

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université Badji Mokhtar - Annaba



جامعة باجي مختار - عنابة

Année / 2019

Faculté des Sciences de l'Ingénierat  
Département D'électromécanique

## THÈSE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de Doctorat ès Sciences

*Analyse et diagnostic des défauts dans les paliers*

### Option

Electromécanique

Par

**KAIDI ISMAHENE**

**Directeur de thèse :**

Kabouche Abdallah

Docteur

Université BADJI Mokhtar - Annaba

### Devant le jury

**Président :**

Pr. Belhamra Ali

Université de Annaba

**Examineurs :**

Pr .Hadjaj Aoul Elyes

Université de Annaba

Pr. Benidir Mohamed

Université de Constantine 1

Dr. Ghamari Zine

Université de Msila

Dr. Lakehal Abdelaziz

Université de Souk - Ahras

## **Remerciements**

*En premier lieu, je remercie Dieu le Tout Puissant de m'avoir donné la volonté, la santé et le courage pour réaliser ce travail.*

*Je tiens à remercier mon directeur de thèse, Monsieur Abdallah Kabouche, pour avoir dirigé ce travail, pour son aide tout au long de ces années de travail en commun. Merci pour ces conseils, orientations et ses encouragements .*

*J'exprime toute ma gratitude au Professeur, Monsieur Belhamra Ali de l'Université de Annaba qui m'a fait l'honneur de présider le jury de thèse.*

*Je remercie très chaleureusement Messieurs le Professeurs Benidir mohamed de l'université de Constantine et Messieurs le professeur Hadjaj Aoul Ilyes de l'université de Annaba d'avoir accepté de rapporter ce travail.*

*Je tiens également à remercier infiniment Messieurs Lakhal Abdelaziz Maître de conférences à l'université de Souk Ahras et Messieurs Ghamari Zine Maître de conférence à l'université de Msila , et je les remercie d'avoir accepté de juger ce travail et de l'examiner.*

*Je tiens également à exprimer ma sincère reconnaissance à Mr Atoui Hamza Maître assistant à l'université de Tébessa pour son aide et sa disponibilité dans ce travail.*

*Je voudrais grandement exprimer mes remerciements les plus distingués à mes amies, en particulier Mme Meramria Wafa maître de conférence à l'université de Constantine.*

*Enfin, je tiens à remercier chaleureusement ma mère, tous les membres de ma famille pour leur confiance, leur soutien et leurs encouragements durant mes études.*

***A la mémoire de mon père***

## Résumé

Les paliers lisses hydrodynamiques sont utilisés dans les machines tournantes de grande taille, fonctionnant à une très large gamme vitesses de rotation : (Les turbocompresseur, les turboalternateur, moteur d'avions...). De nos jours ils sont pour la plupart très sollicités par des phénomènes vibratoires provenant à titre d'exemple du balourds, d'instabilité. Le mésalignement est aussi un facteur perturbant les conditions de fonctionnement du palier. Ainsi la conception des paliers robustes capable de bien fonctionner sous de telles conditions extrêmes est nécessaire pour éviter les vibrations excessives sources de défaillances catastrophiques.

Le présent travail présente une étude du comportement dynamique d'un palier lisse cylindrique. Une modélisation numérique du palier est réalisée en prenant en compte la présence du défaut de balourd et le mésalignement. La résolution numérique du problème du palier hydrodynamique est déterminée par la méthode des différences finis. Notre modèle est basé sur l'approche linéaire par la détermination des coefficients de raideurs et d'amortissements ainsi que la recherche de la réponse au balourd obtenu en résolvant l'équation du mouvement de l'arbre. L'objectif d'une telle étude est de pouvoir à partir d'un modèle numérique assez fin prédire les défauts et les phénomènes rencontrés. Nous nous intéressons plus particulièrement à l'influence des paramètres du palier sur son comportement vibratoire .

### **Mots clés:**

Palier lisse, Lubrification hydrodynamique, vibration, défaut de balourd, mésalignement; dynamique linéaire.

## Abstract

Hydrodynamic plain bearings are used in large rotating machines, operating at a very wide range of rotational speeds (Turbocharger, turbo-alternator, aircraft engine ...). Nowadays, they are for the most part very solicited by vibratory phenomena due to unbalance and instability as example. Misalignment is also a factor disrupting the conditions of bearing operation. Thus, the design of robust bearings capable of working properly under such extreme conditions is necessary to avoid excessive vibration causing catastrophic failures.

The present work aims at studying the dynamic behavior of a cylindrical plain bearing. A numerical modeling of the bearing has been performed where the presence of the unbalance defect and the misalignment was taken into account. The numerical resolution of the hydrodynamic bearing problem is determined by the finite difference method. The model is based on the linear approach by determining coefficients of stiffness and damping as well as the search for the unbalance response obtained by solving the shaft movement equation. The objective of such study is to be able to predict from a fairly fine numerical model the defects and encountered phenomena. A particular interest was given to the influence of the bearing parameters on its vibratory behavior.

**Keywords:** Plain bearing, hydrodynamic lubrication, vibration, unbalance defect, misalignment, linear dynamic.

## ملخص

يستعمل الحامل الاسطواني في الآلات الدوارة ذات الحجم الكبير و التي تعمل بمعدلات سرعة مرتفعة مثل (الشاحن التربينى- المولدات الكهربائية - محركات الطائرة,). في أيامنا هذه اغلب الحاملات الاسطوانية تتأثر كثيرا بالظواهر الاهتزازية و عدم الاستقرار. انحراف الحامل الاسطواني عامل مؤثر علي شروط عمله. وبالتالي فإن تصميم المحامل القوية القادرة على العمل بشكل جيد في ظل ظروف بالغة القسوة أمر ضروري لتجنب الاهتزاز المفرط مما يسبب الخلل الكارثي.

يعرض هذا العمل دراسة للسلوك الديناميكي لحامل اسطواني أملس. تم إنجاز نموذج رقمي للحامل مع الاخذ بعين الاعتبار خلل عدم التوازن. إن الحل العددي لمشكلة الحامل الهيدروديناميكي قد تم بواسطة طريقة الفرق المحدد. ويستند النموذج على النهج الخطي من خلال تحديد معاملات الصلابة والتخميد وكذلك البحث عن الاستجابة لعدم التوازن التي تم الحصول عليها من خلال حل معادلة الحركة للمحور الدوار. والهدف من هذه الدراسة هي القدرة على التنبؤ بالخلل والظواهر التي يواجهها الحامل من خلال وضع نموذج رقمي دقيق. لقد تم التركيز في هذه الدراسة بشكل خاص على تأثير معاملات الحامل على سلوكه الاهتزازي.

**الكلمات المفتاحية:** حامل اسطواني, ديناميك التشحيم الهيدروميكانيكية, اهتزازات, خلل عدم التوازن, استجابة ديناميكية.

# Table des matières

<b>Introduction générale.....</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre 1 : Etude bibliographique</b>	
Introduction.....	4
1. Différents types des paliers .....	4
1.1. Roulements.....	4
1.2. Paliers à film d'huile.....	5
2. Comparaison des paliers.....	7
2.1. Paliers lisse hydrodynamique.....	7
2.2. Paliers lisses hydrostatiques.....	7
2.3 Roulements .....	7
3. Caractéristiques des paliers hydrodynamiques.....	8
3.1 Limites de fonctionnement .....	9
3.1.a - Epaisseur de film.....	9
3.1.b - Température de l'huile.....	10
3.1.c - Jeu.....	10
3.1.d - Géométrie.....	11
4. Lubrification hydrodynamique.....	13
4.1 Principales zones de fonctionnement d'un palier lisse.....	14
5. Palies lisses et leurs avaries.....	16
5.1 . Causes de défaillances des palier lisses.....	17
5.2 . Défauts des paliers.....	18
5.1.1 Balourd.....	19
5.1.2 Instabilités.....	20
5.1.3 Désalignement.....	22
6. Traitement de signal.....	24
6.1 Méthodes d'analyse.....	25
6.1.1 Représentation temporelle.....	25
6.1.2 Représentation fréquentielle.....	26

6.1.3 .Transformées de Fourier.....	27
6.1.4 Intérêt pratique de l'analyse spectrale.....	29

## **Chapitre 2: Méthodes et équations de base de la lubrification hydrodynamique**

2.1 Equation de Reynolds.....	31
2.1.1 . Calcul des différents paramètres dans le contact .....	36
2.2 . Application au palier lisse cylindrique hydrodynamique.....	37
2.2.1 . Hauteur de film de lubrification .....	40
2.2.2. Conditions limites. ....	40
2.2.2.a - Conditions de Sommerfeld.....	41
2.2.2.b - Conditions de Gumbel.....	41
2.2.2.c - Conditions dites de Reynolds.....	42
2.2.3. Hypothèses simplificatrices et modèles de base.....	43
2.4. 1. Approximation du palier court.....	44
2.4.2 . Approximation du palier long.....	46
2.4.3 . Modèles hybrides.....	47
2.2.4. Méthode de résolution.....	48
2.2.4. 1 Méthode des différences finies.....	48
2.3 Rappel sur le mésalignement.....	51
Influence du désalignement .....	53
2.4 Alimentation des paliers lisses.....	55

## **Chapitre 3: Comportement dynamique des paliers hydrodynamiques**

3. 1. Modélisation linéaire d'un palier lisse .....	58
3.1.1 . Mise en équations.....	59
3.1.1.1. Calcul des caractéristiques dynamiques.....	61
3.1.1.2. Système en vibration libre : paramètres de stabilité .....	61
3.1.1.3 . Système en vibrations forcées : réponse à un balourd.....	63
3.2. Caractéristiques de la trajectoire du centre de l'arbre.....	64
3.3. Processus de calcul.....	68

## **Chapitre 4: Résultats numérique de simulation**

Introduction.....	70
4.1 Résultats et discussion.....	70
4.2 Champs de pression.....	71
4.3 Stabilité du palier et coefficients dynamiques.....	74
4.4 Influence de l'excentricité.....	79
4.5. Influence de la vitesse de rotation.....	81
4.6. Influence du rapport L/D.....	84
4.7. Calcul des caractéristique géométriques des orbites.....	85
Conclusion.....	87
<b>Conclusion générale</b> .....	90
<b>Annexe 1 : Etablissement de l'équation de Reynolds</b> .....	92
<b>Annexe 2 : Epaisseur du film lubrifiant</b> .....	99
<b>Annexe 3 : Equations donnant les termes de dérivé de la pression</b> .....	101
<b>Nomenclature</b> .....	102
<b>Bibliographie</b> .....	103



## Liste des figures

Figure 1.1	Palier lisse cylindrique.....	8
Figure 1.2	Conditions limites de charge et de vitesse.....	9
Figure 1.3	Valeurs acceptables d'épaisseur minimale.....	10
Figure 1.4	Valeur du jeu diamétrale en fonction de la vitesse.....	11
Figure 1.5	Courbes de stabilité de différents paliers.....	12
Figure 1.6	Principales architectures de paliers à film d'huile.....	13
Figure 1.7	Principe de fonctionnement d'un palier lisse.....	14
Figure 1.8	Zones de fonctionnement d'un palier.....	14
Figure 1.9	Palier lisse.....	19
Figure 1.10	Phénomènes de fréquences subsynchrones entre 9200 et 12000 rpm.....	21
Figure 1.11	Problème de tourbillonnement (whirl).....	22
Figure 1.12	Signal temporel brut délivré par un accéléromètre fixé sur un palier MV d'un réducteur.....	25
Figure 1.13	Décomposition d'un signal temporel en ces deux composantes harmoniques.....	26
Figure 1.14	Représentation temporelle des différentes composantes d'un signal complexe.....	26
Figure 1.15	Représentation spectrale des différentes composantes du signal.....	27
Figure 1.16	Différentes représentations d'un signal brut par décomposition dans les domaines temporel et fréquentiel.....	27
Figure 2.1	Cylindre en rotation.....	35
Figure 2.2	Repère cartésien.....	38
Figure 2.3	Palier développé.....	38
Figure 2.4	Schématisation d'un palier lisse.....	39
Figure 2.5	Illustration des conditions aux limites dans un palier.....	43
Figure 2.6	Distribution 3D de la pression pour un palier court.....	44
Figure 2.7	Distribution 3D de la pression pour un palier long.....	46
Figure 2.8	Maillage du film lubrifiant par la MDF (2D).....	49
Figure 2.9	Pression au point (i ,j) et au point environnants.....	50
Figure 2.10	Schéma d'un palier mésaligné.....	52

Figure 2.11	Modèle du palier mésaligné et champ de pression correspondant d'après [5].....	54
Figure 2.12	Montée de la pression dans un palier hydrodynamique.....	55
Figure 3.1	coefficients de raideur et d'amortissement du palier.....	56
Figure 3.2	Configuration du palier à l'analyse dynamique.....	60
Figure 3.3	Modèle physique de l'arbre sur paliers lisses.....	61
Figure.3.4	Caractéristique d'une trajectoire elliptique.....	65
Figure 3.5	Organigramme générale de calcul.....	67
Figure 4.1	Distributions de la pression hydrodynamique pour différentes valeurs d'excentricité dans le cas aligné $D=0$ et mésaligné $D=0.5$ .....	73
Figure 4.2 a	coefficients de raideurs adimensionné.....	75
Figure 4.2.b	coefficients d'amortissement adimensionné.....	75
Figure 4.3	Variation de la vitesse critique en fonction de l'excentricité (figure a) $D=0$ et ( figure b) $D= 0.5$ .....	76
Figure 4.4 .a	variation de la vitesse critique en fonction de l'excentricité et la charge statique .....	77
Figure 4.4 .b	variation de la vitesse critique en fonction de l'excentricité et la charge statique.....	77
Figure 4.5 .a	Variations de l'angle de calage en fonction de l'excentricité relative pour, $D = 0$ .....	78
Figure 4.5 .b.	Variations de l'angle de calage en fonction de l'excentricité relative pour $D = 0.5$ .....	78
Figure 4.6	Trajectoire du centre de l'arbre pour différentes valeurs d'excentricité.....	79
Figure 4.7	Analyse fréquentielle du centre de l'arbre pour $\varepsilon = 0.1$ .....	80
Figure 4.8	Analyse fréquentielle du centre de l'arbre pour $\varepsilon = 0.2$ .....	80
Figure 4.9	Analyse fréquentielle du centre de l'arbre pour $\varepsilon = 0.8$ .....	80
Figure 4.10	Analyse fréquentielle du centre de l'arbre pour $\varepsilon = 0.9$ .....	81
Figure 4.9	Trajectoire du centre de l'arbre pour différentes valeurs de vitesse de rotation.....	82
Figure 4.10	Analyse fréquentielle pour une vitesse de rotation de $n = 1910\text{tr/mn}$ .....	83
Figure 4.11	Analyse fréquentielle pour une vitesse de rotation de $n = 2676\text{tr/mn}$ .....	83
Figure 4.12	Analyse fréquentielle pour une vitesse de rotation de $n = 3278\text{tr/mn}$ .....	83
Figure 4.13	Analyse fréquentielle pour une vitesse de rotation de $n= 3785\text{tr/mn}$ .....	84

Figure 4.14	Trajectoire du centre de l'arbre pour différentes valeurs du rapport $L/D$ .....	84
Figure 4.17	Variation du paramètre $a$ en fonction de l'excentricité.....	86
Figure 4.18	Variation du paramètre $b$ en fonction de l'excentricité.....	86

## Listes des tableaux

Tableau 4. 1	Caractéristiques du palier.....	70
Tableau 4.2	Caractéristiques dynamiques du palier.....	74
Tableau 4.3	Caractéristiques géométriques des trajectoires du centre de l'arbre dans le cas aligné $D= 0$ et $D = 0.5$ .....	85

# Introduction générale

Ces dernières décennies et dans tous les domaines de la mécanique, la recherche accrue d'efficacité correspond à l'un des principaux défis des constructeurs des machines tournantes. Il en résulte une tendance au développement de rotors plus légers, et par conséquent plus flexibles, qui doivent atteindre des vitesses plus élevées, afin d'améliorer leur rendement. A cet objectif s'ajoute le besoin de réduire les nuisances vibratoires au minimum, car le confort est indéniablement devenu un facteur majeur dans l'appréciation de la qualité de tels produits.

Les machines tournantes, telles que les pompes, les turbomachines, les turboréacteurs d'avions, les compresseurs, les turboalternateurs sont depuis de nombreuses années des éléments primordiaux pour l'industrie moderne et divers domaines de la vie quotidienne. Dans toutes ces machines, les paliers hydrodynamiques sont les éléments de base utilisés pour le guidage ou le support des rotors. Ils sont généralement alimentés en fluide lubrifiant, issu d'un réservoir externe, au moyen d'orifices ou de rainures.

Les paliers hydrodynamiques jouent un rôle clé dans la conception des systèmes de turbomachine. Dans ce type de palier, le film de fluide permet de supporter les charges et d'atténuer les frottements. Ces paliers peuvent être le siège des problèmes vibratoires aigus ainsi que l'apparition de plages de fonctionnement instables. En raison de ces phénomènes vibratoires, les fabricants des turbomachines ont commencé à tenir compte de la dynamique des paliers hydrodynamiques lors de la phase de conception.

L'objectif de cette thèse est d'élaborer un modèle mathématique prenant en compte les défauts rencontrés aux paliers lisses (hydrodynamiques), parmi ces défauts on trouve: le balourd, le désalignement et les instabilités provoquées par le film d'huile (tourbillonnement et fouettement). La détermination du comportement vibratoire des paliers hydrodynamiques constitue une étape importante au stade du développement permettant de prévoir la réponse du palier aux efforts transmis par un balourd et le diagnostic du palier.

Nous entreprenons cette thèse par une étude bibliographique dans le premier chapitre, nous présentons les différents types des paliers, le régime de lubrification hydrodynamique. Ensuite nous décrivons les principales zones de fonctionnement des paliers suivi de leurs avaries et leurs causes. Enfin nous donnons un bref rappel sur le traitement de signal.

Le second chapitre traite une partie théorique, des hypothèses, modèles et mis en équation. Nous abordons en premier temps les équations de base de la lubrification hydrodynamique ( équation de Reynolds ) en régimes d'écoulement laminaire , les conditions limites et les hypothèses simplificatrice: palier court, palier long et palier de longueur finie. Nous décrivons par la suite la méthode de résolution (méthode des différences finies). Nous présentons enfin un rappel sur le désalignement avec l'équation donnant l'épaisseur du film d'huile dans le cas mésaligné .

Le troisième chapitre est consacré à l'étude du comportement dynamique du palier hydrodynamique par la mise en place des points fondamentaux de la modélisation linéaire. Les caractéristiques vibratoires du film d'huile peuvent être modélisés par une série de coefficients de raideurs et d'amortissements. La détermination de ces coefficients permet d'étudier la stabilité dynamique du système paliers- rotor. Nous nous intéresserons principalement à la détermination de la réponse du balourd au mouvement de l'arbre sur ces paliers. L'étude présentée nous conduisons à la mise au point de programme de calcul, qui est efficace aussi bien en temps de calcul qu'en précision.

Le dernier chapitre de la thèse consiste à appliquer les outils et les méthodes numériques exposés dans le chapitre 3 pour l'étude de la stabilité et le calcul de la réponse au balourd. Nous présentons les résultats numérique de la simulation réalisée. Une étude comparative et paramétrique pour les deux cas alignés et mésalignés sera envisagée en vue d'évaluer l'influence des différents paramètres sur le comportement dynamique du palier. Les résultats obtenus seront traités grâce à des courbes tridimensionnels de la distribution du champ de pression statique, cartes de stabilité, trajectoires du centre de l'arbre et des transformées de Fourier rapides (FFT) .

Enfin, notre travail sera achevé par une conclusion dans laquelle nous présenterons dans la conclusion les apports, les limites et les perspectives voulus.

# Chapitre 1

## Etude bibliographique

### Sommaire

---

Introduction.....	3
1. Différents types des paliers .....	3
1.1. Roulements.....	3
1.2. Paliers à film d'huile.....	4
2. Comparaison des paliers.....	6
2.1. Paliers lisse hydrodynamique.....	6
2.2. Paliers lisses hydrostatiques.....	6
2.3. Roulements .....	6
3. Caractéristiques des paliers hydrodynamiques.....	7
3.1 Limites de fonctionnement .....	8
4. Lubrification hydrodynamique.....	12
4.1 Principales zones de fonctionnement d'un palier lisse.....	13
5. Palies lisses et leurs avaries.....	15
5.1 . Causes de défaillances des palier lisses.....	16
5.2 . Défauts des paliers.....	17
5.1.1 Balourd.....	18
5.1.2 Instabilités.....	19
5.1. 3 Désalignement.....	21
6. Traitement de signal.....	23
6.1 Méthodes d'analyse.....	24
6.1.1 Représentation temporelle.....	24
6.1.2 Représentation en fonction de la fréquence .....	26
6.1.3 .Transformées de Fourier.....	27
6.1.4 Intérêt pratique de l'analyse spectrale.....	28

---

# Chapitre 1: Etude bibliographique

## Introduction

Nous allons présenter une étude sur les principales technologies et recherches scientifiques réalisées dans le domaine des paliers à film d'huile et plus spécialement les paliers hydrodynamiques pour le guidage en rotation des arbres dans les machines tournantes à grande vitesse. Le comportement dynamique des lignes d'arbres supportés par paliers à fluide se traduit par des phénomènes dynamiques complexes (vitesse critique, résonance,...) [9]. Pour le choix des paliers dans des nombreux cas, l'environnement ou d'autres paramètres particuliers sont à prendre en compte, en plus de la capacité de charge. Les paliers non lubrifiés ne sont utilisables que pour des vitesses de rotation faibles. Seuls les paliers fluides peuvent être utilisés aux vitesses et aux charges élevées [19]. Dans le domaine aéronautique, l'exigence d'atténuation des vibrations du rotor nécessite que les charges dynamiques transmises à travers les paliers soient minimisées, ce qui permet de réduire la sollicitation des supports dont le poids constitue une contrainte de conception et d'augmenter le confort vibratoire dans l'avion [65].

## 1. Différents types de paliers

Tout mouvement relatif entre deux surfaces est freiné par une force résistante qui a pour effet de .

- provoquer de l'usure ;
- consommer de l'énergie ;
- engendrer des échauffements pouvant conduire à des soudures entre les surfaces.

Le guidage d'une pièce par une autre est assujéti aux difficultés ci-dessus [59]. En fait, le problème du guidage en rotation est fort ancien puisqu'il remonte à l'histoire de la roue. La solution a consisté :

- a) tout d'abord, à réduire la friction entre les deux surfaces grâce à l'emploi de lubrifiants et de matériaux de guidage adaptés au problème et dits matériaux antifricition. Ces lubrifiants

ont été initialement des huiles ou des graisses et correspondent à un régime dit onctueux ; plus récemment, des lubrifiants solides sont également utilisés ;

- b) ensuite, à supprimer tout contact entre les deux surfaces grâce à la présence d'un film fluide dont la pérennité doit être assurée sous la charge à supporter :
- dans le cas où le film fluide est généré par le mouvement relatif des deux surfaces, on est en présence de **paliers** : **hydrodynamiques** si le film est liquide, **aérodynamiques** si le film est gazeux ;
  - dans le cas où le film est créé par l'injection sous haute pression de fluide, on est en présence de **paliers** : **hydrostatiques** si le film est liquide, **aérostatiques** si le film est gazeux ;
- c) à insérer entre les surfaces des éléments roulants (billes, aiguilles, galets). Cela correspond aux différentes formes de **roulements**.

### 1.1. Roulements

Pour une question de fiabilité et de sécurité, le guidage du rotor est généralement assuré par des roulements à billes ou à rouleaux lesquels ne fournissent qu'un amortissement très faible. Il en résulte des pics de vibration d'amplitude dangereusement importante lorsque des vitesses critiques sont traversées. La vitesse maximale d'un palier à roulement croît lorsque le diamètre du rotor et la charge diminuent. A titre d'exemple, la vitesse maximale d'un palier à roulement ordinaire supporté par un arbre de diamètre de 100 mm ayant une charge maximale de 400 kN peut atteindre 30 krpm [19].

### 1.2 . Paliers à film fluide

Les paliers à film fluide peuvent être classés en considérant le type du fluide utilisé et le mode de formation du film :

#### 1.2.1 Paliers hydrodynamiques

Les paliers hydrodynamiques sont fréquemment utilisés dans l'industrie. On les rencontre dans les moteurs à combustion interne, les compresseurs et les turbines. Ces organes sont constitués de 3 parties, le coussinet (géométrie fixe ou à patins oscillants), l'arbre en rotation et le film lubrifiant qui les sépare. La vitesse maximale d'un palier hydrodynamique supportant un arbre de diamètre de 100 mm ayant une charge maximale de 400 kN peut atteindre 60 krpm [19]. Cependant, l'emploi de paliers hydrodynamiques résulte



en des seuils de vitesses supercritiques au delà desquelles ils rendent le système instable; ce qui découle des termes de couplage de la rigidité du film d'huile [45].

### 1.2.2 Paliers hydrostatiques

Les paliers hydrostatiques peuvent être utilisés quelque soit la charge et la vitesse . Ils sont utilisés avec succès dans un grand nombre de machines fonctionnant à faibles vitesses et supportant de fortes charges. Cependant, l'utilisation d'un palier hydrostatique dans des machines fonctionnant aux hautes vitesses en tant que support « ressort -amortisseur » par rapport aux autres types de paliers n'est pas répandue. Leurs caractéristiques se résume par un faible coefficient de frottement , une grande raideur et peu de problème thermiques. En revanche, leur coût est élevé et la consommation de puissance due à la pompe importante. Pour éviter l'instabilité, il faut un système de régulation de débit (orifice). Les paliers hydrostatiques tirent leur précision du positionnement sous l'effort des variations de la portance résultant de petits déplacements autour du point d'équilibre. Ils doivent pourtant avoir un jeu très faible pour éviter des fuites excessives [14].

### 1.2.3 Paliers aérodynamiques

Dans le cas de mécanismes supportant de faibles charges ou demandant une très grande précision, le guidage des arbres par des paliers et des butées aérodynamiques semble être une solution satisfaisante et relativement économique.

En effet, lorsque la vitesse de rotation devient trop importante ( $N > 50\,000$  tr/min), la puissance dissipée par frottement fluide ainsi; que les problèmes thermiques qui en résultent ne sont plus négligeables. Il est alors possible de recourir à des fluides de viscosité beaucoup plus faible ; c'est le cas des gaz et en particulier de l'air pour lequel la viscosité dynamique est 200 fois plus faible qu'une ,huile peu visqueuse.

### 1.2.4 Paliers aérostatiques

Comme pour les paliers aérodynamiques, on n'a pas à se préoccuper de la récupération du fluide. La fonction des paliers et des butées aérostatiques est de réaliser des guidages en rotation ou des supports axiaux ayant une capacité portante à des vitesses de rotation nulle . Les principes sont les mêmes que pour la lubrification hydrostatique. La pression dans le film

d'air (ou plus généralement de gaz) est maintenue par un circuit d'alimentation extérieur. La pression aérostatique du film lubrifiant assure ainsi l'absence du contact même si la vitesse relative entre les deux parties du guidage est nulle. Le lubrifiant le plus souvent utilisé est l'air qui a l'avantage d'être facilement disponible. Cette remarque est parfaitement vraie pour les butées et les paliers aérodynamiques mais est à pondérer pour la lubrification aérostatique : la présence d'un circuit d'alimentation qui comporte un compresseur et des systèmes de filtrage, de déshuilage et de déshumidification est indispensable [43].

## 2. Comparaison des paliers

### 2.1 Paliers lisses hydrodynamiques

Ces paliers sont sensibles aux chocs et aux vibrations à cause de leurs grandes surfaces portantes et de l'effet amortisseur du film lubrifiant. Ils sont silencieux, peu sensibles aux petites impuretés et n'exigent pas d'étanchéité très soignée. Ils conviennent pour des arbres très rapides, leur longévité est illimitée en régime de frottement fluide. Ce type de palier ne s'use qu'au démarrage et au ralentissement. Le montage et le démontage des arbres sont grandement facilités par l'exécution des paliers en deux moitiés [35].

Le couple de démarrage des paliers lisses est élevé, ces paliers consomment beaucoup de lubrifiant et exigent une surveillance vigilante; à charge et diamètre d'arbre égaux, ils dissipent plus de puissance que les roulements.

### 2.2 Paliers lisses hydrostatiques

Ils conviennent à toute charge, même à très faible vitesse. Ils sont avantageux lorsque l'arbre démarre fréquemment, car les pièces ne se touchent jamais et leur usure est nulle. Leur rigidité est grande.

Les paliers hydrostatiques sont moins fiables que les autres parce qu'ils dépendent d'une source d'huile sous pression, ils consomment beaucoup d'énergie.

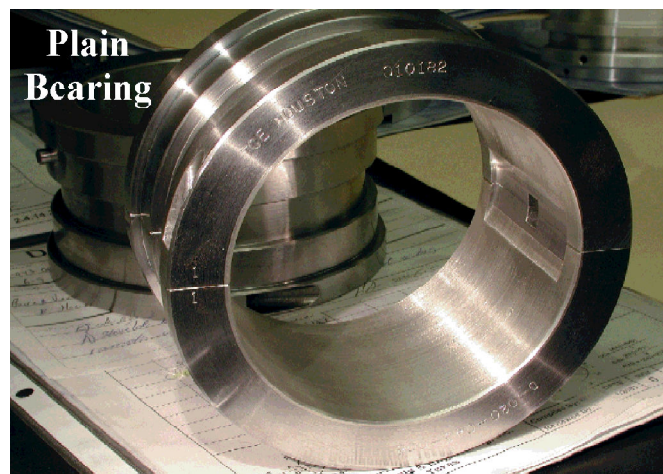
### 2.3 Roulements

Leur couple de frottement au démarrage est à peine supérieur au frottement en service (avantage parfois capital), les roulements nécessitent peu de lubrifiant et n'exigent que très peu de surveillance; il n'y a pas besoin de les roder. La normalisation des roulements facilite

la construction et la répartition des machines. A capacité de charge égale, un roulement et plus étroit qu'un palier lisse, mais il est plus encombrant radialement.

Les roulements supportent mal les chocs et les vibrations, particulièrement à l'arrêt et à basse vitesse; leur longévité et leur vitesse de fonctionnement sont limitées. Ils sont très sensibles aux impuretés et exigent des dispositifs d'étanchéité efficaces (usure et perte de puissance). La conception de leur graissage mérite attention. Les roulements sont relativement bruyants.

### 3. Caractéristiques des paliers hydrodynamiques



**Figure 1.1 : Palier lisse cylindrique**

Les principaux paramètres qui interviennent dans la définition d'un palier cylindrique sont :

- Paramètres géométriques : diamètre, longueur, jeu radial,
- Paramètres cinématiques : vitesse de rotation, charge,
- Paramètres dynamiques : charge variable, mode de rotation (continu ou alternatif), vibrations....
- Paramètres caractéristiques du lubrifiant : viscosité dynamique, masse volumique, chaleur spécifique.

Dans la majorité des cas, la charge, la vitesse de rotation et le diamètre sont les données les plus significatives pour la sélection du palier. Il ne faut toutefois pas oublier que d'autres données peuvent aussi influencer le choix du palier. Ce sont par exemple : la fréquence des

démarrages, la durée des périodes d'arrêt, la charge au démarrage, la température ambiante, etc.

### 3.1 Limites de fonctionnement

Pour un palier donné, les conditions limites de charge et de vitesse de rotation sont précisées figure.1.2 [19]. A faible vitesse et à charge élevée, il y a risque de contact entre l'arbre et le coussinet dû à une épaisseur trop faible du film du lubrifiant. A vitesse et à charge élevées, il y a possibilité de fluage du régule soumis à des températures et des pressions trop importantes. Pour des vitesses plus élevées et une charge faible, la limite peut être due à l'oxydation du lubrifiant porté à une température trop élevée. Enfin pour des charges faibles et des vitesses élevées, le fouettement conduit généralement à des niveaux vibratoires inacceptables.

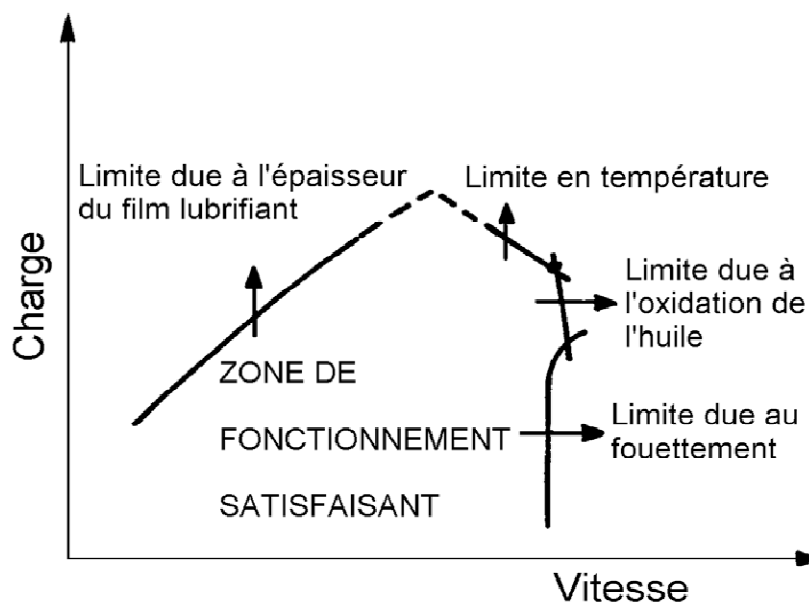


Figure .1.2 : Conditions limites de charge et de vitesse [19]

#### 3.1.a - Epaisseur de film

Pour une épaisseur du film lubrifiant trop faible, il y a risque de contact des surfaces de l'arbre et du coussinet, pouvant conduire à une usure et à une destruction du palier. L'épaisseur du film doit être nettement supérieure à la somme des rugosités des surfaces antagonistes pour qu'un régime de fonctionnement hydrodynamique puisse s'établir. Pour des

## Chapitre 1: Etude bibliographique

---

conditions de fonctionnement usuelles, les valeurs minimales d'épaisseur de film de lubrifiant sont précisées (figure 1.3) pour différents diamètres d'arbre. Ces valeurs ont été établies par Martin [23] [24] à partir des valeurs usuelles de rugosité et en prenant un rapport entre la somme des valeurs des hauteurs totales des rugosités de l'arbre et du coussinet et l'épaisseur minimale du film.

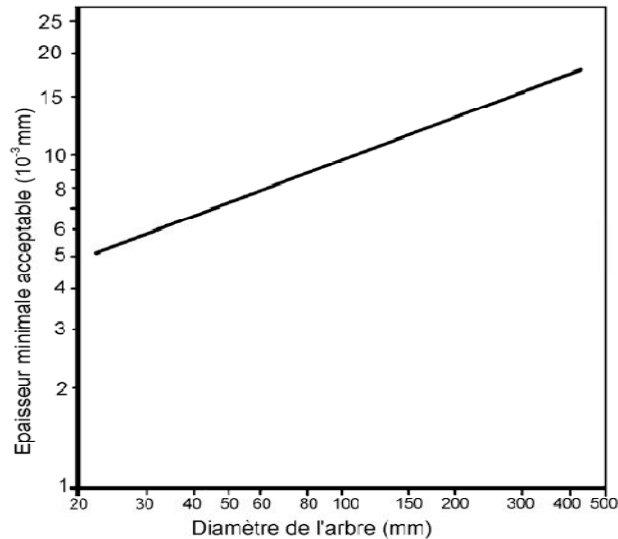


Figure.1.3 : Valeurs acceptables d'épaisseur minimale [24]

### 3.1.b - Température de l'huile

Garner [19] préconise de ne pas dépasser une température de 75 à 80°C dans le réservoir d'alimentation pour les huiles minérales habituellement utilisées afin d'obtenir une durée de vie de plusieurs milliers d'heures.

### 3.1.c - Jeu

Le jeu est un paramètre très important. Un jeu trop important entraîne, pour des conditions de fonctionnement données, un accroissement du débit de fuite ainsi qu'une réduction de l'épaisseur minimale du film lubrifiant. Par contre, une valeur trop faible du jeu implique une augmentation des pertes par frottement et peut entraîner lors du démarrage ou lors d'un changement de régime, une perte totale de jeu (serrage) dû aux dilatations différentielles. Différentes relations empiriques ont été proposées.

### 3.1.d - Géométrie

La forme retenue pour un palier est importante car elle intervient de façon significative sur les caractéristiques dynamiques du palier et modifie le comportement dynamique de la ligne d'arbre supportée par les paliers. Le choix de la forme d'un palier est un compromis. Si les paliers non circulaires sont plus stables que les paliers circulaires, ils ont, par contre, une capacité de charge moindre, des pertes plus importantes et nécessitent un débit de lubrifiant plus élevé. Les paliers à patins oscillants sont presque toujours stables au fouettement, par contre, ils sont d'une réalisation plus complexe que les paliers de forme fixe. Garner [19] a comparé les caractéristiques statiques et dynamiques des formes de paliers les plus souvent rencontrées.

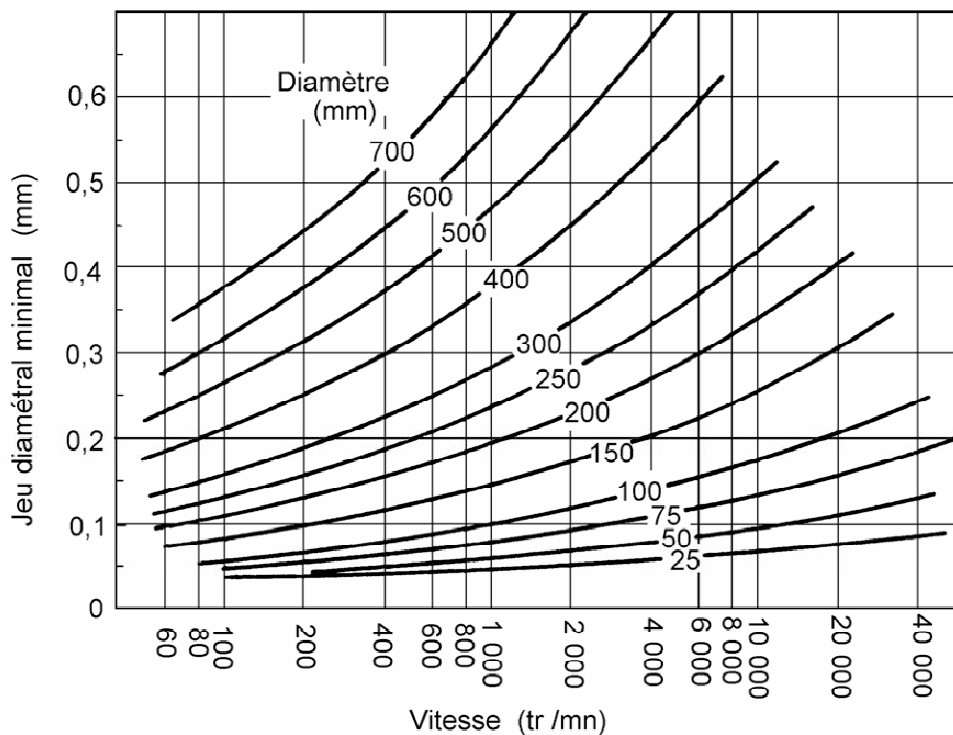
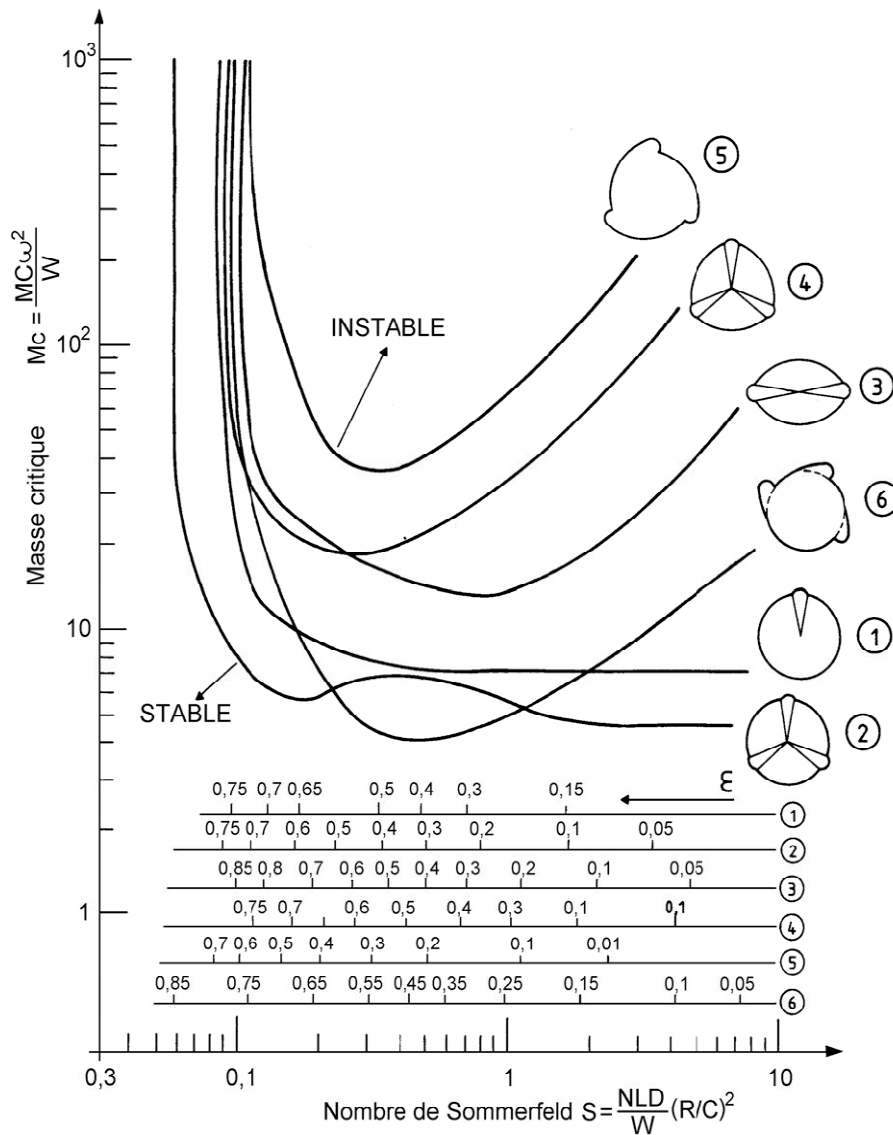
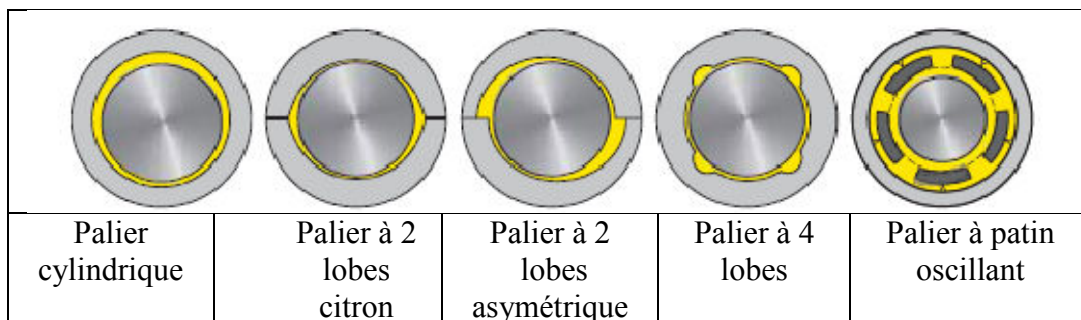


Figure.1. 4 : Valeur du jeu diamétrale en fonction de la vitesse [19]



- |                                |                               |
|--------------------------------|-------------------------------|
| 1. Circulaire (une rainure)    | 4. Trois lobes (symétriques)  |
| 2. Circulaire (trois rainures) | 5. trois lobes (asymétriques) |
| 3. Citron                      | 6. Trois poches               |

Figure. 1.5 : Courbes de stabilité de différents paliers [1]



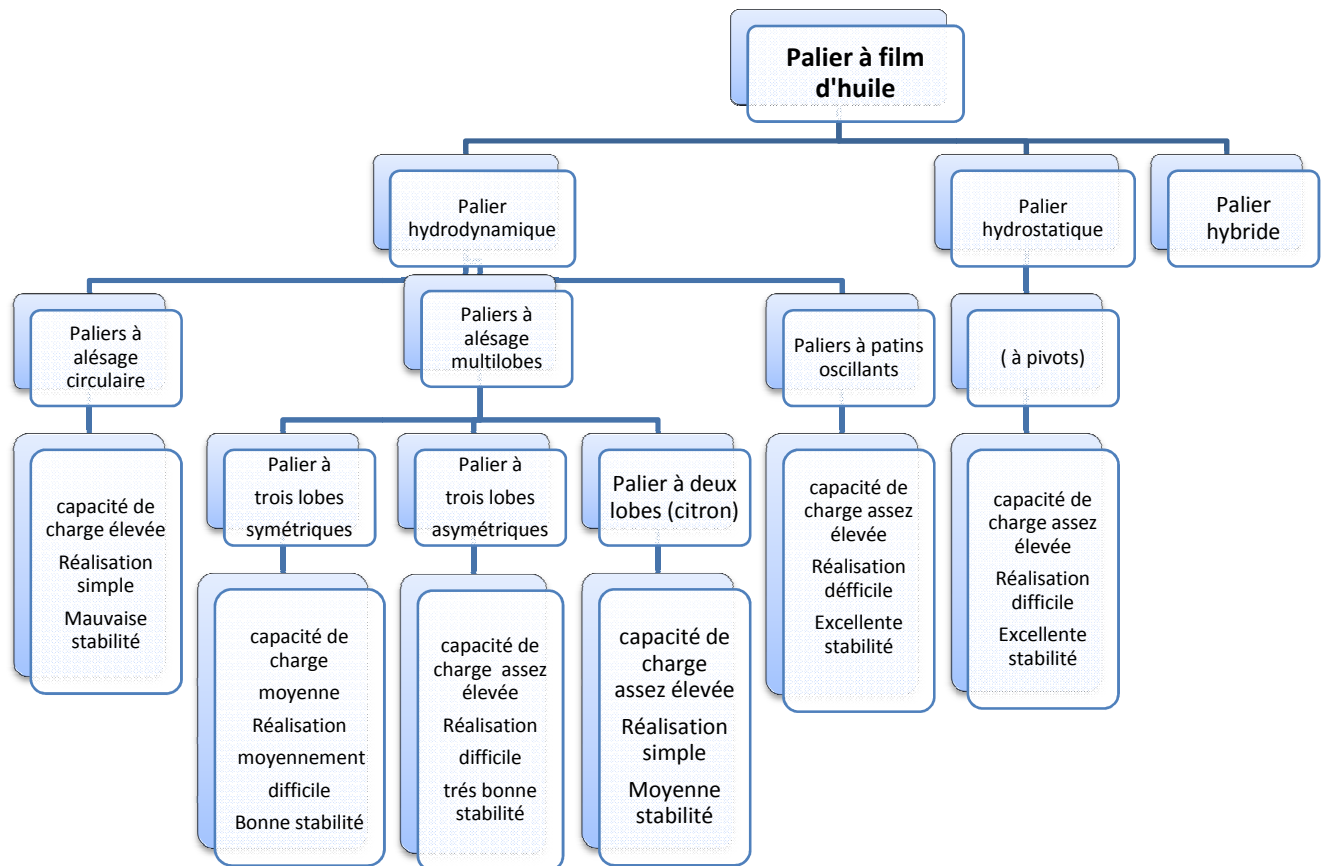


Figure.1.6: Principales architectures de paliers à film d'huile

#### 4. Lubrification hydrodynamique

Les premiers travaux sur la lubrification hydrodynamique sont ceux que Hirn [27] réalise en 1854, dans lesquels il bouscule la référence établie par les lois de Coulomb. Presque 30 ans plus tard, Towers [10] découvre l'existence d'une répartition de pression entre les surfaces de l'arbre et du coussinet d'un palier de wagon de chemin de fer. C'est à partir des travaux de Towers qu'Osborne Reynolds définit le phénomène fondamental de portance hydrodynamique. Le lubrifiant adhérant aux surfaces du palier en mouvement relatif génère, lorsqu'il entre dans un convergent, une répartition de pression capable de supporter une charge radiale conséquente. Cette théorie dont la formulation mathématique s'appuie sur les équations de Navier-Stokes, est publiée par Reynolds [44] en 1886. Elle permet d'obtenir la répartition de pression hydrodynamique dans le film lubrifiant, et constitue ainsi la base de la théorie de la lubrification contemporaine.



### 4.1 Principales zones de fonctionnement d'un palier lisse

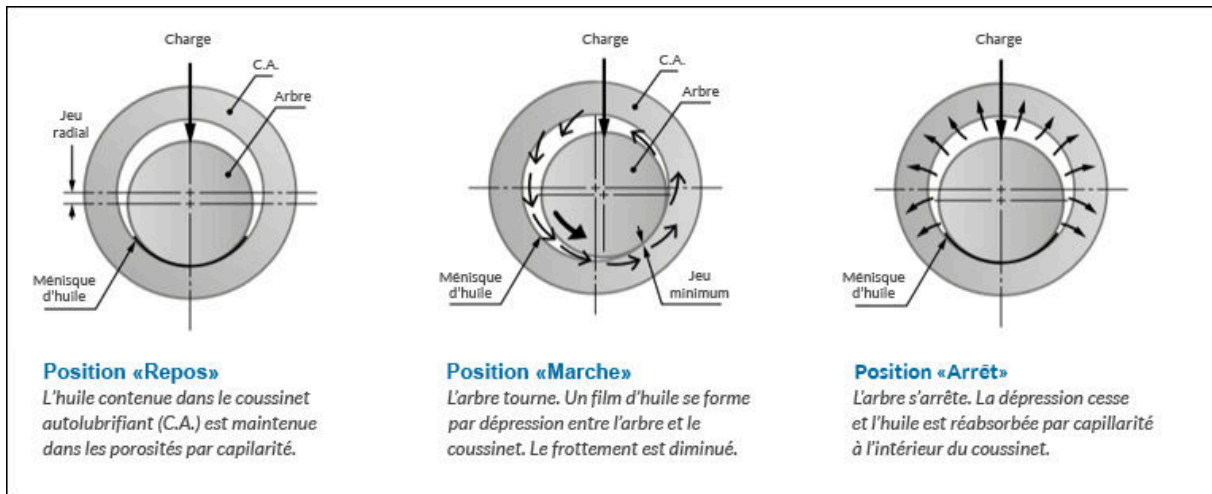


Figure 1.7 : Principe de fonctionnement d'un palier lisse

Plusieurs phénomènes conditionnent le bon fonctionnement d'un film d'huile, en particulier son rôle de générateur de pression. Pour mieux appréhender, il est utile d'examiner le comportement du fluide dans les différentes zones du palier. Il est à noter que ces commentaires s'étendent aussi à d'autres systèmes lubrifiés où l'on retrouve des zones ayant des fonctions voisines à celles décrites ci dessous [35].

De ce fais nous avons considéré le cas des paliers où la portance se réalise essentiellement grâce à la rotation du palier (pas de variation de l'intensité de la charge s'appliquant sur le palier). Ce choix ne réduit toutefois pas le nombre d'aspects et de zones à considérer.

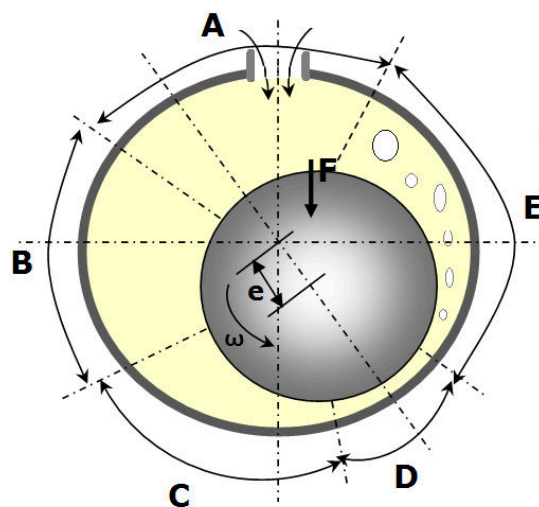


Figure 1.8 : Zones de fonctionnement d'un palier

Comme la figure 2.2 l'indique, on différencie cinq zones dans un palier. Dans chacune les propriétés du lubrifiant qui contribuent au bon fonctionnement du palier sont différentes. Pour exemple la zone piézoviscosité joue un rôle important n'est pas la même que celle de la résistance extrême au cisaillement.

Ces cinq zones se définissent de la manière suivante:

- **La zone d'arriver d'huile du palier (zone A ):** Cette zone correspond à celle qui doit fournir un excédent de lubrifiant par rapport à ce qui doit sortir du palier en zone C. C'est la zone où il est important de bien disposer l'arrivée du lubrifiant (dans le cas d'une alimentation par le logement supposé fixe). De ce fait la propriété la plus importante pour cette zone est l'adhérence du fluide aux parois, car elle permet au fluide qui arrive à basse vitesse dans le conduit d'alimentation de se mettre à la vitesse périphérique de l'arbre (cette propriété est essentielle pour toutes les zones du palier).
- **La zone du film plein du palier (zone B ):** l'épaisseur du film est trop importante pour que se développe de la pression. l'excédent de lubrifiant entraîné par l'arbre s'échappe sans difficulté par les faces latérales du palier [sous réserve qu'il ne soit pas de longueur très importante (au moins cinq fois le diamètre), ce qui entrainerait une recirculation circonférentielle]. Le profil de vitesse d'écoulement varie linéairement suivant l'épaisseur. Cette zone est importante; c'est grâce à elle, en effet, que la surface de l'arbre se met à la température du lubrifiant entrant. De ce fait, les propriétés du film d'huile que l'on recherchera sont une forte chaleur spécifique et une bonne conductivité thermique.
- **La zone de portance du palier (zone C ):** c'est la zone où se développe le phénomène de portance, par la génération d'une pression hydrodynamique au sein du lubrifiant. Cette pression est le résultat de l'excédent de fluide qui entre dans cette zone convergente et de la propriété de viscosité qui crée du frottement au sein du fluide, lorsque celui-ci se cisaille pour s'écouler. Ainsi, pour vaincre ce cisaillement à l'écoulement et évacuer l'excédent, un gradient de pression est nécessaire. En pratique et en calcul, la portance de cette zone est fonction du taux d'excentration du palier. Toute modification de la zone C change la valeur des paramètres du palier, à savoir son excentricité et l'angle d'attitude. Ses propriétés essentielles sont de trois ordres:

- **l'adhérence du fluide au parois** qui est malgré le taux de cisaillement élevé, renforcée par l'existence de la pression hydrodynamique.
- **la viscosité dynamique**: il faut veiller à ce qu'elle soit le moins nuisible possible à la température, une viscosité très sensible à la pression (piézoviscosité) pourra être très utile pour des paliers fortement chargés.
- **la chaleur spécifique du lubrifiant**: C'est dans cette zone que le lubrifiant subit un fort échauffement et qu'il est évacué du palier par les débits de recirculation et les débits de fuite latéraux.
  
- **La zone d'épaisseur minimale du film de lubrifiant du palier (Zone D )** : l'épaisseur du film lubrifiant dans cette zone est capitale car c'est elle qui gère l'occurrence ou non du contact entre le matériau antifricition et l'arbre du palier, c'est aussi là que l'on constate les phénomènes d'usure. Il est important de comprendre que l'intensité des contacts susceptibles de survenir dans cette zone est liée à la capacité de portance de la zone C précédente. Ses propriétés les plus importantes sont doubles:
  - la viscosité qui doit conserver une valeur suffisante, malgré des taux de cisaillement qui deviennent très importants.
  - avec une importance bien moindre, la présence de phénomènes de piézoviscosité. Cette caractéristique est importante à l'échelle des aspérités, car elle permet au film de lubrifiant de ne pas être rompu lors des interactions de ces dernières avec les parois.
  
- **La zone divergente du palier (zone E )** :c'est ici que se produit la cavitation. La frontière entre les zones D et E est directement fonction de la capacité du fluide de passer en phase vapeur. Ce changement d'état est également lié à la présence de particules et aux gaz dissous dans le lubrifiant. A une moindre échelle, les tensions superficielles influent sur la formation des bulles de vapeur.

### 5. Paliers lisses et leurs avaries

Généralement, les problèmes des paliers lisses anti friction (hydrostatiques ou hydrodynamiques) qui produisent des niveaux de vibration ou de bruit élevés, proviennent du jeu excessif dans le palier causé soit par le frottement, l'érosion chimique, un mauvais serrage mécanique ou des problèmes de lubrification. Un jeu excessif dans un palier fluide peut avoir comme effet un léger déséquilibre, un problème d'alignement, un desserrage ou un choc mécanique [55].

Les défaillances des paliers lisses résultent [55]:

- de charges importantes supportées par ces paliers, charges souvent mal réparties,
- Des flexions de l'arbre,
- d'un mauvais alignement des machines donc des lignes de paliers,
- d'excitation vibratoires dues:
  - aux balourd mécaniques,
  - aux balourd hydrauliques lorsqu'un liquide est entraîné en rotation, un tel balourd peut être statique ou dynamique et tourner à une vitesse différente de l'arbre.
  - aux effets de raideur et d'amortissement des matériaux, de l'huile, etc.,
  - aux non alignement des paliers
  - aux frottements secs liés à l'absence d'huile momentanée ou définitive,
  - aux vibration créées par d'autre machines.

#### 5.1. Causes de défaillances des palier lisses

Les causes de défaillance sont des circonstances liées à la conception, à la fabrication, à l'installation, à l'utilisation et à la maintenance qui conduisent à la défaillance . Déterminer la cause exacte d'une défaillance s'avère primordial pour être en mesure de corriger le problème. L'analyse des défaillances qui surviennent sur les paliers à fluides demande une bonne connaissance des données historiques du composant. Les causes de la défaillance des paliers fluides sont nombreuses et variées. Il existe des défaillances qui sont dues à [38] :

- **La surcharge** : le dépassement de la charge nominale du Palier fluide entraine une déformation. Elle résulte généralement d'une fatigue de la rotation de l'arbre après un

temps de fonctionnement plus ou moins long. Elle peut aussi résulter d'une mauvaise répartition des charges.

- **La fatigue de la rotation** : c'est la limite d'endurance du palier fluide. Il s'agit d'efforts répétés et alternés par exemple les vibrations entraînant la rupture du palier à fluide.
- **La fatigue thermique** : c'est une fatigue engendrée par des contraintes thermiques, une lubrification inadéquate ou excessive. Il faut lubrifier le palier ou la butée fluide avec un lubrifiant spécifique adapté à l'application en respectant la fréquence et la quantité adéquate.
- **La contamination** : Ce sont les résidus de combustion qui contaminent et dégradent le fluide. Ces résidus peuvent être très durs et provoquer, dans certains cas, des usures qui détériorent la couche d'oxyde protectrice de certaines surfaces et initie de ce fait la corrosion. Les poussières atmosphériques passant malgré la filtration de l'air par entrée principale en sont un exemple.
- **Les vibrations** : Un palier fluide en fonctionnement bien dimensionné produit des vibrations engendrées par l'arbre en mouvement. Ainsi un palier neuf en excellent état de fonctionnement produit très peu de vibrations.
- **Le mauvais alignement de l'arbre** : Dans un palier, les axes du palier et de l'arbre ne sont pas toujours parallèles. En pratique, il existe toujours un mésalignement dont les causes peuvent être d'origine diverses : déformation thermique ou élastique de l'arbre.
  - **L'usure** : c'est un phénomène très complexe. En général, l'usure est caractérisée par une perte de matière des surfaces. Elle se mesure exclusivement par des moyens expérimentaux, même s'il existe dans la littérature des formulations empiriques. Elle se produit soit au démarrage appelé période de rodage ou au cours des premiers cycles de fonctionnement appelé période d'endurance. On distingue quatre types ou formes d'usure proposés par Burwell en 1957 et qui restent un sujet ouvert aux spécialistes. On a une usure par adhésion, usure par abrasion, usure par fatigue et enfin une usure par corrosion. Les trois premières formes d'usure sont des processus mécaniques et le dernier est un processus chimique.
  - Rupture d'une pièce dans la structure (effets balourds + problème matériaux).
  - Absence (rupture) de l'alimentation (gel du lubrifiant).
  - Démarrage trop rapide.

### 5.2 Défauts des paliers

Les incidents proviennent de l'usure des coussinets qui se traduisent finalement par une fuite latérale importante de l'huile et donc une chute de la pression dans le circuit d'huile, de l'échauffement de l'huile avec les problèmes de dilatation qui en résultent et les risques de serrage et de destruction du palier.

Pour analyser l'état de fonctionnement d'un palier, les méthodes qui peuvent être mises en jeu sont:

- La détection de la position de l'arbre en rotation dans son plan de rotation.
- La mesure de la température de l'huile ou du cratère extérieur du palier.
- La détection des débris dans l'huile.
- La détection de l'état vibratoire du palier
- La mesure du jeu arbre - palier.
- La mesure de la pression instantanée de l'huile qui arrive au palier.
- La mesure de la température du palier.

Les défaillances des paliers apparaissent souvent après un long processus d'usure.



Figure 1.9: Palier lisse

#### 5.1.1 Balourd

Le problème de balourd est probablement la cause la plus commune de vibration. Un balourd se définit comme une masse excentrée en rotation. Quel que soit l'apport à la fabrication des pièces, il est en effet très difficile de faire coïncider l'axe de rotation du rotor

avec son centre de gravité. Il en résulte que l'arbre en rotation est soumis à des efforts centrifuges qui le déforment [44]. Cette force centrifuge, issue de ces défauts de « non-concentricité » ou d'ajustage, est proportionnelle à la masse de matière qui crée ce déséquilibre et au carré de la vitesse. Elle génère des efforts tournants qui vont agir sur les différents éléments constitutifs du rotor, les ancrages de la machine et les paliers jusqu'à entraîner leur dégradation. Le défaut de balourd est l'une des principales causes de réduction de la durée de vie des équipements et il constitue l'un des principaux risques pour la sécurité. C'est pour cette raison sans doute qu'il fait l'objet de normes importantes, tant pour son évaluation que pour sa correction. Ainsi, pour une classe d'équilibrage donnée, comparer l'amplitude de la vibration induite à des seuils fixés dans des normes ou à des spécifications de constructeurs, permettra de statuer sur le caractère acceptable ou non du déséquilibre et sur la nécessité de procéder ou non à un équilibrage suivant une procédure bien définie.[2]

Le problème de balourd est inévitable, puisque la perfection n'existe pas dans les systèmes mécaniques. La vibration résultante sera donc toujours présente. Puisque la vibration se manifeste à la fréquence de rotation du rotor, une mesure de vibration permet de déterminer la vitesse de rotation sans avoir recours à un tachymètre [32].

Le balourd, déséquilibre massique, peut provenir de défauts d'usinage, d'assemblage et de montage, mais aussi :

- d'une altération mécanique (perte d'ailette, érosion ou encrassement...),
- d'une altération thermique ou d'une déformation suite à des dilatations différentes des matériaux constituant le rotor ou encore à des différences de température localisées (balourd thermique).

### 5.1.2 Instabilités

Les paliers lisses sont le siège d'un certains phénomènes et effets physique qui leur sont parfois propres. L'expérience a montré que sous certaines conditions de fonctionnement, les paliers hydrodynamiques ont un comportement dynamique instable. C'est NEWKIRK [49] qui a mis en évidence ce phénomène en identifiant une vibration propre aux arbres supportés par paliers fluides. Ces phénomènes sont connus dans la littérature sous le nom de fréquences subsynchrones. Elles correspondent à des fréquences d'excitations égales à un rapport de  $1/n$  ( $n$  entier naturel) de la fréquence de rotation du rotor. Elles proviennent de la génération par le palier de vibrations auto-entretenues [7].

Deux types de fréquences subsynchrones sont répertoriés (Figure 1.10 [7]) :

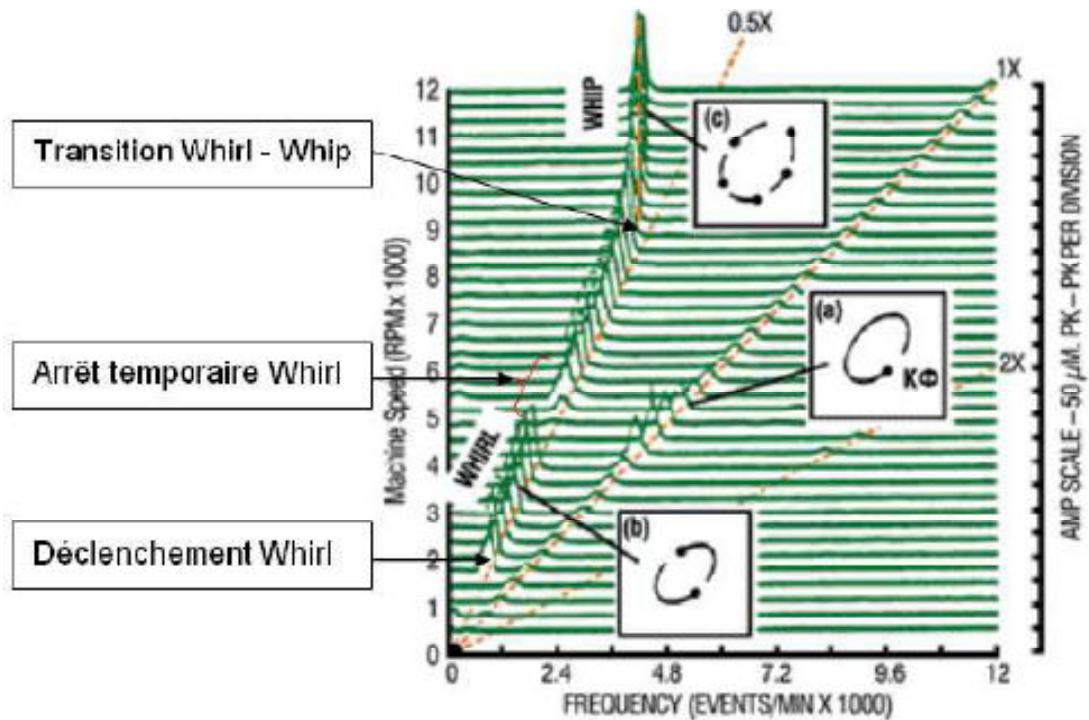


Figure 1.10: Phénomènes de fréquences subsynchrones entre 9200 et 12000 rpm

- **Tourbillonnement d'huile**

Selon le type de palier lisse, un problème qui peut survenir est le tourbillonnement d'huile (whirl) se produit lorsque le rotor, qui tourne sur lui-même autour de son axe  $O$  à la vitesse de rotation  $f_0$ , se met à tourner dans le palier à une vitesse  $f_{tb}$  autour de l'axe du palier  $O'$ . [44]

Si une perturbation (surcharge, impact, variation de température, vibration de température, vibration provenant de source externe à la fréquence de tourbillonnement, résonance à la fréquence de tourbillonnement, etc.) survient et modifie la position d'équilibre du rotor, celui-ci est excentré et l'huile remplit la place rendue libre, augmentant la pression initiale du film peut alors provoquer la rotation de l'arbre dans le palier à la vitesse  $f_{tb}$ . Si l'amortissement du système est suffisant, l'arbre tournera à sa position d'équilibre, sinon il continuera à tourbillonner.

Le problème de tourbillonnement est facilement identifiable puisqu'il paraît à la fréquence de tourbillonnement  $f_{tb}$  qui est inférieur à la fréquence de rotation du rotor. La fréquence théorique de tourbillonnement est la moitié de la vitesse de rotation du rotor  $f_0$ . En pratique  $f_{tb}$  varie entre  $0.4$  et  $0.49 f_0$  en raison des frottements



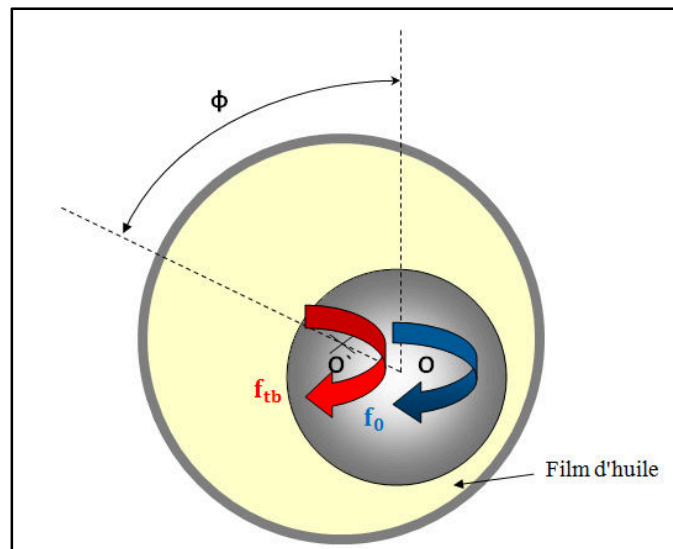


Figure 1.11: Problème de tourbillonnement (whirl)

- **Fouettement d'huile (whip)**

Un autre problème sur les paliers à fluide est nommé le fouettement d'huile (whip), apparaît lorsque la fréquence de whirl est égale ou supérieure à la première fréquence propre de flexion du rotor. Il s'agit d'un phénomène d'excitation par fouettement. En effet, le phénomène de précession étant présent, puisque nous sommes au dessus de la vitesse limite de stabilité, l'amplitude des vibrations engendrées par le palier va augmenter rapidement. Elles sont assez importantes pour provoquer la destruction de la machine [7].

Une vibration du fouettement d'huile ressemble beaucoup au tourbillonnement d'huile, à l'exception que la vibration se produira sur des rotors fonctionnant à au-delà de 2 fois leur première vitesse critique. De plus, la vibration se manifestera à la fréquence de la vitesse critique du rotor.

### 5.1.3 Désalignement

Avec le défaut de balourd, le défaut d'alignement est l'une des principales causes de réduction de la durée de vie des différents organes (accouplements, palier, engrenages...) constituant un équipement [2]. Il crée des efforts importants qui vont entraîner la dégradation rapide du système d'accouplement. Outre la dégradation de l'accouplement, ces efforts, dus à un défaut de montage ou à une usure des éléments d'entraînement, vont avoir pour effet :

- dans le cas de paliers anti friction , de déverser l'une des bagues et de précipiter la dégradation du roulement par aggravation des contraintes exercées par le mouvement des éléments roulants sur les pistes ;
- dans le cas de paliers à film d'huile, de décharger l'un des paliers de la ligne d'arbres et d'induire des instabilités mettant très rapidement en péril l'installation par rupture du film d'huile, frottement des labyrinthes d'étanchéité ou des ailettes.

Les sollicitations auxquelles sont soumis les paliers hydrodynamiques sont de plus en plus importantes du fait de l'accroissement des vitesses et des charges imposées par les utilisateurs. L'énergie dissipée dans le film étant alors plus grande, la température dans le palier augmente et l'épaisseur minimale du film diminue : les limites d'utilisation du palier peuvent être dépassées. C'est pourquoi le mésalignement est réellement un problème car il modifie sensiblement ces paramètres et augmente le risque d'endommagement du palier. S'il est dû la plupart du temps à un défaut de montage ou d'usinage, il peut être également engendré par la flexion de l'arbre sous l'influence de son propre poids. Le mésalignement n'est donc pas qu'une singularité et il convient d'en tenir compte lorsque l'on s'intéresse aux performances des paliers [37].

Plusieurs études ont donc été menées sur le mésalignement, Depuis les cinquante dernières années, le mésalignement, que ce soit pour des paliers ou pour des butées, fût un phénomène de plus en plus étudié. A notre connaissance, la première personne à s'intéresser au mésalignement fut Fisher [4] qui, en 1922, avait noté que le mésalignement pouvait entraîner des différences notables dans l'écoulement aux extrémités du palier ainsi qu'un échauffement irrégulier de celui-ci. Les premières études furent essentiellement expérimentales. Les premiers travaux concernant le problème de mésalignement sont réalisés en 1932 par Mckee [62] qui mesure les profils de pression dans la direction axiale du palier. Piggott [51] s'y intéresse de plus près et montre en 1942 qu'un mésalignement de 0,0002 radian peut réduire la capacité maximale de chargement d'un palier de 40%. En 1949, Buske et Rolli [6] observent que le mésalignement perturbe la symétrie axiale de la distribution de pression dans le palier. Une autre étude consacrée entièrement au mésalignement est celle que Dubois [15] réalisent sur trois différents cas de mésalignement, où ils montrent que le champ de pression d'un palier mésaligné n'est pas symétrique. Dubois [16] reprennent leurs travaux afin d'évaluer l'excentricité aux extrémités du palier, le débit axial et les températures locales dans le palier. Nicolas et Frêne [51] effectuent une comparaison entre théorie et

expérimentation pour un palier soumis à une charge centrale et un couple quelconque. Mais dans ces études, le mésalignement ne représente qu'une partie du travail et il est étudié en tant que singularité, comme un phénomène qui peut parfois intervenir dans les mesures.

### 6. Traitement du signal

Toute anomalie affectant une machine tournante (balourd, désalignement, phénomène de tourbillon d'huile, déformation d'arbre, jeu excessif, ...) se traduit par des vibrations dont les fréquences correspondent aux fréquences fondamentales des forces qui les induisent et à leurs harmoniques (harmonique : composante dont la fréquence est un multiple d'une fréquence de base appelée fréquence fondamentale). La connaissance de la cinématique de la machine permet, sinon d'identifier l'anomalie, tout au moins de la localiser, de suivre l'évolution des amplitudes des vibrations qu'elle induit et, de ce fait, d'en apprécier la gravité [2].

L'analyse spectrale des signaux délivrés par divers capteurs (vibration, pression, courant électrique, tachymètre, jauges de contrainte...) prend une place grandissante dans les techniques de surveillance des machines tournantes et de diagnostic et tend à devenir l'outil d'investigation de base de la maintenance prévisionnelle. Cette promotion parfaitement justifiée est la conséquence de la réduction, ces dernières années, du coût et de l'encombrement des analyseurs de spectres mono et multivoie. Cependant cette technique de traitement de signal ne peut fournir des informations fiables que dans la mesure où l'utilisateur connaît [3]:

- le processus de calcul de la transformée de Fourier discrète afin de pouvoir palier les conséquences des altérations apportées au spectre réel du signal par cette technique de calcul (bruit d'analyse, incertitude sur l'amplitude et la fréquence des composantes spectrales...).
- les fréquences caractéristiques de la machines à surveiller ou à diagnostiquer et les images vibratoires des défauts qu'il recherche.

#### 6.1 Méthodes d'analyse

Il existe différents outils d'analyse vibratoire permettant de détecter et de diagnostiquer l'apparition des défauts dans les paliers. De nombreuses publications synthétisent ces différentes méthodes ou outils. Elles sont généralement classées en deux grandes familles.

### 6.1.1 Représentation temporelle

Le signal vibratoire délivré par un capteur peut être représenté de différentes façons. La première qui vient à l'esprit est la représentation de chaque évènement en fonction de sa progression dans le temps (représentation temporelle). Cette représentation est d'ailleurs utilisée pour suivre le comportement vibratoire d'une machine en fonction de ses paramètres de fonctionnement pour l'étude, par exemple, du comportement vibratoire d'un compresseur à pistons sur un cycle de compression. Elle sert aussi, et de façon très pertinente, à l'élaboration d'un diagnostic pointu lorsque, après dépistage d'une anomalie, il sera possible, grâce à des analyseurs de signaux haut de gamme, de suivre le signal temporel filtré autour de la fréquence générée par le défaut. Cependant, il s'agit là d'une technique qui relève bien souvent à ce jour plus du domaine de l'expertise que de la surveillance [3]

Ce type de représentation temporelle est aisé à exploiter lorsque le signal délivré par le capteur est simple (par exemple, signal délivré par un capteur de proximité représentant le déplacement relatif d'un arbre dans son palier (vibration de type sinusoïdal induite par le balourd du rotor)...). Il est encore facile à exploiter lorsque ce signal a fait l'objet d'un traitement approprié (filtrage, moyennage synchrone), mais il devient hélas vite inextricable lorsque le signal a pour origine des sollicitations multiples (figure 1.12).

Pour qu'il puisse être plus facilement interprété, le signal doit donc généralement être décomposé en différentes composantes sinusoïdales élémentaires. Si cette décomposition est théoriquement possible par filtrages successifs, sa représentation dans le domaine temporel deviendrait vite trop foisonnante (figures 1.13 et 1.14), donc inexploitable

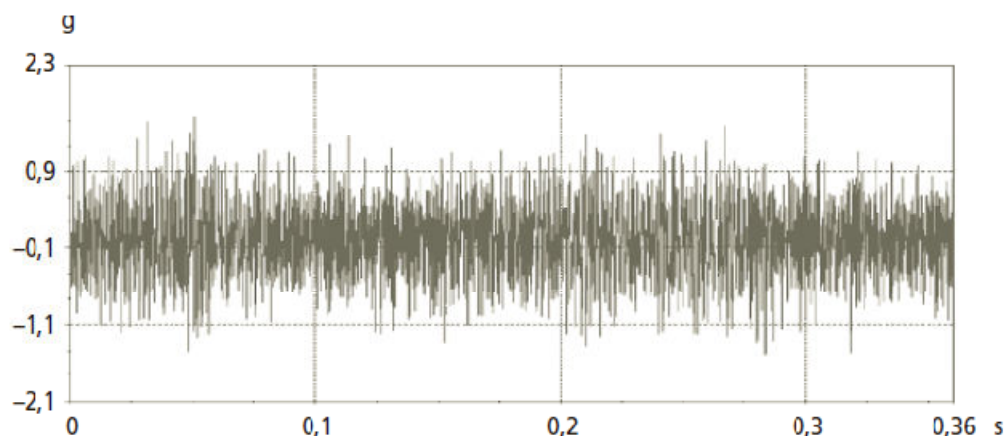


Figure 1.12: Signal temporel brut délivré par un accéléromètre fixé sur un palier MV d'un réducteur [2]

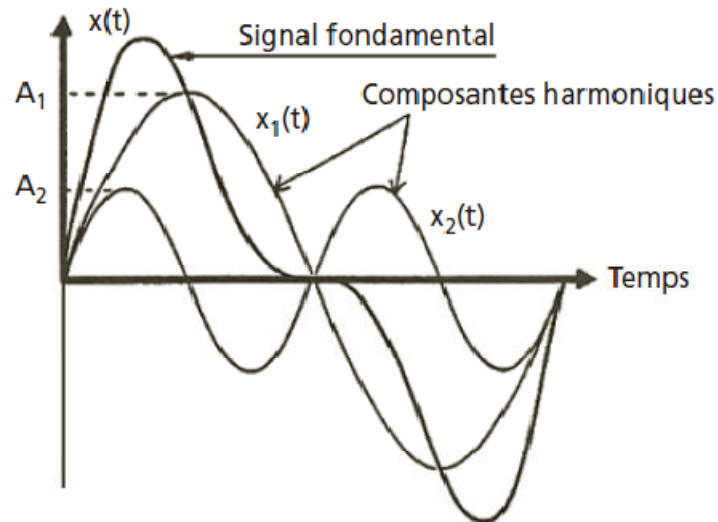


Figure 1.13: Décomposition d'un signal temporel en ces deux composantes harmoniques

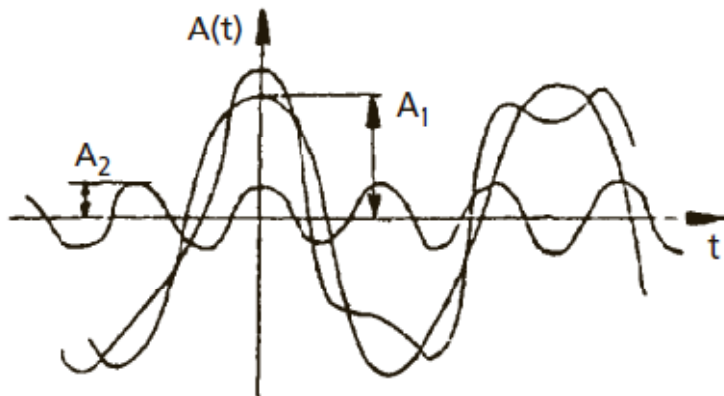


Figure 1.14: Représentation temporelle des différentes composantes d'un signal complexe

### 6.1.2 Représentation fréquentielle (représentation spectrale)

Faute de pouvoir représenter le signal vibratoire en fonction du temps sous une forme facilement exploitable, on a recherché à le représenter dans un diagramme amplitudes/fréquences appelé **spectre** (parce qu'intemporel). Avec ce type de représentation, chacune des composantes sinusoïdales élémentaires constituant le signal est parfaitement définie par son amplitude et sa fréquence. La représentation spectrale du signal en figure 1.14 devient ainsi plus claire et facilement exploitable (figure 1.15).

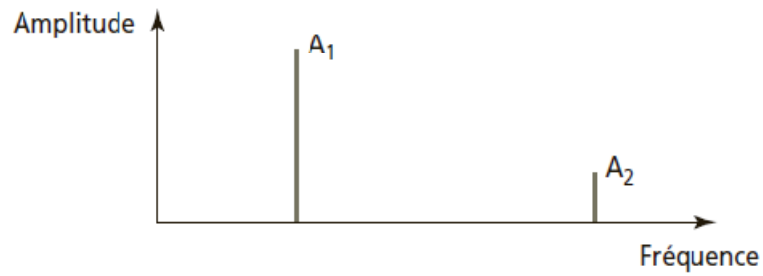


Figure 1.15 : Représentation spectrale des différentes composantes du signal

La simplification apportée par ce type de représentation et la décomposition du signal en composantes sinusoïdales élémentaires (analyse spectrale) sont illustrées par les figures 1.16.

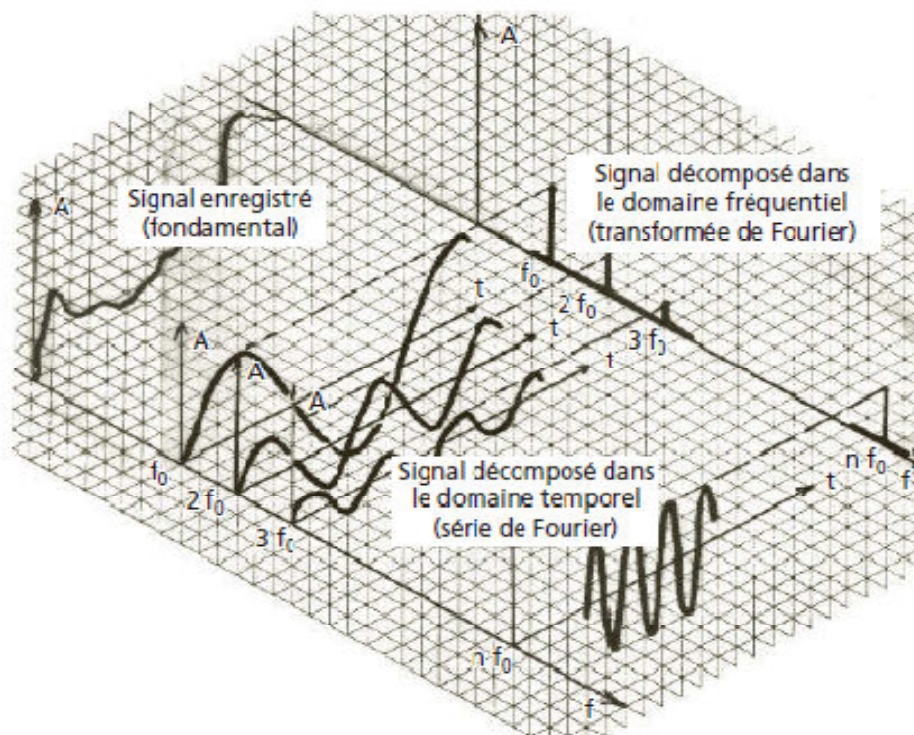


Figure 1.16: Différentes représentations d'un signal brut par décomposition dans les domaines temporel et fréquentiel

### 6.1.3 .Transformées de Fourier

L'analyse spectrale permet de décomposer un signal complexe en ses constituants de base. La représentation conventionnelle d'un signal tel qu'il est délivré par un capteur se fait dans le domaine temporel (amplitude en fonction du temps ) [3]. La transformée de Fourier rapide (FFT) est un outil traditionnel de traitement de signal . Elle repose sur le fait que tout signal peut être décomposé en une suite sinusoïdes de différentes fréquences [66] ,

### A. Cas des signaux périodiques

Toutes fonction périodique  $s(t)$  de période  $T_0 = 1/f_0$  peut être considéré comme la somme de fonction sinusoïdales de fréquence  $f$  multiple de la fréquence  $f_0$  dite fréquence fondamentale soit:

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos 2\pi n f_0 t + b_n \sin 2\pi n f_0 t \quad (1.1)$$

où  $a_n$  et  $b_n$  sont les coefficients de la série de Fourier calculés à partir des relation :

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} s(t) dt = \overline{s(t)} \quad (1.2)$$

et pour  $n \geq 1$ :

$$a_n = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} s(t) \cos(2\pi n f_0 t) dt \quad (1.3)$$

$$b_n = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} s(t) \sin(2\pi n f_0 t) dt \quad (1.4)$$

Seule la représentation unilatérale (fréquence positive) a une réalité physique.

La décomposition fréquentielle de  $s(t)$  s'écrit:

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(2\pi n f_0 t + \phi_n) \quad (1.5)$$

avec  $c_n = 2\sqrt{a_n^2 + b_n^2}$  et  $\phi_n = \arctan\left(-\frac{b_n}{a_n}\right)$

Le spectre de Fourier d'un signal périodique est un spectre discret. Il est donc constitué d'une composante de fréquence nulle d'amplitude  $a_0$  et d'un peigne de raie espacées de  $f_0$  et d'amplitude  $c_n$ .

### B. Cas des signaux non périodiques

L'intégrale de Fourier permet d'obtenir une représentation d'un signal  $x(t)$  dans le domaine fréquentiel en associant à ce dernier sa transformée de Fourier  $X(f)$  appelé spectre, elle est définie par l'équation suivante:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{j2\pi f t} dt \quad \Leftrightarrow T.F \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi f t} df \quad (1.6)$$

Où  $x(t)$ ,  $X(f)$ , et  $f$  sont respectivement le signal temporel, le signal fréquentiel et la fréquence.

$X(f)$  est appelée «spectre complexe».

### 6.1.4. Intérêt pratique de l'analyse spectrale

Toute anomalie affectant une machine tournante (balourd, désalignement, phénomène de tourbillon d'huile, déformation d'arbre, jeu excessif, desserrage de palier, défaut de roulement ou d'accouplement, anomalie électromagnétique affectant le rotor ou le stator d'un moteur, engrènement défectueux...) se traduit par des vibrations dont les fréquences correspondent aux fréquences fondamentales des forces qui les induisent et à leurs harmoniques (harmonique : composante dont la fréquence est un multiple d'une fréquence de base appelée fréquence fondamentale). La connaissance de la cinématique de la machine permet, sinon d'identifier l'anomalie, tout au moins de la localiser, de suivre l'évolution des amplitudes des vibrations qu'elle induit et, de ce fait, d'en apprécier la gravité. Un spectre est un graphe dans lequel sont représentées les amplitudes et les fréquences de toutes les composantes vibratoires induites par le fonctionnement d'une machine. Chaque composante est représentée par un segment vertical appelé raie dont l'abscisse représente la fréquence et l'ordonnée l'amplitude [3].



# Chapitre 2

## Méthodes et équations de base de la lubrification hydrodynamique

### Sommaire

---

2.1 Equation de Reynolds.....	31
2.1.1 . Calcul des différents paramètres dans le contact .....	36
2.2 . Application au palier lisse cylindrique hydrodynamique.....	37
2.2.1 . Hauteur de film de lubrification .....	40
2.2.2. Conditions limites. ....	40
2.2.2.a - Conditions de Sommerfeld.....	41
2.2.2.b - Conditions de Gumbel.....	41
2.2.2.c - Conditions dites de Reynolds.....	42
2.2.3. Hypothèses simplificatrices et modèles de base.....	43
2.4. 1. Approximation du palier court.....	44
2.4.2 . Approximation du palier long.....	46
2.4.3 . Modèles hybrides.....	47
2.2.4. Méthode de résolution.....	48
2.2.4. 1 Méthode des différences finies.....	48
2.3 Rappel sur le mésalignement.....	51
Influence du désalignement .....	53
2.4 Alimentation des paliers lisses.....	55

---

## Chapitre 2 : Méthodes et équations de base de la lubrification hydrodynamique

L'objectif de ce chapitre est de donner l'ensemble des équations de base et les hypothèses formulées pour l'étude du comportement des paliers lisses hydrodynamiques. Dans un premier temps nous aborderons la détermination du champ de pression dans le film d'huile qui sépare le coussinet et l'arbre. Après avoir déterminé la géométrie du palier lisse étudié, nous formulerons l'équation de Reynolds écrite dans le cas d'un fluide Newtonien. Les hypothèses effectuées pour cette équation seront énoncées et les conditions aux limites d'alimentation et d'écoulement du fluide seront données. En second nous présentons les méthodes de résolution numérique du problème hydrodynamique. Nous avons choisi pour cela la méthode des différences finies qui s'avère bien adaptée pour décrire la géométrie.

### 2.1 Equation de Reynolds

Les équations générales de la lubrification hydrodynamique par fluide newtonien prennent différentes formes selon les hypothèses effectuées. Dans ce chapitre, nous démontrons une forme simplifiée de ces équations, appelée équations de Reynolds [19, 20]. L'équation de Reynolds est déduite des équations de la mécanique des milieux continus, appliquées à un fluide newtonien et qui peuvent s'écrire sous la forme suivante :

- la loi de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u_i) = 0 \quad (2.1)$$

- la loi fondamentale de la dynamique :

$$\rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.2)$$

- la loi de comportement rhéologique, qui pour un fluide newtonien s'écrit :

$$\sigma_{ij} = (-\rho + \lambda \theta) \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij} \quad (2.3)$$

Dans ces expressions,  $x_i$  et  $t$  sont les variables d'espace et de temps,  $u_i$  les composants de la vitesse,  $\rho$  la masse volumique du fluide,  $p$  la pression,  $f_i$  les forces massiques extérieures,  $\sigma_{ij}$  le tenseur des contraintes donné par la loi de comportement rhéologique du fluide,  $\delta_{ij}$  le symbole de Kronecker ( $\delta_{ij} = 1$  si  $i = j$  ;  $\delta_{ij} = 0$  si  $i \neq j$ ) et où  $\lambda$  et  $\mu$  coefficients de viscosité de Navier, sont des fonctions de l'espace et du temps.

La procédure pour l'établissement de l'équation de Reynolds est expliquée à l'**annexe 1**.

Les hypothèses associées à l'équation de Reynolds sont :

- une faible épaisseur du film fluide devant les dimensions du contact ; c'est l'hypothèse fondamentale de la lubrification hydrodynamique.
- un milieu continu (la zone de rupture étant considérée comme un mélange homogène de fluide et de gaz) ; l'équation de Reynolds ne s'applique pas dans les zones où il y a rupture du film.
- un fluide newtonien ; il y a proportionnalité entre le taux de cisaillement et les contraintes de cisaillement dans le film.
- un régime d'écoulement laminaire ; en régime non laminaire il faudra utiliser une autre modélisation.
- L'une des surfaces du contact est parfaitement plane et ne présente pas de rugosité, ce qui permet de placer l'origine des axes sur cette surface. Ainsi, la courbure générale du film est négligée.
- l'absence de glissement entre le fluide et les parois ; la vitesse du fluide à la paroi est égale à celle de la paroi. C'est la condition d'adhérence.
- des forces d'inertie négligeables vis à vis des forces visqueuses à cause, de la petitesse de l'épaisseur du film fluide, ce qui peut ne pas être toujours vérifié.
- Les forces massiques extérieures sont négligées
- La viscosité, la température et la masse volumique du fluide ne varient pas à travers l'épaisseur du film et dans le temps

En prenant pour hypothèses un régime isotherme, un lubrifiant incompressible et une viscosité ne variant pas selon l'épaisseur du film, l'équation généralisée de la mécanique des films minces visqueux se réduit alors à l'équation de Reynolds qui, dans un repère cartésien, prend la forme suivante [55] :

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right) \\
 & = 6\rho(U_2 - U_1) \frac{\partial h}{\partial x} + 6\rho(W_2 - W_1) \frac{\partial h}{\partial z} + 6h \frac{\partial}{\partial x} [\rho(U_1 + U_2)] \\
 & + 6h \frac{\partial}{\partial z} [\rho(W_1 + W_2)] + 12\rho V_2 + 12h \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.4)
 \end{aligned}$$

Où  $U_1, U_2, V_2, W_1, W_2$  sont les vitesses des surfaces (1) et (2) selon les axes  $x, y, z$  ;  $h$  est l'épaisseur du film ;  $p$  est la pression hydrodynamique et  $\mu$  est la viscosité du lubrifiant.

A cette équation, dite équation de Reynolds, s'ajoutent les équations donnant les vitesses dans le fluide

$$\left\{ \begin{aligned} u &= \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} y(y-h) + \frac{h-y}{h} U_1 + \frac{y}{h} U_2 \\ w &= \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial z} y(y-h) + \frac{h-y}{h} W_1 + \frac{y}{h} W_2 \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

Avec les conditions limites suivantes:

$$\left\{ \begin{aligned} z=0 & \quad u = U_1; \quad v = V_1 \text{ et } w = 0 \\ z=h & \quad u = U_2; \quad v = V_2 \text{ et } w = W_2 \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

Ainsi que les contraintes de cisaillement dans le fluide :

$$\left\{ \begin{aligned} \tau_{xy} &= \mu \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} (2y-h) + (U_2 - U_1) \frac{\mu}{h} \\ \tau_{yz} &= \mu \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} (2y-h) + (W_2 - W_1) \frac{\mu}{h} \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

L'équation de Reynolds est assez générale, elle s'applique à différents lubrifiants et à différents types de contact. On peut distinguer :

- Fluide compressible et fluide incompressible, dans ce dernier cas la masse volumique disparaît de l'équation de Reynolds.
- Fluide de viscosité variable et fluide de viscosité constante ; il faut noter que pour un fluide de viscosité variable, la viscosité ne varie pas à travers l'épaisseur du film.
- Régime transitoire et régime permanent : on définit en mécanique des films minces visqueux le régime permanent comme un régime de fonctionnement tel que dans un repère particulier, mobile ou non, les vitesses des parois et les paramètres géométriques du contact sont indépendants du temps. L'équation de Reynolds permet de différencier ces

deux régimes : en régime permanent le terme  $12 \frac{\partial \rho h}{\partial t}$  est nul et les vitesses et les dimensions du contact sont, pour un repère particulier, indépendantes du temps.

- Contact hydrodynamique et contact hydrostatique.

L'équation de Reynolds est une équation aux dérivées partielles du second ordre de type elliptique dont l'inconnue principale est la pression. La valeur de la pression dans le film dépend non seulement de la géométrie du contact et de sa cinématique, mais aussi des conditions aux limites sur la pression retenue lors de la résolution de l'équation de Reynolds. Deux types de conditions sont généralement employés [20] :

- on connaît la frontière du domaine d'intégration et, sur cette frontière, la valeur de la pression est connue en tous points. Ces conditions sont utilisées dans le cas des butées hydrodynamiques où il existe généralement un film complet ;
- on ne connaît qu'une partie de la frontière du domaine d'intégration et, sur cette partie de la frontière, la valeur de la pression est connue en tous points. Le reste de la frontière, qui limite souvent le domaine où le film est rompu, sera déterminé par une condition supplémentaire sur la pression. On pose généralement, pour la continuité du débit,  $\partial p / \partial n = 0$  et  $p = p_s$  sur la frontière inconnue, étant la normale à cette frontière et  $p_s$  la pression de vapeur saturante du fluide (souvent, pour simplifier les calculs, on pose  $p_s$  égale à la pression atmosphérique). Ces conditions, dites conditions de Reynolds, sont généralement utilisées dans le cas des paliers hydrodynamiques, car dans la zone divergente du palier le film est rompu.

### Remarque

Le second membre de l'équation de Reynolds (2.4) fait apparaître la différence des composantes des vitesses des surfaces selon  $X$  et  $Z$  ;

- en coordonnées cartésiennes,  $U_1 - U_2$  et  $W_1 - W_2$  respectivement selon  $x$  et  $z$  ;
- en coordonnées cylindriques,  $U_1 - U_2$  et  $V_1 - V_2$  respectivement selon  $\theta$  et  $r$

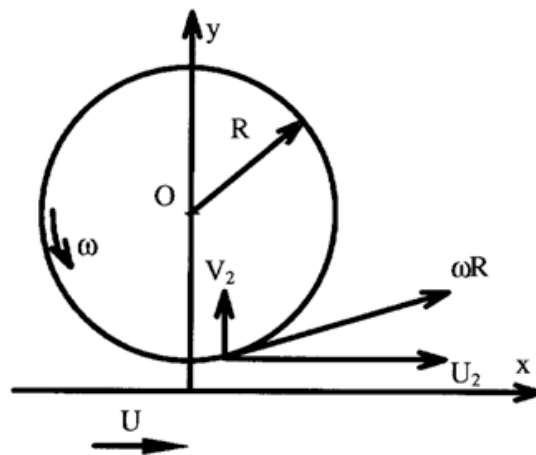
Il serait faux d'en conclure que c'est la vitesse de glissement qui crée la portance dans le film. En effet en régime isotherme, la charge est directement proportionnelle à la somme des vitesses tangentielles des surfaces (vitesse de roulement). Cette contradiction apparente

provient de la vitesse de la surface 2 dans la direction normale au contact ( $V_2$  en coordonnées cartésiennes et  $W_2$  en coordonnées cylindriques) qui contient des termes de la forme :

$$U_2 \frac{\partial h}{\partial x}, \quad W_2 \frac{\partial h}{\partial z} \quad \text{ou} \quad U_2 \frac{\partial h}{\partial r}, \quad V_2 \frac{\partial h}{\partial \theta}$$

L'exemple du contact formé d'un cylindre tournant autour de son axe, à la vitesse angulaire  $\omega$ , en regard d'un plan se déplaçant parallèlement à lui-même, à la vitesse  $U$ , illustre ce problème (figure 2.1). Dans le cas d'un écoulement incompressible, bidimensionnel, l'équation de Reynolds se réduit à :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 6(U_1 - U_2) \frac{\partial h}{\partial x} + 12V_2 \quad (2.8)$$



**Figure 2. 1.Cylindre en rotation**

Dans le système d'axes choisi, la vitesse des surfaces s'écrit :

$$\begin{aligned} U_1 &= U \\ U_2 &= \omega R \cos \alpha \\ V_2 &= \omega R \sin \alpha \end{aligned}$$

Dans la zone de contact,  $\alpha$  donné par  $\tan \alpha = \frac{\partial h}{\partial x}$  est très petit (de l'ordre de  $10^{-3}$ ), aussi peut-on écrire :  $\tan \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha \approx \partial h / \partial x$  et  $\cos \alpha = 1$ , soit :

$$U_2 = \omega R \quad \text{et} \quad V_2 = \omega R \frac{\partial h}{\partial x}$$

Ainsi l'équation de Reynolds est donnée par :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 6(U + \omega R) \frac{\partial h}{\partial x} \quad (2.9)$$

Le second membre de l'équation de Reynolds est proportionnel à  $U + \omega R$  (vitesse de roulement) et c'est la somme des vitesses tangentielles du contact qui génère la portance dans le film. Ainsi, même en régime stationnaire, la vitesse d'écrasement respectivement  $V_2$  et  $W_2$  selon le système de coordonnées, joue un rôle très important.

### 2.1.1. Calcul des différents paramètres dans le contact

- **Charge supportée par le contact**

La valeur de la charge  $W$  que peut supporter le contact est obtenue par intégration de la pression dans le film. Dans le cas d'un contact plan, l'intégration est directe :

$$W = \int_s P ds \quad (2.10)$$

Avec  $s$  : surface du contact et  $ds$  élément d'aire.

Dans les autres cas, il faut, avant intégration, projeter la pression sur trois axes perpendiculaires. Les composantes  $W_i$  de la charge sont ainsi données par :

$$W_i = \int_s P \vec{n} \vec{e}_i ds \quad (2.11)$$

Avec  $\vec{n}$  : vecteur unitaire normal à la surface,

$\vec{e}_i$  : Vecteur unitaire porté par l'axe  $i$

On obtient ainsi le module et la direction de la charge

- **Débit**

Le débit volumique est utilisé pour les fluides incompressibles ; il est donné par le flux du vecteur vitesse à travers une surface perpendiculaire au film. On a ainsi :

$$Q_j = \int_{S_j} U_j ds \quad (2.12)$$

Dans cette relation,  $Q_j$  et  $U_j$  sont respectivement la composante de la vitesse et le débit volumique dans la direction  $j$  et  $S_j$  la section, normale à l'axe  $j$ , à travers laquelle est calculé le débit.

- **Force ou couple de frottement**

Le calcul de la force ou du couple de frottement s'effectue, sur l'une ou l'autre des parois du contact, par intégration de la contrainte de cisaillement ou du couple élémentaire correspondant à la direction considérée. Ainsi, dans le cas d'un contact en coordonnées cartésiennes, les composantes  $F_X$  et  $F_Z$  de la force de frottement sur la surface 1 et dans les directions  $X$  et  $Z$  s'écrivent :

$$\begin{cases} F_{X_1} = \int_S (\tau_{XY})_{y=0} ds \\ F_{Z_1} = \int_S (\tau_{YZ})_{y=0} ds \end{cases} \quad (2.13)$$

Les composantes de la force de frottement  $F_{X_2}$  et  $F_{Z_2}$  sur la surface 2 se calculent de la même façon à partir des contraintes de cisaillement sur la paroi 2, c'est-à-dire pour  $y = h$ .

### 2.2. Application au palier lisse cylindrique hydrodynamique

Un palier est constitué d'un arbre qui tourne à l'intérieur d'un coussinet séparé de celui-ci par un film de fluide. Sous l'application d'une charge, les centres du coussinet et de l'arbre ne coïncident plus et il existe un coin convergent-divergent dans le film. La rotation de l'arbre entraîne du fluide dans le coin convergent et crée un champ de pression qui s'oppose à la charge et qui l'équilibre.

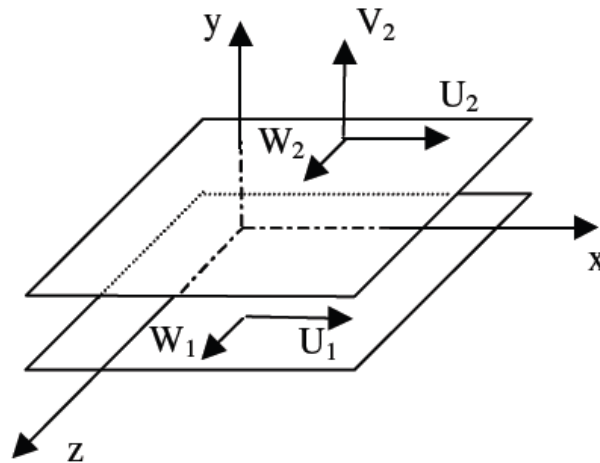
Un palier lisse est constitué de deux éléments (figure 2.4), l'arbre généralement en acier de rayon  $R_a$  et le coussinet en bronze ou en acier réglé de rayon intérieur  $R_c$  et de longueur  $L$ . Ainsi, un palier lisse peut être schématisé par deux cercles de rayons voisins et caractérisé par trois grandeurs : le jeu radial  $C = R_c - R_a$ , le rapport  $C/R$  (ou jeu relatif de l'ordre de  $10^{-3}$ ) et le rapport  $L/D$  de la longueur au diamètre du palier. Les points  $O_a$  et  $O_c$  représentent respectivement les centres de l'arbre et du coussinet et  $W$  désigne la charge extérieure appliquée à l'arbre.

La Figure 2.2 présente le repère utilisé et les vitesses des surfaces. Dans le cas d'un palier lisse les vitesses  $W_1, W_2$  sont égales à zéro et la vitesse  $V_2$  peut être exprimée par



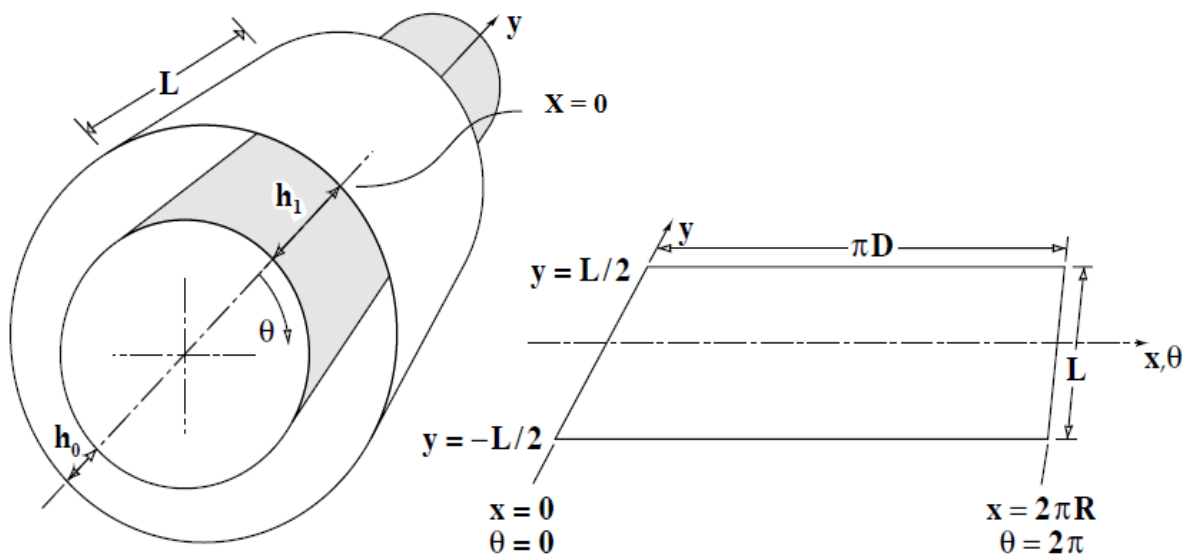
$V_2 = U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t}$ . Si nous considérons le repère de la Figure 2.1 où l'origine  $O$  est liée à l'arbre le long de  $Ox$  et au coussinet le long de  $Oy$ , alors l'équation de Reynolds devient :

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right] = 6U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.14)$$



**Figure 2.2. Repère cartésien**

En négligeant la courbure du film, le palier développé peut être présenté comme dans la Figure 2.3.



**Figure 2.3. Palier développé [30]**

Dans ces conditions, et pour un fluide incompressible et isovisqueux en régime permanent, l'équation de Reynolds s'écrit :

En remplaçant  $x$  par  $R\theta$  l'équation de Reynolds devient :

- dans le repère  $(x, y)$ :

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ h^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ h^3 \frac{\partial P}{\partial z} \right] = 6\mu\omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + 12\mu \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.15)$$

- et dans le repère  $(\varepsilon, \phi)$ :

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta^*} \left[ h^3 \frac{\partial P}{\partial \theta^*} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ h^3 \frac{\partial P}{\partial z} \right] = 6\mu \left( (\omega - 2\dot{\phi}) \frac{\partial h}{\partial \theta^*} + 2C\varepsilon \cos \theta^* \right) \quad (2.16)$$

Avec  $\theta = \theta^* + \phi$

Dans le cas statique, les termes dépendant du temps dans le membre de droite sont annulés.

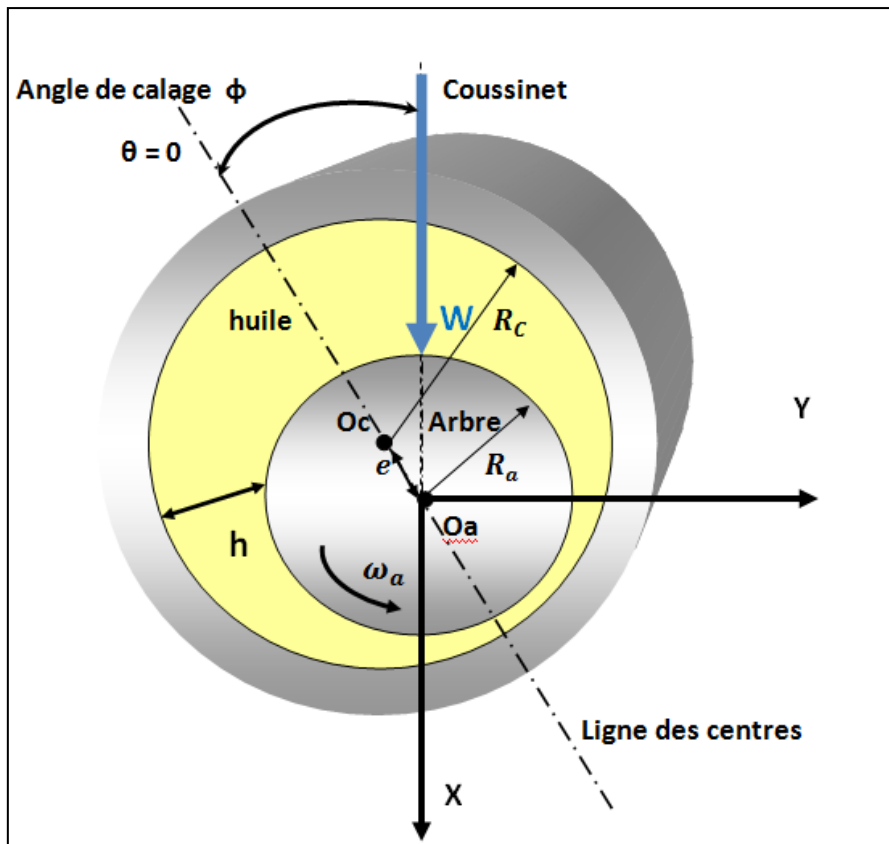


Figure 2.4. Schématisation d'un palier lisse

### 2.2.1. Hauteur de film de lubrification

L'équation de Reynolds, qu'elle soit formulée en variables  $(x, y)$  ou  $(\varepsilon, \phi)$ , fait intervenir la hauteur de film fluide. Celle-ci est habituellement calculée à l'aide d'un développement limite de l'espacement entre le coussinet et l'arbre. Une hypothèse forte mais fréquente consiste à ne pas prendre en compte les variations axiales de la hauteur de film, et donc à négliger le désalignement de l'arbre par rapport au coussinet [48].

Ainsi, la hauteur de film s'exprime :

$$h = C(1 + \varepsilon \cos \theta^*) \quad (2.17)$$

$$h = C + x \cos \theta + y \sin \theta \quad (2.18)$$

**Remarques :** Ces formules sont valables dans le cas d'un palier lisse avec les notations de la figure 2.4, notamment l'origine de la variable prise opposée à la charge. Dans le cas où la rainure d'alimentation a une position particulière, l'origine de la variable est prise en sortie de cette rainure et les formules (2.13) sont légèrement modifiées. Dans le cas de paliers non-circulaires, la hauteur de film est modifiée et doit être recalculée arc par arc, et l'équation de Reynolds résolue plusieurs fois également.

### 2.2.2. Conditions limites

Le calcul du champ de pression nécessite la résolution de l'équation de Reynolds, sur la surface du palier. Les conditions limites sur la pression s'écrivent alors :

$$\text{- Selon } z \quad : p\left(\theta, z = \frac{L}{2}\right) = P_1; \quad p\left(\theta, z = -\frac{L}{2}\right) = P_2 \quad (2.19)$$

$$\text{- Selon } \theta \quad : p(\theta = 0, z) = p(\theta = 2\pi, z), \forall z$$

Où  $P_1$  et  $P_2$  représentent les pressions extérieures aux extrémités du palier. si le palier possède des rainures d'alimentation en lubrifiant, il faut alors écrire les conditions aux limites correspondantes :

- Pour une rainure circonférentielle en  $z = 0$  :  $p(\theta, z=0) = P_a$
- Pour une rainure axiale située à l'abscisse  $\theta = \theta_a$  :  $P(\theta_a, a) = P_a$
- Pour une alvéole rectangulaire  $\theta(\theta_a, \theta_b)$  et  $z(z_a, z_c)$  :  $P = P_a$

Où  $P_a$  est la pression dans la rainure ou dans l'alvéole.

De plus, comme la forme du film est convergente puis divergente en fonction de  $\theta$ , il peut y avoir rupture du film dans le divergent lorsque la pression devient inférieure à la pression de vapeur saturante du fluide. Les conditions aux limites relatives à cette situation ont été présentées de façon générale. Pour un palier hydrodynamique en fonctionnement stationnaire, trois types de conditions aux limites ont été successivement définies

### 2.2.2. a - Conditions de Sommerfeld

Sommerfeld en 1904 [62] suppose que le film lubrifiant est continu et qu'il n'y a pas de rupture du film. Dans ces conditions la distribution de pression est antisymétrique par rapport au point  $\theta = \pi$  et le lieu du centre de l'arbre dans le coussinet est une droite normale à la direction de charge.

Ces conditions aux limites ne sont valables que pour les paliers fonctionnant à de très faibles charges ou avec des pressions d'alimentation très élevées car sinon des pressions négatives apparaissent dans le film, ce qui est physiquement inacceptable.

### 2.2.2. b - Conditions de Gümbel

Gümbel en 1921 [62], à la suite des travaux de Sommerfeld, propose comme conditions aux limites :

$$P(\theta=0, z) = 0 \tag{2.19}$$

$$P(\theta = \pi, z) = 0$$

$$P(\theta, z) = 0 \quad \text{si } \pi < \theta < 2\pi$$

Cela revient à négliger, dans la solution de Sommerfeld les pressions négatives. Ces conditions impliquent une discontinuité dans l'écoulement au point ; elles ne sont pas acceptables physiquement mais sont utilisées dans le cas de l'approximation du palier court.

**2.2.2. c - Conditions dites de Reynolds**

Ces conditions proposées indépendamment par Swift en 1932 [63] et par Steiber en 1933 [63], respectent la continuité du débit et supposent que pour une abscisse  $\theta_s$  inconnue, la pression et le gradient de pression s'annulent :

$$P(\theta = 0, z) = 0$$

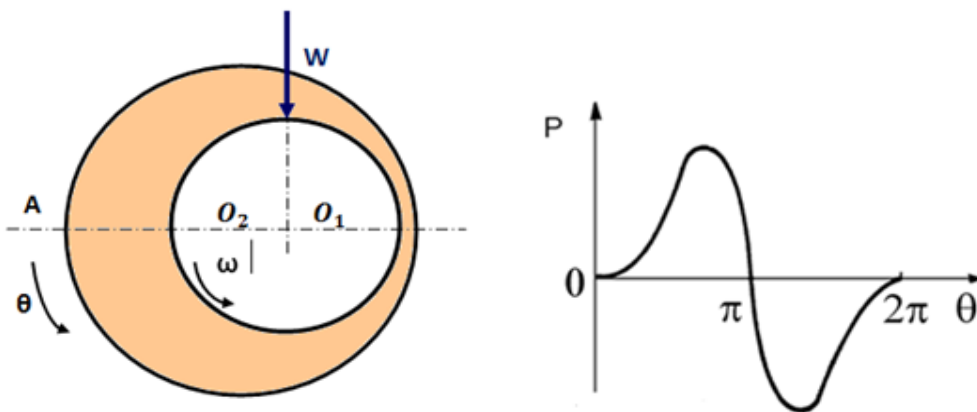
$$P(\theta = \theta_s, z) = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial \theta}(\theta = \theta_s, z) = \frac{\partial P}{\partial z}(\theta = \theta_s, z) = 0 \quad (2.20)$$

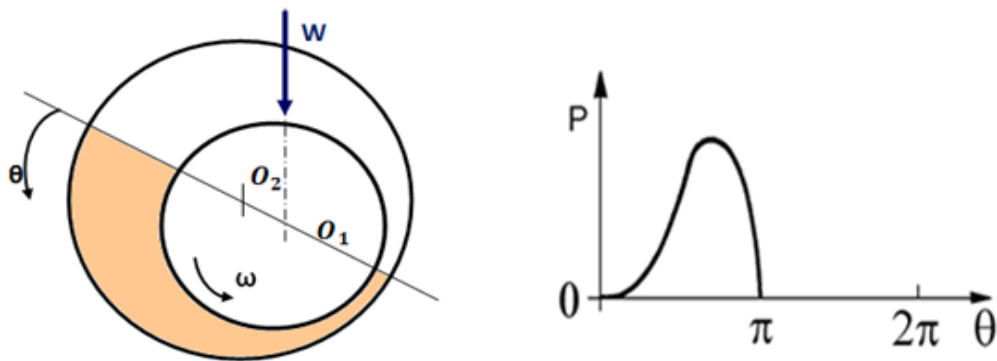
$$P(\theta, z) = 0 \quad \text{si} \quad \theta_s < \theta < 2\pi$$

On distingue ainsi deux régions dans le palier : une région active où la pression est positive et le film complet, pour des valeurs de  $\theta$  comprises entre 0 et  $\theta_s$  et une région inactive à pression nulle et dans laquelle en régime dynamique, peut apparaître de la cavitation, pour  $\theta < \theta_s < 2\pi$ . Ces conditions sont celles qui donnent les solutions les plus exactes ; elles ont été vérifiées dans de nombreuses études expérimentales.

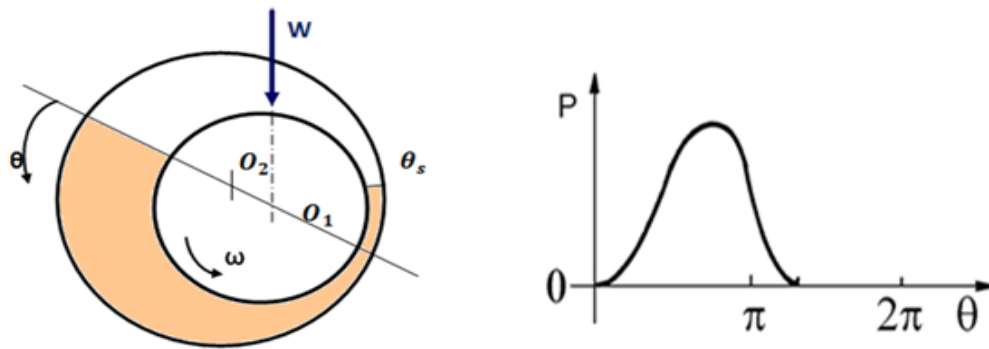
Numériquement, il a été démontré [11] que dans le cas où l'équation de Reynolds était résolue par une méthode de différences finies, ces conditions s'obtenaient très simplement à l'aide de l'algorithme de Christopherson [13].



**Conditions de Sommerfeld**



Conditions de Gumbel



Conditions de Reynolds ou de Swift et Stieber



Figure 2.5. Illustration des conditions aux limites dans un palier

### 2.2.3. Hypothèses simplificatrices et modèles de base

La résolution de l'équation de Reynolds dans le cas général ou le cas simplifié évoque dans cette étude est relativement longue lorsque celle-ci est réalisée au sein d'une procédure numérique multi-itérative. Un certain nombre d'auteurs ont alors simplifié l'équation de Reynolds et lui ajoutent des hypothèses restreignant son champ d'application mais divisant son temps de résolution. Certains de ces modèles permettent des résolutions analytiques de (2.15), d'autres nécessitent toujours l'emploi de méthodes numériques mais réduisent considérablement les tailles de systèmes.

2.2.3. 1. Approximation du palier court

Introduite par Michell [45] et reprise par Ocvirk [54], cette hypothèse consiste à négliger le gradient de pression circonférentiel devant le gradient de pression axial. Cette hypothèse est entièrement justifiée pour les paliers dont le rapport  $L/D$  est inférieur ou égal à 0.125. Dans la pratique, elle est utilisée pour des rapports  $L/D$  allant jusqu'à 0.5 malgré l'erreur relativement importante commise sur le maximum de pression, erreur d'autant plus importante que l'excentricité augmente. Sous l'hypothèse citée précédemment, l'équation de Reynolds se met sous la forme :

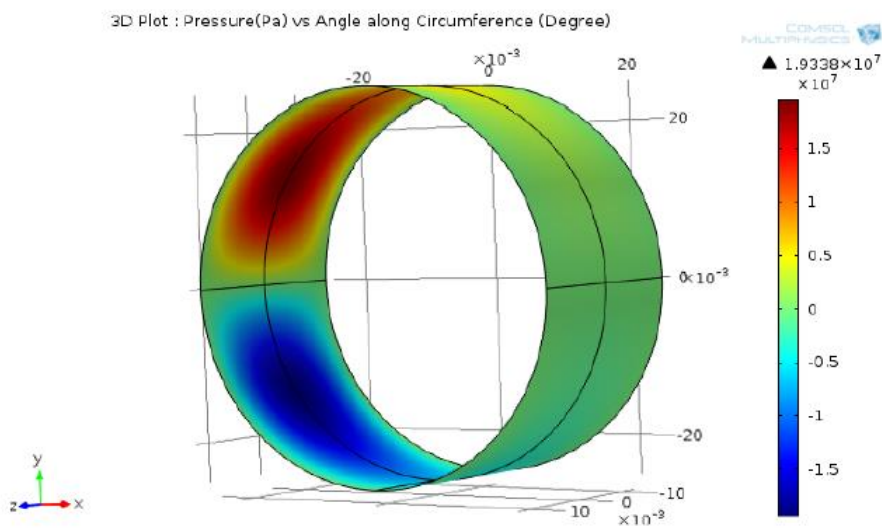


Figure 2.6. Distribution 3D de la pression pour un palier court [57]

L'équation de Reynolds s'écrit :

$$\frac{d}{dz} \left( h^3 \frac{dP}{dz} \right) = 6\mu\omega R \frac{dh}{dx} \quad (2.20)$$

Soit encore :

$$\frac{d}{dz} \left( h^3 \frac{dP}{dz} \right) = 6\mu\omega \frac{dh}{d\theta} \quad (2.21)$$

Avec les conditions aux limites de Gumbel, qui supposent que la zone de pression est limitée à la partie convergente du film :

$$p \left( \theta, z = -\frac{L}{2} \right) = p \left( \theta, z = +\frac{L}{2} \right) = 0 \quad (2.22)$$

Le champ de pression s'écrit :

$$p(\theta, z) = -\frac{3\mu\omega}{C^2} \left( z^2 - \frac{L^2}{4} \right) \frac{\varepsilon \sin\theta}{(1 + \varepsilon \cos\theta)^3} \quad (2.23)$$

Par intégration, on en déduit

- la charge :

$$W = \mu LR\omega \left( \frac{L}{D} \right)^2 \left( \frac{R}{C} \right)^2 \frac{\varepsilon}{(1 - \varepsilon^2)^2} [16\varepsilon^2 + \pi^2(1 - \varepsilon^2)]^{1/2} \quad (2.24)$$

- l'angle de calage

$$\tan \Phi = \frac{\pi \sqrt{1 - \varepsilon^2}}{4 \varepsilon} \quad (2.25)$$

Dans le repère  $(\varepsilon, \Phi)$  le champ de pression s'écrit :

$$p(\theta^*; z) = -\frac{3\mu}{h^3} \left( \frac{L^2}{4} - z^2 \right) \left( (\omega - 2\dot{\Phi}) \frac{\partial h}{\partial \theta^*} + 2C\varepsilon \cos \theta^* \right) \quad (2.26)$$

$$F_\varepsilon = \frac{\mu L^3 R}{2C^2} (I_1(\omega - 2\dot{\Phi})\varepsilon - 2\varepsilon I_2) \quad (2.27)$$

$$F_\Phi = \frac{\mu L^3 R}{2C^2} (I_2(\omega - 2\dot{\Phi})\varepsilon - 2\varepsilon I_3) \quad (2.28)$$

Avec :

$$I_1 = \int_{\theta_c}^{\theta_c+\pi} \frac{\sin \theta^* \cos \theta^*}{(1 + \varepsilon \cos \theta^*)^3} d\theta^* \quad (2.29)$$

$$I_2 = \int_{\theta_c}^{\theta_c+\pi} \frac{\cos^2 \theta^*}{(1 + \varepsilon \cos \theta^*)^3} d\theta^* \quad (2.30)$$

$$I_3 = \int_{\theta_c}^{\theta_c+\pi} \frac{\sin^2 \theta^*}{(1 + \varepsilon \cos \theta^*)^3} d\theta^* \quad (2.31)$$

Dont les valeurs sont données dans [17]



2.2.3.2 Approximation du palier long

Introduite par Sommerfeld [63], cette hypothèse consiste à négliger le gradient de pression axial devant le gradient de pression circonférentiel. L'écoulement est donc purement circonférentiel. En pratique, ce calcul s'applique aux paliers tels que  $L/D > 4$ . Si seul l'arbre est animé d'un mouvement de rotation uniforme  $\omega_a = \omega$  et  $\omega_c = 0$ , l'équation de Reynolds se réduit à :

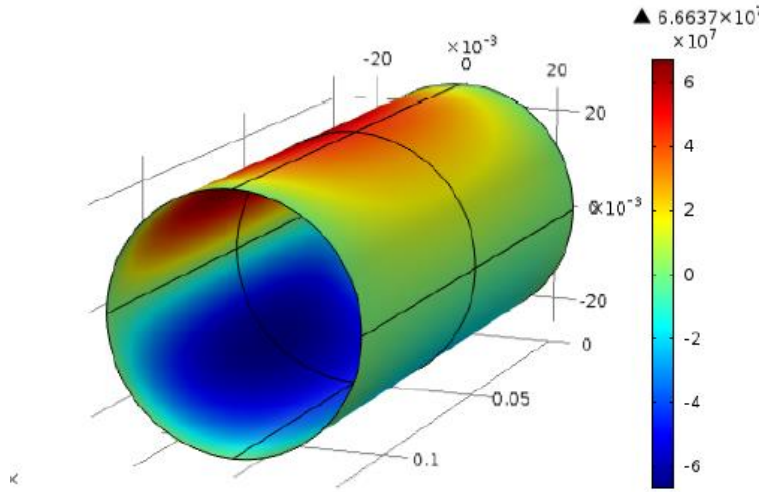


Figure 2.7. Distribution 3D de la pression pour un palier long [56]

$$\frac{d}{d\theta} \left( h^3 \frac{dP}{d\theta} \right) = 6\mu R^2 \omega \frac{dh}{d\theta} \quad (2.32)$$

En choisissant les conditions aux limites de Reynolds et en effectuant le changement de variable de Sommerfeld défini par :

$$1 + \varepsilon \cos \theta = \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \varepsilon \cos \Psi} \quad (2.33)$$

Avec  $\Psi$  simple variable mathématique, la pression s'écrit :

$$P(\Psi) = \frac{6\mu\omega \left(\frac{R}{C}\right)^2}{(1 - \varepsilon^2)^{3/2}} \left[ \Psi - \varepsilon \sin \Psi - \frac{2\Psi - 4\varepsilon \sin \Psi + \varepsilon^2 \Psi + \varepsilon^2 \sin \Psi \cos \Psi}{2(1 - \varepsilon \cos \Psi_s)} \right] \quad (2.34)$$

Avec  $\Psi_s$  abscisse de rupture du film d'huile définie par la relation :

$$\varepsilon(\sin \Psi_s \cos \Psi_s - \Psi_s) + 2(\sin \Psi_s - \Psi_s \cos \Psi_s) = 0 \quad (2.35)$$

Par intégration du champ de pression, on obtient les composantes de la charge statique sur deux axes perpendiculaires, puis par addition vectorielle la charge ; elles s'écrivent :

$$W = 3\mu VL \left(\frac{R}{C}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}(1-\varepsilon \cos \Psi_s)} \left[ \frac{\varepsilon^2(1-\cos \Psi_s)^4}{1-\varepsilon^2} + 4(\sin \Psi_s - \Psi_s \cos \Psi_s)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.36)$$

Ce qui justifie l'emploi d'une charge sans dimension de la forme :

$$\bar{W} = \frac{W}{12\pi\mu VL(R/L)^2} \quad (2.37)$$

L'angle de calage est donné par :

$$\tan \phi = \frac{2\sqrt{1-\varepsilon^2}(\sin \Psi_s - \Psi_s \cos \Psi_s)}{\varepsilon(1-\cos \Psi_s)^2} \quad (2.38)$$

Plusieurs types de conditions limites sont compatibles avec cette approximation, toutes menant à des formulations analytiques du champ de pression, et parfois même des efforts. Toutes les formules, y compris celles des coefficients dynamiques sont données dans [60].

### 2.2.3 .3. Modèles hybrides

Les modèles évoqués plus haut ne permettent pas de traiter de manière suffisamment précise les paliers tels que, ce qui représente une part importante des paliers habituellement rencontrés. En souhaitant garder des formulations analytiques, très avantageuses pour des raisons de temps de calcul, certains auteurs ont développé des modèles hybrides, dans lesquels les paliers de longueurs finies sont traités comme combinaisons de palier court et de palier long. [27], notamment, calcule directement les champs de pression comme moyenne harmonique des champs de pression calculées dans les deux cas extrêmes alors que [57] étend cette méthode au calcul des efforts et coefficients dynamiques.

Ces modèles hybrides permettent des précisions correctes sur les réactions palier, avec de très faibles temps de calcul, mais ne permettent pas d'appliquer des conditions limites

suffisamment réalistes. A titre d'exemple une rainure d'alimentation en lubrifiant ne peut pas être intégrée aux modèles.

### 2.2.4. Méthode de résolution

L'équation de Reynolds est la base pour faire une modélisation numérique du comportement dynamique du palier lisse. La résolution numérique de cette équation est obtenus par deux méthode respectivement : la méthode des différences finies MDF [38] ou la méthode des éléments finis MEF [39]. En utilisant MDF on peut résoudre l'équation de Reynolds et on détermine le champ de pression hydrodynamique. L'application de la méthode de perturbation à l'équation de Reynolds permet de prédire les huit coefficients dynamiques de raideurs et d'amortissements associés au palier lisse [22,23].

L'équation de Reynolds est une équation aux dérivées partielles du second ordre de type elliptique. Les géométries souvent complexes des paliers ainsi que les conditions limites ne permettent pas toujours d'envisager une résolution analytique de cette équation, sauf dans le cas des hypothèses de paliers court et palier long. Pour les paliers de longueur finie (lorsque l'écoulement est bidimensionnel), les méthodes actuelles utilisées est MDF ou MEF. La méthode de discrétisation retenue dans cette étude est celle des différences finies centrées bidimensionnelle (2D).

#### 2.2.4. 1 Méthode des différences finies

Cette méthode a été choisie car elle est plus simple à mettre en œuvre (maillage régulier). D'autre part elle est utilisée pour un palier de longueur finie où l'écoulement du fluide est bidimensionnel. Le domaine est discrétisation est un rectangles élémentaires appelés mailles. La pression aux nœuds du maillage est l'inconnue nodale, les dérivées partielles de la pression sont évaluées en un point du maillage en fonction des valeurs de la pression aux points environnants.

L'utilisation de la méthode des différences finies pour la détermination du champ de pression dans le film lubrifiant nécessite [47] :

- le développement du palier dans le sens circonférentiel,
- un découpage du palier développé en un certain nombre de rectangles élémentaires,
- le remplacement des variables  $\theta$  et  $Z$  par des variables discrètes  $i$  et  $j$  (Figure 2.8).

Si nous considérons que le palier est aligné et que la pression à ses extrémités est nulle, le palier étant symétrique par rapport à la coordonnée axiale  $z$ , seul le demi-palier est considéré (Figure 2.8). Dans ces conditions, le domaine de discrétisation de l'équation de Reynolds se réduit à  $(0, 2\pi) \times (0, l/2)$ .

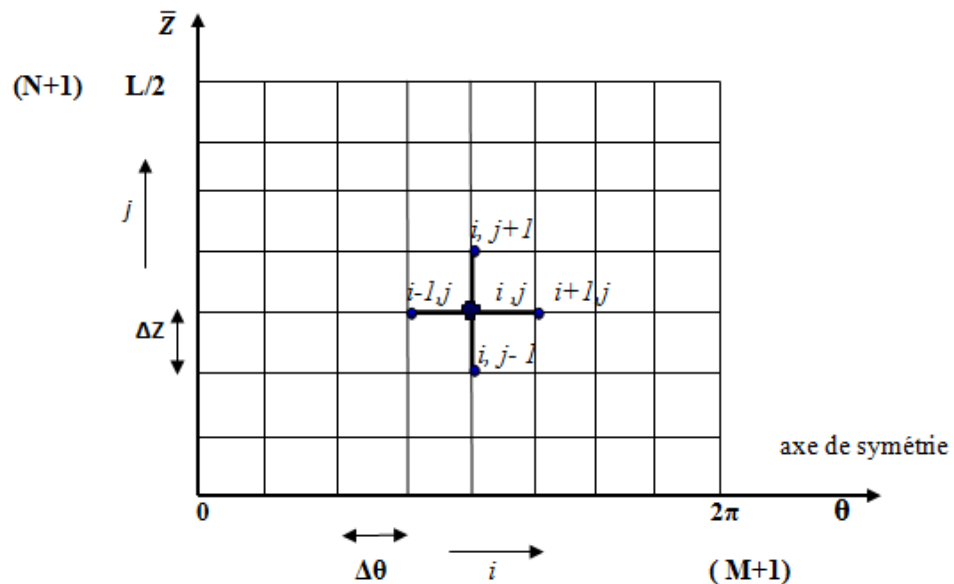


Figure 2.8. Maillage du film lubrifiant par la MDF (2D)

$M$  et  $N$  sont respectivement les nombres de mailles suivant  $\theta$  et  $\bar{z}$ .  $\Delta\theta$  et  $\Delta\bar{z}$  sont respectivement les pas du maillage dans les directions circonférentielle et axiale tel que :  
 $\Delta\theta = 2\pi/M$  ,  $\Delta\bar{z} = 0.5/N$

Les variables continues  $\theta$  et  $\bar{z}$  sont remplacées par des variables discrètes  $i$  et  $j$  :

$$\bar{P}(\theta_i, \bar{z}_j) = \bar{P}_{ij} \quad (2.39)$$

$$\bar{h}(\theta_i, \bar{z}_j) = \bar{h}_{ij} \quad (2.40)$$

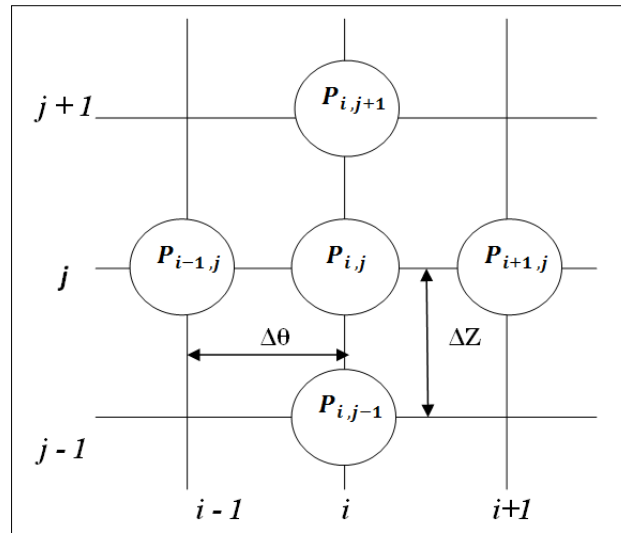
Les gradients de pression en un point du maillage sont approchés par

$$\left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial \theta}\right)_{ij} = \frac{\bar{P}_{i+1,j} - \bar{P}_{i-1,j}}{2\Delta\theta} \quad (2.41)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial \theta^2}\right)_{ij} = \frac{\bar{P}_{i+1,j} - 2\bar{P}_{ij} - \bar{P}_{i-1,j}}{(\Delta\theta)^2} \quad (2.42)$$

$$\left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial z}\right)_{ij} = \frac{\bar{P}_{i,j+1} - \bar{P}_{i,j-1}}{2\Delta z} \quad (2.43)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial z^2}\right)_{ij} = \frac{\bar{P}_{i,j+1} - 2\bar{P}_{ij} - \bar{P}_{i,j-1}}{(\Delta z)^2} \quad (2.44)$$



**Figure 2.9. Pression au point (i, j) et au point environnant**

Après discrétisation le système d'équation prend la forme suivante

$$\bar{P}_{ij}^{(k+1)} = a_{ij}\bar{P}_{i+1,j}^k + b_{ij}\bar{P}_{i-1,j}^{k+1} + c_{ij}\bar{P}_{i,j+1}^k + d_{ij}\bar{P}_{i,j-1}^{(k+1)} - e_{ij} \quad (2.45)$$

Où

$$a_{ij} = \left[ \frac{\bar{h}^3}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta} \frac{\partial \bar{h}^3}{\partial \theta} \right] \frac{1}{F_{ij}} \quad (2.46)$$

$$b_{ij} = \left[ \frac{\bar{h}^3}{(\Delta\theta)^2} - \frac{1}{2\Delta\theta} \frac{\partial \bar{h}^3}{\partial \theta} \right] \frac{1}{F_{ij}} \quad (2.47)$$

$$c_{ij} = \left[ \frac{\bar{h}^3}{(\Delta z)^2} + \frac{1}{2\Delta z} \frac{\partial \bar{h}^3}{\partial z} \right] \frac{\lambda}{F_{ij}} \quad (2.48)$$

$$d_{ij} = \left[ \frac{\bar{h}^3}{(\Delta z)^2} - \frac{1}{2\Delta z} \frac{\partial \bar{h}^3}{\partial z} \right] \frac{\lambda}{F_{ij}} \quad (2.49)$$

$$e_{ij} = \left[ -6 \frac{\partial \bar{h}_{ij}}{\partial \theta} \right] \frac{1}{F_{ij}} \quad (2.50)$$

Avec

$$d_{ij} = 2\bar{h}^3 \left[ \frac{1}{(\Delta\theta)^2} + \frac{\lambda}{(\Delta z)^2} \right] \quad (2.51)$$

L'utilisation l'algorithme de Gauss-Seidel avec coefficient de sur-relaxation donne

$$\bar{P}_{ij}^{(k+1)} = (1 - \Omega) \bar{P}_{ij}^k + \Omega a_{ij} \bar{P}_{i+1,j}^k + b_{ij} \bar{P}_{i-1,j}^{k+1} + c_{ij} \bar{P}_{i,j+1}^k + d_{ij} \bar{P}_{i,j-1}^{(k+1)} \quad (2.52)$$

Où :  $\Omega$  est le facteur de sur-relaxation dont la valeur est comprise entre 1 et 2.

### 2.3 Rappel sur le mésalignement

Lorsque le palier est mésaligné, l'excentricité et l'angle de calage ne suffisent plus pour donner la position du palier. Comme on peut le voir sur la (figure 2.10), quatre grandeurs sont alors nécessaires pour caractériser la position de l'arbre par rapport à celle du coussinet. Nous utiliserons les grandeurs suivantes [49] :

Dans le cas du palier mésaligné (figure 2.10) l'excentricité  $e$  ainsi que l'angle de calage  $\Phi$  sont fonctions de la coordonnée axiale  $z$ . Dans ces conditions, l'épaisseur du film d'huile est calculée par [49] :

$$h(\theta, z) = C \left( 1 + \varepsilon \cos\theta + \delta \frac{z}{L} \cos(\theta - \beta) \right) \quad (2.53)$$

Où  $\delta = \frac{D}{c}$  est le mésalignement relatif,

- $\beta$  l'angle de mésalignement,
- $L$  la longueur du palier.

Dans l'expression de  $\delta$ ,  $D$  est l'amplitude de mésalignement caractérisée par le module de la projection de l'axe  $C_1C_2$  de l'arbre sur la section médiane.

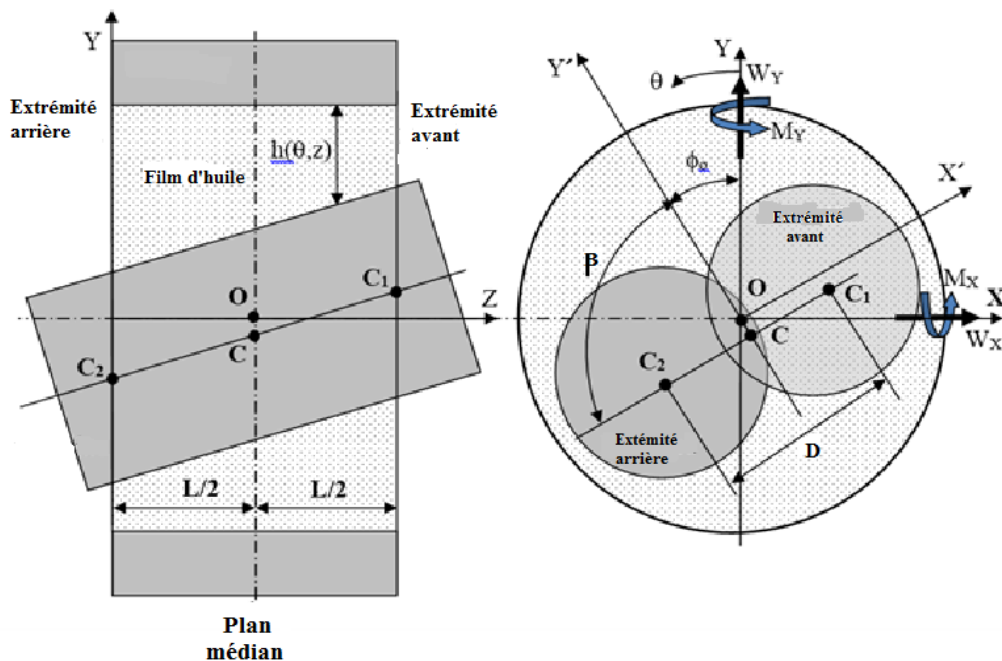
Le domaine de variation de ces paramètres est :

$$\begin{aligned} -180^\circ \leq \beta \leq 180^\circ; \\ 0 < \varepsilon < 1; \\ 0 \leq \delta \leq \delta_m \end{aligned}$$

$\delta_m$  représente la valeur maximale que peut prendre  $\delta$  pour une excentricité et un angle de mésalignement fixes dont l'expression est :

$$\delta_m = \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \beta} - \varepsilon |\cos \beta| \tag{2.54}$$

La valeur de  $\delta_m$  est toujours comprise entre 0 et 2.



**Figure 2.10. Schéma d'un palier mésaligné [34]**

### Influence du désalignement

Dans un palier, les axes du coussinet et de l'arbre ne sont pas toujours parallèles (figure 2.10). En pratique, il existe toujours un mésalignement dont les causes peuvent être d'origines diverses : déformations thermiques ou élastiques de l'arbre, couples extérieurs ou mauvais alignement des paliers [50].

Dans le cas du palier aligné, un seul paramètre est nécessaire pour représenter l'épaisseur du film d'huile : l'excentricité. Pour un palier mésaligné, il est nécessaire d'utiliser trois paramètres [20] :

- l'excentricité  $e_0$  dans le plan médian ;  $e_0 = OC$ .
- le module de la projection de la ligne des centres de l'arbre sur le plan défini par la section médiane  $D$  (figure 2.10) ;
- l'angle  $\beta$  que fait la projection de la ligne des centres de l'arbre avec la ligne des centres de la section médiane.

Dans le cas général, le torseur des forces extérieures agissant sur le coussinet peut être réduit à une charge verticale agissant dans le plan médian du coussinet et à un moment faisant avec la direction de la charge un angle donné. Si le mésalignement est dû à une charge  $W$ , non centrée, c'est-à-dire une charge appliquée à une distance  $\ell$  de la section médiane, le moment des forces extérieures est tel que :

$M = \ell W$  et l'angle entre ce moment et la charge est de  $90^\circ$ .

Le mésalignement a donc pour effet de réduire l'épaisseur minimale du film d'huile, d'augmenter la pression maximale et de rapprocher le point d'application de celle-ci des extrémités libres du palier, ce qui risque d'entraîner des déformations élastiques des surfaces. Par ailleurs, le mésalignement provoque souvent une détérioration des surfaces aux extrémités du coussinet. Un effort particulier doit donc être fait pour assurer et maintenir parallèles les axes de l'arbre et du coussinet.

NICOLAS [50] a alors résolu l'équation de REYNOLDS en deux dimensions à l'aide d'un schéma différences finies, en la présence d'une rainure d'alimentation notamment. En supposant les mésalignements petits, et inspire par les travaux réalisés par OCVIRK [54] pour le palier aligné, GOMEZ [29] propose des formules analytiques du champ de pression et des



réactions palier, en se basant sur un développement en série de l'excentricité dans le palier tronqué à l'ordre 1 et dans l'hypothèse du palier court ; il obtient des résultats relativement précis pour de très faibles temps de calcul [59].

Kabouya [5] a résolu l'équation de Reynolds par la méthode des différences finis en introduisant la méthode de perturbation pour un palier mésaligné et lubrifiés par des fluides à couple de contrainte.

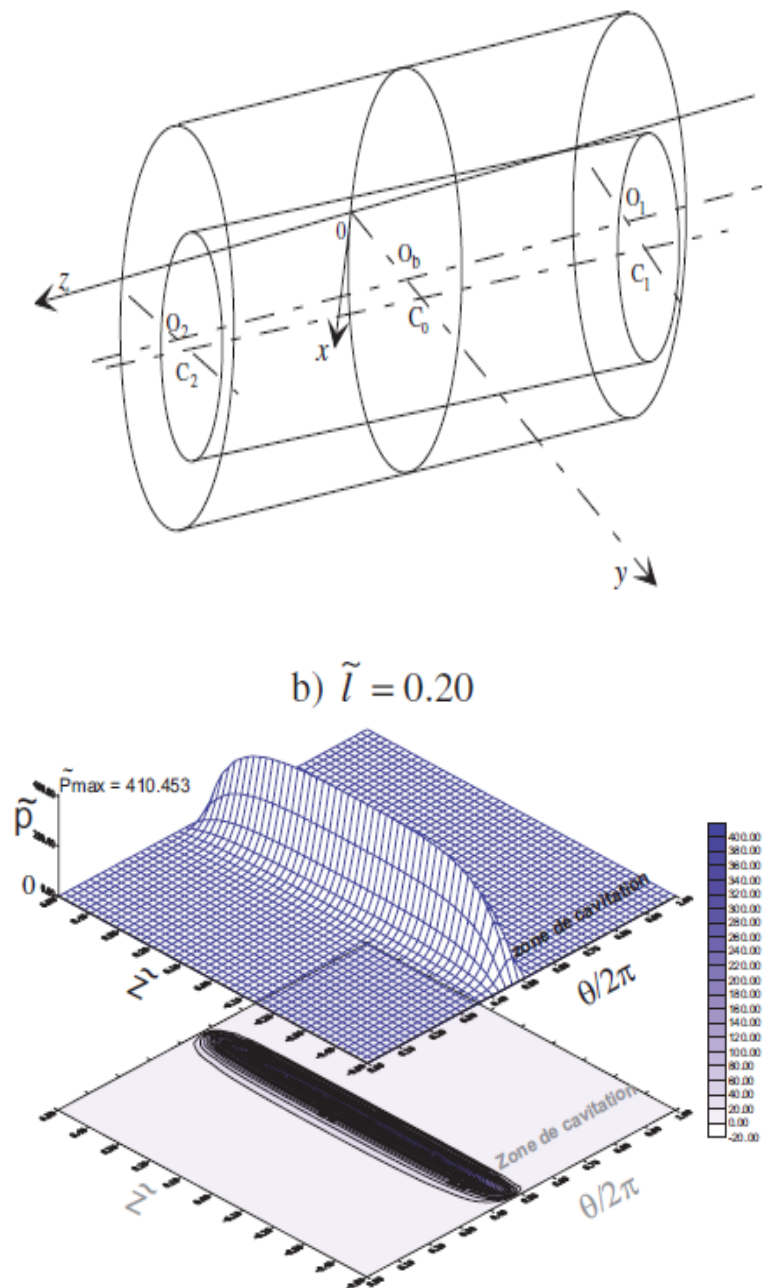
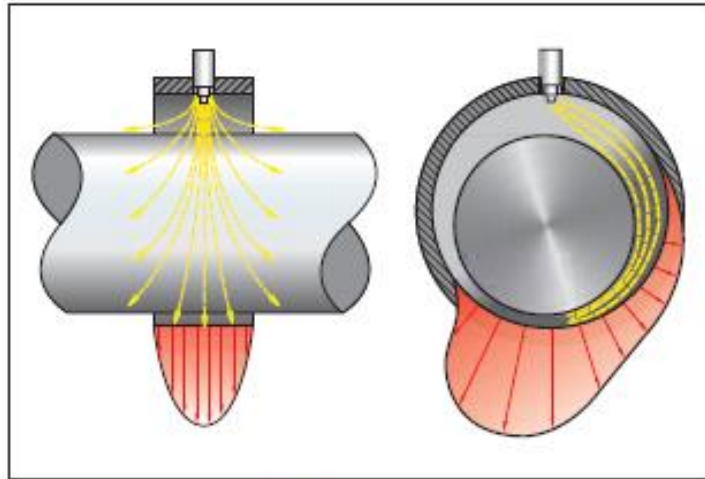


Figure 2.11. Modèle du palier mésaligné et champ de pression correspondant d'après [5]

### 2.4 Alimentation des paliers lisses

Dans l'exemple présenté ci-avant, la rainure d'alimentation était située sur la ligne des centres, ce qui n'est qu'une schématisation. La position, la forme des rainures d'alimentation et la pression d'alimentation ont une influence sur les caractéristiques de fonctionnement d'un palier lisse [20].



**Figure 2.12 : Montée de la pression dans un palier hydrodynamique**

#### Position et forme des rainures d'alimentation

Il y a deux types classiques de rainures : les rainures axiales et les rainures circonférentielles.

**Les rainures axiales** sont utilisées pour les charges fixes en direction ; la position la plus favorable pour la rainure axiale, au point de vue du remplissage en huile du palier, est la génératrice pour laquelle l'épaisseur du film est maximale. Cependant, comme la position de la ligne des centres repérée par l'angle de calage est fonction, pour un palier donné, de la charge, de la vitesse et de la viscosité du lubrifiant, on place souvent cette rainure à 90 ou 135°, en amont de la charge. Si le sens de rotation n'est pas fixe, on peut placer deux rainures soit diamétralement opposées à 90° de la ligne de charge, soit à 90 l'une de l'autre et à 135 de la charge dans la zone d'épaisseur maximale du film. La position de la rainure axiale modifie très peu la valeur de la charge portante dès lors que cette rainure est située dans la partie supérieure du palier, mais elle peut influencer sur la valeur du couple de frottement.

Les **rainures circonférentielles**, généralement placées dans la section médiane du palier, sont utilisées lorsque la charge est variable en direction (charge tournante par exemple). Ce type de rainure diminue considérablement la portance du palier, car elle substitue deux paliers de longueur  $L$ .

En pratique, la géométrie du palier, la forme et le positionnement des rainures peuvent être plus complexes et il existe des paliers qui comportent à la fois des rainures axiales et circonférentielles.

# Chapitre 3

## Comportement dynamique des paliers hydrodynamiques

### Sommaire

---

3. 1. Modélisation linéaire d'un palier lisse .....	58
3.1.1 . Mis en équation.....	59
3.1.1. Calcul des caractéristiques dynamiques.....	61
3.1.2. Système en vibration libre : paramètres de stabilité .....	61
3.1.3 . Système en vibrations forcées : réponse à un balourd.....	63
3.2. Caractéristiques de la trajectoire du centre de l'arbre.....	64
3.3. Processus de calcul.....	68

---

### Chapitre 3: Comportement dynamique des paliers hydrodynamiques

Les paliers hydrodynamiques peuvent provoquer une instabilité vibratoire nommée tourbillonnement (Whirl). Les caractéristiques vibratoires du film d'huile peuvent être modélisées par une série de coefficients de raideurs et d'amortissements. Ces coefficients peuvent être calculés en résolvant l'équation de Reynolds . L'étude du comportement vibratoire du palier hydrodynamique peut être établi directement par un calcul des trajectoires du centre de l'arbre dans le palier. Cependant cette approche implique une rigoureuse analyse de la stabilité du palier et elle exige un calcul extensif [31].

L'objectif de cette étude est de chercher un modèle permettant de caractériser les propriétés dynamiques des paliers hydrodynamiques, pour étudier le comportement dynamique d'une ligne d'arbre montée sur deux paliers hydrodynamiques nous avons deux modélisation à notre dispositions: une modélisation linéaire et une modélisation non linéaire Dans notre thèse l'étude présentée se limite à la modélisation linéaire.

#### 3. 1. Modélisation linéaire d'un palier lisse

La connaissance des coefficients dynamiques permet aux spécialistes dans le domaine vibratoire de modéliser les paliers pour la recherche des instabilités de fonctionnement, des vitesses critiques et de la réponse des lignes d'arbres aux excitations dynamiques de faibles amplitudes (exemple, balourd résiduel) [40]. En 1978, Lun et Thomsen [38] ont lancé un algorithme numérique basé sur les petites vibrations de l'arbre pour le calcul des coefficients de raideurs et d'amortissements. Le modèle linéaire et la réponse synchrone au balourd est adéquate pour décrire et analyser le comportement dynamique d'un rotor supporté par paliers hydrodynamiques [25]. L'approche linéaire et le calcul des coefficients de raideurs et d'amortissements permet de résoudre l'équation de mouvement et obtenir ainsi les trajectoires du centre de l'arbre [18]. Matthieu cha [42] a étudié le comportement dynamique d'un palier lisse cylindrique en employant les deux approches numériques linéaire et non linéaire, d'où il a comparé les orbites du mouvement de l'arbre obtenus par l'analyse linéaire avec celle non

linéaire en présence de la déformation au palier. Dans une autre étude Kabouya [5] a étudié l'influence du paramètre du couple de contrainte sur les performances statiques et dynamiques ainsi que la stabilité linéaire des paliers lisses indéformables mésalignés en présence d'un balourd.

L'analyse dynamique linéaire permet de calculer les matrices de raideur et d'amortissement d'un palier de géométrie donnée, pour un point de fonctionnement. A partir de ces éléments, il est possible d'établir si le point de fonctionnement en question est stable ou non.

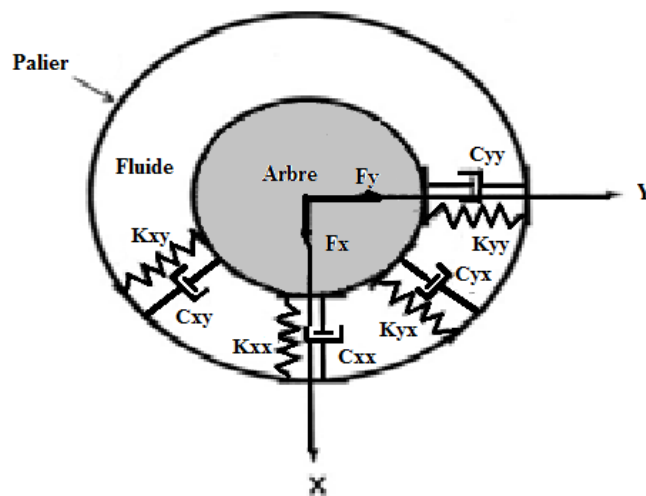


Figure 3.1 : coefficients de raideur et d'amortissement du palier

La figure 3.1 illustre une section du palier lisse avec ces huit coefficients de raideurs et d'amortissements qui représentent les caractéristiques dynamiques du film d'huile du palier.[38]

### 3.1.1 . Mise en équations

Nous considérons les coordonnées du centre de l'arbre et ces vitesses respectivement  $x, y, \dot{x}, \dot{y}$  dans le repère liée à la direction de la charge. De même  $x_0, y_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0$  sont respectivement les coordonnées et les vitesses du centre de l'arbre à l'équilibre.

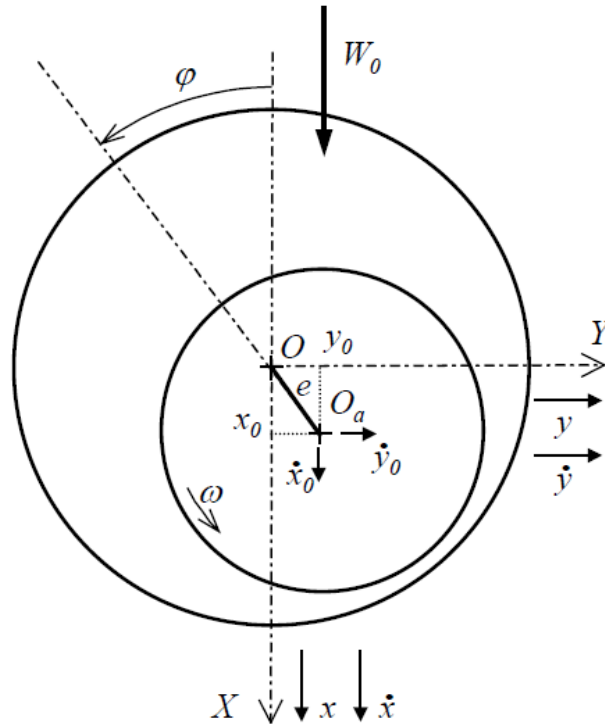
La perturbation du centre de l'arbre se traduit par les équations suivantes [30]:

$$\begin{cases} x = x_0 + \Delta x \\ y = y_0 + \Delta y \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\text{et} \quad \begin{cases} \dot{x} = \dot{x}_0 + \Delta \dot{x} \\ \dot{y} = \dot{y}_0 + \Delta \dot{y} \end{cases} \quad (3.2)$$

avec:

$\Delta x, \Delta y, \Delta \dot{x}, \Delta \dot{y}$  sont respectivement les amplitudes de perturbation



**Figure.3.2 Configuration du palier à l'analyse dynamique**

La perturbation des coordonnées du centre de l'arbre modifie l'épaisseur du film lubrifiant et le champ de pression comme suit:

$$\begin{cases} h = h_0 + \Delta h \\ P = P_0 + \Delta P \end{cases} \quad (3.3)$$

Avec

$$h_0 = x_0 \cos \theta + y_0 \sin \theta \quad (3.4)$$

et

$$\Delta h = h_0 + \Delta x \cos \theta + \Delta y \sin \theta \quad (3.5)$$

De la même façon le champ de pression est développé en tenant compte des perturbation du centre de l'arbre

$$\Delta P = P_0 + \Delta x \frac{\partial P}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial P}{\partial y} \quad (3.6)$$

En substituant les expressions de la hauteur du film et du champ de pression à l'équation de Reynolds, nous obtenons les équations décrites à l'**annexe 3**.

**3.1.2. Calcul des caractéristiques dynamiques**

La détermination de la distribution des pressions dynamiques complexes  $P_x$  et  $P_y$  permet de déterminer les coefficients de raideur et d'amortissement sans dimension du film [4]:

$$\begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{yx} \\ Z_{xy} & Z_{yy} \end{bmatrix} = - \int_{-l/2}^{l/2} \int_0^{2\pi} \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \end{pmatrix} d\theta dz \quad (3.7)$$

où  $Z_{ij} = K_{ij} + i\omega C_{ij}$  ;  $(i,j) = (x,y)$  sont les impédances complexes.

$$Z_{xy} = K_{xy} + i\omega C_{xy} = - \int_{-l/2}^{l/2} \int_0^{2\pi} \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \end{pmatrix} d\theta dz \quad (3.8)$$

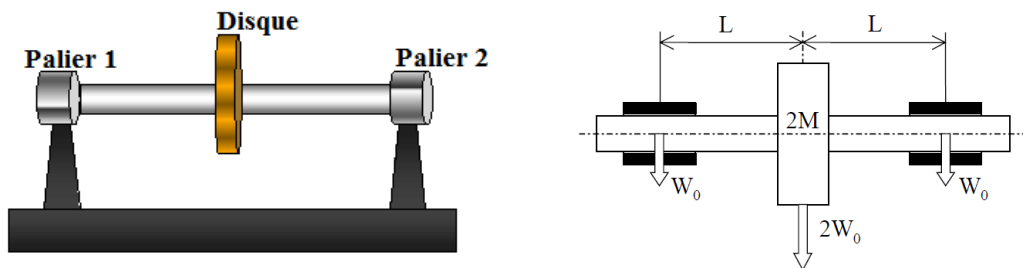
Ces matrices de raideur [k] et d'amortissement [C] sont calculés par les méthodes numériques et représentent la résistance du film d'huile du palier par rapport aux déplacements et aux vitesses du rotor [69] .

$$\begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} = - \int_{-l/2}^{l/2} \int_0^{2\pi} \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \end{pmatrix} d\theta dz \quad (3.9)$$

**3.1.3 Système en vibration libre : paramètres de stabilité (fréquence de fouettement et vitesse critique)**

Nous considérons que les coordonnées du centre de l'arbre et ces vitesses dans le repère lié à la direction de la charge sont respectivement  $X, Y, \dot{X}, \dot{Y}$  .

L'étude de stabilité est effectuée dans le cas d'un rotor rigide de masse  $2m$  supporté horizontalement par deux paliers lisses identiques, dans le système de coordonnées  $(O_c, X, Y)$



**Figure 3.3 .Modèle physique de l'arbre sur paliers lisses**



### Chapitre 3: Comportement dynamique des paliers hydrodynamiques

---

Les équations linéarisées du mouvement libre du rotor en variables sans dimension s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} \bar{m} & 0 \\ 0 & \bar{m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

La solution de ce système d'équations est cherchée sous la forme d'exponentielles imaginaires [15] de la forme :

$$\begin{Bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{X}_a \\ \bar{Y}_a \end{Bmatrix} e^{\lambda \bar{t}} \quad (3.11)$$

où  $\bar{X}_a$  et  $\bar{Y}_a$  sont les amplitudes du mouvement,  $\lambda = \xi + i\gamma$  est une valeur propre complexe,  $\xi$  l'amortissement structural.

La substitution de l'équation (3.11) dans l'équation (3.10) donne :

$$\begin{bmatrix} K_{XX} + \lambda C_{XX} + \bar{m}\lambda^2 & K_{XY} + \lambda C_{XY} \\ K_{YX} + \lambda C_{YX} & K_{YY} + \lambda C_{YY} + \bar{m}\lambda^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

Au seuil de la stabilité ( $\xi = 0$ ), l'équation (3.12) s'écrit :

$$\begin{bmatrix} K_{XX} + i\gamma C_{XX} + \bar{m}\gamma^2 & K_{XY} + i\gamma C_{XY} \\ K_{YX} + i\gamma C_{YX} & K_{YY} + i\gamma C_{YY} + \bar{m}\gamma^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.13)$$

La solution non triviale de l'état permanent est obtenue en annulant le déterminant des coefficients de la matrice.

L'équation caractéristique comprend une partie réelle :

$$(\bar{m}\gamma_c^2)^2 - \bar{m}\gamma_c^2(K_{XX} + K_{YY}) + (C_{XX}C_{YX} - C_{XY}C_{YY})\gamma_c + K_{XX}K_{YY} - K_{XY}K_{YX} = 0 \quad (3.14)$$

et une partie imaginaire :

$$\bar{m}\gamma_c^2(C_{XX} + C_{YY}) + K_{XX}C_{XY} + C_{YX}K_{XY} + K_{XX}C_{YY} - K_{YY}C_{XX} = 0 \quad (3.15)$$

A partir de ces deux équations, on peut calculer les paramètres de stabilité sans dimension  $\bar{m}_c$  et  $\gamma_c$

La vitesse angulaire critique sans dimension du rotor est calculée par:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{W \bar{m}_c}{m C}} \quad \text{et} \quad \bar{\omega}_c = \omega_c \sqrt{\frac{\omega_c C}{W_0}} \quad (3.16)$$

si  $\gamma_c^2$  est négatif, le point de fonctionnement est stable. A cet effet des cartes de stabilités du palier peuvent être construites d'où il est possible dévaluer si le point de fonctionnement est stable ou non.

#### 3.1.4 Système en vibrations forcées : réponse à un balourd

Le modèle utilisé reprend ce qui a été présenté précédemment, le système d'équations de mouvement du rotor rigide est alors modifier pour prendre en compte l'excitation extérieur due au force de balourd.

L'équation différentielle du mouvement de l'arbre est donnée par l'équation (3.17), qui prend en compte les forces de balourd  $F_u$  et le poids du rotor et les coordonnées du rotor

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{F_u\} + \{W\} \quad (3.17)$$

où  $F_u$  les forces de balourd,  $W$  est le poids du rotor,  $\{q\} = \{X, Y\}$

$$\begin{bmatrix} \bar{m} & 0 \\ 0 & \bar{m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix} = \bar{m} \varepsilon \omega^2 \begin{Bmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \end{Bmatrix} + \{W\} \quad (3.18)$$

La résolution du système d'équations du mouvement de l'arbre (3.18) permet alors d'obtenir la trajectoire du centre de l'arbre [40].

avec :

$$\bar{m} = \frac{m \omega^2 C}{W_0}, \quad K_{ij} = k_{ij} \frac{C}{W_0}, \quad C_{ij} = c_{ij} \frac{C \omega}{W_0},$$

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{c}, & Y &= \frac{y}{c}, & \dot{X} &= \frac{\dot{x}}{c \omega}, & \dot{Y} &= \frac{\dot{y}}{c \omega}, & \ddot{X} &= \frac{\ddot{x}}{c \omega^2}, & \ddot{Y} &= \frac{\ddot{y}}{c \omega^2}, \\ \varepsilon &= \frac{e_b}{c}, & \bar{t} &= \omega_a t \end{aligned}$$

Le vecteur solution du système d'équation (3.18) est de la forme :

$$\begin{Bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{Y}_1 \end{Bmatrix} \cos \bar{t} + \begin{Bmatrix} \bar{X}_2 \\ \bar{Y}_2 \end{Bmatrix} \sin \bar{t} \quad (3.19)$$

En remplaçant (3.14) dans le système (3.13) et en identifiant les termes en  $\cos \bar{t}$  et  $\sin \bar{t}$  on aura :

$$\begin{bmatrix} (K_{XX} - \bar{m}) & C_{XX} & K_{XY} & C_{XY} \\ -C_{XX} & (K_{XX} - \bar{m}) & -C_{XY} & K_{XY} \\ K_{YX} & C_{YX} & (K_{XX} - \bar{m}) & C_{YY} \\ C_{YX} & K_{YX} & -C_{YY} & (K_{XX} - \bar{m}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_2 \\ \bar{Y}_1 \\ \bar{Y}_2 \end{Bmatrix} = \bar{m}\varepsilon \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

La solution du système (3.20) s'écrit :

$$\begin{cases} \bar{X}_1 = \bar{m}\varepsilon \frac{AC+BD}{C^2+D^2} \\ \bar{X}_2 = -\bar{m}\varepsilon \frac{BC-AD}{C^2+D^2} \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{Y}_1 = \bar{m}\varepsilon \frac{EC+FD}{C^2+D^2} \\ \bar{Y}_2 = -\bar{m}\varepsilon \frac{FC-ED}{C^2+D^2} \end{cases} \quad (3.21)$$

avec

$$A = -\bar{m} + K_{YY} - C_{XY}$$

$$B = K_{XY} + C_{YY}$$

$$C = \bar{m}^2 - \bar{m}(K_{XX} + K_{YY}) + K_{XX}K_{YY} - K_{XY}K_{YX} - (C_{XX}C_{YY} - C_{XY}C_{YX})$$

$$D = -\bar{m}(C_{XX} + C_{YY}) + K_{XX}C_{YY} + K_{YY}C_{YX} - K_{XY}C_{YX} - K_{YX}C_{XY}$$

$$E = -K_{YX} + C_{XX}$$

$$F = \bar{m} - K_{XX} - C_{YX}$$

### 3.2. Caractéristiques de la trajectoire du centre de l'arbre

La solution (3.18) du système (3.19) correspond à une trajectoire de forme elliptique (figure 3.4) dont les caractéristiques sont les suivantes :

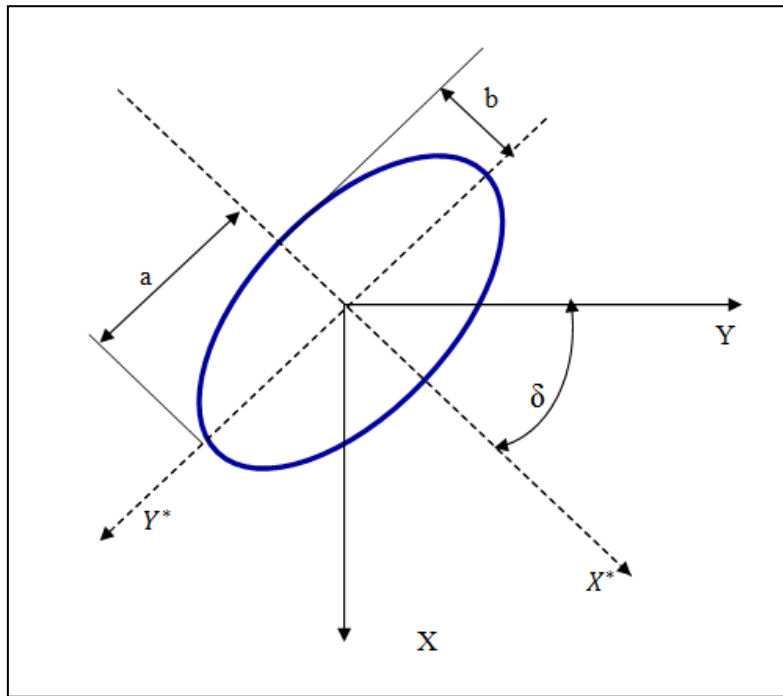
$$a = \bar{a} C : \text{demi-grand axe ;}$$

$$b = \bar{b} C : \text{demi-petit axe ;}$$

$$\varphi : \text{angle de déphasage entre le vecteur balourd et le vecteur déplacement ;}$$

$\delta$  : l'angle qui donne l'inclinaison du demi-grand axe par rapport à l'axe  $X$ .

Ainsi, dans le repère propre de l'ellipse ( $o_{a0}, X^*, Y^*$ ), l'équation de l'ellipse s'écrit :



**Figure.3.4: Caractéristique d'une trajectoire elliptique.**

$$\begin{cases} \bar{X} = \bar{a} \cos(\bar{t} + \varphi) \\ \bar{Y} = \bar{b} \sin(\bar{t} + \varphi) \end{cases} \quad (3.22)$$

où

$$(\bar{X}, \bar{Y}) = \frac{(X, Y)}{C}$$

Compte tenu de la relation (3.22), la projection sur ( $o_{a0}, X, Y$ ) donne :

$$\begin{cases} \bar{X} = \bar{a} \cos(\bar{t} + \varphi) \cos \delta + \bar{b} \sin(\bar{t} + \varphi) \sin \delta \\ \bar{Y} = -\bar{a} \cos(\bar{t} + \varphi) \sin \delta + \bar{b} \sin(\bar{t} + \varphi) \cos \delta \end{cases} \quad (3.23)$$

Les équations (3.22) sont identiques aux équations (3.24), ce qui permet d'écrire :

$$\begin{cases} \bar{X}_1 \cos \bar{t} + \bar{X}_2 \sin \bar{t} = \bar{a} \cos(\bar{t} + \varphi) \cos \delta + \bar{b} \sin(\bar{t} + \varphi) \sin \delta \\ \bar{Y}_1 \cos \bar{t} + \bar{Y}_2 \sin \bar{t} = -\bar{a} \cos(\bar{t} + \varphi) \sin \delta + \bar{b} \sin(\bar{t} + \varphi) \cos \delta \end{cases} \quad (3.24)$$

### Chapitre 3: Comportement dynamique des paliers hydrodynamiques

---

Ce système d'équations étant vérifié quelque soit le temps  $\bar{t}$ , il vient en identifiant les termes en  $\cos \bar{t}$  et  $\sin \bar{t}$  :

$$\begin{cases} \bar{X}_1 = \bar{a} \cos \delta \cos \varphi + \bar{b} \sin \delta \sin \varphi \\ \bar{X}_2 = -\bar{a} \cos \delta \sin \varphi + \bar{b} \sin \delta \cos \varphi \\ \bar{Y}_1 = -\bar{a} \sin \delta \cos \varphi + \bar{b} \cos \delta \sin \varphi \\ \bar{Y}_2 = \bar{a} \sin \delta \sin \varphi + \bar{b} \cos \delta \cos \varphi \end{cases} \quad (3.25)$$

La résolution des équations (3.25) permet de déterminer les caractéristiques de l'ellipse :

$$\begin{cases} \bar{a} = \sqrt{\frac{(\bar{X}_1^2 + \bar{X}_2^2 + \bar{Y}_1^2 + \bar{Y}_2^2)}{2} + \sqrt{(\bar{X}_1\bar{Y}_1 + \bar{X}_2\bar{Y}_2)^2 + \frac{1}{4}(\bar{X}_1^2 + \bar{X}_2^2 - \bar{Y}_1^2 - \bar{Y}_2^2)^2}} \\ \bar{b} = \sqrt{\frac{(\bar{X}_1^2 + \bar{X}_2^2 + \bar{Y}_1^2 + \bar{Y}_2^2)}{2} - \sqrt{(\bar{X}_1\bar{Y}_1 + \bar{X}_2\bar{Y}_2)^2 + \frac{1}{4}(\bar{X}_1^2 + \bar{X}_2^2 - \bar{Y}_1^2 - \bar{Y}_2^2)^2}} \\ \delta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{-2(\bar{X}_1\bar{Y}_1 + \bar{X}_2\bar{Y}_2)}{\bar{X}_1^2 + \bar{X}_2^2 - \bar{Y}_1^2 - \bar{Y}_2^2} \right) \\ \varphi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{-2(\bar{X}_1\bar{Y}_1 + \bar{X}_2\bar{Y}_2)}{\bar{X}_1^2 - \bar{X}_2^2 - \bar{Y}_1^2 - \bar{Y}_2^2} \right) \end{cases} \quad (3.26)$$

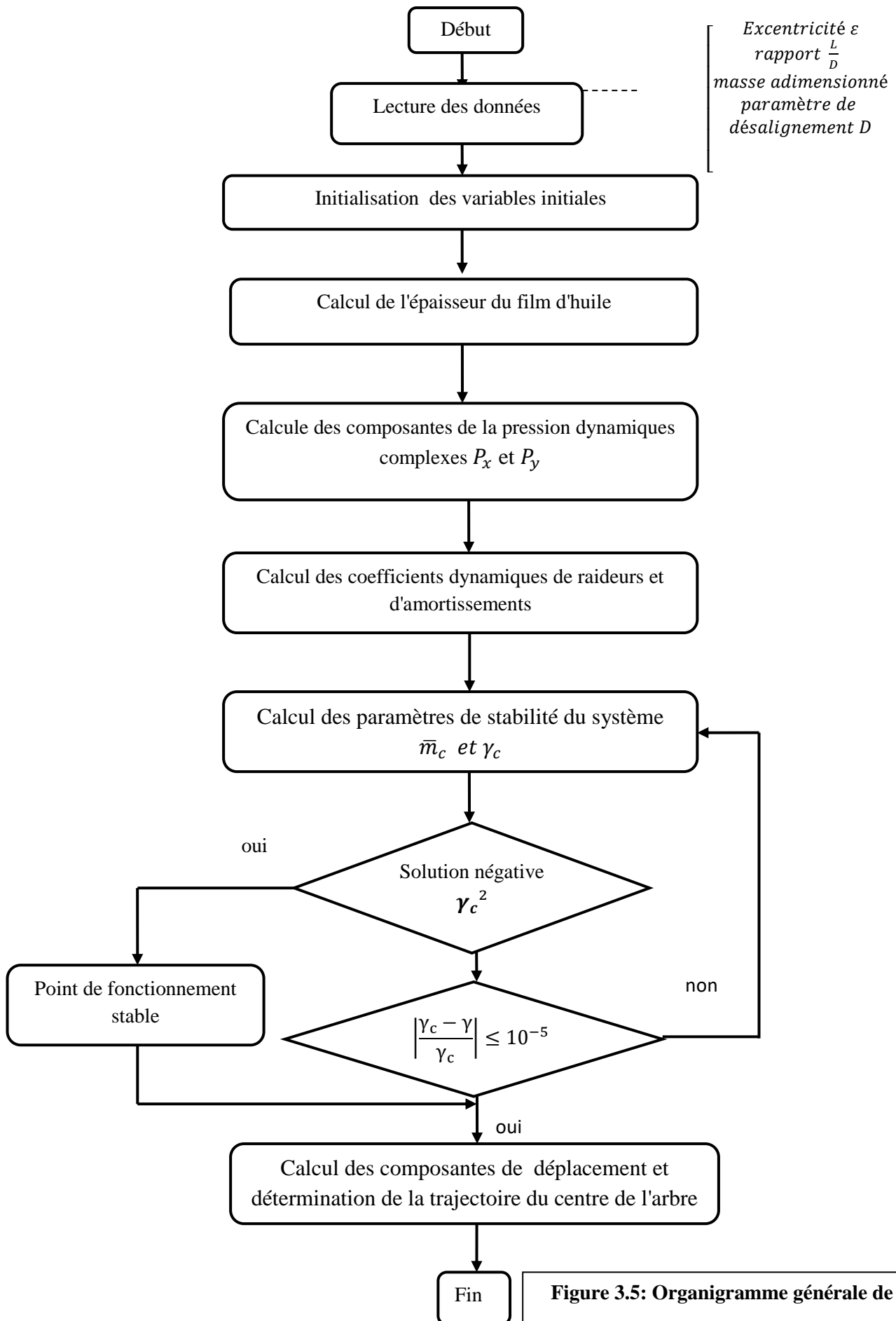


Figure 3.5: Organigramme générale de calcul

### 3.3. Processus de calcul

- Etape 1: Début du programme
- Etapes 2 : Lecture des données  
Ce programme commence par la lecture des données d'entrées en introduisant les valeurs de l'excentricité relative  $\varepsilon$ , le rapport  $L/D$ , le paramètre de misalignement  $D$  et la masse adimensionnée  $\bar{m}$ .
- Etape 2: Calcul des valeurs initiales  
Lecture des valeurs initiales des déplacements et des vitesses ainsi que la hauteur et la pression tel que:  $x_0, y_0, h_0, P_0$ . Nous considérons que :  $\dot{x}_0 = 0$  et  $\dot{y}_0 = 0$ .
- Etape 3 : Résolution de l'équation de Reynolds et calcul des composantes du champ de pression  $P(i, j)$ . dans tout point du maillage par la méthode différence finie en introduisant l'algorithme de Gauss-Seidel avec coefficient de surelaxation  $\Omega$ .
- Etape 4 : Calcul des coefficients dynamiques du palier respectivement coefficients de raideurs et d'amortissements  $(K_{XX}, K_{YY}, K_{XY}, K_{YX})$   $(C_{XX}, C_{YY}, C_{XY}, C_{YX})$ .
- Etape 5: Calcul des paramètres de stabilité du système  $\bar{m}_c$  et  $\gamma_c$   
Si  $\gamma_c$  est négative le point de fonctionnement est stable sinon on recalcule la pression dynamique dans le palier
- Etape 5 : Calcul des composantes de déplacements adimensionnée  $\bar{X}$  et  $\bar{Y}$  afin de déterminer la trajectoire du centre de l'arbre .
- Etape 6 : Calcul de la réponse au balourd

# Chapitre 4

## Résultats numériques de simulation

### Sommaire

---

Introduction.....	70
4.1 Résultats et discussion.....	70
4.2 Champs de pression.....	71
4.3 Stabilité du palier et coefficients dynamiques.....	74
4.4 Influence de l'excentricité.....	79
4.5. Influence de la vitesse de rotation.....	81
4.6. Influence du rapport L/D.....	84
4.7. Calcul des caractéristique géométriques des orbites.....	85
Conclusion.....	87

---



## Chapitre 4: Résultats numériques de simulation

### Introduction

Les outils et les méthodes numériques exposés dans le chapitre 2 et 3 pour l'analyse du comportement dynamique, l'étude de la stabilité et le calcul de la réponse forcée est appliquée dans ce chapitre aux équations différentielles du mouvement de l'arbre sur paliers hydrodynamiques excité par une force de balourd et en considérant l'effet du désalignement. Le programme de calcul a été développé sous un langage MATLAB pour l'étude du comportement dynamique linéaire des paliers hydrodynamiques. Les caractéristiques et les conditions de fonctionnement du palier sont reportées dans le tableau 1. la charge statique supportée par le demi -palier est  $W = 27 \text{ N}$  correspondant au quart du poids du rotor

Tableau 4.1. Caractéristiques géométrique et propriétés physiques du palier [34]

Caractéristiques	Symbole	Unité	Valeur
Diamètre du palier	D	m	0,07
Longueur du demi palier	L	m	0,035
Jeu radial du palier	C	m	$2,5 \times 10^{-4}$
Viscosité dynamique	$\mu$	Pa.s	0.04

Tableau 4. 1. Caractéristiques du palier

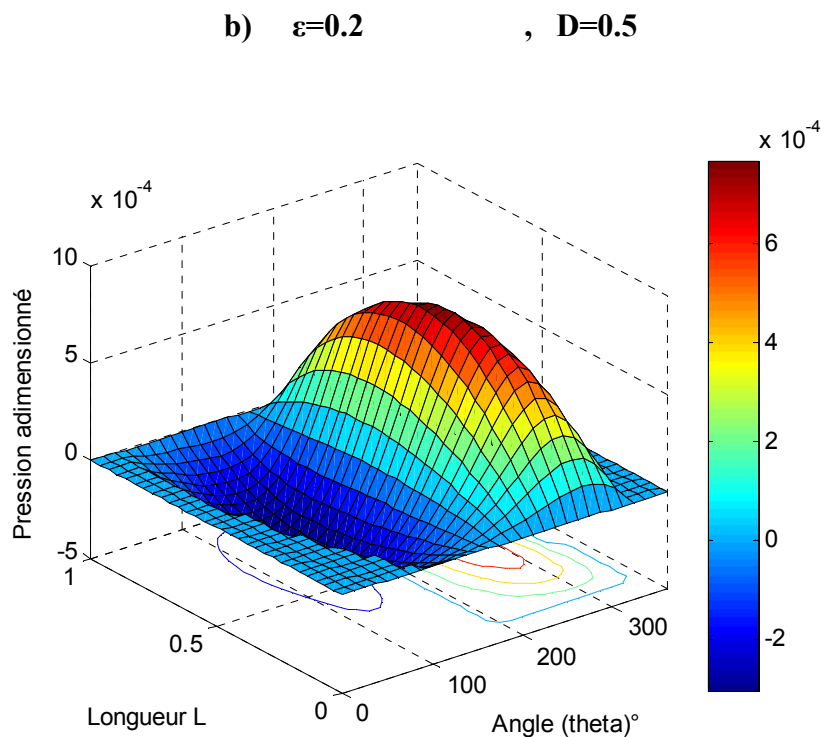
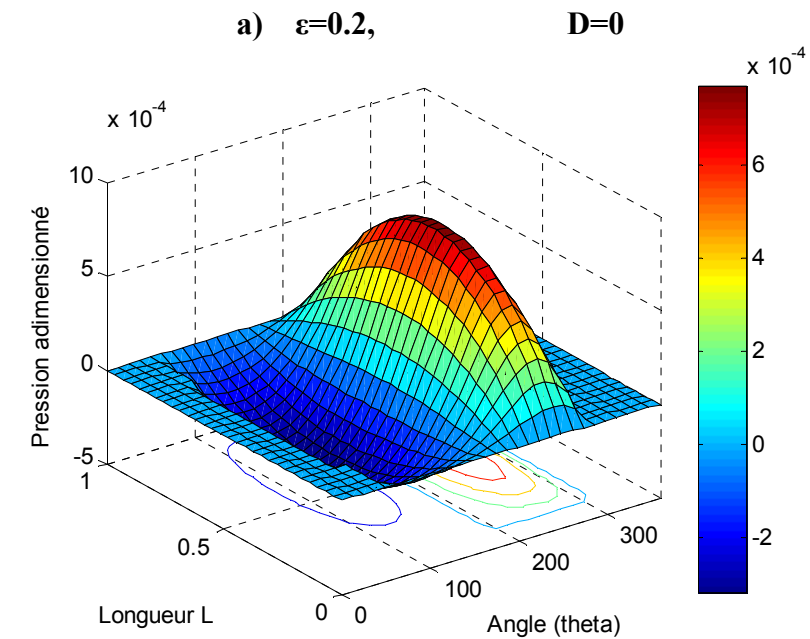
### 4.1 Résultats et discussion

Dans la simulation traitée, les trajectoires présentés dans les figures 4.6, 4.9 et 4.14 sont calculées en résolvant l'équation du mouvement de l'arbre. Ces trajectoires sont présentés en fonction de l'excentricité au balourd ainsi que d'autre paramètres tel que la vitesse de rotation et les paramètres géométriques du palier (rapport L/D) dans la figure (4.14) . Les résultats de calcul obtenus par ce programme concernent la charge dynamique adimensionné , l'angle de calage, les coefficients dynamiques adimensionnés de raideur et d'amortissement et la vitesse critique adimensionné. Le calcul de la vitesse critique permet d'analyser et de tracer la carte de stabilité du palier dans la figure (4.3).

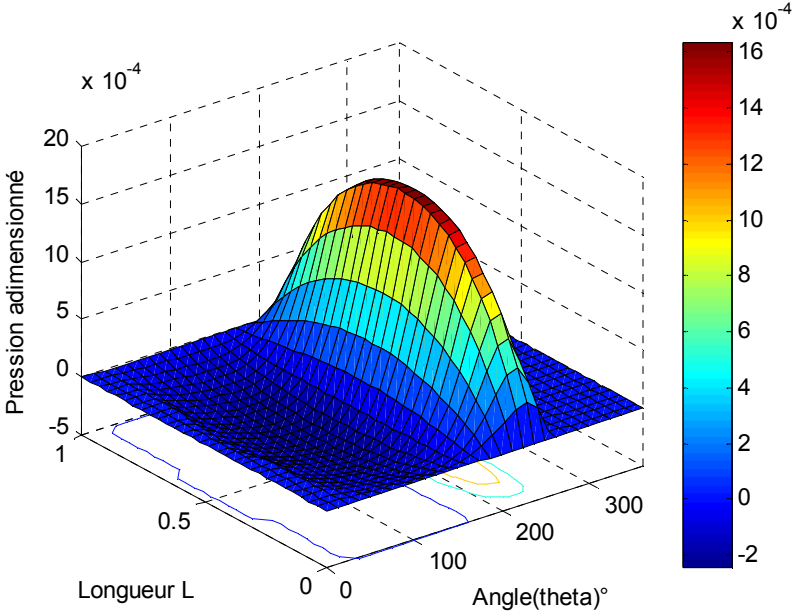
Une analyse en fréquence (analyse spectrale) révèle les fréquences auxquelles se produisent des variations d'amplitudes significatives. L'identification spectrale est la clef du

diagnostic de défauts [44]. Les spectres fréquentielles calculés dans cette étude ont été obtenus en utilisant la transformé de Fourier rapide (FFT) afin de déterminer leurs amplitudes vibratoires. Toutes les trajectoires et les spectres présentés dans ce chapitre sont adimensionnés par rapport au jeu C.

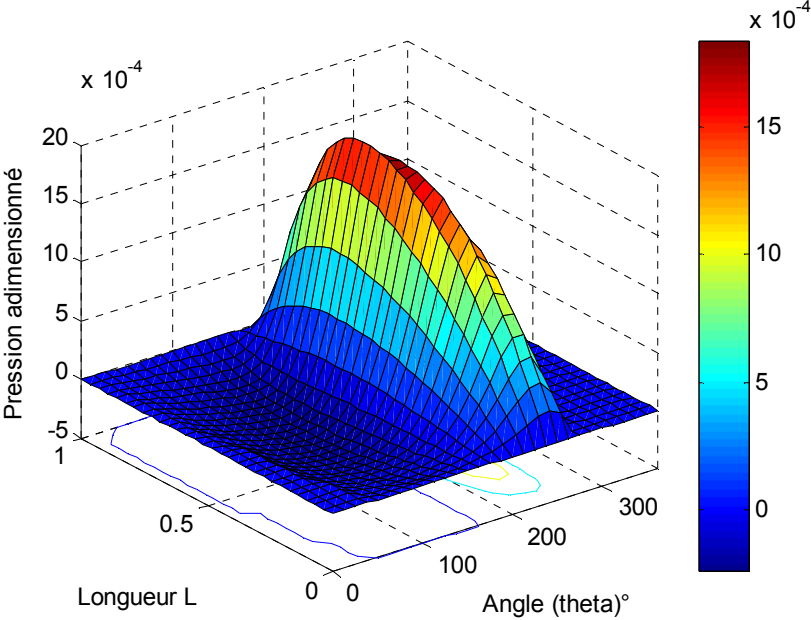
### 4.2 Champs de pression



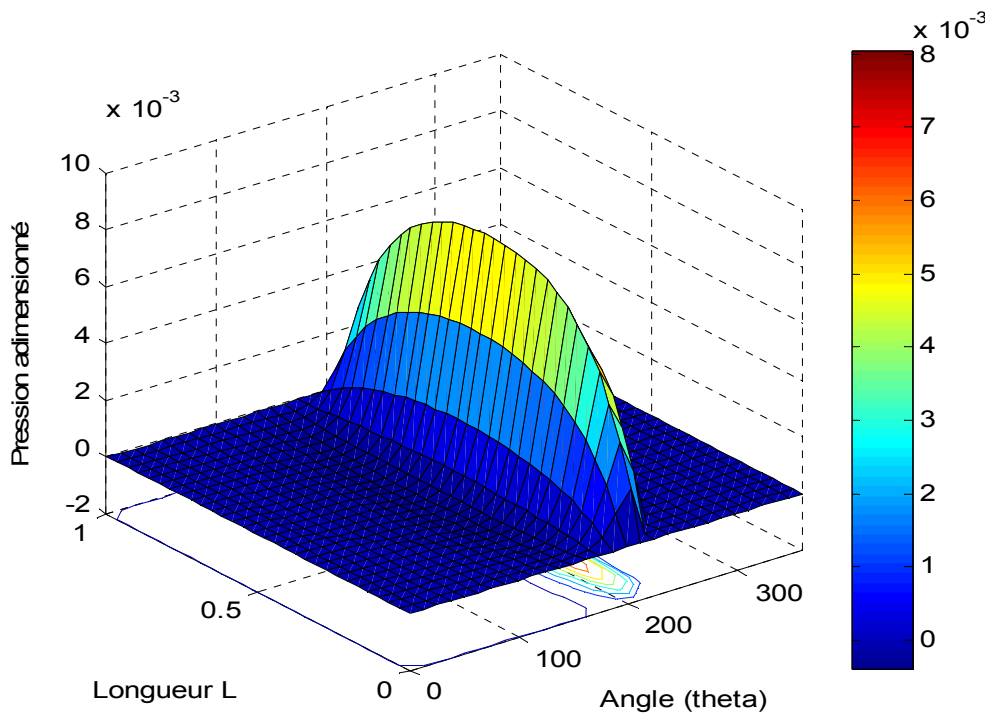
c)  $\epsilon = 0.5$  ,  $D = 0$



d)  $\epsilon = 0.5$  ,  $D = 0.5$



e)  $\varepsilon = 0.8$  ,  $D = 0$



f)  $\varepsilon = 0.8$  ,  $D = 0.5$

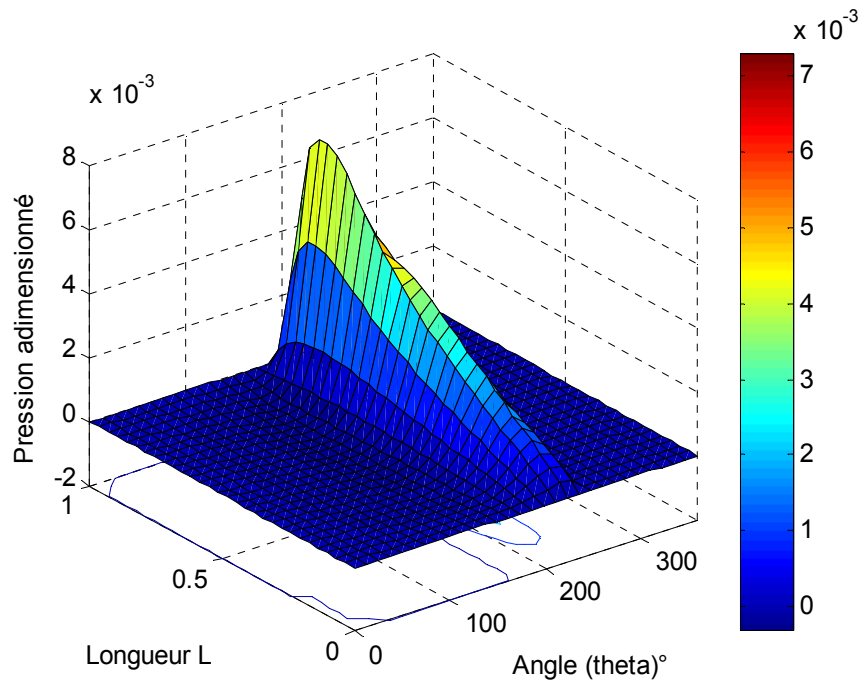


Figure 4.1: Distributions du champ de pression statique pour différentes valeurs d'excentricité dans le cas aligné  $D=0$  et mésaligné  $D=0.5$

Les distributions circonférentielle et axiale du champ de pression sont déterminées pour trois valeurs de l'excentricité  $e = 0.20, 0.50$  et  $0,80$ , pour  $\theta = 360^\circ$  et  $\bar{z} = 1$ . Les représentations graphique tridimensionnelles (Figure 4.1) montrent que la pression maximale augmente avec l'augmentation de l'excentricité cette augmentation est d'autant plus importante que l'excentricité de fonctionnement est grande. On remarque aussi que les pressions maximales obtenues pour le palier mésaligné sont supérieures à celles du palier aligné. Il est aussi important de souligner que la présence du mésalignement entraîne une répartition dissymétrique de la pression et un déplacement du pic de pression vers l'extrémité du palier

### 4.3 Stabilité du palier et coefficients dynamiques

Le tableaux 4.2 et les figures 4.2.a et 4.2. b présentent les coefficients dynamiques qui caractérisent le palier. Ces coefficients ont été obtenus par un calcul numérique sous un langage MATLAB. Les figures 4.2.a et 4.2. b montrent la dépendance des coefficients de raideurs et d'amortissements adimensionnés avec l'excentricité relative au balourd. Ces coefficients nous aident à calculer la vitesse critique et à tracer les cartes de stabilité dans les figures 4.3 a et b.

$\epsilon$	$k_{xx}$	$k_{xy}$	$k_{yx}$	$k_{yy}$	$C_{xx}$	$C_{xy}$	$C_{yx}$	$C_{yy}$	$\omega_c$
<b>0.1</b>	2.065	10.4	-1.314	0.884	20.89	0.896	0.8952	2.666	1.574
<b>0.2</b>	2.197	5.960	-0.731	0.930	12.07	0.982	0.9819	1.581	1.593
<b>0.3</b>	2.387	4.647	-0.552	1.007	9.534	1.1153	1.1144	1.296	1.612
<b>0.4</b>	2.635	4.096	-0.474	1.098	8.537	1.304	1.3034	1.219	1.620
<b>0.5</b>	3.043	3.8117	-0.394	1.161	8.0769	1.4427	1.1596	1.442	1.641
<b>0.6</b>	3.651	3.7519	-0.325	1.243	8.0881	1.6538	1.6531	1.163	1.662
<b>0.7</b>	5.048	3.696	-0.047	1.195	7.8693	1.4988	0.9242	1.498	2.058
<b>0.8</b>	8.470	4.5476	0.391	1.357	9.3511	.7227	0.814	1.722	4.909

**Tableau 4.2- Caractéristiques dynamiques du palier**

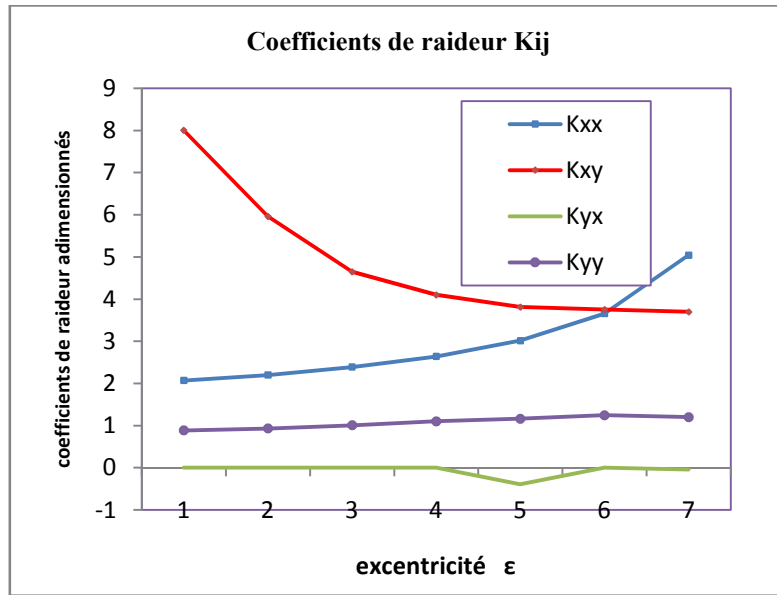


Figure 4.2 a. coefficients de raideurs adimensionnés

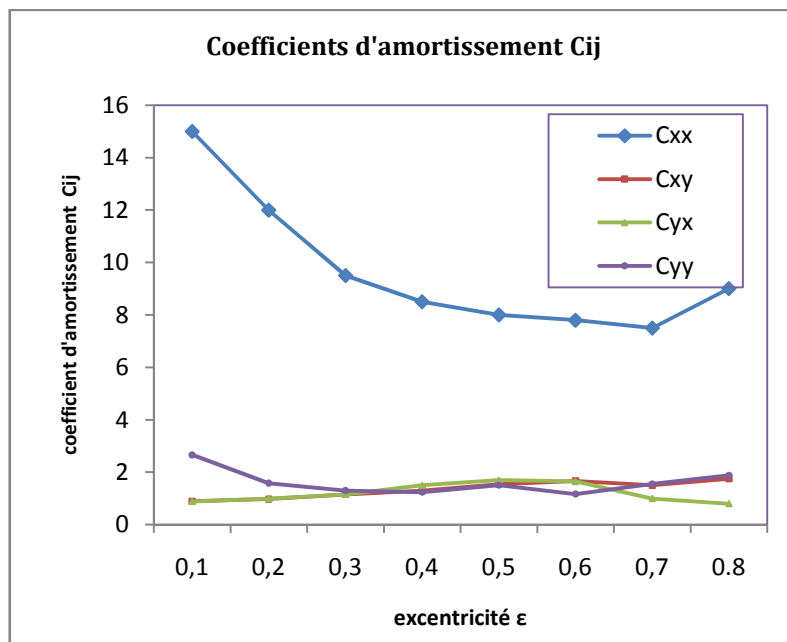
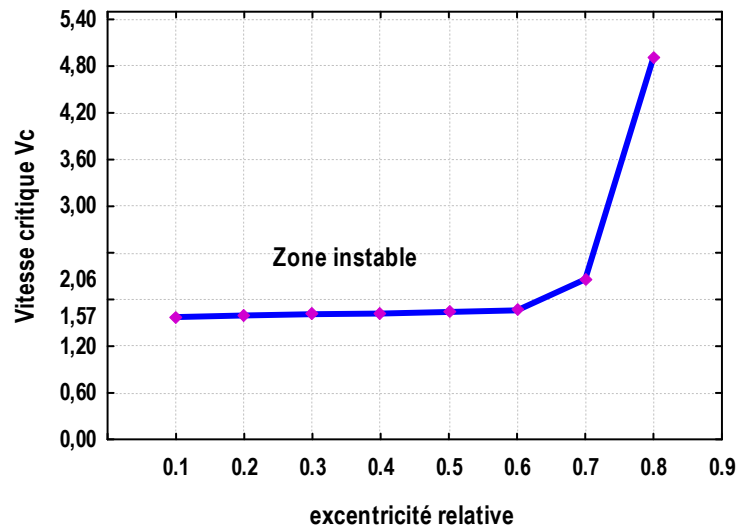
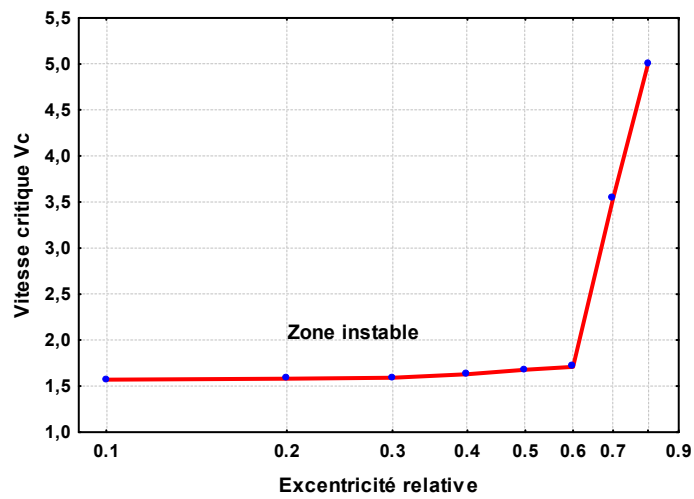


Figure 4.2 b. coefficients d'amortissements adimensionnés



a)



b)

**Figure 4.3. Variation de la vitesse critique en fonction de l'excentricité (figure a)  $D=0$  et figure b)  $D= 0.5$**

La figure 4.3 représente la carte de stabilité du palier d'un palier aligné et mésaligné, on remarque une augmentation de la vitesse critique avec l'excentricité relative, le palier est instable pour les faibles valeurs d'excentricité . Lorsque la vitesse critique est au delà de la valeur de 1,57 qui représente le point d'équilibre, le palier est instable. Au dessous de cette valeur le palier est plus stable et la zone de stabilité augmente pour les grandes valeurs d'excentricité. Comme il est connue que ce type de paliers constitue une source de vibration pour la ligne d'arbre qu'il supportent lorsqu'ils sont faiblement chargés .

Nous avons présenter la courbe donnant la variation de la vitesse critique en fonction de l'excentricité relative et la charge statique sans dimension dans une représentation 3D à la

figure 4.4. Cette courbe nous a permet que plus le palier est chargé plus sa vitesse critique augmente.

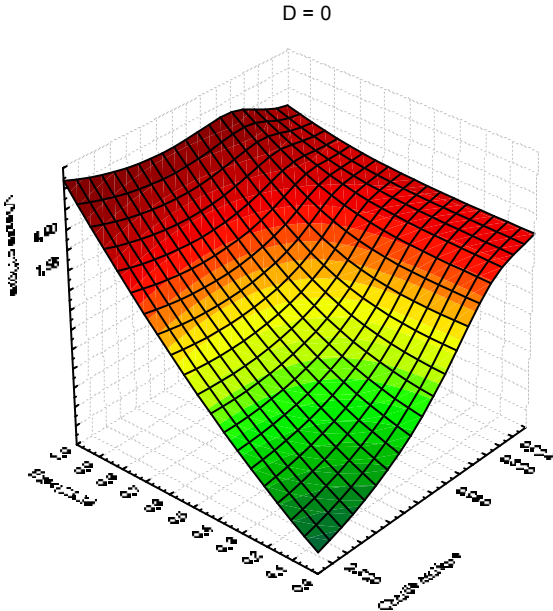


Figure 4.4 .a . variation de la vitesse critique en fonction de l'excentricité et la charge statique

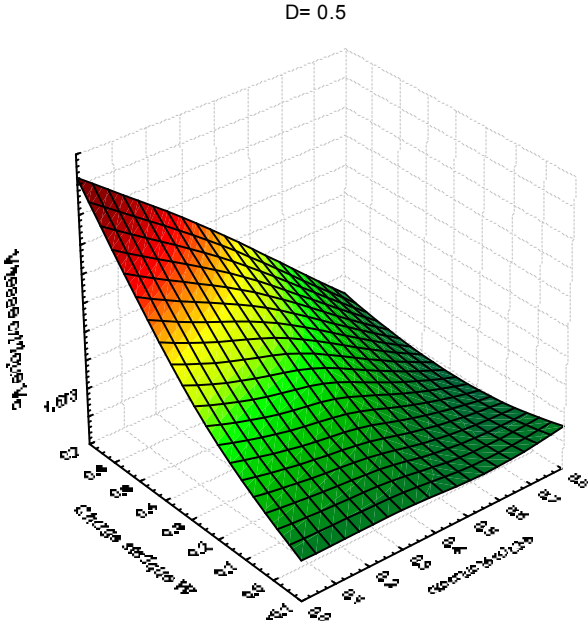


Figure 4.4 .b. variation de la vitesse critique en fonction de l'excentricité et la charge statique



Les figures 4.4. a et 4.4. b donne une représentation tridimensionnelle de la vitesse critique en fonction de la charge statique et l'excentricité au balourd. D'où on observe augmentation de la charge statique, et zone de stabilité se diminue.

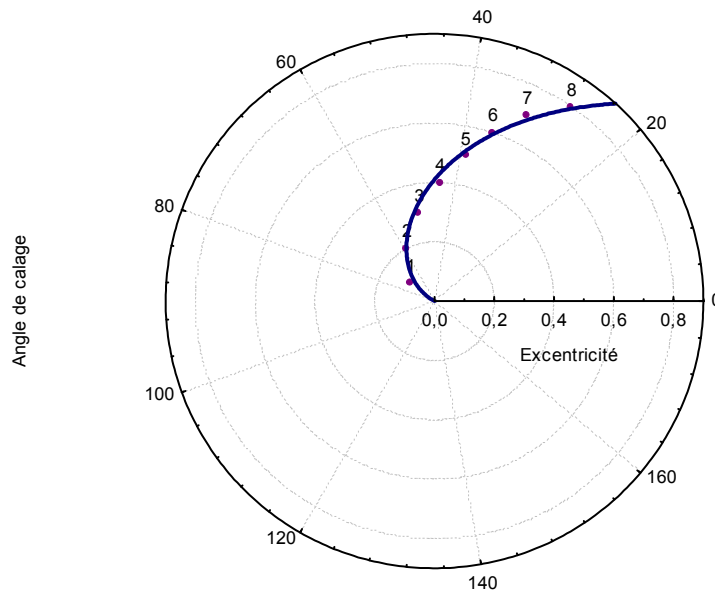


Figure 4.5 .a. Variations de l'angle de calage en fonction de l'excentricité relative pour  $D = 0$

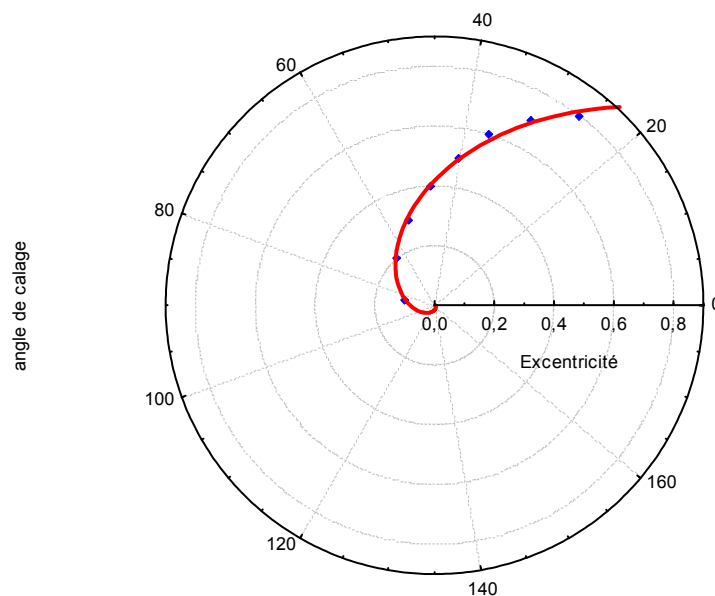


Figure 4.5 .b. Variations de l'angle de calage en fonction de l'excentricité relative pour  $D = 0.5$

La figure 4.5 montre l'influence de l'excentricité au balourd sur l'angle de calage du palier, Cette angle est en relation réversible avec l'excentricité plus qu'elle augmente l'angle se

diminue . On remarque aussi une augmentation significatif de l'angle de calage dans le cas mésaligné,  $D= 0.5$  (figure 4.5.b) que le cas aligné ,  $D = 0$  (figure 4.5.a).

#### 4.4 Influence de l'excentricité

Le calcul des trajectoires a été effectué pour une vitesse de angulaire de 100 rad/s et une masse adimensionné de 0.1 et d'un rapport  $L/D= 1$  et pour quatre valeurs de l'excentricité relative du balourd ( $\varepsilon= 0.1, 0.2, 0.8$  et  $0.9$ )

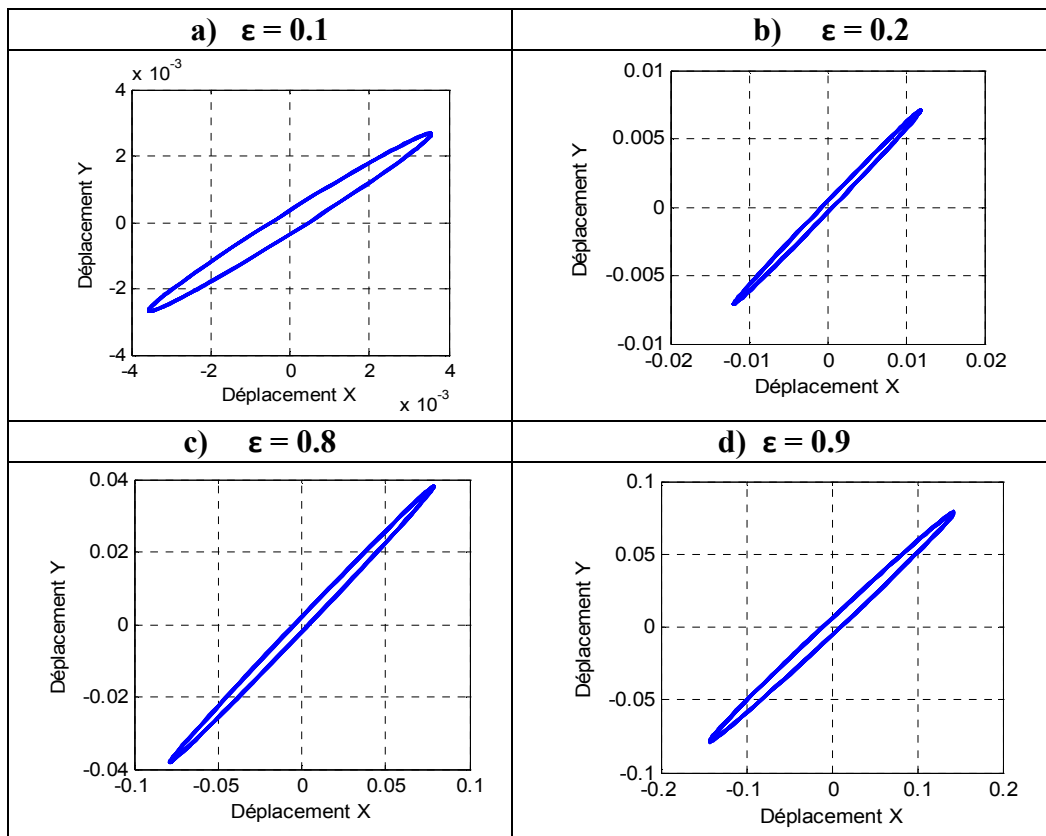


Figure 4.6 Trajectoire du centre de l'arbre pour différentes valeurs d'excentricité

La figure 4.6 montre les orbites du rotor dans le palier pour différentes valeurs d'excentricités. Ces orbites ont été obtenues par la résolution analytique des équations de mouvement du rotor rigide (3.13). On observe une augmentation significative des vibrations du centre de l'arbre pour les figures 4.6. a et 4.6. b d'excentricité respectivement 0.1, 0.2 et pour faible valeur de balourd (balourd résiduel), dans les figures 4.6. c et 4.6. d où les excentricités sont de valeurs de 0.8 et 0.9 pour les grands valeurs de balourd par exemple

perte d'ailette . On observe bien que lorsqu'on change la valeur d'excentricité l'amplitude et la longueur des trajectoires augmente. Dans l'objectif de comprendre les trajectoire du centre de l'arbre on passe à l'analyse fréquentielle dans les deux plans X et Y .

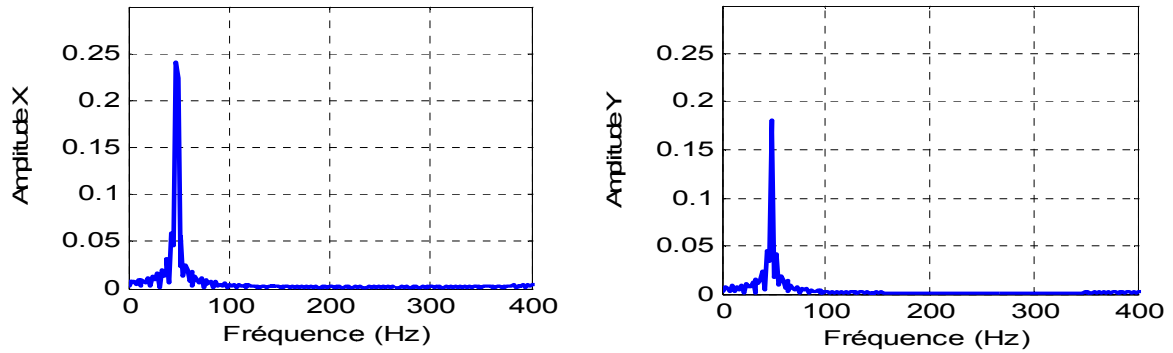


Figure 4.7. Analyse fréquentielle du centre de l'arbre pour  $\varepsilon = 0.1$

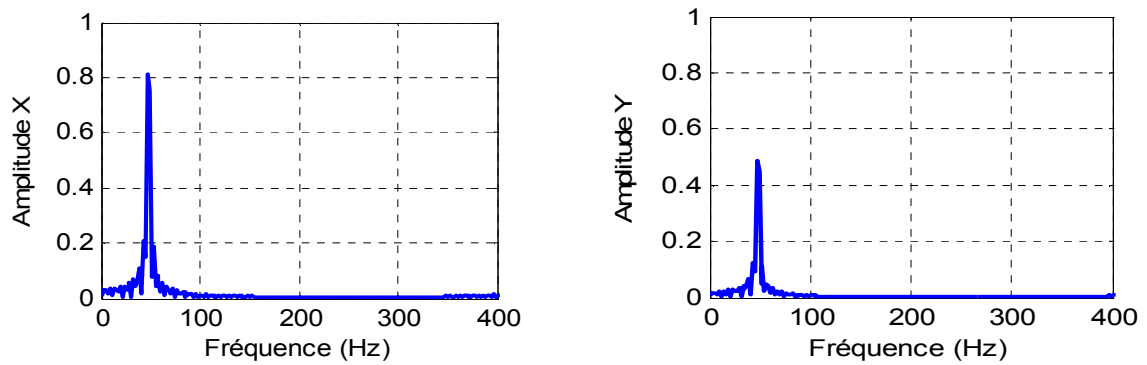


Figure 4.8. Analyse fréquentielle du centre de l'arbre pour  $\varepsilon = 0.2$

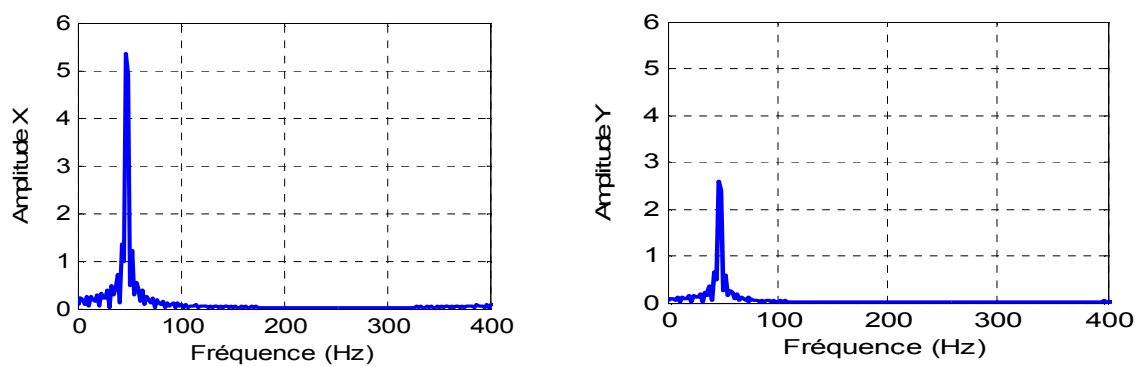
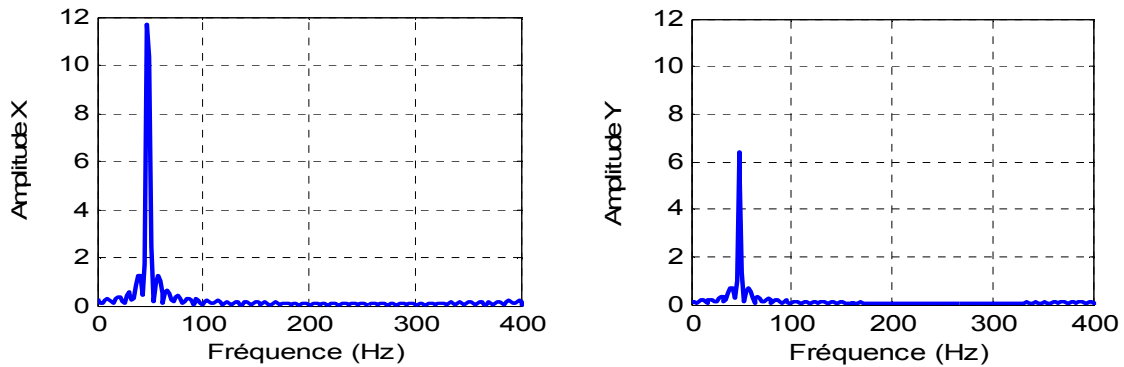


Figure 4.9. Analyse fréquentielle du centre de l'arbre pour  $\varepsilon = 0.8$



**Figure 4.10. Analyse fréquentielle du centre de l'arbre pour  $\varepsilon = 0.9$**

L'analyse fréquentielle dans les figures 4.7 et 4.8 montre que ces amplitudes correspondent à des faibles valeurs du balourd ou balourd résiduel et malgré la légère augmentation des amplitudes dans la figure 4.8 pour une excentricité relative de 0.2 qui correspond à  $50\mu\text{m}$  les amplitudes sont  $A_x = 0.80$  et  $A_y = 0.45$  on remarque une augmentation significative dans les amplitudes et plus importante au plan axial que radial. Lorsque l'excentricité dans les figures 4.9 et 4.10 atteint les valeurs de 0.8 et 0.9 correspond respectivement à  $e_b = (200\mu\text{m}$  et  $225\mu\text{m})$  les amplitudes vibratoires due au balourd croient rapidement avec les amplitudes  $A_x = 5.5$  et  $A_y = 2.80$  dans la figure (4.9) et à la figure (4.10) les amplitude vibratoires atteint les valeurs respectivement  $A_x = 12$  et  $A_y = 6.2$  ces valeurs présentent un risque élevé pour le palier ce qui peut conduit à la détérioration.

### 4.5. Influence de la vitesse de rotation

Ces orbites ont été calculé pour une excentricité relative de 0.2 qui correspond à  $50\mu\text{m}$ , un rapport  $L/D = 1$  et pour quatre valeurs de vitesse de rotation  $n = (1910\text{tr/mn}, 2676\text{tr/mn}, 3276\text{tr/mn}$  et  $3785\text{tr/mn})$

Sur la figure (4.14) on observe la variation des trajectoires du centre de l'arbre pour différentes vitesses de rotation, l'objectif est de comprendre l'influence de la vitesse de rotation sur les vibrations du palier ou sur les forces de balourds. Lorsque la vitesse augmente les trajectoires deviennent plus longues et leurs amplitudes augmentent et devient plus importante dans les deux plans X et Y.

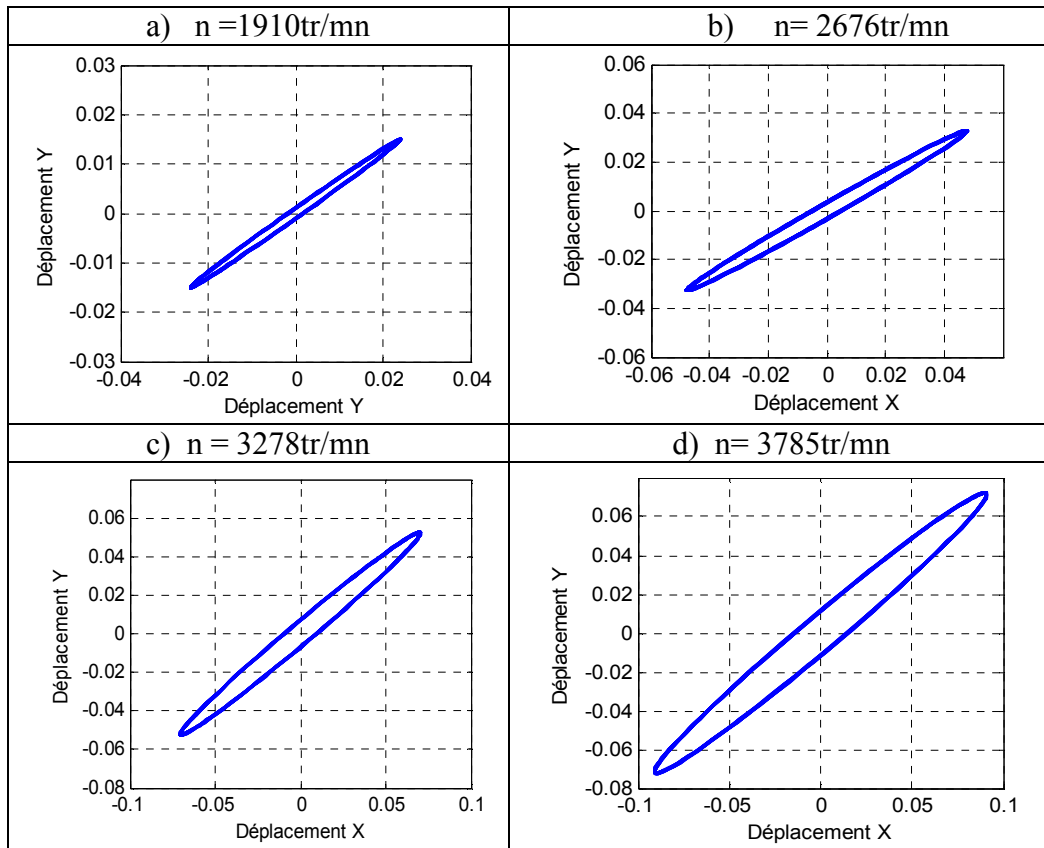


Figure 4.11. Trajectoire du centre de l'arbre pour différentes valeurs de vitesse de rotation

A l'analyse fréquentielle (FFT) dans les figures (4.12), (4.13), (4.14) et (4.15) on observe toujours une fréquence synchrone prépondérante à la fréquence de rotation dans les deux plans X, Y. La variation de la vitesse de rotation implique la variation de la première fréquence synchrone. Pour une vitesse de 1910tr/mn la 1ère fréquence est de 31,37Hz et lorsque cette vitesse augmente d'une valeur de 3278tr/mn (Figure 4.12) la fréquence atteint la valeur de 50,98Hz. A haute vitesse de rotation les amplitudes vibratoire deviennent plus importantes, ce qui provoque l'accroissement de l'intensité de la fréquence synchrone du au balourd et plus important dans le plan X ( axiale) que le plan Y (radial).

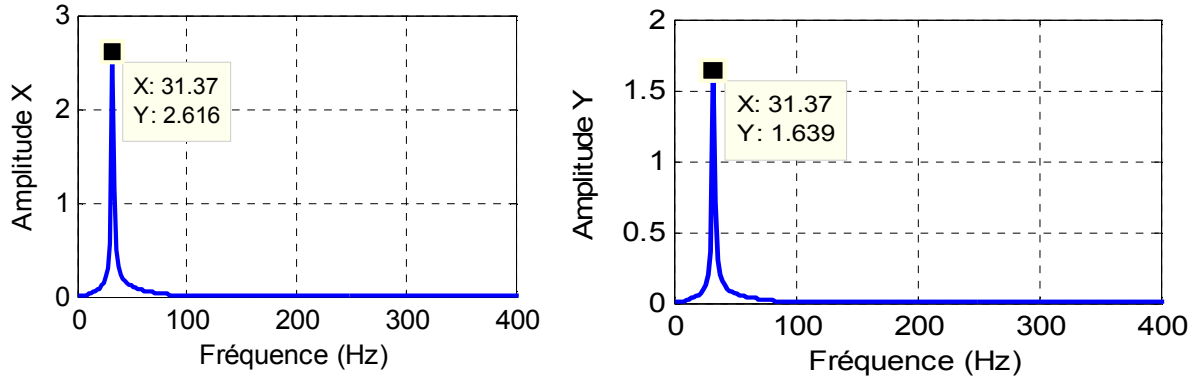


Figure 4.12. Analyse fréquentielle pour une vitesse de rotation de  $n = 1910 \text{tr/mn}$

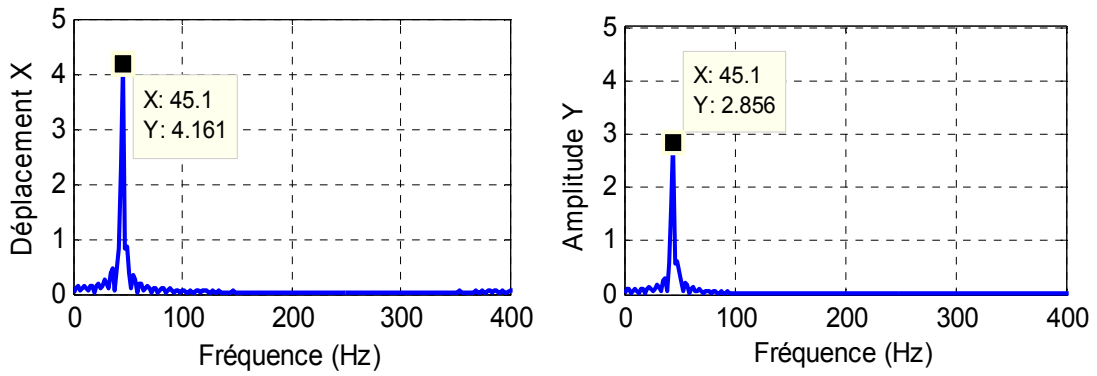


Figure 4.13. Analyse fréquentielle pour une vitesse de rotation de  $n = 2676 \text{tr/mn}$

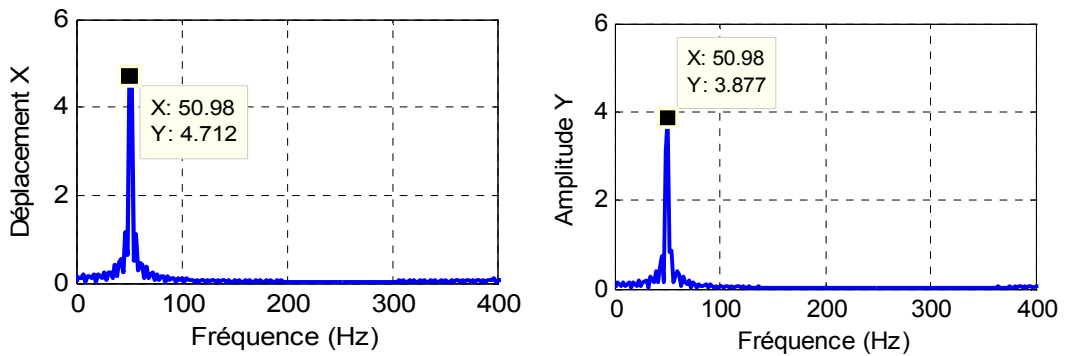


Figure 4.14. Analyse fréquentielle pour une vitesse de rotation de  $n = 3278 \text{tr/mn}$

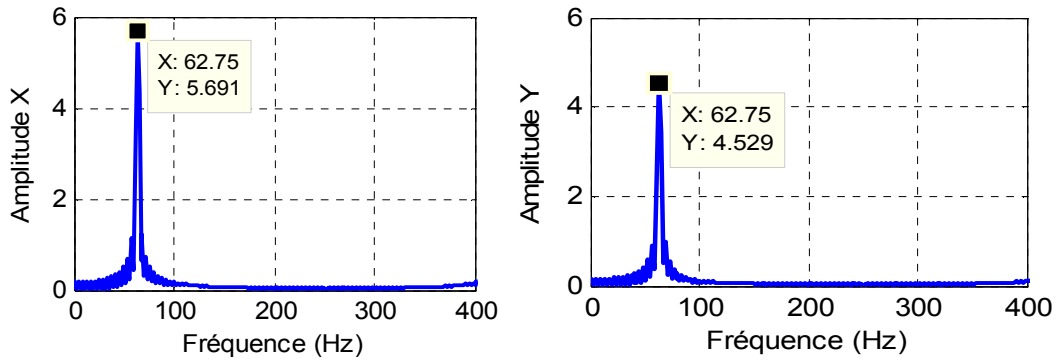


Figure 4.15. Analyse fréquentielle pour une vitesse de rotation de  $n = 3758\text{tr/mn}$

#### 4.6. Influence du rapport L/D

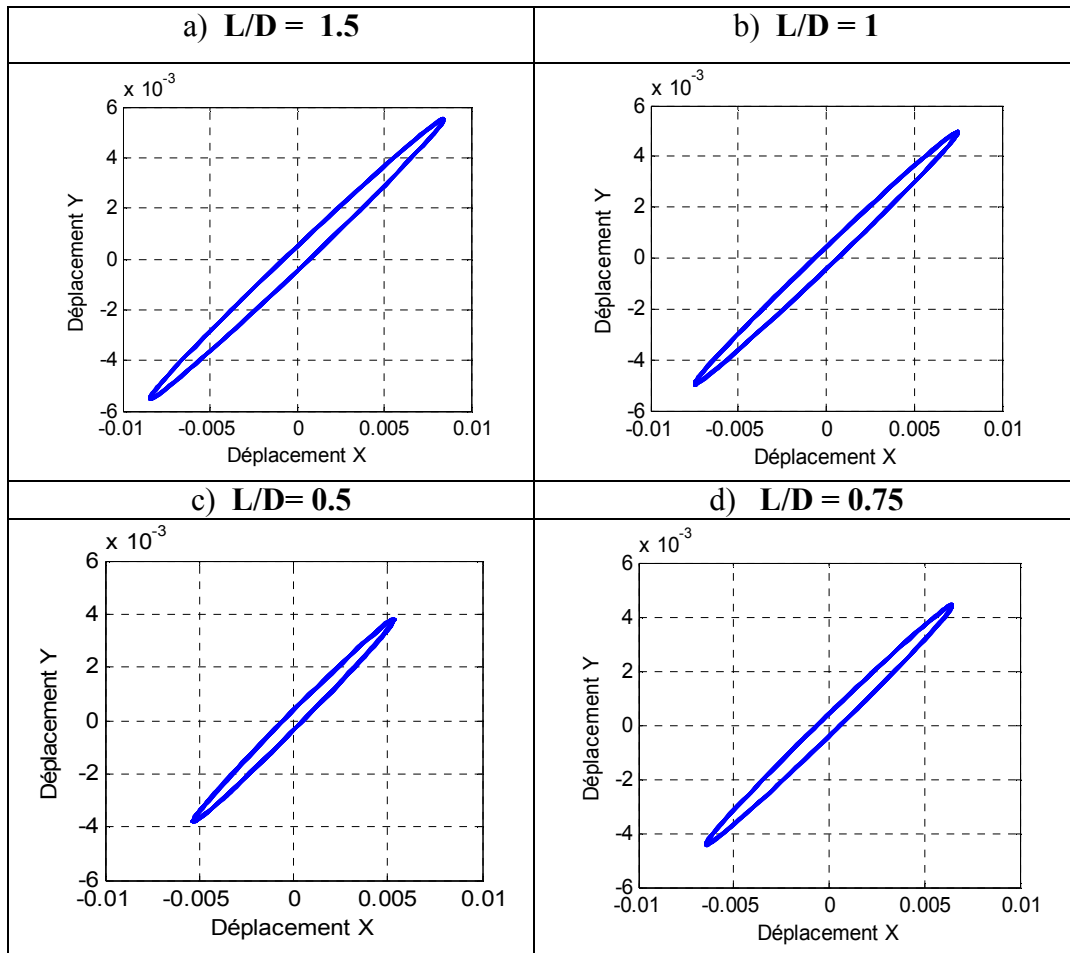


Figure 4.16. Trajectoire du centre de l'arbre pour différentes valeurs du rapport L/D

Les trajectoires calculer dans cette partie pour une vitesse de rotation fixe de 1910tr/mn, une excentricité de 50  $\mu\text{m}$  et pour un rapport L/D variable

En réduisant le rapport L/D, les trajectoires sont plus courtes et l'excentricité moins importante. En effet, en diminuant L/D on réduit les forces hydrodynamiques. Par ailleurs, lorsque L/D diminue l'angle de calage augmente. Le comportement suivant X et Y présentent les mêmes tendances mais pas les mêmes intensités. Suivant X le palier est plus sollicité par les forces extérieures.

### 4.7. Calcul des caractéristique géométriques des orbites

**Tableau 4.3. Caractéristiques géométriques des trajectoires du centre de l'arbre dans le cas aligné D= 0 et D = 0.5.**

$\varepsilon$		$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\delta$	$\varphi$
0.1	D= 0	0.0039	0.0011	-0.4450	-0,5584
	D=0.5	0.0043	0.0012	-0.4402	-0.5564
0.2	D= 0	0.0133	0.0016	-0.4429	-0.6853
	D=0.5	0.0137	0.0015	-0.4390	-0.6948
0.5	D= 0	0.0471	0.0024	-0.3737	-0.7743
	D=0.5	0.0476	0.0025	- 0.3680	-0.7738
0.8	D= 0	0.0823	0.0143	-0.3020	-0.7615
	D=0.5	0.0828	0.0145	-0.3950	- 0.7580

Sur les figures (4.17) et (4.18) nous avons tracé l'évolution des paramètres géométriques des orbites a et b en fonction de l'excentricité relative au balourd et dans les deux cas aligné et misaligné.

En augmentant l'excentricité les dimensions des trajectoires augmente clairement, on constate aussi une légère augmentation du paramètre a et b lorsque le palier est désaligné.



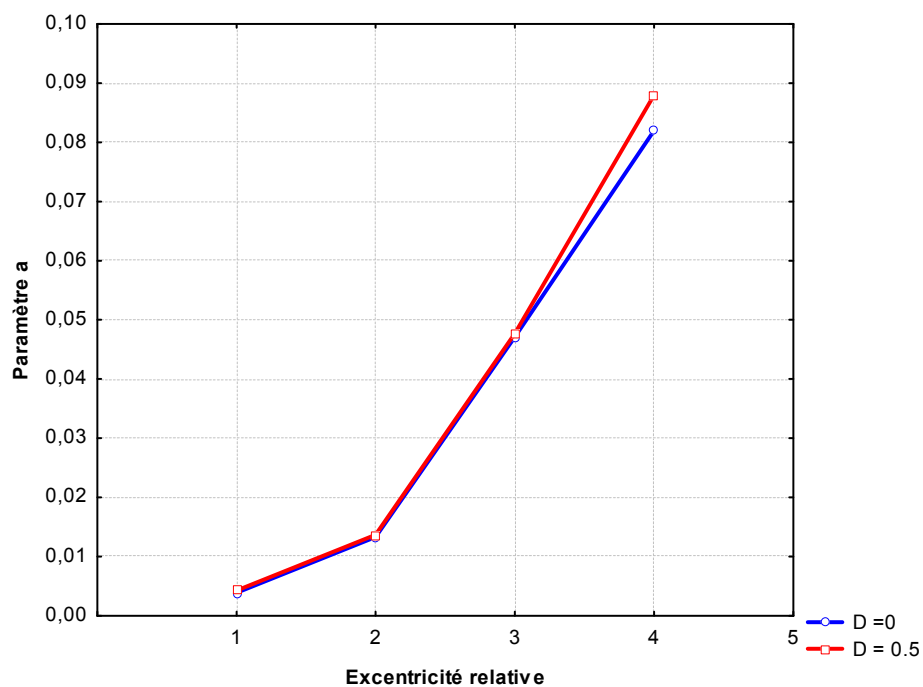


Figure 4.17. Variation du paramètre a en fonction de l'excentricité

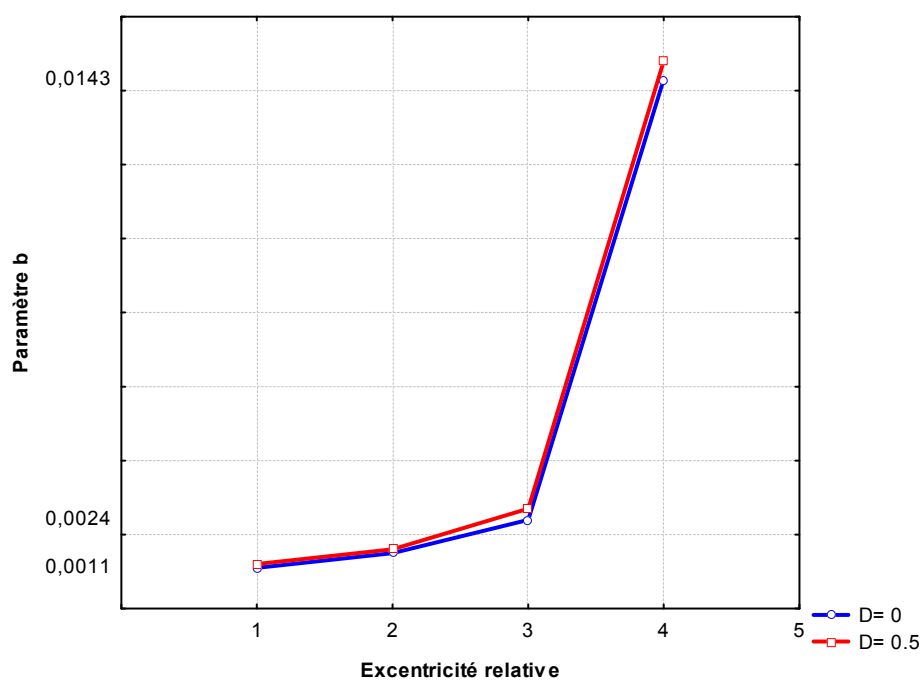


Figure 4.18. Variation du paramètre b en fonction de l'excentricité

### Conclusion

L'objectif de ce chapitre était d'étudier le comportement dynamique d'un palier lisse hydrodynamique, notamment la compréhension des mécanismes d'apparition de la fréquence synchrone de type balourd ainsi que leurs intensités. La simulation numérique proposée nous a permis d'obtenir les courbes de distribution du champ de pression statique, les trajectoires du centre de l'arbre, les spectres fréquentiels dans les deux plans axial et radial ainsi que la carte de stabilité du palier. On a constaté d'après les résultats obtenus :

- L'augmentation de l'excentricité au balourd a pour effet d'augmenter la pression maximale dans le film d'huile.
- le désalignement provoque une augmentation importante des amplitudes vibratoires ainsi que la portance hydrodynamique du film lubrifiant
- une diminution de l'angle de calage avec l'excentricité au balourd.
- Le mésalignement a une forte influence sur les caractéristiques du palier, modifiant bien les pressions, et par rapport au cas aligné il présente:
  - une augmentation de la capacité de charge du palier
  - une augmentation de l'angle de calage ;
  - une réduction de la zone de stabilité'.
- L'excentricité de balourd a une influence importante sur la réponse synchrone et les amplitudes vibratoires du palier deviennent plus importantes.
- L'accroissement des vibrations de la ligne d'arbre en augmentant la vitesse de rotation.
- La première fréquence synchrone du au balourd évolue avec la vitesse de rotation de l'arbre.
- L'analyse fréquentielle (FFT) a confirmé la présence de la fréquence synchrone du balourd à la première fréquence de rotation et dans les deux plans axiale et radiale. On observe ainsi que la première fréquence synchrone du au balourd évolue avec la vitesse de rotation de l'arbre.
- La variation des paramètres géométriques du palier entraîne l'accroissement des amplitudes vibratoires.
- L'augmentation de la vitesse critique avec l'excentricité au balourd et le palier devient plus stable.

## **Chapitre 4: Résultats numérique de simulation**

---

Finalemment d'après cette étude on peut conclure que l'exploitation de cet outil numérique est très utile pour la prédiction des défauts des paliers lisses.

# **Conclusion générale**

## Conclusion générale

Ce doctorat avait pour objectif d'apporter des contributions à l'analyse et le diagnostic des défauts et problèmes rencontrés dans les paliers lisses fonctionnant en régime de lubrification hydrodynamique. Nous avons cherché à développer des outils de prédiction du comportement dynamique de ces paliers en présence de la force synchrone au balourd ainsi que le mésalignement.

Pour atteindre cet objectif, notre démarche était basée sur des études théoriques et numérique de simulation, dans un premier temps et après une étude bibliographique apporter sur les paliers lisses et leurs avaries, nous avons détaillé la formulation de l'équation de Reynolds classique de la lubrification, souvent utilisée pour d'écrire le champ de pression hydrodynamique. Ensuite, nous sommes revenus sur les hypothèses faites initialement, pour présenter cette équation permettant de modéliser des phénomènes particuliers (comportement newtonien, isotherme, régime laminaire, ...) pouvant intervenir dans la performance du palier. Nous avons traité ainsi les conditions limites associés et nous avons considéré que notre palier et de longueur finie. Les méthodes de résolution de l'équation de Reynolds ont été déjà exposées et testées auparavant, la méthode des différences finies y compris la méthode de Gauss-Seidel avec coefficient de sur-relaxation. Dans la dernière partie du chapitre nous présentons un petit rappel théorique sur le mésalignement.

L'étude des caractéristiques dynamiques des paliers hydrodynamiques a été abordée avec une grande attention car elle conditionne la compréhension du comportement de l'ensemble de ligne d'arbre. Nous avons considéré que le rotor est rigide symétrique et soutenu symétriquement par deux paliers identiques. L'analyse d'un système rotor - palier est donc très complexe puisque elle nécessite la résolution simultanée des équations relative au mouvement du rotor et de l'équation relative au comportement hydrodynamique du palier. Une modélisation linéaire a permis de déterminer les coefficients de raideurs et d'amortissements du palier, qui nous permettent par exemple à déterminer la réponse vibratoire, les vitesses critiques et, les forces transmissibles aux bâtis, d'une ligne d'arbre soumis à des excitations de type balourd.

Le programme de calcul numérique qui a été réalisé nous a permis d'analyser avec une très grande précision l'influence de l'excentricité au balourd, la vitesse de rotation et les paramètres géométriques sur les caractéristiques statiques et dynamiques du palier. Le problème de mésalignement qui est inévitable en pratique, devrait être pris en considération pour obtenir des résultats plus précis et ainsi pour expliquer les écarts entre le cas aligné et mésaligné.

Enfin, l'étude paramétrique effectuée pour obtenir les réponses linéaires de mouvement de l'arbre sur ces paliers en fonction des fréquences de rotation montre que les forces de balourd n'influent que sur les amplitudes vibratoires, tandis que la vitesse de rotation influence sur la première fréquence synchrone et les amplitudes vibratoires.

Les perspectives de ce travail se situent à plusieurs niveaux avec la prise en compte:

- Les résultats numériques obtenus dans le cadre de cette thèse doivent être validés par des essais expérimentaux surtout dans le cadre du diagnostic.
- Il sera donc nécessaire dans les prochains travaux de tenir compte du modèle non linéaire des paliers avec des méthodes de résolution par élément fini ou hybride.
- Un autre aspect que nous n'avons pas abordé, le rotor étudié est un rotor rigide. En effet le rotor flexible devrait être pris en considération.

## Annexe 1

### ETABLISSEMENT DE L'EQUATION DE REYNOLDS

L'équation de Reynolds est déduite des équations de la mécanique des milieux continus, appliquées à un fluide newtonien et qui peuvent s'écrire sous la forme suivante :

- la loi de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u_i) = 0 \quad (\text{A.1})$$

- la loi fondamentale de la dynamique :

$$\rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{A.2})$$

- la loi de comportement rhéologique, qui pour un fluide newtonien s'écrit :

$$\sigma_{ij} = (-\rho + \lambda \theta) \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (\text{A.3})$$

$\theta$  , le taux de dilatation cubique s'écrit :

$$\theta = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \quad (\text{A.4})$$

$\varepsilon_{ij}$  , le tenseur des taux de déformations est donné par :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{A.5})$$

En reportant l'équation de comportement rhéologique dans l'équation de la dynamique

et en négligeant les forces massiques extérieures, on obtient les équations de Navier qui

s'écrivent :

$$\rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \lambda \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} + \mu \left( \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} \right) + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \frac{\partial \lambda}{\partial x_i} + \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \mu}{\partial x_j} \quad (\text{A.6})$$

Dans ces relations,  $i$  correspond à la direction considérée et  $j$  joue le rôle d'indice muet. En lubrification, la dimension suivant l'épaisseur du film ( $0, x_2^r$ ) est très faible par rapport aux deux autres, ce qui permet, pour déterminer l'ordre de grandeur des différents termes de l'équation de Navier, d'écrire [6] :

$$\bar{x}_1 = \frac{x_1}{L}, \quad \bar{x}_2 = \frac{x_2}{H}, \quad \bar{x}_3 = \frac{x_3}{L}, \quad \bar{t} = \frac{tV}{L}$$

$$\bar{U}_1 = \frac{U_1}{V}, \quad \bar{U}_2 = \frac{U_2 L}{VH}, \quad \bar{U}_3 = \frac{U_3}{V},$$

$$\bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0} \text{ et } \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_0}$$

Dans ces expressions L et V sont respectivement la dimension et la vitesse caractéristiques selon les axes  $(0, x_1^r)$  et  $(0, x_3^r)$  H et  $\frac{VH}{L}$  celles suivant  $(0, x_2^r)$  :

$L/V, \mu_0$  définissent l'ordre de grandeur du temps et des coefficients de viscosité. Nous supposons que ces deux coefficients sont du même ordre de grandeur. Ce changement de variable conduit à poser

$$\bar{p} = p \frac{H^2}{\mu_0 V L} \quad (\text{A.7})$$

Remarquons que la vitesse caractéristique V peut être définie de plusieurs façons ; en hydrodynamique, V sera la vitesse d'une des parois du contact. Si les parois du contact sont immobiles, le contact est hydrostatique, on définit alors la pression sans dimension par  $\bar{P} = P/P_S$  où  $P_S$  est, par exemple, la pression d'alimentation ; la vitesse caractéristique peut alors s'écrire :

$$V = \frac{p_s H^2}{\mu_0 L} \quad (\text{A.8})$$

Ce changement de variable met en évidence les 3 nombres sans dimension suivants :

$$\Re = \frac{\rho_0 V H}{\mu_0} \quad (\text{A.9})$$

le nombre de Reynolds relatif à l'épaisseur de l'écoulement,

$$\Re = \frac{\rho_0 V H}{\mu_0} \quad (\text{A.10})$$

le paramètre d'échelle, qui en lubrification est de l'ordre de  $\varepsilon = \frac{H}{L}$

le rapport des coefficients de viscosité, généralement de l'ordre de 1.  $\frac{\lambda_0}{\mu_0}$

Compte tenu de ces changements de variable l'équation s'écrit :



$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}_1} = & \varepsilon \left[ -\Re \left( \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial \bar{t}} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial \bar{X}_j} \right) + \varepsilon \left( \bar{\mu} + \bar{\lambda} \frac{\lambda_0}{\mu_0} \right) \frac{\partial}{\partial \bar{x}_1} \left( \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial \bar{x}_j} \right) + \varepsilon \bar{\mu} \left( \frac{\partial^2 \bar{U}_1}{\partial \bar{x}_1^2} + \frac{\partial^2 \bar{U}_1}{\partial \bar{x}_3^2} \right) \right] + \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{U}_1}{\partial \bar{X}_2^2} + \\ & \varepsilon^2 \left[ \frac{\lambda_0}{\mu_0} \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial \bar{x}_1} \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial \bar{X}_j} + 2 \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_1} \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial \bar{X}_1} + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_3} \left( \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial \bar{X}_3} + \frac{\partial \bar{U}_3}{\partial \bar{X}_1} \right) \right] + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_2} \left( \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial \bar{X}_2} + \varepsilon^2 \frac{\partial \bar{U}_2}{\partial \bar{X}_1} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}_2} = & \varepsilon^2 \left\{ \begin{aligned} & \varepsilon \left[ -\Re \left( \frac{\partial \bar{U}_2}{\partial \bar{t}} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_2}{\partial \bar{x}_j} \right) + \varepsilon \bar{\mu} \left( \frac{\partial^2 \bar{U}_2}{\partial \bar{x}_1^2} + \frac{\partial^2 \bar{U}_2}{\partial \bar{x}_3^2} \right) \right] + \left( \bar{\mu} + \lambda \frac{\lambda_0}{\mu_0} \right) \frac{\partial}{\partial \bar{x}_2} \left( \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial \bar{x}_j} \right) + \\ & \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{U}_2}{\partial \bar{x}_2^2} + \frac{\lambda_0}{\mu_0} \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial \bar{x}_2} \left( \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial \bar{x}_j} \right) + 2 \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_2} \frac{\partial \bar{U}_2}{\partial \bar{x}_2} + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_1} \left( \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial \bar{x}_2} + \varepsilon^2 \frac{\partial \bar{U}_2}{\partial \bar{x}_1} \right) + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_3} \left( \frac{\partial \bar{U}_3}{\partial \bar{x}_2} + \varepsilon^2 \frac{\partial \bar{U}_2}{\partial \bar{x}_3} \right) \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}_3} = & \varepsilon \left[ -\Re \left( \frac{\partial \bar{U}_3}{\partial \bar{t}} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_3}{\partial \bar{x}_j} \right) + \varepsilon \left( \bar{\mu} + \bar{\lambda} \frac{\lambda_0}{\mu_0} \right) \frac{\partial}{\partial \bar{x}_3} \left( \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial \bar{x}_j} \right) + \varepsilon \bar{\mu} \left( \frac{\partial^2 \bar{U}_3}{\partial \bar{x}_1^2} + \frac{\partial^2 \bar{U}_3}{\partial \bar{x}_3^2} \right) \right] + \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{U}_3}{\partial \bar{x}_2^2} \\ & + \varepsilon^2 \left[ \frac{\lambda_0}{\mu_0} \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial \bar{x}_3} \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial \bar{x}_j} + 2 \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_3} \frac{\partial \bar{U}_3}{\partial \bar{x}_3} + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_1} \left( \frac{\partial \bar{U}_3}{\partial \bar{x}_1} + \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial \bar{x}_3} \right) \right] \\ & + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_2} \left( \frac{\partial \bar{U}_3}{\partial \bar{x}_2} + \varepsilon^2 \frac{\partial \bar{U}_2}{\partial \bar{x}_3} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

En négligeant les termes multipliés soit par  $\varepsilon^2$ , soit par  $\varepsilon^3 \Re$  il vient :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}_i} = & -\varepsilon \Re \left[ \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial \bar{t}} + U_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial \bar{x}_j} \right] + \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial \bar{x}_2^2} + \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial \bar{X}_2} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_2} \quad (i = 1 \text{ et } 3) \\ & \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}_2} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.14})$$

Les termes en  $\varepsilon \Re$ , ou termes d'inertie, de l'équation ci dessus seront négligeables devant les termes de viscosité quand  $\varepsilon \Re \ll 1$  ; ce qui est souvent vérifié dans les écoulements rencontrés en lubrification.

Dans ces cas les forces d'inertie ne sont plus négligeables. Ce problème sera abordé ultérieurement. Si par hypothèse on néglige les forces d'inertie il vient :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}_i} = & \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial \bar{x}_2^2} + \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial \bar{x}_2} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_2} \quad (i = 1 \text{ et } 3) \\ & \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}_2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.15})$$

et en revenant aux variables dimensionnées en coordonnées cartésiennes (0 x y z) :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial P}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial P}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial W}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.16})$$

Pour obtenir le champ de vitesse, il faut intégrer. Si  $\mu$  est indépendant de  $y$ , il vient :

$$\mu \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial x} y + A \quad (\text{A.17})$$

$$\mu \frac{\partial W}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial z} y + C \quad (\text{A.18})$$

$$U = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} y^2 + \frac{A}{\mu} y + B \quad (\text{A.19})$$

$$W = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial z} y^2 + \frac{C}{\mu} y + D \quad (\text{A.20})$$

Les conditions aux limites sur la vitesse permettent de déterminer A, B, C et D. Si l'on suppose qu'il n'y a pas de glissement du fluide aux parois, elles s'écrivent, (figure (A.1)) :

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 0 \quad u = U_1 \quad ; \quad v = V \quad \text{et} \quad w = W_1 \\ y = h \quad u = U_2 \quad ; \quad v = V_2 \quad \text{et} \quad w = W_2 \end{array} \right\} \quad (\text{A.21})$$

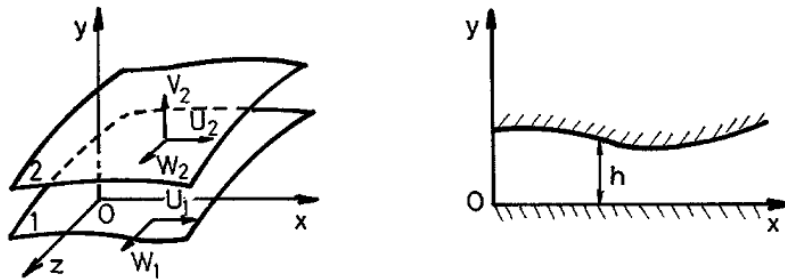


Figure A.1: Système d'axes en coordonnées cartésiennes

On a donc :  $U_1 = B$

$$U_2 = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} h^2 + \frac{A}{\mu} h + B \quad (\text{A.22})$$

Soit :

$$\frac{A}{\mu} = \frac{U_2 - U_1}{h} - \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} h \quad (\text{A. 23})$$

Il vient alors :

$$U = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} y(y - h) + \frac{U_2 - U_1}{h} y + U_1 \quad (\text{A. 24})$$

De même pour W :

$$W = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} y(y - h) + \frac{W_2 - W_1}{h} y + W_1 \quad (\text{A. 25})$$

En reportant ces vitesses dans l'équation de continuité et en intégrant à travers l'épaisseur du film l'inconnue v disparaît. En effet, l'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho U) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho V) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho W) = 0 \quad (\text{A. 26})$$

en intégrant, on obtient :

$$\int_0^h \frac{\partial \rho}{\partial t} dy + \int_0^h \frac{\partial}{\partial x} (\rho U) dy + \int_0^h \frac{\partial}{\partial y} (\rho V) dy + \int_0^h \frac{\partial}{\partial z} (\rho W) dy = 0 \quad (\text{A. 27})$$

Il vient ainsi :

$$\int_0^h \frac{\partial}{\partial y} (\rho V) dy = [\rho V]^h = \rho V_2 \text{ car } V_1 = 0 \text{ par hypothèse.}$$

Par ailleurs, si  $\rho$  n'est pas fonction de  $y$ , on peut écrire :

$$\int_0^h \frac{\partial \rho}{\partial t} dy = \frac{\partial \rho}{\partial t} \int_0^h dy = h \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (\text{A. 28})$$

Pour intégrer les deux autres termes, il faut intervertir les signes dérivés et sommes en remarquant que :

$$\int_0^{h(x,z,t)} \frac{\partial F(x, y, z, t)}{\partial x} dy = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{h(x,z,t)} F(x, y, z, t) dy - F(x, h, z, t) \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{A. 29})$$

Soit :

$$\int_0^h \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) dy = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \rho u dy - \rho U_2 \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{A. 30})$$

$$\int_0^h \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) dy = \frac{\partial}{\partial z} \int_0^h \rho w dy - \rho W_2 \frac{\partial h}{\partial z} \quad (\text{A. 31})$$

Ces deux intégrales se calculent en utilisant les expressions donnant les vitesses dans

le film. On a ainsi :

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \left[ \frac{\rho}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} y(y-h) + \rho \frac{U_2 - U_1}{h} y + \rho U_1 \right] dy = \frac{\partial}{\partial x} \left[ -\frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} + \rho \frac{U_2 - U_1}{2} h + \rho U_1 h \right] \quad (\text{A. 32})$$

$$\text{Soit encore :} \quad \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \rho u dy = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho \frac{U_2 + U_1}{2} h \right) \quad (\text{A. 33})$$

$$\text{De même :} \quad \frac{\partial}{\partial z} \int_0^h \rho w dy = -\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho \frac{W_2 + W_1}{2} h \right) \quad (\text{A. 34})$$

et en regroupant tous les termes il vient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho \frac{U_2 + U_1}{2} h \right) - \rho U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho \frac{W_2 + W_1}{2} h \right) - \\ &\rho W_2 \frac{\partial h}{\partial x} + \rho V_2 + h \frac{\partial \rho}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{A. 35})$$

Soit encore :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right) &= 6\rho(U_2 - U_1) \frac{\partial h}{\partial x} + 6\rho(W_2 - W_1) \frac{\partial h}{\partial z} + \\ 6h \frac{\partial}{\partial x} [\rho(U_1 + U_2)] + 6h \frac{\partial}{\partial z} [\rho(W_1 + W_2)] + 12\rho V_2 + 12h \frac{\partial \rho}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{A. 36})$$

En coordonnées cylindriques, (figure A.2) une démarche analogue permet d'obtenir les équations suivantes. Dans ce système d'axes (O r, , z) les vitesses du fluide sur les surfaces du contact s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} z = 0 \quad u = U_1; \quad v = V_1 \quad \text{et} \quad w = 0 \\ z = h \quad u = U_2; \quad v = V_2 \quad \text{et} \quad w = W_2 \end{array} \right\} \quad (\text{A. 37})$$

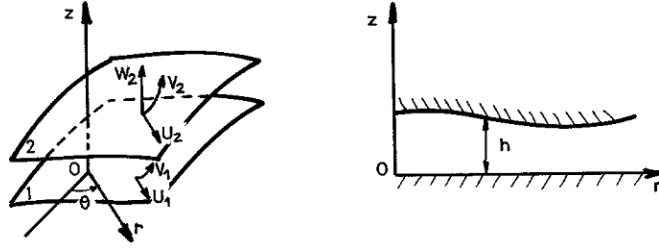


Figure A.2: Système d'axes en coordonnées cylindriques

L'équation de Reynolds en coordonnées cylindriques est donnée par :

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\rho r h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\rho h^3}{\mu r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) \\
 & = 6r\rho(U_1 - U_2) \frac{\partial h}{\partial r} + 6\rho(V_1 - V_2) \frac{\partial h}{\partial \theta} + 6rh \frac{\partial}{\partial r} [\rho(U_1 + U_2)] + 6h \frac{\partial}{\partial \theta} [\rho(V_1 + V_2)] \\
 & + 6\rho h(U_1 + U_2) + 12\rho r W_2 + 12rh \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (A.38)
 \end{aligned}$$

Les composantes de la vitesse dans le film s'écrivent :

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial r} z(z-h) + \frac{h-z}{h} U_1 + \frac{z}{h} U_2 \quad (A.39)$$

$$v = \frac{1}{2\mu r} \frac{\partial p}{\partial \theta} z(z-h) + \frac{h-z}{h} V_1 + \frac{z}{h} V_2 \quad (A.40)$$

Les contraintes de cisaillement dans le film sont :

$$\tau_{rz} = \mu \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{2} \frac{\partial P}{\partial r} (2z-h) + (U_2 - U_1) \frac{\mu}{h} \quad (A.41)$$

$$\tau_{\theta z} = \mu \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{1}{2r} \frac{\partial P}{\partial \theta} (2z-h) + (V_2 - V_1) \frac{\mu}{h} \quad (A.42)$$

## Annexe B

### Épaisseur du film lubrifiant

Considérons une section droite du palier (figure B.1 ). Un point M appartenant à la surface du coussinet sera repéré par la coordonnée angulaire  $\theta(\overrightarrow{O_c A}, \overrightarrow{O_c M})$  ; l'épaisseur du film d'huile est donnée par :

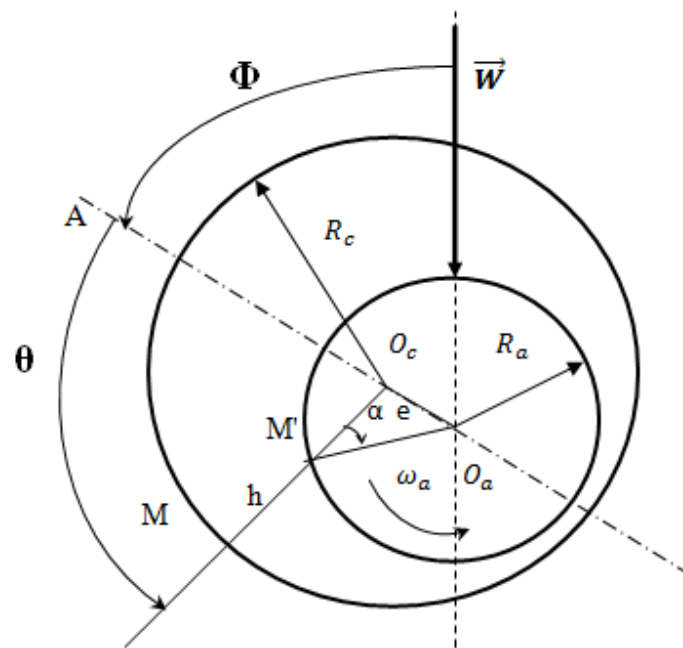
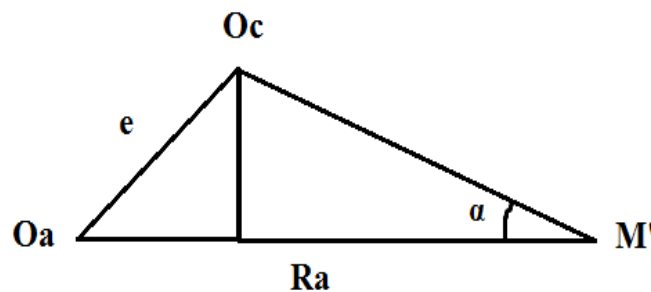


Figure .B.1 : Section droite du palier



$$h = O_c M - O_c M' = R_c - O_c M' = R_a + C - O_c M'$$

En appliquant la règle des sinus au triangle  $O_a M' O_c$  il vient:

$$\frac{O_a M'}{\sin(O_a O_c M')} = \frac{e}{\sin \alpha} = \frac{R_a}{\sin(M' O_a O_c)}$$

Soit:

$$\frac{R_a}{\sin(\pi - \theta)} = \frac{R_a}{\sin \theta}$$

d'où

$$\sin \alpha = \frac{e}{R_a} \sin \theta \quad \text{et} \quad O_c M' = \frac{R_a}{\sin \theta} \sin(O_c O_a M')$$

or

$$(O_a O_c M') = \theta - \alpha = \theta \operatorname{arc} \sin\left(\frac{e}{R_a} \sin \theta\right)$$

$$O_c M' = \frac{R_a}{\sin \theta} \sin \left[ \theta - \operatorname{arc} \sin\left(\frac{e}{R_a} \sin \theta\right) \right]$$

En développant le sinus il vient:

$$O_c M' = R_a \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_a} \sin \theta\right)^2} - e \cos \theta$$

L quantité  $\frac{e}{R_a} < \frac{c}{R}$  est très petite devant l'unité (de l'ordre de  $10^{-3}$ ) on peut donc négliger le terme  $\left(\frac{e}{R_a} \sin \theta\right)^2$  devant 1.

L'épaisseur du film s'écrit alors:

$$h = C(1 + \varepsilon \cos \theta)$$

où l'excentricité relative :  $\varepsilon = \frac{e}{c}$  varie de 0 à 1. Il faut que cette relation n'est valable que si  $\frac{c}{R} \ll 1$ .

### Annexe 3:

#### Equations donnant les termes de dérivé de la pression

- équation d'ordre zéro

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( h^3 \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( h^3 \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \bar{z}} \right) = 6 \frac{\partial h_0}{\partial \theta}$$

- équation d'ordre un

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( h^3 \frac{\partial \bar{P}_x}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( h^3 \frac{\partial \bar{P}_x}{\partial \bar{z}} \right) + 3 \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \bar{h}_0^2 \cos \theta \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \theta} \right) \\ + 3 \left( \frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \bar{h}_0^2 \cos \theta \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \bar{z}} \right) = -6 \sin \theta + 12i\gamma \cos \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( h^3 \frac{\partial \bar{P}_y}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( h^3 \frac{\partial \bar{P}_y}{\partial \bar{z}} \right) + 3 \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \bar{h}_0^2 \sin \theta \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \theta} \right) \\ + 3 \left( \frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \bar{h}_0^2 \sin \theta \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \bar{z}} \right) = 6 \cos \theta + 12i\gamma \sin \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( h^3 \frac{\partial \bar{P}_x}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( h^3 \frac{\partial \bar{P}_x}{\partial \bar{z}} \right) + 18 \frac{\bar{h}_0^2 \cos \theta}{h^3} \frac{\partial \bar{h}_0}{\partial \theta} + 3h^3 \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \theta} \frac{\partial f}{\partial \theta} + 3 \left( \frac{R}{L} \right)^2 h^3 \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \bar{z}} \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} \\ = -6 \sin \theta + 12i\gamma \cos \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( h^3 \frac{\partial \bar{P}_y}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( h^3 \frac{\partial \bar{P}_y}{\partial \bar{z}} \right) + 18 \frac{\bar{h}_0^2 \sin \theta}{h^3} \frac{\partial \bar{h}_0}{\partial \theta} + 3h^3 \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \theta} \frac{\partial g}{\partial \theta} + 3 \left( \frac{R}{L} \right)^2 h^3 \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \bar{z}} \frac{\partial g}{\partial \bar{z}} \\ = 6 \cos \theta + 12i\gamma \sin \theta \end{aligned}$$

avec

$$f(\theta, \bar{z}) = \frac{\bar{h}_0^2 \cos \theta}{h^3} \quad \text{et} \quad g(\theta, \bar{z}) = \frac{\bar{h}_0^2 \sin \theta}{h^3}$$



## Nomenclature

- $\mathbf{a}_n$  : coefficients de série de Fourier  
 $\mathbf{b}_n$  : coefficients de série de Fourier  
a: demi-grand axe de l'ellipse, (m)  
b: demi petit axe de l'ellipse (m)  
C: jeu radial du palier, (m)  
 $\mathbf{C}_{ij}$ : coefficients d'amortissement du palier ( $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ )  
D: diamètre du palier, (m)  
d: degrés de désalignement  
e: excentricité du palier (m)  
 $\mathbf{e}_b$ : excentricité du balourd(m)  
 $\mathbf{f}_0$  : fréquence fondamentale  
 $\mathbf{f}_i$  : les forces massiques extérieures  
 $\mathbf{F}_x, \mathbf{F}_y$ : composantes de la portance hydrodynamiques (N)  
h: épaisseur du film d'huile (m)  
 $\mathbf{K}_{ij}$  : coefficients de raideur du palier ( $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ )  
L: longueur du palier (m)  
m: masse de l'arbre (kg)  
 $\bar{m}$ : masse adimensionné  
M : le nombre de mailles suivant  $\theta$   
N : le nombre de mailles suivant  $\bar{z}$   
 $\mathbf{O}_a$ : centre de l'arbre  
 $\mathbf{O}_c$ : centre du coussinet  
P: pression du film lubrifiant (Pa)  
 $\mathbf{Q}_j$  : Le débit  
R: rayon du coussinet (m)  
s(t): fonction périodique  
t: temps (s)  
 $\mathbf{T}_0$ : période  
 $\mathbf{u}_i$  : les composant de la vitesse  
 $\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2$ : Vitesse de surface selon x  
 $\mathbf{V}_2$ : Vitesse de surface selon y  
 $\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2$ : Vitesse de surface selon z  
W: poids du rotor affecté au palier (N)

$x, y$ : coordonnées du centre de l'arbre (m)  
 $X, Y$ : coordonnée adimensionnées  
 $\dot{x}, \dot{y}$ : composantes de la vitesse du centre de l'arbre (m/s)  
 $\ddot{x}, \ddot{y}$ : composante de l'accélération du centre de l'arbre (m/s<sup>2</sup>)  
 $\dot{X}, \dot{Y}$ : composantes de la vitesse adimensionnées  
 $\ddot{X}, \ddot{Y}$ : composantes de l'accélération adimensionnées  
 $X(f)$ : transformée de Fourier  
 $x(t)$ : signal temporel  
 $x(f)$ : signal fréquentiel  
 $Z_{ij}$ : les impédances complexes  
 $z$ : coordonnées axiale du palier mesurée à partir de la section médiane (m)  
 $\varepsilon$ : excentricité relative  
 $\varphi$ : angle de déphasage entre le vecteur balourd et le vecteur déplacement (rad)  
 $\theta$ : position angulaire d'un point de la surface du coussinet (rad)  
 $\omega$ : vitesse angulaire de l'arbre (rad.s<sup>-1</sup>)  
 $\omega_c$ : vitesse critique  
 $\sigma_{ij}$  le tenseur des contraintes  
 $\lambda$ : coefficients de viscosité de Navier  
 $\rho$ : masse volumique  
 $\tau_{xy}$ : contraintes de cisaillement selon dans le plan xy  
 $\tau_{yz}$ : contraintes de cisaillement selon dans le plan yz  
 $\mu$ : viscosité dynamique  
 $\Psi_s$ : abscisse de rupture du film d'huile  
 $\Delta\theta$  et  $\Delta\bar{z}$ : sont respectivement les pas du maillage dans les directions circonférentielle et axiale.  
 $\Omega$ : le facteur de sur-relaxation  
 $\delta$ : le mésalignement relatif,  
 $\beta$ : l'angle de mésalignement,  
 $\delta_m$ : représente la valeur maximale de  $\delta$

## Bibliographie

- [1] ABDUL WAHED, M.T. PASCAL, J. FRENE : "Stabilité et réponse à un balourd des grands paliers de turbines", Journée du GAMI, 12 janvier 1982, Mécanique Matériaux Electricité, n° 386-387, p. 132, 1982
- [2] ALAIN BOULANGER,2003. CHRISTIAN PACHAUD. Analyse vibratoire en maintenance: Surveillance et diagnostic des machines. Dunod.
- [3] ALAIN BOULANGER ,2009. Christian Pachaud. Surveillance des machines par analyse des vibrations. Dunod.
- [4] A. FISHER, 1922. Oil flow in ring lubricated bearings. Machinery, London, 21 :311.
- [5] A. KABOUYA, M.LAHMAR, B.BOUSAID, 2007. Etude des paliers lisse mésalignés lubrifiés par des fluides à couple de contrainte. revue de mécanique et industrie . V19, N°8, 577–595.
- [6] A. BUSKE and W. ROLLI, 1949. Measurements of oil-film pressures in bearings under constant and variable loads. *NACA*, page 43.
- [7] BERZMEN LAMYA, 2011. Analyse théorique et expérimentale de la dynamique de rotor sur paliers à feuilles lubrifié par l'air. Thèse de doctorat INSA de Lyon.
- [8] BERRY. J, 2002. Oil Whirl and Whip Instabilities - Within Journal Bearings. Machinery lubrication,vol. x, page No. be\_001.
- [9] BOUZIDANE.AHMED ,2007. Conception d'un palier hydrostatique intelligent pour contrôler les vibration de rotors. Thèse de doctorat , université de Montréal.
- [10] B. TOWERS, 1883. First report on friction experiments. Proc. IMechE, 34 :632–659.
- [11] CAMERON A, 1966. "The principles of lubrication", Longmans .

## Bibliographie

---

- [12] COLIN W. CRYER, 1971, The method of Christopherson for solving free boundary, problems for finite journal bearings by means of the finite differences, Mathematics of computation, Vol 25 N° 115, pp. 435-443.
- [13] CHRISTOPHERSON D.G., 1941, A new mathematical method for the solution of oil film lubrication problems, Proc. Inst. Mech. Engrs., Vol 146, pp. 126-135.
- [14] DANIEL NICOLAS, 1995. Butées et paliers hydrostatiques, techniques de l'ingénieur. N°B5325
- [15] DUBOIS, G.B., MABIE, H.H. et OCVIRK, F.W, 1951. Experimental investigation of oil film pressure distribution for misaligned plain bearings, NACA, tech. note 2507.
- [16] DUBOIS, G.B., OCVIRK, F.W. et WEHE, R.L, 1957. "Properties of misaligned journal bearings"Trans. ASME, **79**, pp. 1205-1212.
- [17] D.R. GARNER, 1980. "The use of design procedures for plain bearings", Leeds Conference,
- [18] E. KUZNETSOV, S.B. GLAVATSHIH,2008 . Dynamics characteristics of a 2 axial groove journal bearing whit a PTFE lining, Proceedings of the 16th international colloquim Tribologiy, Germany.
- [19] FRENE J., NICOLAS D.,"DEGUEURCE. B, 1990. Berthe D., Godet M.," Lubrification hydrodynamique. Paliers et butées", Eyrolles - Editeur Paris.
- [20] FRENE.JEAN, 1995. Butée et palier hydrodynamique .technique de l'ingénieur, V48,N° B 5 320,pp.1-38
- [21] FANTINO B., FRENE J., GODET M, 1971. "Condition d'utilisation de l'équation de Reynolds en mécanique des films minces visqueux", C.R.Ac.Sc. Paris t. 272, pp. 691 693.

- [22] FARIA, M.T.C.,2001. Some performance characteristics of high speed gas lubricated herringbone groove journal bearings. *JSME Int. J. Ser, C* 44(3), 775–781.
- [23] F.A. MARTIN, 1964 : "Minimum allowable oil film thickness ins steadily loaded journal bearings", *Proceedings Lubrification and Wear Convention*, Vol. 178, Pt 3N, p. 161.
- [24] F.A. MARTIN, D.R. GARNER , 1973: "Plain journal bearings under steady loads = design guidance for safe operation", *First European Tribology Congress*, paper C313/73, *Proceedings IME*, p. 449.
- [25] HELIO FIORI de CASTRO, 2008. Whirl and whip instabilities in rotor- bearing system considering a nonlinear force model , *Journal of sound and vibration* 317 ( 273-293). en *mécanique des films minces visqueux*", *C.R.Ac.Sc. Paris t. 272*, pp. 691-693, Mars 1971
- [26] HIRANI H., ATHRE K., BISWAS S. 1998, Rapid and globally convergent method for dynamically loaded jounal bearing design. *Proc. Inst. Mech. Eng. Part. J*, Vol 14, pp. 212-207
- [27] G.A. HIRN, 1854. Sur les principaux phénomènes que présentent les frottements médiats, et sur les diverses méthodes employées au graissage des machines. *Bull. Soc. Ind. de Mulhouse*, XXVI :188–277.
- [28] GEORGES SPINNLER, 1996. *Conception des machines: Principe et application* , 1Statique. Presses polytechniques universitaires Romandes.
- [29] GOMEZ-MANCILLA J., NOSOV V. 2002, Perturbed pressure field solution for misaligned short bearings, *Proc. 9th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery*

## Bibliographie

---

- [30] GREGORIE. GRAU, 2004. Structure à feuille: Contribution à l'étude statique et comportement dynamique non linéaire. Thèse de doctorat, Institut national des sciences appliquées de LION.
- [31] GWIDON .W, STACHOWIAK, 2005. Engineering tribology
- [32] ISO 1925, 1990, Vibration mécanique, équilibrage, vocabulaire.
- [33] JEAN BOUYER, MICHEL FILLON, 2001. Effets du mésalignement sur les performances d'un palier hydrodynamique- Aspects expérimentaux. XVème Congrès Français de Mécanique.
- [34] JOON YOUNG JANG and MICHEAL, M. KHONSARI, 2015. On the Characteristics of Misaligned Journal Bearings. Journal of Lubricants, N °3, 27-53.
- [35] J.L. LIGIER, 2004. Avaries en lubrification, application au paliers .Edition technip
- [36] J.W.LUND, K.K.THOMSEN, 1978. A calculation method and data for the dynamic coefficients of oil lubricated journal bearings , Topics in Fluid bearing and rotor bearing système, New York , pp. 1-28.
- [37] KHADIM. DIOP, 2015. Estimation de la fiabilité d'un palier fluide. Thèse de doctorat , université Nantes Angers Le Mans.
- [38] LUND JW, THOMSEN KK.,1978. Calculation method and data for dynamic coefficients of oil -lubricated journal bearings. ASME Publ: Top Fluid Film Bear Rotor Bear Syst Des Optim :1–28.
- [39] KLIT P, LUND JW., 1986. Calculation of the dynamic coefficients of a journal bearing, using a variational approach. ASME J Tribol ;108:421–5.

## Bibliographie

---

- [40] M. LALANNE, G. FERRARIS,1998. Rotordynamics prediction in engineering, second edition, New York: John Wiley.
- [41] M.LAHMER, H. BOUCHERIT,2005. Etude comparative du comportement dynamique non linéaire d'un palier amortisseur et d'un palier fluide. V14, pp .1-14.
- [42] MATTHIEU CHA, 2013. A comparative linear and nonlinear dynamic analysis of compliant cylindrical journal bearings . Journal of mechanism and machine theory 64 ( 80 - 92).
- [43] MIHAI ARGHIR ,2011. Butées et paliers aérostatiques, techniques de l'ingénieur, BM533
- [44] MARC.THOMAS, 2012. Fiabilité, maintenance prédictive et vibration des machines. Université du Québec.
- [45] MICHELL A.G., 1929, Progress in fluid film lubrication, Trans. ASME, 51, M.S.P. 51.21., pp. 153-163.
- [46] MICHELL A.G., 1929, Progress in fluid film lubrication, Trans. ASME, 51, M.S.P. 51.21., pp. 153-163.
- [47] NACER TALA IGHIL, 2007. Contribution à l'étude des paliers en régime hydrodynamique instationnaire. Thèse de doctorat en génie mécanique, Université d'ORAN, P 104.
- [48] NELSON. F.C, 2002. "A review of the ongms and current status of rotor dynamics," Proceedings of the Sixth International Conference on Rotor Dynamics (IFTToMM), Sydney, Australia, pp. 745-751, Sept. 30-Oct. 4.
- [49] NEWKIRK B.L., LEWIS J.F.,1925. Shaft whipping due to oil action in journal bearings, General Electric Review, pp. 559-568.

## Bibliographie

---

- [50] NICOLAS .D., 1972. – Les paliers hydrodynamiques soumis à un torseur de forces quelconques. Thèse de Docteur-Ingénieur. Université Claude Bernard Lyon I .
- [51] NICOLAS D., FRENE J, 1976. "Les fondements de la lubrification hydrodynamique", guide thermique de l'hydraulique et de la pneumatique, 10ème édition, Energie fluide
- [52] NICOLAS, D. et FRENE, J. 1973. Tilting torque permissible in plain bearings. Theory, experimental results and application to machine design, First European Tribology Congress.
- [53] O. REYNOLDS, 1886. On the theory of lubrication and its application on m. beauchamp towers's experiments. Phil. Trans. Royal Society, London, A- 177 :157–234.
- [54] OCVIRK F.W., DUBOIS G.B. 1953, Analytical derivation and experimental evaluation of short bearing approximations of full journal bearing, NACA, Tech. rep. 1157.
- [55] PHILIPPE. ARQUES, 2009 .Diagnostic Prédicatif Et Défaillances Des Machines : Théorie, Traitement, Analyse, Reconnaissance, Prédiction.
- [56] PINKUS O., STERNLICHT B, 1971. "Theory of hydrodynamic lubrication", Mc Graw Hill Book Co N.Y.
- [57] RAO T.V.V.L.N., BISWAS S., ATHRE K. 2001, A methodology for dynamic coefficients and nonlinear response of multi-lobe journal bearings, Tribology Transactions.
- [58] RAVINDRA M. MANE, Sandeep Soni, 2013. Analysis of Hydrodynamic plain journal bearing. Excerpt from the Proceedings of the COMSOL Conference in Bangalore.
- [59] ROGER GOJON, 1997. Critères de choix d'un palier. Présélection. Technique de l'ingénieur, N° B5300.



## Bibliographie

---

- [60] ROMAIN FARGERÉ, 2012 . Simulation du comportement dynamique des transmission par engrenages sur paliers hydrodynamiques. Thèse de doctorat en génie mécanique , institut national des sciences appliquées LYON. France .47P
- [61] R.J.S. PIGGOTT, 1942. Bearings and lubrication. bearing troubles traceable to design can be avoided by engineering study. *Mech. Engng*, 64 :259.
- [62] S.A. MCKEE and T.R. MCKEE, 1932. Pressure distribution in oil films of journal bearings. *ASME RP-54-8*, 5 :149–165.
- [63] SOMMERFELD. A, 1904. "Zur hydrodynamischen theorie der schiermittelreibung" *Z. angew. Math. Phys.*, 50, p. 97- 155.
- [64] SWIFT H.W.1931- 1932. "The stability of lubricating films in journal bearings". *Proc. Inst. Civil Eng.*, 233, Pt 1, pp. 267-322.
- [65] STIEBER W, 1933. "Das Schwimmlager", Krayn, VDI, Berlin.
- [66] T. Karacay, N Akturk,2009. "Experimental diagnostics of ball bearings using statistical and spectral methods".*Tribology International*, Vol.42,pp.836–843.
- [67] Vance J.M., "Rotordynamics of Turbomachinery," John Wiley & Sons, 1988.
- [68] VIRGIL. OPTASANU, 2000. Modélisation expérimentale et numérique de la lubrification des paliers compliants sous chargement dynamique. Thèse de doctorat, Université de Poitiers.
- [69] W. M. Miranda, M. T. C. Faria. 2012. Lateral Vibration Analysis of Flexible Shafts Supported on Elliptical Journal Bearings, *journal of Tribol Lett* Spring, 48:217–227.