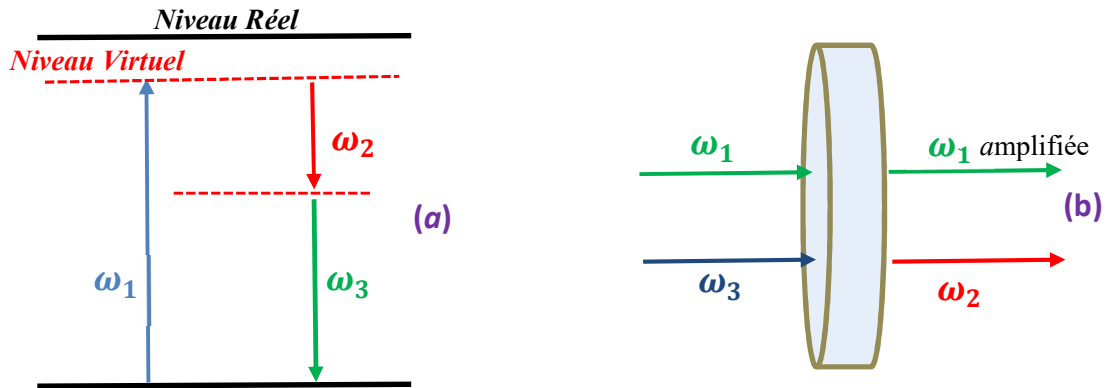
$$P(\omega_1) = \epsilon_0 \chi^{(2)}(-\omega_1, \omega_2, -\omega_3) E(\omega_1) E(\omega_2) \quad (\text{I.50})$$

Avec  $\omega_1 = \omega_2 - \omega_3$

Le quatrième terme de l'équation (I.39), nous permet d'observer une nouvelle fréquence qui est une différence entre  $\omega_1$  et  $\omega_2$  :

$$P_{NL}^{(2)}(r;t) = \frac{\epsilon_0 \chi^{(2)}}{2} E_1(\omega_1) E_2^*(\omega_2) \exp[-i(\omega_1 - \omega_2)t] + cc \quad (\text{I.51})$$

La figure ci-dessous représente le diagramme énergétique lié à ce phénomène.



**Figure I.12 :** (a)- Diagrammes quantique de processus différence de fréquences. (b)- processus de création des fréquences moins énergétiques.

Il est intéressant de noter [d'après la figure I.12-b] que ce phénomène peut être utilisé pour obtenir une source cohérente accordable dans l'infrarouge par différence de fréquences entre un laser à la fréquence fixe  $\omega_1$  et un laser à colorant à une fréquence variable  $\omega_2$ .

### I.8.1.5. Oscillation paramétriques

Un oscillateur paramétrique optique (*OPO*) est une source de lumière du quelle il est possible d'obtenir deux ondes de fréquences plus inférieures  $\omega_1$  et  $\omega_2$  à partir d'une seule onde de fréquence  $\omega_3$  du fait que la conservation de l'énergie impose que :

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2 \quad (\text{I.52})$$

Si le matériau est placé dans un résonateur optique (cavité optique), on nomme l'onde à fréquence élevée onde pompe  $\omega_3 = \omega_p$  et  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  sont respectivement : l'onde signal de fréquence  $\omega_s$  et le l'onde complémentaire de fréquence  $\omega_c$  parfois appelée (onde *idler*). Il est à noter que la conversion de la fréquence  $\omega_p$  du laser pompe en faveur des faisceaux générés  $\omega_s$  et  $\omega_c$  n'est

efficace que si un accord de phase est possible c'est à dire que si les vitesses de phase  $v_i$  des ondes respectent la relation suivante :

$$\frac{\omega_P}{v_P} = \frac{\omega_S}{v_S} + \frac{\omega_C}{v_C} \quad (\text{I.53})$$

Ce type de dispositif *OPO* présente un grand intérêt, puisqu' il permet la production des longueurs d'onde inaccessibles dans le visible ou le proche infrarouge avec des lasers existants.

## I.8.2. Interaction non linéaire d'ordre trois

Dans les matériaux centrosymétriques, parmi eux les fibres optiques en silice, l'interaction d'ordre deux sera sans influence, du fait que le coefficient de la susceptibilité d'ordre deux soit nul et les processus paramétriques ne seront donc pas réalisables. Alors l'augmentation de l'intensité des champs laser provoque l'interaction de troisième ordre provenant de la dépendance de l'indice de réfraction  $n(\omega, |E|)$  à l'intensité du champ électrique qui traverse la fibre. Dans ce cas, la polarisation non linéaire s'exprime par le tenseur de la susceptibilité d'ordre trois comme suit :

$$\vec{P}_{NL} = \varepsilon_0 \chi^{(3)} : \vec{E}\vec{E}\vec{E} \quad (\text{I.54})$$

D'où nous pouvons classer sous cette interaction deux volets : les interactions élastiques induites par l'effet Kerr optique et les interactions inélastiques induites par les effets de la diffusion.

### I.8.2.1. Interaction élastique

Dans ce type d'interaction, il n'y a pas d'échange d'énergie entre le champ électrique et le milieu traversé. Le phénomène d'interaction se traduit par l'effet Kerr optique qui se produit dans les guides pour une intensité du champ laser suffisamment importante pour modifier l'indice de réfraction. L'effet Kerr est le premier processus non linéaire le plus important de toute l'optique non linéaire, puisque ce terme est le terme responsable de la création des effets non linéaires qui compense exactement l'effet de la GVD comme il a été prouvé par Hasegawa [28]. Cet effet correspond à la propriété de certains matériaux tels que la silice présentant une dépendance linéaire de l'indice de réfraction vis-à-vis l'intensité des champs électromagnétiques :

$$n(\omega, |E|^2) = n_0 + n_2 I = n_0 + n_2 |E|^2 \quad (\text{I.55})$$

Où  $n_0$  est l'indice de réfraction linéaire du milieu,  $n_2$  est le coefficient du non linéarité du milieu,  $|E|^2$  est la moyenne temporelle quadratique du champ électrique équivalent à l'intensité lumineuse  $I$ .

Pour la silice fondue  $n_2 = 2,7 \times 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$  au voisinage de longueur d'onde de  $1,55 \mu\text{m}$  [26].

La télécommunication par fibre optique a donné une très grande importance à cet effet puisque il est l'effet responsable de plusieurs phénomènes d'interaction de troisième ordre tels que l'automodulation de phase (*SPM*) qui est la conséquence directe de création des solitons, la modulation de phase croisée (*XPM*), et le mélange à quatre ondes.

### 1.8.2.1.1. L'automodulation de phase *SPM*

L'automodulation de phase est le processus le plus fondamental et le plus intéressant dans l'interaction d'ordre trois, du fait que le terme correspondant est le terme compensatoire de l'élargissement de l'impulsion sous l'impact de la *GVD*. En revenant à l'expression du champ électrique dans l'équation (I.35), cette expression peut être exprimée en symétrie cylindrique par utilisation de la composante spatiale du champ électrique [29] :

$$E(z, t) = \frac{1}{2} [F(r, \varphi) A(z) \exp(i(kz - \omega t)) + \text{cc.}] \quad (\text{I.56})$$

Du fait que l'amplitude peut être exprimée en deux parties comme suit :

$$E(r) = F(r, \varphi) A(z) \quad (\text{I.57})$$

Les expressions de la polarisation  $P$  en fonction de l'intensité aussi que l'intensité en fonction du champ électrique s'écrivent comme suit :

$$P = \iint I r dr d\varphi = \frac{1}{2} \varepsilon_0 C n \iint |E(r)|^2 r dr d\varphi \quad (\text{I.58})$$

$$I = \frac{1}{2} \varepsilon_0 C n |E|^2 \quad (\text{I.59})$$

En injectant l'équation (I.56) dans (I.58) et en tenant compte de (I.59), nous obtenons la polarisation en fonction de l'enveloppe longitudinale lentement variable  $B(z)$ :

$$P = |B(z)|^2 = N^2 |A(z)|^2 \quad (\text{I.60})$$

Où

$$N^2 = \left[ \frac{1}{2} \varepsilon_0 C n \iint |F(r, \varphi)|^2 r dr d\varphi \right] \quad (\text{I.61})$$



L'équation différentielle de l'enveloppe qui régit l'évolution de l'impulsion dans un milieu non linéaire et non dispersif s'exprime par :

$$i \frac{\partial B}{\partial z} = -\gamma |B|^2 B \quad (\text{I.62})$$

Cette dernière admet comme solution :

$$B(z) = B(0) \exp(i \gamma P z) \quad (\text{I.63})$$

Où  $\gamma$  représente le coefficient de la non linéarité et  $P$  est donné par l'équation (I.60).

En insérant de l'équation (I.63) dans l'équation (I.56) et en tenant compte des équations (I.60) et (I.61), l'expression du champ électrique se ramène à la forme:

$$E(z, t) = \frac{1}{2} [E(0, t) \exp(i[(k + \gamma P)z - \omega t]) + cc.] \quad (\text{I.64})$$

En tenant compte des notations suivantes [13, 24] :

$$\gamma = k_0 \frac{n_2}{A_{eff}} = \omega_0 \frac{n_2}{C A_{eff}}, \quad k = n_0 k_0 = n_0 \frac{\omega_0}{C} \quad \text{et} \quad I = \frac{P}{A_{eff}} \quad (\text{I.65})$$

Où  $A_{eff}$  : est l'aire effective du faisceau laser dans le milieu actif. Le champ électrique devient :

$$E(z, t) = \frac{1}{2} \left[ E(0, t) \exp \left( i \left[ \left( \underbrace{n_0 + n_2 I}_{Kerr} \right) \frac{\omega_0}{C} z - \omega t \right] \right) + cc. \right] \quad (\text{I.66})$$

D'après cette écriture, on constate que l'indice de réfraction  $n$  dans la phase est remplacé par la quantité  $n_0 + n_2 I$ , qui représente l'effet Kerr optique. En dit que l'effet Kerr optique affecte la phase de l'enveloppe, ce qui implique un élargissement spectral de l'impulsion [voire les détails de l'*SPM* au chapitre 2].

### 1.8.2.1.2. Modulation de phase croisée

D'une manière analogue, lorsque deux impulsions de fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  se propagent ensemble, l'enveloppe longitudinale lentement variable s'exprime par [29] ;

$$B = \frac{1}{2} [B_1(z) \exp(-i\omega_1 t) + B_2(z) \exp(-i\omega_2 t)] \quad (\text{I.67})$$

Après quelques calculs, nous obtenons l'enveloppe longitudinale qui gouverne l'évolution de l'impulsion  $\omega_1$  par :

$$B_1(z) = B_1(0) \exp(i \gamma [P_1 + 2P_2] z) \quad (\text{I.68})$$

Où  $P_1$  représente la polarisation liée à l'impulsion  $\omega_1$  et  $P_2$  est la polarisation liée à l'impulsion  $\omega_2$ . Par la même analogie sur le champ électrique de l'impulsion  $\omega_1$  vue auparavant, nous obtenons :

$$E_1(z,t) = \frac{1}{2} \left[ E_1(0,t) \exp \left( i \left[ \left( \underbrace{n_0 + n_2 I_1 + 2 n_2 I_2}_{Kerr} \right) \frac{\omega_{01}}{C} z - \omega_1 t \right] \right) + cc. \right] \quad (I.69)$$

De cette équation, on constate que le champ à la fréquence  $\omega_1$  est susceptible d'engendrer sa propre *SPM* et également de subir un déphasage non linéaire supplémentaire induit par le second champ de fréquence  $\omega_2$ , et vise vers ça [30]. Ce phénomène communément appelé modulation de phase croisée (*XPM*). Alors le déphasage supplémentaire reçu par le premier champ s'écrit :

$$\Delta\varphi_{XPM} = 2n_2 I_2 \frac{\omega_{01}}{C} z \quad (I.70)$$

Il est intéressant de noter que pour deux champs de puissances initiales équivalentes, la contribution de la phase croisée sur le déphasage non linéaire total est alors deux fois supérieur à celui de l'automodulation de phase, et comme les deux impulsions se propagent avec des vitesses de groupes différentes, alors l'élargissement spectral induit par l'*XPM* est asymétrique.

### I.8.2.1.3. L'auto-raïdissement (*SS*)

L'auto-raïdissement est un effet non linéaire d'ordre trois, son existence est due à la dépendance de la vitesse de groupe vis-à-vis l'intensité lumineuse  $I$ . Il se manifeste par la variation de la vitesse de groupe entre les bords de l'impulsion et son centre, qui est ralentie par l'augmentation de l'indice de réfraction, ce qui va causer la déformation de l'enveloppe. Alors l'élargissement sera plus grand en arrière qu'à l'avant de l'impulsion, du fait que le barycentre de l'impulsion se déplace vers les haut fréquences, l'impulsion doit se pencher vers l'avant [31].

### I.8.2.1.4. Mélange à quatre ondes (*FWM*)

Un autre type d'interaction non linéaire d'ordre trois très intéressant est le mélange à quatre ondes. Dans une fibre optique où se propagent plusieurs fréquences, ce processus nous permet de créer des nouvelles fréquences à partir de ces porteuses par le phénomène de création et annulation des fréquences. Soit deux porteuses  $E_1(\omega_1)$  et  $E_2(\omega_2)$  se propageant simultanément dans une fibre de manière semblable, ou  $\omega_1$  est légèrement supérieur à  $\omega_2$ , nous obtenons  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$  autour de la fréquence centrale  $\omega_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2$ .

Si les deux impulsions sont polarisées selon le même état de polarisation, le champ total s'écrit :

$$E_{Tot}(\omega) = E_1(\omega_1) + E_2(\omega_2) \quad (I.71)$$

L'effet de la polarisation non linéaire sur le champ total permet l'apparition des produits d'intermodulation :

- à une basse fréquence  $2\omega_1 - \omega_2 = \omega_1 - \Delta\omega$  appelé onde *Stokes* notée  $\omega_S = \omega_1 - \Delta\omega$ .
- à haute fréquences  $2\omega_2 - \omega_1 = \omega_1 + \Delta\omega$  dit onde *anti-Stokes*  $\omega_{AS} = \omega_1 + \Delta\omega$ .

La figure au-dessous présente le processus de génération de quatre ondes.

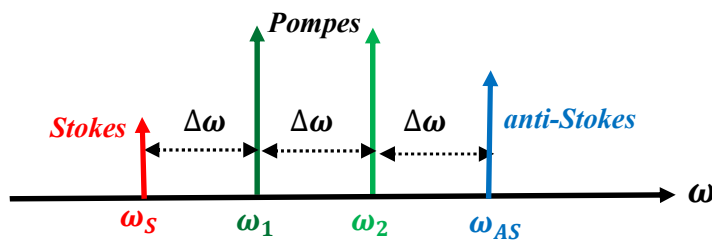


Figure I.13 : Spectre correspond au mélange à quatre ondes dans une cavité [24].

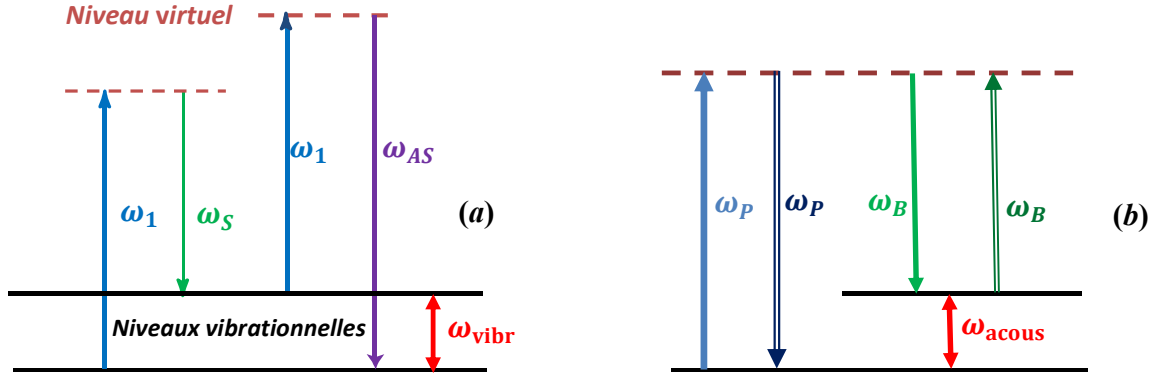
### I.8.2.2. Interaction inélastique

L'interaction inélastique décrit l'échange d'énergie entre le rayonnement injecté et le milieu en donnant un rayonnement diffusé d'énergie différente au rayon incident. Pour un milieu présentant une non linéarité d'ordre trois, on parle de processus Stokes lorsque l'énergie du rayonnement diffusé est inférieure au rayonnement incident et de processus anti-Stokes dans le cas contraire. Ces phénomènes sont classifiés en deux types de diffusions : les diffusions Raman qui sont d'origine vibratoire et les diffusions Brillouin d'origine bruit acoustique.

#### I.8.2.2.1. Diffusion Raman stimulée (SRS)

La diffusion Raman est un effet non linéaire due à l'interaction inélastique de troisième ordre. Sa première mise en évidence dans les fibres optiques fut réalisée dans les années 1970 [32]. La SRS se manifeste par la génération d'une fréquence décalée par rapport à l'onde injectée d'une quantité d'énergie  $\hbar\omega_{\text{vibr}}$  déterminée par les modes vibrationnels du milieu. Il est à noter que la fréquence vibratoire des molécules de silice est d'environ 13,2 THz faisant transférer les courtes longueurs d'ondes vers les longues longueurs d'ondes en générant l'onde Raman- Stokes de pulsation  $\omega_1 = \omega_s + \omega_{\text{vibr}}$ .

D'une façon similaire, un nombre élevé de molécules dans l'état excité retournent sur leur état fondamental en émettant des photons de type Raman anti-Stokes par interaction avec les photons incidents en donnant une impulsion  $\omega_1 = \omega_{as} - \omega_{vibr}$  [voir la figure I.13-a]



**Figure I.14 :** Diagramme quantique de processus non linéaire résonnants (a) Diffusion Raman (b) Diffusion Brillouin [33].

Pour mieux comprendre ce phénomène, prenons l'exemple théorique suivant [34] : l'injection d'un champ électrique de forme sinusoïdale décrit par l'équation (I.48) dans un milieu diélectrique (fibre), engendre une polarisation de la forme :

$$P = [\alpha]E \quad (I.71)$$

Où  $[\alpha]$  décrit le tenseur de la polarisabilité de la molécule.

Sous l'influence de ce champ, les molécules vibrent autour de la position d'équilibre. Ces vibrations peuvent être représentées par la variation de la coordonnée normalisée  $u$  du déplacement des atomes par rapport à leur position d'équilibre  $u_0$ , à une fréquence  $\omega_{vibr}$  de la forme suivante :

$$u = u_0 \sin(\omega_{vibr} t) \quad (I.72)$$

Le développement en série de Taylor en premier ordre de la polarisabilité en fonction de la coordonnée  $u$  est donné par :

$$[\alpha] = [\alpha_0] + \left[ \frac{\partial[\alpha]}{\partial u} \right]_{u=u_0} u \quad (I.73)$$

En insérant cette dernière dans l'équation (I.71) et en tenant compte des équations (I.48) et (I.72), la polarisation s'écrit :

$$P = [\alpha_0] E_0 \sin(\omega t) + u_0 E_0 \left[ \frac{\partial[\alpha]}{\partial u} \right] \sin(\omega t) \sin(\omega_{\text{vibr}} t) \quad (\text{I.74})$$

En utilisant les transformations trigonométriques, l'équation se ramène

$$P = [\alpha_0] E_0 \sin(\omega t) + \frac{u_0 E_0}{2} \left[ \frac{\partial[\alpha]}{\partial u} \right] (\sin((\omega + \omega_{\text{vibr}})t) - \sin((\omega - \omega_{\text{vibr}})t)) \quad (\text{I.75})$$

De cette formule, on constate que le premier terme représente un dipôle qui oscille à la même fréquence du porteuse  $\omega$ . Cette interaction est élastique et nommée diffusion Rayleigh pour laquelle l'énergie de la lumière diffusée est identique à celle des champs incidents. Les deux autres termes correspondent à deux dipôles oscillant à des fréquences  $\omega - \omega_{\text{vibr}}$  et  $\omega + \omega_{\text{vibr}}$ . Ils donnent lieu à la diffusion Raman Stokes et anti-Stokes, respectivement. L'énergie de la lumière ainsi diffusée est décalée par rapport à celle de l'onde incidente d'une valeur égale à l'énergie de la vibration de la molécule  $\omega_{\text{vibr}}$  comme il est illustré dans la figure I.14 (a).

#### 1.8.2.2.2. Diffusion Brillouin stimulée (DBS)

La diffusion Brillouin stimulée dans une fibre optique décrit l'interaction photon-phonon entre l'onde incidente dit pompe et l'onde acoustique générée dans le milieu de propagation lumineuse [35]. Elle est de même type de diffusion Raman puisque elle génère des nouvelles fréquences décalées par rapport à la fréquence de l'onde injectée  $\omega_p$  sauf qu'elle est associée à l'interaction avec l'onde acoustique de fréquence  $\omega_{\text{acous}}$ . Selon la figure I.14-(b), on trouve que :

$$\omega_B = \omega_p - \omega_{\text{acous}} \quad (\text{I.76})$$

Ce type de diffusion est nocif pour l'impulsion injectée [35], puisqu'il fait un décalage de l'onde vers le rouge, ce qui implique une perte d'amplitude qui fait détruire l'impulsion porteuse.

## 1.9. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rappelé les effets qui résultent de l'interaction d'un rayonnement électromagnétique avec la matière donnant naissance à deux inventions de grande importance technologique : les lasers et les fibres. La propagation de la lumière concentrée dans ce type de milieu diélectrique entraîne l'apparition d'une polarisation dépendante du champ injecté via les susceptibilités linéaire et non linéaire. En augmentant l'intensité du faisceau incident, cette polarisation aura une direction autre que la polarisation linéaire en donnant lieu aux effets non linéaires d'ordre deux et trois. Les effets d'interaction non linéaire de second ordre permettent de

générer de nouvelles fréquences telles que la seconde harmonique et les phénomènes paramétriques de somme et différence des fréquences.

Pour les milieux centrosymétriques comme la fibre en silice, les effets d'interaction d'ordre deux sont nuls par symétrie des axes de rotation du tenseur de la susceptibilité paire en puissance, ce qui réduit l'interaction aux effets non linéaire du troisième ordre, qui affectent sensiblement la propagation des impulsions dans les milieux centrosymétrique citant par exemple l'automodulation de phase, qui joue un rôle capital avec la contribution de la dispersion chromatique dans la formation des solitons optiques.

La manifestation des différents effets sur une impulsion lumineuse se propageant dans une cavité laser ou une fibre optique, permet de mieux comprendre l'influence de ces termes non linéaires sur la porteuse d'information. Ceci est un objectif technologique de protection de l'information injectée.

**Références**

- [1] M. Planck, *Ueber irreversible Strahlungsvorgänge*, Annalen der Physik. 1 (1900) 69-112.
- [2] A. Einstein, *The Quantum Theory of Radiation*, Z. 18 (1917) 121-128.
- [3] A. Kastler, *Quelques suggestions concernant la production optique et la détection optique d'une inégalité de population des niveaux de quantification spatiale des atomes. Application à l'expérience de Stern et Gerlach et à la résonance magnétique*, J. de physique et le radium, vol. 11 (1950) 255-265.
- [4] T. H. Maiman, *Stimulated optical radiation in ruby masers*, Nature. 187 (1960) 493-494.
- [5] D. Hennequin, V. Zehnlé et D. Dangoisse, *les lasers: cours et exercices corrigés*, 3<sup>ème</sup> édition Dunod, Paris (2013).
- [6] Technique de l'ingénieur, *Matériaux pour l'optique*, 3eme Edition, Réf. Internet 42450 ; Y. Cojan, *Propagation du rayonnement dans les matériaux*, Technique de l'ingénieur E4 035.
- [7] B. Cagnac et J-C.Pebay-Peyroula, *Physique atomique T1: expériences et principes fondamentaux*, Edition Dunod, Paris (1975).
- [8] H. Maillat, *Le laser: Principe et techniques d'applications*, 3<sup>ème</sup> édition Tec. Doc. Lavoisier, Paris (1990).
- [9] A. Fernandez, *Étude théorique et expérimentale des impulsions optiques générées par un amplificateur optique à semi-conducteurs (SOA) en blocage de modes*, Thèse de doctorat, Université de Bretagne Occidentale, (2009).
- [10] D. J. Jones et All. *Carrier-Envelope Phase Control of Femtosecond Mode-Locked Lasers and Direct Optical Frequency Synthesis*, Science 288 (2000) 635-639.
- [11] J. C. Diels, W. Rudolph, *Ultrashort Laser Pulse Phenomena*, 2<sup>ème</sup> édition, Elsevier, Boston, (2006) ;
- [12] R. Lecaque, *Génération et détection d'impulsions térahertz avec un laser à impulsions ultracourtes*, 100 (2006) 261-269.
- [13] K. L. Sala, G. A. Kenney-Wallace and G. E. Hall, *Cw autocorrelation measurements of picosecond laser pulses*, IEEE J. Quant. Electron. QE-16 (1980) 990-996.
- [14] G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, Academic Press 3<sup>rd</sup> ed, New York (2001).

- [15] F. Sanchez, *Optique non-linéaire : cours et problèmes résolus*, Edition ellipses, Paris (1999).
- [16] A. Akhiezer et I. Akhiezer, *Electromagnétisme et ondes électromagnétiques*, Editons Mir (1988).
- [17] M. Joffre, *Optique non-linéaire en régimes continu et femtoseconde*, cours d'Ecole Polytechnique, CNRS, INSERM (2014).
- [18] Y. F. Chen and al. *Measurement of fifth and seventh order nonlinearities of glasses*, J. Opt. Soc. Am. B. 23(2006) 347-352.
- [19] L. N. Binh, *Guide wave photonics : fundamentals and applications with Matlab*, 1st Edition, CRC Press. New York (2012).
- [20] M. Azadeh, *Fiber optics engineering*, Springer Sci. Bus. Media, LLC (2009).
- [21] E. Cassan, *Une introduction aux télécommunications optiques pour la simulation de systèmes simple*, J3eA-EDP Sciences 2 (2003) 1-40.
- [22] H. Triki, *Dynamique de propagation non-linéaire des solitons Korteweg-De-Vries*, Thèse de doctorat, Université UBM, Annaba (2003).
- [23] I. El-Mansouri, *Sources impulsives picosecondes tout-optique à haut débit*, Thèse de doctorat, Université de Bourgogne, France (2013).
- [24] J. Fatome, *Propagation d'impulsions ultra-courtes à 160-Gb/s dans des lignes de fibres optiques gérées en dispersion*, Thèse de doctorat, Bourgogne, France (2004).
- [25] R. Boyd, *Nonlinear optics*, Third Edition, Elsevier, USA (2008).
- [26] P. A. Franken, A.E. Hill, C.W. Peters and G. Weinreich, *Generation of optical harmonics*, Phys. Rev. Lett. 7 (1961) 118–119.
- [27] J. B. Dherbecourt, A. Godard, J.M. Melkonian et M. Raybaut, *Sources paramétriques optiques, fondements, mise en œuvre et applications*, *Technique de l'ingénieur ; Réf. Int.* E 6445
- [28] A. Hasegawa and F. Tappert, *Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers*, Appl. Phys. Lett. 23 (1973) 142-144.
- [29] T. Scheneider, *Nonlinear optics in telecommunications*, Spinger-Verlag, Berlin, (2004).
- [30] M. S. Terniche, *Dynamique de la propagation d'une impulsion courte dans un laser à fibre optique*, Thèse de doctorat, Université USTHB, Alger (2019).



- [31] F. Azzouzi, *Etude de la dynamique de propagation non linéaire des solitons optiques modélisés par l'équation de Schrödinger non linéaire*, Thèse de doctorat, Université BMA, Algerie (2010).
- [32] C. V. Raman, *A new radiation*, Indian Journal of Physics 2 (1928) 387-398.
- [33] C. Delsart, *Laser et optique non linéaire*, Edition Ellipses, Paris (2008).
- [34] S. R-Laruinaz, *Biomolécules et systèmes nanostructurés : Caractérisation par spectrométrie Raman exaltée de surface*, Thèse de doctorat, Université de Bourgogne (2014).
- [35] D. A. Fishman and J. A. Nagel, *Degradations due to stimulated Brillouin scattering in multigigabit intensity modulated fiber-optic systems*, J. Lightwave Technol. 11 (1993) 1721-1728.

## *Chapitre 2*

# *Equation de Schrödinger non linéaire en Régime Picoseconde*

### **Sommaire du chapitre**

- *Introduction*
- *Equations de Maxwell*
- *Polarisation linéaire et non linéaire*
- *Equation de propagation*
- *Dérivation de l'équation de Schrödinger non linéaire*
- *Les constantes conservées*
- *Méthodes numériques*
- *Les solutions de l'équation de Schrödinger non linéaire standard*
- *Détermination des quantités conservées*
- *Principaux effets influents la propagation d'une impulsion dans une fibre optique*
- *Conclusion*
- *Références*

## II.1. Introduction

Une onde électromagnétique qui se propage dans un milieu diélectrique agit sur les ions de ce guide. D'un point de vue microscopique, les charges des ions au départ ont le même barycentre d'inertie  $G^- \equiv G^+$  [voire figure II.1]. L'application d'un champ externe agit sur les charges du guide qui sont susceptible à l'intensité de ce champ ce qui entraine le déplacement des charges négatives, qui ne sont pas libres mais possèdent une certaine élasticité qui permet leurs déplacement sous l'action de ce champ.

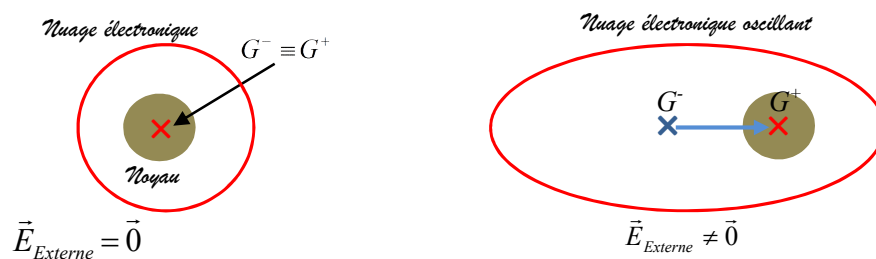


Figure II.1 : Ion soumis à un champ électrique externe.

Cette déformation du nuage électronique se traduit par la création d'un champ atomique de rappel entre le noyau de  $Zq^+$  et la charge globale négative résultante  $Ze$ . Ces dipôles oscillent à la fréquence d'excitation et donnent naissance à une polarisation induite de même direction que le champ appliqué  $\vec{P} \propto \vec{E}$  en absence des effets non linéaire c'est-à-dire pour un champ de faible intensité. Pour un champ important d'environ  $E \approx 10^8 [V/m]$ , les effets non linéaires apparaissent et la polarisation aura une direction autre que le champ appliqué d'où la polarisation totale s'écrit [1,2] :

$$\vec{P}_{Totale} = \vec{P}_L + \vec{P}_{NL} \quad (\text{II.1})$$

Ce phénomène très important peut être traité via les équations de Maxwell macroscopiques.

## II.2. Equations de Maxwell

La propagation optique dans un milieu matériel peut être modélisée par les équations de Maxwell qui décrivent les lois fondamentales pour les champs électrique  $\vec{E}$  et magnétique  $\vec{B}$  dans les milieux matériels [3,4] :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.2.a})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.2.b})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (\text{II.2.c})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \quad (\text{II.2.d})$$

Ces quatre équations fondamentales de la théorie de l'électromagnétisme sont complétées par celles qui décrivent la réponse du milieu matériel aux champs électrique et magnétique par deux paires de vecteurs  $(\vec{E}, \vec{D})$  pour le champ électrique et  $(\vec{H}, \vec{B})$  pour le champ magnétique. Ces vecteurs sont liés par les relations suivantes [4] :

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M} \quad \text{et} \quad \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (\text{II.3})$$

Où  $\rho$  et  $\vec{J}$  représentent respectivement la densité de charge d'espace et la densité de courant du milieu qui sont nulles pour un milieu diélectrique parfait.

$\vec{M}$  : est le vecteur de la polarisation magnétique qui est nul pour un milieu diélectrique parfaitement isolant et non magnétique.

$\vec{P}$  : représente la polarisation électrique induite.

Ici les vecteurs  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{D}$  et  $\vec{B}$  sont respectivement les vecteurs de champ électrique, magnétique, déplacement électrique et induction magnétique. Les constantes  $\varepsilon_0$  et  $\mu_0$  sont respectivement la permittivité électrique du vide et la perméabilité magnétique du vide liées à la vitesse de la lumière  $C$  par la relation:  $C^2 \varepsilon_0 \mu_0 = 1$ .

En partant du double rotationnel du champ électrique dans l'équation (II.2.a) :

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \quad (\text{II.4})$$

Insérons ensuite les équations (II.3) dans (II.4) et en tenant compte des équations (II.2) d'une part et pour un milieu sans charges d'une autre part, nous obtenons l'expression :

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (\text{II.5})$$

Cette dernière lie le champ électrique à la polarisation induite qui est donnée par l'approximation suivante [1,5] :

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \left[ \chi^{(1)} \cdot \vec{E} + \chi^{(2)} : \vec{E} \vec{E} + \chi^{(3)} : \vec{E} \vec{E} \vec{E} + \dots + \chi^{(m)} : \overbrace{\vec{E} \vec{E} \dots \vec{E}}^{m \text{ termes}} \right] \quad (\text{II.6})$$

Alors on peut décomposer la polarisation en deux parties linéaire et non linéaire comme suit :

$$\vec{P} = \vec{P}_L + \vec{P}_{NL} : \begin{cases} \vec{P}_L = \varepsilon_0 \chi^{(1)} \cdot \vec{E} \\ \vec{P}_{NL} = \underbrace{\varepsilon_0 \chi^{(2)} : \vec{E} \vec{E} + \varepsilon_0 \chi^{(3)} : \vec{E} \vec{E} \vec{E} + \dots}_{\text{non linéaire en } E} \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

Où la polarisation linéaire  $\vec{P}_L$  est la partie dominante de la polarisation totale comme elle est à l'origine de l'indice de réfraction ( $n$ ). Les termes  $\chi^{(1)}$ ,  $\chi^{(2)}$  et  $\chi^{(3)}$  représentent les susceptibilités linéaire, quadratique et de troisième ordre respectivement.

Dans l'approximation de l'onde lentement variable, le vecteur du champ électrique s'écrit [1]

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \left[ E(r, t) e^{-i\omega_0 t} + cc \right] \vec{u} \quad (\text{II.8})$$

Où  $E(r, t)$  étant l'amplitude de l'onde,  $\omega_0$  est la pulsation de l'onde incidente, et  $\vec{u}$  le vecteur unitaire de la polarisation induite.

En insérant l'équation (II.7) dans (II.5) et en tenant compte de l'équation (II.8), nous obtenons :

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = -\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_L}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial t^2} \quad (\text{II.9})$$

Où pour les fibres en silice le terme de la polarisation non linéaire se réduit au terme de la susceptibilité de troisième ordre  $\chi_{ijkl}^{(3)}$ . En tenant compte de la notation des opérations sur les vecteurs [3], notamment la partie gauche  $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E})$  peut être développée comme suit [4] :

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \Delta \vec{E} \quad (\text{II.10})$$

$\Delta$  : désigne le Laplacien de l'équation de propagation exprimé en coordonnées cartésiennes par :

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \vec{u}_x + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \vec{u}_y + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \vec{u}_z \quad (\text{II.11})$$

Alors l'équation (II.9) se ramène à la forme :

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_L}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial t^2} \quad (\text{II.12})$$

Dans une fibre optique, on exprime selon l'équation (II.7) les deux composantes de la polarisation linéaire et non linéaire par les relations:

$$\vec{P}_L(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \chi^{(1)} \cdot \vec{E} \quad \text{et} \quad \vec{P}_{NL}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \chi^{(3)} : \vec{E}\vec{E}\vec{E} \quad (\text{II.13})$$

Ce qui nous permet d'écrire  $\vec{P}_L$  et  $\vec{P}_{NL}$  par la même analogie que dans l'équation (II.8) :

$$\vec{P}_L(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} [P_L(r, t) e^{-i\omega_0 t} + cc] \vec{u} \quad (\text{II.14.a})$$

$$\vec{P}_{NL}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} [P_{NL}(r, t) e^{-i\omega_0 t} + cc] \vec{u} \quad (\text{II.14.b})$$

### II.3. Polarisation linéaire et non linéaire

Pour bien traiter la polarisation linéaire aussi que non linéaire, il faut ramener leurs écriture sous une forme non tensorielle.

#### II.3.1. Polarisation linéaire

Pour le terme linéaire, la polarisation dans l'équation (II.14.a) est liée au tenseur de la susceptibilité par [6] :

$$\vec{P}_L = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(1)}(t-t') \vec{E}(r, t') dt' \quad (\text{II.15})$$

Avec

$$\chi^{(1)}(t-t') = \chi^{(1)} R(t-t') \delta(t-t') \quad (\text{II.16})$$

Par implantation de cette dernière dans (II.13), la polarisation linéaire s'écrit :

$$\vec{P}_L = \varepsilon_0 \chi^{(1)} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}(r, t') R(t-t') \delta(t-t') dt' \quad (\text{II.17})$$

Avec l'équation de Dirac pour  $t = t'$  impose

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(t-t') \delta(t-t') dt' = 1 \quad (\text{II.18})$$

Ce qui nous permet de réécrire la polarisation linéaire comme suit :

$$\vec{P}_L(r, t) = \varepsilon_0 \chi^{(1)} \vec{E}(r, t) \quad (\text{II.19})$$

### II.3.2. Polarisation non linéaire

Si le champ appliqué  $E$  est intense, la polarisation non linéaire est donnée en terme de la susceptibilité du 3<sup>ème</sup> ordre pour les milieux centrosymétrique comme [6]

$$\vec{P}_{NL}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(3)}(t-t_1, t-t_2, t-t_3) \vec{E}(r, t_1) \vec{E}(r, t_2) \vec{E}(r, t_3) dt_1 dt_2 dt_3 \quad (\text{II.20})$$

avec

$$\chi^{(3)}(t-t_1, t-t_2, t-t_3) = \chi^{(3)} R(t-t_1) R(t-t_2) R(t-t_3) \delta(t-t_1) \delta(t-t_2) \delta(t-t_3) dt_1 dt_2 dt_3 \quad (\text{II.21})$$

Et puisque l'équation de Dirac impose que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(t-t_1) R(t-t_2) R(t-t_3) \delta(t-t_1) \delta(t-t_2) \delta(t-t_3) \cdot dt_1 dt_2 dt_3 = 1 \quad (\text{II.22})$$

Pour  $t = t_1 = t_2 = t_3 = \dots = t_n$

Alors l'équation (II.20) se ramène à la forme suivante :

$$\vec{P}_{NL} = \varepsilon_0 \chi^{(3)} \vec{E} \vec{E} \vec{E} \quad (\text{II.23})$$

Pour simplifier cette équation, on développe le champ électrique dans l'équation (II.8) sur la base d'une onde plane définie comme l'onde porteuse de ce champ par :

$$\vec{E}(r, t) = \frac{1}{2} [E(r, t) \cdot e^{-i\omega_0 t} + E^*(r, t) \cdot e^{i\omega_0 t}] \vec{u} \quad (\text{II.24})$$

Par substitution de (II.24) dans (II.23) et après calculs, le terme non linéaire de la polarisation s'écrit :

$$\vec{P}_{NL} = \frac{\varepsilon_0 \chi^{(3)}}{8} \left\{ \underbrace{[E^3 e^{-3i\omega_0 t} + (E^*)^3 e^{+3i\omega_0 t}]}_{3^{\text{ème}} \text{ harmonique}} + 3|E|^2 [E e^{-i\omega_0 t} + E^* e^{+i\omega_0 t}] \right\} \vec{u} \quad (\text{II.25})$$

En négligeant le terme de la 3<sup>ème</sup> harmonique du fait que le terme en fréquence  $\omega_0$  est dominant et en tenant compte de l'équation (II.24), nous pouvons réécrire la polarisation non linéaire sous la forme vectorielle suivante :

$$\vec{P}_{NL} = \frac{3}{4} \varepsilon_0 \chi^{(3)} |E|^2 \vec{E}(r, t) \quad (\text{II.26})$$

## II.4. Equation de propagation ou (équation de Helmholtz)

On s'intéresse à l'écriture de l'équation de propagation d'une onde dans un guide diélectrique et isotrope. Pour ce but, nous insérons les équations (II.26) et (II.19) dans (II.12) et nous obtenons l'équation d'évolution suivante :

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(r,t)}{\partial t^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \chi^{(1)} \frac{\partial^2 \vec{E}(r,t)}{\partial t^2} + \frac{3}{4} \varepsilon_0 \mu_0 \chi^{(3)} |E|^2 \frac{\partial^2 \vec{E}(r,t)}{\partial t^2} \quad (\text{II.27})$$

En faisant apparaître la constante relative de diélectrique pour un milieu de propagation linéaire [1],

$$\varepsilon_r = n_0^2 = 1 + \chi^{(1)}$$

Nous obtenons l'équation de propagation non linéaire du champ électrique dans un guide d'onde connue aussi sous le nom de "l'équation de Helmholtz" :

$$\Delta \vec{E} - \frac{\varepsilon_r}{C^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(r,t)}{\partial t^2} = \frac{3}{4} \frac{\chi^{(3)}}{C^2} |E|^2 \frac{\partial^2 \vec{E}(r,t)}{\partial t^2} \quad (\text{II.28})$$

**Remarque :** Puisque la propagation se fait d'une manière isotrope, on passe de l'équation vectorielle à l'équation scalaire en négligeant le couplage entre les composantes du champ électriques  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$  [7].

Ce qui nous permet à ramener l'équation (II.28) à la forme scalaire :

$$\Delta E - \frac{1}{C^2} \underbrace{\left[ \varepsilon_r + \frac{3}{4} \chi^{(3)} |E|^2 \right]}_{\text{l'indice de refraction}} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \Delta E - \frac{n^2}{C^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{II.29})$$

Avec  $n = n(\omega, |E|^2)$  est l'indice de réfraction qui est une fonction en  $\omega$  et  $|E|^2$ . Pour résoudre cette équation, il est commode de passer à l'espace fréquentiel par l'utilisation de la transformée de Fourier [1, 4, 8] :

$$\begin{cases} \tilde{E}(r,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(r,t) \exp[i\omega t] dt \\ E(r,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}(r,t) \exp[-i\omega t] d\omega \end{cases} \quad (\text{II.30})$$

Cette transformation se réduit à un changement de la dérivation  $\frac{\partial}{\partial t}$  dans l'espace temporel par  $i\omega$  dans l'espace fréquentiel ce qui rend l'équation (II.29) à la forme :



$$\Delta \tilde{E} + \frac{n^2}{C^2} \cdot \omega^2 \tilde{E} = 0 \quad (\text{II.31})$$

## II. 5. Dérivation de l'équation de Schrödinger non linéaire

Puisque la fibre a une symétrie cylindrique, il est préférable d'écrire l'équation de propagation (II.31) en coordonnée cylindrique telle que :

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{E}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial z^2} + \frac{n^2}{C^2} \omega^2 \tilde{E} = 0 \quad (\text{II.32})$$

Pour résoudre cette équation dans le domaine fréquentiel, posons le champ électrique sous une forme des coordonnées séparables [8] :

$$\tilde{E}_z(r, \omega) = \tilde{A}(z, \omega) F(\rho) \exp(\pm i m \phi) \exp(i \beta_0 z) \quad (\text{II.33})$$

Où l'équation (II.31) fournit les termes partiels suivants :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial \rho^2} = \tilde{A}(z, \omega) \exp(\pm i m \phi) \exp(i \beta_0 z) \frac{\partial^2 F(\rho)}{\partial \rho^2} \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{E}}{\partial \rho} = \tilde{A}(z, \omega) \exp(\pm i m \phi) \exp(i \beta_0 z) \frac{\partial F(\rho)}{\rho \partial \rho} \\ \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial \phi^2} = \mp \frac{m^2}{\rho^2} \tilde{A}(z, \omega) F(\rho) \exp(\pm i m \phi) \exp(i \beta_0 z) \\ \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial z^2} = F(\rho) \exp(\pm i m \phi) \exp(i \beta_0 z) \left[ -\beta_0^2 \tilde{A}(z, \omega) + i 2 \beta_0 \frac{\partial \tilde{A}(z, \omega)}{\partial z} + \frac{\partial^2 \tilde{A}(z, \omega)}{\partial z^2} \right] \end{cases} \quad (\text{II.34})$$

En substituant l'équation (II.34) dans (II.32) et en tenant-compte de la forme séparable (II.33), nous obtenons un système de deux équations suivant :

$$\frac{d^2 F}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dF}{d\rho} + \left( n^2 k_0^2 \mp \frac{m^2}{\rho^2} - \tilde{\beta}^2 \right) F = 0 \quad (\text{II.35})$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial z^2} + 2i \beta_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + (\tilde{\beta}^2 - \beta_0^2) \tilde{A} = 0 \quad (\text{II.36})$$

**Remarque :** La bascule entre l'écriture partielle  $\frac{\partial}{\partial x}$  et  $\frac{d}{dx}$  ou l'inverse est possible pour les variations infinitésimales ce qui est vrai pour une onde lentement variable.

La résolution de l'équation (II.35) nous permet de trouver la valeur de la constante de propagation  $\tilde{\beta}$  ce qui permet le développement de l'expression de propagation (II.36).

Pour une onde lentement variable, il est possible de négliger la dérivée seconde sur la variable longitudinale  $z$  c'est-à-dire tendre  $\frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial z^2}$  vers zéro du fait que  $\frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial z^2} \ll \beta_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z}$ . Et puisque la valeur

propre  $\tilde{\beta} \approx \beta_0$ , alors on peut changer le terme  $\tilde{\beta} + \beta_0$  par  $2\beta_0$  ce qui résulte à :

$$(\tilde{\beta}^2 - \beta_0^2) = 2\beta_0(\tilde{\beta} - \beta_0) \quad (\text{II.37})$$

Ainsi l'équation (II.36) se ramène à :

$$i \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + (\tilde{\beta} - \beta_0) \tilde{A} = 0 \quad (\text{II.38})$$

D'où la valeur propre  $\tilde{\beta}$  peut être donnée par [1] :

$$\tilde{\beta}(w) = \beta(w) + \Delta\beta \quad (\text{II.39})$$

Soit

$$\tilde{\beta} - \beta_0 = \beta(w) - \beta_0 + \Delta\beta \quad (\text{II.40})$$

Sachant que  $\beta(\omega) = \frac{\omega}{C} \cdot n(\omega)$  et selon [8] on a :

$$\Delta\beta = \gamma |A|^2 + i \frac{\alpha}{2} \quad (\text{II.41})$$

Où  $\alpha$  et  $\gamma$  sont respectivement le coefficient d'absorption et la constante de la non linéarité Kerr donnés par :

$$\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{C A_{eff}} \quad \text{avec} \quad A_{eff} = \frac{\left( \int_{-\infty}^{+\infty} |F(\rho)|^2 d\rho \right)^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} |F(\rho)|^4 d\rho} \quad (\text{II.42})$$

En effectuant le développement en série de Taylor sur la constante de propagation  $\tilde{\beta}(\omega)$  autour de la fréquence centrale  $\omega_0$  [1] :

$$(\beta(\omega) - \beta_0) = (\omega - \omega_0)\beta_1 + \frac{(\omega - \omega_0)^2}{2} \beta_2 + \frac{(\omega - \omega_0)^3}{3 \times 2} \beta_3 + \dots + \frac{(\omega - \omega_0)^p}{p!} \beta_p \quad (\text{II.43})$$

Où  $\beta_p$  décrit la dérivée d'ordre  $p$  de la constante de propagation par rapport à  $\omega$  telle que:

$$\beta_p = \left( \frac{d^p \beta}{d\omega^p} \right)_{\omega \approx \omega_0} \quad \text{avec } (p \in \mathbb{N}^*) \quad \text{en posant } \beta(\omega_0) = \beta_0 \quad (\text{II.44})$$

En utilisant la transformée de Fourier inverse similaire à l'équation (II.30) sur l'amplitude, on obtient :

$$A(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) \exp[-i(\omega - \omega_0)t] d\omega \quad (\text{II.45})$$

Sachant que la bascule entre l'espace temporel et fréquentiel se traduit par le changement de l'opérateur  $\frac{\partial}{\partial t}$  par  $i\Omega = i(\omega - \omega_0)$  d'une part et par insertion des équations (II.43, II.40) dans (II.38) et en tenant compte de (II.45) d'une autre part, nous obtenons la fameuse équation :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} - i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + i \Delta \beta A \quad (\text{II.46})$$

En remplaçant  $\Delta\beta$  par sa valeur dans (II.41), cela ramène l'équation (II.46) à la célèbre équation :

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + \frac{\alpha}{2} A = i \gamma |A|^2 A \quad (\text{II.47})$$

Où  $\beta_1, \beta_2$  et  $\beta_3$  sont respectivement l'inverse de la vitesse de groupe, le coefficient de la dispersion de la vitesse de groupe (GVD), et le coefficient de la dispersion d'ordre trois dit pente de la dispersion.

En faisant le changement de variable sur le paramètre du temps et en introduisant la notion du temps retardé suivante [1,8] :

$$\tau = t - \frac{z}{v_g} \equiv t - \beta_1 z \quad (\text{II.48})$$

Où  $\tau$  est le temps exprimé dans une référentielle qui se déplace à la vitesse du groupe  $v_g$ . Dans le cas où la dispersion d'ordre trois et plus sont négligées, nous obtenons la fameuse équation dite équation de "Schrödinger non linéaire standard" :

$$\underbrace{\frac{\partial A}{\partial z}}_{\text{Propagation}} + \underbrace{i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2}}_{\text{Dispersion GVD}} - \underbrace{\frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial \tau^3}}_{\text{Dispersion TOD}} + \underbrace{\frac{\alpha}{2} A}_{\text{Absorption}} = \underbrace{i \gamma |A|^2 A}_{\text{Automodulation SPM}} \quad (\text{II.49})$$

Cette équation a fait l'objet de nombreux travaux. Elle décrit l'équilibre entre deux effets contradictoires l'effet de la dispersion qui fait étaler l'impulsion et l'effet de l'automodulation de

phase qui lui compresse. Ce compromis entre ces deux effets entraîne la formation d'un type spécial d'impulsion appelé "*soliton optique*". Notons que les solitons optiques ont été prédis théoriquement par Hasegawa et Tappert [9] et observés expérimentalement quelques années plus tard par Mollenauer et ses collaborateurs [10]. Pour chercher la solution de cette équation, il est commode de vérifier quelques propriétés liées aux lois conservées.

## II. 6. Les lois conservées

Les lois de conservation sont des caractéristiques physico-mathématiques. Leur importance est due à la large utilisation pour décrire l'intégrabilité des systèmes d'équations différentielles gouvernant la dynamique de propagation non linéaire des solitons optiques. Parmi ces derniers, on trouve la masse, l'énergie, la quantité de mouvement et le moment angulaire ...etc. L'exemple le plus commode est le problème de la dynamique des gazes unidimensionnelles décrites dans [11,12]. En adoptant une équation de type différentielle partielle qui décrit l'évolution d'un système donné :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial X}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.50})$$

$X$  : est la densité du gaz et  $\frac{\partial X}{\partial x}$  sa vitesse dans la direction  $x$

$T$  : est le flux des quantités conservées

Pour résoudre l'équation (II.50), il est commode d'intégrer la variable densité  $X$  comme suit :

$$\frac{d}{dt} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} T \, dx \right) + [X]_{-\infty}^{+\infty} = 0 \quad (\text{II.51})$$

Ce qui permet de trouver :

$$\frac{d}{dt} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} T \, dx \right) = 0 \quad \text{c'est-à-dire} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} T \, dx = Cte \quad (\text{II.52})$$

Pour déterminer les lois conservées correspondantes à l'équation de Schrödinger non linéaire standard (II.49) dans le cas la plus simple ou nous avons uniquement la dispersion d'ordre deux et l'automodulation de phase (en faisant tendre  $\alpha$  vers zéro) tel que :

$$iA_z - \frac{\beta_2}{2} A_{tt} + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (\text{II.53})$$

Il faut réaménager l'équation (II.53) sous la forme d'une équation différentielle partielle pour avoir une forme semblable à (II.50).

### II. 6. 1. Conservation de l'énergie

Calculons tout d'abord le conjugué de l'équation de Schrödinger non linéaire en régime picoseconde (II.53) :

$$-iA_z^* - \frac{\beta_2}{2} A_u^* + \gamma|A|^2 A^* = 0 \quad (\text{II.54})$$

La différence entre l'équation  $\{(II.53) \times A^*\}$  et l'équation  $\{(II.54) \times A\}$  donne :

$$i[A^* A_z + A A_z^*] + \frac{\beta_2}{2} [A A_u^* - A^* A_u] + \{(\gamma|A|^4) - (\gamma|A|^4)\} = 0 \quad (\text{II.55})$$

En éliminant les termes égaux puis réarrangeant l'équation (II.55) sous une forme semblable à l'équation (II.50), on obtient

$$i \frac{\partial(|A|^2)}{\partial z} + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial}{\partial t} (A A_t^* - A^* A_t) = 0 \quad (\text{II.56})$$

En faisant une comparaison entre les termes  $\left(\frac{dT}{dt} \text{ et } \frac{dX}{dx}\right)$  de l'équation (II.50) et

$\left(\frac{d|A|^2}{dz} \text{ et } \frac{d(A A_t^* - A^* A_t)}{dt}\right)$  de l'équation (II.56) avec le terme  $(A A_t^* - A^* A_t)$  qui représente la

densité  $X$ , nous permet d'obtenir une solution sous la forme [11,12] :

$$\frac{d}{dz} \int_{-\infty}^{+\infty} |A|^2 dt = 0 \quad (\text{II.57})$$

Pour le cas d'une solution de type soliton, les termes des dérivées  $A, A_t, A_u, \dots$  s'approchent de zéro pour  $|t| \rightarrow \infty$ . Alors, on trouve la première constante conservée suivante [12] :

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |A|^2 dt = \text{constante} \quad (\text{II.58})$$

qui représente l'énergie de l'impulsion.

### II. 6. 2. Conservation du moment

Pour démontrer l'équation décrivant la conservation du moment, il est commode de faire le calcul en deux étapes. Dans la première étape, nous faisons le produit de  $\{(II.53) \times A_t^*\}$  et  $\{(II.54) \times A_t\}$ , puis on somme les deux relations résultantes pour obtenir l'expression :

$$i(A_t^* A_z - A_z^* A_t) - \frac{\beta_2}{2}(A_t^* A_{tt} + A_t A_{tt}^*) + \gamma |A|^2 (AA_t^* + A^* A_t) \quad (II.59)$$

Dans la deuxième étape, on fait la dérivée par rapport à la variable temps des équations (II.53) et (II.54) ce qui donne :

$$iA_{zt} - \frac{\beta_2}{2} A_{ttt} + \gamma [2|A|^2 A_t + A^2 A_t^*] \quad (II.60)$$

$$-iA_{zt}^* - \frac{\beta_2}{2} A_{ttt}^* + \gamma [2|A|^2 A_t^* + (A^*)^2 A_t] \quad (II.61)$$

La somme de ces deux équations  $\{A^* \times (II.60)\}$  et  $\{A \times (II.61)\}$  donne

$$i(A^* A_{zt} - AA_{zt}^*) - \frac{\beta_2}{2}(A^* A_{ttt} + AA_{ttt}^*) + 3\gamma |A|^2 (A^* A_t + AA_t^*) \quad (II.62)$$

Ensuite, on fait la différence entre les équations (II.59) et (II.62), nous obtenons ainsi :

$$i(A_t^* A_z + AA_{zt}^* - A_z^* A_t - A^* A_{zt}) - \frac{\beta_2}{2}[A_t^* A_{tt} + A_t A_{tt}^* - A^* A_{ttt} - AA_{ttt}^*] - 2\gamma |A|^2 (A^* A_t + AA_t^*) \quad (II.63)$$

Réarrangeant cette équation à une forme semblable à l'équation (II.50), cela conduit à :

$$i \frac{\partial}{\partial z} (A^* A_t - AA_t^*) + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left[ 2|A_t|^2 - (A^* A_{tt} + AA_{tt}^*) + 4 \frac{\gamma}{\beta_2} |A|^4 \right] \quad (II.64)$$

En intégrant l'équation (II.64) par rapport au temps et en faisant tendre  $|t| \rightarrow +\infty$ , nous obtenons la deuxième quantité conservée du moment :

$$M = i \int_{-\infty}^{+\infty} (A^* A_t - AA_t^*) dt = Cte. \quad (II.65)$$

### II. 6. 3. Conservation de l'Hamiltonien

La troisième quantité conservée est l'Hamiltonien du système. Généralement, cette quantité est difficile à déterminer théoriquement. Pour cela, on utilise la formulation de la littérature correspondante au cas d'un milieu *Kerr* suivante [13] :

$$H = \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{\beta_2}{2} |A_t|^2 - \frac{\gamma}{2} |A|^4 \right) dt = Cte \quad (\text{II.66})$$

## II.7. Méthodes numériques

Lorsque la solution analytique d'une équation de propagation d'une impulsion ultracourte dans une fibre optique qui est de type *EDP* devient inexistante, notamment en présence des termes non Kerr, la méthode numérique reste le seul moyen qui intervient pour donner des solutions aux équations différentielles avec ces termes. La méthode la plus adaptée pour résoudre numériquement l'*ESNL* est la fameuse méthode de Fourier à pas fractionné à cause de sa souplesse et facilité. Cette méthode pseudo spectrale a été introduite en optique non linéaire (*ONL*) par G. P. Agrawal [1].

### II.7.1. Description de la méthode de Fourier à pas fractionné (*SSF*)

Comme l'indique son nom la méthode de Fourier à pas fractionné est basée sur l'utilisation de la transformée de Fourier dans l'algorithme pour contourner le problème dû à la dérivation d'une forme linéaire dans l'espace de Fourier. Le principe de cette méthode est d'adapter l'équation de Schrödinger non linéaire incorporant les effets de la dispersions du milieu aussi que les effets non linéaires, ce qui nous permet de réécrire l'équation de Schrödinger non linéaire (II.53) en termes d'opérateurs linéaire et non linéaire [1] :

$$\frac{\partial E}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N})E \quad (\text{II.67})$$

Où  $\hat{D}$  et  $\hat{N}$  sont les opérateurs différentiels qui régissent les effets linéaires et les effets non linéaires respectivement. Dans le cas général, les termes de l'équation (II.67) s'écrivent [14] :

$$\hat{D} = -\frac{\alpha}{2} - \sum_{p=2} i^{p-1} \frac{\beta_p}{2^{p-1}} \frac{\partial^p}{\partial t^p} \quad (\text{II.68})$$

Où  $p$  est un entier  $\geq 2$  et

$$\hat{N} = i\gamma |E|^2 \quad (\text{II.69})$$

La méthode consiste à subdiviser la longueur de la fibre  $L$  en  $n$  tranches de distances infinitésimales égaux de longueur  $h$  où  $h = \frac{L}{n}$ . De ce fait, il est possible de découpler l'opérateur linéaire à celui qui englobe les termes non linéaires en réécrivant l'équation (II.67) comme suit :

$$E(z+h, t) = e^{h[\hat{D}+\hat{N}]}E(z, t) \approx e^{h\hat{D}} e^{h\hat{N}} E(z, t) \quad (\text{II.70})$$

Ce qui donne la possibilité de traiter séparément les effets linéaire et non linéaire afin de déterminer l'évolution de  $E(z, t)$ .

En réalité, les deux opérateurs  $\hat{D}$  et  $\hat{N}$  ne sont pas commutatifs et l'itération sur tous les pas engendre une erreur globale d'ordre  $O(h^2)$ , due à l'application de la formule de *Baker-Hausdorff*. Etant donné que  $h$  est infiniment petit, on peut poser les opérateurs  $\hat{a} = h\hat{D}$  et  $\hat{b} = h\hat{N}$  tels que [15]

$$e^{(\hat{a}+\hat{b})} = e^{\hat{a}} \cdot e^{\hat{b}} \cdot e^{\hat{O}(\geq h^2)} \quad (\text{II.71})$$

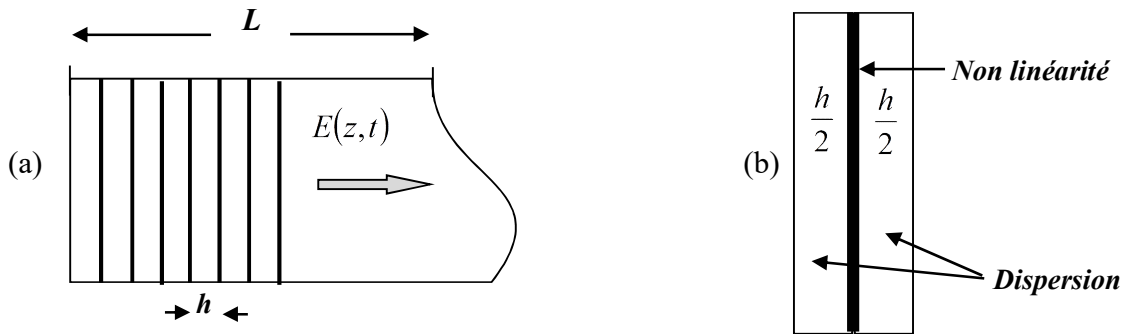
Où l'opérateur  $\hat{O}(\geq h^2)$  est donné par le développement suivant :

$$\hat{O}(\geq h^2) = \left( -\frac{1}{2}[\hat{a}, \hat{b}] - \frac{1}{12}[\hat{a}-\hat{b}, [\hat{a}, \hat{b}]] + \dots \right) \quad (\text{II.72})$$

Pour contourner ce problème d'erreur et pour négliger les termes d'ordre supérieur ou égal à  $h^2$ , l'idée extraordinaire est de ne pas diviser la distance de propagation dans les tranches infinitésimales en deux étapes mais en trois étapes en séparant le pas de la dispersion en deux parties identiques et en insérant la non linéarité entre ces deux parties [voire la figure (II.2.b)].

Dans ce cas, la solution formelle du champ unidimensionnel transverse  $E(z+h, t)$  en fonction de  $E(z, t)$  sur chaque tranche est donnée par :

$$E(z+h, t) = e^{\frac{h}{2}\hat{D}} e^{h\hat{N}} e^{\frac{h}{2}\hat{D}} E(z, t) \quad (\text{II.73})$$



**Figure II.2 :** (a) Illustration de la méthode de Fourier à pas fractionné, (b) agrandissement des étapes de propagation dans chaque tranche [14].

Cette relation nous permet l'itération sur toutes les tranches de la fibre à l'aide d'un programme numérique qui décrit la propagation de la lumière dans une fibre optique en régime non linéaire. L'utilisation de la méthode de Fourier à pas fractionné, comme il est montré sur



l'organigramme de la Figure (II.3), nous donne l'évolution de l'impulsion porteuse de l'information dans le guide en présence de tous les effets agissant sur cette impulsion.

### Etape 1 : $\frac{1}{2}$ Pas dispersif

En appliquant un pas purement dispersif et en posant l'opérateur non linéaire dans (II.67) égal à zéro ( $\hat{N} = 0$ ). Puisque l'opérateur différentiel  $\frac{\partial}{\partial t}$  est équivalent à une multiplication par  $(-i\omega)$  dans le domaine fréquentiel, il est commode de calculer  $\hat{D}$  dans l'espace de Fourier en tenant compte de (II.30) comme suit :

$$\tilde{E}'\left(z + \frac{h}{2}, \omega\right) = \exp\left[h \tilde{D}\right] \tilde{E}(z, \omega) \quad (\text{II.74})$$

Soulignons que l'opérateur généralisé de la dispersion dans le domaine de Fourier s'écrit :

$$\hat{D} = -\frac{\tilde{\alpha}}{2} - \sum_{p=2} \frac{(-1)^p i^{2p-1}}{2^{p-1}} \beta_p \omega^p \quad (\text{II.75})$$

Pour le cas simple où régit uniquement la dispersion de l'ordre 2, ( $p=2$ ) et par conséquent l'équation (II.75) se réduit à la forme  $\tilde{D} = i \frac{\beta_2}{2} \omega^2$ . En utilisant la transformée de Fourier inverse, nous obtenons l'expression temporelle du champ :

$$E'\left(z + \frac{h}{2}, t\right) = TFI\left[\tilde{E}(z, \omega) \cdot \exp\left[h \cdot \tilde{D}\right]\right] \quad (\text{II.76})$$

### Etape 2 : Pas non linéaire

L'application de l'opérateur de la non linéarité  $\hat{N}$  se fait en posant  $\hat{D} = 0$  dans (II.67). Il est à noter que l'opérateur  $\hat{N}$  s'applique dans le domaine temporel dans ce cas, on obtient :

$$E(z + h, t) = \exp(h \cdot \hat{N}) \cdot E'(z + h, t) \quad (\text{II.77})$$

### Etape 3 : $\frac{1}{2}$ Pas dispersif

En appliquant la deuxième moitié du pas dispersif sur la transformation de Fourier de l'équation (II.77) on trouve :

$$\tilde{E}'(z + h, \omega) = \exp\left[\frac{h}{2} \tilde{D}\right] \tilde{E}''(z + h, \omega) \quad (\text{II.78})$$

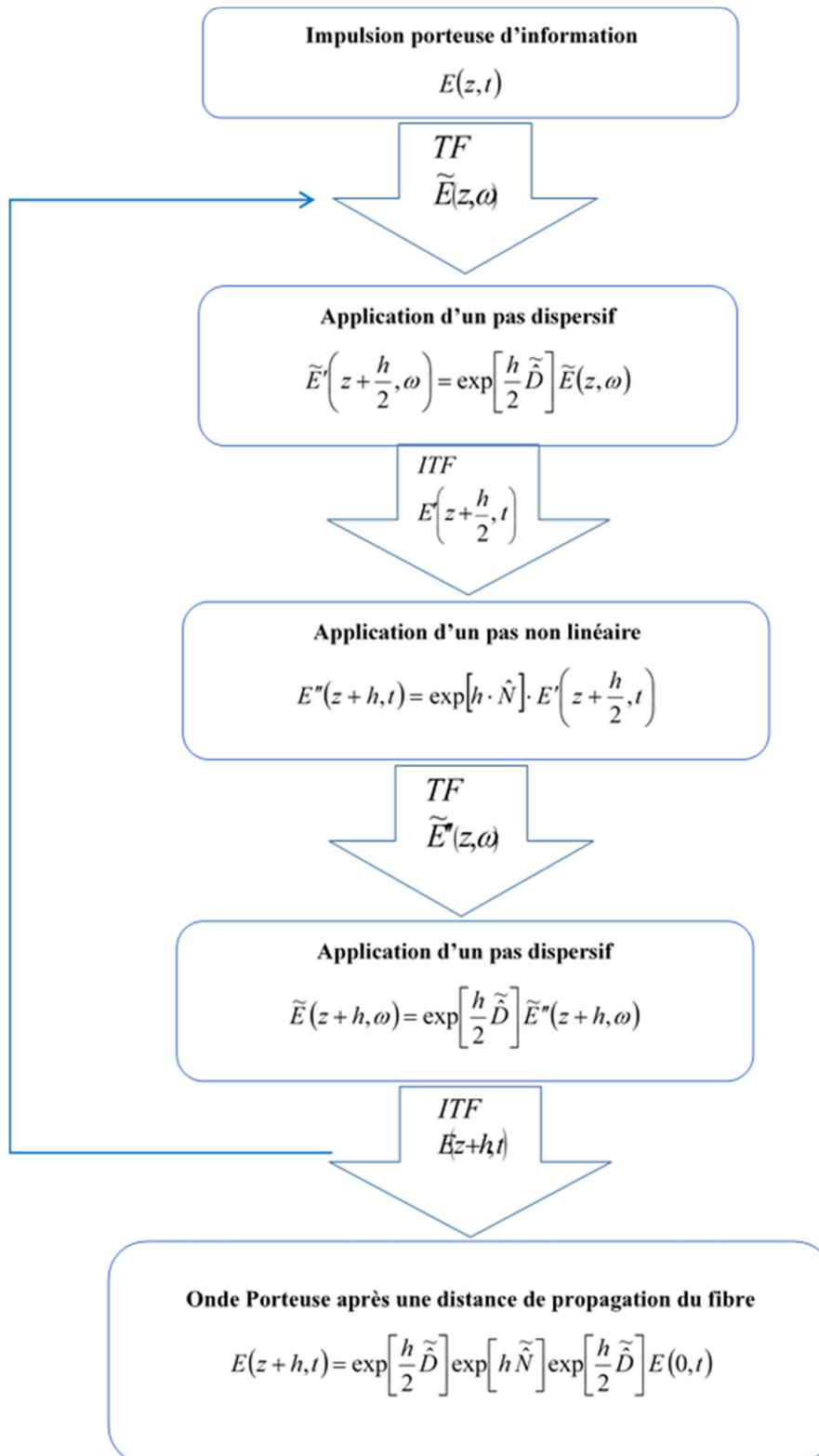


Figure II.3 : Organigramme représentatif de la méthode de Fourier à pas fractionné

Ensuite en fait rendre le système à l'espace temporel par l'utilisation de la transformé de Fourier inverse pour aboutir à l'expression :

$$E(z+h, t) = TFI \left[ \exp\left(\frac{h}{2} \tilde{D}\right) \tilde{E}''(z+h, \omega) \right] \quad (\text{II.79})$$

Ainsi, en tenant compte de toutes les itérations, nous pouvons décrire l'évolution du système de propagation tout au long de la fibre optique.

## II.8. Solutions de l'équation de Schrödinger non linéaire standard

L'équation de Schrödinger non linéaire standard décrivant la dynamique de propagation d'une onde porteuse de l'information dans une fibre optique caractérisée par une faible non linéarité et une forte dispersion en absence du terme d'absorption s'écrit sous la forme [16] :

$$i \frac{\partial E}{\partial z} - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \gamma |E|^2 E = 0 \quad (\text{II.80})$$

Pour résoudre cette équation, on utilise généralement la méthode de couplage amplitude-phase [17] qui permet de représenter l'enveloppe d'onde lentement variable comme :

$$E(z, t) = P(y) \exp[i\phi(z, t)] \quad (\text{II.81})$$

Où  $P(y)$  et  $\phi(z, t)$  sont l'amplitude et la phase de l'enveloppe lentement variable respectivement.

Avec

$$y = t \pm \beta_1 z = t \pm \frac{z}{v_g}, \quad \phi = kz - \omega t \quad (\text{II.82})$$

Où  $k$  est la constante de propagation,  $z$  est la distance parcourue et  $v_g$  est la vitesse de groupe.

Du fait que

$$dy = \beta_1 dz \quad \text{et} \quad dy = dt \quad (\text{II.83})$$

Par insertion de l'équation (II.81) dans (II.80), en tenant compte de changement de variables d'une part et la notation (II.83) d'une autre part et en éliminant le terme d'exponentiel, il résulte que :

$$(\beta_1 + 2\beta_2 \omega) P_y + i[\beta_2 (P_{yy} - \omega^2 P) + kP - \gamma P^3] = 0 \quad (\text{II.84})$$

Cette équation est nulle, signifie que le terme réel ainsi que le terme imaginaire sont nuls. Dans ce cas, on obtient

$$(\beta_1 + 2\beta_2 \omega) P_y = 0 \quad (\text{II.85})$$

Ici la solution  $P_y = 0$  n'a pas de sens physique. Alors c'est le terme entre parenthèse qui est nul ce qui donne une fréquence égale à :

$$\omega = -\frac{\beta_1}{2\beta_2} \quad (\text{II.86})$$

D'autre part la partie imaginaire est nulle :

$$\beta_2 P_{yy} + (k - \beta_2 \omega^2)P - \gamma P^3 = 0 \quad (\text{II.87})$$

Où  $P_y = dP/dy$ . On peut réécrire cette équation sous une forme équivalente à [18] :

$$P_{yy} = \frac{d}{dp} \left[ \frac{1}{2} (P_y)^2 \right] = \frac{d}{dp} \left( \frac{\beta_2 \omega^2 - k}{2\beta_2} P^2 + \frac{\gamma}{4\beta_2} P^4 + C \right) \quad (\text{II.88})$$

Cette dernière équation peut se développer à la forme suivante :

$$dy = \frac{dP}{\sqrt{aP^4 + bP^2 + c}} \quad (\text{II.89})$$

Dans le dénominateur, l'équation sous racine est semblable à l'équation de l'oscillateur anharmonique avec la constante d'intégration arbitraire "c", qui se coïncide avec l'énergie d'un oscillateur anharmonique. Les paramètres sont donnés par :

$$a = \frac{\gamma}{2\beta_2}, \quad b = \frac{\beta_2 \omega^2 - k}{\beta_2} \quad \text{et} \quad c = 2E \quad (\text{II.90})$$

Pour résoudre l'équation (II.89), il faut trouver les racines du dénominateur à partir du déterminant en respectant le signe de la *GVD*.

### II.8.1. Cas de la dispersion anormale $\beta_2 < 0$

Dans le cas d'un régime de dispersion anormale ou  $a = -\frac{\gamma}{2|\beta_2|}$  alors  $a < 0$  et  $b > 0$ , la solution parfaite est obtenue pour le cas  $c = 2E = 0$ . La solution prend la forme d'une fonction sécante hyperbolique [19] :

$$P(y) = \sqrt{\frac{-b}{a}} \operatorname{sech}(y\sqrt{b}) \quad (\text{II.91})$$

En insérant cette dernière dans (II.81), nous obtenons une enveloppe de type soliton brillant [9]

$$E(z, t) = \sqrt{P_0} \operatorname{sech}\left(\frac{y}{T_0}\right) \exp[i(kz - \omega t)] \quad (\text{II.92})$$

Avec les paramètres :  $P_0 = -\frac{b}{a} = 2 \frac{(k - \beta_2 \omega^2)}{\gamma}$  et  $T_0 = \sqrt{b} = \sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_2 \omega^2 - k}}$ .

### II.8.2. Cas de la dispersion normale $\beta_2 > 0$

Dans le cas opposé d'un régime de dispersion normale, on a  $a > 0$ ,  $b > 0$  et  $E \neq 0$ . La solution parfaite est obtenue pour  $\Delta = 0$ . cela signifie que nous avons une racine double notée par

$$E = \frac{b^2}{8a} = \frac{(\beta_2 \omega^2 - k)^2}{4\beta_2 \gamma} \quad (\text{II.93})$$

Après un changement de variable, l'intégrale de l'équation (II.74) donne une primitive de la forme [19]

$$P(y) = \sqrt{\frac{b}{2a}} \tanh\left(-y \sqrt{\frac{b}{2a}}\right) \quad (\text{II.94})$$

La substitution de l'équation (II.94) dans (II.81), exprime l'enveloppe par une fonction tangente hyperbolique, représente la forme standard d'un soliton noir donné par [18] :

$$E(z, t) = \sqrt{P_0} \tanh\left(-\frac{y}{T_0}\right) \exp[i(kz - \omega t)] \quad (\text{II.95})$$

Avec les paramètres :  $P_0 = \frac{b}{2a} = \frac{\beta_2 \omega^2 - k}{\gamma}$  et  $T_0 = \sqrt{\frac{\beta_2 \omega^2 - k}{\gamma}}$

### II.9. Détermination des quantités conservées

Les quantités conservées exprimées par les formules (II.58), (II.65) et (II.66) sont des propriétés liées à la stabilité des solitons. Nous pouvons déterminer les quantités conservées correspondantes, à un soliton brillant en utilisant la solution (II.92) :

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |E(z, t)|^2 dt = P_0 T_0 = \frac{(\beta_2 \omega^2 - k) \cdot T_0}{\gamma} \quad (\text{II.96})$$

$$M = i \int_{-\infty}^{+\infty} (E^* E_t - E E_t^*) dt = 2 \omega P_0 T_0 = 2 \omega \frac{(\beta_2 \omega^2 - k)}{\gamma} T_0 \quad (\text{II.97})$$

$$H = \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{\beta_2}{2} |E_t|^2 - \frac{\gamma}{2} |E|^4 \right) dt = \frac{T_0}{3} \left( \frac{\beta_2 P_0}{2 T_0^2} + 2 \gamma P_0^2 + 3 \omega^2 \right) \quad (\text{II.98})$$

## II.10. Principaux effets influents la propagation d'une impulsion dans une fibre optique

Au cours de sa propagation dans une fibre optique, une impulsion lumineuse décrite par ces deux degrés de liberté l'amplitude et la phase se propagent le long de la distance  $z$ , rencontre deux régimes, l'un est dispersif, l'autre est non linéaire qui agissent contradictoirement sur son profil. Dans ce qui suit, nous allons voir via la simulation l'impact de ces effets sur une impulsion de forme gaussienne qui traverse longitudinalement une fibre, à fin d'évaluer l'influence de chaque régime. Il est commode d'étudier chaque régime séparément.

### II.10.1. Le régime purement dispersif

Dans un premier temps, considérons une courte impulsion de champ  $E(z,t)$  qui se propage dans un milieu diélectrique homogène et purement dispersif ou on néglige l'impact de la non linéarité en posant le coefficient de la non linéarité comme étant nul.

#### II.10.1.1. Influence de la dispersion d'ordre deux (GVD)

Dans un milieu caractérisé par une dispersion de second ordre, et en posant le coefficient  $\gamma = 0$  dans l'équation (II.53) cela réduit l'équation à la forme :

$$i \frac{\partial E}{\partial z} - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{II.99})$$

Dû à la difficulté de trouver une solution pour cette équation dans le domaine temporel, il est préférable de l'étudier dans le domaine fréquentiel. En utilisant la transformée de Fourier sur l'équation (II.99) et en tenant compte des équations (II.30), ce qui se traduit par le changement de  $\frac{\partial}{\partial t}$  par  $i\omega$ .

L'équation (II.99) peut être réécrite sous la forme :

$$\frac{\partial \tilde{E}}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \omega^2 \tilde{E} \quad (\text{II.100})$$

Où  $\tilde{E}(z, \omega)$  représente la transformée de Fourier du champ  $E(z, t)$ . La solution de cette équation est donnée simplement par :

$$\tilde{E}(z, \omega) = \tilde{E}(0, \omega) \times \exp\left[\frac{i}{2} \beta_2 \omega^2 z\right] \quad (\text{II.101})$$

Où  $\tilde{E}(0, \omega)$  est le champ de l'impulsion initiale dans le domaine de Fourier.

D'après l'équation (II.101), on constate que le module de  $\tilde{E}(z, \omega)$  reste inchangé au cours de la propagation puisque  $|\tilde{E}(z, \omega)| = |\tilde{E}(0, \omega)|$  alors que la phase dépend de la distance parcourue  $z$  et ce changement peut modifier la forme de l'enveloppe.

Par une transformation de Fourier inverse, le champ électrique  $E(z, t)$  à une distance  $z$  s'exprime par la relation :

$$E(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}(0, \omega) \times \exp\left[\frac{i}{2} \beta_2 \omega^2 z - i \omega t\right] \times d\omega \quad (\text{II.102})$$

Pour mieux mettre en évidence l'effet de la GVD sur l'évolution temporelle de l'impulsion, considérons une impulsion initialement gaussienne et non chirpée de la forme [1] :

$$E(0, t) = \sqrt{P_0} \exp\left(-\frac{t^2}{2 \cdot T_0^2}\right) \quad (\text{II.103})$$

Avec  $T_0$  étant la demi-largeur à  $\left(\frac{1}{e}\right)$  de l'intensité reliée à la largeur à mi-hauteur (*FWHM*) par :

$FWHM = 2\sqrt{\ln 2} \times T_0 \approx 1,665 T_0$  et  $P_0$  : est la puissance crête qui peut être pris égale à l'unité.

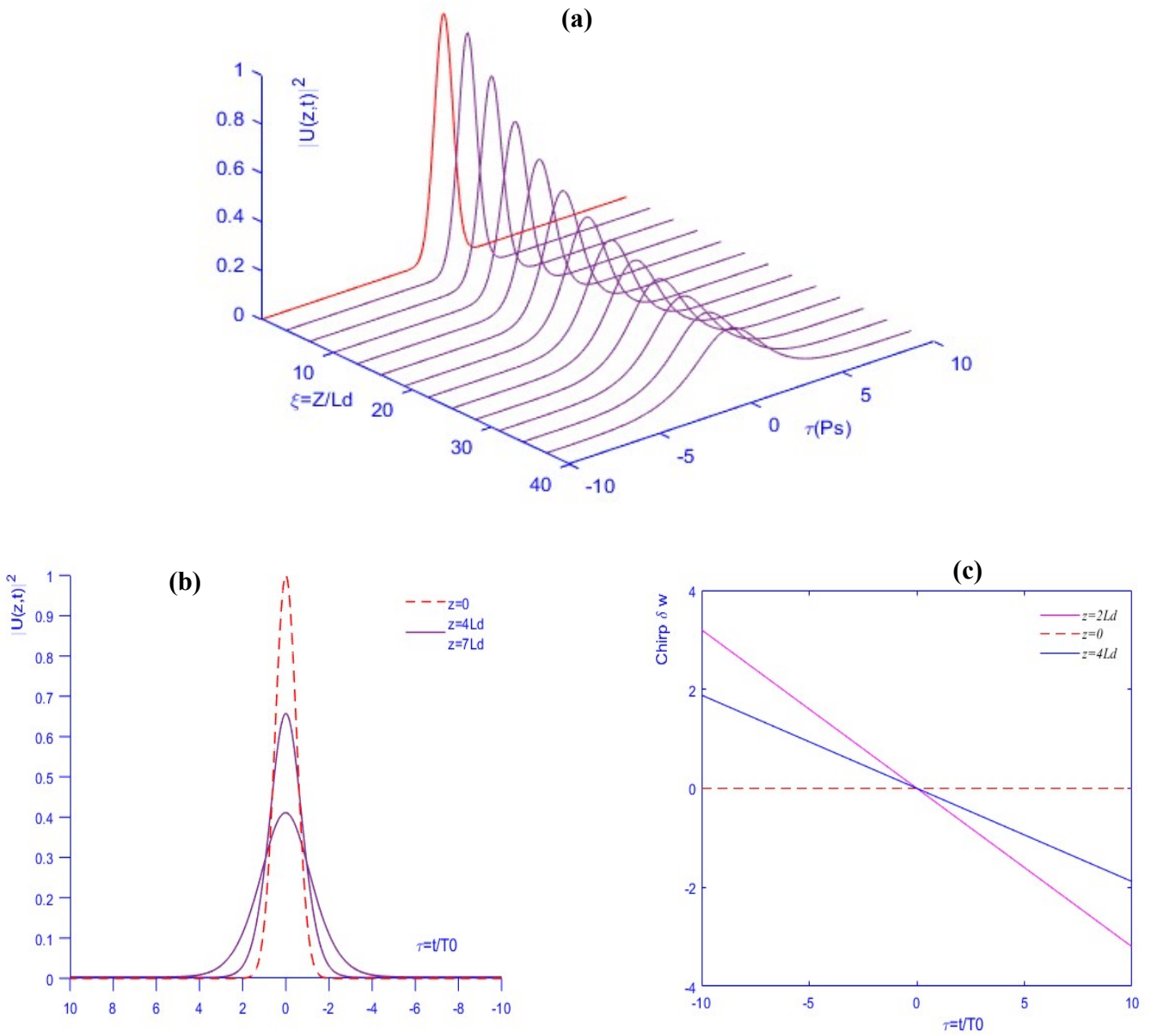
Insérons la transformée de Fourier de l'équation (II.103) dans l'équation (II.100) et en tenant-compte de l'intégrale propre suivant [1] :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-a y^2 + b y) dy = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left(\frac{b^2}{4a}\right) \quad (\text{II.104})$$

Ce qui nous permet d'écrire le champ de l'impulsion à une distance  $z$  comme suit :

$$E(z, t) = \frac{T_0}{(T_0^2 - i \beta_2 z)^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{t^2}{2(T_0^2 - i \beta_2 z)}\right) \quad (\text{II.105})$$

D'après l'équation précédente, on constate que l'impulsion préserve sa forme gaussienne au cours de sa propagation et sa largeur augmente en fonction de la distance parcourue  $z$ . De plus, l'impulsion subit une diminution progressive de sa puissance crête en préservant sa forme. La figure (II.4) montre l'influence de la dispersion sur la dynamique d'une impulsion gaussienne se propageant sur une distance  $z = 40 L_d$ .



**Figure II.4 :** Evolution du profil d'une impulsion gaussienne dans un milieu purement dispersif pour les paramètres  $T_0 = 10ps$ ,  $\beta_2 = -20(ps^2km^{-1})$  et  $\gamma = 0$  et pour une longueur d'onde  $1,55\mu m$  (a) Profil à trois dimension. (b) Profil à deux dimension pour une impulsion de forme gaussienne. (c) Profil du chirp correspondant [20].



Pour mettre en évidence le phénomène d'élargissement ainsi que l'évolution de la phase, nous pouvons réarranger l'équation (II.105) par [1] :

$$E(z,t) = \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{\beta_2}{T_0^2} z\right)^2\right)^{\frac{1}{4}}} \times \exp \left( -\frac{t^2}{T_0^2 \left(1 + \left(\frac{\beta_2}{T_0^2} z\right)^2\right)} + \frac{2i \beta_2 z t^2}{T_0^4 \left(1 + \left(\frac{\beta_2}{T_0^2} z\right)^2\right)} - \frac{i}{2} \arctan \left( \frac{\beta_2}{T_0^2} z \right) \right) \quad (\text{II.106})$$

Indépendamment du signe de  $\beta_2$ , la largeur de l'impulsion augmente en fonction de la distance  $z$  suivant la loi suivante :

$$T(z) = T_0 \left( 1 + \left( \frac{z}{L_D} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{II.107})$$

Où  $L_D$  étant la distance du quelle l'effet de la dispersion devient important :

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \quad (\text{II.108})$$

Par exemple pour une distance  $L_D = z$ , l'impulsion s'élargit d'une valeur  $T_z = \sqrt{2} T_0$  comme le montre la figure (II.4.b).

Nous pouvons clairement voir que dans ce type de milieu, une impulsion lumineuse subit un élargissement dans le temps [voir la figure (II.4.b)]. Ainsi, une impulsion lumineuse se propageant dans une fibre multimode subit un élargissement par ce que les vitesses de groupe des différentes fréquences ne sont pas les mêmes du fait que les modes du front avançant plus vite que les modes de queue.

Notamment l'évolution de la phase qui est de forme quadratique de type :

$$\varphi_d(z,t) = (at^2 + b)z \quad (\text{II.109})$$

se clarifie par la normalisation de l'équation (II.106) [1,20]

$$E(z,t) = |E(z,t)| \times \exp[i\varphi_d(z,t)] \quad (\text{II.110})$$

Où

$$|E(z,t)| = \left( 1 + \left( \frac{\beta_2}{T_0^2} z \right)^2 \right)^{-\frac{1}{4}} \exp \left( - \frac{t^2}{T_0^2 \left( 1 + \left( \frac{\beta_2}{T_0^2} z \right)^2 \right)} \right) \quad (\text{II.111})$$

Cette formule nous permet de suivre l'évolution de la phase qui en posant  $\xi = \frac{z}{L_D}$  devient :

$$\varphi_d(\xi, t) = -\text{sng}(\beta_2) \frac{\xi}{1 + \xi^2} \frac{t^2}{T_0^2} + \frac{1}{2} \tan^{-1}(\xi) \quad (\text{II.112})$$

Ce qui implique un glissement de fréquence linéaire  $\delta\varphi_d(\xi, t)$  égale à :

$$\delta\varphi_d(\xi, t) = -\frac{\partial\varphi_d(\xi, t)}{\partial t} = \text{sng}(\beta_2) \frac{2\xi}{1 + \xi^2} \times \frac{t}{T_0^2} \quad (\text{II.113})$$

Cette quantité est appelée "*chirp temporel*" dépendant du signe de  $\beta_2$ . En effet, pour une impulsion qui se propage dans un milieu à dispersion normale  $\beta_2 > 0$ , l'impulsion subit un chirp positif qui augmente avec la fréquence au cours du temps. Dans le cas contraire, l'impulsion est négativement chirpée c'est-à-dire on observe une diminution de fréquence au cours du temps. La figure (II.4.c) montre le profil de chirp fréquentiel en fonction de temps ( $t$ ) pour des distances égales à :  $z = 0, 2L_d, 4L_d$

### II.10.1.2. Influence de la dispersion d'ordre trois (TOD)

La partie dominante de la dispersion en terme pratique est la dispersion d'ordre deux qui cause un élargissement temporel de l'impulsion comme nous l'avons montré précédemment. Pour des impulsions ultracourtes ayant une largeur  $FWHM < 1ps$  et au voisinage d'une GVD presque nulle, il est commode d'introduire le terme de la dispersion d'ordre 3, dit pente de la dispersion, en ajoutant le coefficient  $\beta_3$  dans l'équation (II.99) :

$$i \frac{\partial E}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + i \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 E}{\partial t^3} \quad (\text{II.114})$$

Pour résoudre cette équation, basculant tout d'abord vers l'espace fréquentiel par changement de

$\frac{\partial}{\partial t}$  par  $i\omega$  :

$$i \frac{\partial \tilde{E}}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \omega^2 \tilde{E} + i \frac{\beta_3}{6} \omega^3 \tilde{E} \quad (\text{II.115})$$

Par intégration puis par utilisation de la transformée de Fourier inverse, nous obtenons le champ dans l'espace temporel en fonction de  $z$  suivant :

$$E(z,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}(0,\omega) \times \exp\left[i\left(\frac{\beta_2}{2}\omega^2 z + \frac{\beta_3}{2}\omega^3 z - \omega t\right)\right] \times d\omega \quad (\text{II.116})$$

On constate comme précédemment que le module du champ électrique reste inchangé au cours de la propagation alors que la phase dépend de la distance parcourue  $z$ .

L'utilisation d'une impulsion de forme gaussienne exprimée dans l'équation (II.103) ramène l'équation (II.116) à la forme [1,21] :

$$E(z,t) = \frac{A_0}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[i\left(-x^2 + \frac{b}{3}x^3 - \frac{t}{p}x\right)\right] dx \quad (\text{II.117})$$

Où  $x$  est le changement de variable  $x = \omega p$  avec les notations

$$p = \frac{T_0}{\sqrt{2}} \left(1 - i \frac{\beta_2 z}{T_0^2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{et} \quad b = \frac{\beta_2 z}{2p^3} \quad (\text{II.118})$$

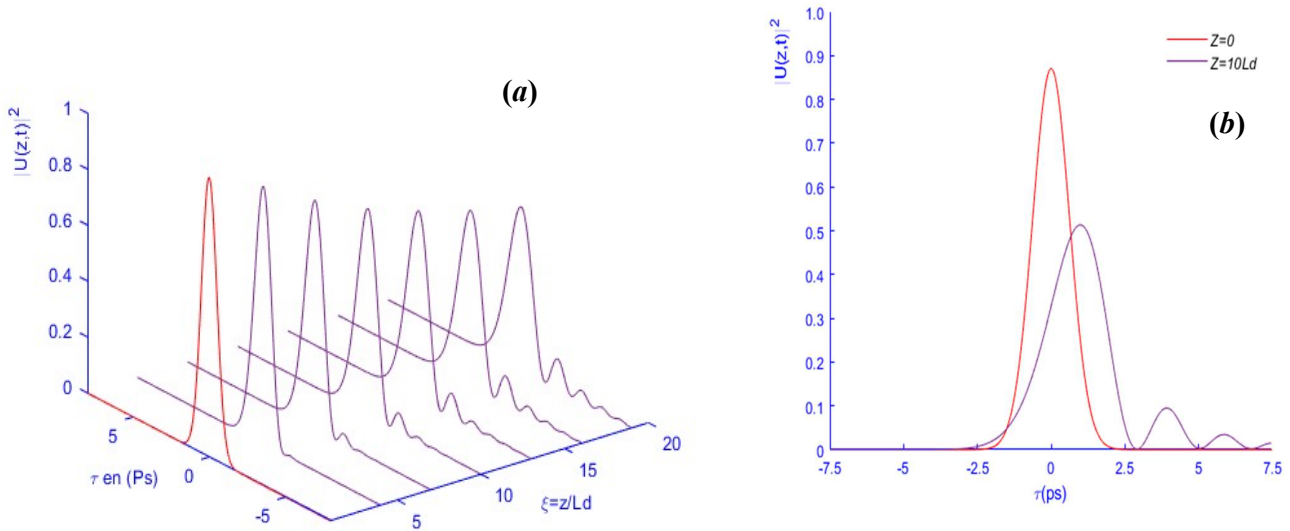
D'après [1], nous pouvons éliminer le terme en  $x^2$  en faisant une deuxième transformation de forme  $x = b^{\frac{1}{3}} u - \frac{i}{b}$  où l'intégrale peut être écrite en terme de fonction d'Airy ( $Ai(x)$ ). Ainsi la solution est donnée par :

$$E(z,t) = \frac{2A_0 \sqrt{\pi}}{|b|^{\frac{1}{3}}} \exp\left(\frac{2p-3bt}{3bp^2}\right) Ai\left(\frac{p-bt}{p|b|^{\frac{4}{3}}}\right) \quad (\text{II.119})$$

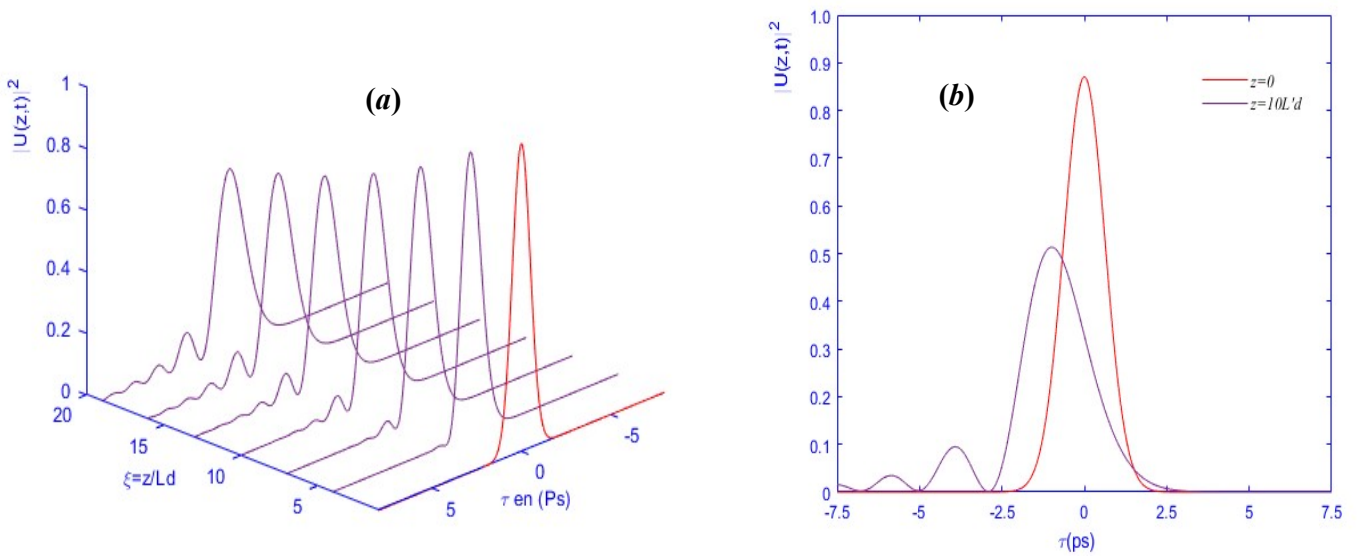
Afin d'exprimer numériquement l'effet de la dispersion d'ordre trois, il est commode d'introduire une deuxième longueur de dispersion associée au *TOD* par

$$L'_d = \frac{T_0^3}{|\beta_3|} \quad (\text{II.120})$$

Notons que la dispersion d'ordre trois se manifeste uniquement si  $L'_d \leq L_d$  c'est-à-dire pour une dispersion d'ordre très faible ou une impulsion possédant un spectre très large. La simulation via la méthode de Fourier à pas fractionné pour une impulsion de forme gaussienne de longueur d'onde  $\lambda = 1,55 \mu m$  se propageant dans une fibre multimodale, nous donne d'ample information sur l'évolution de l'impulsion dans ce type de milieu en respectant le signe de la constante de la dispersion d'ordre trois.



**Figure II.5 :** (a) Profil d'évolution d'une impulsion gaussienne de longueur d'onde  $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$  sous l'influence de la TOD pour les paramètres :  $T_0 = 10 \text{ps}$ ,  $\beta_2 = 0$ ,  $\gamma = 0$ ,  $\beta_3 = +1 \text{ (ps}^3 \text{ km}^{-1}\text{)}$ , (b) Profil de l'impulsion à  $Z=10L'_d$  pour  $\beta_3 > 0$  par rapport à l'impulsion d'entrée [22].



**Figure II.6 :** (a) Profil d'évolution d'une impulsion gaussienne de longueur d'onde  $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$  sous l'influence de la TOD pour les paramètres :  $T_0 = 10 \text{ps}$ ,  $\beta_2 = 0$ ,  $\gamma = 0$ ,  $\beta_3 = -1 \text{ (ps}^3 \text{ km}^{-1}\text{)}$ , (b) profil de l'impulsion à  $Z=10L'_d$  pour  $\beta_3 < 0$  par rapport à l'impulsion d'entrée.

D'après ces courbes, nous pouvons voir clairement que l'effet de la *TOD* sur l'onde porteuse se traduit par l'apparition des fluctuations sur les côtés de l'impulsion qui devient important vis-à-vis l'évolution [voir les figures II.5 et II.6]. Un décalage du centre de l'impulsion dans le sens des fluctuations apparaît aussi qu'une diminution de l'intensité causalement, due à la conservation de l'énergie pour que l'onde porteuse préserve sa forme.

### II.10.2. Le régime purement non linéaire

Dans ce type de régime, on considère que les effets autres que l'effet de la non linéarité de Kerr n'ont pas d'influence sur le système étudié. Dans ce cadre, nous supposons que les effets linéaires sont négligeables.

#### II.10.2.1. Effet de l'auto-modulation de phase (*SPM*)

L'auto-modulation de phase est un effet non linéaire qui se manifeste à cause de la dépendance de l'intensité de l'impulsion porteuse à l'indice de réfraction. Cet effet crée un déphasage temporel qui va contrebalancer l'effet de la dispersion. Pour mieux expliquer ce phénomène en absence de l'absorption, on doit annuler le coefficient de la dispersion dans l'équation (II.49). Ce qui réduit cette équation à la forme :

$$\frac{\partial E}{\partial z} = i\gamma |E|^2 E \quad (\text{II.121})$$

L'intégration de cette équation permet de trouver l'expression :

$$E(z, t) = E(0, t) \exp \left[ i\gamma |E(0, t)|^2 z \right] \quad (\text{II.122})$$

Cette dernière montre que le module reste inchangé dans l'espace temporel et au contraire la phase sera affecté par elle-même en créant un déphasage non linéaire exprimé par :

$$\phi_{NL} = \gamma(\omega_0) |E(0, t)|^2 z \quad (\text{II.123})$$

On voit clairement que le déphasage non linéaire dépend du profil de l'impulsion initiale et il augmente linéairement avec la distance de la propagation ce qui engendre une modification de la fréquence instantanée de l'onde par rapport au centre de l'impulsion appelé "*glissement de fréquence* ou *chirp*" non linéaire donné par :

$$\delta\omega_{NL}(z, t) = \omega(t) - \omega(0) = \frac{-\partial\phi_{NL}}{\partial t} = -\gamma z \frac{\partial |E(0, t)|^2}{\partial t} \quad (\text{II.124})$$

De ce fait, l'*SPM* modifie le profil de la fréquence instantanée par génération de nouvelles fréquences les plus haute par rapport à  $\omega_0$  vert l'avant de l'impulsion et les plus basse par rapport à  $\omega_0$  en arrière, ce qui provoque une compression de l'onde, c'est-à-dire un phénomène inversé à celui de la *GVD*.

Pour le cas d'une impulsion gaussienne donnée par l'équation (II.103), le décalage de fréquence s'écrit :

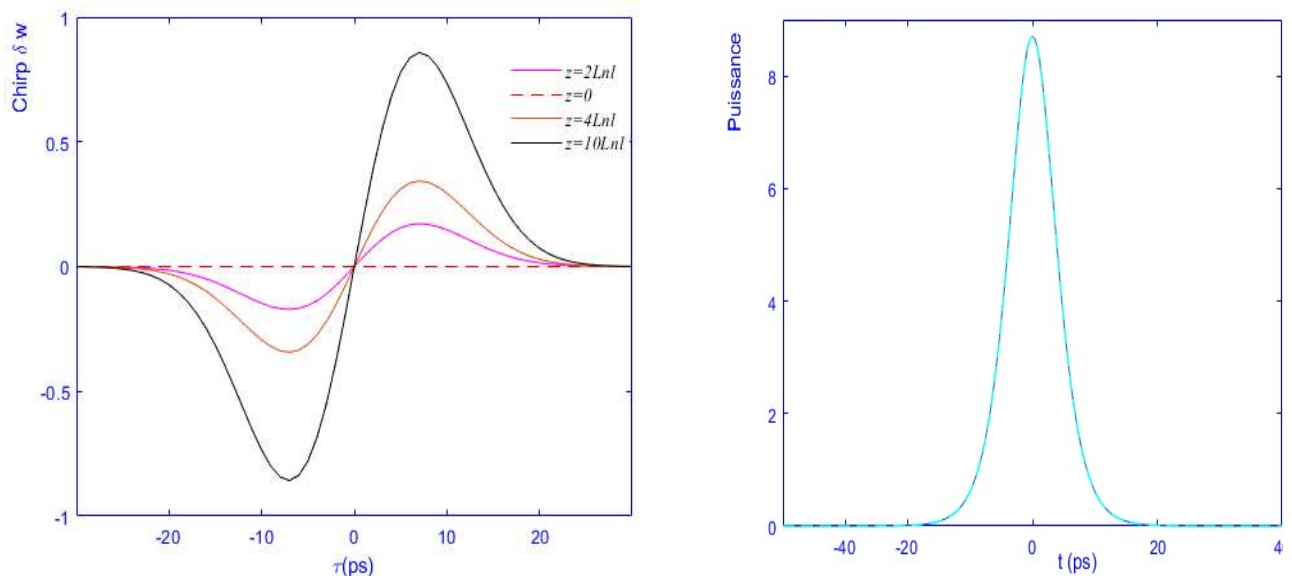
$$\delta\omega(t) = -\gamma P_0 z \frac{2t}{T_0^2} \exp\left[-\left(\frac{t}{T_0}\right)^2\right] \quad (\text{II.125})$$

En définissant une longueur caractéristique  $L_{NL}$  du quelle les effets du non linéarité devient importants telle que :

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad (\text{II.126})$$

Avec  $P_0$  est la puissance crête de l'onde porteuse.

La figure II.7 montre la variation du chirp non linéaire en fonction du temps pour une porteuse gaussienne. On remarque une accumulation de phase non linéaire de type gaussienne et donc un chirp quasi linéaire au centre de l'impulsion en accord avec les prévisions théoriques [1, 23,24].



**Figure II.7 :** Profil du chirp non linéaire d'une impulsion de forme gaussienne pour différentes distances

$z$

## II.11. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons illustré les idées de base de la construction de l'équation de Schrödinger non linéaire, qui décrit l'évolution d'une impulsion porteuse de l'information en régime pico-seconde à travers un milieu de propagation dispersif et non linéaire. En étudiant le comportement d'une impulsion de forme gaussienne dans chaque régime séparément, nous avons pu définir deux longueurs caractéristiques pour chaque régime  $L_d$  et  $L_{NL}$  qui présentent les longueurs nécessaires pour que l'effet du milieu, dispersif ou non linéaire soit dominant. Les résultats de la simulation numérique par la méthode de Fourier à pas fractionné, sur une impulsion gaussienne qui se propage dans ces régimes nous a permis de voir les influences contradictoires de ces deux régimes sur l'onde porteuse, l'un est distorsif et l'autre compressif. Dans ce cadre, on constate que l'un peut compenser l'autre comme il a été prédit par la théorie. Les solutions analytiques de l'équation de Schrödinger non linéaire standard obtenues en utilisant la méthode de couplage amplitude-phase, nous a permis d'obtenir un type spécial d'impulsion parfaitement stable appelé soliton. Cet acronyme sera l'objectif de notre prochain chapitre.

**Références**

- [1] G. P. Agrawal, *Nonlinear fiber optics*, Academic Press, Optics and Photonics, New York, fifth edition (2013).
- [2] A. Hasegawa and M. Mastsumoto, *Optical solitons in Fibers*, 3ed Editon Springer-Verlag, Berlin, (2003).
- [3] A. F. Benhabib et A. Hadjadj, *Optique physique cours et problèmes résolus*, OPU, Alger, (1993).
- [4] A. Akhiezer and I. Akhiezer, *Electromagnétisme et ondes électromagnétiques*, Edition Mir (1985); M. Hulin, 1- *Electromagnétisme equations de Maxwell*, Armand Colin, Paris, (1978); 2- *Electromagnétisme ondes électromagnétiques*, Armand Colin, Paris, (1971).
- [5] Curtis R. Menyuk and Brian S. Marks, *Interaction of polarization mode dispersion and nonlinearity in optical fiber Transmission Systems*, Journal of Light Wave Technology 24 (2006) 2806-2826.
- [6] F. Sanchez, *Optique non-linéaire, cours et problèmes résolus*, Edition ellipses, Paris (1999).
- [7] Y. R. Shen, *Principle of nonlinear optics*, Wiley, New-York, (1984).
- [8] T. Schneider, *Nonlinear optics in telecommunications*, Springer-Verlag, Berlin, (2004).
- [9] A. Hasegawa et F.Tappert, *Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibres*, I. *Anomalous dispersion*, Appl. Phys. Lett. 23 (1973) 142-144 ; II. *Normal dispersion*, Appl. Phys. Lett. 23 (1973) 171-172.
- [10] L. F. Mollenauer, R.H. Stolen and J.P. Gordon, *Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibres*, Phys. Rev. Lett. 45 (1980) 1095-1098.
- [11] A. Waswas, *Partial differential equations and solitary waves theory*, Springer (2009).
- [12] A. Biswas and S. Konar, *Introduction to non-Kerr law optical solitons*, Chapman and Hall/CRC, Taylor & Francis Group, (2007).
- [13] N. N. Akhmediev, *Spatial solitons in Kerr and Kerr-like media*, Opt. Quant. Elec. 30 (1998) 535–569.
- [14] C. Cambournac , *Instabilités spatiales en milieu de Kerr : réseaux de solitons spatiaux et brisure de symétrie des solitons multimodes dans un guide plan*, Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté, (2003).



- [15] G. H. Weiss and A. A. Maradudin, *The Baker-Hausdorff formula and a problem in crystal physics*, J. Math. Phys. 3 (1962) 771-777.
- [16] G. P. Agrawal, *Fiber optic communication systems*, Academic Press, Optics and Photonics, New York, Third edition (2001).
- [17] Min Du, Andrew K. Chan, *A novel approach to solving the nonlinear Schrodinger equation by the coupled amplitude-phase formulation*, IEEE J. Quant Elec. 31 (1995) 177-182.
- [18] S. L. Palacios, A. Guinea, J. M. Fernandez-Diaz and R.D. Crespo, *Dark solitary waves in the nonlinear Schrödinger equation with third order dispersion, self-steepening, and self-frequency shift*, Phys. Rev. E 60 (1999) R45-R47.
- [19] A. Jeffrey and H. H. Dai, *Handbook of mathematical formulas and integrals*, 4th edition, Springer, (2008).
- [20] C. Finot, *Similaritons dans les amplificateurs Raman à fibre optique*, Thèse de doctorat, Bourgogne, France (2005).
- [21] O. Vallee, M. Soares, *Airy functions and applications to physics*, World Scientific Publishing Company, London (2004).
- [22] F. Azzouzi, *Etude de la dynamique de propagation non linéaire des solitons optiques modélisés par l'équation de Schrödinger non linéaire*, Thèse de doctorat, Université BMA, Algérie (2010).
- [23] J. Fatome, *Propagation d'impulsions ultra-courtes à 160-Gb/s dans des lignes de fibres optiques gérées en dispersion*, Thèse de doctorat, Bourgogne, France (2004).
- [24] G. Millot and P. Tchofo-Dinda, *Basic principles of nonlinear effects in optical fibers*, in *Encyclopedia of Modern Optics*, Elsevier Science (2005).

## Chapitre 3

# Propagation des solitons dans une fibre optique

### Sommaire du chapitre

- *Introduction*
- *Types de solitons*
- *Dynamique des solitons temporels*
- *Interaction de deux solitons voisins*
- *Solitons d'ordre supérieur*
- *Existences des solitons dans d'autres milieux*
- *Equation de Schrödinger non linéaire d'ordre supérieur*
- *Solutions Solitons*
- *Conclusion*
- *Références*

### III.1. Introduction

Il y a presque deux siècles que l'existence d'une onde localisée qui se propage sans se disperser a été mise en évidence par l'observation de *J. Scott Russell* [1]. Assez rapidement des expériences confirmant ce phénomène d'onde localisée ont été réalisées par plusieurs chercheurs et dans divers domaines de sciences et technologies. Ils ont introduit à ces ondes qui traversent un milieu matériel en préservant leurs formes et leurs vitesses même après collisions le nom "*soliton*", en donnant un acronyme semblable à une particule [2]. Pour décrire ce phénomène, les physiciens ont fait appel aux outils mathématiques. Ainsi grâce aux travaux de *J. Boussinesq* [3] aussi que les travaux des Hollandais *D. Korteweg et H. de Vrie* [4] que les systèmes non linéaires intégrables ont connu de multiples développements ce qui a permis à *Zakharov et Shabat* de développer une équation d'évolution semblable à l'équation de Schrödinger dit non linéaire [5].

Théoriquement le soliton décrit la solution d'un système intégrable analytiquement. En optique physique, le soliton naît d'un équilibre dynamique entre les effets de la non linéarité et la dispersion chromatique du milieu comme il a été noté en 1971 [6, 7]. Depuis, le soliton a trouvé une place dans la communauté scientifique, où il a franchi tous les domaines de la physique, chimie et l'électro-acoustique ou son impact a fait la naissance de la télécommunication optique.

Ces ondes remarquables sont caractérisées par quatre paramètres : l'amplitude, la position temporelle, la phase et la fréquence dont la dynamique de propagation non linéaire doit se faire dans le cadre d'une théorie qui tient compte de ces paramètres.

Notre objectif dans ce chapitre est de donner une ample information sur les solitons.

### III.2. Types des solitons

D'une manière générale, les solitons sont classés par leur nature de formation dans les milieux de propagation. On distingue trois familles des solitons optiques : les solitons temporels ou solitons de *Hasegawa* qui sont formés grâce à un équilibre parfait entre la dispersion chromatique et l'automodulation de phase [6, 7], les solitons spatiaux formés de l'équilibre entre la diffraction et l'autofocalisation [8], et les solitons spatio-temporels qui sont formés par la présence des deux équilibres précédents [9].

### III.2.1. Solitons temporels

Les solitons temporels sont des solitons qui proviennent d'un équilibre parfait entre la dispersion chromatique qui tendre à étaler l'onde localisée et la contre balance de la modulation propre au système dit automodulation de phase (*SPM* : pour Self Phase Modulation) ce qui a été prédit par *Hasegawa et Tappert* [6] pour laquelle le milieu induit une compression sur l'onde équivalent et inversement proportionnelle à l'étalement due à la dispersion chromatique. Cet équilibre entraîne une stabilité et robustesse de l'onde qui donne lieu à un soliton fondamental. Dans ce cas, les deux longueurs caractéristiques sur l'impulsion notées  $L_d$  et  $L_{NL}$  correspondant à un régime purement dispersif et un régime non linéaire respectivement, soient égales ( $L_d = L_{NL}$ ). Notons qu'en absence des pertes et des effets autres que la *GVD* et l'*SPM*, les solitons temporels fondamentaux sont devenus les favoris de la transmission de l'information par fibre optique.

### III.2.2. Solitons spatiaux

Les solitons spatiaux correspondent à des faisceaux optiques dont la diffraction naturelle a été exactement compensée par la manifestation de l'indice de réfraction qui va induire un effet de lentille. Lorsque cette autofocalisation compense exactement l'élargissement du faisceau dû à la diffraction naturelle, l'observation d'un soliton spatial sera possible [8].

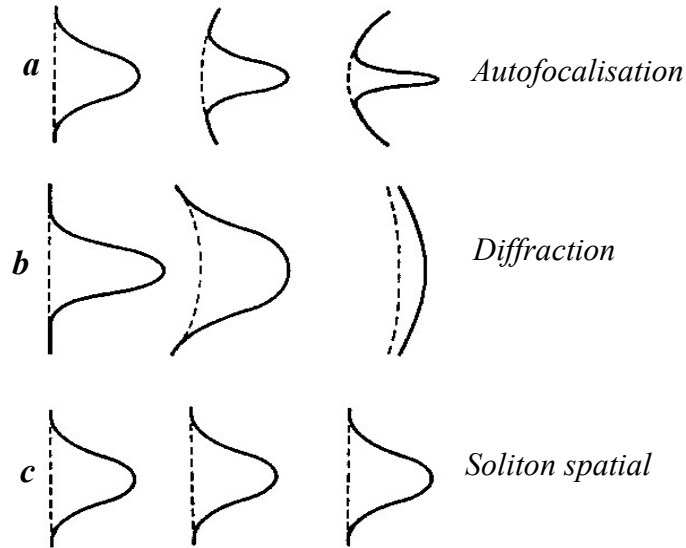
La formation des solitons spatiaux est basée sur deux concepts la géométrie du guide d'onde et le déphasage photo-induit [10]. Concernant le soliton spatial dû au concept de la géométrie, il correspond à une égalité entre la diffraction caractérisée par l'angle de diffraction

$$\theta_D = \frac{r}{L_D} \text{ et l'angle critique de réflexion totale } \theta_c \text{ qui induit l'autofocalisation } \theta_c = \frac{r}{L_{NL}} \text{ pour}$$

les petits angles. Ici  $r$  représente le rayon de l'ouverture,  $L_D$  est la longueur de Rayleigh, et  $L_{NL}$  la longueur de l'autofocalisation. Ainsi, l'égalité :

$$\theta_D = \theta_C \Leftrightarrow L_D = L_{NL} \quad (\text{III.1})$$

L'autre description est basée sur l'étalement des fronts d'onde par la superposition des ondes planes compensé par le déphasage photo-induit qui dépend du profil d'intensité ce qui induit une autofocalisation. Ainsi, le soliton spatial sera créé [11].



**Figure III.1 :** Schéma représentatif des profils d'une impulsion sous l'effet de : (a) l'auto focalisation (b) la diffraction du faisceau et (c) la propagation du soliton créé de l'équilibre entre l'auto focalisation et la diffraction [11].

### III.2.3. Solitons spatio-temporels

Les solitons spatio-temporels sont une famille complémentaire des solitons spatiaux et temporels. Ils ont été nommés par Silberberg, "*balle de lumière*" [9]. Ces solitons confinés dans l'espace et localisés dans le temps sont observés lorsque le couple de l'élargissement dû à la diffraction et à la dispersion de la vitesse de groupe sera exactement compensé par les différents processus de la non linéarité (l'effet Kerr et l'autofocalisation).

### III.3. Dynamique des solitons temporels

La propagation des impulsions solitoniques dans une fibre optique en régime picoseconde est modélisée par l'équation de Schrödinger non linéaire standard. Cette équation fait intervenir en particulier l'effet de la dispersion chromatique et l'effet Kerr non linéaire qui peuvent affecter la propagation d'une impulsion dans la fibre optique supposée sans perte. Selon la puissance crête de l'impulsion et sa largeur, on peut définir deux longueurs caractéristiques  $L_D$  et  $L_{NL}$  qui régissent l'évolution des impulsions dans les fibres optiques, exprimées respectivement par les relations (II.108) et (II.126).

L'équation de Schrödinger non linéaire qui gouverne l'évolution d'une enveloppe lentement variable dans le régime solitonique suivant laquelle intervient les deux longueurs caractéristiques qui sont liée par  $L_D = N^2 L_{NL}$ , est exprimée dans le référentiel retardé par [12] :

$$i \frac{\partial U}{\partial \xi} = \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - N^2 |U|^2 U \quad (\text{III.2})$$

Avec les paramètres de transformation adaptés sur l'équation (II.53) sont :

$$U = \frac{A}{\sqrt{P_0}}, \quad \xi = \frac{z}{L_D}, \quad \tau = \frac{T}{T_0} \quad (\text{III.3})$$

Introduisant le paramètre  $N$  défini comme étant le rapport entre les deux longueurs  $L_D$  et  $L_{NL}$  tel que :

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \quad (\text{III.4})$$

Ce paramètre  $N$  sans dimension décrit l'ordre du soliton.

L'équilibre parfait entre la dispersion chromatique et la non linéarité Kerr dans une fibre optique est possible pour des impulsions solitoniques de la forme suivante :

$$E(z, t) = N \sqrt{P_s} \operatorname{sech} \left( \frac{t}{T_s} \right) \exp \left( i \frac{P_s z}{2\gamma} \right) \quad (\text{III.5})$$

Où  $T_s$  : est la largeur de l'impulsion à  $\left( \frac{1}{e} \right)$  et  $P_s$  est la puissance crête du soliton donnée par :

$$P_s = \frac{|\beta_2|}{\gamma T_s^2} \quad (\text{III.6})$$

### III.3.1. Soliton temporel brillant

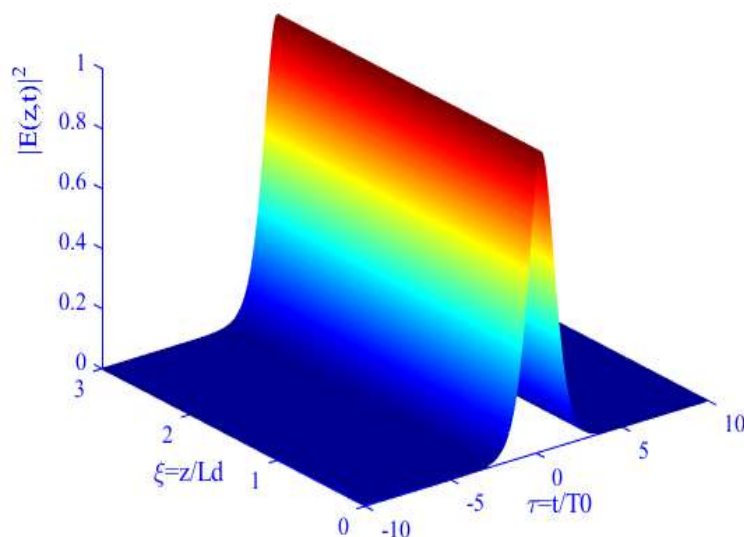
En régime de dispersion chromatique anormale ( $\beta_2 < 0$ ), les hautes fréquences sont plus rapides que les basses fréquences, ce qui conduit à l'élargissement de l'impulsion. En revanche, l'effet Kerr traduit par l'automodulation de phase induit une modulation autour de la fréquence initiale, ou les basses fréquences se localisent du côté du front montant alors que les fréquences hautes se déplacent vers le front descendant. Ce phénomène dû au glissement de fréquence se traduit par un effet contradictoire avec l'effet de la dispersion. L'équilibre parfait entre ces deux effets contradictoire permet la formation d'une impulsion parfaitement stable appelée le *soliton fondamental brillant*, capable de se propager au sein de la fibre optique sans aucune déformation notable. Ce type de soliton a été observé expérimentalement dans les fibres optiques en silice par Mollenauer et ses collaborateurs en 1980 [13]. La forme de cette impulsion s'exprime par une fonction sécante hyperbolique [12, 14] :

$$E(z, t) = \sqrt{P_0} \operatorname{sech} \left( \frac{t}{T_0} \right) \exp \left( i \frac{P_0 z}{2\gamma} \right) \quad (\text{III.7})$$

Où  $N = 1$  est pris dans l'équation (III.5). La puissance crête de ce soliton vaut :

$$P_0 = \frac{|\beta_2|}{\gamma T_0^2} \quad (\text{III.8})$$

La figure (III.2) montre l'évolution d'un soliton fondamental brillant dans une fibre optique regit par l'équation de Schrodinger non linéaire standard (III.2).



**Figure III.2 :** Propagation d'un soliton brillant dans une fibre optique.

### III.3.2. Soliton temporel noir

Contrairement au soliton brillant, le soliton noir existe en régime de dispersion normale ( $\beta_2 > 0$ ) ou les hautes fréquences sont plus lentes que les basses fréquences. Pour compenser l'effet de chirp de la dispersion, il est commode d'inverser le signe de la variation temporelle de l'*SPM* c'est-à-dire créer un chirp contraire à celui de la *GVD*. Ainsi, l'équilibre peut être instauré et l'impulsion qui en résulte dans ce cas est appelée "*soliton fondamental noir*". Ce dernier possède deux fronts de phase plane et une intensité au centre avec un déphasage  $\pi$ , qui se traduit par un creux d'intensité, du fait que leur profil est de forme d'une fonction tangente hyperbolique .

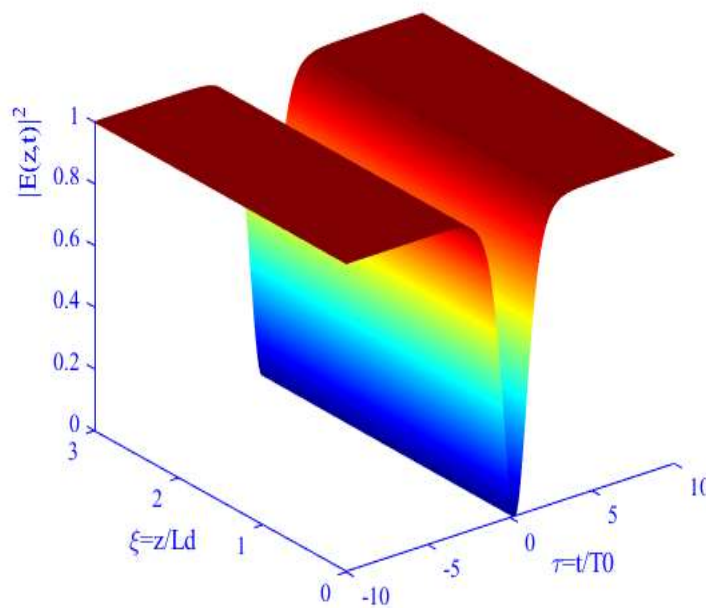
Notons que la première observation expérimentale du soliton noir remonte aux années quatre-vingts en utilisant un filtrage fréquentiel [15]. La fonction qui correspond à un soliton noir est la tangente hyperbolique [12,14] :

$$E_D(z,t) = \sqrt{P_D} \tanh\left(\frac{t}{T_D}\right) \exp\left(i \frac{P_D z}{2\gamma}\right) \quad (\text{III.9})$$

Avec une puissance creuse :

$$P_D = \frac{|\beta_2|}{\gamma T_D^2} \quad (\text{III.10})$$

La figure suivante (III.3) montre la propagation d'un soliton noir qui apparait sous la forme d'une impulsion inversée dans le domaine espace-temps qui se propage sans aucune déformation dans la fibre optique.



**Figure III.3 :** Propagation d'un soliton noir dans une fibre optique en silice.

### III.4. Interaction de deux solitons voisins

Le soliton temporel qui se propage idéalement sans déformation est le bit d'information parfait [12,16], ou il est supposé isolé à toute interaction avec les impulsions voisines. Alors, en réalité et pour des champs de plus en plus intenses, le milieu devient non linéaire et évidemment les solitons ne se propagent pas dans ces milieux sans s'interagir avec d'autres solitons voisins, ce qui induit une perturbation agissant sur leur stabilité. Cette perturbation peut même causer la perte de l'information. Dans ce cadre et en tenant compte de tous les effets sur le soliton au cours de sa propagation dans la fibre optique, plusieurs études théoriques sur le processus d'interaction entre ces solitons dit adjacents ont intéressés les chercheurs du



domaine. La première étude théorique détaillée remonte aux travaux de J. P. Gordon en 1983 [17]. Confirmant expérimentalement son observation dans le domaine temporel [18] ainsi que dans le domaine spatial [19], l'existence de cet effet qui perturbe l'information a fait sa preuve. Pour clarifier l'influence du processus de l'interaction sur la dynamique des solitons, injectons une paire de soliton adjacents séparés par une distance  $2q_0$  de leurs centres dans une fibre optique. Le champ optique combiné s'écrit sous la forme suivante [12] :

$$u(0, \tau) = \text{sech}(\tau + q_0) + r \text{sech}[r(\tau - q_0)]e^{i\theta} \quad (\text{III.11})$$

Où  $r$  est l'amplitude relative,  $\theta$  est la différence de phase relative, et  $\tau = T/T_0$  représente le temps propre par rapport à la largeur de l'impulsion.

Dans notre cas d'étude, le processus d'interaction est étudié en faisant la résolution numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire par la méthode de Fourier à pas divisé en utilisant la condition initiale donnée par de l'équation (III.11), et en jouant sur les deux degrés de liberté du soliton (la phase  $\theta$  et l'amplitude  $r$ ). Les résultats de simulation illustrés dans la figure (III.4) montre clairement que le processus d'interaction des solitons dépend fortement de ces deux paramètres, ce qui donne lieu à quatre types d'interactions [20] : la collision, l'attraction, la répulsion et le glissement.

#### III.4.1. Interaction par collision

Si les deux solitons ayant des amplitudes égales ( $r=1$ ) sont injectés en phase  $\theta = 0$ , on observe une dynamique dramatique de collision périodique [Figure [III.4-(a)]], exprimée par l'apparition des collapsés périodiques sur des distances données par la longueur suivante :

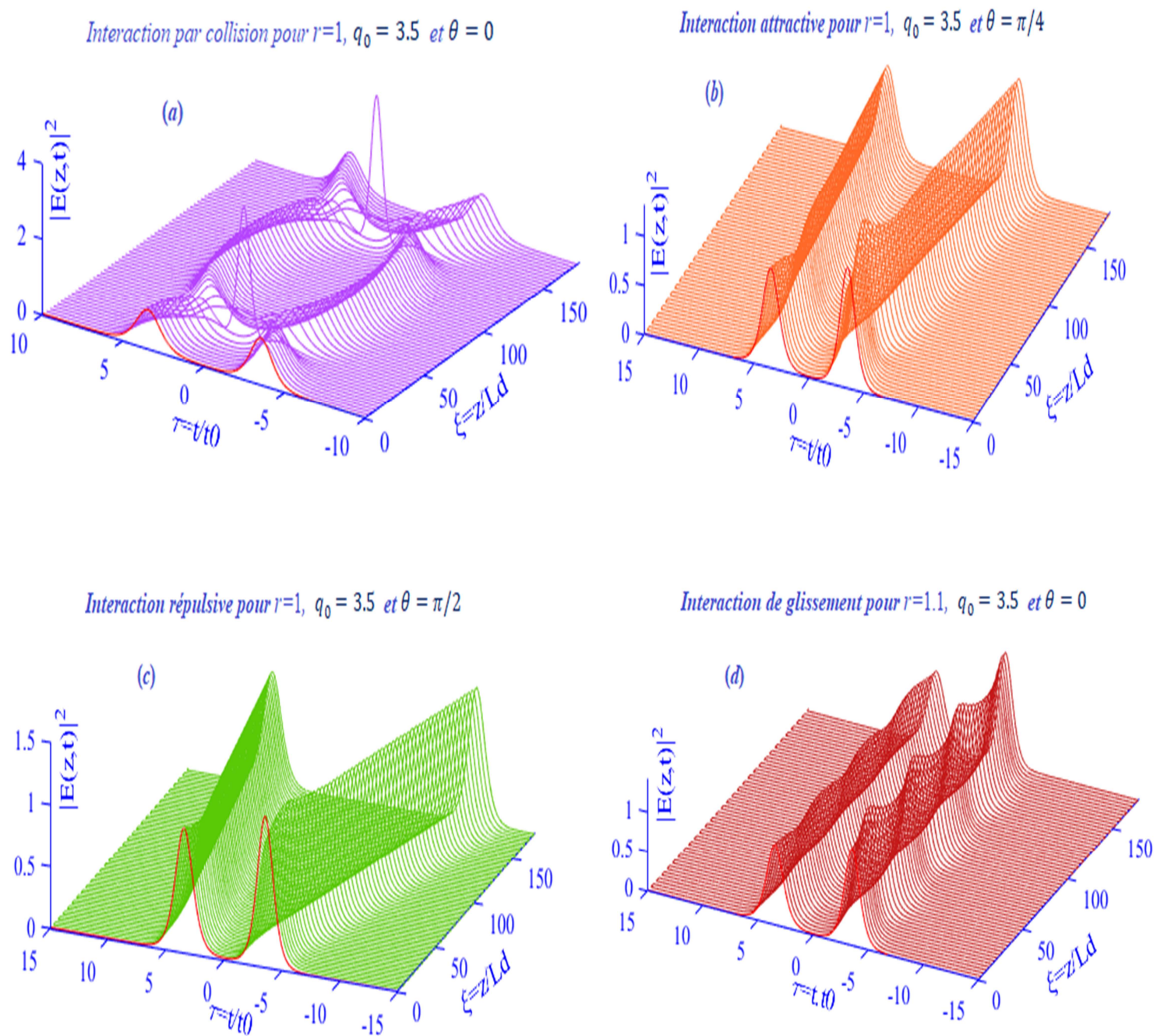
$$L_{col} = z_0 \exp(q_0) = \frac{\pi}{2} L_D \exp(q_0) \quad (\text{III.12})$$

Où  $z_0$  est la périodicité d'apparition des collapsés donnée par :

$$z_0 = \frac{\pi}{2} L_D = \frac{\pi}{2} \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \approx \frac{T_{FWHM}^2}{2|\beta_2|} \quad (\text{III.13})$$

Cette interaction peut être interprétée physiquement en terme d'échange d'énergie par l'intermédiaire de la manifestation de l'indice de réfraction exercé par l'un des solitons sur son adjacent vue par l'autre comme une zone d'indice plus fort alors il dévie sa trajectoire vers le surplus de l'indice et rentre en collision avec le deuxième soliton qui subit la même

augmentation dans un point de sorte que le cumule d'énergie apparait comme un plot dit une collapse.



**Figure III. 4 :** Interaction de deux solitons adjacents à une distance égale à  $170L_D$  pour quatre variantes de l'amplitude et la phase et pour la même distance de séparation  $q_0=3.5$  [12,16].

### III.4.2. Interaction attractive

Si les deux solitons ayant des amplitudes égales ( $r = 1$ ) et en désaccord de phase ( $\theta = \pi/4$ ) sont injectés dans la fibre optique, on remarque que les deux impulsions s'attirent puis se repoussent [voire Figure [III.4-(b)]]. Ce comportement peut être interprété par le quasi interférence constructif exprimé par un échange d'énergie qui fait pousser l'indice de réfraction vers une valeur de surplus ce qui se traduit par un rapprochement sur une distance d'environ  $40L_D$  de son trajectoire, en ressemblance à une force d'attraction. Une fois que les solitons s'approchent l'un de l'autre, ils ressentent une diminution d'indice qui leur sert comme une force de rappel, alors ils changent leur directions vers la valeur la plus grande de l'indice de réfraction en ajustant leur trajectoires [20].

### III.4.3. Interaction répulsive

Considérons le cas où une paire de solitons ayant des amplitudes égales ( $r = 1$ ) et en opposition de phase ( $\theta = \pi/2$ ) sont injectés dans la fibre optique. Alors une répulsion entre ces deux solitons se traduit par l'interférence destructive sur l'énergie ce qui crée un creux d'indice pour chacun des solitons sur le côté de son adjacent, alors ces solitons vont se repousser progressivement [voire la Figure [III.4-(c)] [20].

### III.4.4. Interaction de glissement

Dans le cas où les deux solitons injectés sont en phases ( $\theta = 0$ ) et leur amplitude relative soit de valeur ( $r = 1.1$ ). La Figure [III.4-(d)] montre un glissement de solitons comme si les deux solitons se propagent séparément et sans interaction sauf qu'il y a une petite variation sur la crête de leur intensité qui ne perturbe pas la forme des solitons.

## III.5. Solitons d'ordre supérieur

Les solitons d'ordre supérieur existent si l'effet de la non linéarité est  $N$  fois plus important que celui de la dispersion chromatique c'est-à-dire pour  $L_{NL} \ll L_D$ , ou le rapport entre la distance de dispersion et la distance du non linéarité joue un rôle capital dans la formation de ce type de solitons, dont l'intensité crête est bien trop importante comparée à la taille de l'impulsion. Cette puissance vaut  $P_S = N^2 P_0$ , ou  $P_0$  est la puissance du soliton fondamental.

Si le rapport dans l'équation (III.4) passe par un entier  $N > 1$ , cela correspond aux solitons d'ordre supérieur caractérisés par un phénomène de périodicité [12] :

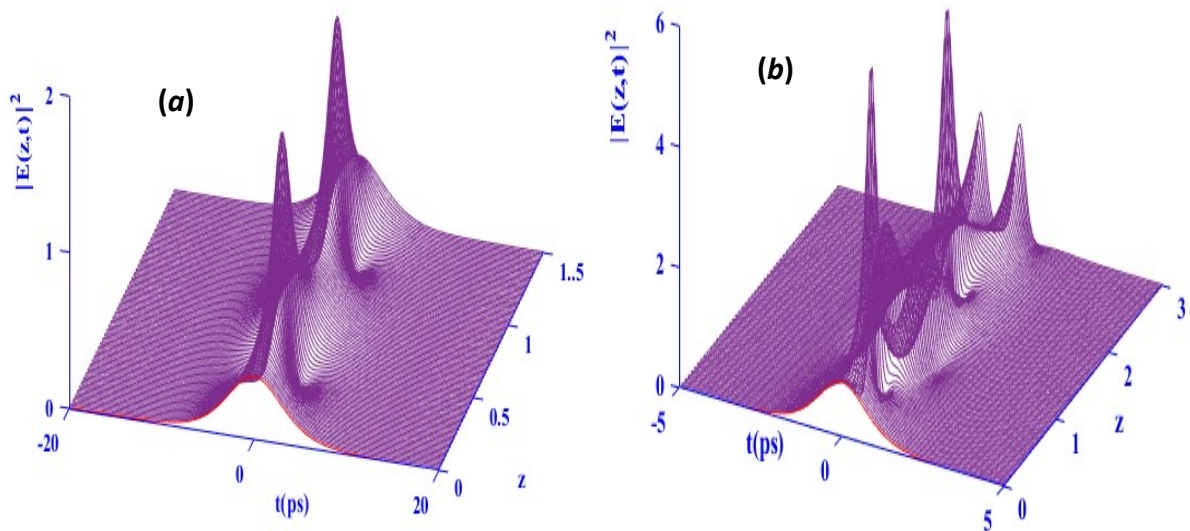
$$L_S = \frac{\pi}{2} L_D \quad (\text{III.14})$$

du fait que le soliton d'ordre supérieur est capable de retrouver périodiquement son profil initial en sécante hyperbolique.

Dans ce qui suit, on présente la propagation d'un soliton d'ordre deux et un autre d'ordre trois pour deux périodes différentes.

### III.5.1. Solitons d'ordre deux

La figure (III.5.a) montre le profil périodique d'un soliton d'ordre deux pour deux périodes. On constate que le soliton subit une compression sur les côtés qui déforme sa forme en phase et en amplitude en donnant lieu à un pic central à  $400m$ , avec deux creux satellitaires sur les côtés. Ainsi après chaque distance  $z = L_S$ , le soliton reprend sa forme initiale.



**Figure III.5 :** Profils des solitons d'ordre supérieur (a) Profil d'un soliton d'ordre deux pour deux périodes. (b) Profil du soliton d'ordre trois pour deux périodes [12,16].

### III.5.2. Solitons d'ordre trois

La figure (III.5.b) montre le profil périodique d'un soliton d'ordre trois pour deux périodes. Selon la figure, on constate que le soliton subit une forte compression temporelle sur les côtés qui fait passer sa puissance crête de  $2W$  à  $16W$  après une distance de propagation  $z = 600m$  [14]. Ensuite, il apparait un éclatement en deux impulsions distinctes à  $z = (L_S/2)$ , qui se repoussent puis s'attirent en produisant le soliton initial à une distance  $L_S$ .

Cette évolution périodique peut s'interpréter physiquement comme un équilibre périodique entre des forces attractives (de régénération) et des forces répulsives (d'éclatement).

### III.6. Existence des solitons dans d'autres milieux

Les solitons existent dans tous les domaines des sciences et technologies puisqu'ils décrivent des solutions localisées pour les équations différentielles régissant la dynamique des ondes qui se propagent dans les milieux présentant une certaine non linéarité. En général, il existe trois types d'équations qui englobent la quasi-totalité des solitons classiques :

- L'équation de Schrödinger non linéaire qui décrit la propagation des impulsions optiques dans les fibres optiques.
- L'équation de Korteweg de-Vries qui décrit la propagation des ondes dans les milieux à faible dispersion et à faible non linéarité tels que l'eau peut profonde [21].
- L'équation de Sine-Gordon qui décrit un milieu dynamique à faible amplitude tels que le système de  $N$  pendules [21].

Dans ce qui suit, on présente quelques détails sur ces trois classes des solitons.

#### III.6.1. Solitons de Korteweg de-Vries

La première constatation des solitons en hydrodynamique est prédit par J. Scott dix ans après sa fameuse observation. Les solutions apportées sur la base des travaux de Bousnisque a permis à Korteweg de-Vries de donner une équation décrivant l'évolution d'une onde dans un milieu faiblement dispersif et faiblement non linéaire comme les ondes de la rivière de Scott. Cette équation différentielle abrégée par ( $KdV$ ), a plusieurs formes qui modélisent une large variété de phénomènes non linéaires dans les domaines d'eau peut profonde, les plasmas, les réseaux non linéaires de masses-ressorts ainsi dans le transport par lignes électriques non linéaire. Ces différentes formes de l'équation  $KdV$  sont illustrées dans la référence [22]. La forme généralisée de l'équation  $KdV$  prend la forme suivante [23] :

$$u_t + c_0 u_x + \eta u^p u_x + \gamma u_{xxx} = 0 \quad (\text{III.15})$$

Où  $p$  est un entier égal à 1, 2,..etc,  $c_0$  est la vitesse caractéristique de l'onde.

$\eta$  : est le coefficient non linéaire égale à  $\eta = \pm(p+1)(p+2)$ . Notons que la forme standard de l'équation  $KdV$  correspond aux valeurs  $p=1$  et  $\eta = \pm 6$  dans l'équation (III.15).

$\gamma$  : représente le coefficient de la dispersion d'ordre trois.

Dans ces conditions et pour  $c_0=0$ , l'équation  $KdV$  (III.15) se ramène à la forme suivante :

$$u_t + 6uu_x + \gamma u_{xxx} = 0 \quad (\text{III.16})$$

Cette dernière met en œuvre deux effets : la dispersion d'ordre trois qui fait étaler l'onde ainsi que la non linéarité par influence du terme de redressement qui tend à localiser l'onde. L'existence d'un équilibre entre ces deux faibles effets, la dispersion et la non linéarité, définissent la formation des solitons *KdV*.

La solution exacte de l'équation (III.16), donne la forme standard du soliton *KdV* [23] :

$$u(x,t) = A \operatorname{sech}^2 \left( \sqrt{\frac{A}{2\gamma}} (x - x_0 - 2At) \right) \quad (\text{III.17})$$

Où  $x_0$  est une constante d'intégration arbitraire et  $A = \frac{c_0}{2}$

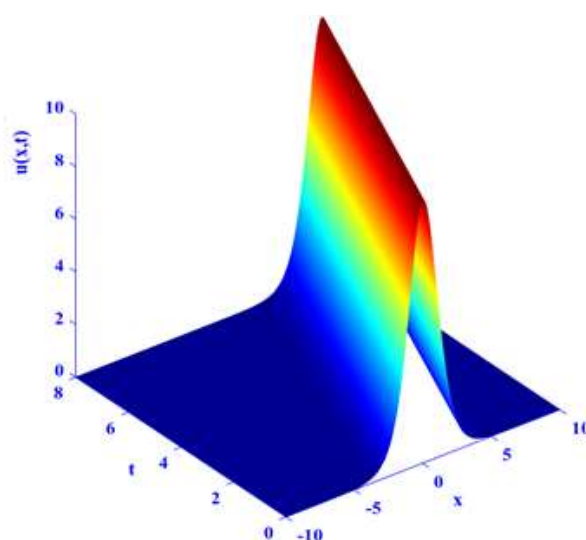


Figure III.6 : Propagation du soliton *KdV* exprimé par l'équation (III. 17).

### III.6.2. Solitons de Sine-Gordon

L'équation de type Sine-Gordon est une équation d'évolution décrivant la propagation des impulsions dans un milieu actif comme par exemple un système mécanique à  $N$  pendules physique couplés. L'équation qui régit l'évolution d'une onde dans ce type de milieu s'écrit sous la forme [23] :

$$u_{tt} - c_0^2 u_{xx} + \omega_0^2 \sin(u) = 0 \quad (\text{III.18})$$

Où  $c_0$  et  $\omega_0$  sont respectivement, la vitesse du son et la fréquence caractéristique de l'onde.

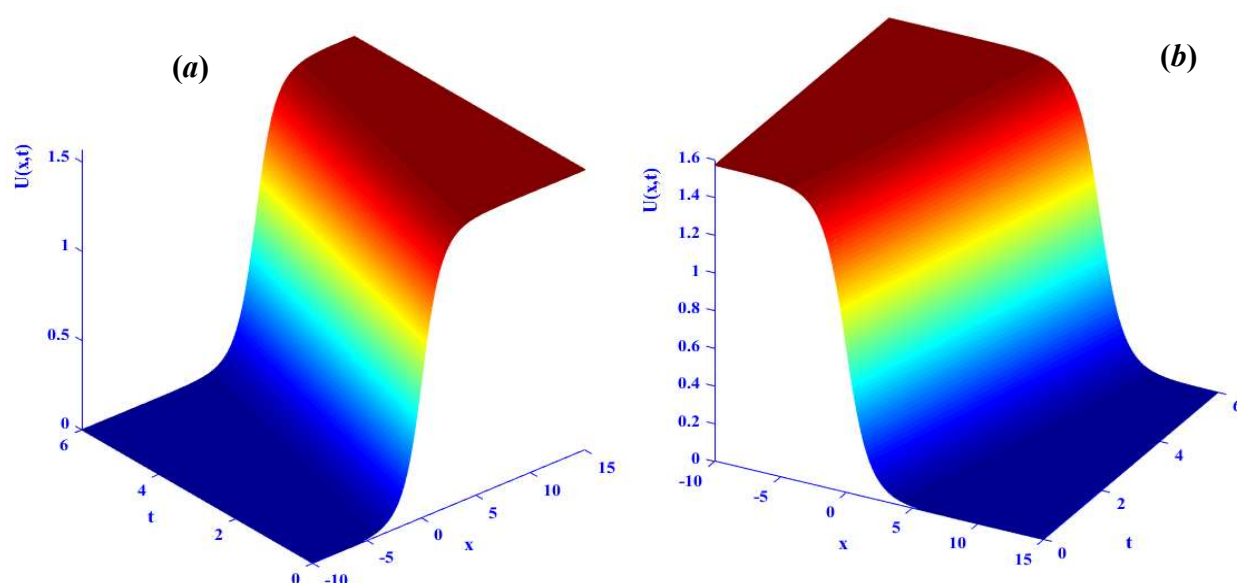
Il est à noter que cette équation se rend bien à l'équation de Klein-Gordon pour les faibles amplitudes c'est-à-dire pour  $|u| \ll 1$ . La solution de cette dernière est un soliton de forme [21,23] :

$$u(x,t) = 4 \tan^{-1} \left[ \exp \left( \pm \frac{(x-vt)}{L} \right) \right] \quad (\text{III.19})$$

Où  $v$  est la vitesse de déplacement de l'onde et  $L$  est le carré de la contraction de Lorentz, valable pour  $|v| < c_0$  :

$$L = \frac{c_0}{\omega_0} \sqrt{1 - \left( \frac{v}{c_0} \right)^2} \quad (\text{III.20})$$

La solution pour le cas  $\omega_0 = c_0 = 1$  ainsi que  $(-1 < v < 1)$  donne une forme de soliton dit soliton 'kink' [Figure (III.7.a)] ou soliton 'anti-kink' [Figure (III.7.b)] selon le signes  $\pm$  dans la solution de l'équation (III. 19).



**Figure III.7 :** Profil du soliton donné par l'équation (III.19) (a) Soliton kink (b) Soliton anti-kink

### III.7. Equation de Schrödinger non linéaire d'ordre supérieur

La propagation des impulsions de durée de quelques picoseconde dans une fibre optique monomode est régit par l'équation de Schrödinger non linéaire standard [12]. Pour les impulsions de durée de quelques femtoseconde, les effets d'ordre supérieur deviennent

importants et l'équation de Schrödinger cubique est incapable de décrire la dynamique de propagation. Dans ce cas, les termes d'ordre supérieur ne peuvent être négligés et l'équation est noté équation de Schrödinger non linéaire d'ordre supérieur abrégée (*ESNLOS*). Parmi les effets d'ordre supérieur, on trouve la dispersion d'ordre trois, l'auto-raidissement, et le shift de fréquence due à l'effet *Raman*. En tenant compte de ces effets, l'équation gouvernant la propagation est dite équation d'*Hirota* [24]. Pour les milieux non linéaires fortement dispersifs, qui sont caractérisés par une forte saturation de l'effet *Kerr* comme les milieux cubique-quintique [25], l'équation *ESNLOS* prend la forme suivante [26] :

$$iE_z + \underbrace{\sum_{n=2}^4 (i)^n \frac{\alpha_n}{n!} \frac{\partial^n E}{\partial t^n}}_{\text{dispersions}} + \underbrace{i \sum_{n=1}^N \alpha_n |E|^{2n} E}_{\text{termes non linéaires}} + \underbrace{i \sum_{n=2}^N \beta_{n-1} (|E|^{2n-2} E)_t}_{\text{termes redaissement}} + \underbrace{i \sum_{n=2}^N \gamma_{n-1} (|E|^{2n-2})_t E}_{\text{termes Raman}} \quad (\text{III.21})$$

Pour le cas particulier  $n=2$ , les termes  $\beta_{n-1}$  et  $\gamma_{n-1}$  se rendent à l'auto raidissement et le shift de fréquence respectivement et l'équation de Schrödinger résultante se rende à l'équation d'*Hirota* [24].

### III.8. Solutions solitoniques

Généralement, les équations de type *Schrödinger* non-linéaire d'ordre supérieur sont non-intégrables. Notons que la non-intégrabilité est due principalement à la présence des termes non-linéaires et dispersifs d'ordre supérieur. Dans ce qui suit, on présente trois types de fonction d'essai de type onde solitaire qui permettent de chercher les solutions solitoniques.

#### III.8.1. Soliton combiné ou le combo

Ce type d'enveloppe complexe se présente sous la forme d'une superposition de deux solitons brillant et noir verrouillés en mode longitudinal. Cet ansatz a été introduit en 2000 par Li et ces collaborateurs [27]. La fonction d'enveloppe complexe correspondante s'exprime comme suit :

$$A(z, t) = i\beta + \lambda \tanh [\eta (t - \chi z)] + i\rho \operatorname{sech} [\eta (t - \chi z)] \quad (\text{III.22})$$

Les formes des solitons inclut dans ce type d'enveloppe est le soliton brillant, le soliton noir et le soliton gris. Ce dernier représente un soliton noir qui peut se propager sur une plateforme non nulle.



### III.8.2. Soliton dipôle

Le soliton dipôle est un type spécial de solitons ayant deux bosses symétriques avec une intensité nulle au milieu de l'impulsion [Figure III.8]. De plus, les deux solitons sont verrouillés mutuellement en phase avec un déphasage de  $\pi$  [28]. Ce type de solitons a été introduit par Choudhuri et Porsezian [29] en utilisant la fonction d'amplitude complexe suivante :

$$A(z,t) = i\beta + \lambda \operatorname{sech}[\eta(t - \chi z)] \tanh[\rho(t - \chi z)] \quad (\text{III.23})$$

Cette dernière se présente sous la forme d'un produit entre les deux solitons brillant et noir avec une limite non nulle lorsque le temps tend vers l'infini.

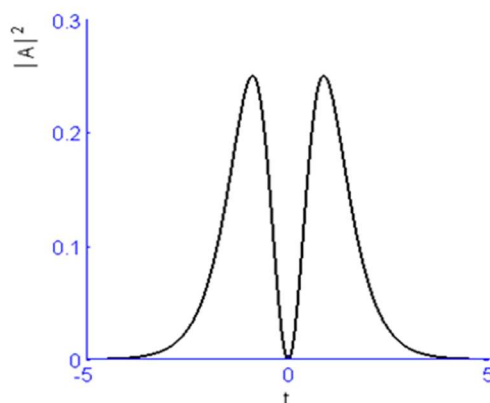


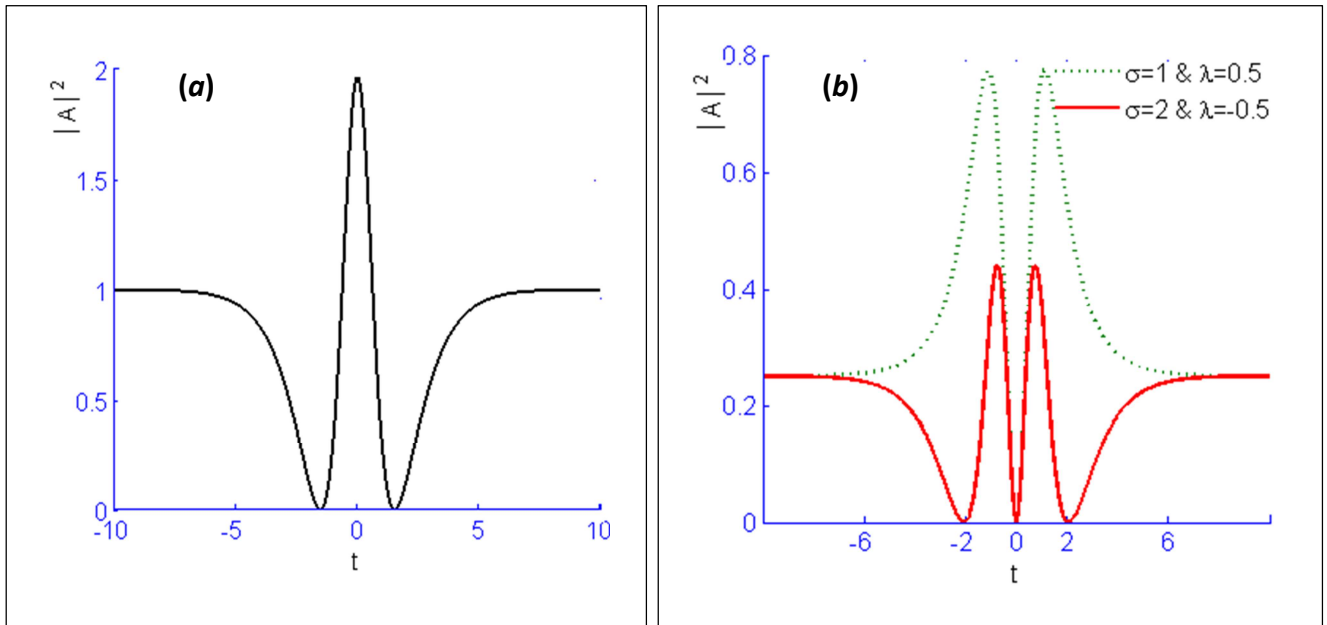
Figure III.8 : Profil d'un soliton dipôle [30].

### III.8.3. Solitons multipôles

Dans un modèle combinant les deux types précédents, Triki et ses collaborateurs [31] ont introduit une enveloppe plus générale sous la forme d'une superposition de trois solitons noir, brillant, et dipôle. L'ansatz introduit a donné naissance à un nouveau type de soliton appelé "soliton multipôle" :

$$A(z,t) = i\beta + \lambda \tanh [\eta (t - \chi z)] + i\rho \operatorname{sech} [\eta (t - \chi z)] + \lambda \operatorname{sech} [\eta (t - \chi z)] \tanh [\rho (t - \chi z)] \quad (\text{III.24})$$

Cet ansatz généralisé possède une flexibilité d'obtenir plusieurs formes solitoniques autres que les profils obtenus par les deux enveloppes précédentes. Citant par exemple quelques nouveaux profils trouvés par Triki et ses collaborateurs : soliton de forme W, soliton tripôle, soliton quadripôle, et le soliton de cinquième ordre [31].



**Figure III.9 :** Profils des solitons obtenus par Triki et ses collaborateurs (a), soliton de forme W, (b) en vert pointée le soliton tripôle et en rouge le soliton de cinquième ordre [31].

### III.9. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rappelé le nouveau concept du soliton qui a été observé pour la première fois par Russell. Depuis son observation, l'existence de cette onde localisée a été témoinnée dans presque tous les milieux physiques possédant une non linéarité. Sa découverte dans les télécommunications optiques a permis la transmission de l'information dans une fibre optique présentant deux principaux effets : la dispersion chromatique et l'auto-modulation de phase. Ces derniers ont permis de mettre en évidence deux longueurs caractéristiques  $L_D$  et  $L_{NL}$ , ainsi le rapport entre ces deux longueurs sans dimension noté  $N$  ayant une valeur entière supérieure ou égale à 1 décrivant l'ordre du soliton. Dans ce chapitre, nous avons étudié la propagation des solitons en régime picoseconde dans la fibre optique dans le cadre de l'équation de Schrödinger non linéaire cubique. Les résultats numériques, nous ont permis de suivre la dynamique spatio-temporelle de ces solitons temporels et d'analyser le processus de leur interaction. Nous avons également donné les différentes formes des équations d'évolutions décrivant la propagation des solitons dans d'autres milieux dit topologique ou non topologique. En fin et pour un champ intense ou la durée de l'impulsion est inférieure à 1 picoseconde, certains effets additionnels agissent sur la propagation de l'impulsion et peuvent

modifier considérablement les propriétés (existence, profil, stabilité) des solutions de type soliton. Ces effets proviennent en particulier de la contribution des susceptibilités d'ordre cinq et sept, la dispersion d'ordre trois, l'auto raidissement et l'effet Raman. Nous avons vu que pour étudier l'évolution d'une impulsion en présence de tous ces effets, le modèle le plus adapté est celui de l'équation de Schrödinger non linéaire d'ordre supérieur. Ce modèle n'est généralement soluble analytiquement. A cet effet, nous avons présenté quelques fonctions d'enveloppes complexes permettant de déterminer les différentes formes des solitons qui peuvent exister dans un milieu donné.

**Références**

- [1] J. S. Russell, *Report on waves*, Proc. Roy. Soc. Edinburgh, (1844) 319-320.
- [2] N. J. Zabusky, and M. D. Kruskal, *Interaction of solitons in a collisionless plasma and the recurrence of initial states*, Phys. Rev. Lett. 15 (1965) 240-243.
- [3] J. Boussinesq, *Théorie des ondes et des remous qui se propagent le long d'un canal rectangulaire horizontal, en communiquant au liquide contenu dans ce canal des vitesses sensiblement pareilles de la surface au fond*, Journal de Mathématiques Pures et Appliquées 17 (1872) 55-108.
- [4] D. J. Korteweg, et G. de-Vries, *On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves*, Philos. Mag. Ser. 5 39 (1895) 422-443.
- [5] V. E. Zakharov and A.B. Shabat, *Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media*, Soy. Phys. JETP 34 (1972) 62-69.
- [6] A. Hasegawa and F. Tappert, *Transmission of stationary nonlinear optical physics in dispersive dielectric fibers I: Anomalous dispersion*, Appl. Phys. Lett. 23 (1973) 142-144.
- [7] A. Hasegawa and F. Tappert, *Transmission of stationary nonlinear optical physics in dispersive dielectric fibers II: Normal dispersion*, Appl. Phys. Lett. 23 (1973) 171-172.
- [8] Y. S. Kivshar, G. I. Stegeman, *Spatial optical soliton guiding light for future applications*, Opt. Photon. News (2002) 59-63.
- [9] Y. Silberberg, *Collapse of optical pulses*, Optics Letters 15 (1990) 1282-1284.
- [10] A. Kamagaté, *Propagation des solitons spatio-temporels dans des milieux dissipatifs*, Thèse de doctorat, Bourgogne, France (2010).
- [11] G. I. Stegeman and M. Segev, *Optical spatial solitons and their interactions: Universality and Diversity*, Sci. 286 (1999) 1518-1523.
- [12] G. P. Agrawal, *Nonlinear fiber optics*, Academic Press, Optics and Photonics, New York, fifth edition (2013).
- [13] L. F. Mollenauer, R. H. Stolen, and J. P. Gordon, *Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers*, Phys. Rev. Lett. 45 (1980) 1095-1098.

- [14] C. Finot, *Similaritons dans les amplificateurs Raman à fibre optique*, Thèse de doctorat, Bourgogne, France (2005).
- [15] P. Emplit, J. P. Hamaide, F. Reynaud, C. Froehly and A. Barthelemy, *Picosecond steps and dark pulses through nonlinear single mode fibers*, Opt. Commun. 62 (1987) 374-379.
- [16] F. Azzouzi, *Etude de la dynamique de propagation non linéaire des solitons optiques modélisés par l'équation de Schrödinger non linéaire*, Thèse de doctorat, Université BMA, Algérie (2010).
- [17] J. P. Gordon, *Interaction forces among solitons in optical fibers*, Optics Letters 8 (1983) 596-598.
- [18] F. M. Mitschke and L. F. Mollenauer, *Experimental observation of interaction forces between solitons in optical fibers*, Optics Letters 12 (1987) 355-357.
- [19] F. Reynaud et A. Barthelemy, *Optically controlled interaction between two fundamental soliton beams*, Europhysics Letters 12 (1990) 401-405; J. S. Aitchison, A. M. Weiner, Y. Silberberg, D. E. Leaird, M. K. Oliver, J. L. Jackel, and P. W. E. Smith, *Experimental observation of spatial soliton interactions*, Opt. Lett. 16 (1991) 15–17.
- [20] S. R. P. Pavani, *Optical solitons*, ECEN 6016– Nonlinear/Crystal Optics (2006) 1-34.
- [21] M. Peyrard et T. Dauxois, *Physique des solitons*, EDP Sciences , Paris (2004).
- [22] A. Daoui *Etude de l'influence des effets non linéaire sur la propagation des solitons dans un milieu non linéaire*, Thèse de doctorat, Université UBM Annaba, (2016).
- [23] H. Triki, *Dynamique de propagation non linéaire des solitons Korteweg-De-Vries*, Thèse de doctorat, Université UBM. Annaba (2003).
- [24] K. Porsezian and K. Nakkeeran, *Optical solitons in presence of Kerr dispersion and self-frequency shift*, Phys. Rev Lett. 76 (1996) 3955-3958.
- [25] Yi-F. Chen, K. Beckwitt, F. W. Wise, B. G. Aitken, J. S. Sanghera and I. D. Aggarwal, *Measurement of fifth- and seventh-order nonlinearities of glasses*, Opt. Soc. Am. B 23 (2006) 347-352; V. Lorient, O. Faucher, and B. Lavorel, *Measurement of high order Kerr refractive index of major air components*, Opt. Soc. Am. 17 (2009) 13429-13434.
- [26] H. Triki, K. Porsezian and P. Grelu, *Chirped soliton solutions for the generalized nonlinear Schrodinger equation with polynomial nonlinearity and non Kerr terms of arbitrary order*, J. Opt. 18 (2016)1-9.
- [27] Z. Li, L. Li, H. Tian, and G. Zhou, *New types of solitary wave solutions for the higher-order nonlinear Schrödinger equation*, Phys. Rev. Lett. 84 (2000) 4096-4099.

- [28] F. Ye, Y. V. Kartashov, and L. Torner, *Stabilization of dipole solitons in nonlocal nonlinear media*, Phys. Rev. A 77 (2008) 1-7.
- [29] A. Choudhuri, and K. Porsezian, *Dark-in-the-bright solitary wave solution of higher-order nonlinear Schrödinger equation with non-Kerr terms*, Opt. Commun. 285 (2012) 364-367.
- [30] F. Azzouzi, H. Triki, and Ph. Grelu, *Dipole soliton solution for the homogeneous high-order nonlinear Schrödinger equation with cubic-quintic-septic non-Kerr terms*, Applied Mathematical Modelling 39 (2015) 1300-1307.
- [31] H. Triki, F. Azzouzi and Ph. Grelu, *Multipole solitary wave solutions of the higher-order nonlinear Schrödinger equation with quintic non-Kerr terms*, Opt. Commun. 309 (2103) 71-79.

## ***Chapitre IV***

# ***Dynamique de propagation non linéaire des solitons optiques dans une fibre inhomogène***

### **Sommaire du chapitre**

- *Introduction*
- *Milieux homogène et inhomogène*
- *Solitons optiques dans un milieu inhomogène*
- *Impact de la non homogénéité du milieu sur la dynamique des solitons*
- *Impact sur le soliton brillant*
- *Impact du gain/perte*
- *Impact sur la dispersion de la vitesse de groupe*
- *Equation de Schrödinger non-linéaire d'ordre supérieur*
- *Solution solitons dipôle gouvernée par l'équation HNLS dans un milieu inhomogène*
- *Discussion des résultats*
- *Analyse de la stabilité*
- *Conclusion*
- *Références*

## **IV.1. Introduction**

Récemment les impulsions solitoniques qui se propagent sans déformation ont connues un intérêt majeur dans le transport de l'information dans les systèmes de télécommunication optique ainsi que dans le développement des dispositifs à communication optique [1-3]. D'un point de vue théorique, l'équation gouvernant l'évolution d'une impulsion lumineuse de largeur de quelques picoseconde, régit par les effets de la dispersion de la vitesse de groupes dit (*GVD*) et l'auto-modulation de phase (*SPM*), est l'équation de Schrödinger non linéaire standard [4, 5]. Cette équation complètement intégrable admet deux types distincts de solutions localisées appelées soliton brillant et soliton noir, qui existent dans les régimes de dispersion anormale et normale respectivement [6-9].

Pour augmenter le débit dans les systèmes de communication optique, il est commode d'utiliser des impulsions ultra-courtes de largeur de quelques femtoseconde [10]. L'utilisation de ces impulsions entraîne l'apparition des effets d'ordre supérieur, tels que la dispersion d'ordre trois (*TOD*), la dispersion d'ordre quatre (*FOD*), l'auto-raïdissement et la diffusion Raman stimulée (*SRS*). Dans ce cas, la dynamique non linéaire des impulsions sera gouvernée par la famille des équations de type Schrödinger non linéaire d'ordre supérieur (*SNLOS*). De plus, pour décrire la propagation des impulsions de durée inférieure à 10fs dans une fibre optique fortement non linéaire, il est nécessaire de prendre en compte les termes non linéaires non-Kerr de cinquième et septième ordres.

Récemment, un nouveau ansatz d'onde localisée combinant les deux formes correspondante aux solitons noir et brillant également appelée soliton dipôle, a été introduit pour résoudre l'équation de Schrödinger non linéaire d'ordre supérieur qui tient compte des termes non linéaires de type non-Kerr [12]. Cette nouvelle structure du soliton possède deux bosses d'intensité symétriques avec un minimum nul au milieu. Afin d'obtenir ce type d'impulsion, *Choudhuri* et *Porsezian* ont introduit un ansatz d'amplitude complexe constitué du produit entre les amplitudes d'ondes solitaires brillante et noire [12]. Sur la base de cet ansatz, l'existence de solitons dipôle a été étudiée dans le cadre de plusieurs autres modèles tels que l'équation de *SNLOS* avec des termes non linéaire non-Kerr [13], l'équation *SNLOS* avec des termes non-Kerr du troisième, cinquième et septième ordre [14], ainsi que l'équation de *SNL* décrivant la propagation des impulsions optiques dans les métamatériaux présentant une réponse de type Kerr [15]. La formation des solitons dipôles a été également étudiée dans le cadre de l'équation *SNLOS* avec des termes dispersifs d'ordre trois et quatre décrivant l'évolution des impulsions femtosecondes dans des métamatériaux [16].



Cependant, toutes les structures de type solitons dipôles mentionnées auparavant, ont été déterminées dans le cadre des modèles *SNLOS* à coefficients constants gouvernant la propagation des impulsions dans une fibre homogène. Mais, en réalité dans les lignes de transmission par fibre optique, la majorité des guides ne sont pas homogène [17]. Il existe toujours une certaine non-uniformité dans le milieu matériel due à deux facteurs : la variation des paramètres de réseau de la fibre de sorte que la distance entre deux atomes voisins n'est pas la même dans toute la fibre, et la variation de la géométrie de la fibre (e.g., fluctuation du diamètre) [18]. D'une manière générale, les systèmes dynamiques inhomogènes présentent des situations plus réalistes en contre partie à leurs homologues à coefficient constant. Il est remarquable que la présence de ces non-uniformités dans la fibre influe les différents effets dispersifs et non linéaires et ils peuvent, dans ce cas, être inclus dans l'équation d'évolution régissant la propagation en présentant ces paramètres comme des fonctions dépendantes de la distance de propagation.

Dans ce chapitre, nous présentons l'ensemble des résultats de nos calculs théorique et numérique obtenues en faisant l'étude de la dynamique de propagation non linéaire des solitons dipôle dans une fibre inhomogène fortement non linéaire. On considèrera principalement l'équation *SNLOS* à coefficient variables présentant des termes non-Kerr du troisième, cinquième et septième ordre. Ce modèle permet de modéliser les phénomènes de propagation des impulsions lumineuses dans une fibre inhomogène.

## **IV.2. Milieux homogène et inhomogène**

Un milieu est dit homogène si l'indice de ce milieu est identique en tout point, c'est-à-dire que les propriétés du milieu sont les mêmes dans toutes les directions. Dans un milieu inhomogène les propriétés ne sont pas les mêmes, ils dépendent de la position de l'onde. Dans ce cas, la direction de la propagation influe les paramètres gouvernant l'équation d'évolution de l'impulsion de sorte que ces paramètres seront dépendants de la variable longitudinale.

## **IV.3. Soliton optique dans une fibre inhomogène**

Nous avons vu que la propagation d'une onde porteuse de l'information dans un milieu homogène est gérée par l'équation de Schrödinger non linéaire standard, pour laquelle l'onde porteuse subit uniquement la contre balance de deux effets contradictoires la *GVD* et l'*SPM*. En réalité ce type de milieu n'existe pas, puisque la création des matériaux sans impureté et sans défaut mécanique et structural est très coûteuse et demande une technologie de pointe. De ce fait, l'étude de l'influence de la non homogénéité joue un rôle capital pour

connaitre le changement de forme que subit le soliton au cours de sa propagation. Pour tenir compte de ces effets, il est commode d'écrire les coefficients de la *GVD* et l'*SPM* comme des fonctions dépendantes de la distance de propagation  $z$  de telle sorte que l'équation (II.49) en présence du terme de perte/gain devient :

$$iE_z + \frac{1}{2}\beta_2(z)E_{tt} + \gamma(z)|E|^2 E + i\Gamma(z)E = 0 \quad (IV.1)$$

Où  $E(z,t)$  est le champ électrique de l'enveloppe lentement variable,  $\beta_2(z)$  et  $\gamma(z)$  sont les coefficients de la dispersion d'ordre deux et la non linéarité Kerr respectivement, et  $\Gamma(z)$  est le paramètre du gain ( $\Gamma > 0$ ) ou de perte ( $\Gamma < 0$ ).

L'étude de l'existence des différents types de solutions de ce modèle généralisé a été largement étudiée par plusieurs méthodes [12]. Pour résoudre l'équation (IV.1), on utilise généralement la méthode de couplage amplitude-phase dans laquelle l'enveloppe lentement variable s'écrit sous la forme [17]:

$$E(z,t) = A(z,t) \exp[i\phi(z,t)] \quad (IV.2)$$

Où  $A(z,t)$  est l'amplitude complexe et  $\phi(z,t) = k(z)t + \Omega(z)$  est le décalage linéaire de la phase. En insérant l'équation (IV.2) dans l'équation (IV.1) et en éliminant le terme exponentiel, l'équation (IV.1) devient :

$$iA_z + ib_1 A_t + b_2 A_{tt} + \gamma|A|^2 A - b_3 A + i\Gamma A = 0 \quad (IV.3)$$

Les paramètres de cette dernière équation sont donnés par :

$$b_1 = \beta_2 k, \quad b_2 = \frac{\beta_2}{2}, \quad b_3 = \frac{\beta_2}{2} k^2 + \phi_z \quad \text{avec} \quad \phi_z = k_z t + \Omega_z \quad (IV.4)$$

Pour résoudre l'équation précédente, on utilise l'ansatz introduit par *Li* et ses collaborateurs [2] dans lequel l'enveloppe complexe se présente sous la forme d'une superposition de deux solitons brillant et noir. Dans un milieu inhomogène, cet ansatz doit être généralisé à la forme suivante [17] :

$$A(z,t) = i\beta(z) + \lambda(z) \tanh[\eta(z)(t - \chi(z))] + i\rho(z) \operatorname{sech}[\eta(z)(t - \chi(z))] \quad (IV.5)$$

Où  $\beta(z)$ ,  $\lambda(z)$ ,  $\eta(z)$ ,  $\rho(z)$  et  $\chi(z)$  sont maintenant des paramètres dépendants de la distance de propagation  $z$ . Ainsi, la fonction de déphasage non linéaire s'écrit comme :

$$\phi(z,t) = \arctan\left(\frac{\beta(z) + \rho(z) \operatorname{sech}[\eta(z)(t - \chi(z))]}{\lambda(z) \tanh[\eta(z)(t - \chi(z))]} \right) \quad (IV.6)$$

De plus, l'amplitude correspondante prend la forme :

$$|A(z, t)| = \left\{ (\beta^2 + \lambda^2) + 2\rho\beta \operatorname{sech}[\eta(t - \chi(z))] + (\rho^2 - \lambda^2) \operatorname{sech}^2[\eta(t - \chi(z))] \right\}^{1/2}. \quad (\text{IV.7})$$

L'utilisation de ce type d'ansatz pour surmonter le problème de la non intégrabilité des modèles de type *SNL* d'ordre supérieur a connu une large exploitation, citons par exemple *Azzouzi et Triki* [14], qu'ils ont utilisé cet ansatz pour déterminer les solitons brillant et noir qui peuvent se propager dans une fibre homogène présentant des non linéarité de troisième, cinquième et septième ordre. De plus, *Yang* et ses collaborateurs [17] ont étudié les propriétés de propagation et de stabilité des solitons brillant et noir dans une fibre inhomogène modélisée par l'équation de Schrödinger d'ordre supérieur à coefficients variables sous certaines conditions paramétriques.

En insérant l'équation (IV.5) dans (IV.1), étendant les termes de *tanh* aux termes de *sech*, pour que les coefficients aux termes indépendants contenant des combinaisons indépendantes de ces fonctions hyperboliques égales à zéro, après la séparation entre les parties réelles et imaginaires, nous obtenons les 10 équations paramétriques suivantes :

$$\beta_z + \Gamma\beta = 0 \quad (\text{IV.8.1})$$

$$\beta \left[ \gamma(\beta^2 + \lambda^2) - \left( k_z t + \Omega_z + \frac{\beta_2 k^2}{2} \right) \right] = 0 \quad (\text{IV.8.2})$$

$$\rho_z + \Gamma\rho = 0 \quad (\text{IV.8.3})$$

$$\frac{\rho\beta_2}{2} \eta^2 + \gamma[2\lambda\beta^2 + \rho(\beta^2 + \lambda^2)] - \rho \left( k_z t + \Omega_z + \frac{\beta_2 k^2}{2} \right) = 0 \quad (\text{IV.8.4})$$

$$\lambda_z + \Gamma\lambda = 0 \quad (\text{IV.8.5})$$

$$\lambda \left[ \gamma(\beta^2 + \lambda^2) - \left( k_z t + \Omega_z + \frac{\beta_2 k^2}{2} \right) \right] = 0 \quad (\text{IV.8.6})$$

$$\lambda(\eta_z(t - \chi) + \eta\chi_z) + \beta_2 k \lambda \eta + \gamma\beta((\rho^2 - \lambda^2) + 2\lambda\rho) = 0 \quad (\text{IV.8.7})$$

$$\beta_2 \rho \eta^2 + \gamma\rho(\rho^2 - \lambda^2) = 0 \quad (\text{IV.8.8})$$

$$\rho(\eta_z(t - \chi) + \eta\chi_z) + \beta_2 k \rho \eta + 2\gamma\beta\lambda^2 = 0 \quad (\text{IV.8.9})$$

$$-\beta_2 \lambda \eta^2 + \gamma\lambda(\rho^2 - \lambda^2) = 0 \quad (\text{IV.8.10})$$

En posant une condition entre les paramètres de la dispersion, la non linéarité et le terme gain-perte :

$$\Gamma(z) = \frac{\beta_{2,z}\gamma - \beta_2\gamma_z}{2\beta_2\gamma} \quad (\text{IV.9})$$

$$k(z) = k_c = cte ; \quad \eta(z) = \eta_c = cte ; \quad \Omega(z) = \Omega_c = cte ; \quad (\text{IV.10})$$

$$\eta(z) = k(z) \quad (\text{IV.11})$$

$$\chi(z) = \frac{k_c}{2} \int_0^z \beta_2(z) dz + \chi_0 \quad (\text{IV.12})$$

$$\beta(z) = 0 \quad (\text{IV.13})$$

Où  $k$ ,  $\eta$ ,  $\chi_0$  et  $\rho_0$  sont des constants arbitraires

### IV.3.1. Soliton brillant

On obtient une enveloppe solitonique de type soliton brillant dans le cas où  $\lambda = 0$ . Ainsi, la solution (IV.5) se réduit à la forme :

$$A(z,t) = \rho(z) \operatorname{sech}[\eta(z)(t - \chi(z))] \quad (\text{IV.14})$$

Avec une amplitude égale à :

$$\rho(z) = \rho_0 e^{-\int_0^z \Gamma(z) dz} \quad (\text{IV.15})$$

Où  $\rho_0$  est une constante d'intégration reliée à l'impulsion initiale injectée à la fibre.

En conséquence, l'enveloppe du soliton brillant peut être écrite sous la forme :

$$E_1(z,t) = \rho_0 \exp\left(-\int_0^z \Gamma dz\right) \operatorname{sech}\left[\eta_c\left(t - \frac{k_c}{2} \int_0^z \beta_2(z) dz + \chi_0\right)\right] \exp(i(k_c t - \Omega_c)) \quad (\text{IV.16})$$

L'intensité correspondante est donnée par :

$$|E_1(z,t)|^2 = \rho_0^2 \exp\left(-2\int_0^z \Gamma dz\right) \operatorname{sech}^2[\eta_c(t - \chi(z))] \quad (\text{IV.17})$$

### IV.3.2. Soliton noir

Pour la condition paramétrique  $\rho = 0$ , la solution obtenue prend la forme d'un soliton noir qui prend la forme :

$$A(z,t) = \lambda(z) \tanh[\eta(z)(t - \chi(z))] \quad (\text{IV.18})$$

Avec une amplitude égale à :

$$\lambda(z) = \lambda_0 e^{-\int_0^z \Gamma(z) dz} \quad (\text{IV.19})$$

En insérant l'amplitude (IV.19) dans (IV.2), on peut obtenir l'enveloppe du solitons noir comme suit :

$$E_2(z,t) = \lambda_0 \exp\left(-\int_0^z \Gamma dz\right) \tanh\left[\eta_c\left(t - \frac{k_c}{2} \int_0^z \beta_2(z) dz + \chi_0\right)\right] \exp(i(k_c t - \Omega_c)) \quad (IV.20)$$

L'intensité correspondante est donnée par :

$$|E_2(z,t)|^2 = \lambda_0^2 \exp\left(-2\int_0^z \Gamma dz\right) \left\{1 - \operatorname{sech}^2[\eta_c(t - \chi(z))]\right\} \quad (IV.21)$$

Cette dernière équation montre que l'amplitude de l'onde solitaire dépend exclusivement de la distance tandis que sa largeur reste constante au cours de la propagation.

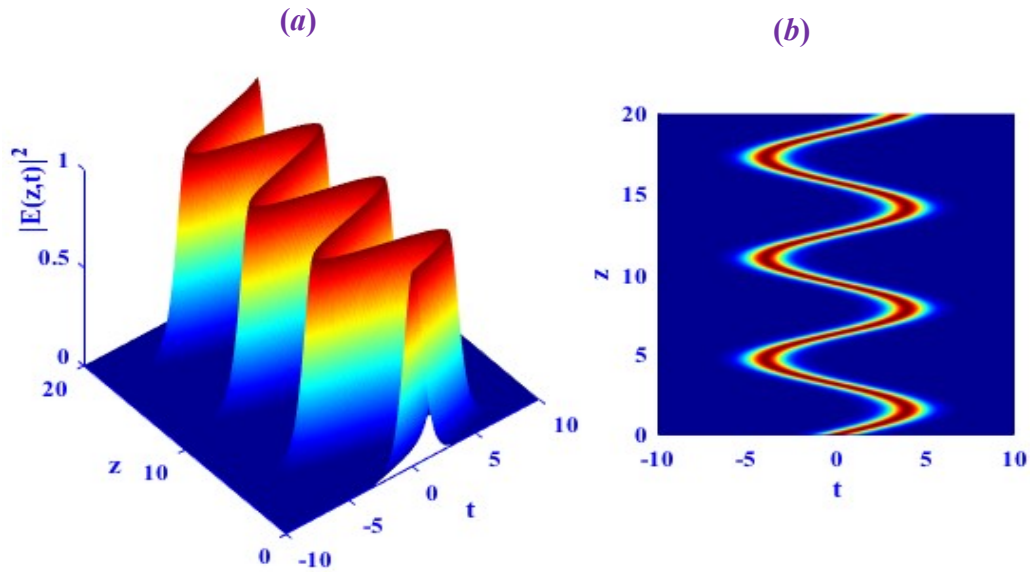
#### **IV.4. Impact de l'inhomogénéité sur la dynamique des solitons**

D'après les équations paramétriques (IV.15) et (IV.19), il est clair que l'amplitude de l'onde dépend en exponentielle du facteur gain-perte  $\Gamma(z)$ . Notamment l'équation (IV.12) montre que le décalage de la vitesse de groupe  $\chi(z)$  est affecté par le coefficient la dispersion de la vitesse de groupe  $\beta_2(z)$ , qui joue un rôle très important dans la dynamique de propagation de l'impulsion en question. Dans ce cadre, nous allons étudier l'influence de ces deux paramètres sur le comportement spatio-temporel du soliton optique dans une fibre inhomogène gouvernée par l'équation de Schrödinger non linéaire standard (IV.1).

Pour contrôler la dynamique des solitons, il faut voir l'impact des paramètres de gain /perte et de la vitesse de groupe sur l'évolution des solitons brillant et noir présentés par les équations (IV.16) et (IV.20) respectivement.

##### **IV.4.1. Impact sur le soliton brillant**

Au départ, on choisit une modulation sinusoïdale du paramètre de la vitesse de groupe donnée par  $\beta_2(z) = \cos(\omega z)$  ce qui permet de trouver à partir de l'équation paramétrique (IV.12), la fonction :  $\chi(z) = a \sin(\omega z)$ . La figure (IV.1) montre l'évolution spatio-temporelle du soliton brillant (IV.16) dans un milieu sans gain /perte ( $\Gamma(z)=0$ ). On voit clairement que le soliton prend une forme similaire à un serpent (snack). Il est intéressant de remarquer que le soliton se propage sans changement d'amplitude ni de largeur comme le montre le profil correspondant présenté dans la figure [(IV.1-b)]. Ainsi, un régime stable de propagation du soliton est atteint pour le cas d'un milieu sans pertes ( $\Gamma(z)=0$ ) une fois qu'un équilibre parfait entre la non linéarité et la dispersion est obtenu (figure (VI.1)).



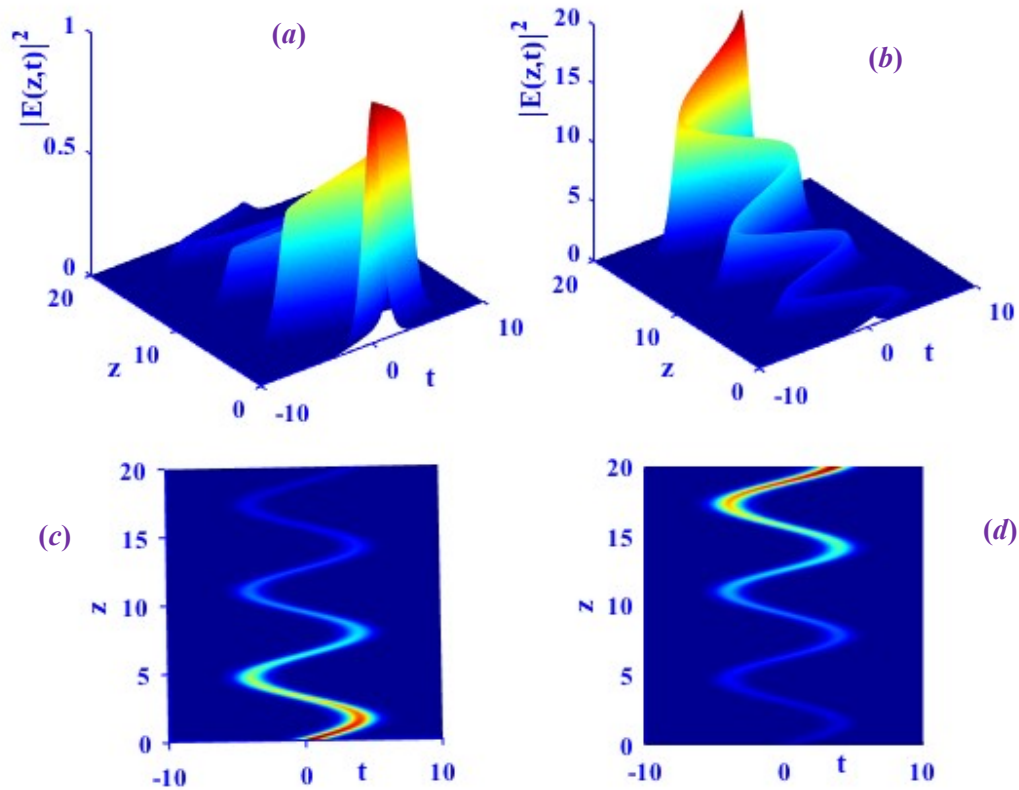
**Figure IV.1 :** Evolution du soliton brillant (IV.16) pour  $\beta_2(z) = a \cos(\omega z)$  avec  $\omega = a = 1$  et  $\Gamma(z) = 0$  (a) Intensité du soliton (b) Profil à deux dimensions.

#### IV.4.2. Impact du gain/perte

Selon l'équation (IV.16), on voit clairement que l'amplitude du soliton est affectée uniquement par les pertes exprimées par le coefficient  $\Gamma(z)$ . Pour différentes valeurs de  $\Gamma(z)$ , l'amplitude varie en exponentielle. La figure (IV.2) montre l'évolution d'un soliton brillant donné par l'expression (IV.16) dans le domaine de l'espace-temps pour différentes valeurs du coefficient de pertes  $\Gamma(z)$  prenant  $\chi(z) = a \sin(\omega z)$ . On constate que pour cette modulation sinusoïdale de  $\chi(z)$ , le soliton garde une forme de serpent au cours de sa propagation sans la moindre déformation ou distorsion. En parallèle, l'influence de l'effet de perte se présente principalement sur l'amplitude du soliton comme il est montré sur la figure (IV.2). En effet, l'amplitude va énormément diminuer à cause de l'influence de l'effet de perte sur l'impulsion pour le cas  $\Gamma(z) > 0$  (figure (VI.1.a)). Dans le cas opposé  $\Gamma(z) < 0$ , le gain amplifie l'amplitude pour atteindre des valeurs importantes sans changement de largeur (figure (VI.1.b)).

Nous pouvons conclure que l'inclusion du terme lié au gain/perte dans l'équation régissant la propagation (IV.1) permet de contrôler plus efficacement l'amplitude du soliton dans la fibre inhomogène et par conséquent la dynamique de propagation non linéaire des

solitons brillant et noir. Notons que les pertes sont principalement dues à l'absorption du matériau et aux interactions fondamentales entre l'onde et le milieu matériel.



**Figure IV.2 :** Evolution du soliton brillant (IV.16), avec  $\beta_2(z) = a \cos(\omega z)$  où  $\omega = a = 1$  (a) milieu avec perte  $\Gamma(z) = +0.05$  (b) milieu à gain  $\Gamma(z) = -0.05$  (c) et (d), profils d'évolutions de l'onde à deux dimensions dans un milieu inhomogène.

#### IV.4.3. Impact de la dispersion de la vitesse de groupe

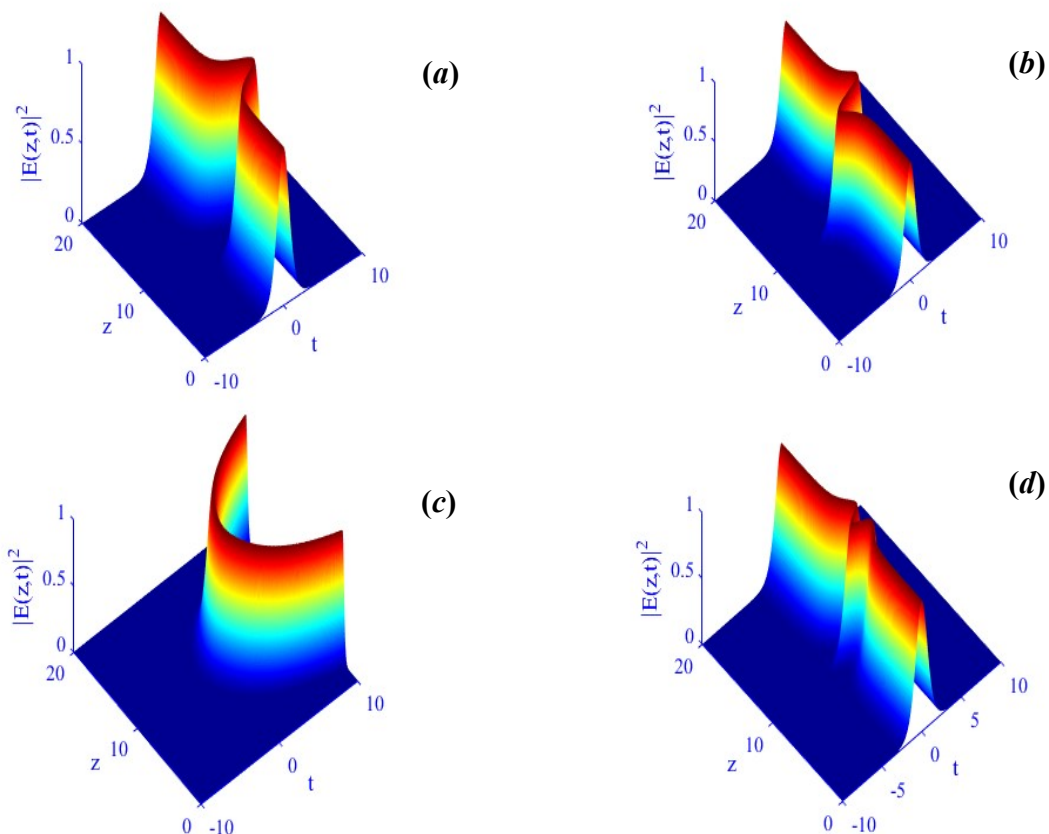
Pour observer l'impact de la dispersion de la vitesse de groupe sur le profil de l'impulsion porteuse, il est commode de prendre une valeur fixe du paramètre gain/perte  $\Gamma(z) = 0$ , ce qui implique que l'amplitude est constante.

Selon l'équation (IV.12), on voit que le décalage de la vitesse de groupe  $\chi(z)$  est affecté exclusivement par le paramètre  $\beta_2(z)$ . La figure (IV.3) montre l'évolution spatio-temporelle et le profil correspondant du soliton brillant (IV.16) qui se propage dans une fibre inhomogène modélisée par l'équation de SNL (IV.1) pour différentes fonctions  $\chi(z)$  en considérant un milieu sans pertes où  $\Gamma(z) = 0$ .

Les résultats numériques présentés ci-dessous montrent que l'amplitude et la largeur du soliton restent constantes tout au long de la propagation pour toutes les variations proposées de  $\chi(z)$  [figure (IV.3)]. Par contre la dynamique de propagation a changé en

considérant différentes variations de  $\chi(z)$ . En effet, en prenant une variation hyperbolique de type  $\chi(z) = \text{sech}(\omega z)$ , le soliton prend la forme ‘V’ [figure (IV.3.a)]. En considérant une forme plus complexe telle que  $\chi(z) = \text{sech}(\omega z) \tanh^2(\omega z)$ , le soliton se caractérise par une nouvelle forme similaire à la forme ‘N’. De plus et en supposant que  $\chi(z) = \text{sech}^{-1/3}(\omega z)$ , une compression appelée soliton Boomerang est observée. Dans le cas où la fonction de décalage de la vitesse de groupe inversée est égale à  $\chi(z) = \text{sech}(\omega z) \tanh(\omega z)$ , le soliton prend la forme de ‘M’ ou ‘W’ selon le signe du facteur de  $\chi(z)$ .

Finalement, nous pouvons conclure que la dépendance du coefficient de la vitesse de groupe vis à vis de la distance de propagation provoque un changement de forme de l’impulsion solitonique tout en conservant son amplitude et sa largeur. Remarquons par ailleurs que les variations temporelles de  $\beta_2(z)$  permettent de moduler et de contrôler la propagation des solitons d’une manière efficace.



**Figure IV.3 :** Evolution du soliton brillant (IV.16), avec  $\Gamma(z) = 0$  et  $\omega = a = 1$  (a)  $\chi(z) = \text{sech}(\omega z)$  (b)  $\chi(z) = \text{sech}(\omega z) \tanh^2(\omega z)$  (c)  $\chi(z) = \text{sech}^{-1/3}(\omega z)$  (d)  $\chi(z) = \text{sech}(\omega z) \tanh(\omega z)$



## IV.5. Equation de Schrödinger non-linéaire d'ordre supérieur

L'étude de la dynamique de propagation non linéaire des solitons dipôles dans une fibre optique inhomogène présentant une forte non-linéarité de cinquième et de septième ordre n'a pas été étudiée auparavant. Dans le présent travail, en considérant l'inhomogénéité de la fibre, nous allons examiner les propriétés de propagation et de stabilité des solitons dipôles modélisés par une équation de *HNLS* à coefficients variables en présence des termes de perte /gain et la dispersion du premier ordre. En particulier, nous présentons les structures de type soliton dipôle pour une équation de *HNLS* à coefficients dépendants de la distance de propagation et incorporant les termes non-Kerr cubique-quintique-septique, les termes de la dispersion d'ordre trois et quatre, l'auto-raïdissement, le shift de fréquence, et le terme de gain/perte. Nous montrerons également que la dynamique de propagation non linéaire des solitons dipôles peut être efficacement contrôlée à travers les variations spatiales appropriées des différents paramètres physiques de la fibre. Ainsi, une variété de nouveaux profils solitoniques ont été déterminés en considérant plusieurs types de variation des paramètres présents dans le modèle régissant la propagation.

### IV.5.1. Modèle d'équation

Considérons la propagation d'une impulsion lumineuse ultracourte de durée de quelques femtoseconde dans une fibre monomode inhomogène présentant des termes de dispersion et de non linéarité d'ordre supérieur modélisée par l'équation de Schrödinger non linéaire d'ordre supérieur suivante :

$$\begin{aligned}
 E_z = & i(\alpha_1(z)E_{tt} + \alpha_2(z)|E|^2 E) + \alpha_3(z)E_{ttt} + \alpha_4(z)(|E|^2 E)_t + \alpha_5(z)E(|E|^2)_t \\
 & + i\alpha_6(z)|E|^4 E + \alpha_7(z)(|E|^4 E)_t + \alpha_8(z)E(|E|^4)_t + i\alpha_9(z)|E|^6 E \\
 & + \alpha_{10}(z)(|E|^6 E)_t + \alpha_{11}(z)E(|E|^6)_t + i\alpha_{12}(z)E_{ttt} - \alpha_{13}(z)E_t - \Gamma(z)E,
 \end{aligned} \tag{IV.22}$$

Où  $E(z,t)$  est l'enveloppe complexe du champ électrique lentement variable, tandis que  $z$  et  $t$  représentent respectivement la distance de propagation et le temps. Les coefficients  $\alpha_i(z)$  ( $i=1,\dots,5$ ) sont des paramètres dépendants de la distance de propagation, liés respectivement à la dispersion de la vitesse de groupe (*GVD*), l'auto-modulation de phase (*SPM*), la dispersion d'ordre trois (*TOD*), l'auto-raïdissement, et le shift de fréquence due à la diffusion Raman stimulée (*SRS*). Les termes proportionnels aux paramètres  $\alpha_6(z)$ ,  $\alpha_7(z)$  et  $\alpha_8(z)$  représentent les termes non-Kerr quintique. Également  $\alpha_9(z)$ ,  $\alpha_{10}(z)$  et  $\alpha_{11}(z)$  sont les

termes non-Kerr non linéaires septiques. De plus, le paramètre  $\alpha_{12}(z)$  représente la dispersion d'ordre quatre (FOD) tandis que le terme proportionnel à  $\alpha_{13}(z)$  est associé à la vitesse de groupe.  $\Gamma(z)$  décrit le coefficient d'amplification (pour  $\Gamma > 0$ ) ou d'absorption (pour  $\Gamma < 0$ ).

Compte tenu des termes liés à  $\alpha_{13}$  et  $\Gamma$ , Loomba *et al.* [19] ont récemment démontré l'existence d'une impulsion solitonique brillante non autonome pour une équation SNL cubique-quintique. Dans ce travail, nous avons introduit explicitement le terme de la dérivée première du champ [c'est à dire le terme proportionnel à  $\alpha_{13}(z)$ ] dans le modèle (IV.22) pour examiner son influence en même temps que les termes non linéaire et dispersifs. Dans le cas où  $\alpha_{13}(z) = \Gamma(z) = 0$ , et quand les coefficients  $\alpha_i(z)$  (avec  $i = 1, \dots, 12$ ) sont des constantes, l'équation se réduit à un modèle exploité auparavant pour étudier la propagation des solitons dipôles dans une fibre homogène [14]. Notons que le présent modèle (IV.22) intervient non seulement pour décrire la propagation des impulsions lumineuses femtosecondes dans les fibres inhomogènes, mais également appliqué pour décrire l'évolution des solitons à gestion de dispersion.

Parallèlement, l'observation expérimentale des non-linéarités cubique-quintique-septique dans de nombreux matériaux optiques tels que les verres de halogénures [20], nous a motivé à étudier les propriétés de propagation et les conditions de formation des solitons dipôles dans le cadre du modèle (IV.22). Il est à noter que ces non-linéarités proviennent des susceptibilités non-linéaires de la troisième [ $\chi^{(3)}$ ], cinquième [ $\chi^{(5)}$ ], et septième ordre [ $\chi^{(7)}$ ], respectivement. Théoriquement, la recherche de différentes solutions exactes, en particulier les solutions de type soliton peut nous aider à comprendre les phénomènes non linéaires et les processus dynamiques qui apparaissent dans les systèmes physiques modélisés par l'équation (IV.22). D'un point de vue pratiques, l'étude de la propagation des solitons optiques ayant une durée de quelques femtoseconde dans les fibres optiques est très importante à cause de leur utilisation dans les télécommunications optiques rapides à très longue distance et à haut débit [21].

## **IV. 6. Solution soliton dipôle**

Nous adoptons la solution de l'amplitude complexe obtenue en appliquant la formulation de couplage amplitude-phase sous la forme suivante [17] :

$$E(z,t) = A(z,t) \exp[i\phi(z,t)], \quad (\text{IV.23})$$

Où  $A(z,t)$  étant la fonction de l'enveloppe complexe et  $\phi(z,t) = k(z)t + \Omega(z)$  est le shift linéaire de la phase. Ici  $k(z)$  et  $\Omega(z)$  sont les paramètres dépendants de la distance de propagation  $z$  qui sont liés respectivement au nombre d'onde et au décalage de fréquence.

En insérant cette solution dans l'équation (IV.22) et en éliminant le terme exponentiel, on obtient l'équation suivante :

$$\begin{aligned} iA_z + ia_1A_t + a_2A_{tt} + a_3|A|^2A - ia_4|A|^2A_t - ia_5A^2A_t^* - (a_6 + \phi_z)A + a_7|A|^4A - ia_8|A|^4A_t \\ - ia_9A^2|A|^2A_t^* + a_{10}|A|^6A - ia_{11}|A|^6A_t - ia_{12}A^2|A|^4A_t^* - ia_{13}A_{ttt} + a_{14}A_{tttt} + i\Gamma A = 0, \end{aligned} \quad (IV.24)$$

Avec

$$\begin{aligned} a_1 = 2\alpha_1k + 3\alpha_3k^2 - 4\alpha_{12}k^3 + \alpha_{13}, \quad a_2 = \alpha_1 + 3\alpha_3k - 6\alpha_{12}k^2, \quad a_3 = \alpha_2 + \alpha_4k, \\ a_4 = 2\alpha_4 + \alpha_5, \quad a_5 = \alpha_4 + \alpha_5, \quad a_6 = \alpha_1k^2 + \alpha_3k^3 - \alpha_{12}k^4 + \alpha_{13}k, \\ a_7 = \alpha_6 + k\alpha_7, \quad a_8 = 3\alpha_7 + 2\alpha_8, \quad a_9 = 2(\alpha_7 + \alpha_8), \\ a_{10} = \alpha_9 + \alpha_{10}k, \quad a_{11} = 4\alpha_{10} + 3\alpha_{11}, \quad a_{12} = 3(\alpha_{10} + \alpha_{11}), \\ a_{13} = \alpha_3 - 4\alpha_{12}k, \quad a_{14} = \alpha_{12}, \quad \phi_z = k_z t + \Omega_z. \end{aligned} \quad (IV.25)$$

Pour résoudre l'équation précédente, nous allons adopter la fonction d'enveloppe complexe introduite par *Choudhuri* et *Porsezian* [12]. Comme le modèle gouvernant la propagation (IV.22) est à coefficients variables, la fonction d'enveloppe complexe proposée doit être généralisée comme suit :

$$A(z,t) = i\beta(z) + \lambda(z) \operatorname{sech}[\eta(z)(t - \chi(z))] \tanh[\rho(z)(t - \chi(z))], \quad (IV.26)$$

Ainsi tous les paramètres  $\beta(z)$ ,  $\lambda(z)$ ,  $\eta(z)$ ,  $\rho(z)$  et  $\chi(z)$  sont maintenant dépendant de la distance de propagation  $z$ . Ici  $\chi(z)$  représente le décalage inverse de la vitesse de groupe, alors que  $\eta(z)$  et  $\rho(z)$  sont les largeurs de l'impulsion.

Il est clair que la solution  $A(z,t)$  donnée par l'équation (IV.26) décrit une solution soliton contenue dans une plateforme à onde continue se propageant dans une fibre inhomogène. De plus, l'amplitude de l'onde solitaire est non nulle lorsque la variable du temps s'approche à l'infini. Il est intéressant de remarquer que lorsque les paramètres  $\beta(z)$  et  $\eta(z)$  sont nuls, l'expression (IV.26) se réduit à une solution décrivant un soliton noir original. Alors, on trouve la fonction de déphasage non linéaire  $\phi(z,t)$  sous la forme :

$$\phi(z,t) = \arctan\left(\frac{\beta(z)}{\lambda(z) \operatorname{sech}[\eta(z)(t - \chi(z))] \tanh[\rho(z)(t - \chi(z))]} \right), \quad (IV.27)$$

De plus, l'amplitude peut être exprimée par l'expression suivante :

$$|A(z,t)| = \left\{ \beta^2(z) + [\lambda(z) \operatorname{sech}[\eta(z)(t - \chi(z))] \tanh[\rho(z)(t - \chi(z))] ]^2 \right\}^{1/2}. \quad (\text{IV.28})$$

En insérant l'équation (IV.26) dans (IV.24), et en tendant les termes des fonctions *sech* aux termes *tanh*, et en mettant les coefficients de ces termes ainsi que les termes correspondant à des combinaisons entre les fonctions *tanh* et *sech* soient nulles, après séparation des parties réelle et imaginaire, nous obtenons les 48 équations paramétriques suivantes :

$$\eta_z = 0, \quad (\text{IV.29.1})$$

$$\rho_z = 0, \quad (\text{IV.29.2})$$

$$k_z = 0, \quad (\text{IV.29.3})$$

$$\lambda_z + \Gamma \lambda = 0, \quad (\text{IV.29.4})$$

$$\beta_z + \Gamma \beta = 0, \quad (\text{IV.29.5})$$

$$\beta(-a_6 + a_3\beta^2 + a_7\beta^4 + a_{10}\beta^6 - \Omega_z) = 0, \quad (\text{IV.29.6})$$

$$\rho\lambda[a_1 - \chi_z - (a_4 + a_5)\beta^2 - (a_8 + a_9)\beta^4 + a_{13}(3\eta^2 + 2\rho^2) - (a_{11} - a_{12})\beta^6] = 0, \quad (\text{IV.29.7})$$

$$\lambda\rho\eta[a_2 - 2a_{14}(5\eta^2 + 2\rho^2)] = 0, \quad (\text{IV.29.8})$$

$$a_{13}\rho\eta^2\lambda = 0, \quad (\text{IV.29.9})$$

$$\beta\lambda^2\rho(a_5 + a_9\beta^2 + a_{12}\beta^4) = 0, \quad (\text{IV.29.10})$$

$$\beta\lambda^2\eta(a_5 + a_9\beta^2 + a_{12}\beta^4) = 0, \quad (\text{IV.29.11})$$

$$\lambda[-a_6 + a_3\beta^2 + a_7\beta^4 - a_2(\eta^2 + 2\rho^2) + a_{14}(5\eta^4 + 16\rho^4 + 12\eta^2\rho^2) + a_{10}\beta^6 - \Omega_z] = 0, \quad (\text{IV.29.12})$$

$$\eta\lambda[a_1 - \chi_z + \beta^2(a_5 - a_4) + \beta^4(a_9 - a_8) + a_{13}(5\eta^2 + 6\rho^2) - \beta^6(a_{11} - a_{12})] = 0, \quad (\text{IV.29.13})$$

$$\lambda\eta^2[a_2 - 2a_{14}(7\eta^2 + 6\rho^2)] = 0, \quad (\text{IV.29.14})$$

$$\lambda\eta\rho[a_2 - 2a_{14}(5\eta^2 + 8\rho^2)] = 0, \quad (\text{IV.29.15})$$

$$6a_{13}\lambda\eta^3 = 0, \quad (\text{IV.29.16})$$

$$\beta\lambda^2[a_3 + 2a_7\beta^2 + 3a_{10}\beta^4] = 0, \quad (\text{IV.29.17})$$

$$\rho\lambda[a_1 - \chi_z + \beta^2(a_5 - a_4) + \lambda^2(a_5 + a_4) + \beta^4(a_9 - a_8) + a_{13}(3\eta^2 + 8\rho^2) + 2a_8\beta^2\lambda^2 + a_{11}\beta^4(3\lambda^2 - \beta^2) + a_{12}\beta^4(\beta^2 + \rho^2 - 2\lambda^2)] = 0, \quad (\text{IV.29.18})$$

$$\rho\lambda[6a_{13}\eta^2 + (a_4 + a_5 + 2a_8\beta^2 + 3a_{11}\beta^4 - a_{12}\beta^4)\lambda^2] = 0, \quad (\text{IV.29.19})$$

$$2\beta\eta\lambda^2 [a_5 + a_9\beta^2 + a_{12}\beta^2(\beta^2 - 4\lambda^2)] = 0, \quad (\text{IV.29.20})$$

$$2\beta\eta\lambda^2 [a_5 + a_9\beta^2 + a_{12}\beta^4] = 0, \quad (\text{IV.29.21})$$

$$2\beta\rho\lambda^2 [a_5 + a_9(\beta^2 - \lambda^2) + a_{12}\beta^2(\beta^2 - 2\lambda^2)] = 0, \quad (\text{IV.29.22})$$

$$\lambda[2a_2\rho^2 + a_3\lambda^2 + 2a_7\beta^2\lambda^2 + 3a_{10}\beta^4\lambda^2 - 4a_{14}\rho^2(3\eta^2 + 10\rho^2)] = 0, \quad (\text{IV.29.23})$$

$$24a_{14}\lambda\rho\eta^3 = 0, \quad (\text{IV.29.24})$$

$$\eta\lambda[6a_{13}\rho^2 + (a_5 + a_4 + 2a_8\beta^2 + 3a_{11}\beta^4 - a_{12}\beta^4)\lambda^2] = 0, \quad (\text{IV.29.25})$$

$$2\beta\rho[a_5 + a_9(\beta^2 - 2\lambda^2) + a_{12}\beta^2(\beta^2 - 2\lambda^2)] = 0, \quad (\text{IV.29.26})$$

$$(a_3 + 2a_7\beta^2 + 3a_{13}\beta^4)\lambda^3 - 24a_{14}\lambda\rho^2\eta^2 = 0, \quad (\text{IV.29.27})$$

$$\eta\lambda^3 [a_4 + a_5 + 2a_8\beta^2 + 3(a_{11} - a_{12})\beta^4] = 0, \quad (\text{IV.29.28})$$

$$a_{12}\beta^3\lambda^4 = 0, \quad (\text{IV.29.29})$$

$$a_{12}\beta\rho\lambda^6 = 0, \quad (\text{IV.29.30})$$

$$a_{12}\beta\rho\lambda^4(4\beta^2 - 3\lambda^2) = 0, \quad (\text{IV.29.31})$$

$$a_{12}\beta\eta\lambda^4(4\beta^2 - 3\lambda^2) = 0, \quad (\text{IV.29.32})$$

$$a_{12}\beta\rho\lambda^4(3\lambda^2 - 2\beta^2) = 0, \quad (\text{IV.29.33})$$

$$a_{12}\beta\eta\lambda^4(3\lambda^2 - 2\beta^2) = 0, \quad (\text{IV.29.34})$$

$$a_{12}\beta\eta\lambda^6 = 0, \quad (\text{IV.29.35})$$

$$\beta\lambda^4(a_7 + 3a_{10}\beta^2) = 0, \quad (\text{IV.29.36})$$

$$\rho\lambda[(a_4 + a_5)\lambda^2 + 6a_{13}\rho^2 + 4a_8\beta^2\lambda^2 - 4(a_8 + a_9)\lambda^4 - 3a_{11}\beta^2(\lambda^2 - \beta^2) + a_{12}\beta^2\lambda^2(\lambda^2 - \beta^2 - 2\rho^2)] = 0, \quad (\text{IV.29.37})$$

$$\rho\lambda^3 [(a_4 + a_5) + 2a_8\beta^2 - 2(a_8 + a_9)\lambda^2 + 3a_{11}\beta^2(\beta^2 - 2\lambda^2) + a_{12}\beta^2(2\rho^2 - \lambda^2)] = 0, \quad (\text{IV.29.38})$$

$$\eta\lambda^5 [(a_8 + a_9) - 3\beta^2(a_{11} + a_{12})] = 0, \quad (\text{IV.29.39})$$

$$\rho\lambda^5 [(a_8 + a_9) - 3\beta^2(a_{11} + a_{12})] = 0, \quad (\text{IV.29.40})$$

$$\eta\lambda^7 (a_{11} + a_{12}) = 0, \quad (\text{IV.29.41})$$

$$\lambda[(a_7 + 3a_{10}\beta^2)\lambda^4 - 24a_{14}\rho^4] = 0, \quad (\text{IV.29.42})$$

$$\rho\lambda^7 (a_{11} + a_{12}) = 0, \quad (\text{IV.29.43})$$

$$a_{10}\lambda^7 = 0, \quad (\text{IV.29.44})$$

$$a_{10}\beta\lambda^6 = 0, \quad (IV.29.45)$$

$$\eta\beta^2\lambda^5(a_{11} - a_{12}) = 0, \quad (IV.29.46)$$

$$\rho\beta^2\lambda^5(3a_{11} + a_{12}) = 0, \quad (IV.29.47)$$

$$2\lambda^5(3a_{13}\beta^2 + a_7) = 0, \quad (IV.29.48)$$

Dans ce qui suit, nous discuterons les conditions qui conduisent à la formation des solitons dipôles dans une fibre monomode inhomogène gouvernée par l'équation de Schrödinger non-linéaire d'ordre élevé (IV.22).

### IV.7. Discussion

Pour déterminer les paramètres de soliton, nous devons imposer quelques restrictions sur les paramètres dépendants de telle sorte que les équations résultantes (IV.29) deviennent compatibles.

Nous pouvons clairement voir que les équations (IV.29.29) - (IV.29.36) permettent de trouver deux cas possibles qui produisent des solutions solitoniques de type dipôle :  $\beta(z) = 0$  et  $\lambda(z) \neq 0$  ou  $\beta(z) \neq 0$  et  $\lambda(z) = 0$ . Remarquons que la solution qui correspond au cas  $\lambda(z) = 0$  n'a aucune signification physique. Pour obtenir une solution solitonique pour l'équation (IV.22), on doit donc considérer le cas  $\beta(z) = 0$  et par conséquent la solution (IV.26) se réduit à la forme suivante :

$$A(z,t) = \lambda(z) \operatorname{sech}[\eta(z)(t - \chi(z))] \tanh[\rho(z)(t - \chi(z))] \quad (IV.30)$$

Avec les conditions paramétriques suivantes :

$$\begin{aligned} a_1 = \chi_z, \quad a_6 + \Omega_z = 0, \quad a_2 = a_3 = a_7 = a_{10} = a_{13} = a_{14} = 0, \\ a_4 + a_5 = 0, \quad a_8 + a_9 = 0, \quad a_{11} + a_{12} = 0. \end{aligned} \quad (IV.31)$$

La combinaison des équations (IV.25) et (IV.31), nous permet de trouver les conditions de la formation du soliton dipôle :

$$\alpha_1 = \alpha_3 = \alpha_{12} = 0, \quad 3\alpha_4 + 2\alpha_5 = 0, \quad 5\alpha_7 + 4\alpha_8 = 0, \quad 7\alpha_8 + 6\alpha_9 = 0, \quad (IV.32)$$

Ainsi que l'expression suivante du nombre d'onde :

$$k(z) = -\frac{\alpha_2(z)}{\alpha_4(z)} = -\frac{\alpha_6(z)}{\alpha_7(z)} = -\frac{\alpha_9(z)}{\alpha_{10}(z)}. \quad (IV.33)$$

En faisant maintenant la résolution des équations de (IV.29.1)-(IV.29.4), on obtient les expressions des paramètres du soliton comme suit :

$$\eta(z) = \eta_c, \quad (IV.34)$$

$$\rho(z) = \rho_c, \quad (IV.35)$$

$$k(z) = k_c, \quad (IV.36)$$

$$\lambda(z) = \lambda_0 \exp\left[-\int_0^z \Gamma(\xi) d\xi\right]. \quad (IV.37)$$

Où  $\eta_c, \rho_c$  et  $k_c$  sont des constants arbitraires, tandis que  $\lambda_0$  est une constante d'intégration liée à l'amplitude initiale de l'impulsion. De plus, à partir de la première et deuxième relations de l'équation (IV.31), et en tenant compte des équations (IV.25) et (IV.32), on obtient après intégration les expressions de  $\chi(z)$  et  $\Omega(z)$  :

$$\chi(z) = \int_0^z \alpha_{13}(\xi) d\xi + \chi_c, \quad (IV.38)$$

et

$$\Omega(z) = -k_c \int_0^z \alpha_{13}(\xi) d\xi + \Omega_c \quad (IV.39)$$

Où  $\chi_c$  et  $\Omega_c$  sont des constants arbitraires.

A partir des équations. (IV.34)-(IV.36), on constate que la largeur et le nombre d'onde de l'impulsion restent inchangés pendant la propagation tout au long de la fibre inhomogène. L'équation (IV.37) montre que l'amplitude de l'impulsion  $\lambda(z)$  est affectée par la variation du coefficient de gain/perte  $\Gamma(z)$ . Notamment, cette amplitude peut être augmenté ou diminuer ou rester stable en ajustant le paramètre  $\Gamma(z)$ . De plus, les équations. (IV.38) et (IV.39) montrent que le décalage de la vitesse de groupe inverse  $\chi(z)$  et le décalage de fréquence  $\Omega(z)$  sont affectés par le paramètre  $\alpha_{13}(z)$  associé à la vitesse de groupe. Ainsi, les paramètres de l'impulsion peuvent être efficacement contrôlés à travers les paramètres distribués  $\Gamma(z)$  et  $\alpha_{13}(z)$ . Il est à noter que ces résultats sont complètement différents de ceux obtenus en faisant l'étude des solitons dipôles modélisés par l'équation de SNL d'ordre supérieur à coefficients constants pour laquelle les paramètres  $k$  et  $\chi$  de l'impulsion sont nuls. (Voire refs. [12, 14]).

En se basant sur les résultats ci-dessus, on trouve que l'enveloppe du champ électrique peut s'écrire sous la forme :

$$E(z,t) = \lambda_0 \exp\left[-\int_0^z \Gamma(\xi) d\xi\right] \operatorname{sech}[\eta_c(t - \chi(z))] \tanh[\rho_c(t - \chi(z))] \exp[i\phi(z,t)], \quad (IV.40)$$

avec

$$\phi(z, t) = k_c t - k_c \int_0^z \alpha_{13}(\xi) d\xi + \Omega_c. \quad (\text{IV.41})$$

et  $\chi(z)$  est donnée par (IV.38). Puisque le paramètre  $\beta(z) = 0$ , alors il n'est possible pour cette solution d'avoir une plateforme sur laquelle elle va se propager.

Par conséquent, l'intensité de l'onde solitaire prend l'expression suivante :

$$|A(z, t)|^2 = |\lambda_0 \operatorname{sech}[\eta_c(t - \chi(z))] \tanh[\rho_c(t - \chi(z))]|^2 \exp\left[-2 \int_0^z \Gamma(\xi) d\xi\right]. \quad (\text{IV.42})$$

L'équation (IV.32) montre que pour former le soliton dipôle dans une fibre inhomogène possédant des non-linéarités non-Kerr quintique et septique, les dispersions GVD, TOD et FOD doivent être compensées. Il est à noter que pratiquement la compensation simultanée des différentes dispersions est généralement difficile dans les systèmes à fibres. Cependant, il est possible d'optimiser ces systèmes optiques. D'un point de vue physique, le GVD et les dispersions d'ordre supérieur sont des effets linéaires qui provoquent l'élargissement temporel de l'impulsion [14]. Expérimentalement, différentes stratégies ont été élucidées pour réaliser une compensation de l'élargissement spectral causé par les différents types de la dispersion, y compris l'exploitation de réseau de pair et l'utilisation des séquences de prisme, les miroirs diélectriques dans des lasers à blocage de modes, et les amplificateurs à impulsion chirpée [22]. Ici, idéalement le GVD, TOD et FOD approchent des valeurs nulles c'est-à-dire que l'onde solitaire ne peut pas être détruite. À partir de l'équation (IV.32), on peut également constater que l'existence du soliton dipôle dans une fibre inhomogène décrite par le modèle (IV.22) exige la réalisation de trois aspects d'équilibre : (i) un équilibre entre l'effet d'auto-raïdissement et le shift de fréquence, (ii) un équilibre entre les dérivées des termes non-linéaires quintique, (iii) et un équilibre entre les dérivées des termes non-linéaires septique. On remarque que ces aspects d'équilibre sont également nécessaires pour la formation de solitons dipôles dans une fibre optique homogène (voire les Refs. [12, 14]).

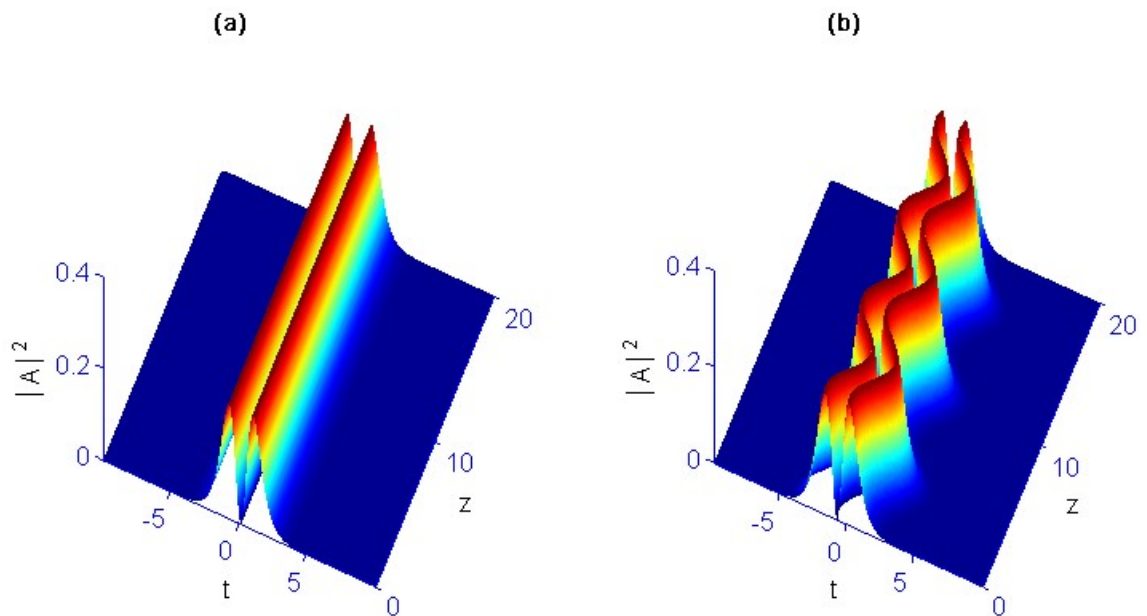
## **IV.8. Résultats numériques et interprétation**

Pour contrôler la propagation des solitons dipôles d'une manière efficace, nous considérons par la suite plusieurs formes de variation spatiale des paramètres physiques. Plus particulièrement, nous allons considérer trois cas très importants correspondant au fait que le paramètre du gain/perte varie d'une manière linéaire, périodique, ou prend une valeur nulle. Ces cas seront discutés en considérant un paramètre de la dispersion constant ou varie périodiquement avec la distance de propagation. Sur la base de ces exemples, on comprend



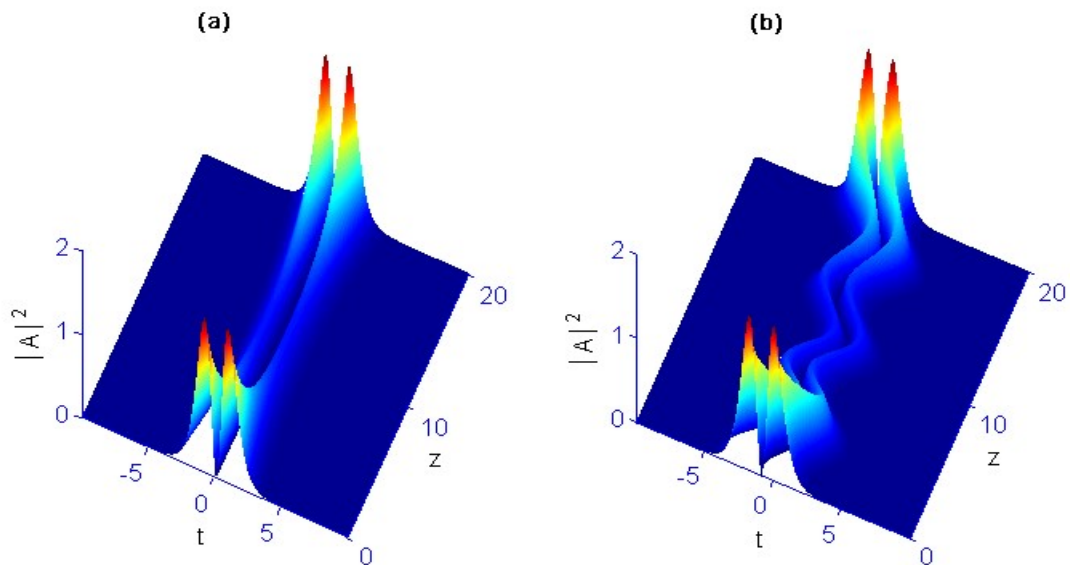
comment la modulation spatiale sur  $\Gamma(z)$  et  $\alpha_{13}(z)$  affectent la dynamique du soliton dipôle. De plus, nous constatons que la dynamique des impulsions dipôles qui se propagent dans une fibre inhomogène de fort non linéarité est différente de celle correspondant au cas idéal d'une fibre homogène.

Tout d'abord, considérons la situation la plus intéressante d'une fibre optique qui n'est pas influencée par l'effet du gain/perte c'est à dire, quand  $\Gamma(z) = 0$ . La [Figure IV.4(a)] montre le profil d'évolution de la solution (IV.40) dans le cas où la fonction de dispersion  $\alpha_{13}(z) = 0$ . Ici nous prenons les valeurs des paramètres comme suit  $\eta_c = \rho_c = \lambda_0 = 1$  avec  $\chi_c = 0.01$ , et par conséquent  $\chi(z) = 0.01$ . On remarque clairement que la forme du profil de l'impulsion dipôle reste inchangée après une distance de propagation de vingt longueurs normalisées. Maintenant prenons une modulation sinusoïdale de la fonction de dispersion  $\alpha_{13}(z)$  de sorte que  $\alpha_{13}(z) = a \cos(\omega z)$ , où  $a$  et  $\omega$  affectent respectivement l'amplitude et la fréquence de la trajectoire périodique, tout en gardant le paramètre  $\Gamma(z) = 0$  [Figure IV.4(b)]. On constate que les inhomogénéités du milieu ne conduisent qu'à des oscillations périodiques en espace et en temps, mais elles n'ont aucun effet sur la forme du soliton dipôle.

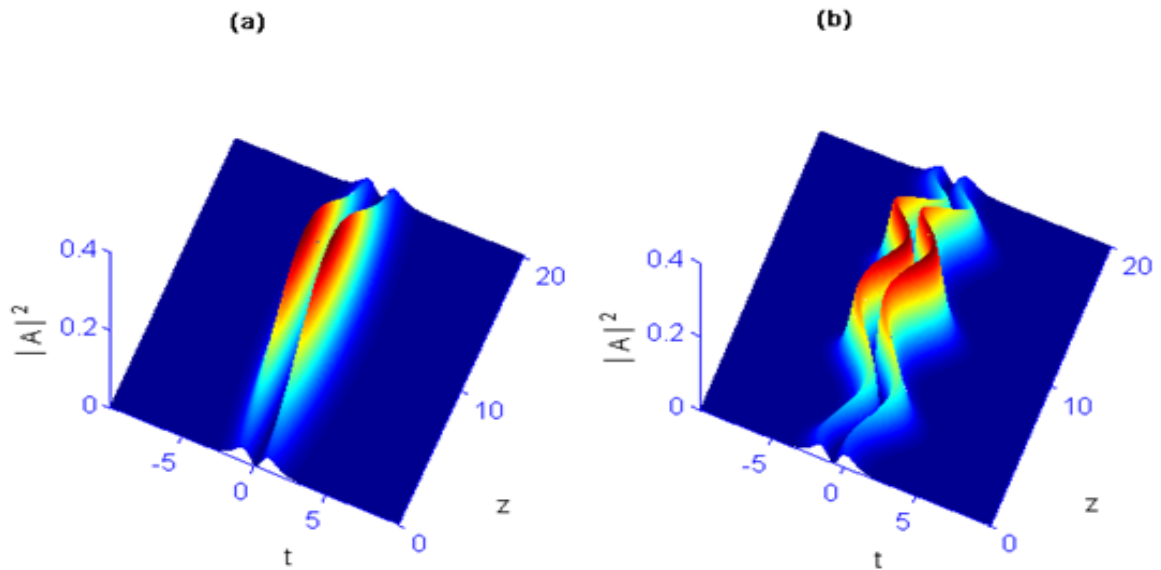


**Figure IV.4 :** Evolution d'un soliton dipôle donné par l'équation (IV.40) dans le cas où  $\Gamma(z) = 0$ . Ici les valeurs du paramètre lié à la vitesse de groupe sont :  
 (a)  $\alpha_{13}(z) = 0$ , (b)  $\alpha_{13}(z) = a \cos(\omega z)$ , avec  $a = \omega = 1$ .

Cependant, si nous choisissons une variation linéaire du terme du gain/perte en fonction de la distance de propagation  $z$  telle que  $\Gamma(z) = bz$ , un soliton dipôle parabolique peut se former tout au long de la direction de propagation. Ce comportement dépend explicitement à la fois du signe et de la valeur arbitraire de la constante  $b$ , qui détermine la direction d'ouverture du parabole. Les résultats de ce cas sont clairement représentés sur les figures IV.5 (a) et IV.6 (a), en choisissant,  $b = 0.01$  et  $b = -0.01$  respectivement. À partir de la première figure, on voit que le soliton dipôle parabolique perd son amplitude après une certaine distance de propagation avant de la récupérer par l'implication de l'effet de gain. Néanmoins, dans la deuxième figure IV.6 (a), le soliton est localisé paraboliquement en raison de la diminution de la fonction  $\Gamma(z)$  opposé par la valeur négative de la constante  $b$ . Ces deux cas ont été étudiés en présence de l'effet de l'inhomogénéité du milieu en choisissant la fonction de dispersion  $\alpha_{13}(z)$  sous la forme  $\alpha_{13}(z) = 0$ . Considérons maintenant une variation périodique de la dispersion de sorte que  $\alpha_{13}(z) = a \cos(\omega z)$  (avec  $a$  et  $\omega$  sont les mêmes paramètres identifiés précédemment). Les résultats présentés sur les figures IV.5 (b) et IV.6 (b) montrent que les inhomogénéités du milieu ont uniquement un impact sur l'évolution du soliton mais sans changement de son profil.

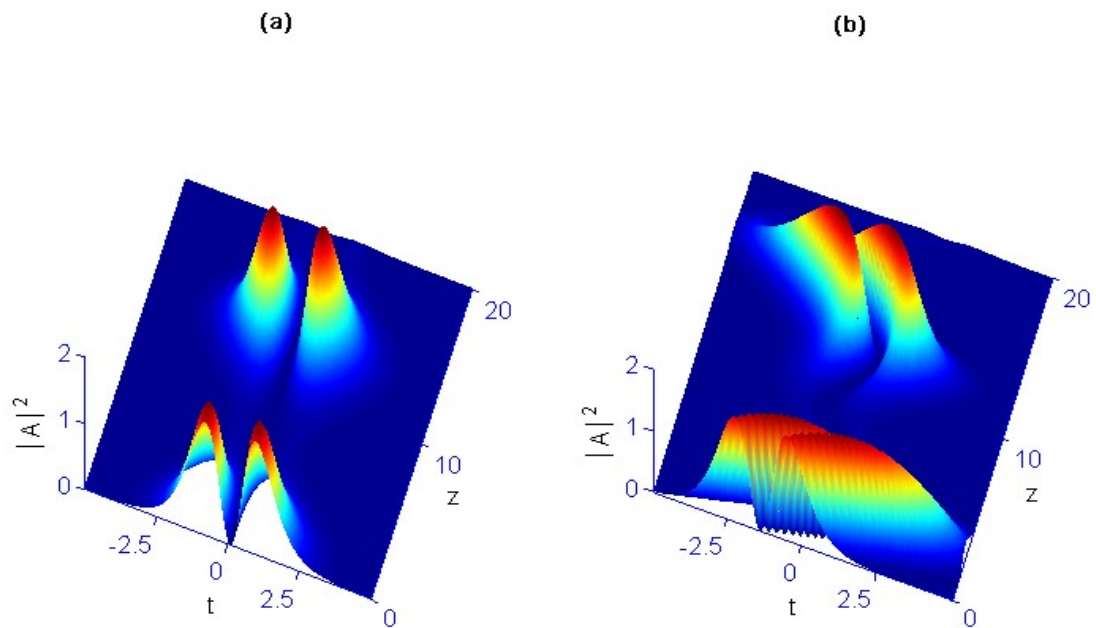


**Figure IV.5 :** Evolution du soliton dipôle (IV.40) dans le cas où  $\Gamma(z) = bz$  avec  $b = 0.01$ . Ici les valeurs du paramètre lié à la vitesse de groupe sont : (a)  $\alpha_{13}(z) = 0$ ,  
(b)  $\alpha_{13}(z) = a \cos(\omega z)$ , et  $a = \omega = 1$ .

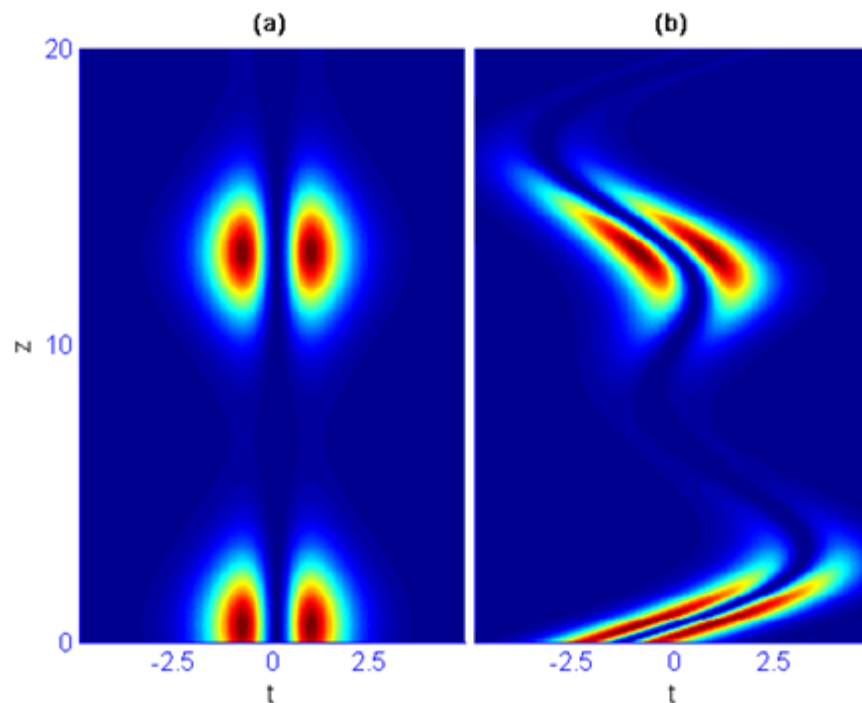


**Figure IV.6 :** Evolution du soliton dipôle (IV.40) pour les paramètres  $\Gamma(z) = bz$ , avec  $b = -0.01$ .  
 Les valeurs du paramètre lié à la vitesse de groupe sont : (a)  $\alpha_{13}(z) = 0$   
 (b)  $\alpha_{13}(z) = a \cos(\omega z)$  avec  $a = \omega = 1$ .

Un comportement complètement différent des solitons précédent apparaît lorsque la fonction de gain/perte est choisie sous la forme d'une variation périodique avec la distance  $z$  telle que :  $\Gamma(z) = \sin(z)$ . Dans ce cas, le soliton se comporte comme un soliton dipôle localisé qui se produit lors de la propagation, principalement quand le paramètre  $\alpha_{13}(z) = 0$ , comme il est montré dans les figures IV.7 (a) et IV.8 (a). De plus, l'impact des inhomogénéités du milieu sur l'évolution des solitons devient dramatique si on choisit la variation de la fonction de dispersion  $\alpha_{13}(z)$  sous la forme  $\alpha_{13}(z) = \sin(z) + z \cos(z)$ , comme le montre les figures IV.7 (b) et IV.8 (b). Il est à noter que dans toutes les figures présentées ci-dessus, nous avons utilisé les mêmes valeurs de  $\eta_c, \rho_c, \chi_c$  et  $\lambda_0$  que celles de la Fig. IV.4 (a).



**Figure IV.7 :** Evolution du soliton dipôle (IV.40) pour les paramètres  $\Gamma(z) = \sin(z)$ . Les valeurs du paramètre lié à la vitesse de groupe sont: (a)  $\alpha_{13}(z) = 0$ , (b)  $\alpha_{13}(z) = \sin(z) + z \cos(z)$ .



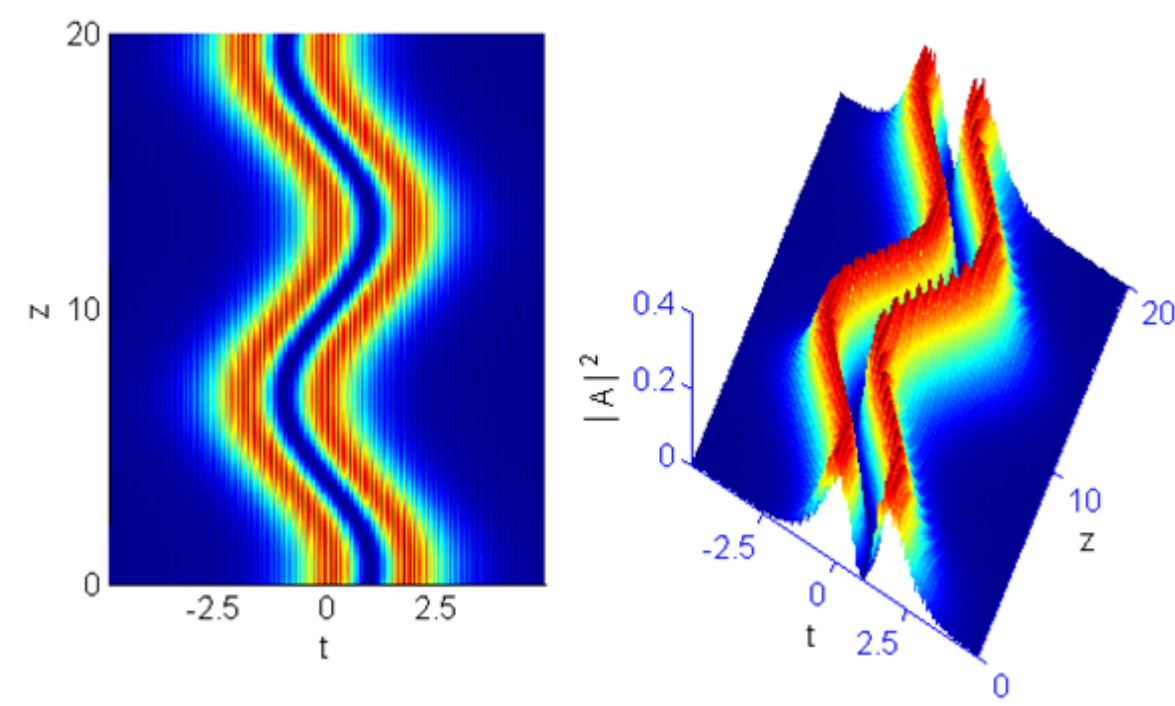
**Figure IV.8 :** Contours du soliton dipôle (IV.40), où les paramètres sont les mêmes que ceux utilisés dans la figure (IV.7).

Il est à noter que récemment le contrôle des solitons dans un condensat bidimensionnel (gouttelette optique) du signal correspondant au mélange à quatre ondes et une sonde de transmission avec des non-linéarités cubique-quintique dans un milieu à multi-niveaux atomiques a été démontré expérimentalement [23]. Dans ce contexte, les transformations mutuelles entre les gouttelettes optiques fondamentales, les dipôles, et les solitons orbitales de type tourbillon ont été également observées. Très récemment, *Zhang et ses collaborateurs*, ont présenté un nouveau type de solitons vectorielles stables de multiple composantes composé de deux composantes perpendiculaires de dipôle à mélange à quatre ondes induits électromagnétiquement par des réseaux [24]. Ils ont découvert que la clé pour observer ce nouveau type de soliton dipôle est de créer à travers la non-linéarité de Kerr, un contraste d'indice suffisamment élevé dans le milieu atomique en utilisant des réseaux d'indice induits par un laser. Notons que dans notre cas d'étude, le comportement des soliton dipôles formés dans le cas d'une variation périodique des paramètres physiques du système est similaire à celui formé par l'équilibre entre les diffractions spatiales et les non linéarités Kerr croisées du champ, présentés dans la référence [24]. Ceci est bien représenté dans la figure (IV.8).

Il est à noter que nous pouvons également choisir d'autres variations pour la vitesse de groupe et le paramètre de gain/perte pour contrôler la dynamique du soliton dipôle. En considérant différentes modulations des paramètres physiques, nous pouvons trouver une variété de profils pour le soliton dipôle. Soulignons que le choix de la forme des variations spatiales des paramètres de la fibre est lié principalement au type du milieu optique avec lequel la fibre inhomogène est fabriquée.

#### **IV.9. Analyse de la stabilité**

Le problème de la recherche le plus important en physique est l'étude de la stabilité des solutions exactes vis-à-vis aux différentes perturbations présentes dans le milieu. Notons que seules les impulsions solitoniques stables (ou faiblement instables) peuvent être observées expérimentalement [25]. Soulignons que les impulsions solitoniques qui se propagent dans les milieux non linéaires ayant des non linéarités non-Kerr conservent leurs formes, mais leur stabilité n'est pas assurée en raison de non intégrabilité de l'équation de propagation [26]. Alors, il est commode d'analyser la stabilité des solutions obtenues sous l'effet des perturbations initiales finies (e.g. la perturbation de l'amplitude, les bruits aléatoires, et les légères violations des conditions paramétriques).



**Figure IV.9 :** Evolution du profil d'intensité du soliton dipôle. (IV.40) sous l'influence d'une perturbation de 10% avec un bruit blanc initial. Les valeurs des paramètres sont les mêmes que ceux utilisés dans la figure (IV.4. (b)).

Ici, nous montrons que le soliton dipôle obtenu est parfaitement stable par rapport aux petites perturbations initiales. Nous avons effectué des simulations directes avec un bruit blanc initial [17, 26] pour étudier la stabilité de la solution (IV.40) en comparaison avec le profil de la figure (IV.4(b)). La figure (IV.9) présente l'évolution numérique de la solution de soliton dipôle (IV.40) sous l'influence d'une perturbation de 10% d'un bruit blanc. On voit clairement que l'impulsion dipôle peut se propager d'une manière stable sous l'influence de la perturbation du bruit blanc. Nous pouvons donc conclure que la solution de type soliton dipôle obtenue est stable vis-à-vis aux différentes perturbations. Cette propriété joue un rôle important dans la dynamique des impulsions dans les télécommunications par fibre optique.

#### **IV.10. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons étudié la propagation des impulsions en régime picoseconde dans une fibre optique inhomogène modélisée par l'équation de Schrödinger non linéaire cubique en présence du paramètre gain/perte. En utilisant la technique de *l'onde solitaire combinée*, nous avons déterminé les solutions de type soliton brillant et noir ainsi que leurs paramètres caractéristiques. En premier lieu, nous nous sommes intéressés à l'étude de

l'impact du paramètre du gain/perte sur l'évolution du soliton brillant. On a constaté que l'amplitude du soliton dépend du signe de ce coefficient. Pour un coefficient  $\Gamma(z)$  positif, l'amplitude de l'onde diminue énormément et elle augmente rapidement en considérant un coefficient négatif. Nous avons également trouvé que le soliton brillant se propage sans aucune déformation dans une fibre optique sans perte. L'influence de la variation spatiale de la dispersion de la vitesse de groupe sur le profil du soliton brillant a été aussi étudiée. Une variété de nouveaux profils solitoniques a été obtenue à savoir la forme M, N, V, et Boomerang. Ainsi, on a constaté que la dynamique de propagation des solitons brillants dans une fibre inhomogène peut être contrôlée à travers la variation spatiale des coefficients de gain/perte et de la vitesse de groupe. Il est à noter que différents profils peuvent être aussi obtenus en considérant le cas des solitons noirs.

Dans une deuxième partie de ce travail, nous nous sommes intéressés à l'étude des propriétés de propagation et de stabilité des solitons dipôles dans une fibre optique inhomogène fortement non linéaire. La propagation des impulsions lumineuses dans ce milieu est modélisée par l'équation de Schrödinger non-linéaire d'ordre supérieur incorporant des termes d'ordre élevés de la non linéarité et de la dispersion. En particulier, le milieu inhomogène étudié présente des non linéarités non-Kerr de cinquième et septième ordre en plus de la non linéarité Kerr et les dispersions de troisième et quatrième ordre. Pour résoudre ce modèle, nous avons adopté la technique de l'onde solitaire dans laquelle l'amplitude de la fonction d'essai est un produit entre les deux ondes solitaires brillante et noire. Les solutions obtenues sont de type soliton dipôle décrivant la propagation des impulsions femtoseconde dans une fibre optique inhomogène. L'évolution des solitons le long de la direction de propagation a été étudié numériquement à l'aide de la méthode de la transformée de Fourier à pas divisé. Cette méthode nous a permis de suivre la dynamique de propagation spatio-temporelle du soliton dipôle le long d'une fibre optique en présence des inhomogénéités du milieu et l'effet gain/perte. Nous avons montré qu'à travers des variations appropriées du paramètre lié à la vitesse de groupe et le terme de gain/perte, nous pouvons contrôler d'une manière efficace la dynamique de propagation non linéaire des solitons dipôles dans une fibre optique inhomogène.

De plus, nous avons discuté numériquement la stabilité de nos solutions de type soliton dipôle vis à vis d'une perturbation due au bruit blanc dont la valeur maximale prise est d'environ 0,1. Les résultats ont montré que l'addition d'une petite quantité de bruit aléatoire ne pouvait pas influencer le caractère principal du soliton dipôle, qui reste inchangé au cours

de son évolution le long de la direction de propagation. Vu la stabilité des solitons obtenus, ces impulsions peuvent être observées expérimentalement dans une fibre inhomogène fortement non linéaire. Ainsi, nos résultats pourraient offrir une possibilité d'utiliser ces impulsions femtosecondes dans les systèmes à fibres optiques.



## Références

- [1] W.-X. Yang, A.-X. Chen, L.-G. Si, K. Jiang, X. Yang, and R.-K. Lee, *Three coupled ultraslow temporal solitons in a five-level tripod atomic system*, Phys. Rev. A 81, 023814 (2010).
- [2] Z. Li, L. Li, H. Tian, G. Zhou, *New types of solitary wave solutions for the higher order nonlinear Schrödinger equation*, Phys. Rev. Lett. 84 (2000) 4096-4099.
- [3] W.P. Hong, *Optical solitary wave solutions for the higher order nonlinear Schrödinger equation with cubic-quintic non-Kerr terms*, Opt. Commun. 194 (2001) 217-223.
- [4] A. Hasegawa and F. Tappert, *Transmission of stationary nonlinear optical physics in dispersive dielectric fibers I: Anomalous dispersion*, Appl. Phys. Lett. 23 (1973) 142-144.
- [5] A. Hasegawa and F. Tappert, *Transmission of stationary nonlinear optical physics in dispersive dielectric fibers II: Normal dispersion*, Appl. Phys. Lett. 23, (1973) 171-172.
- [6] L.F. Mollenauer, R.H. Stolen, and J.P. Gordon, *Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers*, Phys. Rev. Lett. 45 (1980) 1095-1098.
- [7] M. Li, B. Tian, W. J. Liu, H. Q. Zhang, and P. Wang, *Dark and antidark solitons in the modified nonlinear Schrödinger equation accounting for the self-steepening effect*, Phys. Rev. E 81, 046606 (2010).
- [8] Y. Kodama, *Optical solitons in a monomode fiber*, J. Stat. Phys. 39 (1985) 597-614.
- [9] Y. Kodama and A. Hasegawa, *Nonlinear pulse propagation in a monomode dielectric guide*, J. Quantum Electron. 23, (1987) 510-524.
- [10] C. E. Zaspel, *Optical solitary wave and shock solutions of the higher order nonlinear Schrödinger equation*, Phys. Rev. Lett. 82 (1999) 723-726.
- [11] A. Choudhuri, and K. Porsezian, *Higher-order nonlinear Schrödinger equation with derivative non-Kerr nonlinear terms: A model for sub-10-fs-pulse propagation*, Phys. Rev. A 88, 033808 (2013).
- [12] A. Choudhuri, K. Porsezian, *Dark-in-the-bright solitary wave solution of higher-order nonlinear Schrödinger equation with non-Kerr terms*, Opt. Commun. 285 (2012) 364-367.
- [13] H. Triki, F. Azzouzi, Ph. Grellu, *Multipole solitary wave solutions of the higher-order nonlinear Schrödinger equation with quintic non-Kerr terms*, Opt. Commun. 309 (2013) 71-79.

- [14] F. Azzouzi, H. Triki, Ph. Grelu, *Dipole soliton solution for the homogeneous high-order nonlinear Schrödinger equation with cubic-quintic-septic non-Kerr terms*, Applied Mathematical Modelling 39 (2015) 1300-1307.
- [15] H. Triki, A. Biswas, S. P. Moshokoa, M. Belic, *Dipole solitons in optical metamaterials with Kerr law nonlinearity*, Optik 128 (2017) 71-76.
- [16] X. Min, R. Yang, J. Tian, W. Xue and J. M. Christian, *Exact dipole solitary wave solution in metamaterials with higher-order dispersion*, J. Mod. Opt. 63 (2016) S44-S50.
- [17] R. C. Yang, L. Li, R. Y. Hao, Z. H. Li, and G. S. Zhou, *Combined solitary wave solutions for the inhomogeneous higher-order nonlinear Schrödinger equation*, Phys. Rev. E 71, 036616 (2005).
- [18] T. Soloman Raju, P. K. Panigrahi, and K. Porsezian, *Nonlinear compression of solitary waves in asymmetric twin-core fibers*, Phys. Rev. E 71, 026608 (2005).
- [19] H. J. Zheng, C.Q. Wu, Z. Wang, H.S. Yu, S.L. Liu, X. Li, *Propagation characteristics of chirped soliton in periodic distributed amplification systems with variable coefficients*, Optik 123 (2012) 818-822.
- [20] J-F. Zhang and All., *Variable-coefficient F-expansion method and its application to nonlinear Schrödinger equation*, Opt. Commun. 252 (2005) 408-421
- [21] H. Wang and B. Li, *Solitons for a generalized variable-coefficient nonlinear Schrödinger equation*, Chinese Phys. B 20 (2011) 040203.
- [22] R. Yang and Y. Zhang, *Exact combined solitary wave solutions in nonlinear metamaterials*, J. Opt. Soc. Am. B 28 (2011) 123-127.
- [23] S. Loomba, Ritu Pal, and C. N. Kumar, *Bright solitons of the nonautonomous cubic-quintic nonlinear Schrödinger equation with sign-reversal nonlinearity*, Phys. Rev. A 92, 033811 (2015).
- [24] Y. Chen, K. Beckwitt, F. Wise, B. Aitken, J. Sanghera, and I. D. Aggarwal, *Measurement of fifth- and seventh-order nonlinearities of glasses*, J. Opt. Soc. Am. B 23, 347 (2006).
- [25] G. Agrawal, *Nonlinear fiber optics*, 4th ed. (Academic Press 2007).
- [26] C. C. Chang, A.M. Weiner, *Fiber transmission for Sub-500-fs pulses using a dispersion compensating fiber*, IEEE Journal of Quantum Electronics 33 (1997) 1455-1464; C. C. Chang, H.P. Sardesai, A. M. Weiner, *Dispersion-free fiber transmission for femtosecond pulses by use of a dispersion compensating fiber and a programmable pulse shaper*, Optics Letters 23, 4 (1998) 283-285.

- [27] Z. Wu, Y. Zhang, C. Yuan, F. Wen, H. Zheng, and Y. Zhang, Min Xiao, *Cubic-quintic condensate solitons in four-wave mixing*, Phys. Rev. A 88, 063828 (2013).
- [28] Y. Zhang, Z. Wang, Z. Nie, C. Li, H. Chen, K. Lu, and Min Xiao, *Four-wave mixing dipole soliton in laser induced atomic gratings*, Phys. Rev. Lett. 106, 093904 (2011).
- [29] A. Choudhuri, H. Triki, and K. Porsezian, *Self-similar localized pulses for the nonlinear Schrödinger equation with distributed cubic-quintic nonlinearity*, Phys. Rev. A 94, 063814 (2016).
- [30] J.-d. He, J. Zhang, M. Y. Zhang, and C. Q. Dai, *Analytical nonautonomous soliton solutions for the cubic-quintic nonlinear Schrödinger equation with distributed coefficients*, Opt. Commun. 285 (2012) 755-760.

# ***Conclusion générale et perspectives***

## **Sommaire**

- *Conclusion générale*
- *Perspectives*
- *Références*

## Conclusion générale

Le travail effectué dans cette thèse porte sur l'étude théorique de la dynamique de propagation non linéaire des solitons dipôles à travers une fibre optique inhomogène fortement non linéaire modélisée par l'équation de Schrödinger non linéaire d'ordre élevé. Cette dernière est une extension importante de l'équation de Schrödinger non linéaire cubique dans laquelle sont inclus divers effets, à savoir l'auto modulation de phase, le terme gain/perte, les termes de dispersion d'ordre supérieur, l'effet Raman, l'effet d'auto-raïdissement, et les non linéarités non-Kerr. Cette équation est utilisée pour modéliser la propagation d'une impulsion ultracourte de durée de quelques femtoseconde dans un milieu optique présentant les effets linéaires et non linéaires d'ordre élevé. En particulier, nous avons étudié l'impact de l'inhomogénéité du milieu matériel sur les propriétés des solitons dipôles : existence, stabilité, et dynamique de propagation non linéaire. Nous avons considéré les variations spatiales des différents paramètres physiques qui nous permettent de modéliser la propagation non linéaire des impulsions dans ses systèmes.

Dans une première étape, nous avons adapté la technique de l'onde solitaire combinée pour résoudre l'équation de Schrödinger non linéaire standard avec le terme gain/perte. Le principe de cette technique consiste à prendre l'amplitude de la fonction d'essai sous la forme d'une superposition entre un soliton brillant et un autre noir avec une limite non nulle lorsque le temps tend vers l'infini. L'application de cette méthode, nous a permis de déterminer les propriétés des impulsions solitoniques (la largeur de l'impulsion, le décalage de l'inverse de vitesse de groupe, le déphasage non linéaire...etc) et les conditions paramétriques de leur existence dans la fibre. Dans ce contexte, nous avons constaté que l'amplitude et la phase sont affectées par les variations spatiales des paramètres du gain/perte et du paramètre lié à la vitesse de groupe respectivement. Pour un coefficient de gain positif, l'amplitude de l'onde diminue énormément et elle augmente rapidement en considérant un coefficient négatif. En absence de terme gain/perte, le soliton se propage au sein du milieu sans aucune déformation. Nous avons également étudié l'effet du paramètre lié à la vitesse de groupe sur la propagation des solitons. Les résultats de simulation numérique qui sont en parfait accord avec nos prévisions théoriques ont montré comment la dynamique de propagation des solitons peut être contrôlée en considérant des variations spatiales appropriées du paramètre lié à la vitesse de groupe. Ainsi avec un choix

approprié de ce paramètre, nous avons pu obtenir une variété de nouveaux profils solitoniques de forme M, N, V, et de type *Boomerang*.

Dans une seconde étape, nous nous sommes intéressés à l'étude de la dynamique de propagation spatio-temporelle des solitons dipôles qui peuvent exister dans une fibre monomode inhomogène fortement non linéaire. Pour modéliser la propagation des impulsions femtosecondes dans ce milieu, nous avons utilisé l'équation de Schrödinger non linéaire d'ordre élevé incorporant les termes de la dispersion d'ordre trois et quatre et les non linéarité non-Kerr de cinquième et septième ordre ainsi que les termes mixtes. Notons que l'inclusion des termes d'ordre supérieur change la nature de l'équation gouvernant la propagation qui devient non intégrable. Pour obtenir les impulsions solitoniques, nous avons adapté la technique de l'onde solitaire qui fait apparaître l'amplitude de la fonction d'essai comme étant un produit entre les deux ondes solitaires brillant et noir. L'impulsion obtenue en appliquant ce type d'ansatz possède deux bosses symétriques avec une intensité nulle au milieu de l'impulsion appelée "*soliton dipôle*". Egalement, nous avons trouvé les conditions physiques nécessaires pour l'existence de ce type de soliton. La simulation apportée à ces solutions en utilisant la méthode de Fourier à pas fractionné, nous a permis d'étudier la dynamique spatio-temporelle de ces solitons durant leur propagation le long de la fibre à travers la modulation des paramètres physiques  $\Gamma(z)$  et  $\alpha_{13}(z)$  qui affectent la puissance et la largeur de l'impulsion du solitons respectivement.

Dans une troisième partie de ce travail, nous nous sommes intéressés à accomplir nos résultats théoriques par des simulations numériques qui permettent d'analyser la dynamique de propagation non linéaire des solitons obtenus. Dans ce contexte, nous avons utilisé la méthode de la transformée de Fourier à pas divisé. Ainsi, nous avons démontré comment influe le taux de participation de chaque'un des deux effets gain/perte et dispersion sur la dynamique de la propagation des impulsions solitoniques. Dans ce contexte, de nouveaux profils solitoniques de type soliton dipôle parabolique et de forme similaire à un serpent (snack) ont été obtenues sous certaines conditions paramétriques.

Dans une phase finale, et pour tester la robustesse de nos solitons vis-à-vis les différentes perturbations du fait que seuls les solitons stables ou quasi stables peuvent être observés expérimentalement, nous avons étudié la stabilité des solitons dipôles vis à vis une perturbation initiale finie de 10% à 20% d'un bruit blanc. Les résultats numériques ont montré que l'impulsion

dipôle peut se propager d'une manière stable sous l'influence de la perturbation du bruit blanc. Nous pouvons donc conclure que les solitons dipôles obtenus sont stable.

**Perspectives :**

Nous pensons reprendre l'étude de la propagation des solitons dans les fibres inhomogènes en insistant particulièrement sur les nouveaux types de solitons comme par exemple les solitons tripôle, quadripôle, multipôle, et de forme N et W. Pour bien pouvoir déterminer cette nouvelle classe des impulsions localisées, nous comptons incorporer des variations en fonction de la distance de propagation dans les différents paramètres de la fonction d'essai introduite par Triki et ses collaborateurs [1]. D'autre part, nous souhaitons étudier l'interaction résonante d'un nombre de solitons dipôles adjacents dans une fibre en présence des inhomogénéités en faisant la résolution numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire à coefficients variables par la méthode de la transformée de Fourier à pas divisé. Egalement, il est intéressant d'étudier la propagation des solitons dipôles dans le cadre de la famille des équations de type Schrödinger non linéaire avec coefficients variables en espace et en temps. Notons que ce type de modèle intervient en particulier en optique non linéaire et dans le contexte des condensats de Bose Einstein [2-5]. Nous tenterons, pourquoi ne pas, développer une nouvelle technique de résolution mathématique et faire une étude performante de la stabilisation des différents solitons au cours de leur propagation dans la fibre.

## Références

- [1] H. Triki, F. Azzouzi and Ph. Grelu, Multipole solitary wave solutions of the higher-order nonlinear Schrödinger equation with quintic non-Kerr terms, *Opt. Commun.* 309 (2103) 71-79.
- [2] H. Triki, K. Porsezian, and A. Choudhuri, *Solitons in the nonlinear Schrödinger equation with two power-law nonlinear terms modulated in time and space*, *Phys. Rev. E* 95, 062208 (2017).
- [3] J. Belmonte-Beitia, V. M. Pérez-García, V. Vekslerchik, and V. V. Konotop, *Localized nonlinear waves in systems with time- and space-modulated nonlinearities*, *Phys. Rev. Lett.* 100, 164102 (2008).
- [4] J. Belmonte-Beitia, G. F. Calvo, *Exact solutions for the quintic nonlinear Schrödinger equation with time and space modulated nonlinearities and potentials*, *Phys. Lett. A* 373 (2009) 448-453.
- [5] J. Belmonte-Beitia and J. Cuevas, *Solitons for the cubic–quintic nonlinear Schrödinger equation with time- and space-modulated coefficients*, *J. Phys. A : Math. Theor.* 42 (2009) 165201.



# *Annexe*

- *publication*



## Propagation properties of dipole-managed solitons through an inhomogeneous cubic–quintic–septic medium



Abdelouahab Messouber<sup>a</sup>, Houria Triki<sup>b</sup>, Faiçal Azzouzi<sup>a</sup>, Qin Zhou<sup>c,\*</sup>, Anjan Biswas<sup>d,e,f</sup>, Seithuti P. Moshokoa<sup>f</sup>, Milivoj Belic<sup>g</sup>

<sup>a</sup> Radiation and Matter Physics Laboratory, Matter Sciences Department, Mohamed-Cherif Messaadia University, P.O. Box 1553, Souk-Ahras, 41000, Algeria

<sup>b</sup> Radiation Physics Laboratory, Department of Physics, Faculty of Sciences, Badji Mokhtar University, P.O. Box 12, 23000 Annaba, Algeria

<sup>c</sup> School of Electronics and Information Engineering, Wuhan Donghu University, Wuhan 430212, People's Republic of China

<sup>d</sup> Department of Physics, Chemistry and Mathematics, Alabama A&M University, Normal, AL 35762, USA

<sup>e</sup> Department of Mathematics and Statistics, College of Science, Al-Imam Mohammad Ibn Saud Islamic University, Riyadh 13318, Saudi Arabia

<sup>f</sup> Department of Mathematics and Statistics, Tshwane University of Technology, Pretoria 0008, South Africa

<sup>g</sup> Science Program, Texas A&M University at Qatar, PO Box 23874, Doha, Qatar

### ARTICLE INFO

#### Keywords:

Dipole soliton solution

Derivative non-Kerr nonlinear terms

Inhomogeneous nonlinear Schrödinger equation

Ansatz method

### ABSTRACT

The presence of inhomogeneities in an optical nonlinear material may significantly change the physical features of propagating envelopes. In this paper, we discuss the propagation of very short pulses in an inhomogeneous highly nonlinear single-mode fiber within the context of a higher-order nonlinear Schrödinger equation exhibiting a diversity of important physical effects and spatially inhomogeneous coefficients. Additional effects to the cubic model include distributed third- and fourth-order dispersion, self-steepening, self-frequency shift due to stimulated Raman scattering, quintic–septic non-Kerr nonlinearities, the time derivative of non-Kerr nonlinear terms, and gain or loss term. By adopting a complex amplitude ansatz solution that is composed of the product of bright and dark solitary waves, the exact dipole soliton solution is derived. The conditions on the inhomogeneous fiber parameters for the existence of dipole structures are also reported. It is shown that the soliton dynamics in the inhomogeneous fiber media can be effectively controlled by choosing the parameters associated with the group velocity and the gain or loss term appropriately. Different from the higher-order nonlinear Schrödinger equation with constant coefficients, dipole solitons in variable-coefficient model have shown novel and interesting features. Finally, the stability of the dipole solitons is discussed numerically under finite initial perturbations.

### 1. Introduction

Recent years have shown increased interest in soliton pulses that propagate without change of shape in optical fibers because of their potential applications in optical communication systems and also in the development of optical switching devices [1–3]. It is well-known that the nonlinear Schrödinger (NLS) equation that includes the group velocity dispersion (GVD) and self-phase modulation (SPM) is the main nonlinear equation governing the dynamics of picosecond pulses in such media [4,5]. This completely integrable equation admits two distinct types of localized solutions, bright and dark soliton solutions, which are, respectively, existent in the anomalous and normal dispersion regimes [6–9].

To increase the bit rate in optical communication systems, it is desirable to use ultrashort (femtosecond) pulses [10]. As the pulses

become shorter, the role of higher-order physical effects, such third-order dispersion (TOD), fourth-order dispersion (FOD), self-steepening, and intrapulse stimulated Raman scattering become important and the dynamics of nonlinear wave packets should be described by the higher-order nonlinear Schrödinger (HNLS) family equations. Moreover, to describe the sub-10 fs pulse propagation in highly nonlinear optical fiber, it is necessary to take into account the quintic non-Kerr nonlinear terms in the model [11].

Recently, a kind of Dark-in-the-Bright (DITB) solitary wave solution also called dipole soliton has been found for the HNLS with derivative quintic non-Kerr nonlinear terms [12]. This novel structure possesses two symmetrical humps with a zero intensity value in the middle of the soliton. To search of this type of pulse shape, a complex amplitude ansatz that is composed of the product of bright and dark solitary

\* Corresponding author.

E-mail address: [qin Zhou](mailto:qin Zhou) (Q. Zhou).