

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

UNIVERSITE BADJI MOKHTAR  
–ANNABA-  
BADJI MOKHTAR –ANNABA-  
UNIVERSITY



جامعة باجي مختار  
– عنابة –

Faculté des sciences de l'ingénierat  
*Département d'Électromécanique*

**THESE DE DOCTORAT EN SCIENCES**

Présentée pour l'obtention du diplôme de **DOCTEUR en Électromécanique**

**Evaluation de la fiabilité des réseaux électriques en mode  
de compensation**

**Présentée par :**  
**ZEHANI Rim**

**Devant le jury :**

Président :	M. Ali BELHAMRA	Prof.	UBM Annaba
Rapporteur :	M. Mourad HOUABES	Prof.	ESTI Annaba
Examineurs :	M. Hocine LABAR	Prof.	UBM Annaba
	M. Rachid CHENNI	Prof.	UM Constantine
	M. Khaled KHELIL	Prof.	UMCM Souk-Ahras
	M. Mohamed Salah MERIDJET	MC (A)	UBM Annaba

*Année 2018*

## **Résumé**

L'analyse de fiabilité est basée sur la nature stochastique des systèmes techniques, elle peut être une partie importante des issues techniques.

Une connaissance a priori de la probabilité est nécessaire. Car, l'évaluation théorique de la probabilité est possible à condition d'avoir une formulation mathématique simple du problème ou au minimum un moyen de la déduire.

Les travaux qui visent l'estimation quantitative de la fiabilité se basent principalement sur le mode de défaillance dominant du composant analysé.

Des économies d'énergie réalisées se chiffrent par dizaines de pourcents de la consommation globale, situant les procédés de compensation d'énergie réactive en première ligne du combat pour la réduction de l'impact des activités humaines.

Le fonctionnement du réseau électrique est considéré satisfaisant, si ses paramètres techniques s'inscrivent dans les plages admissibles dont l'opérateur de distribution d'énergie est tenu à les respecter.

L'évaluation de la fiabilité du système électrique est essentielle afin de garantir un fonctionnement sain du système électrique. Cette évaluation a des différents objectifs suivant l'échelle de temps. Les évaluations de la fiabilité à long terme sont nécessaires pour la planification du renforcement du système alors que les évaluations de la fiabilité à court terme sont indispensables pour le plan de fonctionnement du système électrique.

Plusieurs méthodes ont été développées pour quantifier la fiabilité du système électrique et peuvent se diviser en deux grandes catégories : les approches déterministes et les approches probabilistes.

La démarche bayésienne, quant à elle, est basée sur le principe de la probabilité subjective. Une étude de l'approche bayésienne permet de fusionner plusieurs sources d'informations. Cette démarche rigoureuse sur le plan mathématique est plus pratique dans l'analyse du risque industriel, elle prend en compte toutes les connaissances disponibles que la démarche statistique fréquentielle.

### **Mots-clés:**

Fiabilité, système électrique, probabilité, défaillance, compensation, approche déterministe, approche bayésienne.

## **Abstract**

Reliability analysis is based on the stochastic nature of technical systems. It can be an important part of technical issues.

A prior knowledge of the probability is necessary. Because, the theoretical evaluation of the probability is possible provided to have a simple mathematical formulation of the problem or at least a means to deduce it.

Work that focuses on the quantitative estimation of reliability is based primarily on the dominant failure mode of the component being analyzed.

Energy savings are in the tens of percent of global consumption, placing reactive energy compensation processes at the forefront of the fight to reduce the impact of human activities.

The operation of the electricity network is considered satisfactory if its technical parameters fall within the permissible ranges for which the energy distribution operator is required to comply with them.

The evaluation of the reliability of the electrical system is essential in order to guarantee a healthy operation of the electrical system. This evaluation has different objectives depending on the time scale. Long-term reliability assessments are required for system strengthening planning, while short-term reliability assessments are required for the electrical system operating plan. Several methods have been developed to quantify the reliability of the electrical system and can be divided into two broad categories: deterministic approaches and probabilistic approaches.

The Bayesian approach, for its part, is based on the principle of subjective probability. A study of the Bayesian approach makes it possible to merge several sources of information. This rigorous approach on the mathematical level is more practical in the analysis of the industrial risk, it takes into account all available knowledge that the frequency statistical approach.

**Keywords:** Reliability, electrical system, probability, failure, compensation, deterministic approach, Bayesian approach.

## ملخص

يستند تحليل الموثوقية إلى الطبيعة العشوائية للنظم التقنية. ويمكن أن يكون جزءا هاما من القضايا التقنية. من الضروري معرفة مسبقة بهذا الاحتمال. لتقييم النظري لاحتمال وتقدم ممكن لديك صيغة رياضية بسيطة لهذه المشكلة أو على الأقل وسيلة للخصم. يستند العمل الذي يركز على التقدير الكمي للموثوقية في المقام الأول على وضع الفشل المهيمن في المكون الذي يجري تحليله. توجد وفورات في الطاقة في عشرات في المائة من الاستهلاك العالمي، مما يضع عمليات تعويض الطاقة التفاعلية في طليعة الكفاح من أجل الحد من تأثير الأنشطة البشرية. يعتبر تشغيل شبكة الكهرباء مرضيا إذا كانت معاييرها التقنية تتدرج ضمن النطاقات المسموح بها التي يطلب من مشغل توزيع الطاقة الامتثال لها. إن تقييم موثوقية النظام الكهربائي ضروري لضمان التشغيل السليم للنظام الكهربائي. هذا التقييم له أهداف مختلفة اعتمادا على الجدول الزمني. ويلزم إجراء تقييمات موثوقية طويلة الأجل لتخطيط تعزيز النظام، في حين أن تقييمات الموثوقية قصيرة الأجل مطلوبة لخطة تشغيل النظام الكهربائي. وقد تم تطوير عدة طرق لتحديد مدى موثوقية النظام الكهربائي يمكن تقسيمها إلى فئتين عريضتين: النهج الحتمية والنهج الاحتمالية. يستند نهج بايزي، من جانبه، إلى مبدأ الاحتمال الذاتي. وتتيح دراسة للنهج البيزي دمج عدة مصادر للمعلومات. هذا النهج الصارم على المستوى الرياضي هو أكثر عملية في تحليل المخاطر الصناعية، فإنه يأخذ بعين الاعتبار كل المعرفة المتاحة أن النهج الإحصائي ترداد.

**الكلمات المفتاحية:** الموثوقية ، النظام الكهربائي ، الاحتمال ، الفشل ، التعويض ، المقاربة الحتمية ، مقاربة بايز.

## *Dédicaces*

Je dédie cette thèse de Doctorat, à :

- mon défunt **Père** *AISSA*
- mes **Sœurs** *NADJLA* et *AMINA* et mon **Frère** *SAMIR*
- ma **Nièce** *LINA* et mes **Neveux** *ZINE MOHAMED MOUNIB* et *ARCELENE* et surtout à mon défunt petit ange *YANIS* qui est parti trop tôt.

Particulièrement à ma très chère **Mère** *DJEMAA* pour tout ce qu'elle a fait pour nous.

## *Remerciements*

Je souhaite exprimer toute ma gratitude et mes plus sincères remerciements à **Mr. MOURAD HOUABES**, Professeur à l'Ecole Supérieure des Technologies Industrielles de Annaba, pour sa disponibilité ainsi que pour la confiance qu'il m'a manifesté surtout dans les moments difficiles dans la direction de cette thèse.

Je tiens à remercier le Professeur **ALI BELHAMRA** de l'Université Badji Mokhtar de ANNABA, qui m'a fait l'honneur d'être le président du jury de thèse. Qu'il trouve ici ma gratitude et ma reconnaissance pour l'intérêt qu'il a manifesté pour ce travail.

Je remercie sincèrement et vivement le Professeur **HOUCINE LAABAR** de l'Université Badji Mokhtar de ANNABA, pour avoir accepté d'examiner mon travail. Je suis profondément reconnaissante de sa participation à ce jury de thèse.

Mes remerciements vont aussi au Professeur **RACHID CHENNI** de l'Université Frères Mentouri de Constantine pour avoir accepté de participer à mon jury de thèse.

Je remercie aussi le Professeur **KHALED KHELIL** de l'Université Messaadia Mohamed Cherif de Souk Ahras, qui m'a fait l'honneur d'être examinateur de thèse.

Merci également à **Mr. MOHAMED SALAH MERIDJET**, Maître de Conférences à l'Université Badji Mokhtar de ANNABA, pour avoir accepté d'examiner mon travail et prendre part au jury de thèse.

Et bien sûr, un grand remerciement pour tous ceux qui ont contribué à l'accomplissement de ce travail.

# Sommaire

Résumé .....	i
Abstract.....	ii
ملخص.....	iii
Dédicace.....	iv
Remerciements.....	v
Sommaire.....	vi
Liste des figures .....	x
Liste des tableaux.....	xi

<b>Introduction générale</b> .....	<b>1</b>
<b>Chapitre 1. Concept de base et fiabilité des réseaux électriques de distribution.....</b>	<b>5</b>
1-1. Introduction.....	5
1-2. Théorie de la fiabilité.....	5
1-2-1. La fiabilité opérationnelle.....	6
1-2-2. La fiabilité prévisionnelle.....	6
1-2-3. Sûreté de fonctionnement.....	6
1-3. La fiabilité du réseau électrique.....	7
1-3-1. Fiabilité d'un élément et mesures associées .....	8
1-3-1-1. La fonction de densité de probabilité:.....	9
1-3-1-2. Fonction de défaillance.....	9
1-3-1-3. La fonction de fiabilité.....	10
1-4. Mécanisme de défaillance .....	11
1-5. Fonctions de distribution.....	12
1-5-1. Principales lois de probabilité.....	13
1-5-1-1. La loi exponentielle.....	14
1-5-1-2. Loi normale.....	15
1-5-1-3. La loi log-normale.....	16
1-5-1-4. La loi de Weibull.....	17
1-5-1-5. La loi Gamma .....	18

1-6. Fiabilité des réseaux électriques.....	19
1-6-1. Système de protection.....	20
1-6-2. Fiabilité du réseau de distribution .....	21
1-6-3. Indices de performance de fiabilité du réseau.....	26
1-6-4. L'analyse du réseau analytique par la méthode AMDE.....	27
1-6-5. Modèles de simulation stochastique (Simulation de Monte Carlo) ...	29
1-7. Exemples numériques.....	34
1-7-1. Exemple 1.....	35
1-7-2. Exemple 2 .....	42
<b>Chapitre 2. Compensation .....</b>	<b>49</b>
2-1. Introduction.....	49
2-2. Rappels sur les puissances active, réactive et apparente.....	50
2-3. Avantages économiques et techniques de la compensation.....	52
2-4. Compenser par des batteries de condensateurs .....	53
2-5. Détermination de la compensation.....	54
2-5-1. A partir de la facturation.....	54
2-5-2. A partir des relevés de puissance faits sur une période.....	54
2-6. Localisation de la compensation.....	55
2-6-1. Compensation individuelle.....	55
2-6-2. Compensation locale ou par groupe.....	55
2-6-3. Compensation globale.....	56
2-7. Les différents types de compensation .....	56
2-7-1. Compensation fixe.....	56
2-7-2. Compensation automatique.....	56
2-8. Compensation d'énergie réactive en présence d'harmoniques.....	57
2-9. Compensation des réseaux de distribution.....	57
2-9-1. Contrôle du niveau de tension sur les lignes.....	59
2-9-2. Calcul des puissances d'écoulement.....	60

2-9-3. Ecoulement de puissance .....	61
2-9-3-1. Ligne avec ramifications.....	61
2-10. Optimisation de la compensation.....	64
2-11. Fonction objectif .....	64
2-12. Réduction des pertes de puissance active et réactive .....	65
2-12-1. Pertes de puissance active et réactive.....	65
2-13. Emplacement et tailles des batteries.....	67
2-13-1. Emplacement des batteries.....	69
2-13-2. Détermination de la taille .....	70
<b>Chapitre 3. Evaluation de la fiabilité par la méthode bayésienne.....</b>	<b>71</b>
3-1. Introduction.....	71
3-2. Caractérisation aléatoire du taux de défaillance et fonction de survie.....	73
3-2-1. Taux de défaillance .....	73
3-2-2. Fonction de survie .....	75
3-3. Méthodes d'estimation paramétrique.....	76
3-3-1. Estimation par le maximum de vraisemblance .....	76
3-3-2. Estimation bayésienne .....	77
3-4. L'approche bayésienne .....	78
3-4-1. Théorème de Bayes.....	78
3-4-2. Principe de conjugaison.....	80
3-4-3. Choix des distributions a priori .....	81
3-4-4. Fonction de vraisemblance.....	81
3-5. Une approche systémique de la fiabilité des systèmes électriques.....	81
3-5-1. Fonction de performance (fonction d'état limite) .....	82
3-6. Modèle probabiliste des paramètres d'entrée.....	84
3-7. Le modèle «contrainte - résistance».....	85
3-8. Application numérique .....	96
<b>Conclusions et Perspectives .....</b>	<b>101</b>

<b>1-Conclusions</b> .....	101
<b>2-Perspectives</b> .....	102
<b>Bibliographie</b> .....	103

## Liste des figures

- Figure 1.1** Durées moyennes associées à la sureté de fonctionnement
- Figure 1.2** Courbe de fiabilité
- Figure 1.3** Courbe de baignoire
- Figure 1.4** Réseau test 1 de 12 nœuds
- Figure 1.5** Organigramme d'AMDE
- Figure 1.6** Nombres aléatoires pour l'échantillon de T ou Tc
- Figure 1.7** Organigramme d'algorithme de SMC
- Figure 1.8** Fonctions de fiabilité pour le système annuel SAIDI et ASIDI
- Figure 1.9** Fonction de fiabilité pour le système annuel ENF
- Figure 1.10** Distribution de fréquence d'interruption pour nœud 1 – nœud 7, réseau test 1 de 12 nœuds
- Figure 1.11** Distribution de fréquence d'interruption pour nœud 8 – nœud 12, réseau test 1 de 12 nœuds
- Figure 2.1** Les puissances active, réactive et apparente
- Figure 2.2** Schéma unifilaire d'une branche
- Figure 3.1** Densité de probabilités suivant le théorème de Bayes
- Figure 3.2** Système de contrôle du cycle des performances de fiabilité
- Figure 3.3** Fonction de fiabilité (en haut) et taux de défaillance (en bas)
- Figure 3.4** Fonction de densité de la résistance pour différentes valeurs de durée de vie
- Figure 3.5** Fonction de fiabilité du temps. Le modèle log-logistique d'estimation préliminaire
- Figure 3.6** Fonctions de densité de probabilité et le temps du taux de défaillance
- Figure 3.7** Fonction de densité de contrainte de la probabilité
- Figure 3.8** Fonction de la densité de probabilité de la fiabilité à 10 ans de durée de vie

## Liste des tableaux

- Tableau 1.1** les mesures associées à la fiabilité
- Tableau 1.2** les lois de probabilité discrète ou continue
- Tableau 1.3** Défauts et leurs descriptions
- Tableau 1.4** Feuille de calcul d'AMDE pour le réseau test 1 de 12 nœuds
- Tableau 1.5** La fiabilité des données des composants du réseau test 1
- Tableau 1.6** Longueur des câbles dans le réseau test 1 de 12 nœuds
- Tableau 1.7** Fréquence et durée de panne des nœuds pour le réseau test 1 de 12 nœuds
- Tableau 1.8** Données des nœuds du réseau test 1 de 12 nœuds
- Tableau 1.9** Résultat du processus AMDE, exemple 1, réseau test 1 de 12 nœuds
- Tableau 1.10** Composant et donnée supplémentaire de fonctionnement pour le réseau test 1 de 12 nœuds
- Tableau 1.11** Comparaison de l'analyse AMDE et le modèle de SMC
- Tableau 1.12** Sortie de nœud pour le cas 2 du réseau test 1 de 12 nœuds
- Tableau 1.13** Comparaison d'indicateur de performance de fiabilité du système des cas 1 et 2 pour le réseau test 1 de 12 nœuds
- Tableau 1.14** Comparaison d'indicateur de performance de fiabilité du système des cas 1 et 2 pour le réseau test 1 de 12 nœuds
- Tableau 3.1** Fiabilité à temps fixe de la durée de vie selon l'estimation préliminaire (non bayésienne)
- Tableau 3.2** Valeurs calculées de RMSEB, RMSEL et EFF liées à différentes tailles d'échantillons

# Introduction générale

## Contexte

La production et la revente de l'électricité sont réalisées dans un environnement concurrentiel avec des solutions commerciales, et un plus grand nombre de clients ont accès à un plus grand nombre de producteurs d'électricité [1]. Sur certains marchés, la revente et la production est totalement séparé du transport et de la distribution. Toutefois, la restructuration du marché de l'électricité a conduit à des changements de propriété des réseaux de transport et de distribution.

D'un point de vue socio-économique, il n'est pas possible de connecter les clients en plus d'une connexion.

Les questions pertinentes concernant le développement du réseau est :

Dans quelle mesure et comment cela affectera la future fiabilité et la disponibilité des réseaux de distribution ?

L'analyse de fiabilité est basée sur la nature stochastique des systèmes techniques, elle peut être une partie importante des issues techniques.

Les recherches techniques antérieures sur la fiabilité des réseaux électrique sont plutôt étendues, et des méthodes d'analyse de fiabilité développée dans d'autres domaines ont été appliquées aux réseaux électriques.

Dans le cadre du problème d'évaluation de la fiabilité du système électrique pour la planification du lendemain, une connaissance a priori de la probabilité est nécessaire, car, l'évaluation théorique de la probabilité est possible à condition d'avoir une formulation mathématique simple du problème ou au minimum un moyen de la déduire. Ainsi, une approche logique consiste à étudier la probabilité du défaut à partir de la probabilité expérimentale des paramètres d'entrée [2].

Les travaux qui visent l'estimation quantitative de la fiabilité se basent principalement sur le mode de défaillance dominant du composant analysé. Pour une évaluation au plus tôt de la fiabilité d'un système innovant, on a recours à des jugements experts. Cela peut être réalisée en utilisant différentes méthodes telles que; AMDE / AMDEC, des réseaux de croyance bayésienne, analyse par arbre d'événements et diagrammes de fiabilité [5].

Les réseaux électriques sont généralement assez fiables et les défaillances du système sont plutôt rares, ce qui donne à la défaillance des valeurs moyennes non trompeuse, car l'année moyenne ne se produit jamais. Une façon de comprendre les variations annuelles des performances du système, depuis, le calcul analytique devient à la fois vaste et complexe, et consiste à utiliser des modèles de

simulation stochastiques tels que la méthode de simulation de Monte Carlo (SMC). Étant donné que ces méthodes de simulation demandent en général une quantité importante de la capacité mémoire informatique, le développement est progressif [4].

L'énergie électrique est essentiellement distribuée aux utilisateurs sous forme de courant alternatif par des réseaux en haute, moyenne et basse tension.

L'énergie consommée est composée d'une partie "active", transformée en chaleur ou mouvement, et d'une partie "réactive" transformée par les actionneurs électriques pour créer leurs propres champs électromagnétiques.

L'utilisateur ne bénéficie que de l'apport énergétique de la partie "active" ; la partie "réactive" ne peut pas être éliminée, mais doit être compensée par des dispositifs appropriés. L'énergie totale soutirée au réseau de distribution sera ainsi globalement réduite. Les économies d'énergie réalisées se chiffrent par dizaines de pour cent de la consommation globale, situant les procédés de compensation d'énergie réactive en première ligne du combat pour la réduction de l'impact des activités humaines.

L'évaluation de la fiabilité du système électrique est essentielle afin de garantir un fonctionnement sain du système électrique. Cette évaluation a des objectifs différents suivant l'échelle de temps. Les évaluations de la fiabilité à long terme sont nécessaires pour la planification du renforcement du système alors que les évaluations de la fiabilité à court terme sont indispensables pour le plan de fonctionnement du système électrique. Dans la littérature, plusieurs méthodes ont été développées pour quantifier la fiabilité du système électrique et peuvent être divisé en deux grandes catégories : les approches déterministes et les approches probabilistes [11-13].

Le système moderne, caractérisé par l'échange de technologie, ne peut être caractérisé par des données déterministes car ils ne peuvent pas condamner une réalité en évolution continue. En termes scientifiques, on peut dire aujourd'hui, que le système de distribution électrique se caractérise par le dynamisme et le caractère aléatoire ou il doit être décrit en termes de processus stochastique.

Dans ce climat d'incertitude, il est incontournable d'identifier les outils méthodologiques pour l'évaluation des indices du système qui doivent servir d'appui à la décision. Bien que l'information ne soit pas connue de manière déterministe, il n'en demeure pas moins que nous connaissons l'historique du système. Ainsi, l'idée de fournir des informations mises à jour spontanément sur

la base de l'expérience passée est générée en utilisant ce que nous appelons l'approche bayésienne. On intègre, de manière naturelle, les bases du modèle probabiliste de la fiabilité analysant les statistiques, qui ne sont plus en mesure d'utiliser certaines techniques classiques telles que les assistants, les étudiants, etc., puisqu'ils sont basés sur la nécessité d'avoir des données historiques adéquates.

L'approche bayésienne peut s'appliquer pour des produits dont les concepts sont « Évolutionnaires » plutôt que « révolutionnaires », dans le sens où un nouveau produit est souvent créé par des modifications apportées à un produit existant, afin de mieux répondre aux besoins du marché.

Cette analyse bayésienne intègre, en outre le plan d'échantillonnage traditionnel, les résultats d'expériences conçues antérieurement seront exploitées de manière optimale lorsque les données expérimentales sont insuffisantes pour appliquer l'analyse fréquentielle.

De plus, cette analyse offre une possibilité supplémentaire : la loi a priori représente toutes les informations pertinentes provenant de données antérieures, mais il est possible d'y incorporer toute connaissance, même très conjecturale ou "subjective" que l'on peut avoir sur le problème étudié.

Après l'établissement d'une distribution a priori du paramètre inconnu, si des expériences complémentaires sont réalisées, on reprendra la distribution a posteriori de ce paramètre comme nouvelle distribution a priori.

On aura ainsi une distribution réactualisée qui incorporera les apports des expériences successives, d'où la méthode dite séquentielle.

La recherche d'une stabilité de forme de ces distributions sera indispensable en pratique, notamment pour réaliser des calculs automatiques, d'où la propriété de conjugaison.

### **Objectif de la thèse**

L'objectif de notre travail est l'étude et l'évaluation de la fiabilité des réseaux électriques en mode de compensation, ainsi nous abordons les phénomènes incertains et aléatoire qui peut se produire, nous avons donc comme objectifs:

- estimer quantitativement la fiabilité en se basant principalement sur le mode de défaillance d'un composant affectant l'état du réseau, et peut être réalisé dans notre cas par deux méthodes (AMDE et SMC), par la suite calculer et estimer les indices de fiabilité et comparer les résultats des méthodes sus cités pour pouvoir en tirer profit.

- Compenser l'énergie réactive par l'installation des batteries de condensateurs de manière rationnelle de sorte à ce que la qualité de l'énergie soit améliorée sans pour autant consentir de grands investissements qui augmenteraient la prise de cette énergie.
- étudier l'approche bayésienne qui va permettre de fusionner plusieurs sources d'informations dont elle n'utilise qu'une seule source d'information. Dans la démarche bayésienne et pour l'estimation des durées de vie, dont le taux de défaillance d'un équipement pour la période suivante (appelé taux de défaillance a posteriori), on se base sur les données de défaillances collectées (appelées données de vraisemblance) et l'avis d'expert (appelé l'a priori). On va donc devoir effectuer le produit de deux densités pour joindre la densité a priori et la fonction de vraisemblance afin de déterminer la densité a posteriori de l'estimateur recherché.

## Contenu de la thèse

Le manuscrit est organisé de la manière suivante:

- **Le premier chapitre** présente un rappel et généralités des principaux concepts de la fiabilité ainsi que les principales notions utilisées. les recueils des données de la fiabilité des composants électriques est très important dans cette partie, l'accent sera mis sur les deux processus d'analyse de la fiabilité des réseaux de distribution (la méthode AMDE et la méthode de SMC) et l'estimation des indices de fiabilité. On aborde également quelques concepts nécessaires à l'étude de l'analyse de survie, tels les fonctions de survie et de risque, les différents types de données censurées.
- **Le deuxième chapitre** sera consacré à la compensation de l'énergie réactive par l'installation des batteries de condensateurs au plus près des charges pour éviter qu'elle ne soit appelée sur le réseau dont le calcul de l'écoulement de puissance est impératif. Définir une fonction objective afin de déterminer la taille et l'emplacement des ces batteries à y installer sur le réseau.
- **Le troisième chapitre** est une analyse de la fiabilité qui consiste à évaluer la probabilité de défaillance d'un composant. On a introduit la démarche

bayésienne, son intérêt, et les calculs pour joindre les informations a priori et les informations du retour d'expérience, particulièrement lorsque les paramètres de fiabilité dépendent du temps.

On traite respectivement des problèmes de recueil et de l'évaluation des paramètres de fiabilité des matériels lorsqu'ils sont constants : taux de défaillance et probabilité de fonctionnement à la sollicitation.

Aussi, au cas d'application où l'on estime l'efficacité de la méthode Bayésienne. Un exemple d'illustration est traité, où cette dernière utilise les données de défaillances. On démontre principalement que l'estimateur Bayésien est efficace par rapport à l'estimateur du maximum du vraisemblance particulièrement pour une taille d'échantillon limitée.

Finalement une **conclusion générale** et **perspective**: une conclusion générale et les extensions envisagées. Ensuite, on a regroupé une bibliographie assez riche mais non exhaustive, de livres et d'articles se rapportant au sujet.

# Chapitre 1

## Concept de base et fiabilité des réseaux électrique de distribution

### 1-1. Introduction

Dans le contexte des réseaux électriques, les réseaux de distribution sont généralement considérés comme les plus simples des réseaux électriques, mais assez complexes. Historiquement, la plus grande attention, concernant l'analyse de fiabilité, a été mise en production d'énergie plutôt que dans la fiabilité du réseau de distribution. La raison principale est les quantités de coût liées aux défaillances du système. Tandis que les défaillances dans la production d'énergie peuvent avoir un impact important sur une zone ample, ainsi que les incidences catastrophiques sur l'environnement, les défaillances dans les réseaux de distribution ont un impact local.

Toutefois, les défaillances des réseaux de distribution sont la principale cause de l'indisponibilité à la clientèle et à une sensibilité accrue pour les clients donc l'attention s'est plutôt portée dans les régimes de régulation de la fiabilité des réseaux de distribution. Donc nous allons décrire les méthodes de base pour la fiabilité des réseaux de distribution et la théorie de la fiabilité fondamentale [5], section 1.2 - 1.3 et section 1.3.1 - 1.3.2.

### 1-2. Théorie de la fiabilité

La fiabilité d'un composant ou d'un système de composants se réfère à sa capacité d'accomplir une fonction requise, selon des conditions environnementales et opérationnelles pour une période de temps définie [7,14], en donnant un aspect général en termes de fonction, qui indique précisément les conditions dans lesquelles un niveau de fiabilité peut être prévu.

Les caractéristiques d'un réseau dépendent en partie de ses composants, on a donc le réseau et la fiabilité des composants, respectivement.

De manière globale, la fiabilité d'un système est liée à ses caractéristiques intrinsèques, au mode d'utilisation et à son environnement. De cet aspect global,

il est possible de définir deux types de fiabilité : La fiabilité opérationnelle et la fiabilité prévisionnelle.

### 1-2-1. La fiabilité opérationnelle

Elle résulte de l'observation et de l'analyse du comportement d'un certain nombre de dispositifs identiques, en conditions de fonctionnement réelles. En d'autres termes, il s'agit d'un traitement statistique d'un retour d'expérience. La probabilité moyenne issue de ce retour d'expérience n'a de sens qu'en considérant un nombre important de dispositifs. La fiabilité opérationnelle est donc définie par :

$$R(t) = \frac{\text{nombre moyen d'entités non défailtantes à l'instant } t}{\text{nombre total d'entité } [0, t]} \quad (1.1)$$

Le système est supposé être sans défaillance à  $t = 0$ , on parle alors de système "cohérent".

### 1-2-2. La fiabilité prévisionnelle

Elle estime la fiabilité future d'un système à partir de considérations sur la conception du système et la fiabilité opérationnelle (supposée connue) de ses composants. Cette estimation repose très souvent sur l'évaluation du "taux de défaillance" probable et du "temps moyen de non défaillance".

Mathématiquement la fiabilité nommée  $R(t)$  d'un système est donnée comme suit:

$$R(t) = \text{probabilité } (S \text{ non défailtante sur } [0, t]) \quad (1.2)$$

### 1-2-3. Sûreté de Fonctionnement

Des grandeurs associées à la sûreté de fonctionnement peuvent être calculées à partir des mesures de probabilités. Les grandeurs suivantes caractérisent les durées moyennes [15] :

-MTTF (Mean Time To Failure) : Durée moyenne de fonctionnement d'une entité avant la première défaillance.

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (1.3)$$

-MTTR (Mean Time To Repair): Durée moyenne de réparation

$$MTTR = \int_0^{\infty} [1 - M(t)] dt = \frac{1}{\mu} \quad (1.4)$$

Où :

$M(t)$  est la probabilité d'être réparé au temps  $t$ .

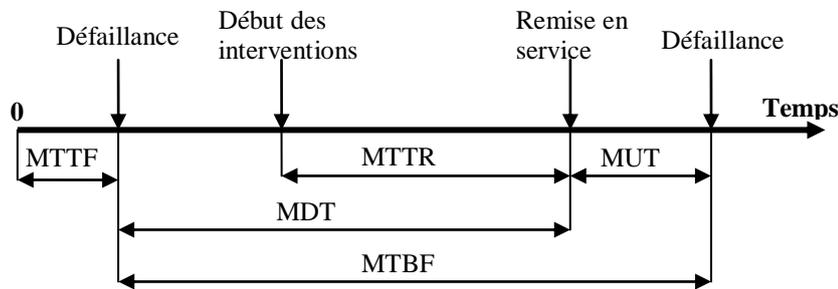
$\mu$  est le taux de réparation.

-MUT (Mean Up Time) : Durée moyenne de fonctionnement après réparation.

-MDT (Mean Down Time) : Durée moyenne d'indisponibilité après défaillance.

-MTBF (Mean Time Between Failure) : Durée moyenne entre deux défaillances.

$$MTBF = MDT + MUT \quad (1.5)$$



**Fig. 1.1** : Durées moyennes associées à la sûreté de fonctionnement

### 1-3. La fiabilité du réseau

La fiabilité d'une entité est son aptitude à accomplir une fonction requise, dans des conditions données, pendant un intervalle de temps donné, sachant qu'elle était en état d'accomplir cette fonction au début de l'intervalle de temps donné. En pratique, la fiabilité se traduit comme l'aptitude d'une entité à avoir une faible fréquence de défaillance.

Un système contient un ou plusieurs sous-systèmes de composants, désormais appelés éléments, reliés entre eux afin que ce dernier soit capable d'effectuer de nombreuses fonctions requises. La fiabilité du système représente la relation entre les réseaux de performance requis et de ses performances réalisées. L'approche probabiliste de la fiabilité du réseau traite l'incertitude de cette relation.

Pour éviter les défaillances du réseau, par exemple, défaillances qui l'empêchent de réaliser l'une de ses fonctions supposées, les défaillances potentielles devraient être identifiées. Cela peut être réalisée en utilisant différentes méthodes telles que : AMDE / AMDEC (Analyse des Modes de Défaillance, des Effets et de Criticité), analyse par arbre de défaillance, la cause et l'effet des diagrammes, des réseaux de croyance bayésienne, analyse par arbre d'événements et diagrammes de fiabilité [5]. Dans la section 1.6.4, la méthode d'AMDE est utilisée pour l'évaluation du système.

Cependant, afin d'utiliser toutes ces méthodes, les caractéristiques des éléments du système doivent être connues. Dans les réseaux où les défaillances de l'élément sont considérées comme non corrélées, chaque composant peut être analysé séparément. Si les défaillances de l'élément sont corrélées, le calcul sur la fiabilité du système devient très complexe. Il est donc très courant de simplifier les calculs en supposant que les événements ne sont pas corrélés, et pour compenser cette hypothèse on modifie les données d'entrée. Dans cette thèse, les événements de défaillance sont considérés non corrélés.

### **1-3-1. Fiabilité d'un élément et mesures associées**

Pour décrire les caractéristiques d'un élément en termes de fiabilité, il existe plusieurs fonctions qui peuvent être utilisées :

**-La défaillance** d'un élément est la cessation de son aptitude à accomplir une fonction requise, c'est le passage de l'état de fonctionnement à l'état de panne. On distinguera sa cause (circonstances ayant entraîné la défaillance), son mécanisme (processus ayant entraîné la défaillance) et son  $\lambda(t)$  ou  $z(t)$  (taux de défaillance) qui représente la proportion de dispositifs qui, ayant vécu un temps  $t$ . Où  $z(t)$  est le nombre de défaillance au cours de la variation de temps infinitésimale  $dt$  sur le nombre d'éléments total.

**-Le taux de défaillance**  $z(t)$ , décrit la tendance des composants à la défaillance, défaillance par unité de temps, pour  $t \geq 0$ .

**-La durée de vie (T)** d'un système est une variable aléatoire non négative, à partir de laquelle la loi de dégradation du système peut être déterminée.

Toutefois, le taux de défaillance instantanée à l'instant  $t_0$  pour le taux d'éléments fonctionnels est appelé :  $\lambda = z(t_0)$ .

**-Le taux de réparation** indique l'aptitude d'un bien à être dépanné et/ou réparé. Le taux de réparation instantanée correspondant aux éléments en défaut et est appelé  $\mu$  [16].

La probabilité de réparation d'un composant est principalement fonction du temps écoulé depuis l'instant de défaillance. Il existe un certain délai avant que le composant puisse être réparé.

La différence fondamentale entre les deux, est que, le taux de défaillance est le comportement de l'élément alors qu'il est fonctionnel, alors que le taux de réparation de l'élément, il détermine la longueur du cycle de correction alors qu'il est en défaut. Sinon, les deux fonctions sont traitées de la même manière mathématiquement. Cela signifie que la fonction qui sera définie sur la base des taux de défaillances des éléments fonctionnels a une fonction correspondante pour les composants en défaut.

### 1-3-1-1. La fonction de densité de probabilité

La fonction de densité de probabilité,  $f(t)$ , dénote une tendance à la défaillance des composants lorsque le temps  $t$  est écoulé:

$$f(t) = z(t) e^{-\int_0^t z(x) dx} \quad t \geq 0 \quad (1.6)$$

### 1-3-1-2. Fonction de défaillance

La fonction de défaillance d'un élément,  $F(t)$ , décrit la probabilité que l'objet a défailli quand le temps  $t$  est écoulé, ainsi:

$$F(t) = \Pr(T \leq t) = 1 - R(t) = \int_0^t f(x) dx \quad t \geq 0 \quad (1.7)$$

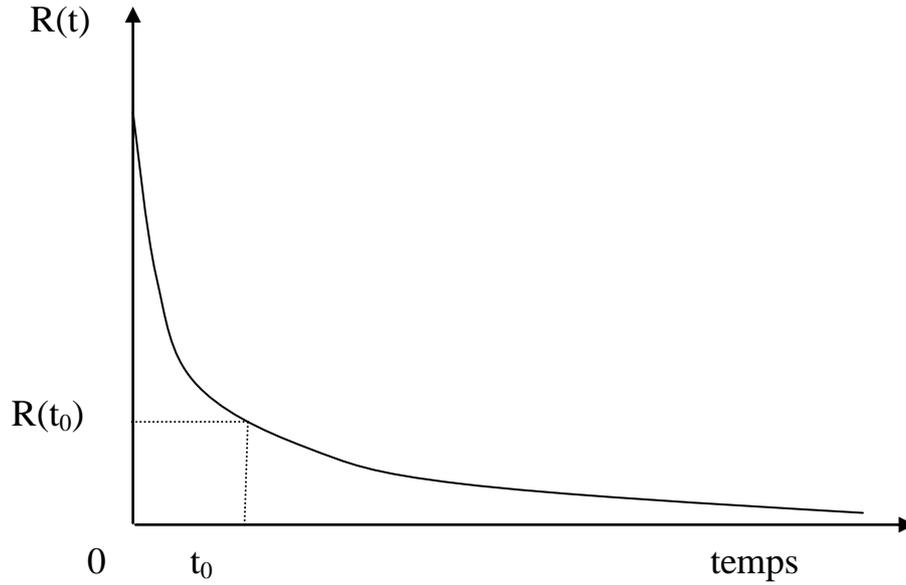
$T$  est le temps de l'élément à la défaillance, le temps où il sera réellement défailli.

### 1-3-1-3. La fonction de fiabilité

La fiabilité d'un groupe d'éléments à un instant  $t$  est la probabilité de fonctionnement sans défaillance pendant la période  $[0, t]$ , donc la probabilité que l'instant de première défaillance  $T$  soit supérieur à  $t$ :

La fonction de fiabilité,  $R(t)$ , désigne la probabilité que l'élément n'a pas défailli à l'instant  $t$ , donc:

$$R(t) = 1 - F(t) = \Pr(T \geq t) = e^{-\int_0^t z(x) dx} \quad t \geq 0 \quad (1.8)$$



**Fig. 1.2 :** Courbe de fiabilité

En employant la fonction de densité de probabilité et la fonction de fiabilité pour décrire la fonction de taux de défaillance, il peut être exprimé tel que:

$$z(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = -\frac{R'(t)}{R(t)} = -\frac{d}{dt} \ln R(t) \quad (1.9)$$

MTTF est la durée moyenne de fonctionnement d'un élément, et qui représente sa durée de vie prévue. Pour les éléments réparables, cela signifie que :

$$MTTF = E(t) = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (1.10)$$

Pour un ensemble de variables de sortie  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , la valeur moyenne,  $\nu$ , correspondra à la valeur probable et peut être calculé selon:

$$\nu = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_1^n x_j = E(x) \quad (1.11)$$

La variance,  $\sigma^2$ , de l'ensemble de sortie,  $x$ , est:

$$\sigma^2(x) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2 = \frac{\sum_{j=1}^n x_j^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{j=1}^n x_j \right)^2}{n-1} \quad (1.12)$$

L'écart type de  $x$  est  $\sigma(x)$ . Les expressions 1.11 et 1.12 sont très utiles lors de l'enregistrement de données de sortie dans les simulations de la fiabilité lors de l'utilisation de grandes quantités d'échantillons. Puisque seule la somme de la production et la somme de la production au carré doivent être gardées, l'utilisation de la mémoire est réduite au minimum.

En résumé, le tableau 1.1 présente les mesures associées à la fiabilité :

**Tableau 1.1** : Les mesures associées à la fiabilité

Mesures	Equivalents	Définitions
F(t)	$F(t) = 1-R(t)$	<b>la fonction cumulée de défaillance</b> est la fonction qui représente la probabilité d'avoir au moins une défaillance avant le temps. C'est la "défiabilité" (la probabilité de défaillance du système) ou la probabilité complémentaire à 1 de la fiabilité R(t)
R(t)	$R(t) = 1- F(t)$	<b>La fonction de fiabilité</b> , appelée aussi fonction de survie, représente la probabilité de fonctionnement sans défaillance pendant la période [0, t]
f(t)	$f(t)=dF(t)/dt$	<b>la fonction de densité de probabilité</b> représente la probabilité de défaillance d'un élément à l'instant t.
z(t)	$z(t)=f(t)/R(t)=$ $-(1/R(t))*$ $(dR(t)/dt)$	<b>Taux de défaillance instantané</b> est la probabilité d'être défaillant pendant un instant $\Delta t$ à condition de ne pas l'avoir été jusqu'à t.

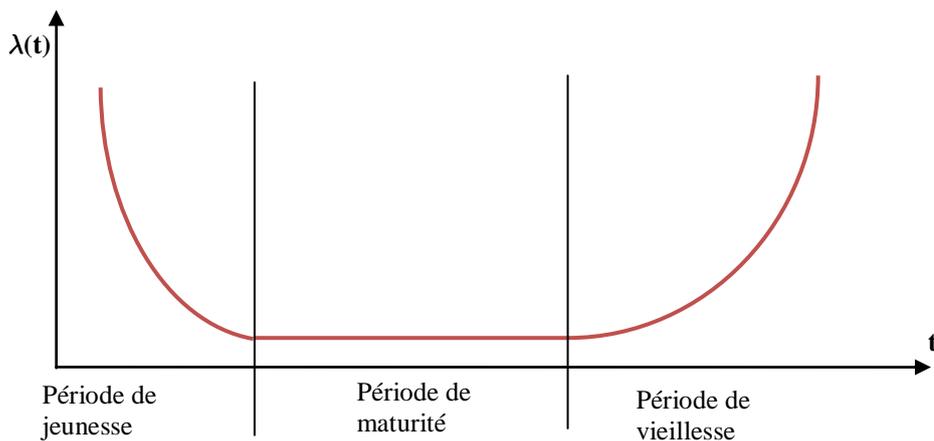
#### 1-4. Mécanisme de défaillance

Le taux de défaillance d'un composant est une fonction du temps. Il donne une fréquence d'occurrence instantanée de défaillance pour un intervalle de temps très court. Cette fréquence d'occurrence instantanée augmente généralement avec le temps.

La probabilité pour qu'un système défaille à un instant donné  $t$  peut être représentée par la loi exponentielle [3]. Le taux de défaillance de chaque composant est représenté par une constante strictement positive :

$$\lambda(t) = \lambda \text{ pour tout } t > 0.$$

Le comportement temporel du taux de défaillance (ou panne)  $z(t)$  ou  $\lambda(t)$  est représenté par la courbe «en baignoire» de la Figure 1.3. Cette courbe représente les différentes phases du cycle de vie d'un produit et comporte trois phases pour lesquelles on détaille les causes potentielles et les actions à entreprendre pour améliorer le comportement du système [17].



**Fig. 1.3 :** Courbe de baignoire

-La phase de jeunesse où le taux de panne est décroissant, C'est une durée de vie très courte. La période de jeunesse concerne les défaillances précoces dues aux processus de conception ou de fabrication mal maîtrisés.

Les distributions utilisées pour cette phase sont la loi de Weibull ( $\beta < 1$ ) et la loi Log normale ( $\sigma > 1$ ).

-La période utile ou de maturité, où le taux de panne est constant est généralement très longue et plus au moins importante selon le type de matériel, elle est caractéristique par des défaillances aléatoires. La distribution la plus utilisée est la loi exponentielle.

-La période d'usure ou de vieillissement, elle est caractérisée par une augmentation progressive du taux de défaillance du système avec le temps.

Les distributions de probabilité utilisées pour cette phase sont la loi de Weibull ( $\beta > 1$ ) et la loi Log normale ( $\sigma < 1$ ) et la loi Normale.

## **1-5. Fonctions de distribution**

Afin de comprendre le comportement stochastique d'un élément concernant sa disponibilité, fonctionnelle, et les temps d'arrêt, défaut, le comportement probabiliste de l'élément peut être représenté en utilisant une fonction de distribution [10]. Les lois de distributions de probabilités les plus couramment utilisées sont: binomiales et géométriques, exponentielles, gamma, Weibull, normales, la log-normale, Birnbaum-Saunders et la distribution gaussienne inverse [5]. Les fonctions de distributions appropriées pour les simulations dans ce projet sont décrites dans ce qui suit.

### **1-5-1. Principales lois de probabilité**

La fiabilité est, de plus en plus fréquemment, une grandeur quantitative et nécessite la connaissance des distributions de durée de vie afin de l'estimer. Dans le cadre du système électrique, ces distributions doivent absolument tenir compte de tous les mécanismes de défaillance associés aux différentes technologies.

Nous présentons les lois et les modèles de fiabilité susceptibles, selon l'expérience, de représenter des distributions de durée de vie qui interviennent le plus fréquemment dans l'analyse de la fiabilité électrique [18].

Les principales propriétés de ces lois, les fonctions de fiabilité associées, les densités de probabilité ainsi que les taux de défaillance sont dans la littérature [19,20].

Parmi les lois de probabilité les plus utilisées en fiabilité et maintenabilité, on trouve les lois de probabilité discrète ou continue [21,22], voir tableau 1.2.

- **les lois de probabilité discrètes** sont utilisées, par exemple, lorsqu'il s'agit de quantifier la défaillance à la sollicitation qui se produit lorsqu'une entité refuse de changer d'état ou lorsque cela lui est demandé.

- **les lois de probabilité continues** sont associées aux variables aléatoires continues, par exemple, lorsqu'il s'agit de quantifier la durée de bon fonctionnement d'une entité.

**Tableau 1.2** : Les lois de probabilité discrète ou continue.

Type de variable aléatoire	Nom de loi	Application
<b>Discrète</b>	Loi binomiale	Défaillance à la sollicitation.
	Loi de Poisson	Défaillance à la sollicitation, lorsque le nombre d'expériences est élevé et quand l'espérance mathématique de la variable aléatoire est constante ou continue.
<b>Continue</b>	Loi de Weibull	Taux de défaillance décroissant, croissant ou constant.
	Loi exponentielle	Taux de défaillance constant
	Loi normale	Incertitude liée à des mesures, fabrication
	Loi Log-Normale	Données de maintenabilité et défaillances dues à la fatigue
	Loi gamma	Très générale

Les principales distributions utilisées sont :

### **1-5-1-1. La loi exponentielle**

Cette loi a de nombreuses applications dans plusieurs domaines.

La loi exponentielle est la plus utilisée pour décrire la densité de probabilité des éléments dans l'analyse de fiabilité en raison de sa simplicité mathématique. Le taux de défaillance est considéré comme constant. Elle décrit le temps écoulé jusqu'à une défaillance ou l'intervalle de temps entre deux défaillances. Elle est définie par un seul paramètre, le taux de défaillance :  $\lambda$ .

$$z(t) = \lambda = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (1.13)$$

Avec cette hypothèse, les éléments sont comme neufs, pour  $t \geq 0$ , qui est une bonne supposition pour les éléments dans leur vie fonctionnelle, c'est à dire sur la partie inférieure de la courbe de baignoire [5].

La fonction exponentielle de distribution de densité de probabilité est:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad t \geq 0, \quad \lambda > 0 \quad (1.14)$$

Par conséquent, la fonction de fiabilité de l'élément est

$$R(t) = \Pr(T > t) = \int_t^{\infty} f(x) dx = e^{-\lambda t} \quad t \geq 0 \quad (1.15)$$

Ainsi la probabilité de défaillance est :

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad (1.16)$$

Si T désigne le temps à la défaillance ; le temps moyen de défaillance et la variance de T est:

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \quad (1.17)$$

$$\text{var}(T) = \frac{1}{\lambda^2} \quad (1.18)$$

### 1-5-1-2. La loi normale

Elle est très répandue parmi les lois de probabilité car elle s'applique sur de nombreux phénomènes. La loi normale est définie par la moyenne  $\nu$  et l'écart type  $\sigma$ :

– la fonction de répartition (défaillance)

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\nu}{\sigma}\right)^2} dx \quad (1.19)$$

– la densité de probabilité, pour  $t \geq 0$

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-v}{\sigma}\right)^2} \quad \sigma \phi 0 \quad (1.20)$$

-La fonction de fiabilité est donnée par:

$$R(T) = 1 - \phi\left(\frac{(t-v)}{\sigma}\right) \quad (1.21)$$

Si  $t$  suit une loi normale ( $v, \sigma$ ),  $u = \frac{t-v}{\sigma}$  suit une loi normale centrée ( $v=0$ ) réduite ( $\sigma=1$ ) dont la fonction de répartition, notée :  $\phi$ , est donnée par :

$$\phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{1}{2}x^2} dx \quad (1.22)$$

Donc :

$$\phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (1.23)$$

### 1-5-1-3. La loi log-normale

Le temps d'un élément à la défaillance,  $T$ , serait une distribution log-normale avec la  $\sigma^2$  variance et la valeur moyenne,  $v$ , si  $W = \ln(T)$  est normalement distribué. La distribution log-normale est commune pour les distributions de temps de réparation. Compte tenu du taux de réparation, il est naturel de supposer que celui-ci est au départ une croissance qui impliquerait que la probabilité de terminer la réparation dans un court intervalle est en augmentation. Cependant, plus la réparation dure, plus il est probable que celle-ci prendra du temps, d'où le taux de réparation diminue sur la perspective à long terme.

Comme mentionné précédemment, la distribution log-normale est basée sur la distribution normale (Gaussienne), qui a la densité de probabilité :

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-v}{\sigma}\right)^2} \quad \text{pour } -\infty < t < +\infty \quad (1.24)$$

Lorsque la variable aléatoire  $T$  serait normalement distribuée avec la valeur moyenne  $v$  et la variance  $\sigma^2$ , le  $T \sim N(v, \sigma^2)$  où  $N(0, 1)$  s'appelle la fonction

de distribution normale standard. La fonction de densité de probabilité de la distribution normale standard est :

$$\phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} \quad -\infty < t < +\infty \quad (1.25)$$

Et la fonction de défaillance de  $T \sim N(\nu, \sigma^2)$  peut être écrite comme suit :

$$F(t) = \Pr(T \leq t) = \Phi\left(\frac{t-\nu}{\sigma}\right) \quad \text{pour } -\infty < t < +\infty \quad (1.26)$$

Où

$$\Phi(t) = \int_{-\infty}^t \phi(x) dx \quad (1.27)$$

Ceci signifie que la fonction de densité de probabilité pour la distribution log-normale est :

$$f(t) = \frac{1}{\sigma t \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln t - \nu)^2} \quad t > 0 \quad (1.28)$$

Le temps moyen à la défaillance et la variance de T peuvent être écrits comme:

$$MTTF = e^{\nu + \frac{\sigma^2}{2}} \quad (1.29)$$

$$\text{var}(T) = e^{2\nu(e^{2\sigma^2} - e^{\sigma^2})} \quad (1.30)$$

La fonction de fiabilité d'un élément qui a un temps de distribution de log-normale à la défaillance est :

$$R(t) = \Phi\left(\frac{\nu - \ln t}{\sigma}\right) \quad (1.31)$$

Ceci signifie que la fonction de taux de défaillance est :

$$z(t) = -\frac{d}{dt} \left( \ln \phi \left( \frac{v - \ln t}{\sigma} \right) \right) = \frac{\phi \left( \frac{v - \ln t}{\sigma} \right) \sigma}{\phi \left( \frac{v - \ln t}{\sigma} \right) \sigma} \quad (1.32)$$

Comme cité précédemment, la distribution log-normale est généralement utilisée pour les temps de réparation. Le Temps Moyen De Réparation de l'élément (MTTR), défini de façon analogue au (MTTF), quand le temps de réparation est supposé être log-normal distribué:

$$MTTR = e^{\frac{v(t_d) + \frac{\sigma(t_d)^2}{2}}{\sigma}} \quad (1.33)$$

Où  $v(t_d)$  et  $\sigma(t_d)$  sont le temps prévu de réparation de l'élément et son écart type, respectivement, le  $t_d$  indique le temps d'arrêt.

La disponibilité d'un élément, A, peut être définie comme la fraction du temps pendant lequel l'élément est fonctionnel. La disponibilité est calculée comme suit:

$$A = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR} \quad (1.34)$$

#### 1-5-1-4. La loi de Weibull

La loi de Weibull caractérise le comportement du produit dans les trois phases de vie selon la valeur du paramètre de forme  $\beta$  : période de jeunesse ( $\beta < 1$ ), période de vie utile ( $\beta = 1$ ) et période d'usure ou vieillissement ( $\beta > 1$ ).

La loi de Weibull est définie par deux paramètres  $\beta$  (paramètre de forme), et  $\eta$  (paramètre d'échelle).

Elle est caractérisée par :

- Fiabilité  $R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta}$  (1.35)

- La densité de probabilité  $f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta}$  (1.36)

- Le taux de défaillance  $z(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1}$  (1.37)

### 1-5-1-5. La loi Gamma

Elle représente la loi de probabilité d'occurrence de  $a$  événements dans un processus poissonien. Par exemple si  $t_i$  est le temps entre les défaillances successives d'un système, et que  $t_i$  suive une distribution exponentielle, le temps cumulé d'apparition de  $a$  défaillances suit une loi Gamma.

Cette distribution dépend de deux paramètres. Elle est utilisée dans les paramètres de redondance séquentielle ainsi pour représenter certains phénomènes de défaillances en chaînes.

La densité de probabilité de paramètre  $\alpha$  et  $\beta$ , soit :

$$f(x) = \frac{x^{(\alpha-1)}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} e^{-x/\beta} \quad x > 0 \quad (1.38)$$

La fonction de fiabilité est

$$R(t) = 1 - \frac{1}{\Gamma(K)} \int \lambda(t\lambda)^{K-1} e^{-Kt} dt \quad (1.39)$$

Où :

$K$  : nombre de défaillance.

Avec l'espérance mathématique :

$$E(t) = \frac{K}{t} \quad (1.40)$$

Le taux de défaillance :

$$\lambda(t) = \frac{t^{\alpha-1} \cdot e^{-\frac{t}{\beta}}}{\beta^\alpha \cdot \int_t^\infty \Gamma(\alpha) f(u) du} \quad (1.41)$$

### 1-6. Fiabilité du réseau électrique

Les évaluations de fiabilité des réseaux électriques exigent la connaissance détaillée du fonctionnement des composants du réseau. La fiabilité se rapporte à :

- sa capacité de transférer une quantité d'énergie exigée à partir des moyens de production aux utilisateurs ;

- un certain degré de continuité et de qualité pendant une période déterminée, ce qui se réfère à la conception du réseau [23].

La complexité de la fiabilité du réseau électrique provient des nombreux facteurs qui peuvent affecter la fonction du réseau électrique. Cependant, l'objectif principal lors de la conduite des études de fiabilité sur les réseaux électriques est concentré sur l'adéquation du réseau ou sur sa sécurité [24]. Bien que la pertinence se réfère aussi bien à la capacité du réseau sous forme de saturation, qu'aux limites de transfert et de surcharges dues à la perte de composants et des événements négatifs qui pourraient les entraîner. Par conséquent, la sécurité des réseaux dénote la capacité de celui-ci à fonctionner comme prévu et se réfère donc à l'état du réseau.

Il existe deux niveaux de réseaux dans la plupart des réseaux électriques :

- Les réseaux de transport ;
- Les réseaux de distribution.

Tandis que les réseaux de transport sont conçus pour transférer de grandes quantités d'énergie sur de vastes zones aux réseaux de distribution et aux clients qui consomment de grandes quantités d'énergie, les réseaux de distribution sont conçus pour la distribution locale [8]. Les réseaux de distribution sont donc le plus souvent construits en radiale ou en boucle. Les réseaux en boucle sont employés dans les zones urbaines, leur avantage est que chaque nœud peut être alimenté par au moins deux voies distinctes. Les réseaux électriques radiaux sont les plus employés, surtout dans les zones rurales, où la distance entre les clients rend les réseaux en boucle économiquement impraticables. Dans certaines régions, où les demandes spéciales sont établies sur la disponibilité, la double alimentation peut être utilisée, ce qui donne généralement la disponibilité d'un super système.

Cependant, même si le réseau de distribution est construit en boucle ou en double alimentation, il est plus souvent utilisé comme réseau radial. Les chemins supplémentaires peuvent être utilisés pour fournir des nœuds qui seront interrompus pendant la défaillance du composant, quand le choix du premier chemin d'alimentation serait déconnecté.

Cela signifie que les composants dans ce genre de réseau de distribution sont dimensionnés pour des capacités cumulés, en plus du fait qu'ils soient exposés aux conditions normales de fonctionnement. Ceci signifie que la sécurité des réseaux est d'autant plus appropriée que l'adéquation en faisant une analyse de fiabilité des réseaux de distribution [25]. Bien sûr, la pratique en matière de

conception varie d'un pays à l'autre, mais la pratique décrite est valide pour les pays européens [26].

### **1-6-1. Système de protection**

Dans tous réseaux électriques, il y a des dispositifs de protection, où le but principal des systèmes de protection consiste à protéger les composants de ce dernier, de sectionner et d'isoler le composant défaillant.

Cela signifie que le type de dispositifs de protection du réseau influe sur la manière dont le réseau de distribution répond quand un certain composant ne fonctionne pas. Le système de protection se compose essentiellement de relais qui déclenchent les disjoncteurs de rupture du courant de court-circuit et d'empêcher ainsi l'endommagement de l'équipement du réseau, permettant ainsi le fonctionnement normal des sections en dehors de la zone affectée. Cependant, il existe également des fusibles et des sectionneurs impliqués dans le processus, tels que :

- Les disjoncteurs sont utilisés pour la coupure des courants de court-circuit et les courants d'exploitation. Ils peuvent être télécommandés et n'ont généralement aucune limite dans le nombre de fois où ils peuvent fonctionner.
- Les sectionneurs sont utilisés pour isoler des parties du réseau en état de défaut. Ils sont exploités hors tension. N'ayant pas de pouvoir de coupure comme les disjoncteurs, les sectionneurs ne peuvent pas être actionnés pour des courts-circuits.
- Les fusibles sont utilisés pour protéger certains équipements. Ils doivent être remplacés ou réinitialisés manuellement en cas de déclenchement.

Il y a généralement deux types de défauts dans les composants des réseaux électriques qui sont considérés pour faire l'analyse de fiabilité : les défauts actifs et les défauts passifs.

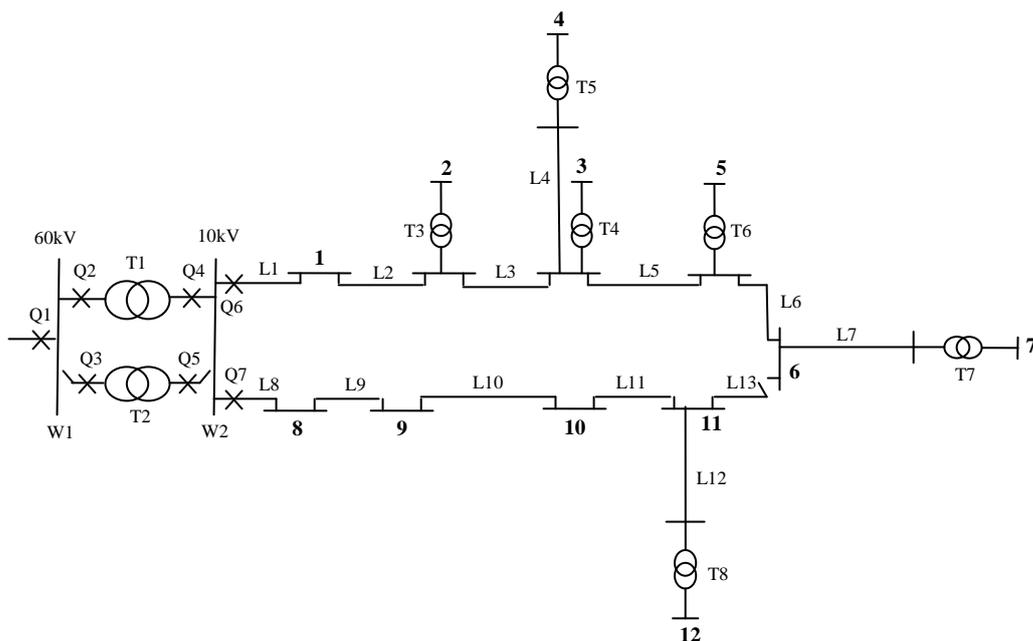
Les défauts actifs sont ceux qui déclenchent le système de protection suite à des défauts à la terre et aux courts-circuits. Les défauts passifs sont ceux qui ne provoquent pas un courant de court-circuit : exemple, un disjoncteur qui s'ouvre spontanément.

### **1-6-2. Fiabilité du réseau de distribution**

Lorsque l'on considère la construction générale des réseaux de distribution (exploitation), on tient compte des défauts qui peuvent se produire, du système de

protection, ainsi que le fait que l'indisponibilité de chaque composant est très faible. L'hypothèse que les défauts ne peuvent pas se produire simultanément sur les composants en série, seulement sur les composants en parallèle, semble logique.

La méthode choisie pour analyser la fiabilité du réseau de distribution est basée sur la défaillance d'un composant affectant l'état du réseau. Par conséquent chaque défaillance d'un composant est analysée à tous les nœuds. Cette théorie fondamentale, appliquée dans ce chapitre peut, se trouver dans la littérature [4]. Un réseau test, désormais dénoté le réseau test 1, est développé et utilisé pour illustrer les idées générales afin d'analyser la fiabilité du réseau de distribution.



**Fig. 1.4 :** Réseau test 1 de 12 nœuds

La figure 1.4 illustre le système d'alimentation d'un réseau de distribution typique [26,27]. Un jeu de barres (W1) sous une tension de 60kV, alimente par l'intermédiaire de deux transformateurs abaisseurs 60kV/10kV le réseau de distribution test. Ce dernier alimente des charges sous une tension de 10kV et de 0,4kV, (les transformateurs ne sont pas représentés pour des raisons de simplicité).

Comme le montre la figure 1.4, le réseau est construit comme un réseau d'alimentation en boucle. Néanmoins, dans des conditions de fonctionnement

normal, le nœud 6 (6) sur la ligne 13 (L13), est ouvert : le système se retrouve exploité comme deux départs radiaux.

La transformation d'entrée de 60kV à 10kV est équipée de deux transformateurs, mais, afin de diminuer les pertes dans le système, un seul transformateur est mis en service, l'autre est isolé (utilisé comme secours). Excepté pendant des réparations ou opération d'entretien, le système est commuté au transformateur de secours.

La configuration de base du système de protection est faite de sorte que chaque ligne est équipée d'un disjoncteur, Q6 et Q7, pour protéger le jeu de barre 2 (W2). Il y a également une protection secondaire pour chaque transformateur sous la forme de disjoncteurs 4 et 5 (Q4 et Q5). La protection de W1 est construite de façon analogue afin de protéger le système de 60kV de l'affectation par des défauts survenant sur le système de 10 kV. Les sectionneurs placés des deux côtés de chaque ligne et le disjoncteur, ne sont pas illustrés dans la figure 1.4. Ils permettent l'isolement des lignes, les disjoncteurs et les jeux de barres. Aussi, les barres redondantes qui peuvent être utilisés à la place de W1 et W2 par de simples manœuvres de commutation, et qui sont entièrement automatisées, ne sont pas illustrées dans la figure. Il y a des fusibles situés des deux côtés des transformateurs de 10/0,4 kV pour la protection et la prévention des défauts de transformateur pour ne pas affecter le reste du système.

Afin d'illustrer le fonctionnement du système en cas de défaillance d'un composant, des temps de fonctionnement doivent être définis:

Temps de commutation (TC) : Le temps qu'il faut à l'opérateur de trouver et d'isoler le défaut, par l'utilisation des sectionneurs.

Temps de réparation (TR) : Le temps qu'il faut pour réparer le composant en défaut opérationnel.

Temps de Remplacement (TRp) : Si le temps de réparation devrait prendre un trop long temps, le composant peut être remplacé au lieu de réparer.

Temps d'enclenchement (fermeture) (Te): Les disjoncteurs s'auto-referment pour détecter si le défaut est temporaire ou permanent. Si le défaut est éliminé après la séquence d'enclenchement, le système peut être utilisé.

Ci-dessous, quelques défauts typiques qui peuvent survenir dans un réseau de distribution, mentionnés dans le tableau 1.3 ainsi que la description des défauts traités. Cela permettra d'accroître la compréhension de l'analyse de fiabilité. Une hypothèse importante doit être soulignée est que le transformateur T1 est normalement en service et T2 est un transformateur de secours.

Si les défauts des composants dans un réseau sont supposés indépendants, la fiabilité de chaque nœud est fonction de sa coupe minimale régulée connectée en série [5]. Ainsi, l'ensemble minimal de coupe se compose de tous les éléments qui ont une influence sur la disponibilité du nœud. Par exemple, la disponibilité dans le nœud 3, dans le réseau test 1 de 12 nœuds dépend de l'ensemble des composants,  $K = \{Q1, Q2, Q4, Q6, Q7, W1, W2, L1, \dots, L7, T1, T4\}$ , comme montré sur la figure 1.4. Comme nous supposons qu'aucun défaut simultané ne se produit sur les composants en série, puisque la probabilité que cela se produise est considérée comme extrêmement faible, le taux de défaillance du nœud 3 peut être calculé en additionnant les taux de défaillance pour les défauts permanents et temporaires des éléments affectant le nœud :

$$\lambda_3 = \sum_{i \in K} \lambda_i \quad (1.42)$$

Lorsque K est l'ensemble minimal de coupe, l'équation 1.42 est valable pour les composants individuels, mais peut être utilisé aussi dans l'autre sens. Par exemple, les composants pour lesquels plusieurs types de défauts peuvent apparaître, exemple, des défauts passifs et actifs, l'intensité de défaillance totale peut être divisée de sorte que le composant est représenté par deux nœuds distincts.

La durée de défaillance au nœud 3,  $U_3$ , est la somme, de chaque durée de défaillance que les événements dans les causes minimales d'ensemble de coupe, multipliée par leur fréquence d'occurrence :

$$U_3 = \sum_{i \in K} U_i = \sum_{i \in K} \lambda_i \cdot Tc_i \quad (1.43)$$

**Tableau 1.3 : Les défauts et leurs descriptions**

<b>Défaut</b>	<b>Description</b>
Défaut à la terre permanent sur L5	Le défaut déclenche le relais qui actionne Q6. Pendant le temps de commutation TC, les nœuds 1 - 7 sont affectés. Lorsque le défaut est détecté, L5 peut être isolé en ouvrant ses sectionneurs et les nœuds 5 - 7 peuvent être alimentés en fermant le disjoncteur/sectionneur sur L13.
Défaut a la terre permanent sur L12	Le défaut déclenche le relais qui actionne Q7. Pendant le temps de commutation TC, les nœuds 8 - 12 sont affectés. Le défaut est isolé en ouvrant les sectionneurs sur L12. Les nœuds 8 - 11 peuvent maintenant être alimentés, tandis que le nœud 12 est isolé pendant le temps nécessaire à la réparation (temps de réparation, TR).
Défaut permanent de court-circuit sur T7	Le fusible situé au-dessus de T7 est déclenché et le nœud 7 est affecté pendant le temps de réparation ou le temps de remplacement (TRp) du transformateur. Le temps de réparation des transformateurs est plutôt long, la manière la plus commune de traiter les défauts de transformateur est de le remplacer ou de compter sur un transformateur de secours.
Défaut permanent de court-circuit sur le T1	Le défaut déclenchera Q2. L'ordre de fermeture de Q2 montrera à l'opérateur que le défaut est permanent, les nœuds 1 - 12 seront affectés pendant le temps de commutation qui transférera l'alimentation au T2.
Défaut temporaire sur L10	Le défaut déclenchera Q7, mais la séquence de fermeture de Q7 montrera que le défaut était temporaire et une fois refermé, l'opération peut continuer. Les nœuds 8 - 12 seront affectés pendant le temps d'enclenchement (Te).
Défaut actif sur Q6	Le court-circuit de Q6 déclenchera Q4. Les nœuds 1 - 12 sont affectés pendant le temps de commutation, au cours duquel Q6 est isolé et le sectionneur sur L13 est fermé afin que les nœuds 1 - 7 puissent être alimentés.
Défaut passif sur Q6	Le défaut passif Q6 entraîne son ouverture. Aucun dispositif de protection n'est déclenché. Les nœuds 1-7 sont affectés durant le temps de commutation, Q6 est isolé et le sectionneur sur L13 est fermé afin que les nœuds 1-7 puissent être alimentés.

Tc est le temps de correction, qui est soit TR, TRp, TC ou Te. Il dépend des réglages des paramètres de configuration du réseau, ainsi que de la façon dont les composants sont situés par rapport aux nœuds et du type de défaut.

Bien que seules les défaillances forcées soient prises en compte dans cette étude, la durée d'entretien du T1 et T2 est si significative que les défauts des composants en parallèle Q2 - Q5 se produisent simultanément. En outre, lorsque T1 ou T2 sont remplacés après un défaut, la durée de remplacement est si longue, que pendant ce temps, le défaut se produit dans les mêmes composants parallèles. Ces événements particuliers sont inclus dans l'analyse de fiabilité comme des éléments distincts. Le taux de défaillance et les temps de réparation prévus pour ces événements du second degré sont calculés tel que donné dans la littérature [4]. Supposons que nous avons deux composants parallèles, 1 et 2, avec les taux de défaillances  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  (d/an), les temps de réparation  $r_1$  et  $r_2$  (h), le taux annuel d'arrêt pour maintenance  $\lambda_{m1}$  et  $\lambda_{m2}$  (ans<sup>-1</sup>), et la durée annuelle d'arrêt pour maintenance  $m_1$ ,  $m_2$  (h) respectivement. Ensuite, le taux de défaillance prévu pour 1 et 2,  $\lambda_{12}$ , avec le temps de réparation correspondant,  $r_{12}$ , sont:

$$\lambda_{22} = \frac{\lambda_1 \lambda_2 (r_1 + r_2)}{1 + \lambda_1 r_1 + \lambda_2 r_2} \quad (1.44)$$

$$r_{12} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \quad (1.45)$$

Le taux de défaillance forcé survenu pendant que l'un des composants 1 ou 2 est en opération d'entretien,  $\lambda_{m12}$ , avec la durée d'arrêt prévu correspondant,  $r_{m12}$ , sont les suivants :

$$\lambda_{m12} = \lambda_{m1} (\lambda_2 m_1) + \lambda_{m2} (\lambda_1 m_2) \quad (1.46)$$

$$r_{m12} = \frac{\lambda_{m1} (\lambda_2 m_1) \cdot \frac{m_1 r_2}{m_1 + r_2} + \lambda_{m2} (\lambda_1 m_2) \cdot \frac{m_2 r_1}{m_2 + r_1}}{\lambda_{m12}} \quad (1.47)$$

### 1-6-3. Indices de performance de fiabilité du système

Les indices de fiabilité du système indiquent la performance du réseau, ou plus précisément, les lacunes du réseau sous forme d'énergie non livrée, le nombre moyen d'interruptions et la durée moyenne de panne [9]. Il y a généralement deux types d'indices qui sont utilisés pour indiquer les performances du réseau électrique :

- Client-pondérés ;
- Capacité pondérée.

Les indices concernés sont présentés dans les équations (1.48) à (1.54).  $U_j$  est la panne (h/an) ;  $\lambda_j$  le taux de défaillance (d/an) ;  $N_j$  le nombre de clients ;  $P$  la demande de capacité moyenne (kW) au nœud  $j$ .

**Indice de Durée Moyenne d'Interruption du Système  
(System Average Interruption Duration Index)**

$$SAIDI = \frac{\sum_{j \in M} U_j N_j}{\sum_{j \in M} N_j} \quad (1.48)$$

**Indice de Fréquence Moyenne d'Interruption du Système  
(System Average Interruption Frequency Index)**

$$SAIFI = \frac{\sum_{j \in M} \lambda_j N_j}{\sum_{j \in M} N_j} \quad (1.49)$$

**Indice de Durée Moyenne d'Interruption du Client  
(Customer Average Interruption Duration Index)**

$$CAIDI = \frac{\sum_{j \in M} U_j N_j}{\sum_{j \in M} \lambda_j N_j} \quad (1.50)$$

**Indice de Fréquence Moyenne d'Interruption du Client  
(Customer Average Interruption Frequency Index)**

$$CAIFI = \frac{\sum_{j \in M} \lambda_j N_j}{\sum_{j \in M} N_j} \quad (1.51)$$

Indice de Durée Moyenne d'Interruption du Système  
(Average System Interruption Duration Index)

$$ASIDI = \frac{\sum_{j \in M} U_j P_j}{\sum_{j \in M} P_j} \quad (1.52)$$

Indice de Fréquence Moyenne d'Interruption du Système  
(Average System Interruption Frequency Index)

$$ASIFI = \frac{\sum_{j \in M} \lambda_j P_j}{\sum_{j \in M} P_j} \quad (1.53)$$

Énergie Non Fournie (Energy Not Supplied)

$$ENF = \sum_{j \in M} P_j U_j \quad (1.54)$$

M est un ensemble contenant tous les nœuds du réseau, K est un ensemble contenant ces nœuds qui ont été concernées par au moins une interruption.

#### 1-6-4. L'analyse du réseau analytique par la méthode AMDE

Dans toute étude de fiabilité, on étudie en fait la capacité d'un composant à ne pas défaillir. Il est donc nécessaire de connaître les modes de défaillance que l'on peut rencontrer sur le composant étudié. On cherche à en estimer les risques respectifs et on utilise fréquemment la méthode de l'Analyse des Modes de Défaillance, de leurs Effets et de leur Criticité (AMDEC).

AMDE (analyse des modes de défaillance des effets), est un moyen structuré pour analyser un réseau. La technique est principalement qualitative, mais peut être quantifiée comme dans ce cas. Les effets ou conséquences des défauts des composants individuels sont systématiquement identifiés par l'analyse de ce qui se passe si le défaut se produit [28]. AMDE est une approche ascendante qui

considère un mode de défaut à la fois, ce qui rend la méthode difficile à appliquer au réseau contenant de grandes quantités de redondance. C'est une version légère de l'AMDEC (analyse des modes de défaillance, des effets et de criticité). Dans l'AMDEC, les modes de défaillance identifiés sont classés selon le risque lié à chaque mode de défaillance. L'AMDEC est une méthode d'analyse préventive qui recense et met en évidence les risques potentiels [29]. L'«AMDEC conception » permet de déterminer les points faibles, de préciser les moyens de se prémunir contre certaines défaillances et de classer les défaillances selon certains critères (fréquences, capacité de détection, criticité, gravité, etc...) [30].

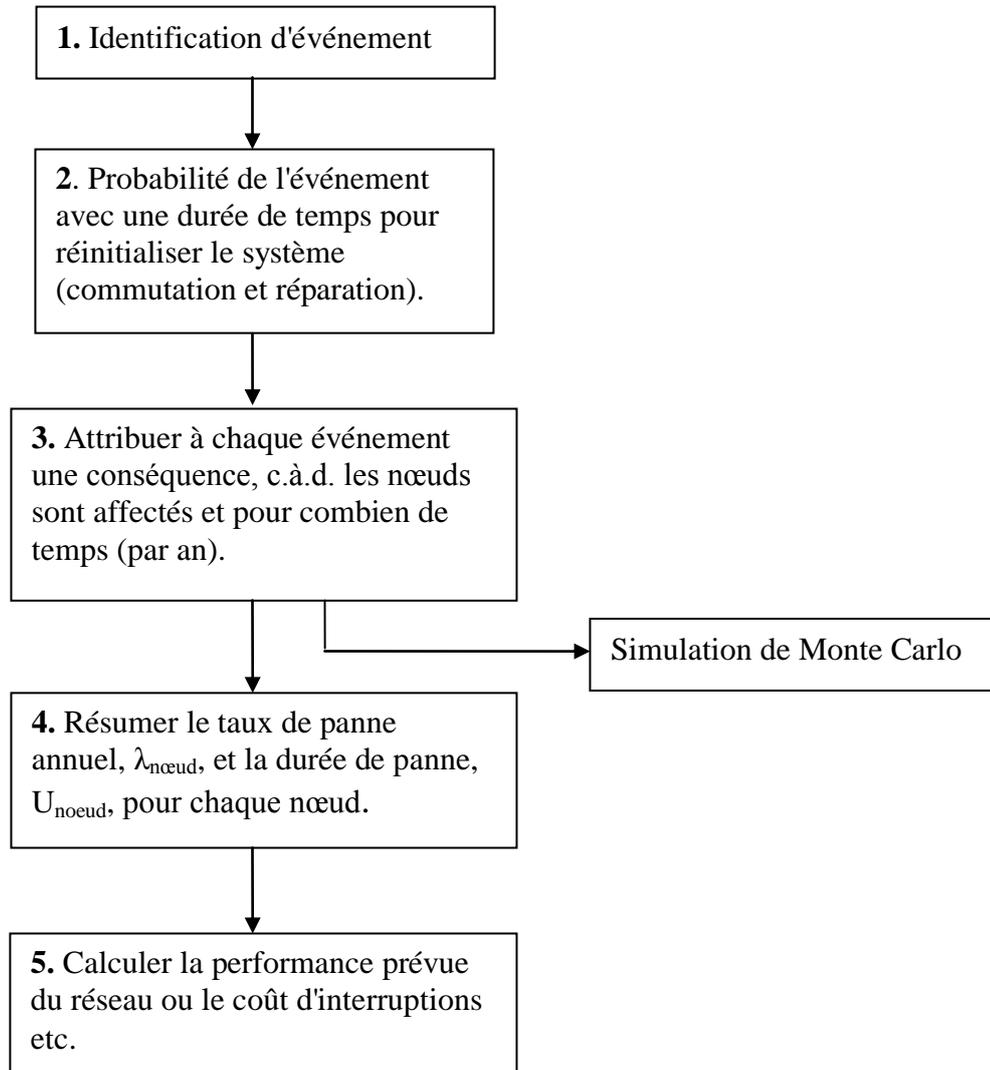
L'AMDEC constitue donc un outil extrêmement puissant d'aide à la conception des systèmes. Cependant, bien qu'applicable lors de la conception, cette méthode d'analyse est plus performante lorsqu'elle est appliquée à des systèmes déjà en exploitation et que l'on veut apporter des corrections. La méthode de l'AMDEC est l'une des premières techniques systématiques pour l'analyse de défaillance et n'exige aucune qualification analytique avancée. Cependant, elle exige la compréhension du réseau et des connaissances sur les contraintes auxquelles le réseau fonctionne. L'approche appliquée dans la thèse est décrite sur la figure 1.5, les premières étapes sont les mêmes que dans la méthode de simulation stochastique [31], la section 1.6.5, c.-à-d. les événements inclus dans les deux méthodes sont identiques. Les événements considérés comme pertinents sont essentiellement dans la section 1.6.2. Les modes de défaillance appropriés sont répertoriés dans une feuille de calcul d'AMDEC, la conception de la feuille de calcul est à l'utilisateur. Un exemple de celle-ci est présenté dans les exemples numériques dans la section 1.7.

### **1-6-5. Modèles de simulation stochastique (Simulation de Monte Carlo)**

Le comportement d'un réseau de distribution est aléatoire, il est donc nécessaire que les méthodes utilisées pour analyser la fiabilité du réseau de distribution répondent à cet effet, c.-à-d. des méthodes probabilistes. Afin de comprendre les événements ou les séries d'événements qui se produisent rarement, mais peuvent avoir de graves répercussions sur les fonctions du réseau et donc causer un grand coût financier, des méthodes telles que la simulation de Monte Carlo (SMC) sont préférables comparées aux méthodes analytiques [32].

La méthode SMC est utilisée pour les grands réseaux, quand les méthodes analytiques deviennent trop compliquées, ainsi que dans les situations où la variance de la production (sortie) présente un intérêt. Par exemple en exécutant les évaluations de risque.

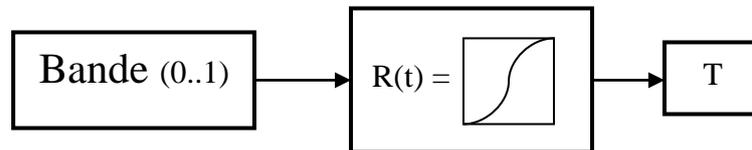
Le concept général des méthodes de SMC est d'utiliser des nombres aléatoires pour générer les états possibles du réseau, ce processus est effectué pour un nombre suffisant de fois afin de comprendre suffisamment le comportement stochastique du réseau [10].



**Fig. 1.5** : Organigramme d'AMDE

Dans la SMC utilisée dans ce travail, les nombres aléatoires sont utilisés pour simuler chaque événement et le temps d'arrêt, c.-à-d. le temps de la composante à la défaillance :  $T$ , et le temps de correction du défaut :  $TR$ ,  $TR_p$ ,  $TC$  ou  $Te$  : le temps d'arrêt du système. Ces événements sont des distributions et des paramètres de fiabilité à l'entrée. La fonction de fiabilité, l'équation 1.15 et 1.31, de chaque événement peut alors être utilisée à l'envers pour transformer le nombre aléatoire dans une durée d'une certaine activité, par exemple  $T$ ,  $TR$ ,  $TR_p$ ,  $TC$  ou  $Te$ . Le processus de transformation est montré sur la figure 1.6.

La structure simple des réseaux de distribution en fonctionnement radiale, figure 1.4, permet l'utilisation de la méthode d'évaluation simple de fiabilité décrite dans la section 1.6.2 qui doit être utilisée dans la SMC. Ceci est important dans le but de minimiser les temps de simulation pour chaque échantillon.



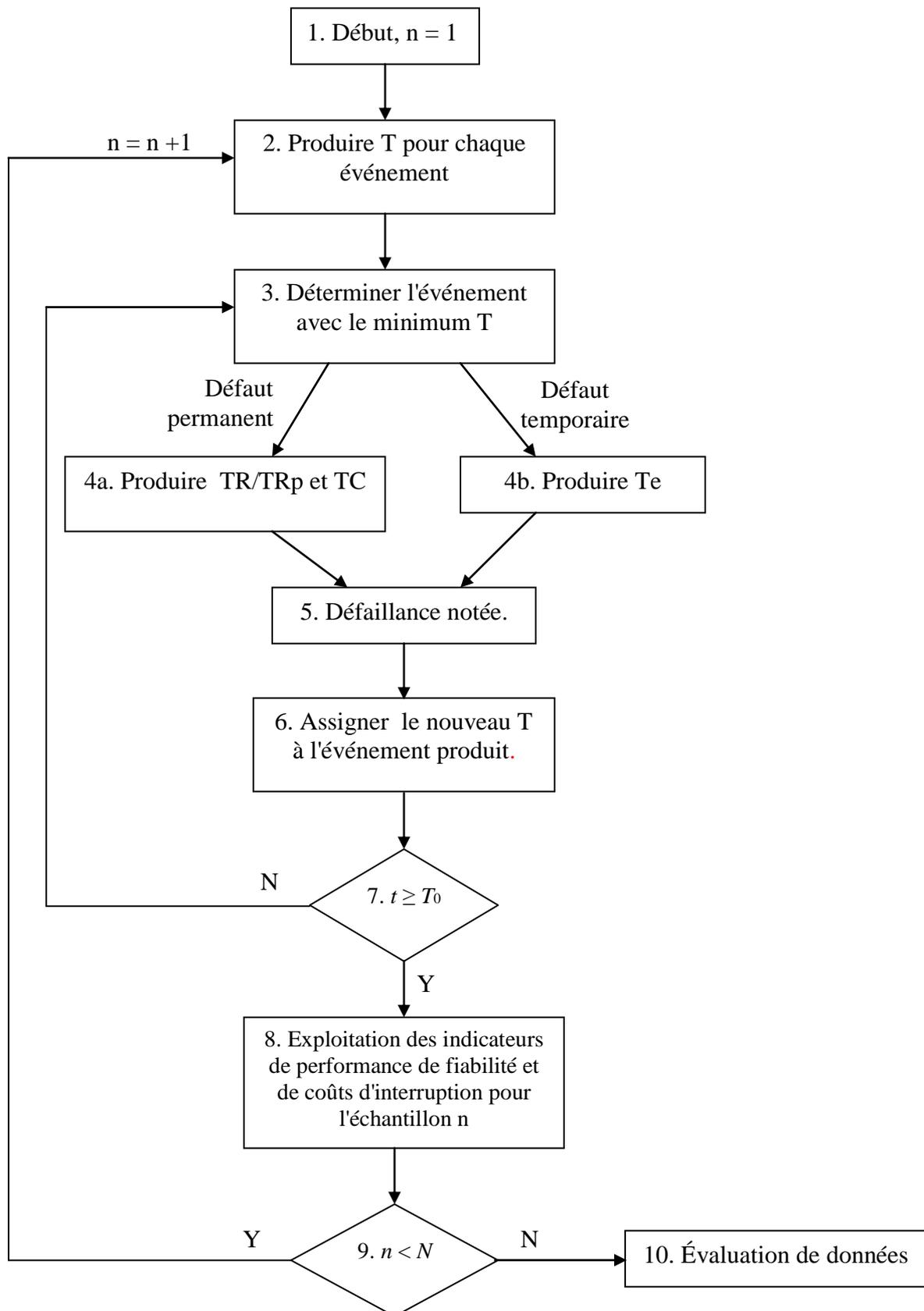
Donc il y a diminution du temps de simulation total de façon significative, ce qui permet de générer de meilleurs résultats. Dans ce contexte, un échantillon se réfère à une période isolée avec la durée  $T_0$ . La méthode de simulation utilisée est appelée temps de simulations séquentielles [7]. Les événements appropriés de défaut sont représentés en temps continu, ces événements sont décrits à la section 1.6.2. Les défauts temporaires et permanents sont appropriés dans les analyses puisque la fréquence et la durée de panne sont la valeur du coût d'interruption (CI) des estimations. Les différents types de défauts sont inclus en tant qu'événements séparés, dans l'équation 1.42.

Dans cette représentation, où les défauts du second ordre sont inclus comme des événements séparés et différents types de défaut peuvent se produire pour chaque composant, il est essentiel qu'un seul événement puisse se produire. Les événements sont donc considérés comme non corrélés. Dans la méthode appliquée, il est possible pour les événements de défaut de se chevaucher. Si deux événements, qui ont un impact sur les mêmes nœuds se chevauchent, l'effet serait que ces derniers soient enregistrés séparément.

Cependant, la probabilité que cela se produise est minimum. Les effets sur le résultat à cause de cette non-concordance des temps dans la séquence sont alors ignorés. Le problème de chevauchement des événements n'a pas d'impact sur les différents nœuds. La méthodologie MC fondamentale provient d'une technique développée [6]. Elle a cependant été développée et ajustée en fonction des tâches assignées à cette étude.

L'algorithme de SMC utilisé dans cette thèse est décrit dans l'organigramme de la figure 1.7 et est suivi d'une description plus détaillée. Dans la figure 1.7,  $T_0$  est

la durée de chaque échantillon en heures et  $N$  est le nombre d'échantillons prédéterminés. Une simplification faite dans cette SMC est que tous les composants du réseau sont supposés être fonctionnels au début de chaque échantillon.



**Fig. 1.7 : Organigramme d'algorithme de SMC**

Chaque étape de l'algorithme de SMC peut être décrite comme suit :

1. Débuts de simulation,  $n = 1$ .
2. Nombres aléatoires ( $0 \dots 1$ ) pour chaque événement sont générés. Ils sont convertis en temps à la défaillance,  $T$ , basée sur la distribution du temps de défaillance et le temps prévu à la défaillance attribué à chaque événement.
3. L'événement avec le minimum de  $T$  est déterminé.
  - 4a. Pour les événements qui incluent un composant en défaut permanent, deux temps de correction sont nécessaires, d'où des nombres aléatoires ( $0 \dots 1$ ) sont produits et convertis en  $TR$  ou  $TRp$  et  $TC$ . Si le composant défaillant est réparé ou remplacé il est défini comme critère d'entrée pour chaque composant de la configuration du réseau de distribution.
  - 4b. Les événements qui incluent un composant en défaut temporaire, un seul temps de correction est nécessaire, et, par conséquent un nombre aléatoire ( $0 \dots 1$ ) est généré et transformé en  $Te$  selon la distribution prédéterminée de  $Te$ .
5. La durée de panne pour chaque nœud affectée est enregistrée et ajoutée à la somme de nœud pour l'échantillon simulé. En outre, le nombre de pannes pour chaque nœud est mis à jour afin d'enregistrer la fréquence d'interruption de l'échantillon simulé.
6. Un nouveau nombre aléatoire ( $0 \dots 1$ ) est généré et transformé en nouveau  $T$  pour l'événement qui vient de se produire. Ce  $T$  est ajouté au  $T$  de l'événement précédent et ses  $TR$ ,  $TRp$  ou  $Te$ . Le temps compté jusqu'à la restauration du nœud de réseau est réglé sur la durée de simulation totale de l'échantillon courant.
7. Si le temps de simulation total,  $t$ , est inférieur au temps d'échantillonnage prédéterminé,  $T_0$ , l'étape 2 sera répétée.

8. Sinon, le nombre de pannes et la durée totale de panne pour chaque nœud sont enregistrés et affichés pour permettre l'évaluation de ces indices.
9. Si le nombre d'échantillons simulés,  $n$ , est inférieur au nombre prédéterminé  $N$  pour le nombre requis d'échantillons, l'algorithme de l'étape 2 est répété.
10. Le traitement des données, le traitement de données principale est mené et évaluée.

La complexité du réseau et le but de l'analyse déterminent le choix, le nombre d'échantillons  $n$ , et le temps  $T_0$  d'échantillon. Dans cette thèse  $T_0$  a été placé entre 8760 h et  $3 \times 8760$  car il correspond à la durée de la période de régulation de la qualité dans les régimes analysés (entre 1 et 3 ans). Le nombre d'échantillons requis pour un résultat adéquat dépend de la taille du réseau ainsi que de la fiabilité du composant. Quand le plus improbable des composants est à la défaillance, les échantillons supplémentaires sont nécessaires pour comprendre le comportement du réseau [33]. Le réseau de distribution est connu comme réseau duogen [33], ce qui signifie que de deux conditions pour chaque nœud, connecté ou déconnecté, un est très dominant.

Par conséquent, le nombre d'échantillons nécessaires pour obtenir un résultat suffisamment précis en utilisant la stratégie de prélèvement simple d'échantillonnage est importante. Afin de diminuer le nombre d'échantillons, on peut utiliser des méthodes pour réduire la variance, comme l'échantillonnage stratifié et l'échantillonnage pondéré [7]. Ce ne sera toutefois pas inclus dans cette thèse.

### **1-7. Exemples numériques**

D'abord, la théorie de base d'évaluation de la fiabilité présentée dans la section 1.6 sera présentée sous la forme d'un processus d'AMDE du réseau test 1 de 12 nœuds, qui a été présenté dans la section 1.6.4. Ensuite, le modèle de simulation stochastique présenté dans la section 1.6.5 sera appliqué au même réseau qui illustrera plus d'informations et de caractéristique pouvant être comprises dans l'analyse quand à l'utilisation de SMC.

La raison pour laquelle le traitement des données se fait pour chaque échantillon, est que, des combinaisons évaluées d'indices et des données de nœud spécifique sont nécessaires. La valeur moyenne, la variance de la fréquence et la durée de panne du réseau sont ainsi inadéquates. En outre, l'évaluation peut inclure des seuils d'indice qui exige des données plus détaillées.

### 1-7-1. Exemple 1

**Tableau 1.4 :** Feuille de calcul ADME pour le réseau test 1

Données relatives aux composants			Type événement		Protection	Impact sur le réseau		
Événement N°	Composant	V (kV)	Pas.A ct.Tot.*	Per.Te mMai.	Unité déclenchée**	Nd affecté TR/TRp	Nœud affecté TC	Nœud affecté Te
1	T1 or T2	60/10	T	P	Q2/Q3	-	1-12	-
2	T1 or T2	60/10	T	T	Q2/Q3	-	-	1-12
3	T3	10/0.4	T	P	FT3	2	-	-
4	T4	10/0.4	T	P	FT4	3	-	-
5	T5	10/0.4	T	P	FT5	4	-	-
6	T6	10/0.4	T	P	FT6	5	-	-
7	T7	10/0.4	T	P	FT7	7	-	-
8	T8	10/0.4	T	P	FT8	12	-	-
9	T1 + T2	25842	T	P	Q2/Q4	1-12	-	-
10	Q2/Q4+T1/T2	60, 60/10	T	P	Q1	1-12	-	-
11	Q3/Q5+T1/T2	10, 60/10	T	P	Q2/Q4	1-12	-	-
12	T1 + T2	60/10	T	M	Q2/Q4	1-12	-	-
13	Q2/Q4+T1/T2	60, 60/10	T	M	Q1	1-12	-	-
14	Q3/Q5+T1/T2	10, 60/10	T	M	Q2/Q4	1-12	-	-
15	Q1	60	T	P	-	1-12	-	-
16	Q1	60	T	T	-	-	-	1-12
17	Q2/Q3	60	T	P	Q2/Q3	-	1-12	-
18	Q2/Q3	60	A	T	Q1	-	-	1-12
19	Q4/Q5	10	T	P	Q4/Q5	-	1-12	-
20	Q4/Q5	10	A	T	Q2/Q3	-	-	1-12
21	Q6	10	P	P	Q6	-	1-7	-
22	Q6	10	A	P	Q4/Q5	-	1-12	-
23	Q7	10	A	T	Q4/Q5	-	-	1-12
24	Q7	10	P	P	Q7	-	8-12	-
25	Q7	10	A	P	Q4/Q5	-	1-12	-
26	Q7	10	A	T	Q4/Q5	-	-	1-12
27	W1	60	T	P	Q1	-	1-12	-
28	W1	60	T	P	Q1	-	-	1-12
29	W2	10	T	P	Q4/Q5	-	1-12	-
30	W2	10	T	T	Q4/Q5	-	-	1-12
31	L1	10	T	P	Q6	-	1-7	-
32	L2	10	T	P	Q6	-	1-7	-
33	L3	10	T	P	Q6	-	1-7	-
34	L4	10	T	P	Q6	4	1-3, 5-7	-
35	L5	10	T	P	Q6	-	1-7	-
36	L6	10	T	P	Q6	-	1-7	-
37	L7	10	T	P	Q7	7	1-6	-

38	<b>L8</b>	10	T	P	Q7	-	8-12	-
39	<b>L9</b>	10	T	P	Q7	-	8-12	-
40	<b>L10</b>	10	T	P	Q7	-	8-12	-
41	<b>L11</b>	10	T	P	Q7	-	8-12	-
42	<b>L12</b>	10	T	P	Q7	12	8-11	-
43	<b>L13</b>	10	T	P	Q7	-	-	-

Un processus de base d'AMDE, utilisé pour le réseau test 1 de 12 nœuds, est présenté dans le tableau 1.4.

La structure de base est d'énumérer le défaut qui peut se produire dans le réseau, la façon dont le système de protection traite ces défauts et l'impact de chaque défaut du réseau, c.-à-d. le type d'opération qui affecte chaque nœud. Le tableau 1.4. énumère les défauts appropriés et leur impact sur le réseau.

\* Ces événements sont incorrects, si le défaut est passif ou actif, et sont spécifiés comme total.

\*\*L'unité déclenchée peut être le disjoncteur (Q) ou des fusibles du transformateur (FT).

Afin d'analyser les modes de défaillance, nous devons avoir :

- de bonnes évaluations de la probabilité que chaque mode de défaillance produira ;
- le temps estimé de l'opération nécessaire pour traiter quels modes de défaillance ainsi que les données sur l'intensité de l'entretien et la durée de l'entretien.

On suppose que les composants du réseau test 1 de 12 nœuds ont la fiabilité de donnée, selon le tableau 1.5.

**Tableau 1.5** : La fiabilité des données des composants du réseau test 1

	$\lambda_{tot}$ [d/ans]	$\lambda_a$ [d/ans]	$\lambda_t$ [d/ans]	$\lambda_m$ [d/ans]	TR [h]	TRp [h]	TC [h]	Te [h]	TM [h]
Transformateur (70/10kV)	0.015	0.015	0.05	1	-	15	1	0.083	168
Transformateur (10/0.4kV)	0.015	0.015	-	-	-	10	3	-	-
Disjoncteur (70 kV)	0.002	0.015	0.02	0.5	4	-	1	0.083	96
Disjoncteur (10 kV)	0.006	0.004	0.06	1	4	-	1	0.083	72
Jeu de barre (70 kV)	0.001	0.001	0.01	0.5	2	-	1	0.083	1
Jeu de barre (10 kV)	0.001	0.001	0.01	1	2	-	1	0.083	1
Câble (10 kV)	0.04	0.04	-	-	30	-	3	-	-

$\lambda_{tot}$  : taux de défaillance total passif et actif [d/ans], [d/ans, km] pour les câbles.

$\lambda_a$  : taux de défaillance actif (d/ans), (d/ans, km) pour les câbles.

$\lambda_t$  : taux de défaillance temporaire (d/ans), (d/ans, km) pour les câbles.

$\lambda_m$  : taux d'entretien (maintenance) ( $\text{ans}^{-1}$ ).

TM : temps de maintenance (entretien) (h)

Puisque la probabilité de défaut des câbles est désignée par km, la longueur du câble doit être connue, ces derniers sont présentés dans le tableau 1.6.

**Tableau 1.6** : Longueur des câbles dans le réseau test 1 de 12 nœuds.

Câble	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11	L12	L13
Longueur (km)	0.5	1.4	1.2	0.9	0.7	0.8	1.4	0.7	0.9	0.8	1.2	2	2

Comme décrit dans la section 1.6, la fréquence de panne du nœud,  $\lambda$ , et la durée de défaillance annuelle, U, peuvent être additionnés. La fréquence de panne du nœud, et la durée peuvent être trouvées dans le tableau 1.7. La feuille d'addition complète peut être trouvée dans l'annexe.

**Annexe** : Fréquence et durée de panne du nœud 1-7 pour le réseau test 1 de 12 nœuds.

Nœud	1		2		3		4		5		6		7	
	$\lambda$	U												
1	1,5E-2	1,5E-2												
2	5,0E-2	4,2E-3												
3	-	-	1,5E-2	1,5E-1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4	-	-	-	-	1,5E-2	1,5E-1	-	-	-	-	-	-	-	-
5	-	-	-	-	-	-	1,5E-2	1,5E-1	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	1,5E-2	1,5E-1	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,5E-2	1,5E-1
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
9	5,3E-7	4,0E-6												
10	5,3E-8	1,7E-7												
11	1,6E-7	4,9E-7												
12	4,1E-4	5,5E-3												
13	1,1E-4	1,2E-3												
14	2,1E-4	1,8E-3												
15	2,0E-3	8,0E-3												
16	2,0E-2	1,7E-3												

17	2,0E-3													
18	2,0E-2	1,7E-3												
19	6,0E-3													
20	6,0E-2	5,0E-3												
21	2,0E-3													
22	4,0E-3													
23	6,0E-2	5,0E-3												
24	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
25	4,0E-3													
26	6,0E-2	5,0E-3												
27	1,0E-3													
28	1,0E-2	8,3E-4												
29	1,0E-3													
30	1,0E-2	8,3E-4												
31	2,0E-2	6,0E-2												
32	5,6E-2	1,7E-1												
33	4,8E-2	1,4E-1												
34	3,6E-2	1,1E-1	3,6E-2	1,1E-1	3,6E-2	1,1E-1	3,6E-2	1,1E+0	3,6E-2	1,1E-1	3,6E-2	1,1E-1	3,6E-2	1,1E-1
35	2,8E-2	8,4E-2												
36	3,2E-2	9,6E-2												
37	5,6E-2	1,7E-1	5,6E-2	1,7E+0										
38	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
39	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
40	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
41	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
42	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
43	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>Total</b>	<b>0,604</b>	<b>0,904</b>	<b>0,619</b>	<b>1,054</b>	<b>0,619</b>	<b>1,054</b>	<b>0,619</b>	<b>2,026</b>	<b>0,619</b>	<b>1,054</b>	<b>0,604</b>	<b>0,904</b>	<b>0,619</b>	<b>2,566</b>

Fréquence et durée de panne du nœud 8-12 pour le réseau test 1 de 12 nœuds.

Nœud	8		9		10		11		12	
	$\lambda$	U								
1	1,5E-2	1,5E-2								

2	5,0E-2	4,2E-3								
3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	1,5E-2	1,5E-1
9	5,3E-7	4,0E-6								
10	5,3E-8	1,7E-7								
11	1,6E-7	4,9E-7								
12	4,1E-4	5,5E-3								
13	1,1E-4	1,2E-3								
14	2,1E-4	1,8E-3								
15	2,0E-3	8,0E-3								
16	2,0E-2	1,7E-3								
17	2,0E-3									
18	2,0E-2	1,7E-3								
19	6,0E-3									
20	6,0E-2	5,0E-3								
21	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
22	4,0E-3									
23	6,0E-2	5,0E-3								
24	2,0E-3									
25	4,0E-3									
26	6,0E-2	5,0E-3								
27	1,0E-3									
28	1,0E-2	8,3E-4								
29	1,0E-3									
30	1,0E-2	8,3E-4								
31	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
32	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
33	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

34	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
35	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
36	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
37	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
38	2,8E-2	8,4E-2								
39	3,6E-2	1,1E-1								
40	3,2E-2	9,6E-2								
41	4,8E-2	1,4E-1								
42	8,0E-2	2,4E-1	8,0E-2	2,4E-1	8,0E-2	2,4E-1	8,0E-2	2,4E-1	8,0E-2	2,4E+0
43	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>Total</b>	<b>0,552</b>	<b>0,748</b>	<b>0,552</b>	<b>0,748</b>	<b>0,552</b>	<b>0,748</b>	<b>0,552</b>	<b>0,748</b>	<b>0,567</b>	<b>3,058</b>

**Tableau 1.7 :** Fréquence et durée de panne des nœuds pour le réseau test 1 de 12 nœuds.

nœuds	$\lambda$ [d/ans]	U [h/ans]
1	0.604	0.904
2	0.619	1.054
3	0.619	1.054
4	0.619	2.026
5	0.019	1.054
6	0.604	0.904
7	0.619	2.566
8	0.552	0.748
9	0.552	0.748
10	0.552	0.748
11	0.552	0.748
12	0.567	3.058

Pour un résultat comparable, les indices de performance de fiabilité du réseau présenté dans le paragr. 1.6.3 peuvent être utilisés. Par ailleurs, il existe des données des nœuds qui doivent être connus. Le tableau 1.8 présente les données spécifiques des nœuds.

**Tableau 1.8 :** Données des nœuds du réseau test 1 de 12 nœuds.

nœuds	Nombre de Clients	Type de client	Charge moyenne [kW]	Charge maximale [kW]
1	2	Industriel	110	436
2	70	Résidentiel	132	549
3	30	Commercial	61	248
4	10	Agriculture	46	203
5	75	Résidentiel	121	520
6	1	Industriel	73	271
7	55	Résidentiel	96	407
8	2	Industriel	110	436
9	4	Industriel	81	424
10	3	Industriel	99	450
11	3	Industriel	71	375
12	85	Résidentiel	206	815

Par conséquent, le résultat du processus AMDE est affiché dans le tableau 1.9:

**Tableau 1.9** : Résultat du processus AMDE, exemple 1, réseau test 1

	SAIDI (h/ans)	SAIFI (int/an)	ASIDI (h/an)	ASIFI (int/an)	ENF (kWh)
noeud1	0.0053	0.0036	0.082	0.055	99
noeud 2	0.2169	0.1274	0.115	0.068	139
noeud 3	0.0930	0.0546	0.053	0.031	64
noeud 4	0.0596	0.0182	0.077	0.006	93
noeud 5	0.2324	0.1365	0.106	0.062	127
noeud 6	0.0027	0.0018	0.055	0.037	66
noeud 7	0.4150	0.1001	0.204	0.049	246
noeud 8	0.0044	0.0032	0.068	0.050	82
noeud 9	0.0088	0.0065	0.050	0.037	61
noeud 10	0.0066	0.0049	0.061	0.045	74
noeud 11	0.0066	0.0049	0.044	0.032	53
noeud 12	0.7644	0.1417	0.522	0.097	630
C1	0.7908	0.1612	0.746	0.262	900
C2	1.0239	0.4418	0.679	0.303	818
Systeme	1.8156	0.6032	1.0439	0.569	1735

### 1-7-2. Exemple 2

**Cas 1.** Afin d'appliquer la méthode de simulation de Monte Carlo décrite dans le parag. 1.6.5, sur le réseau test 1 de 12 nœuds, des données supplémentaires doivent être précisés ; fonction de distribution pour chaque événement et le temps de panne ainsi que leur écart type. Les données supplémentaires du réseau sont affichées dans le tableau 1.10.

**Tableau 1.10 :** Composant et donnée supplémentaire de fonctionnement pour le réseau test 1 de 12 nœuds.

	Fonction de distribution	Écart type ( $\tau$ )
<b>Temps à la défaillance TAF</b>	Exponentielle	-
<b>Temps de réparation (TR)</b>		
Câble	Log-normale	6h
barre	Log-normale	0.4h
Disjoncteur	Log-normale	0.4h
<b>Temps de remplacement (TRp)</b>		
Transformateur	Log-normale	1h
<b>Temps de commutation (TC)</b>	Log-normale	0.4h
<b>Temps d'enclenchement (Te)</b>	Log-normale	2min

En appliquant la SMC présentée dans le parag. 1.6.5 sur le réseau test 1 de 12 nœuds, nous recevons plus de résultats des calculs. Cependant, afin de vérifier le modèle de SMC, trois paramètres différents ont été utilisés dans la SMC et comparés aux résultats d'analyse d'AMDE. Ces résultats sont considérés comme étant les vraies valeurs. Cependant, les simplifications concernant les défauts simultanés ont fondamentalement le même impact à partir des deux méthodes. Le tableau 1.11 montre la comparaison des résultats d'AMDE et SMC.

**Tableau 1.11 :** Comparaison de l'analyse AMDE et le modèle de SMC

nœud	AMDE		SMC 1 N = 10 <sup>6</sup> , T <sub>0</sub> = 1an		SMC 2 N = 10 <sup>5</sup> , T <sub>0</sub> = 1an		SMC 3 N = 10, T <sub>0</sub> = 10 <sup>6</sup> ans	
	$\lambda$ [int/ans]	U [h/ans]	$\lambda$ [int/ans]	U [h/ans]	$\lambda$ [int/ans]	U [h/ans]	$\lambda$ [int/ans]	U [h/ans]
1	0,604	0,904	0.603	0.905	0.605	0.914	0.603	0.903
2	0,619	1.054	0.618	1.049	0.620	1.063	0.618	1.053
3	0,619	1.054	0.618	1.056	0.619	1.057	0.618	1.053
4	0,619	2.026	0.618	2.023	0.620	2.065	0.618	2.026
5	0,619	1.054	0.618	1.052	0.620	1.063	0.618	1.053
6	0,604	0.904	0.603	0.905	0.605	0.914	0.603	0.903

7	0,619	2.566	0.618	2.563	0.620	2.605	0.618	2.565
8	0,552	0.748	0.551	0.749	0.550	0.749	0.552	0.748
9	0,552	0.748	0.551	0.749	0.550	0.749	0.552	0.748
10	0,552	0.748	0.551	0.749	0.550	0.749	0.552	0.748
11	0,552	0.748	0.551	0.749	0.550	0.749	0.552	0.748
12	0,567	3.058	0.556	3.064	0.565	3.050	0.567	3.060

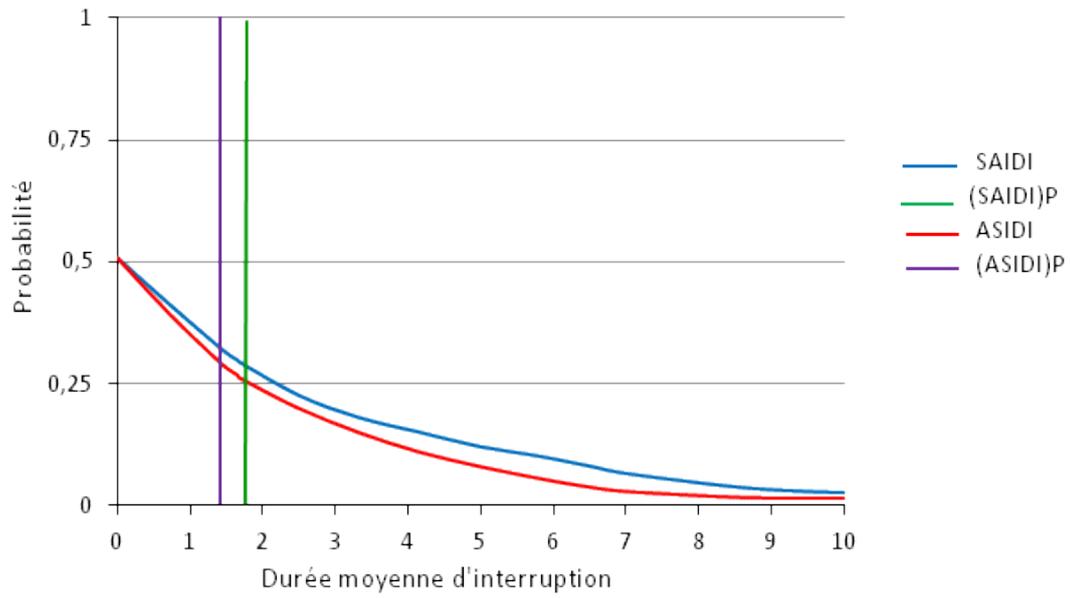
L'écart type est nécessaire si la durée de fonctionnement n'est pas exponentiellement distribué, voir le chapitre 1.5.1.1 pour plus de détails.

Dans les deux premiers cas  $T_0$  a été fixé à 8760 h, 1 an, et le nombre d'échantillon,  $N$ , a été fixé à  $10^6$  et à  $10^5$  respectivement. La SMC 1, a donnée de meilleurs résultats, comparée aux résultats AMDE.

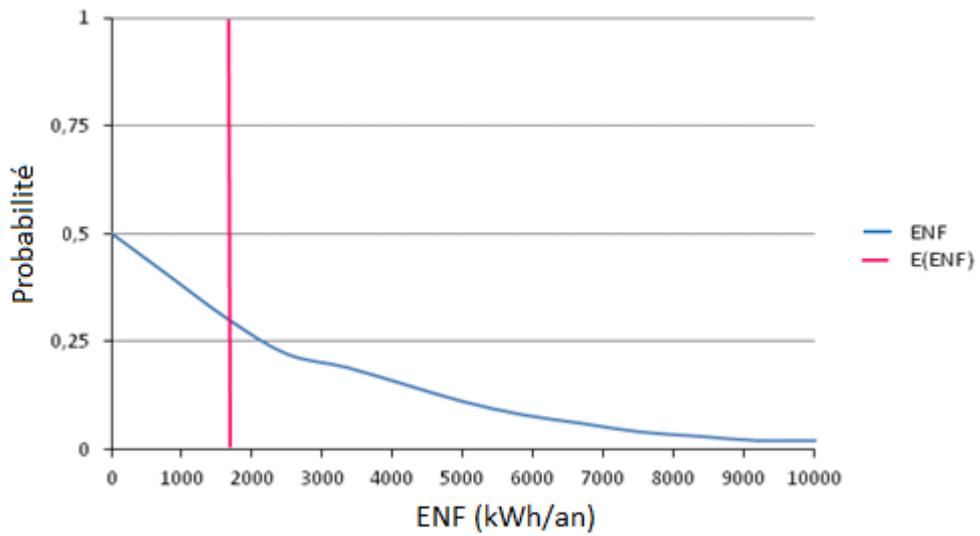
C'est tout à fait normal, puisque une simple technique d'échantillonnage est utilisée, ce qui nécessite un grand nombre d'échantillons en particulier pour le réseau duogen, par conséquent, plus d'échantillons pour de meilleurs résultats. Une simplification de la méthode de SMC est que tous les composants sont fonctionnels au début de chaque échantillon, ce qui devrait entraîner à une sous estimation de la fréquence et de la durée de panne. Pour y remédier, la SMC 3 a été effectuée, le temps  $T_0$  de simulation a été fixé à  $10^6$  ans, et  $N$  fixé à 10. Bien que les résultats de la SMC 3 soient meilleurs, comparées aux résultats d'AMDE et à ceux de la SMC 1, la raison n'est pas due à la simplification mentionnée plus tôt, mais plus probablement au fait que le temps total de simulation soit plus long. L'erreur maximale due à la SMC 1 comparé à l'AMDE était plutôt faible, inférieure ou égale à 0.4 %, ce qui signifie une précision suffisante pour l'analyse menée dans cette thèse.

Les informations supplémentaires de la SMC comparées aux informations disponibles à travers les résultats calculés analytiquement sont significatives. Pour exemple, on peut considérer les fonctions de fiabilité annuelle SAIDI, ASIDI et l'ENF, ainsi que la probabilité de la fréquence de panne pour chaque nœud, présentée sur la figure 1.8 – 1.11.

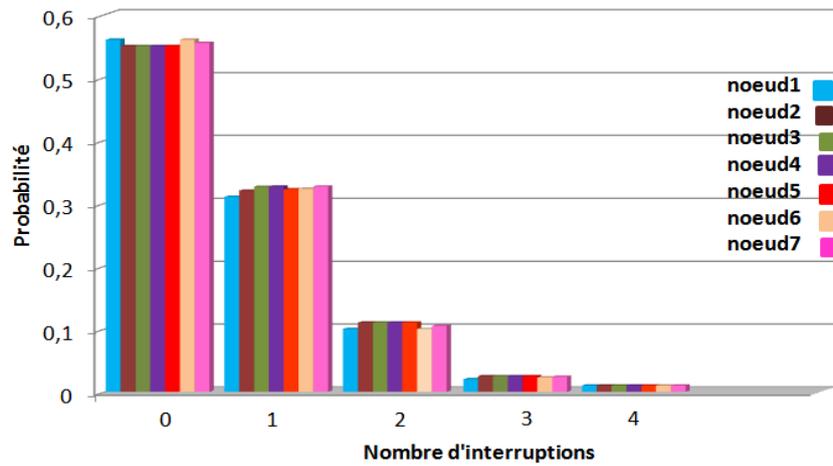
Sur la figure 1.8 et 1.9 le risque de dépasser la valeur prévue de SAIDI, ASIDI ou ENF est seulement d'environ 30 %. D'autre part, la valeur prévue peut être significativement dépassé. Les figures prouvent également que dans environ 50 % de tous les ans, il n'y a aucune interruption.



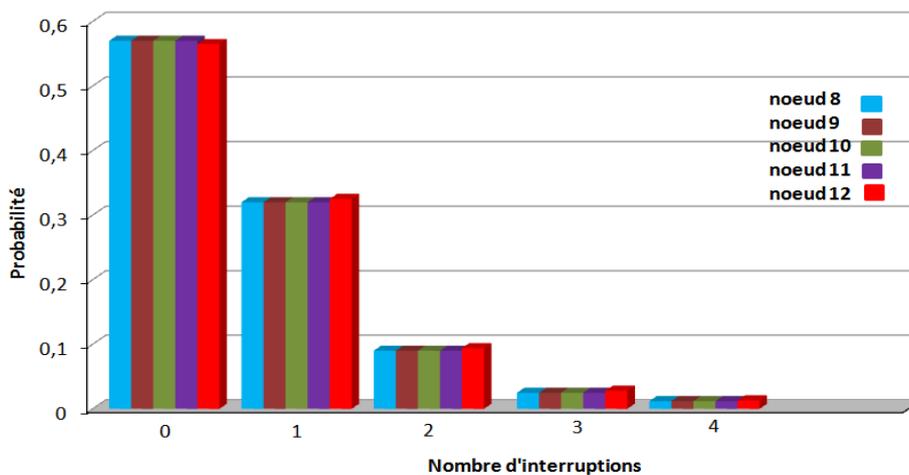
**Fig. 1.8 :** Fonctions de fiabilité pour le système annuel SAIDI et ASIDI.



**Figure 1.9.** Fonction de fiabilité pour le système annuel ENF.



**Fig. 1.10 :** Distribution de la fréquence d'interruption pour nœud 1 – nœud 7, réseau test 1 de 12 nœuds.



**Fig. 1.11 :** Distribution de la fréquence d'interruption pour nœud 8 – nœud 12, réseau test 1 de 12 nœuds.

Si on considère que les indicateurs de performance de fiabilité du réseau simulés pour chaque nœud, l'écart type de chaque indicateur est beaucoup plus élevé que les valeurs prévues, indiquées dans le tableau 1.12. Ceci confirme ce qui a été dit précédemment au sujet du réseau électrique étant duogen et que les valeurs moyennes peuvent être très trompeuses, car beaucoup d'informations manquent. Par exemple, lors de l'analyse des risques, les valeurs moyennes sont

nécessaires, mais les plus importantes sont les événements qui se produisent rarement, et peuvent entraîner à des coûts très élevés.

Par conséquent, pour comprendre le tableau complet, la distribution de sortie est à envisager.

Lors de l'examen des changements dans le réseau, tels que les investissements, l'impact peut être analysé en utilisant la SMC. Considérons d'abord le réseau d'origine, la contribution de sortie pour chaque nœud est indiquée dans le tableau 1.12.

**Tableau 1.12 :** Sortie de nœud pour le cas 1 du réseau test 1 de 12 nœuds.

nœud	SAIDI [h/ans]		SAIFI [int/ans]		ASIDI [h/ans]		ASIFI [int/ans]		ENF [kWh/ans]	
	v	$\tau$	v	$\tau$	v	$\tau$	v	$\tau$	v	$\tau$
1	0,0053	0,0097	0,0035	0,0046	0,0826	0,1503	0,0550	0,0708	100	181
2	0,2160	0,4789	0,1273	0,1618	0,1149	0,2546	0,0677	0,0860	139	307
3	0,0932	0,2143	0,0546	0,0694	0,0534	0,1229	0,0313	0,0398	64	148
4	0,0595	0,1807	0,0182	0,0231	0,0772	0,2343	0,0236	0,0300	93	283
5	0,2320	0,5174	0,1364	0,1735	0,1055	0,2353	0,0620	0,0789	127	284
6	0,0027	0,0048	0,0018	0,0023	0,0548	0,0997	0,0365	0,0470	66	120
7	0,4147	1,2061	0,1000	0,1272	0,2041	0,5935	0,0492	0,0626	246	716
8	0,0044	0,0088	0,0032	0,0044	0,0683	0,1364	0,0503	0,0677	82	164
9	0,0088	0,0176	0,0065	0,0087	0,0503	0,1004	0,0370	0,0499	61	121
10	0,0066	0,0132	0,0049	0,0065	0,0614	0,1227	0,0453	0,0609	74	148
11	0,0066	0,0132	0,0049	0,0065	0,0441	0,0880	0,0325	0,0437	53	106
12	0,7660	2,1871	0,1415	0,1880	0,5234	1,4944	0,0967	0,1285	631	1802

**Cas 2.** Supposons maintenant que les câbles L8 - L12 serait doublé et le système de protection serait amélioré afin de permettre une meilleure sélection, de telle sorte que le défaut sur ces câbles n'influx pas le reste du réseau. A moins que les deux câbles soient en défaut simultanément. La contribution de sortie de chaque nœud est telle que présentée dans le tableau 1.13.

Comme prévu, le doublement du câble L8 - L13 n'a pas sensiblement affecté les indicateurs des nœuds pour la fréquence de panne. Toutefois, les indicateurs de la durée de panne montrent une diminution significative pour le nœud 8 - nœud12. Les indicateurs de performance pour l'ensemble du réseau sont présentés dans le tableau 1.14.

**Tableau 1.13 :** Sortie de nœud pour le cas 2 du réseau test 1 de 12 nœuds.

nœud	SAIDI [h/ans]		SAIFI [int/ans]		ASIDI [h/ans]		ASIFI [int/ans]		ENF [kWh/ans]	
	v	$\tau$	v	$\tau$	v	$\tau$	v	$\tau$	v	$\tau$
1	0,0053	0,0097	0,0036	0,0046	0,0826	0,1503	0,0551	0,0709	100	181
2	0,2169	0,4878	0,1274	0,1620	0,1153	0,2593	0,0677	0,0861	139	313
3	0,0930	0,2093	0,0546	0,0694	0,0533	0,1200	0,0313	0,0398	64	145
4	0,0596	0,1805	0,0182	0,0231	0,0772	0,2341	0,0236	0,0300	93	282
5	0,2332	0,5258	0,1366	0,1736	0,1061	0,2391	0,0621	0,0790	128	288
6	0,0027	0,0048	0,0018	0,0023	0,0548	0,0997	0,0366	0,0470	66	120
7	0,4149	1,2091	0,1001	0,1272	0,2042	0,5950	0,0493	0,0626	246	718
8	0,0004	0,0025	0,0019	0,0034	0,0069	0,0389	0,0298	0,0521	8	47
9	0,0009	0,0050	0,0039	0,0067	0,0051	0,0286	0,0220	0,0384	6	35
10	0,0007	0,0038	0,0029	0,0050	0,0062	0,0350	0,0269	0,0469	7	42
11	0,0007	0,0038	0,0029	0,0050	0,0045	0,0251	0,0193	0,0336	5	30
12	0,0561	0,4386	0,0856	0,1461	0,0384	0,2997	0,0585	0,0998	46	361

**Tableau 1.14 :** Comparaison des indicateurs de performance de fiabilité du système des cas 1 et 2 pour le réseau test 1 de 12 nœuds

	Cas1		Cas2		Différence (%)	
	v	$\tau$	v	$\tau$	v	$\tau$
SAIDI [h/ans]	1.82	3	1.08	2.07	41	31
SAIFI [int/ans]	0.6	0.7	0.54	0.69	10	1
ASIDI [h/ans]	1.44	2.25	0.75	1.37	48	39
ASIFI [int/ans]	0.59	0.67	0.48	0.64	19	4
ENF [MWh/ans]	1736	2715	910	1648	48	39

Le tableau 1.14 montre que le système du cas 2 est plus robuste que celui du cas 1, puisque la performance prévue, ainsi que son écart-type ont diminué. Le plus grand impact de doubler L8 - L13 s'est fait ressentir sur la capacité des indices de la durée pondérée : ASIDI et ENF. Ceci peut être expliqué par le fait que le cas 2 détient moins de clients mais des quantités plus élevées de consommateurs.

# Chapitre 2

## La compensation

### 2-1. Introduction

Toute machine électrique a besoin de puissance active et de puissance réactive pour fonctionner. Le facteur de puissance permet de mesurer le niveau d'énergie réactive demandé. S'il est inférieur à une limite fixée par le distributeur d'énergie, l'installation d'un équipement de compensation permet de le redresser et d'éviter ainsi un éventuel paiement de pénalités. Cette solution, en améliorant le facteur de puissance, réduit également la demande de puissance apparente  $S$ .

La plupart des distributeurs d'énergie ont leur propre politique de facturation de l'énergie réactive. Des pénalités financières s'appliquent lorsque le rapport entre puissance active et puissance apparente est inférieur à une certaine limite [34].

Le fonctionnement du réseau électrique est considéré satisfaisant, si ses paramètres techniques (tensions et fréquence) s'inscrivent dans les plages admissibles dont le distributeur est tenu à les respecter contractuellement. Si ces paramètres présentent des dépassements par rapport aux limites admissibles, le distributeur est obligé de pallier à ces problèmes [35].

Ainsi, les gestionnaires des réseaux de distribution électrique sont tenus à respecter les aspects fondamentaux de la fourniture de l'électricité qui sont:

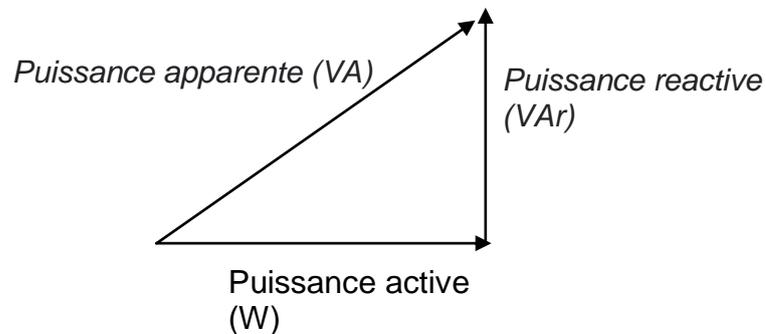
- Continuité de la fourniture (de service), où le distributeur est appelé à assurer la disponibilité de l'électricité à tout instant.
- Qualité du produit (qualité de la tension).

Les réseaux de distribution en régime normal peuvent aussi être optimisés par d'autres méthodes que les altérations topologiques. Ainsi, des réductions substantielles de chute de tension et de pertes Joules sont possibles par la simple introduction de capacités compensant ainsi les courants réactifs. Dans plusieurs pays, les courants réactifs ne sont compensés qu'au niveau des postes source pour réduire les courants à travers les transformateurs de puissance. La compensation dans le réseau n'est pas pratiquée, alors qu'elle est fréquente dans de nombreux pays [36].

Au cours d'une année, les consommations de la puissance réactive varient et pour ne pas surcompenser le réseau, les exploitants doivent alors adapter les besoins de la compensation aux demandes fluctuantes.

## 2-2. Rappels sur les puissances active, réactive et apparente

Les puissances électriques se composent comme suit :



**Fig. 2-1** : Les puissances active, réactive et apparente

$\varphi$ : angle de déphasage tension / courant

Tout système électrique (câble, ligne, transformateur, moteur, éclairage,...) met en jeu 2 formes d'énergie :

- **L'énergie active consommée (kWh).**

Elle se transforme intégralement en puissance mécanique, thermique ou lumineuse. Elle correspond à la puissance active  $P$  (kW) des récepteurs. C'est l'énergie "utile".

$$P = UI \cos \varphi \quad (2.1)$$

- **L'énergie réactive consommée (kVArh).**

Elle sert à la magnétisation des moteurs et des transformateurs. Elle correspond à la puissance réactive  $Q$  (kVAr) des récepteurs. Elle se traduit par le déphasage ( $\varphi$ ) entre la tension et le courant.

C'est une énergie "nécessaire" mais ne produisant pas de travail.

$$Q = UI \sin \varphi \quad (2.2)$$

La puissance apparente (kVA) est définie comme le produit des valeurs efficaces de la tension et du courant et s'exprime en volts-ampères :

$$S = UI \quad (2.3)$$

Elle ne se conserve pas et est utilisée pour le dimensionnement des matériels ainsi elle permet de déterminer la valeur du courant absorbé par le récepteur.

Il existe entre P, Q, S et  $\varphi$ , les relations suivantes :

$$\begin{cases} P = S \cos \varphi \\ Q = S \sin \varphi \end{cases} \quad (2.4)$$

Donc :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (2.5)$$

Facteur de puissance

Le facteur de puissance est égal par définition à :

$$FP = \frac{P}{S} = \cos \varphi \quad (2.6)$$

Si les courants et tensions sont des signaux parfaitement sinusoïdaux, le facteur de puissance est égal à  $\cos \varphi$ .

On utilise également la variable  $\operatorname{tg} \varphi$ . Dans les mêmes conditions, nous avons la relation :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P} \quad (2.7)$$

Sur une période de temps donnée, nous avons également :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Wr}{Wa} \quad (2.8)$$

L'énergie réactive demandée par les charges est fournie par le réseau électrique. Cette énergie doit être fournie en plus de l'énergie active. La circulation de l'énergie réactive a des incidences techniques et économiques importantes. En

effet, pour une même puissance active  $P$ , il faut fournir d'autant plus de puissance apparente, et donc de courant, que la puissance réactive est importante.

Ainsi, la circulation de l'énergie réactive sur les réseaux de distribution entraîne, du fait d'un courant appelé plus important :

- des chutes de tension supplémentaires,
- la surcharge des transformateurs,
- des échauffements dans les câbles d'alimentation... et donc des pertes.

Pour ces raisons, il est nécessaire de produire l'énergie réactive au plus près possible des charges, pour éviter qu'elle ne soit appelée sur le réseau et augmenter ainsi le rendement de l'installation ! C'est ce que l'on appelle "la compensation de l'énergie réactive".

Pour inciter à cela et éviter de sur-calibrer son réseau, le distributeur d'énergie pénalise financièrement les consommateurs d'énergie réactive au-delà d'un certain seuil.

Le moyen le plus simple et le plus répandu pour générer de l'énergie réactive est l'installation de condensateurs sur le réseau.

### **2-3. Avantages économiques et techniques de la compensation**

L'amélioration du facteur de puissance d'une installation, appelée compensation, présente de multiples avantages d'ordre économique et technique.

**Economiquement**, les avantages apportés par la compensation d'énergie réactive sont tels qu'ils permettent d'obtenir très rapidement un retour sur l'investissement consenti.

Ces avantages sont les suivants :

- suppression de la facturation des consommations excessives d'énergie réactive
- réduction de la puissance souscrite en kVA. (Permet d'éviter de surdimensionnement les transformateurs et les conducteurs de ligne)
- diminution de l'énergie active consommée en kWh (réduction des pertes Joule).

#### **Techniquement**

- Réduction de la chute de tension :

La circulation de courants réactifs est responsable de chutes de tension le long des lignes d'alimentation. Celles-ci sont préjudiciables au bon fonctionnement des

récepteurs même si la tension en tête de ligne est correcte. La présence d'une batterie de condensateurs au bout de ligne permettra leur diminution. Le maintien relatif de la tension en bout de ligne est défini par la formule suivante :

$$\Delta U(\%) \approx X_L \cdot Q / U^2 \quad (2.9)$$

Où :

$X_L$  : réactance de la ligne,

$Q$  : puissance réactive de la batterie de condensateurs,

$U$  : tension de la ligne.

- Diminution des pertes en ligne à puissance active constante :

Les pertes dues à la résistance des conducteurs sont intégrées dans la consommation enregistrée par les compteurs d'énergie active (kWh). Elles sont proportionnelles au carré du courant transporté et diminuent au fur et à mesure que le facteur de puissance augmente.

- Augmentation de la puissance active disponible au secondaire des transformateurs : L'installation de moyens de compensation aux bornes aval d'un transformateur surchargé permet de dégager une réserve de puissance utilisable pour une extension éventuelle de l'usine sans avoir à changer le transformateur.

- Augmentation de la puissance active transportée par les lignes à pertes égales : Un accroissement d'activité oblige souvent à transporter une puissance active plus importante afin de satisfaire aux besoins énergétiques des récepteurs. La mise en place de batterie de condensateurs permettra l'augmentation de la capacité de transport sans modification des lignes électriques existantes.

#### **2-4. Compensation par des batteries de condensateurs**

Accroître la qualité et la disponibilité de l'énergie électrique tout en diminuant les coûts de consommation, c'est tout l'intérêt des équipements de compensation d'énergie réactive. Reposant sur des batteries de condensateurs, ces dispositifs offrent une solution simple, économique et performante pour améliorer le fonctionnement et l'efficacité énergétique des réseaux.

Les batteries de condensateurs permettent d'améliorer le facteur de puissance d'une installation électrique en la dotant d'une part d'énergie réactive qu'elle consomme.

Le condensateur est un récepteur constitué de deux parties conductrices (électrodes) séparées par un isolant. Ce récepteur a la propriété lorsqu'il est soumis à une tension sinusoïdale de déphaser son intensité, donc sa puissance (réactive capacitive), de  $90^\circ$  en avant sur la tension.

À l'inverse, tous les autres récepteurs (moteur, transformateur...) déphasent leur composante réactive (intensité ou puissance réactive inductive) de  $90^\circ$  en arrière sur la tension.

La composition vectorielle de ces intensités ou puissances réactives (inductive et capacitive) conduit à une intensité ou puissance résultante réactive inférieure à celle existant avant l'installation des condensateurs.

Pour simplifier, on dit que les récepteurs inductifs (moteur, transformateur...) consomment de l'énergie réactive alors que, les condensateurs (récepteurs capacitifs), produisent de l'énergie réactive.

## **2-5. Détermination de la compensation**

Elle se fait par la détermination de la puissance réactive  $Q_c$  des batteries de condensateurs de compensation.

### **2-5-1. A partir de la facturation**

On calcule la valeur nécessaire par la formule :

$$Q_c = P(\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi') \quad (2.10)$$

Où :

$$\operatorname{tg} \varphi' = 0.4$$

$Q_c$  : puissance de la batterie de condensateur en kVAr

$\operatorname{tg} \varphi$  : tangente de l'angle de déphasage avant la compensation et est donnée par le distributeur.

$\operatorname{tg} \varphi'$  : tangente de l'angle de déphasage après la compensation.

N.B. Si  $\operatorname{tg} \varphi$  est inférieure à 0,4 (correspondant à  $\cos \phi = 0,93$ ) la compensation est inutile.

### **2-5-2. A partir des relevés de puissance faits sur une période représentative t**

Le temps t représente 1 semaine à 1 mois. On calcule  $\operatorname{tg} \varphi$  à partir de (2.8).

La puissance P (en kW) est obtenue en divisant la puissance par le temps (en heures) :

$$P = \frac{Wa}{t} \quad (2.11)$$

La puissance réactive de la batterie est calculée par la même formule :

$$Q_c = P(\operatorname{tg} \varphi - 0.4) \quad (2.12)$$

- A partir des mesures du  $\cos \varphi$

La relation avec la tangente est donnée par la formule :

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \varphi} - 1} \quad (2.13)$$

La même formule de calcul de  $Q_c$  est à nouveau utilisée.

- A partir des valeurs théoriques des récepteurs, cette méthode est généralement appliquée pour les installations neuves. Elle consiste à répertorier tous les récepteurs, leur puissance et leur  $\cos \varphi$  moyen. Pour chaque groupe, la  $\operatorname{tg} \varphi$  est calculée ainsi que la puissance de compensation.

## **2-6. Localisation de la compensation**

La compensation de la puissance réactive peut être réalisée sur tout point d'une installation. Pour cela, chaque méthode suivra une stratégie différente pour obtenir l'amélioration du facteur de puissance.

### **2-6-1. Compensation individuelle**

Compensation directe à la machine à compenser ; il s'agit de la solution technique la plus optimale pour réduire directement la consommation de réactive dans la charge. La batterie est raccordée directement aux bornes de chaque récepteur inductif.

Pour toute la longueur du câble d'alimentation il en résulte une diminution de la charge en courant réactif. Cette compensation contribue donc de la manière la plus importante à la diminution des puissances apparentes, des pertes et des chutes de tension dans les conducteurs.

### **2-6-2. Compensation locale ou par groupe**

Compensation pour des groupes de charges dans des installations où il existe une distribution sectorisée et large dont les régimes de charge sont différents. Cela peut être un complément d'appui pour un système de compensation centralisée globale, tout en augmentant la capacité de la ligne qui alimente le groupe de charges compensées.

La batterie est installée en tête du secteur d'installation à compenser.

Elle présente l'avantage d'occasionner des frais d'investissement moins élevés que la compensation individuelle. En effet, le calcul de la puissance de la batterie de condensateurs à installer demeure et tient compte du foisonnement de la charge du secteur. Toutefois, les courbes de charges doivent être au préalable bien connues pour dimensionner correctement les batteries de condensateurs et éviter les risques de surcompensation (puissance réactive fournie supérieure à celle appelée). La surcompensation conduit généralement à produire localement des surtensions permanentes qui font vieillir prématurément le matériel électrique.

### **2-6-3. Compensation globale**

Compensation connectée à l'entrée générale de l'installation, habituellement utilisée pour la réduction de la facturation électrique pour surcharges par énergie réactive, Elle convient lorsque la charge est stable et continue.

La batterie est raccordée en tête d'installation et assure la compensation pour l'ensemble des charges.

Les condensateurs ont un bon facteur d'utilisation; la disposition est claire ; la surveillance de l'installation et de ses différentes parties est plus aisée que dans le cas de la compensation par secteur. Enfin, si l'on adopte un réglage automatique par gradins, on aura dans ce cas un bon suivi de la courbe de charge de l'usine qui évite les interventions du personnel (enclenchement/déclenchement manuels).

Cette solution est économiquement intéressante si les variations de charges ne sont pas imputables à des récepteurs particuliers.

Néanmoins, il faut tenir compte que plus un nœud est en amont du réseau plus sa tension serait plus élevée. De ce fait, les condensateurs placés en amont du réseau, comme c'est le cas de la compensation globale, seraient de tension plus élevées. Si ces condensateurs sont installés sous la même tension, ils doivent forcément être de capacité beaucoup plus élevée. Dans les deux cas, l'installation de compensation coûterait plus cher par rapport à la locale ou celle par groupe. D'un autre côté, le risque remplacement après un éventuel endommagement des batteries de condensateur coûterait plus cher pour une compensation globale.

## **2-7. Les types de compensation :**

Les batteries de condensateurs sont en dérivation sur le réseau. Elles peuvent être fixes ou automatiques [37].

### **2-7-1. Compensation fixe**

L'ensemble de la batterie est mis en service, avec une valeur fixée de kVAr. C'est un fonctionnement de type "tout ou rien". Les condensateurs sont d'une puissance unitaire constante et leur mise en/hors service peut-être :

- manuelle, par disjoncteur ou interrupteur,
- semi-automatique par contacteur,
- asservie aux bornes de récepteurs inductifs (moteurs ou transformateurs).

Ce type de compensation est utilisé :

- lorsque leur puissance réactive est faible (<15% de la puissance du transformateur amont) et la charge relativement stable.
- sur les réseaux de transport HT, THT pour des puissances pouvant atteindre 100 MVar.

### **2-7-2. Compensation automatique**

Les batteries sont fractionnées en "gradins" avec possibilité de mettre en service ou hors service plus ou moins de gradins en général de façon automatique. C'est un "ajustement automatique" aux besoins.

Ces batteries sont très utilisées par certaines grosses industries (forte puissance installée) et les distributeurs d'énergie dans les postes sources. Elle permet une régulation pas à pas de l'énergie réactive.

Chaque gradin est manœuvré avec un interrupteur ou un contacteur à coupure dans le SF6. L'enclenchement ou le déclenchement des gradins de condensateurs peut être piloté par des relais varmétriques. Pour cela, un transformateur de courant doit être placé en amont des récepteurs et des batteries.

## **2-8. Compensation d'énergie réactive en présence d'harmoniques**

Les équipements faisant appel à l'électronique de puissance (variateurs de vitesse, redresseurs, onduleurs, etc...), de plus en plus utilisés, sont responsables de la circulation de courants harmoniques dans les réseaux. Ces harmoniques perturbent le fonctionnement de nombreux dispositifs. En particulier, les condensateurs y sont extrêmement sensibles du fait que leur impédance décroît

proportionnellement au rang des harmoniques présents. Dans certaines circonstances, des phénomènes de résonance peuvent se produire entraînant une forte distorsion de tension et la surcharge des condensateurs utilisés pour la compensation de la puissance réactive. Selon la puissance des générateurs d'harmoniques présents, différents types de condensateurs doivent être choisis, associés éventuellement à des inductances [38].

## **2-9. Compensation des réseaux de distribution**

Les réseaux publics de distribution utilisent de plus en plus des batteries en gradins pour répondre aux variations journalières de la puissance réactive absorbée par la clientèle (moteurs asynchrones, variateurs de vitesse et autres équipements domestiques ou industriels, éclairage fluorescent). En effet, pour maintenir la tension entre les limites garanties, il faut maintenir le bilan instantané de puissance réactive inférieure à des limites déterminées.

Les batteries de condensateurs sont donc fractionnées en gradins, qui sont mis sous tension ou hors tension pour suivre l'évolution de la demande et maintenir la tension dans la plage fixée. Chaque gradin manœuvré ne doit pas provoquer une variation de tension supérieure à 5%. Pour éviter la circulation de cette énergie réactive dans le réseau, il faut la produire au plus près des consommateurs.

De façon pratique, on installe des condensateurs qui fournissent l'énergie réactive demandée. Ainsi, cette énergie réactive ne circule qu'entre les condensateurs et les consommateurs d'énergie réactive. Il est alors évident que plus les condensateurs seront proches des consommateurs, moins les conséquences de la circulation d'énergie réactives seront importantes.

Les réseaux sont inévitablement sujets à des perturbations dont les effets se traduisent par une modification des valeurs nominales de la tension, du courant ou de la fréquence [39]. Ces perturbations affectent la qualité de l'énergie, ce qui peut devenir problématique et incompatible avec certains équipements connectés au réseau. La qualité de l'énergie électrique a plusieurs définitions et porte sur plusieurs aspects tels que la qualité de service, la qualité de la tension ou la qualité de l'énergie consommée par les charges. D'une façon générale, la qualité de l'énergie électrique s'applique aux grandeurs caractéristiques qui sont la tension et le courant électrique. Elle a pour objet de définir les moyens de mesurer, analyser et améliorer la tension et/ou le courant afin de satisfaire les

critères communément adoptés (i.e. satisfaire les critères spécifiés dans les normes et standards) [40].

Par ailleurs, la qualité de l'énergie électrique s'applique à tous les niveaux du réseau. Les réseaux de transport et de distribution, qui se trouvent entre la production et les utilisateurs finaux, sont principalement sujets à des perturbations d'origine environnementale (vent, foudre ou autre). Des manœuvres sur le réseau comme l'enclenchement de bancs capacitifs ou l'enclenchement de transformateurs peuvent aussi les perturber. Finalement, les principales sources de perturbations proviennent des utilisateurs finaux de l'énergie électrique. Ils sont à l'origine de la dégradation de la qualité de l'énergie électrique dont les conséquences sont les suivantes : pollution harmonique, faible facteur de puissance, fluctuation de la tension du réseau (Flicker). Les différents types de perturbations électromagnétiques sont normalisés dans [41,42].

Les réseaux actuels de distribution ont été conçus comme des réseaux passifs, où le transfert de l'énergie s'effectue de manière unidirectionnelle du poste de transformation vers les utilisateurs, et le réglage de la tension est effectué par action au niveau du poste source [43].

Tous les principes actuels de contrôle, de protection et de reconfiguration sont remis en cause dès lors que des capacités significatives de production s'insèrent au cœur même du réseau de distribution. Le réglage et l'exploitation du réseau sont à ce jour semi-automatiques : ils nécessitent encore largement l'intervention humaine tant au niveau du terrain que du centre de conduite [44].

### **2-9-1. Contrôle du niveau de tension sur les lignes**

L'un des points critiques dans la distribution d'énergie électrique est de maintenir les tensions sur différents points du réseau de distribution :

- dans les différents centres de distribution, s'il s'agit de réseaux maillés,
- en bout de ligne si ce sont des réseaux radiaux.

Il existe deux méthodes possibles pour le contrôle de la tension en fin des lignes de distribution MT, qui dépendent de la configuration du réseau de distribution [44] :

- Contrôle à l'origine de la ligne, généralement pour les lignes à configuration radiale.
- Contrôle sur les points de réseau maillé ou à la fin d'une ligne de MT en configuration radiale.

### a- Contrôle de la tension en début de la ligne

Une forme habituelle employée par les réseaux de distribution pour maintenir le niveau nominal de tension a la fin d'une ligne de MT non maillée, est de régler la tension à la sortie de la sous-station au-dessus de sa valeur nominale. Ceci se fait sur la base de compenser l'énergie réactive à l'origine pour compenser la chute de tension de la ligne. La connexion des condensateurs en barres de MT est associée de l'augmentation de tension sur le point de sa connexion. Le calcul de l'augmentation de tension que suppose la connexion des condensateurs sur un réseau de MT peut être obtenue de l'équation :

$$\Delta U(\%) = \frac{Q_{bat}}{S_{cc}} \cdot 100 \quad (2.14)$$

$\Delta U(\%)$  : Chute de tension en pourcentage relative a  $U_N$

$Q_{bat}$  : Puissance de la batterie en kvar

$S_{cc}$  : Puissance de court-circuit sur le point de pose des condensateurs en kVA.

### b- Contrôle de la tension en fin de la ligne

En cas de lignes de MT avec plusieurs ramifications, si celles-ci ont une longueur considérable (plusieurs km), il n'est pas possible de régler la tension sur tous les points de distribution en plaçant des condensateurs en début de ligne. Pour ces cas, on place habituellement les condensateurs en nœuds de distribution où l'on veut régler la tension.

La chute de tension en fin d'une ligne ou tronçon peut être calculée par l'équation :

$$\Delta U(\%) = \frac{P \cdot L}{U_N^2} \cdot 100 \cdot (R_L + X_L \cdot \tan \varphi) \quad (2.15)$$

$\Delta U(\%)$  : Chute de tension en pourcentage relative a  $U_N$  ;

P : Puissance active transportée ;

$R_L$  et  $X_L$  : résistance et réactance de la ligne ( $\Omega$ ) ;

L : longueur de la ligne (km) ;

$U_N$  : tension nominale du réseau.

## 2-9-2. Calcul des puissances d'écoulement

Le calcul de l'écoulement de puissance dans le réseau de distribution radial, se base principalement sur la connaissance de la topologie ou l'architecture du réseau. Pour cela, cette technique nécessite uniquement la lecture des données du réseau : le nombre des jeux de barres et les charges branchées au niveau de chacun d'eux, ainsi que les branches qui le forment et la caractéristique résistance et réactance de chaque branche.

La connaissance de la topologie du réseau se fait par l'identification du type de chaque jeu de barres et de chaque ligne.

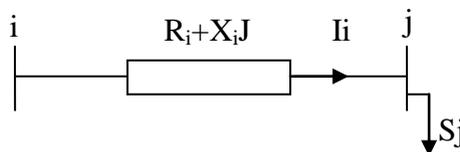
Le problème de l'optimisation de la taille et de l'emplacement des équipements intégrés dans le réseau de distribution ne peut être séparé de l'écoulement de puissance. Alors, la solution de ce dernier sera étudiée en présence et sans présence de ces équipements (condensateurs).

### a- Modélisation d'une branche

Les réseaux de distribution ont une configuration radiale et sont constitués d'un ensemble de branches [45]. Chaque branche de ce réseau est modélisée comme une résistance en série avec une inductance pure [46]. L'impédance d'une branche « i » quelconque de ce réseau (voir Figure 2.2) s'écrit :

$$Z_i = R_i + X_i j \quad (2.16)$$

$X_i$  et  $R_i$  sont respectivement la résistance et la réactance de la branche



**Fig. 2.2 :** Schéma unifilaire d'une branche.

$S_j$  : puissance apparente absorbée par la charge.

Les admittances shunts sont négligeables du fait que la ligne est de moyenne tension.

### **b-Modèle d'une charge :**

Les charges sont en général modélisées par la puissance apparente qu'elles absorbent. Etant dépendantes de la tension, les expressions des puissances actives et réactives d'une charge placée au nœud « i » sont exprimées tel que :

$$\begin{cases} P_i = P_{0i} (V_i/V_0)^\alpha \\ Q_i = Q_{0i} (V_i/V_0)^\beta \end{cases} \quad (2.17)$$

Où :

$P_{0i}$  et  $Q_{0i}$  : les puissances actives et réactives nominales ;

$V_0$  : la tension nominale ;

$P_i$  et  $Q_i$  : la puissance active et réactive de la charge au nœud « i » pour une tension égale à  $V_i$  ;

$\alpha$  et  $\beta$  : coefficients déterminant le caractère de la charge.

- Si les coefficients  $\alpha = \beta = 0$ , la charge est considérée à puissance constante.

- Par contre, Si,  $\alpha = \beta = 1$ , dans ce cas, la charge est considérée à courant constant.

- Lorsqu'ils  $\alpha = \beta = 2$ , la charge est à impédance constante.

Considérons que les charges sont à puissance constantes, donc, ( $\alpha = \beta = 0$ ).

La puissance apparente de la charge branchée au nœud i est dans ce cas :

$$\bar{S}_i = P_i + Q_i j \quad (2.18)$$

### **2-9-3. Ecoulement de la puissance**

Les réseaux de distribution sont des réseaux radiaux présentant des ramifications.

#### **2-9-3-1. Ligne avec ramifications.**

Les réseaux de distribution les plus fréquents sont les réseaux ramifiés. Ils sont constitués d'une ligne principale avec des ramifications ayant chacune plusieurs nœuds. Comme montré sur la figure 1.4. du chapitre 01.

#### **a-Puissances dans les branches.**

Les puissances à déterminer sont les puissances en fin de branche, les pertes de puissance dans ces dernières et les puissances en début de branches.

### -Puissance et courant dans les branches.

Il existe deux types de branches, terminales et non-terminales. Dans l'ensemble des branches non-terminales, on rencontre les branches liées aux nœuds de connexion des ramifications et celles non liées.

Le calcul des puissances actives et réactives des branches terminales se déterminent selon :

$$\begin{cases} P_n = P_{Ln} \\ Q_n = Q_{Ln} - Q_{Cn} \end{cases} \quad (2.19)$$

Où :

- $P_{Ln}$  et  $Q_{Ln}$  : les puissances actives et réactives de la charge au nœud terminal.
- $Q_{Cn}$  : la puissance de la batterie branchée au nœud terminal si elle existe.

Pour une branche non-terminales non connectée à un nœud de ramification, le calcul des puissances actives et réactives en fin de branche se déterminer selon les formules

$$\begin{cases} P_i = P_{Li} + P_{di+1} \\ Q_i = Q_{Li} + Q_{di+1} + Q_{Ci} \end{cases} \quad (2.20)$$

Où :

- $P_{di+1}$  et  $Q_{di+1}$  : respectivement les puissances actives et réactives en début de branche, de la branche « i+1 » sortant de la branche « i » ;
- $P_{Li}$  et  $Q_{Li}$  : respectivement les puissances actives et réactives circulant dans la branche « i » ;
- $Q_{Ci}$  : puissance réactive produite par la batterie de condensateurs en bout de ligne, de la branche « i ».

Pour une branche alimentant des ramifications, les puissances actives et réactives en fin de branche sont, pour une branche notée « i », déterminées comme suit :

$$\begin{cases} P_i = P_{Li} + P_{di+1} + \sum_{k \in Ra(i)} P_d(R_{dk}) \\ Q_i = Q_{Li} + Q_{di+1} + \sum_{k \in Ra(i)} Q_d(R_{dk}) - Q_{Ci} \end{cases} \quad (2.21)$$

Où :  $\sum_{k \in Ra(i)} P_d(R_{dk})$  et  $\sum_{k \in Ra(i)} Q_d(R_{dk})$  : respectivement les puissances actives et réactives en début des premières branches des ramifications ;  
 $i = 1 \dots nmr$  : le nombre de ramification.

Les pertes de puissance active et réactive sont données selon l'expression :

$$\begin{cases} P_{lossi} = R_i \frac{P_i^2 + Q_i^2}{V_i^2} \\ Q_{lossi} = X_i \frac{P_i^2 + Q_i^2}{V_i^2} \end{cases} \quad (2.22)$$

Les puissances actives et réactives en début de branche sont données par les expressions.

$$\begin{cases} P_{di} = P_i + P_{lossi} \\ Q_{di} = Q_i + Q_{lossi} \end{cases} \quad (2.23)$$

Le calcul des courants complexes circulant dans une branche se déterminent selon la formule suivante :

$$\bar{I}_i = \frac{\bar{S}_{di}^*}{\bar{V}_{i-1}^*} \quad (2.24)$$

Où :

$\bar{V}_{i-1}^*$  : le conjugué de la tension complexe du nœud source de la branche « i » ;

$\bar{S}_{di}^*$  : le conjugué de la puissance apparente complexe en début de branche qui est donnée par l'expression suivante :

$$\bar{S}_{di} = P_{di} + jQ_{di} \quad (2.25)$$

### b. Tension d'un nœud.

Les tensions complexes des nœuds de la ligne principale se calculent à partir de :

$$\bar{V}_i = \bar{V}_{i-1} - \bar{Z}_i \bar{I}_i \quad (2.26)$$

$Z_i$  : impédance de la ligne i.

## 2-10. Optimisation de la compensation

L'installation des batteries de condensateurs doit être faite de manière rationnelle de sorte à ce que la qualité de l'énergie soit améliorée sans pour autant consentir de grands investissements qui augmenteraient la prise de cette énergie.

La détermination du nombre de batteries, leurs puissances et leurs emplacements rendraient une fonction objective « F » maximale. Cet objectif fait donc du problème de la compensation de l'énergie réactive un problème d'optimisation. Cependant et du fait de la nature discrète des tailles des batteries et leurs emplacements, ce problème est non-linéaire avec contraintes. Il est généralement modélisé de la manière suivante

$$\begin{cases} \max f(x, u) \\ x_{\min} \leq x \leq x_{\max} \\ u_{\min} \leq u \leq u_{\max} \\ g(x) \geq 0 \end{cases} \quad (2.27)$$

Avec :

F : est la fonction objective à maximiser.

g : C'est l'ensemble des équations de l'écoulement de puissance et de la contrainte d'égalité.

x : est le vecteur variable de contrôle

u : est le vecteur variable d'état.

## 2-11. Fonction objectif

Le choix de la fonction objective est dicté par l'aspect économique et électrique du problème. La fonction objective sur laquelle nous allons traiter le problème de l'optimisation de la compensation de l'énergie réactive est la fonction dite « retour économique » ou réduction du coût notée «  $\Delta S$  » (notation, à ne pas confondre avec la variation de la puissance apparente).

$$\Delta S = k_p \Delta P - \sum_{i=1}^{nc} k_{ci} Q_{ci} \quad (2.28)$$

- nc : est le nombre total de batteries installées.

-  $k_p$  : est le prix de revient du kW produit.

-  $k_{ci}$  : est le prix annuel du kVAr installé amortissement et durée de vie comprise.

-  $Q_{ci}$  : est la taille de la batterie installée au nœud « k ».

-  $\Delta P$  : est la réduction des pertes de puissance active.

Les batteries sont installées l'une à la suite de l'autre, donc la fonction objective est Markovienne c'est-à-dire que son état  $k$  ne dépend que de l'état juste avant. Cette particularité de la fonction objective nous permet de définir la fonction objective pour une batterie à installer. Pour la batterie «  $k$  » donnée (état  $k$ ), la fonction objective est définie par :

$$\Delta S_k = k_p \Delta P_k - k_{ck} Q_{ck} \quad (2.29)$$

-  $\Delta P_k$  : est la réduction des pertes de puissance due à la batterie  $k$ .

-  $k_{ck}$  : est le prix de revient de kVAr installé pour la batterie  $k$ .

-  $Q_{ck}$  : est la puissance optimale de la batterie  $k$ .

La réduction totale du coût est alors donné par :

$$\Delta S = \sum_{k=1}^{nc} \Delta S_k \quad (2.30)$$

$\Delta S_k$  : Coût relatif à la branche arrivant au nœud  $k$ . La somme se faisant à partir de la branche 1 reliée à la source, sur le plus court chemin entre la source et le nœud  $k$ .

Cependant, et du fait que l'installation d'une batterie de condensateurs réduit, non seulement les pertes actives de puissance, mais aussi les pertes de puissance réactive, cela et pris en compte tel que :

$$\Delta S_k = k_p \Delta P_k + k_{cm} \Delta Q_k - k_{ck} Q_{ck} \quad (2.31)$$

-  $k_{cm}$  : est le prix de revient du kVAr produit. Ce coefficient est égal à la moyenne des prix des batteries standards disponibles sur le marché.

-  $\Delta Q_k$  : est la réduction des pertes de puissance réactive due à la batterie  $k$ .

## 2-12. Réduction des pertes de puissance active et réactive

La réduction des pertes de puissance due à une batterie «  $k$  » est égale à la différence des pertes de puissance active et réactive dans le réseau avant et après l'installation de la batterie de condensateurs:

$$\begin{cases} \Delta P_k = P_{av_k} - P_{ap_k} \\ \Delta Q_k = Q_{av_k} - Q_{ap_k} \end{cases} \quad (2.32)$$

Où :

$P_{av_k}$  et  $P_{ap_k}$  : respectivement, les pertes de puissance active en ligne avant et après compensation ;

$Q_{av_k}$  et  $Q_{ap_k}$  : respectivement, les pertes de puissance réactive en ligne avant et après compensation.

### 2-12-1. Pertes de puissance active et réactive

Les pertes de puissance active et réactive dans un réseau de distribution composé de n branches sont données par la formule suivante :

$$\begin{cases} P_{av_k} = \sum_{i=1}^n r_i I_i^2 \\ Q_{av_k} = \sum_{i=1}^n x_i I_i^2 \end{cases} \quad (2.33)$$

Où :

- $r_i$ ,  $x_i$  : respectivement, la résistance et la réactance de la branche « i » ;
- $I_i$  : le courant qui circule dans la branche « i ».

Les courants dans les branches sont obtenus à partir de la solution de l'écoulement de puissance. La décomposition de ces courants en leurs composantes actives et réactives permet d'écrire les pertes de puissance active et réactive comme suit :

$$\begin{cases} P_{av_k} = \sum_{i=1}^n r_i I_{ai}^2 + \sum_{i=1}^n r_i I_{ri}^2 \\ Q_{av_k} = \sum_{i=1}^n x_i I_{ai}^2 + \sum_{i=1}^n x_i I_{ri}^2 \end{cases} \quad (2.34)$$

Où :

- $I_{ai}$  : est la composante active du courant dans la branche « i » ;
- $I_{ri}$  : est la composante réactive de ce courant.

En plaçant une batterie en un nœud « k » donné d'un réseau de distribution, les pertes de puissance active et réactive sont :

$$\begin{cases} P_{ap_k} = \sum_{i=1}^n r_i I_{ai}^2 + \sum_{i=1}^k r_i (I_{ri} - I_{crk})^2 + \sum_{i=k+1}^n r_i I_{ri}^2 \\ Q_{ap_k} = \sum_{i=1}^n x_i I_{ai}^2 + \sum_{i=1}^k x_i (I_{ri} - I_{crk})^2 + \sum_{i=k+1}^n x_i I_{ri}^2 \end{cases} \quad (2.35)$$

-  $I_{crk}$  : partie réactive du courant généré par la batterie placé au nœud « k » ;  
Les branches parcourues par ce courant sont celles situées entre le nœud k et le nœud source en passant par le plus court chemin.

Donc la réduction des pertes de puissance active et réactive est :

$$\begin{cases} \Delta P_k = 2I_{crk} \sum_{i=1}^k r_i I_{ri} - I_{crk}^2 \sum_{i=1}^k r_i \\ \Delta Q_k = 2I_{crk} \sum_{i=1}^k x_i I_{ri} - I_{crk}^2 \sum_{i=1}^k x_i \end{cases} \quad (2.36)$$

$I_{crk}$  étant le même courant circulant de la source au nœud k, c'est alors une grandeur constante.

### 2-13. Emplacement et tailles des batteries.

Compenser de l'énergie réactive revient à déterminer le nombre de batterie à mettre en ligne, leurs emplacements et leurs tailles peut être modélisé comme suit :

$$\begin{cases} \max \Delta S_k(Q_{ck}, h_k) \\ g(Q_{ck}, h_k) = 0 \quad h \in N \\ Q_{cmin} \leq Q_{ck} \leq Q_{cmax} \\ V_{min} \leq V_i \leq V_{max} \quad i = 1, \dots, nj \end{cases} \quad (2.37)$$

Où :

- $\Delta S_k(Q_{ck}, h_k)$  : fonction objective qui dépend de la taille et de l'emplacement des batteries.
- $g(Q_{ck}, h_k) = 0$  : sont les équations de l'écoulement de charge.
- $h_k \in N$  est la contrainte des emplacements qui ne doivent être que des nœuds.
- $V_i$  sont les tensions des nœuds qui ne doivent pas dépasser les limites autorisées

Le problème tel qu'il est formulé est difficile à résoudre du fait de la présence, dans la fonction objective, de deux vecteurs de contrôle. Il s'agit du vecteur emplacement des batteries et du vecteur puissance ou tailles des batteries. Pour rendre le problème plus simple et facile à résoudre, on doit découpler le problème de la détermination des emplacements des batteries de celui de leurs tailles.

Cette séparation des variables est possible en appliquant les méthodes dites heuristiques.

Les méthodes heuristiques s'appuient sur l'expérience et la pratique. Elles sont faciles à comprendre et simples dans leurs mises en œuvre. Elles utilisent des facteurs de sensibilité qu'elles incorporent dans des méthodes d'optimisation afin d'atteindre des solutions qualitatives avec de petits efforts de calcul.

Les nœuds candidats, pour recevoir les batteries de condensateurs, sont identifiés en installant en chacun des nœuds du réseau pris seul, une batterie de condensateur qui minimise les pertes de puissance. Une fois les nœuds candidats déterminés, les puissances optimales des batteries à y placer sont déterminées simultanément afin d'éviter toute surcompensation.

Du fait que le problème de la détermination des emplacements convenables des batteries a été séparé de celui de la détermination de leurs puissances optimale vu que les emplacements sont déterminés moyennant les facteurs de sensibilité, alors, le calcul des tailles est modélisé en général comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \Delta S_k(Q_{ck}) \\ g(Q_{ck}) = 0 \\ Q_{cmin} \leq Q_{ck} \leq Q_{cmax} \\ V_{min} \leq V_i \leq V_{max} \end{array} \right. \quad (2.38)$$

On dit que le réseau (ou la branche) est surcompensé quand la composante réactive ( $I_{ri}$ ) du courant de branche devient positive. Pour éviter toute surcompensation, on doit garder cette composante du courant toujours négative ou égale à zéro. Les condensateurs de compensation provoqueraient alors l'augmentation de la tension, qui pourrait être néfaste, s'il y a dépassement de la valeur maximale autorisée.

En substituant la contrainte sur la tension par celle faite sur le courant de branche, le nouveau modèle mathématique du problème devient :

$$\begin{cases} \max \Delta S_k(Q_{ck}) \\ g(Q_{ck}) = 0 \\ Q_{cmin} \leq Q_{ck} \leq Q_{cmax} \\ I_{ri} \leq 0 \quad i = 1, \dots, nj \end{cases} \quad (2.39)$$

### 2-13-1. Emplacement des batteries

Pour déterminer les emplacements optimaux des batteries on utilise la sensibilité de la réduction des pertes de puissance active de la ligne à chacune des composantes réactives des courants de charge [47]. Cette réduction des pertes de puissance, pour un nœud « k » donné, est définie comme étant la différence entre les pertes de puissance avant l'annulation du courant réactif de la charge au nœud « k » et après l'annulation de ce dernier. Elle est donnée par :

$$\Delta P_k = P_k^{av} - P_k^{ap} \quad (2.40)$$

Les pertes de puissance avant l'annulation du courant réactif de la charge au nœud « k » s'écrivent :

$$P_k^{av} = \sum_{i=1}^n r_i I_{ai}^2 - \sum_{i=1}^n r_i I_{ri}^2 \quad (2.41)$$

Les pertes de puissance après l'annulation du courant réactif de la charge au nœud « k » sont données par :

$$P_k^{ap} = \sum_{i=1}^n r_i I_{ai}^2 + \sum_{\substack{i=1 \\ i \in S_k}}^k r_i (I_{ri} - I_{Lrk})^2 - \sum_{i=1+k}^n r_i I_{ri}^2 \quad (2.42)$$

Après simplification, la réduction des pertes de puissance aura l'expression suivante :

$$\Delta P_k = 2I_{Lrk} \sum_{\substack{i=1 \\ i \in S_k}}^k r_i I_{ri} - I_{Lrk}^2 \sum_{\substack{i=1 \\ i \in S_k}}^k r_i \quad (2.43)$$

Le nœud le plus sensible est celui dont le courant réactif de charge produit la plus grande réduction des pertes. Il aura alors le rang 1 et sera considéré en premier pour recevoir une batterie de condensateur de taille optimale.

### 2-13-2. Détermination de la taille des batteries de condensateur

Pour calculer les tailles des batteries, on doit d'abord déterminer les courants qu'elles génèrent. Ce courant est calculé de sorte à rendre la fonction objective réduction du coût :  $\Delta S_k$  maximale. Ce courant est obtenu par la résolution de l'équation suivante :

$$\partial \Delta S / \partial I_{crk} = 0 \quad (2.44)$$

A partir des expressions 2.36 ; 2.42 et 2.43, on obtient :

$$I_{crk} = \frac{2k \sum_{i=1}^k r_i I_{ri} + 2k_{cm} \sum_{i=1}^k x_i I_{ri} - k_{ck} V_{ck}}{2k_p \sum_{i=1}^k r_i + 2k_{cm} \sum_{i=1}^k x_i} \quad (2.45)$$

La puissance optimale initiale est calculée par l'expression suivante :

$$Q_{ck} = V_{ck} I_{crk} \quad (2.46)$$

La valeur maximale de la réduction du coût, déduite à partir des expressions 2.31 et 2.36 devient ce cas :

$$\Delta S_{kmax} = \frac{\left( 2k_p \sum_{i=1}^k r_i I_{ri} + 2k_{cm} \sum_{i=1}^k x_i I_{ri} - k_{ck} Q_{ck} \right)^2}{4 \left( k_p \sum_{i=1}^k r_i + k_{cm} \sum_{i=1}^k x_i \right)} \quad (2.47)$$

La valeur de la réduction des pertes de puissance correspondante est donné par :

$$\Delta P_{\Delta Smax} = \frac{4k_p^2 \left( \sum_{i=1}^k r_i I_i \right)^2 + 4k_{cm}^2 \left( \sum_{i=1}^k x_i I_i \right)^2 - (k_{ck} V_{ck})^2}{2k_p \left( k_p \sum_{i=1}^k r_i + k_{cm} \sum_{i=1}^k x_i \right)} - \frac{k_{cm} \sum_{i=1}^k x_i \left( 2k_p \sum_{i=1}^k r_i I_i + 2k_{cm} \sum_{i=1}^k x_i I_i - k_{ck} V \right)^2}{4 \left( k_p \sum_{i=1}^k r_i + k_{cm} \sum_{i=1}^k x_i \right)^2} \quad (2.48)$$

En effet, lorsqu'on place des batteries de condensateurs, les composantes réactives des courants de branche sont réduites du fait de l'apport ponctuel de la puissance réactive. De même, les composantes actives de ces courants baissent aussi du fait de l'amélioration de la tension, d'où non seulement une réduction des pertes de puissance active mais aussi, une réduction des pertes de puissance réactive.

# Chapitre 3

## Evaluation de la fiabilité par la méthode bayésienne

### 3-1. Introduction

La révolution de l'ordre des systèmes, liée à la libéralisation du marché est un autre élément poussée vers le renouvellement des outils méthodologiques. De nos jours, il est important de parler de systèmes de fiabilité [48].

Traditionnellement, la mise en œuvre des méthodologies de fiabilité vise les indices d'évaluation de la caractérisation de la disponibilité du système, en fonction de la connaissance des taux de défaillance en supposant les données du problème [49]. Cependant, le système de distribution électrique se caractérise par le dynamisme et le caractère aléatoire ou il doit être décrit en termes de processus stochastique. Dans ce climat d'incertitude, il est incontournable d'identifier les outils méthodologiques pour l'évaluation des indices du système qui doivent servir d'appui à la décision. Bien que l'information ne soit pas connue de manière déterministe, il n'en demeure pas moins que nous connaissons l'historique du système. Ainsi, l'idée de fournir des informations mises à jour spontanément sur la base de l'expérience passée, est générée en utilisant ce que nous appelons l'approche bayésienne. Elle intègre, les bases du modèle probabiliste de la fiabilité analysant les statistiques.

Les études de fiabilité sont un aspect de plus en plus important dans la conception et l'exploitation de chaque composant, équipement ou système d'ingénierie. Les spécifications et les normes de fiabilité appropriées: l'évaluation des taux de défaillance et de réparation, la probabilité d'apparition de pannes dans les systèmes sont des conditions préalables à la conception et au fonctionnement des systèmes.

Cependant, les rapports actuellement fiables ne tiennent pas toujours compte des nouveaux scénarios technologiques, de la production et du marché.

La discipline de fiabilité reposait initialement sur une analyse historique des données liées à l'exploitation de l'équipement afin d'assurer une série de

paramètres estimés (taux de défaillance, temps moyen de défaillance, la fonction de fiabilité, disponibilité, etc.) caractérisant la performance des dispositifs eux-mêmes. Au cours des changements d'applications dans tous les domaines de l'ingénierie, la discipline a, au fil des ans, développé des méthodes pour estimer les valeurs caractéristiques du taux de défaillance, en développant leurs propres modèles de disciplines en statistique et genre probabiliste [50]. En particulier, la théorie de la fiabilité a également consolidé les méthodologies pour l'analyse complexe des systèmes, qui, à partir des paramètres caractéristiques des composants, permet d'étendre le système de fiabilité de l'analyse comme une unité. Toutes les méthodes nécessitent la connaissance des caractéristiques de la vie des composants du système et, par conséquent, nécessitent une série d'analyse préliminaire sur les comportements des composants en cours de fonctionnement.

Pour ces dispositifs, à la fois pour l'absence apparente d'une quantité suffisante de données historiques et sur la fiabilité élevée des dispositifs eux-mêmes, on ne dispose pas de données suffisantes pour estimer une fiabilité efficace de la deuxième approche classique. Afin de tenir compte de la pénurie adéquate d'informations ces dernières années, des méthodes différentes ont été proposées pour décrire les connaissances imprécises dans les évaluations de la fiabilité des systèmes d'énergie électrique, y compris l'analyse de sensibilité [51], les calculs numériques basés sur l'écart type [52], la logique floue [53,54], arithmétique GAMMA [55]. Les nouvelles applications prometteuses des méthodes bayésiennes d'estimation connaissent un intérêt renouvelé pour l'analyse des systèmes d'énergie électrique dans des conditions d'incertitude. En effet, ils offrent des avantages significatifs par rapport à ceux classiques :

- D'un point de vue théorique, ils caractérisent, de manière similaire, toutes les incertitudes et les inconnues du problème des variables aléatoires. Nous pouvons décrire directement en termes probabilistes l'incertitude concernant les quantités d'intérêt.

- D'un point de vue opérationnel, ils permettent une estimation plus efficace (c'est-à-dire avec une petite erreur moyenne quadratique) par rapport à la nécessité de caractériser la distribution "a priori" des variables d'intérêt. Connaissant cette distribution «a priori» considérée comme une limite, en raison de sa caractéristique «subjective», la procédure est évaluée en fonction de la connaissance des experts. De plus, son effet sur l'estimation finale peut être limité en utilisant des techniques bayésiennes qui sont «robustes» par rapport à une hypothèse «a priori» ou des méthodes bayésiennes «empiriques» [56, 57];

- La mise à jour des estimations obtenues suite à l'acquisition de nouvelles données par l'évaluation de la distribution des paramètres "a posteriori" est simple et immédiate pour une classe donnée de distributions. En effet, une autre limitation de l'application des méthodes bayésiennes a toujours été celle des problèmes de calcul, principalement liés aux problèmes d'intégration numérique pour déterminer la moyenne et les intervalles de confiance par la suite. Aujourd'hui, cette limite semble largement terminée, pour le développement d'un logiciel de calcul approprié et d'un matériel puissant et des techniques d'estimation efficaces de Monte Carlo [58,59].

### **3-2. Caractérisation aléatoire du taux de défaillance et fonction de survie (fonction de défaillance)**

#### **3-2-1. Taux de défaillance**

En raison des développements technologiques, un examen de la fiabilité, conçu pour intégrer les stratégies de «contrôle» en ligne, est nécessaire, en tant qu'outil utile pour identifier les «composants critiques» du système. Pour faire face à l'incertitude des données, il est préférable d'utiliser un modèle approprié de connaissances «a priori» de la fiabilité, aussi général que possible (c'est-à-dire ne nécessitant pas d'hypothèses spécifiques telles que, par exemple, l'utilisation typique du Modèle Exponentiel, Weibull, Gaussien, etc.) et capable d'une mise à jour continue des données, qui bien que limitées, seront disponibles pendant le fonctionnement du système. L'effet de l'incertitude sur les données peut être décrit par des modèles appropriés de son caractère aléatoire inhérent, en développant les concepts décrits dans la littérature [60-62]. Ces études partent du principe que la connaissance d'un phénomène n'est jamais complète, mais se caractérise par plusieurs incertitudes telles que:

- Incertitudes dans le modèle, voire l'absence d'un modèle analytique ;
- Incertitudes liées à l'estimation des paramètres qui influencent le système physique ;
- Absence d'outils appropriés pour l'observation du système ;
- Présence d'un grand nombre de variables qui contribuent à affecter l'évolution normale du système ;
- Présence d'éléments difficiles à contrôler (par exemple, certains paramètres environnementaux).

Ces éléments sont combinés pour former l'environnement incertain qui nécessite sa propre description. Fourni avec des conditions de fonctionnement avec les

variables aléatoires appropriées  $X_1, X_2, \dots, X_n$  et en utilisant le modèle de composant générique pour le taux de défaillance proportionnel (PHM: Proportional Hazard Model), la fonction de taux de défaillance  $h(t; X_1, X_2, \dots, X_n)$  peut être exprimée comme produit de deux fonctions. La première fonction  $h_0(t)$  dépend uniquement du temps, tandis que la seconde  $\psi(X_1, X_2, \dots, X_n)$  dépend uniquement des variables aléatoires (v.a.) décrivant ainsi les conditions de fonctionnement:

$$h(t; X_1, X_2, \dots, X_n) = h_0(t) \cdot \psi(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3.1)$$

$h_0(t)$  est une fonction déterministe,  $\psi(X_1, X_2, \dots, X_n)$  est une fonction non négative de v.a.  $X_1, X_2, \dots, X_n$  et est donc une v.a. qui sera indiqué dans ce qui suit avec  $Z$ :

$$Z = \psi(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3.2)$$

La fonction de taux de défaillance, ainsi définie, peut être considérée comme l'estimation du taux de défaillance conditionnel :  $h(t|Z)$ .

$$h(t, Z) = Z \cdot h_0(t) = h(t | Z) \quad (3.3)$$

Où:  $Z=1$ ,  $Z<1$  et  $Z>1$ , respectivement, conditions de fonctionnement nominales, favorables et défavorables.

Pour chaque valeur  $z$  de  $Z$ , la fonction de fiabilité conditionnée est:

$$R(t|Z = z) = e^{-z \int_0^t h_0(u) du} = e^{-z H_0(t)} \quad (3.4)$$

Où :

$H_0(t)$  est la fonction de taux de défaillance cumulative. Cette expression de  $H_0(t)$  est valide dans le cas où la v.a.  $Z$  est constante dans l'intervalle de temps :  $(0, t)$ , ou dans des conditions environnementales "statique".

$$H_0(t) = \int_0^t h_0(u) du \quad (3.5)$$

### 3-2-2. Fonction de survie

Soit  $T$  une variable aléatoire positive et continue représentant la « durée de vie ». Sa fonction de répartition, ou bien comme cité avant, la fonction cumulée de défaillance  $F(t)$ , est :

$$F(t) = P(T \leq t) = \int_0^t f(u) du = 1 - R(t) \quad (3.6)$$

où :

$$R(t) = S(t) = P(T > t) = 1 - F(t) \quad (3.7)$$

Ainsi on définit sa densité de probabilité de défaillance comme :

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt} = h(t) e^{-\int_0^t h(u) du} \quad (3.8)$$

En appliquant le théorème de la probabilité totale, avec  $g_z(z)$  c'est le pdf. De la v.a.  $Z$ , la fiabilité  $R(t)$  peut être écrite comme suit:

$$R(t) = \int_0^{+\infty} g_z(z) \cdot R(t|z) dz \quad (3.9)$$

Si  $R(t|Z)$  est considérée comme une v.a en fonction de  $Z$ , la valeur moyenne coïncidente avec le respect "a priori" "optimal", dans le sens des moindres carrés de la fonction de fiabilité  $R(t)$  est:

$$\mu = E[R(t)] = \int_0^{+\infty} g_z(z) \cdot R(t|z) dz = \int_0^{+\infty} g_z(z) \cdot e^{-zH_0(t)} dz \quad (3.10)$$

La valeur moyenne de la fiabilité peut être considérée comme la transformée de Laplace du  $g_z(z)$  calculées pour  $s=H_0(t)$ .

En évaluant la probabilité d'un événement, en matière de fiabilité, nous soulignons la défaillance d'un composant ou d'un système. Le taux de défaillance est donc l'indicateur de fiabilité le plus souvent utilisé.

### 3-3. Méthodes d'estimation paramétrique

Un paramètre est une constante qui permet de contrôler un phénomène modélisé.

Une variable aléatoire est une fonction définie sur l'ensemble  $\Omega$  des résultats possibles d'une expérience aléatoire, telle qu'il soit possible de déterminer la probabilité pour qu'elle prenne une valeur donnée ou qu'elle prenne une valeur dans un intervalle donné.

Les variables aléatoires peuvent être représentées par leur loi de probabilité ou leur densité de probabilité.

Formellement, une variable aléatoire réelle est une application mesurable de  $(\Omega, C, P)$ .

Pour estimer les paramètres d'une distribution de probabilité, nous faisons recours aux méthodes statistiques d'estimation telles que les méthodes graphiques et les méthodes d'inférence statistiques en particulier, la méthode du maximum de vraisemblance et d'estimation bayésienne.

Plus généralement, soit une variable aléatoire  $x = x_1, x_2, \dots, x_n$  représentant les durées de vie d'un équipement.

Le problème consiste à déterminer une fonction de densité de probabilité  $f(x/\theta)$  où seul le vecteur de paramètres  $\theta = \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$  est inconnu [66].

Le but d'une modélisation statistique est d'identifier les paramètres de la loi de probabilité. Les étapes d'une méthode paramétrique sont :

- utiliser des statistiques descriptives pour fixer des ordres de grandeur sur les données.
- proposer une ou plusieurs familles de distribution paramétrique (e.g. gaussienne, exponentielle, etc.) capable de modéliser l'échantillon;
- identifier les paramètres regroupés dans le vecteur  $\theta$  à partir de la méthode des moments, du principe de maximum de vraisemblance, ou d'une méthode bayésienne.

Une fois le modèle paramétrique construit, l'objectif serait d'effectuer une inférence sur le paramètre inconnu  $\theta$ . plusieurs méthodes d'inférence statistique sont possibles, les plus connues : la méthode de l'estimation bayésienne et du maximum de vraisemblance.

#### 3-3-1. Estimation par le maximum de vraisemblance

L'information provenant des données observées est l'unique source d'information utilisée pour estimer les paramètres de la loi de fiabilité. Elles sont des

réalisations de la variable aléatoire. Elles servent à faire porter l'inférence sur les paramètres  $\theta$ . Dans cette méthode, une fonction de vraisemblance est utilisée:  $f(x/\theta)$ , nous cherchons un estimateur  $\hat{\theta}_{MV}$  qui maximise la fonction de vraisemblance  $f(x/\theta)$ ,

$$\hat{\theta}_{MV} = \text{Arg}_{\theta} \max[f(\theta/x)] \quad (3.11)$$

### 3-3-2. Estimation bayésienne

Au contraire de la statistique classique, en statistique bayésienne les paramètres sont considérés comme des variables aléatoires auxquelles on affecte une densité de probabilité.

La définition d'un modèle statistique paramétrique s'en trouve donc modifiée : il faut affecter des densités de probabilité aux paramètres au moment de la définition du modèle pour pouvoir prendre en compte leur nature aléatoire. Cette distribution est la distribution a priori des paramètres car elle est définie avant d'observer les résultats.

Un modèle statistique bayésien se compose donc d'un modèle statistique paramétrique  $f(x/\theta)$  et d'une distribution a priori sur le paramètre  $\theta$  [67].

Dans l'approche statistique classique, le paramètre  $\theta$  qu'on cherche à estimer est considéré comme une inconnue mais déterministe et estimée par une méthode traditionnelle (méthode du maximum de vraisemblance par exemple). Dans l'approche Bayésienne, le paramètre  $\theta$  est une variable aléatoire sur l'espace probabilisable  $\Omega$  (ensemble auquel appartient  $\theta$ ), admettant une densité de probabilité  $g(\theta)$  [68, 69].

Toute estimation bayésienne se compose de deux parties distinctes. La première, subjective, est l'étape de modélisation des informations a priori par des lois de probabilité adéquates ; elle fait appel beaucoup plus à l'expérience et au bon sens du statisticien qu'à des considérations mathématiques. La seconde étape, objective, qui est l'étude des lois a posteriori pour en tirer les estimateurs désirés. Le théorème de Bayes va permettre de combiner les informations, subjective et objective.

### 3-4. L'approche bayésienne

Pour fournir des données de fiabilité (durées de vie, intervalles de confiance...), il est nécessaire d'effectuer des inférences statistiques à partir des données récoltées. Cependant on remarque que les "composants" sont de plus en plus fiables ce qui a

pour conséquence de diminuer le nombre d'informations. On arrive ainsi au paradoxe suivant: plus la fiabilité d'un composant est élevée, plus son évaluation est difficile. Cette difficulté réside dans le fait que les méthodes statistiques classiques pour l'estimation des paramètres nécessitent un grand nombre de données.

Ces méthodes sont essentiellement basées sur l'approche fréquentielle ou fréquentiste exprimant la convergence de la fréquence des événements vers leur probabilité d'occurrence, lorsque le nombre des observations tend vers l'infini. Ainsi, l'information sera d'autant plus précise que l'échantillon sera grand. Seulement les installations en fonctionnement ne fournissent que de très peu de données et généralement au bout d'un certain temps.

Une solution est de trouver de nouvelles méthodes statistiques permettant d'avoir un maximum d'information à partir de très peu de données issues du retour d'expérience ou d'essais. La méthode de Bayes répond bien à cette attente. L'utilisation des techniques bayésiennes dans le domaine de la fiabilité est cependant un phénomène récent, lié à l'apparition d'ordinateurs puissants à grande capacité de calcul [70].

Les techniques bayésiennes s'appliquent aux problèmes des entreprises disposant de systèmes uniques très chers et qui veulent en estimer ou en maîtriser la fiabilité. La rareté des informations fait qu'une analyse objective donne bien souvent des résultats erronés. Dans ce cas, il est préférable d'utiliser la démarche subjective qu'est la méthode de Bayes. Pour cette approche, la probabilité est considérée comme un concept personnalisé, dépendant du degré de croyance que chaque individu porte sur l'occurrence d'un événement [71].

Ces techniques Bayésiennes mettent en œuvre un raisonnement bien adapté à la logique expérimentale, se basant sur l'enrichissement dynamique de la connaissance par les informations du terrain [72].

### **3-4-1. Théorème de Bayes**

Deux formulations principales du théorème de Bayes peuvent être proposées une formulation discrète, et une autre continue.

En fiabilité, c'est la formulation continue du théorème de Bayes qui est la plus utilisée.

- Formulation discrète:

$$P(A/B) = \frac{P(A).P(B/A)}{\sum [P(A).P(B/A)]} \quad (3.12)$$

La probabilité conditionnelle de réalisation d'un événement A sachant que l'événement B s'est produit, est proportionnelle à la probabilité (a priori) de A (probabilité avant que l'on observe B) multipliée par la probabilité d'observer B sachant A.

A : événement étudié,

B : événement(s) observé(s),

P(A) : probabilité a priori de réalisation de l'événement A,

P(B/A) : vraisemblance de l'occurrence de l'événement A sachant que B a été observé,

P(A/B) : probabilité a posteriori de réalisation de l'événement A sachant que B a été observé.

Par extension, Bayes donne une version continue de l'expression (3.12), en considérant les variables aléatoires X et Y comme étant à valeurs continues, et obtient :

$$g\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{f\left(\frac{x}{y}\right)g(y)}{\int f\left(\frac{x}{y}\right)g(y)dy} \quad (3.13)$$

Où :  $g(y/x)$  est la densité de probabilité de Y sachant X ;

$f(x/y)$ : la distribution de X conditionnellement à Y ;

$g(y)$ : la densité de Y (la marginale).

Soit maintenant  $x = (x_1, \dots, x_n)$  les réalisations d'un vecteur  $(X_1, \dots, X_n)$  et  $f(x/\theta)$  la densité conjointe associée. Le paramètre  $\theta$  étant inconnu, Bayes et Laplace considèrent qu'il peut être décrit par une distribution de probabilité  $g$  sur  $\Omega(\theta)$  (l'inconnu devient donc aléatoire). L'inférence est par conséquent fondée sur la distribution de  $\theta$  conditionnellement à  $x$  en appliquant le théorème de Bayes :

$$g\left(\frac{\theta}{x}\right) = \frac{f\left(\frac{x}{\theta}\right)g(\theta)}{\int_{D(\theta)} f\left(\frac{x}{\theta}\right)g(\theta)d\theta} \quad (3.14)$$

Où :

$\theta$  : paramètre étudié ;

$x = (x_1, \dots, x_n)$ : Observation de la variable aléatoire X ;

$g(\theta)$  : Densité de probabilité a priori ;

$f(x/\theta)$  : Distribution de probabilité conditionnelle de X sachant  $\theta$ , fonction de vraisemblance de l'occurrence de l'échantillon observé ;

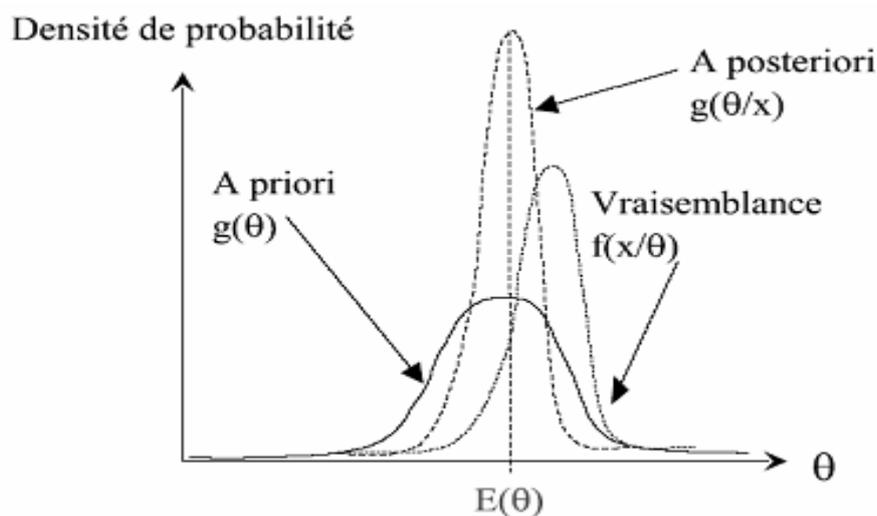
$g(\theta/x)$  : Densité de probabilité a posteriori de  $\theta$  sachant qu'on ait observé X ;

$D(\theta)$  : Domaine d'intégration du paramètre  $\theta$  étudié.

Par définition, un modèle statistique bayésien est constitué d'un modèle statistique paramétrique  $f(x/\theta)$  et d'une loi a priori :  $g(\theta)$ .

En termes statistiques, le théorème de Bayes apporte de l'information sur  $\theta$  en se basant sur les observations x.

Toute la difficulté réside dans la détermination de la distribution a priori qui jouera un rôle important et dans l'intégration du dénominateur.



**Fig. 3-1** : Densité de probabilités suivant le théorème de Bayes

Ce ne sont, ni les concepts, ni la formulation de la méthode bayésienne qui pose problème, mais plus généralement sa mise en œuvre, lorsqu'il s'agit des lois continues.

En effet, suivant le type de loi considéré la complexité des calculs est différente, les développements nécessaires étant souvent numériques et plus rarement analytiques.

### 3-4-2. Principe de conjugaison

Afin de palier au problème d'intégration du dénominateur, il est conseillé de choisir une loi « a priori » de même nature que la fonction de vraisemblance afin

d'aboutir à une distribution « a posteriori » connue; c'est ce qu'on appelle le principe de conjugaison.

La distribution « a priori » n'a aucune raison d'être de la même famille que la distribution « a posteriori ». Lorsque l'on procède à des itérations bayésiennes, c'est-à-dire que, suite à une première application, nous avons obtenu de nouvelles données, l'on procède à un nouveau traitement avec la distribution « a posteriori » du premier traitement comme pour l'« a priori » pour le second traitement.

Par conséquent, pour des raisons techniques on choisit souvent une distribution « a priori » qui soit de la même nature que la distribution finale supposée.

Le principe de conjugaison est très important si ce genre d'itération se répète plusieurs fois. Sinon on aboutit très vite à des expressions complexes inexploitable.

En analyse bayésienne on choisira, de préférence, des distributions qui permettent un bouclage et n'aboutissent pas à des expressions complexes et inconnues.

### **3-4-3. Choix des distributions « a priori »**

Le choix de modéliser la distribution « a priori » par une distribution conjuguée avec la vraisemblance permet une interprétation claire de la formule de Bayes, en tant qu'un processus de mise à jour des paramètres de la distribution « a priori » qui donne la distribution « a posteriori » [67].

Dans le domaine de la fiabilité des systèmes, les principales distributions utilisées sont:

- la loi exponentielle qui est directement associée au processus poissonnier et qui est représentative de la durée de vie de matériel qui a un taux de défaillance aléatoire constant.
- la loi de Weibull qui généralise la loi exponentielle mais dont le taux de défaillance varie dans le temps.
- la loi Log-normale représentative en particulier des temps de réparation des matériels ;
- la loi Gamma.

Il existe deux formes d'information:

- informations objectives: Ce sont des données opérationnelles, provenant d'essais ou de retour d'expérience sur des systèmes antérieurs, de technologies proches, donc similaires ;
- informations subjectives: Ce sont des données représentant le degré de croyance exprimé par un expert connaissant parfaitement le matériel étudié.

Ces informations sont souvent données sous forme d'intervalle de confiance avec un certain niveau de confiance.

#### **3-4-4. Fonction de vraisemblance.**

Cette fonction est déterminée par la méthode du maximum de vraisemblance.

#### **3-5. Une approche systémique de la fiabilité des systèmes électriques**

La systémique est une discipline qui regroupe les démarches théoriques, pratiques et méthodologiques, relatives à l'étude de ce qui est reconnu comme trop complexe pour pouvoir être abordé de façon plus simple, et qui pose des problèmes de frontières, de relations internes et externes, de structure, de lois ou de propriétés émergentes caractérisant le système comme tel, ou des problèmes de mode d'observation, de représentation, de modélisation ou de simulation d'une totalité complexe [73].

Pour appréhender la complexité d'un système, la systémique fait appel à un certain nombre de concepts spécifiques (la complexité, le système, la globalité et l'interaction).

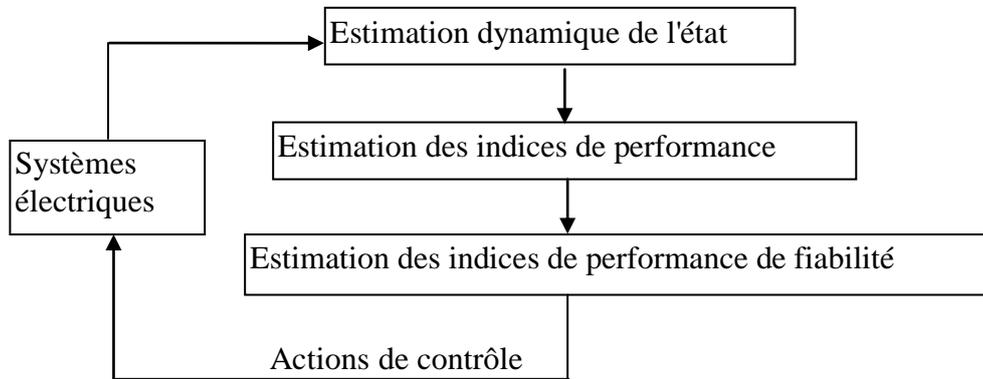
Il est impossible d'estimer les caractéristiques de la fiabilité dans les conditions de fonctionnement. En fait, les approches traditionnelles des études de fiabilité sont basées sur le concept central du taux de défaillance, qui est lié aux caractéristiques moyennes du composant et ne peut, par sa nature même, prendre en compte le temps des performances dynamiques.

Il est important d'associer le concept de fiabilité du système à l'évolution dynamique des variables d'état du système qui décrivent ses performances. Il est très intéressant que l'approche proposée [63], où la performance de fiabilité est définie comme la probabilité conditionnelle et où les indices de performance du système sont dans des limites critiques pour un espace de temps donné. L'estimation de l'état dynamique devient la condition préalable à la prédiction des indices du système de fiabilité.

La phase de l'évolution dynamique constitue la première étape de l'analyse quantitative. Cette analyse quantitative consiste à évaluer la probabilité d'apparition d'un événement qui peut se produire sur un système. Ainsi, cette modélisation consiste :

- d'une part, à construire un modèle physique qui prend en compte l'aspect dynamique du système afin d'obtenir les variables physiques internes à partir d'un problème de mission ;

- d'autre part, de construire les lois de fiabilité des composants constituant le système. En outre, nous pouvons même penser à fournir une logique de contrôle préventif capable de garantir que, à chaque instant, les contraintes de fiabilité sont satisfaites (figure 3-2).



**Fig. 3-2:** Système de contrôle du cycle des performances de fiabilité

### 3-5-1. Fonction de performance (fonction d'état limite)

La fiabilité des systèmes vise à calculer la probabilité de défaillance d'un système dont les paramètres sont mal connus (aléatoires) et modélisés dans un cadre probabiliste, relativement à un scénario de défaillance. Les méthodes de fiabilité permettent d'évaluer la probabilité de défaillance  $P_f$  d'un système.

La fonction de performance ou bien fonction d'état limite traduit le comportement du système étudié. Elle sépare l'espace physique des variables de conception en deux domaines: domaine de sûreté  $D_s$  et domaine de défaillance  $D_f$ . La fonction de performance est construite autour de l'événement redouté pouvant causer la défaillance du système. Un processus AMDEC permet de déterminer cette fonction.

Dans un problème de fiabilité, les variables d'entrée sont considérées aléatoires. Ces variables d'entrée sont généralement regroupées dans un vecteur appelé vecteur des variables de base note  $X$ .

La notion de fiabilité est basée sur un critère de défaillance basé sur une fonction dite performance, notée  $g(x)$ , qui dépend des variables aléatoires de base  $x$ .

On définit

$D_f = \{x : g(x) \leq 0\}$  correspond au domaine de défaillance

$D_s = \{x : g(x) > 0\}$  Correspond au domaine de sûreté.

Et La frontière :  $\partial D = \{x : g(x) = 0\}$  est la surface d'état limite.

La théorie de la fiabilité permet donc, à partir d'une fonction d'état limite et des lois de probabilité associées à ces variables aléatoires, de connaître la probabilité  $P_f$  de se trouver dans le domaine de défaillance :

$$P_f = P\left(g(x) \leq 0 = \int_{D_f} f_x(x) dx\right) \quad (3.15)$$

Où  $f_x$  est la densité de probabilité jointe de  $x$ .

Le cycle d'articulation de commande nécessite le codage des procédures complexes nécessitant le soutien d'outils méthodologiques avancés.

Supposons que nous avons identifié le vecteur des variables d'état  $x$  du système estimé à travers le filtre de Kalman étendu. A partir de la connaissance de ces variables, il est possible de trouver un vecteur  $y=g(x)$  qui décrit les performances du système. Il est intéressant de caractériser le mode de défaillance général  $k$ -ième définissant la surface critique multidimensionnel  $s_k(y)=0$  (surface d'état limite).

Cette dernière a pour objectif la construction d'un état limite explicite afin de permettre aux méthodes classiques d'être appliquées.

Il est possible de définir la probabilité que le système présente le moyen  $k$ -ième défaillance, en supposant connaître la fonction de densité de probabilité  $f(y)$  tel que :

$$F_k(t) = \int \dots \int_{\Omega_k} f(y) dy \quad (3.16)$$

La défaillance du système est observée quand  $g(x) < 0$ .

Ou le sous-espace  $\Omega_k$  est identifié par la relation:  $s_k(y) < 0$ .

La fiabilité du système en présence de  $n$  défaillance est la suivante :

$$R(t) = 1 - \int \dots \int_{\Omega} f(y) dy \quad (3.17)$$

Où:  $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \dots \cup \Omega_n$

Ci-dessous, en fonction des considérations exposées ci-dessus, nous allons procéder en identifiant un modèle de fiabilité dans des conditions de fonctionnement appropriées, en mettant à jour les données conformément à l'approche bayésienne.

### 3-6. Modèle probabiliste des paramètres d'entrée

La construction d'un modèle probabiliste des paramètres consiste à définir la loi de probabilité du vecteur aléatoire  $X$  des paramètres d'entrée.

Lorsque l'on ne dispose pas de données permettant de modéliser la variabilité d'un paramètre, on peut avoir recours au jugement d'expert : on suppose une forme pour la distribution du paramètre considéré (par exemple loi gaussienne, uniforme, log normale, Weibull, etc.) puis on fixe à dire d'expert la moyenne et l'écart-type de la loi.

Lorsque l'on dispose d'échantillons de données, on utilise les techniques classiques d'inférence statistique [74].

Il convient en général de chercher la meilleure loi dans différentes familles (par exemple, par la méthode du maximum de vraisemblance) puis de faire des tests d'adéquation pour valider ou non les choix. Lorsque les échantillons disponibles sont de petite taille, on peut les combiner avec une information a priori sur la distribution (de type jugement d'expert) en utilisant les statistiques bayésiennes [75,76].

En choisissant le modèle de fiabilité le plus approprié, basé uniquement sur une approche statistique, il est nécessaire d'éviter des erreurs graves dans l'estimation des valeurs importantes, comme les taux de défaillance.

En l'absence de données, la pertinence des modèles ne peut être évaluée que sur la base du «a priori» et constitue une partie parfaite sous l'approche bayésienne. Cet aspect théorique important en mode opérationnel décrit la fonction de fiabilité pour évaluer efficacement les paramètres d'intérêt.

Il est important d'introduire un exemple simple qui émet l'hypothèse : pour une donnée de composant, la disponibilité de la seule information autour de la valeur moyenne de la durée ( $m = 45$  ans) et l'écart type ( $s = 15$  ans) [64] pour les câbles HV. Incidemment, ces données excluent l'hypothèse, souvent adoptée dans la littérature; le modèle exponentiel (qui se caractérise par la valeur moyenne et l'écart-type de valeur égale).

Les modèles sélectionnés, Weibull et Log-Normal, ont les mêmes valeurs des paramètres assignés  $m$  et  $s$ .

Les expressions et les valeurs des paramètres du pdf obtenu par simple inversion des relations qui donnent  $m$  et  $s$  en fonction des paramètres de densité sont avec ( $t$  en années):

**Weibull:**

$$f(t) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta\right] \quad (3.18a)$$

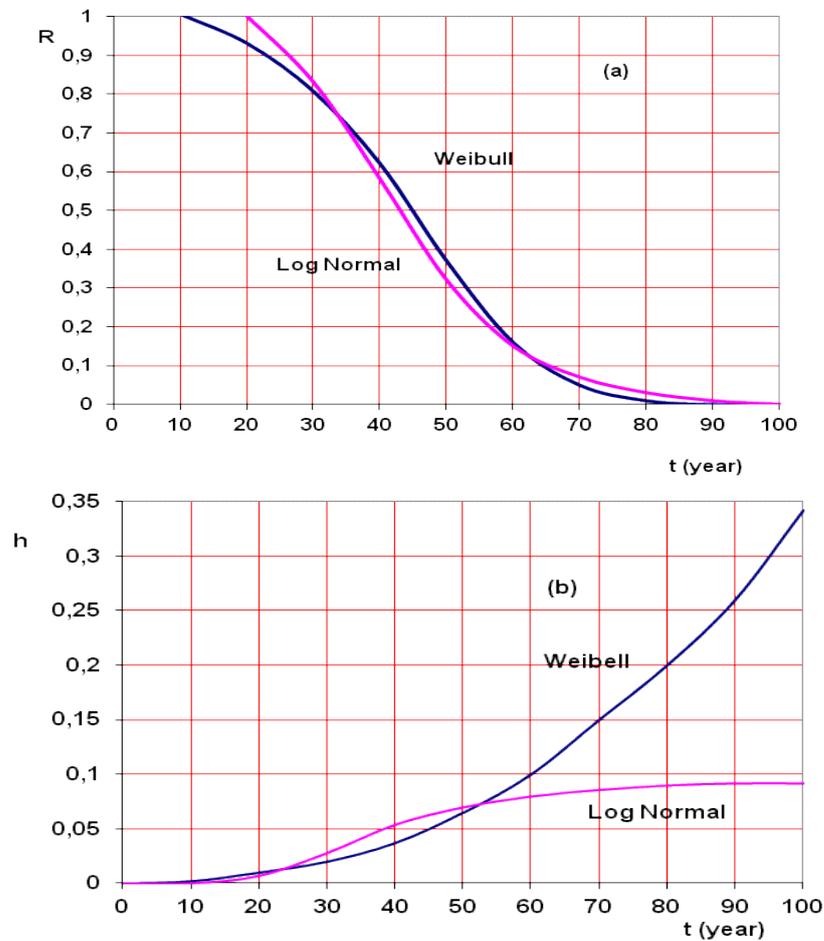
$(\alpha = 50.13 \text{ years}; \beta = 3.341)$

**Log-normale:**

$$f(t) = \frac{1}{\sigma t \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln(t) - \xi)^2\right] \quad (3.18b)$$

$(\xi = 3.754; \sigma = 0.3246)$

Un examen de la figure 3-3 ci-dessous montre que la fonction de fiabilité  $R(t)$  de Log-Normal et Weibull sont similaires, ce qui n'est pas le cas pour leurs taux de défaillance  $h(t)$ . En particulier, le taux de défaillance de Log-Normal, comme on le sait en théorie, commence pour l'origine  $t = 0$ , atteint le maximum puis diminue par rapport à  $t$ , contrairement à l'augmentation du taux de défaillance de Weibull.



**Fig. 3-3:** Fonction de fiabilité (en haut) et taux de défaillance (en bas)

Par conséquent, l'utilisation du modèle Weibull, s'il supposait «vrai» le modèle Log-normale, montre un vieillissement du composant qui, en réalité, «n'existe pas», ce qui entraînerait des coûts de maintenance excessifs. Il est important de mentionner que les modèles Weibull et Gaussiens, qui sont, dans l'électrotechnique, parmi les plus appliqués, peuvent avoir de nombreuses limites théoriques dans la réalité. En fait, le modèle gaussien a les limites inhérentes suivantes:

- Une variable gaussienne, pouvant supposer (si la valeur moyenne est supérieure à l'écart type) les valeurs négatives, ne sont pas théoriquement appropriées pour couvrir les durées de temps;
- Mauvaise flexibilité (sa densité ne peut avoir qu'une seule forme, la forme cloche ou la "cloche", sans asymétrie);
- Monotonie des fonctions de taux de défaillance, en augmentation.

Comme il est bien connu, son utilisation répandue dans le domaine des statistiques appliquées provient du célèbre théorème de limite centrale, qui rarement trouve le suffrage sur les durées de temps: difficile pour la durée du composant qui peut être décrit par la somme de plusieurs temps indépendants, sinon dans le cas de systèmes avec redondance "stand by".

La distribution de Weibull est justifiée en termes de fiabilité - pour les durées de temps - sous la théorie des «valeurs extrêmes», où la durée du composant est déterminée par les durées minimales de plusieurs éléments en «séries» (maillons les plus faibles de la théorie). Il convient également à noter que les distributions de Weibull de type pur ont l'inconvénient de la monotonie de la fonction de taux de défaillance: augmentation (si le paramètre de forme  $\beta > 1$ ), constant ( $\beta = 1$ ) ou diminuant ( $\beta < 1$ ). Ce type de propriété est un inconvénient pour la description des composants de fiabilité sur des intervalles de temps assez long (comme il est nécessaire, conçu pour maximiser le temps de maintenance dans une «extension de vie»).

La sélection du modèle de probabilité consiste à choisir une distribution appropriée pour les données de fiabilité. La définition d'une loi équivalente doit prendre en compte simultanément plusieurs facteurs: les exigences de la simplicité, les critères d'adéquation en fonction de la diversité des lois, la validité

des approximations et la préservation de la cohérence de l'approche bayésienne. La tendance de la recherche moderne vise à identifier des modèles plus flexibles qui utilisent des méthodes expérimentales bien établies, telles que la «puissance inverse» à la fonction isolante du stress électrique et du modèle «contrainte / résistance» [65].

### 3-7. Le modèle «contrainte - résistance»

Au cours de la dernière décennie, la libéralisation du marché de l'énergie a encouragé l'étude des méthodes de diagnostic et de maintenance afin d'optimiser les coûts en assurant la fiabilité globale du système d'alimentation. Étant donné que l'isolement des composants des installations à haute tension est l'un des points faibles, de nombreux efforts visent l'amélioration des niveaux de fiabilité de l'isolation et, par conséquent, la disponibilité du système.

La méthode contrainte-résistance est une méthode d'essais visant à qualifier la fiabilité d'un système. C'est une approche statistique qui permet de relier la durée de vie (résistance) d'un produit aux sollicitations (contraintes) auxquelles il est soumis.

Les modèles contrainte-résistance revêtent une importance particulière dans la littérature sur la fiabilité. Un système ou une unité technique peut être soumis à des contraintes environnementales aléatoires telles que la pression, la température et l'humidité, et la survie du système dépend fortement de sa résistance. La forme la plus simple du modèle contrainte/résistance, une défaillance se produit lorsque la résistance de l'unité tombe en dessous de la contrainte.

Dans notre cas, il s'agit d'un dispositif sous contrainte  $X$  lié aux conditions environnementales dans lesquelles ils opèrent: "dure" car l'effort ne dépasse pas la résistance  $Y$  du dispositif en ce type de sollicitation.

Dans, la fiabilité  $R$  est définie comme la probabilité que la résistance de l'unité soit supérieure à la contrainte, c.-à-d.  $R=P \{X < Y\}$ , où  $Y$  est la variable aléatoire de l'unité et  $X$  est la contrainte aléatoire placée sur elle. Cette fiabilité a été largement étudiée sous différentes hypothèses de distribution sur  $X$  et  $Y$ .

$X, Y$  sont des variables aléatoires ou  $X$ : "contrainte",  $Y$ : "résistance"

La contrainte  $X$  et la résistance  $Y$ , sont des variables aléatoires ayant pour fonction de densité de probabilité :

$$\begin{cases} f_x(x)dx = P[x \leq X \leq x + dx] \\ f_y(y)dy = P[y \leq Y \leq y + dy] \end{cases} \quad (3.19)$$

Notant leur fonctions de distributions par :

$$\begin{cases} F(x) = \int_0^x f_x(x) dx \\ F(y) = \int_0^y f(y) dy \end{cases} \quad (3.20)$$

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta} \quad (3.21)$$

Et sa densité de probabilité de défaillances

$$f(x) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta\right] \quad (3.22)$$

La fiabilité des composants peut être exprimé par :

$$R = P(X < Y) = P(Y - X > 0) \quad (3.23a)$$

Comme on l'a vu, il s'agit d'un cas particulier de l'utilisation d'un «indice de performance» du système, défini dans ce cas par la variable:  $Z=Y-X$ , résultant de «surface critique»  $Z<0$ .

En référence à  $f(y)$   $F(y)$  le pdf. (Cdf.) De  $Y$  et avec  $g(x)$   $G(x)$  le pdf. (Cdf.) De  $X$ , la fiabilité du composant est donnée, en supposant que, généralement approuvée dans ce contexte d'indépendance statistique de  $X$  et  $Y$  de :

$$R = \int_0^{\infty} g(x) P(X < Y | X = x) dx = \int_0^{\infty} g(x) (1 - F(x)) dx \quad (3.23b)$$

$$\text{Ainsi } R = 1 - F(x) = e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta} \quad (3.24)$$

La plus célèbre des modélisations statistiques du vieillissement ou bien valeurs extrêmes est la loi de Weibull. Cette loi a l'avantage d'être souple et est très utilisé pour déterminer la fiabilité.

Dans ce qui suit on se limite à la présentation générale des distributions a priori et a posteriori de cette loi suivant le théorème de Bayes.

$x$  est une loi de Weibull car elle est la loi le plus souvent rencontrée dans les réseaux électriques pour modéliser la durée de vie d'un système.

Cependant, les isolateurs sont soumis à l'usure qui dépend des conditions de fonctionnement qui sont affectées par une incertitude considérable. Dans ce qui suit, nous supposons que:

**1.** l'attitude de l'isolant à résister aux contraintes électriques, c.-à-d. la résistance  $Y$ , est une variable aléatoire qui est supposé être décrit par une distribution bi-paramétrique de Weibull (particulièrement appropriée pour les isolateurs polymérique solide), avec la fonction de distribution cumulative (fdc.) du type:

$$F(y) = 1 - \exp\left[-(y/\alpha)^\beta\right] \quad y \geq 0 \quad (3.25a)$$

Où,  $\alpha$  et  $\beta$  sont respectivement les paramètres d'échelle et de forme, dépendent généralement de la contrainte (champ électrique et température) et du temps  $t$ . Généralement, il est raisonnable, sur la base de données expérimentales, de supposer que  $\beta$  soit indépendant du temps, alors que  $\alpha$  diminue avec le temps avec  $\alpha(0) = \infty$ , avec la loi de "Puissance Inverse"

$$\alpha = \alpha(t) = k / t^m \quad (3.25b)$$

**2.** La contrainte est un événement aléatoire dont la valeur de crête, correspondant à la contrainte  $X$  ci-dessus, et est une variable aléatoire décrite par une fonction de densité de probabilité appropriée, en fonction de la genèse et de la localisation [65]. On prétend qu'une hypothèse valide est que  $X$  est également généré par une loi de Weibull, avec des paramètres  $\theta$  et  $\beta$  ayant fdc:

$$G(x) = 1 - \exp\left[-(x/\theta)^\beta\right] \quad (3.25c)$$

Ou :  $x > 0$  ;  $\theta, \beta > 0$

Selon ces hypothèses, la fonction de fiabilité est jugée

$$R(t) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\theta}{\alpha(t)}\right)^\beta} \quad t \geq 0 \quad (3.26)$$

**3.** La dégénérescence d'isolation se produit lorsque l'amplitude de la surtension est supérieure au niveau de la résistance d'isolement: puisque la résistance et la contrainte étant toutes les deux variables aléatoires, la dégénérescence due aux

surtensions associé au risque de décharge P en fonction de la fiabilité R et peut être évalué.

Afin de faire une estimation bayésienne, il est pratique d'exprimer les distributions de Weibull des variables contrainte : X et résistance : Y, par rapport au paramètre suivant:

$$z = \left(\frac{1}{\theta}\right)^\beta, w(t) = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^\beta \quad (3.27)$$

Selon (3.25b), le paramètre w est exprimé de la manière suivante:

$$w(t) = \left(\frac{t^m}{k}\right)^\beta = \frac{t^b}{k^\beta}; b = m\beta \quad (3.28)$$

La fonction de fiabilité prend alors l'expression suivante

$$R(t) = \frac{1}{[1 + w(t)/z]} = \frac{z}{[z + w(t)]} \quad (3.29)$$

Ce qui peut être réécrit selon le modèle ci-dessus "Log-logistique" [65]

Avec la Loi log-logistique de paramètre  $(\alpha, \beta)$  :

$$F(x, \alpha, \beta) = \frac{1}{1 + (x/\alpha)^{-\beta}} = \frac{x^\beta}{\alpha^\beta + x^\beta} \quad (3.30)$$

Avec un changement de variable :

$$F(t) = \frac{t^\beta}{\alpha^\beta + t^\beta} \quad \alpha \neq 0, \quad \beta \neq 1 \quad (3.31)$$

Remarque : si  $\alpha(t) = 1/t$  donc :

$$R(t) = \frac{1}{1 + (\theta)^\beta} \quad t \neq 0 \quad (3.32)$$

Qui est la fonction de survie de la distribution log-logistique.

Avec :

$$R(t) = 1/[1 + (\lambda t)^\beta]; \lambda = (\theta/k)^{1/m} \quad (3.33)$$

Dans le modèle étudié, le seul paramètre inconnu est le paramètre d'échelle transformée  $z$ , lié à (3.27) au paramètre d'échelle  $\theta$  de la contrainte. L'incertitude de cette grandeur est significative, car l'ampleur de la surtension dépend d'un ensemble de variables intrinsèquement inconnues (par exemple, la topologie et l'état du réseau). Si nous adoptons une approche bayésienne, la quantité inconnue  $z$  devrait être considérée comme une variable aléatoire  $Z$ . Ainsi, les différents paramètres de fiabilité sont des variables aléatoires décrites par des distributions appropriées.

En supposant que  $Z$  a une distribution "a priori" Gamma, Lorsque les connaissances disponibles sont informatives, le paramètre  $z$  a priori est modélisée par une distribution Gamma.

La considération de loi gamma ayant les propriétés suivante :

- La loi gamma est unimodale, son asymétrie est positive et sa variable est définie sur le l'intervalle  $(0, +\infty)$  ;
- Elle permet donc d'approcher, au voisinage de la valeur modal, la loi de Weibull ;
- Son coefficient de variation est déterminé explicitement par son seul paramètre de forme.

Pratiquement, si l'on envisage des lois dont le coefficient de variation est inférieur à  $(1/3)$  on peut admettre que cette loi équivalente est exploitable dans le contexte bayésien qui nous intéresse.

Ainsi on trouve :

$$p(z) = p(z, \nu_0, \delta_0) = \frac{z^{(\nu_0-1)}}{\delta_0^{\nu_0} \Gamma(\nu_0)} e^{-z/\delta_0}, z > 0 \quad (3.34)$$

Où  $\nu_0$  et  $\delta_0$  sont respectivement les paramètres de forme et d'échelle (l'indice 0 se réfère à la distribution "a priori"). L'utilisation de la distribution Gamma pour le paramètre d'échelle de la distribution de Weibull est largement approuvée dans la littérature car, en plus de sa flexibilité, c'est le "conjugué" de Weibull (ou le "a posteriori" a encore la distribution Gamma) et est suffisamment robuste en comparaison avec l'estimation des paramètres de fiabilité [56].

**N.B.** Les temps de défaillance sont distribués exponentiellement. La vraisemblance sera une loi exponentielle ayant pour densité de probabilité:

$$f(k / \lambda) = \lambda^k e^{-\lambda T} \quad (3.35)$$

Donc la vraisemblance est :

$$L(z/\delta) = \delta^k \cdot e^{-\delta T} \quad (3.36)$$

Le principe de la conjugée naturelle donne pour distribution « a priori » de la variable  $\delta$  une distribution gamma, et la distribution « a posteriori » reste dans la famille de distributions gamma :

$$g(z) = p(z, \nu_0, \delta_0) \quad \text{et} \quad g(\nu/z) = p(z, \nu, \delta) \quad (3.37)$$

La distribution bayésienne « a posteriori » résultante est :

$$p(\nu/z) = \frac{p(z) \cdot L(z/\nu)}{\int_0^{+\infty} p(z) \cdot L(z/\nu) d\nu} = \frac{z^{\nu_0+k-1} \cdot \exp\left(-z\left(\frac{1}{\delta_0} + T\right)\right)}{\int_0^{+\infty} z^{\nu_0+k-1} \exp\left(-z\left(\frac{1}{\delta_0} + T\right)\right)} d\nu$$

Avec plus de simplification

$$p(\nu/z) = \frac{\left(\frac{1}{\delta_0} + T\right)^{\nu_0+k}}{\Gamma(\nu_0+k)} \cdot z^{\nu_0+k-1} \cdot \exp\left(-z\left(\frac{1}{\delta_0} + T\right)\right) \quad (3.38)$$

Donc la loi obtenu est une encore une loi Gamma avec les paramètres suivants :

$$\begin{cases} \delta = \frac{1}{\delta_0} + T \\ \nu = \nu_0 + k \end{cases} \quad (3.39)$$

Les inférences statistiques déduites à partir de la distribution a posteriori  $p(\nu/z)$  sont les suivantes:

\* Espérance mathématique: L'espérance mathématique de la densité de probabilité a posteriori correspond à l'estimateur ponctuel bayésien:

$$E(p(\nu/z)) = \frac{\nu}{\delta} = \frac{\nu_0 + k}{\frac{1}{\delta_0} + T} = \frac{\delta_0(\nu_0 + k)}{\delta_0 \cdot T + 1} = \hat{z} \quad (3.40)$$

\* la variance :

$$V(v/z) = \frac{v}{\delta^2} = \frac{\delta^2(v_0 + k)}{(\delta_0 T + 1)^2} \quad (3.41)$$

### Intervalle de crédibilité

L'un des avantages déterminants de l'approche bayésienne réside dans la possibilité de définir explicitement un intervalle de crédibilité de l'estimateur.

Un intervalle de crédibilité bayésien contient au moins  $(1-\alpha)\%$  de la vraie valeur de  $z$  et peut être calculé respectivement à l'aide des relations :

$$\begin{cases} \text{prob}(z \leq z_{\text{inf}}) \leq \alpha / 2 \int_0^{v_{\text{inf}}} p(v/z) dz \\ \text{prob}(z \leq z_{\text{sup}}) \leq \alpha / 2 \int_{v_{\text{sup}}}^{\infty} p(v/z) dz \end{cases} \quad (3.42)$$

D'où les bornes inférieure et supérieure du paramètre d'échelle au quantile  $(\alpha/2)$ :

La loi a posteriori  $p(v/z)$  étant une loi gamma, la transformé  $z$  est distribué suivant la loi khi-deux 2 degré de liberté, noté  $\chi^2$ , par défaut de logiciel spécifique :

$$\begin{cases} z_{\text{min}} = \frac{\delta_0 \cdot \chi_{\alpha/2}^2 \cdot (2v_0 + 2k)}{2(\delta_0 T + 1)} \\ z_{\text{sup}} = \frac{\delta_0 \cdot \chi_{(1-\alpha/2)}^2 \cdot (2v_0 + 2k)}{2(\delta_0 T + 1)} \end{cases} \quad (3.43)$$

Ces bornes permettent de définir un intervalle de confiance.

Les distributions a priori du quantile  $p$  de la durée de vie  $T_p$  est du type "Gamma généralisée" [56], celui-ci est exprimable en termes de  $Z$  comme suit:

$$T_p = (1/\lambda) [P/(1-P)] Z^{1/b} \quad (3.44)$$

Donc avec un changement de variable et plus de simplification on trouvera :

$R(T)$  la fiabilité du matériel pour un temps de mission  $T$  qui s'exprimera de deux manières:

- Soit déterminer l'estimateur bayésien :

$$E = \hat{z} \Rightarrow R(T) = e^{-\hat{z}T} \quad (3.45)$$

- Ou bien à partir de la distribution a posteriori  $p(v/z)$  :

$$R(T) = \int_0^{\infty} \delta^k e^{zT} \cdot p(v/z) dz \quad (3.46)$$

La densité de fiabilité  $R$  ( $0 < r < 1$ ) est donnée par:

$$q(r) = q(r, \nu_0, \delta_0) = w(1-r^2)^{-1} p[(wr)/(1-r)] \quad (3.47)$$

Ainsi, une fois un échantillon de valeurs de contraintes observés,  $D$  ( $X_1, X_2, \dots, X_n$ ), en vertu du théorème de Bayes, elle est réalisée selon la relation:

$$p(z|D) = p(z)L(D|z)/C \quad (3.48)$$

Où  $L(D|z)$  est la fonction de vraisemblance des données,  $C$  est exprimé à partir de:

$$C = \int_0^{\infty} L(D|z)p(z)dz \quad (3.49)$$

La distribution "a posteriori" de  $Z$  est encore Gamma, dont les nouveaux paramètres sont exprimés par:

$$\nu = \nu_0 + n, \quad \delta = \delta_0 / (1 + U\delta_0), \quad U = U(D) = \sum_{j=1}^n X_j^\gamma \quad (3.50)$$

Le meilleur estimateur, en termes d'erreur quadratique moyenne, la fonction  $\tau = \tau(Z)$  est donnée par la moyenne "a posteriori":

$$\tau^0 = \int_0^{\infty} \tau(z)p(z|D)dz \quad (3.51)$$

Exemples de fonctions  $\tau = \tau(Z)$  appropriées à  $R$  et  $T_p$ , dont les distributions "a posteriori" sont décrits par les mêmes distributions de formes en utilisant de nouveaux paramètres.

Le choix d'une distribution "a priori" doit être justifié par la qualité et la quantité d'informations disponibles et en fonction de son impact sur la distribution ultérieure postérieure.

Bien sûr, ces distributions fournissent suffisamment d'informations pour obtenir également les intervalles souhaités de confiance bayésienne.

### 3-8. Applications numériques

Voici un exemple de la procédure numérique avec référence spécifique aux câbles XLPE (Cross Linking Poly-Ethylene) pour les blocs de transmission à haute tension. La "contrainte" et la température de fonctionnement sont constantes et supposées, respectivement 10kV/mm et 90°C. La valeur de pointe de la surtension est supposée être décrite par une distribution de Weibull avec le paramètre de forme  $\beta=12$  et le paramètre d'échelle  $\theta$  à estimer.

Pour décrire la variation dans le temps de la "résistance" des isolateurs à haute tension, nous avons utilisé les relations (3.25b).

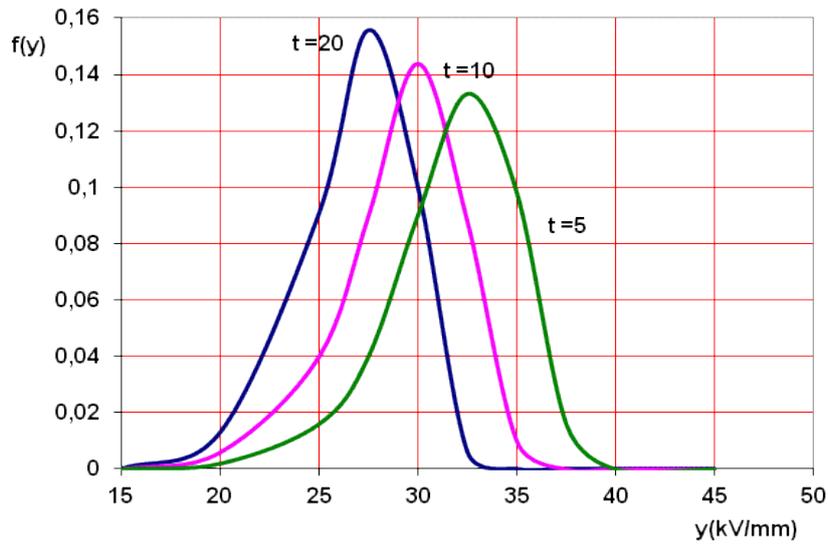
Pour les calculs, considérant que les paramètres  $m$  et  $k$  sont respectivement de 0,12 et de 120, avec  $t$  en heures; Ces valeurs conduisent à une réduction de la résistance d'isolation qui est significative pendant la première période de vie des composants et qui tend peu à peu à la saturation, comme l'indique également dans la littérature du câble XLPE.

La figure 3-4 montre le pdf.  $f(y)$  de la résistance  $Y$  pour trois différents temps de vieillissement (5, 10 et 20 ans). En présence de quelques données, la méthode bayésienne est robuste et largement estimée car elle combine les données limitées disponibles à d'autres informations de diverses sources préexistantes.

Afin d'illustrer l'efficacité de la méthode, nous avons choisi une distribution "a priori"  $R$  avec une variance considérable pour exprimer une incertitude considérable associée à  $R$ .

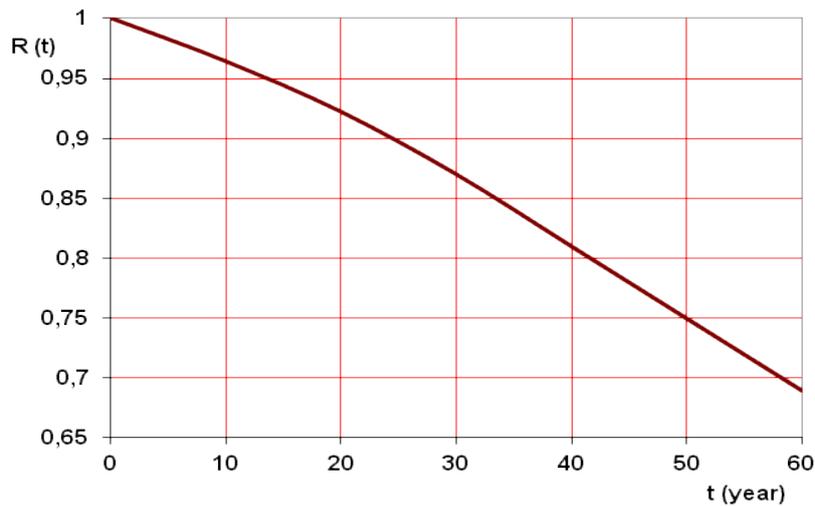
Avant d'appliquer la méthode bayésienne, l'évaluation de la fiabilité dépend de la valeur de  $\theta$ , afin d'avoir ainsi une comparaison avec la valeur estimée  $\theta_0 = 16.32\sqrt{2} = 23.08 \text{ kV/mm}$ .

Ainsi, la fiabilité a été déterminée en utilisant le modèle log-logistique avec  $\lambda = 1.080910^{-6} \text{ h}^{-1}$  et  $b = 1.44$



**Fig. 3-4:** Fonction de densité de la résistance pour différentes valeurs de durée de vie.

La fonction de fiabilité est montrée à la figure 3-5 avec des valeurs significatives rapportées dans le tableau 3-1.

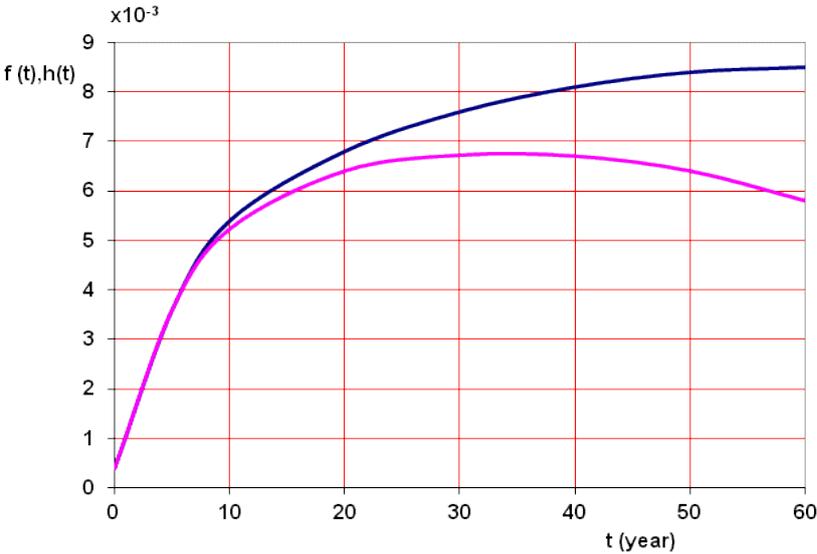


**Fig. 3-5 :** Fonction de fiabilité du temps. Le modèle log-logistique d'estimation préliminaire.

**Tableau 3-1:** Fiabilité à temps fixe de la durée de vie selon l'estimation préliminaire (non bayésienne)

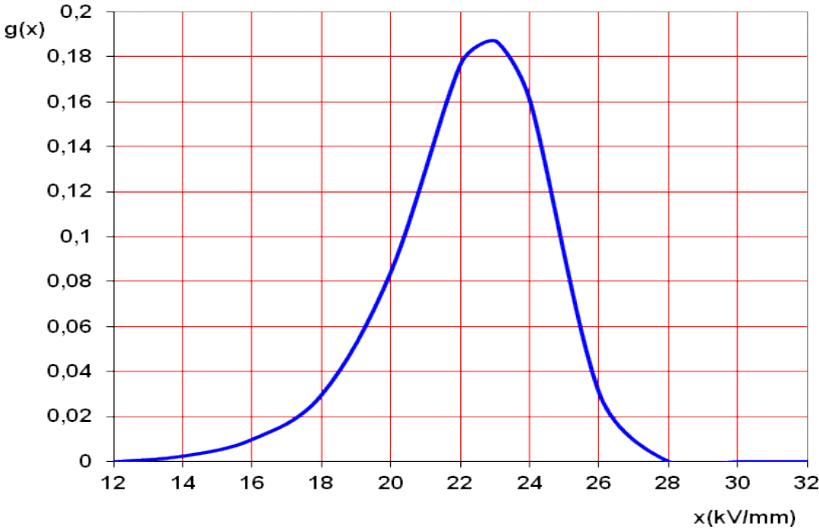
T (years)	5	10	20	30
R	0.988	0.967	0.916	0.860

Pour la fiabilité, Il est facile de déterminer le taux de défaillance  $h(t)$  et la fdp du temps de fonctionnement  $f(t)$  représenté sur la figure 3-6.



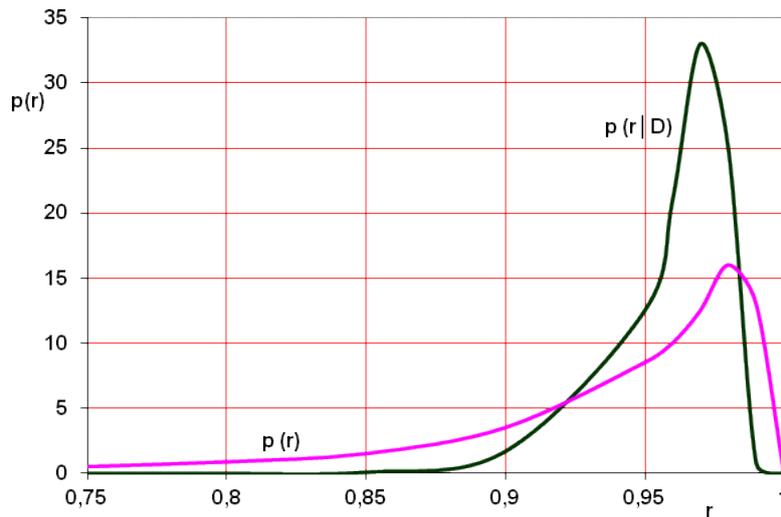
**Fig. 3-6 :** Fonctions de densité de probabilité et le temps du taux de défaillance.

À ce stade, les paramètres  $z_i$  (distribution exponentielle) ont été sélectionné pour la distribution gamma "a priori", avec  $\nu_0 = 1$ ,  $\delta_0 = 1/\theta^2$  et  $\theta = \theta_0 = 23.08kV/mm$ . L'échantillon de valeurs  $D$  de la contrainte,  $D = (23.78, 22.31, 21.77, 20.26, 24.57)$ , a été généré à partir de l'hypothèse de la distribution Weibull, dont la densité est donnée dans la figure 3-7. Le fdp est illustré à la Figure 3-7.



**Fig. 3-7:** Fonction de densité de contrainte de la probabilité

Selon les rapports précédents, il est possible de déterminer la distribution "a posteriori" et "a priori" dans la figure 3-8.



**Fig. 3-8:** Fonction de la densité de probabilité "a priori" (-----) et "a posteriori" (---) de la fiabilité à 10 ans de durée de vie.

On peut dire que la distribution de R est certainement plus concentrée: la variance de "a priori" et "a posteriori" est égale à 0,143 et 0,018 respectivement.

Afin d'évaluer l'efficacité de la méthode d'estimation bayésienne par rapport au maximum de vraisemblance, les simulations de Monte Carlo ont été réalisées avec différentes tailles d'échantillons.

Pour plus de simplicité, le tableau suivant présente des résultats significatifs. En particulier pour des échantillons d'un nombre limité ( $n=1$ ,  $n=3$ ) ou de taille moyenne ( $n=10$ ,  $n=30$ ), (tableau 3-2).

**Tableau 3-2:** Valeurs calculées de RMSEB, RMSEL et EFF liées à différentes tailles d'échantillons.

Sample size	RMSEB	RMSEL	EFF
1	11.6	38.8	33.6
3	8.48	17.7	2.09
10	5.21	6.69	1.28
30	3.19	3.45	1.08

1. Erreur quadratique moyenne racine de l'estimateur bayésien (RMSEB).
2. erreur quadratique de l'estimateur de maximum de vraisemblance (RMSEL).
3. Efficacité de l'estimateur bayésien  $EFF = RMSEL / RMSEB$ .

Les résultats montrent clairement l'efficacité remarquable de l'estimateur bayésien par rapport à l'estimateur du maximum de vraisemblance, en particulier pour une taille d'échantillon limitée.

# Conclusion générale et Perspectives

## 1- Conclusion générale

L'évaluation de fiabilité des réseaux électriques exige la connaissance détaillée des modes de défaillance que l'on peut rencontrer sur le composant étudié, on étudie en fait la capacité d'un composant à ne pas défaillir.

Le comportement d'un réseau de distribution est aléatoire, il est nécessaire que les méthodes utilisées pour analyser la fiabilité du réseau de distribution répondent à cet effet, pour ça, la méthode choisie pour analyser la fiabilité du réseau de distribution est basée sur la défaillance d'un composant affectant l'état du réseau.

En premier lieu nous avons détaillé deux processus d'analyse de la fiabilité des réseaux de distribution :

La méthode d'AMDE qui est une structure de base, basée sur l'énumération du défaut qui peut se produire dans le réseau, la façon dont le système de protection traite ces défauts et l'impact de chaque défaut du réseau, c.-à-d. le type d'opération qui affecte chaque nœud.

Ensuite, afin de comprendre tous les aspects des méthodes de processus de régulation qui répondent bien au comportement stochastique des réseaux électriques et qui peuvent inclure les variations annuelle de la fiabilité, les méthodes telles que les méthodes de simulation de Monte Carlo sont préférables.

Un autre avantage d'utiliser des simulations séquentielles de temps de Monte Carlo est que chaque échantillon peut être analysé en détail. Par exemple, les cas où une sortie est le résultat de beaucoup d'autres sorties, le résultat peut être beaucoup plus facile à traité en utilisant la SMC comparé à d'autres méthodes.

Nous avons présenté une solution pour le problème de la circulation des forts courants réactifs dans les réseaux de distribution équilibrés

Les tailles optimales des batteries sont quant à elles déterminées de sorte qu'elles rendent la fonction coût ou retour économique maximale.

Nous avons introduit la réduction des pertes réactives de puissance du fait que, l'installation des batteries réduit, non seulement les pertes actives de puissance mais aussi, les pertes réactives.

Durant ce travail, on s'est aussi occupé de la résolution du problème de l'écoulement de puissance dans les réseaux de distribution qui est un préalable à la conduite de la compensation de l'énergie réactive, le calcul de l'écoulement de puissance est impératif.

Dans l'évaluation de la fiabilité des systèmes deux démarches sont présentées : la démarche déterministe traditionnelle, où chaque paramètre est caractérisé par une valeur unique, et les méthodes probabilistes, où chaque paramètre est caractérisé par une distribution de probabilité. Pour la fiabilité, l'analyse consiste à évaluer la probabilité de défaillance d'un composant ou d'un système.

La théorie moderne des probabilités a fait avancer et simplifier le traitement des incertitudes des données, en particulier par rapport à l'utilisation de la connaissance a priori, à l'attribution de probabilités représentant une information vague ou globale.

L'analyse de la fiabilité par la démarche bayésienne, est une approche qui contribue à l'évaluation de la fiabilité des systèmes. Basée sur l'information a priori issue de diverses sources (recueils de donnée, avis d'experts ou historique des systèmes identiques ou similaires...), exprimées sous forme de distribution de probabilité, afin de générer une nouvelle information (a posteriori). Ces techniques s'appliquent aux problèmes industriels dont le but est d'estimer ou maîtriser la fiabilité.

La sélection du modèle de probabilité consiste à choisir une distribution appropriée pour les données de fiabilité. La définition d'une loi équivalente doit prendre en compte simultanément plusieurs facteurs: les exigences de la simplicité, les critères d'adéquation en fonction de la diversité des lois, la validité des approximations et la préservation de la cohérence de l'approche bayésienne.

Par la suite, le choix d'une distribution "a priori" doit être justifié par la qualité et la quantité d'informations disponibles et en fonction de son impact sur la distribution ultérieure postérieure.

Bien sûr, ces distributions fournissent suffisamment d'informations pour obtenir également les intervalles souhaités de confiance bayésienne.

## **2- Perspectives**

Puisque l'analyse quantitative est effectuée sur un petit système de test, la traduction du résultat sur des systèmes normaux qui sont généralement beaucoup plus grands est différente. Cependant, les conclusions générales sont valables. Des systèmes plus grands impliqueraient des analyses plus compliquées et des mesures de simplification des modèles de simulation pourraient être nécessaires. De plus, l'utilisation de systèmes de test permet des données de fiabilité des composants bien définies. En réalité, les données disponibles pour les systèmes de distribution actuels sont généralement assez limitées, ce qui signifie que les modèles de simulation utilisés pour les systèmes réels doivent être simplifiés ou que des hypothèses détaillées sur les données de fiabilité des composants doivent être formulées.

Le développement d'une méthodologie d'évaluation et d'optimisation des autres composantes de la sûreté du fonctionnement à savoir la maintenabilité et la disponibilité des systèmes.

Pour la démarche bayésienne, La prise en compte d'autres lois de dégradation.

Une autre perspective de notre travail consiste à effectuer des essais de robustesse et d'estimation de la fiabilité grâce, entre autres, à la méthode de l'injection de fautes.

# Bibliographie

- [1] Crappe M., 2003, « Commande et régulation des réseaux électriques », Hermes Science Publications.
- [2] Dimitrovski, A., Tomsovic, K., 11-15 June 2006, "Impact of Wind Generation Uncertainty on Generating Capacity Adequacy", 9th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, Stockholm, Sweden.
- [3] Jolion, J.-M., 2006, « Notes de cours sur Probabilités et Statistique ».
- [4] Robert C., Cassela G., 2004, "Monte Carlo Statistical Methods", Springer-Verlag, New York, second edition, pp 289.
- [5] Rausand M., Höyland A., 2004 , "System Reliability Theory - Models, Statistical Methods and Applications", 2nd edition, John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, US,
- [6] Chowdhury, A., Koval, D., 2009, "Power Distribution System Reliability: Practical Methods and Applications". John Wiley and Sons, Hoboken.
- [7] Ruggeri F., 2005, "On the Reliability of Repairable Systems: Methods and Applications. Progress in Industrial Mathematics at ECMI, A. Di Bucchianico, R.M.M. Mattheij, and M.A peletier (Eds), vol. 5, pp.635-553,
- [8] Arritt, R.F. , Dungan, R.C. , 2011, "Distribution System Analysis and Future Smart Grid", IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 47, 2343-2350.
- [9] Tawfiq M. Aljohani, Mohammed J. Beshir, 2017, "Distribution System Reliability Analysis for Smart Grid Applications", Smart Grid and Renewable Energy, vol. 8, pp.240-251
- [10] Cocozza C., 1997, « Processus Stochastique et Fiabilité des Systems », pp.436.
- [11] Su, C. L. and Lu, C. N. 2005, "Two-Point Estimate Method for Quantifying Transfer Capability Uncertainty", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 20, pp. 573-579.
- [12] Huther, M., 2004, "Approche Probabiliste et Formulation Semi-probabiliste en Calcul de Fatigue". SF2M' 2004, 23<sup>èmes</sup> Journées de Printemps; Commission de Fatigue de la Société Française de Métallurgie et de Matériaux - Méthodes fiabilistes en fatigue pour conception et essais.
- [13] Wen, J., Zheng, Y. et Donghan, F., 2009, 'A review on reliability assessment for wind power', Renewable and Sustainable Energy Reviews, vol. 13, pp. 2485–2494.
- [14] ISO – International Standard, ISO 8402: 1994, "Quality Management and Quality Assurance – Vocabulary",

- [15] Villemeur A., 1988, "Sûreté de Fonctionnement des Systèmes Industriels : Fiabilité, Facteurs Humains et Informatisation". Collection EdF - Ed Eyrolles..
- [16] NF EN13306, Octobre 2010, "Terminologie de la Maintenance" AFNOR.
- [17] Zwingmann X., 2005, "Modèle d'Evaluation de la Fiabilité et de la Maintenabilité au Stade de la Conception". Thèse de Doctorat en Cotutelle : Université Laval Québec et Université Louis-Pasteur Strasbourg, France.
- [18] Lewis E.E., 1987, "Introduction to Reliability Engineering". John Wiley & Sons, New York.
- [19] Afnor, 1988, Recueil de normes françaises : " Fiabilité, Maintenabilité et Disponibilité". Ed Afnor-Ute.
- [20] Birolini A., 1997, "Quality and Reliability of Technical Systems". Ed Springer.
- [21] Lyonnet P., 2006, " Ingénierie de la Fiabilité". Paris, France. Tec & Doc Lavoisier. ISBN 9782743008239.
- [22] Villemeur A. , 1991, "Reliability, Availability, Maintainability and Safety Assessment". New York, USA. John Wiley & Sons ltd. ISBN 9780471930488.
- [23] Pages A., and Gondran M., 1980, "Fiabilité des systèmes". Ed Eyrolles.
- [24] Mihalache A. G., 2007, "Modélisation et Evaluation de la Fiabilité des Systèmes Mécatroniques: Application sur Système Embarque. Thèse de Doctorat, Institut des Sciences et Techniques de l'Ingénieur d'Angers.
- [25] Carpaneto E., Mosso A., Ponta A., Roggero E., 2002, "Comparison of Reliability and Availability Evaluation Techniques for Distribution Network Systems", Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium, pp 563 – 568.
- [26] Lakervi E., Holmes E. J., "Electricity distribution network design, 2<sup>nd</sup> Edition", IEE Power series 21, Short Run Press Ltd, Exeter, England, 1995
- [27] J. M. Gers, E. J. Holmes, 1998, "Protection of electricity distribution networks", IEE Power and Energy series 28, Short Run Press Ltd, Exeter, England,
- [28] IEC - International Standard, CEI/ICE 300-3-9:1995, "Dependability management – Part 3: Application guide – Section 9: Risk analysis of technological systems" .
- [29] Bouti, A. & Aït-Kadi, D. ,1994, "State of the Art Revue of FMEA/FMECA". International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering, vol. 1, pp. 515-543.
- [30] Garin, H., 1994, AMDEC/AMDE/AEEL L'essentiel de la méthode. AFNOR, Paris.
- [31] Roberts, G. O., A. F. Smith, 1994, "Simple Conditions for the Convergence of the Gibbs Sampler and Metropolis-Hastings algorithms." Stochastic Processes and their Applications 49 (2): 207-216.

- [32] Curbach, M., Proske, D. , 2004, "Application of Monte-Carlo-Simulation in Structural Reliability". PSAM 7 - Probabilistic Safety Assessment and Management - Proceedings, C. Spitzer, U. Schmocker, & V. N. Dang, eds., Springer-Verlag, Berlin, pp. 437-443.
- [33] Amelin M., 2004, "On Monte Carlo Simulation and Analysis of Electricity Markets", Doctoral Thesis, KTH – Royal Inst. of Technology, Stockholm.
- [34] Kadri A.Y., Hamidat A., 2009, « Compensation Partielle et Globale du Réseau Electrique BT à l'Aide de l'Energie Solaire Photovoltaïque », Revue des Energies Renouvelable, Vol. 12, N°3, pp. 433 – 447.
- [35] Duncan Glover J., Sarma Mulukutla, Overbye Thomas, 3 janv. 2011, "Power System Analysis and Design", Cengage Learning.
- [36] Alexander Ismael Rost, September, 2006, "Distribution Systems with Distributed Generation: Analysis and Operation", University of New Brunswick (Canada).
- [37] Schneider Electric, 2001, « Guide de la Compensation d'Energie Réactive et du Filtrage des Harmoniques », Merlin Gerin.
- [38] Schneider Electric, 2013, Solutions de Compensation d'Energie Réactive et Filtrage d'Harmoniques.
- [39] Cahiers Techniques Schneider Electrique, janvier 1997, Stabilité Dynamique des Réseaux, Electriques Industriels. - CT185 B. De Metz Noblat, G. Jeanjean. pp.24.
- [40] Mohammad A. S. Masoum, 2011, "Power Quality in Power Systems and Electrical Machines, Auteurs Ewald Fuchs", Éditeur Academic Press, , ISBN 0080559174.
- [41] IEEE Std 1159-2009, IEEE Recommended Practice for Monitoring Electric Power Quality
- [42] IEEE Std 1250-2011, IEEE Guide for Identifying and Improving Voltage Quality in Power Systems.
- [43] Wendy Carolina BRICEÑO VICENTE, 20 septembre 2012, "Modélisation des Réseaux de Distribution Sous Incertitudes, Thèse de Docteur de l'Université de Grenoble.
- [44] Khanh V.T., 2009, "Interconnexion des Sources d'Energie Renouvelable au Réseau de Distribution Electrique," Thèse de Doctorat, Université du Québec à Trois-Rivières.
- [45] Hamid Reza Esmaeilian, Omid Darijany, Mohsen Mohammadian, 2012, "Optimal Placement and Sizing of DG Units and Capacitors Simultaneously In Radial Distribution Networks Based on The Voltage Stability Security Margin", Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences
- [46] Umapathi Reddy P., Sivanagaraju S. , Sangameswara Raju P., August-December 2011, "Impact of Network Reconfiguration for Loss Allocation of Unbalanced Radial Distribution Systems Using Particle Swarm Optimization", International Journal of Electrical Engineering Applications Research, Vol 02, Issue 02.

- [47] Mekhamer S.F., El Hawary M.E., Soliman S.A., Moustafa M.A. and Mansour M.M. Oct. 2002, "New Heuristic Strategies For Reactive Power Compensation of Radial Distribution Feeders". IEEE Trans. On Power Delivery, vol.17, No 4, pp.1128-1135.
- [48] Rausand M. & Høyland A., 2004, "System Reliability Theory: Models, Statistical Methods, and Applications", in : Wiley Series in Probability and Statistic, pp. 3-13.
- [49] Finkelstein M, 2008, "Failure Rate Modeling for Reliability and Risk", in : Springer Series Reliability Engineering, pp.9-11.
- [50] Ayyub B.M. & McCuen R.H., 2011, "Probability, Statistics, and Reliability for Engineers and Scientists", in : CRC press. pp. 72-73.
- [51] Anders G.J., 1990," Probability Concepts in Electric Power Systems", in: J. Wiley and Sons Ltd, New York, pp.280-263.
- [52] Page L.B. & Perry J.E., 1994, "Standard Deviation as an Alternative to Fuzziness Fault Tree Models", IEEE Transaction On Reliability. Vol.43 (3), pp. 402-407.
- [53] Tanaka H., Fan L.T., Lai F.S., Toguchi K., 1983," Fault-Tree Analysis by Fuzzy Probability", IEEE Transaction On Reliability. Vol. R-32 (5), pp. 453-457.
- [54] Duniak J., Saad I.W., Wunsch D., 1999, "A Theory of Independent Fuzzy Probability for System Reliability", IEEE Transactions On Fuzzy Systems. Vol. 7. (3) 286-294.
- [55] Rocco S. C.M. & Klindt W., 1998, "Distribution Systems Reliability Uncertainty Evaluation Using an Interval Arithmetic Approach", in : Proceedings of the Second IEEE International Caracas Conference on Devices, Circuits and Systems, pp. 421-425.
- [56] Martz H.F. & Waller R.A., 1982, "Bayesian Reliability Analysis", in : J. Wiley and Sons, Wiley Series in Probability and Statistics-Applied Probability and Statistics Sections, New York, pp. 162-169.
- [57] Sander P. & Badoux R., 2012, "Bayesian methods in reliability", in: Springer Series in Reliability Engineering, pp. 41-42.
- [58] Meeker W.Q. & Escobar L.A., 1998, "Statistical Methods for Reliability Data", J. Wiley and sons, series in probability and statistics, pp. 398-421.
- [59] Zio E., 2013, "The Monte Carlo simulation method for system reliability and risk analysis", Springer Series in Reliability Engineering, pp. 60-90.
- [60] Shimi, I.N., 1977, "System Failures and Stochastic Hazard Rate", in : Krishnaiah P. R. (ed), Applications of Statistics, North Holland, New York, pp. 497-505.
- [61] Lindley D.V., Singpurwalla, N.D., 1986, "Multivariate Distributions for the Life Lengths of Components of to System sharing to Common Environment", Journal of Applied Probability (JAP), Vol. 23 (2), pp. 418-431.

- [62] Chiodo E., Gagliardi F., Pagano M., 1995, « Un modello di dipendenza ambientale per le analisi di affidabilità dei Sistemi Elettrici di Potenza », In : Atti della 96-a Riunione Annuale AEI, Vol. 5, pp. 133-146.
- [63] Lu S., Lu H., Kolarik W.J., 2001, "Multivariate Performance Reliability Prediction in Real-Time", Reliability Engineering and System Safety, Elsevier jour. Vol. 72 (1), pp. 39-45.
- [64] Li W., 2002, "Incorporating aging failures in power system reliability evaluation", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 17 (3), pp. 918-923.
- [65] Chiodo E. & Mazzanti G, 2006, " Bayesian Reliability Estimation Based on to Weibull Stress-Strength Model for Aged Power System Components Subjected to Voltage Surges", IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation. Vol. 13 (1), pp. 146-159.
- [66] Saporta, G., 2006, « Probabilités, Analyse des Données et Statistique ». Technip, 2ème édition révisée et augmentée.
- [67] Robert, C. P., 2001, The Bayesian Choice. Springer-Verlag, New York, second edition.
- [68] B. De Finetti, 1937, "La Prévision : Ses Lois Logiques, Ses Sources Subjectives". Annales de l'Institut Henri Poincaré, vol. 7, pp. 86-133, <http://www.rumdam.org/item id-AIHP-1937-7-1-1-0>.
- [69] B. De Finetti, 1974, "Theory of probability, a critical introductory treatment". Vol.1. John Wiley & Sons.
- [70] Yuceer Y., Inoue R., 1980, «Bayesian Reliability - Part 1: Reliability Assessment with Engineer's Judgment» The BFPR Journal, vol. 13, n°4, pp. 377-383.
- [71] Fauchon J., Herbin G., Frays SE L., 26-27 Juin 1986, «Estimation Bayésienne Appliquée au MTBF et à un % de Défectueux», Conférence Internationale de Fiabilité, Turin, Italie.
- [72] Suhnerm. C., 1994, « Utilisation de la Démarche Bayésienne pour Optimiser la Démarche de Fiabilité » Thèse de l'Université de Nancy I.
- [73] H. Christofol., 1995, « Modelisation systemique du processus de conception de la coloration d'un produit », PhD thesis, ENSAM Paris.
- [74] Saporta G., 2006, Probabilités, Analyse des Données et Statistique, Technip, Paris, 2nd édition.
- [75] Robert C., 1992, L'analyse Statistique Bayésienne, Economica, Paris.
- [76] Dreesbeke J., Fine J., Saporta G., 2004, « Méthodes bayésiennes en statistique, Technip », Paris.