



2018

Faculté des Sciences de l'Ingénierat  
Département de Génie Mécanique

THESE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de Doctorat

**MODELISATION ET SIMULATION DE LA FATIGUE EN  
FLEXION DES ENGRENAGES A DENTURE DROITE**

Option

Construction Mécanique

Présentée Par:

Tarek MAIFI

Devant le jury :

Président :	Pr	BOUTABBA Smail	Université	8 Mai 45 Guelma
Rapporteur :	MCA	BOURENANE Rabah	Université	BM Annaba
Co-Rapporteur :	Pr	KHELIF Rabia	Université	BM Annaba
Examineur :	MCA	CHERFIA Abdelhakim	Université	FM Constantine
Examineur :	Pr	BENISSAAD Smail	Université	FM Constantine
Examineur :	MCA	DIB Amar	Université	BM Annaba

# ***Table des matières***

<i>Nomenclature</i>	<i>iv</i>
<i>Liste des figures</i>	<i>vi</i>
<i>Liste des tableaux</i>	<i>ix</i>
<i>Remerciements</i>	<i>x</i>
<i>Abstract</i>	<i>xi</i>
<i>Résumé</i>	<i>xii</i>
<i>ملخص</i>	<i>xiii</i>
<i>Introduction générale</i>	<i>xiv</i>
<b><i>Chapitre un : Etat de l'art sur la fatigue par flexion des engrenages à denture droite</i></b>	
I.1. Introduction	02
I.2. Historique du calcul de la fatigue des engrenages à denture droite	03
I.3. Fatigue des engrenages	10
I.3.1. Fatigue en flexion	10
I.3.2. Initiation des fissures	12
I.3.3. Région critique	12
I.3.4. Durée de vie en fatigue/ initiation	14
I.3.5. Facteurs influençant la fatigue des engrenages	16
I. 3.5.1. Traitements de surface	16
I. 3.5.2. Contraintes résiduelles	20
I. 3.5.3. Fermeture des lèvres de la fissure	21
I. 3.5.4. Rugosité des surfaces	22
I. 3.5.5. Zone de contact	22
I. 3.5.6. Géométrie des roues	24
I. 3.5.7. Vitesse de rotation	25
I. 3.6. Modélisation numérique de la propagation des fissures	30
I. 3.6. 1. Dimension, géométrie et conditions frontières du modèle	30
I. 3.6. 2. Évaluation du facteur d'intensité de contrainte (FIC)	31
I.4. Epilogue	33

## ***Chapitre deux : Etude expérimentale***

II.1. Introduction	35
II.2. Etude des contraintes et déformations	35
II.3. Caractérisation des propriétés mécaniques	36
II.3.1. L'essai de traction	37
II.3.1.1. Courbe contrainte-déformation en traction	38
II.3.2. Essai de résilience	40
II.3.3. Essais de fatigue	43
II.3.4. Essai de dureté	44
II.3.4.1. Dureté Brinell	45
II.3.4.2. Dureté Rockwell	45
II.3.4.3. Dureté Vickers	46
II.4. Propriétés des matériaux	46
II. 4.1. Matériau d'étude	47
II. 5. Etude expérimentale	48
II. 5.1. Analyse chimique	48
II. 5.2. Examen macrographique	48
II. 5.3. Examen micrographique	49
II. 5.4. Essais de traction	50
II. 5.4.1. Préparation et dimensionnement de l'éprouvette (DIN)	50
II. 5.4.2. Dépouillement des résultats	52
II. 6. Essais de résilience	52
II. 6.1. Préparation et dimensionnement de l'éprouvette	53
II. 6.2. Déroulement de l'essai de choc Charpy traditionnel	54
II. 7. Essais de dureté Vickers	54
II. 9. Résultats et discussions	55
II. 9.1 Travaux réalisés	55
II. 9.1.1. Contrôle Visuel	55
II. 9.1.2. Matériau de base	56
II. 9.1.3. Caractérisation mécanique	56
II.10. Conclusion	58

## ***Chapitre Trois : Modélisation de la fatigue en flexion***

III. Introduction	60
III. 1. Modélisation de la fatigue en flexion	60
III. 1.1. Initiation de la fissure	61

III. 1.2. Propagation de la fissure	66
III. 1.2.a. Modèle géométrique et discrétisation	66
III. 1.2.b. Résultats de propagation de la fissure	68
III. 2. Résultats et discussions	72
III. 3. Conclusion	73
<b><i>Chapitre Quatre : Fiabilité des engrenages</i></b>	
IV.1. Introduction	75
IV.2. Fiabilité des structures	75
IV.2.1. Concept de la fiabilité	75
IV.2.2. Evolution des concepts de la fiabilité	77
IV.3. Variables	77
IV.4. Modèle de dimensionnement	78
IV.5. Domaines de sûreté et de défaillance	79
IV.6. Probabilité de défaillance	80
IV.7. Traitement des incertitudes	82
IV.8. Les recherches récentes dans le domaine de la fiabilité des engrenages	83
IV.9. Contexte de l'étude fiabiliste	84
IV.10. Calcul de la fiabilité des engrenages	85
IV.11. Résultats et discussions	87
IV.12. Conclusion	95
Conclusion générale	96
Perspectives	98
Références	99

## Nomenclature

<i>Symbole</i>	<i>Description</i>
$N_f$	<i>Nombre de cycles à la rupture</i>
$N_i$	<i>Nombre de cycles en initiation de fissure</i>
$N_p$	<i>Nombre de cycles en propagation de fissure</i>
$N_e$	<i>Nombre de cycles avant la limite d'endurance</i>
$N_u$	<i>Nombre de cycles à la rupture en mode quasi statique</i>
$\varepsilon_{el}$	<i>Déformation élastique.</i>
$\varepsilon_{pl}$	<i>Déformation plastique.</i>
$E$	<i>Module d'élasticité</i>
$a$	<i>Longueur d'une fissure</i>
$a_{th}$	<i>Longueur de fissure au seuil de propagation</i>
$a_o$	<i>Longueur de fissure initiale</i>
$a_c$	<i>Longueur de fissure critique</i>
$G$	<i>Module de cisaillement</i>
$K,$	<i>Facteur de concentration de contrainte</i>
$K_{eq}$	<i>Facteur d'intensité de contrainte équivalent</i>
$KIC$	<i>Ténacité d'un matériau</i>
$\Delta K_{th}$	<i>Variation du facteur d'intensité de contrainte au seuil de propagation</i>
$\Delta K$	<i>Variation du facteur d'intensité de contrainte pour un cycle</i>
$K_I$	<i>Facteur d'intensité de contrainte en mode I</i>
$K_{II}$	<i>Facteur d'intensité de contrainte en mode II</i>
$K_{III}$	<i>Facteur d'intensité de contrainte en mode III</i>
$\Delta K_c$	<i>Variation du facteur d'intensité de contrainte en région instable</i>
$m$	<i>Module (mm)</i>
$\Delta K_{eq}$	<i>Variation du facteur d'intensité de contrainte équivalent</i>
$K_{eff}$	<i>Facteur d'intensité de contrainte efficace</i>
$\Delta K_{eff}$	<i>Variation du facteur d'intensité de contrainte efficace pour un cycle</i>
$S_u$	<i>Contrainte ultime en tension</i>
$S_y$	<i>Contrainte d'écoulement</i>
$T_m$	<i>Couple moteur</i>
$u$	<i>Déplacement</i>
$F$	<i>Force transmise à l'engrènement</i>
$F_t$	<i>Force tangentielle transmise à l'engrènement</i>
$F_r$	<i>Force radiale transmise à l'engrènement</i>
$F_a$	<i>Force axiale transmise à l'engrènement</i>
$\varepsilon_{pl}$	<i>Déformation plastique</i>
$\varepsilon_f$	<i>Déformation normale effective à la rupture</i>
$\Delta s$	<i>Variation de déformation totale pour un cycle</i>
$\theta_p$	<i>Orientation de la propagation</i>
$\sigma_o$	<i>Orientation initiale de la fissure</i>
$\sigma_{\theta\theta max}$	<i>Orientation de la contrainte tangentielle maximale</i>
$Oa$	<i>Contrainte d'amplitude</i>
$\sigma_m$	<i>Contrainte moyenne</i>
$\sigma_{plane}$	<i>État de contrainte plane</i>
$\sigma_{\theta\theta max}$	<i>Critère de la contrainte tangentielle maximale</i>
$\sigma_f$	<i>Contrainte normale effective à la rupture</i>
$\sigma_{max}$	<i>Contrainte normale maximale</i>
$\Delta\sigma$	<i>Variation de contrainte pour un cycle</i>
$\nu$	<i>Coefficient de Poisson</i>

$\Psi$	<i>Fonction d'interpolation des éléments</i>
$\Omega$	<i>Domaine d'analyse</i>
$R$	<i>Rapport de chargement</i>
$r_p$	<i>Rayon de plasticité en bout de fissure</i>
$Z$	<i>Nombre des dents</i>
$d$	<i>Diamètre primitif</i>
$\Psi_d$	<i>Rapport largeur sur diamètre</i>
$P_D$	<i>limite d'endurance de la pression de contact</i>
$\sigma_{DAF}$	<i>Limite d'endurance (flexion alterné)</i>
$\sigma_{DRF}$	<i>Limite d'endurance (flexion répété)</i>
$\beta$	<i>Angle de l'hélice</i>
$Z_v$	<i>Nombre de dents virtuel</i>
$\varepsilon$	<i>Rapport de conduite</i>

## Liste des figures

<i>N°</i>	<i>Titre</i>	<i>Pages</i>
	<b>Chapitre I</b>	
Fig. I.1	Représentation schématique de la vie en fatigue d'un élément mécanique.	11
Fig. I.2	Exemple d'initiation artificielle d'une fissure en flexion.	12
Fig. I.3	Différents niveaux de fissures dans les engrenages.	13
Fig. I.4	(a) Critères d'évaluation de chacun des 25 dispositifs, (b) niveau de dispositif des 7 dispositifs choisis	13
Fig. I.5	Comparaison des quatre méthodes de l'expérience 1.	14
Fig. I.6	(a) Système expérimental, (b) Diagramme du système.	14
Fig. I.7	Définition géométrique, angle de la fissure, largeur, et épaisseur de dent d'une roue dentée.	14
Fig. I.8	Représentation schématique de la vie en fatigue selon Wöhler et French. (Adapté de Podrug et al., 2011[36])	15
Fig. I.9	Schéma du banc d'essai de la fatigue des engrenages.	17
Fig. I.10	Courbes de la durée de vie en fatigue des engrenages examinés.	17
Fig. I.11	Courbes théoriques de la durée de vie en fatigue pour les groupes A, B, C, et D	18
Fig. I.12	Coefficient de frottement moyen entre les dents d'engrenages pour chaque lubrifiant (vitesse de la roue = 2000 tr/min).	18
Fig. I.13	Comparaison de l'efficacité globale de la boîte à 1000 tr/min pour toutes les combinaisons matériaux-lubrifiant en fonction de la charge.	19
Fig. I. 14	Les températures d'équilibre et de stabilisation de bain d'huile VS. vitesse et couple d'entrée, pour les engrenages carburé (C) et nitruré à haute pression (N), lubrifié avec des huiles d'engrenage M1 et E2.	20
Fig. I.15	Représentation de la fissure.	20
Fig. I.16	Modélisation de la dent de pignon droit comme poutre en porte-à-faux non-uniforme	20
Fig. I.17	Évolution du K12 pour le cas sain.	21
Fig. I.18	Evolution de K12 pour les différents cas de fissuration (a) le modèle analytique, (b) MEF.	21
Fig. I.19	Différentes situations de l'ouverture de la fissure quand la charge minimum est appliquée: (a) fissure complètement ouverte, (b) fissure partiellement ouverte, (c) fissure complètement fermée.	22
Fig. I.20	Boîte d'engrenages à cycle fermé (deux trains d'engrenage parallèle).	23
Fig. I.21	Effet de charge sur la température d'huile.	24
Fig. I.22	Effet de charge sur l'épaisseur de film d'huile.	24
Fig. I.23	Photo du pignon droit examinée dans un appareillage de puissance-circulation d'essai de fatigue d'engrenage jusqu'à la rupture de dent.	25
Fig. I.24	Mesure CMM du pignon droit montrée dans fig. I.24.	26
Fig. I.25	Photo de représentation significative de la fissuration de la dent 16.	26
Fig. I.26	Photo représentant l'amorçage d'une fissure à la racine de dente 15.	26
Fig. I.27	Données de calibrage de jauge de contrainte montrant le rapport entre la contrainte et le couple.	27
Fig. I.28	Couple du moteur en fonction du temps pour des essais utilisant chacun six huiles des engrenages.	27
Fig. I.29	Perte de la masse totale après des essais d'efficacité des engrenages.	28
Fig. I.30	Profil de rugosité des engrenages revêtus en MoS <sub>2</sub> /Ti et les engrenages cimentés avant (new) et après (used) essai d'efficacité.	28

Fig. I.31	Comparaison des pertes de puissance par frottement de dent ( $P_{fr}$ ) dans des essais d'efficacité des engrenages.	29
Fig. I.32	Coefficient prévu de frottement pour les engrenages revêtus (MoS2/Ti) et non revêtus, lubrifiés avec de l'huile saturée d'ester des engrenages et avec l'additif libéré d'huile minérale (XL=1) (Thuil= 90°C).	29
Fig. I.33	Pression hertziennes de contact et épaisseur de film d'huile à la roue inclinée/au point de contact racine du pignon.	29
Fig. I.34	Configuration d'une dent (a) et trois dents (b) d'engrenage.	31
<b>Chapitre II</b>		
Fig. II.1	Machine de traction	38
Fig. II.2	Eprouvette de traction	38
Fig. II.3	Représentation d'une courbe de traction (matériau ductile)	39
Fig. II.4	Principe de l'essai de résilience utilisant un mouton-Charpy	41
Fig. II.5	Amsler 10 HFP 5100	43
Fig. II.6	Eprouvette de fatigue	43
Fig. II.7	Schéma d'un diagramme de WOHLER type.	44
Fig. II.8	Duromètre universel	44
Fig. II.9	Principe de l'essai Brinell	44
Fig. II.10	Principe de l'essai Rockwell avec bille	45
Fig. II.11	Principe de l'essai Vickers	46
Fig. II.12	Géométrie de pénétrateur	46
Fig. II.13	Spectromètre (type SPECTRLAB)	48
Fig. II.14	Microscope optique de type ZWICK	49
Fig. II.15	Machine de traction universelle De type Z1200 ZWICK/ROELL	50
Fig. II.16	Coupe des éprouvettes sur Scie mécanique	50
Fig. II.17	Fraisage des éprouvettes	51
Fig. II.18	Courbe de traction éprouvette 01	51
Fig. II.19	Courbe de traction éprouvette 02	51
Fig. II.20.	Courbe de traction éprouvette 03	52
Fig. II.21	Courbe de traction éprouvette 04	52
Fig. II.22	Mouton Charpy V	53
Fig. II.23	Coupe des éprouvettes sur scie mécanique	53
Fig. II.24	Préparation des entailles	53
Fig. II.25	Déroulement de l'essai de résilience	54
Fig. II.26	Essai de résilience a 40° C	54
Fig. II.27	Essai de dureté	55
Fig. II.28	Présence de défauts superficiels sur échantillons sans attaque.	56
Fig. II.29	Présence de défauts internes après attaque.	57
Fig. II.30	Faciès de rupture sur échantillons sans attaque.	57
Fig. II.31	Micrographies sur l'échantillon étudié	58
<b>Chapitre III</b>		
Fig. III.1	Représentation schématique de la vie en fatigue d'un élément mécanique.	62
Fig. III.2	Courbe Kitagawa–Takahashi	62
Fig. III.3	Modèle MEF, a) Géométrie (train d'engrenage) b) Modèle 3 dente, c) Maillage, raffinement et chargement de la dent.	63
Fig. III.4	Charge normale linéaire (N/mm).	63
Fig. III.5	Contrainte équivalente (MPa).	63
Fig. III.6	Déformation équivalente.	64
Fig. III.7	Duré de vie (cycle).	64



Fig. III.8	Déformation Maximale Principale équivalente.	64
Fig. III.9	Déformation Normale équivalente.	65
Fig. III.10	Contrainte Normale (MPa).	65
Fig. III.11	Déformation de cisaillement équivalente.	65
Fig. III.12	Contrainte de cisaillement (MPa).	66
Fig. III.13	(a) Modèle géométrique, (b) Conditions aux limites.	68
Fig. III.14	Position et orientation de la fissure (Contrainte de tension en noir et de compression en bleu).	68
Fig. III.15	Géométrie et position de la fissure (Crack tipe).	68
Fig. III.16	Modèle géométrique a) Maillage et raffinement b) Contrainte max de côté actif.	69
Fig. III.17	Distribution de la contrainte Max, a) Contrainte principale, b) Contrainte tangentielle. (MPa)	69
Fig. III.18	Distribution de contrainte à l'extrémité de la fissure initiale (MPa).	70
Fig. III.19	Trajectoire de la propagation de la fissure.	70
Fig. III.20	a) Distribution de la contrainte maximal principale (MPa) b) Contrainte Maximale tangentielle stress au beau de la fissure (MPa).	70
Fig. III.21	Facteur d'intensité de contrainte en fonction de la longueur de fissure.	71
Fig. III.22	Prédiction de la propagation de la fissure pour la charge max « 160 N.m »	71
Fig. III.23	Prédiction de la propagation de la fissure pour les différents couples appliqués.	72
Fig. III.24	Nombre de cycle calculé de la fatigue en flexion.	72
	<b>Chapitre IV</b>	
Fig. IV.1	Schéma d'organisation des variables.	79
Fig. IV.2	Forces agissantes sur une dent.	86
Fig. IV.3	Evolution de l'indice de fiabilité $\beta$ en fonction du facteur de forme.	87
Fig. IV.4	Evolution de la probabilité de défaillance en fonction du facteur de forme.	88
Fig. IV.5	Evolution de la probabilité de défaillance en fonction du facteur de service.	88
Fig. IV.6	Evolution de l'indice de fiabilité en fonction du facteur de service.	89
Fig. IV.7	Evolution de la probabilité de défaillance en fonction du facteur de conduite.	89
Fig. IV.8	Evolution de l'indice de fiabilité en fonction du facteur de conduite.	90
Fig. IV.9	Evolution de l'indice de fiabilité en fonction de la vitesse de rotation.	90
Fig. IV.10	Evolution de la probabilité de défaillance en fonction de la vitesse de rotation.	91
Fig. IV.11	Indice de fiabilité en fonction de la vitesse de rotation par FORM et SORM.	91
Fig. IV.12	Diagramme en tuyau d'orgue de l'indice de fiabilité en fonction de SORM et FORM.	92
Fig. IV.13	Classement des paramètres par ordre d'importance	92
Fig. IV.14	Contrainte de flexion en fonction de module m et nombre de tour n.	93
Fig. IV.15	Contrainte de flexion en fonction de nombre de dent Z et nombre de tour n.	94
Fig. IV.16	Contrainte de flexion en fonction de facteur de forme et nombre de tour n.	94
Fig. IV.17	Contrainte de flexion en fonction de facteur de conduite et nombre de tour n.	95

### **Liste des tableaux**

<b>N°</b>	<b>Titre</b>	<b>Pages</b>
	<b>Chapitre I</b>	
Tableau. I.1	Paramètres des modèles de propagation des fissures des engrenages	30
	<b>Chapitre II</b>	
Tableau. II.1	Composition chimique de l'acier 42 CD 4, DIN 1.7225.	49
Tableau. II.2	Résultats d'essai de traction	51
Tableau. II.3	Résultat du 1er essai de résilience à température 22 0C	54
Tableau. II.4	Résultat du 2eme essai de résilience à température 40 0C	54
Tableau. II.5	Résultat de l'essai de dureté	55
Tableau. II.6	Composition chimique normalisée de la nuance 42CD4	56
Tableau. II.7	Résultats des essais mécaniques.	57
	<b>Chapitre III</b>	
Tableau. III.1	Caractéristiques géométriques et propriétés mécaniques (train d'engrenage).	66
	<b>Chapitre IV</b>	
Tableau. IV.1	Calcul de résistance en flexion.	87

## Remerciements

*Au nom de Dieu le clément et miséricorde, Dieu le grand merci lui revient, pour son aide et la volonté qu'il m' a donné pour surmonter tous les obstacles et les difficultés durant mes années d'études et de m' avoir éclairé le chemin afin de réaliser ce modeste travail.*

*Je tiens à remercier toutes les personnes qui m'ont permis de mener à bien mon projet de Doctorat tant sur le plan scientifique que sur le plan personnel.*

*Mes remerciements s'adressent tout d'abord à mes directeurs de thèse docteur BOURENANE Rabah & le professeur KHELIF Rabia, pour leur aide et leur encadrement sans faille et qui m'ont permis de vivre une expérience très enrichissante à tous les niveaux, sans oublier leurs judicieux conseils et leur soutien constant tout au long du projet, Merci pour tout chers Messieurs.*

*Je tiens à remercier fortement les membres du jury qui ont accepté d'évaluer ce travail et pour le temps qu'ils ont consacré à la rédaction des rapports. Je remercie Pr. BOUTABBA Smail, Dr. CHERFIA Abdelhakim, Pr. BENISSAAD Smail et Dr. DIB Ammar d'avoir accepté d'être examinateurs de thèse. Je remercie une autre fois Professeur BOUTABBA Smail d'avoir accepté d'être le Président de mon jury de Doctorat. Merci Meriem.*

*Je les remercie chaleureusement.*

*Il m'est également important de remercier les différentes personnes que j'ai pu côtoyer durant ces années passées au département de Génie Mécanique et qui ont créé une ambiance chaleureuse et amicale.*

## **Abstract**

A crack in the root of the tooth is the most undesirable damage caused to gear transmission systems and often leads to failure of transmission. The process of bending fatigue in teeth to failure occurs in two stages: (1) fatigue crack initiation ( $N_i$ ) and (2) fatigue crack propagation ( $N_p$ ). The total number of stress cycles  $N$  for the final break is then a sum of  $N_i$  and  $N_p$ . In this work, we conducted a modeling using the finite element method (FEM ANSYS) for determining the lifetime of  $N_i$  initiation of a crack in the straight toothed gears in 42CrMo4 steel. An additional program of finite element FRANC2D based on the principle of LEMF was used to simulate the propagation of cracks at the tooth root. The latter uses the Paris-Erdogan equation for the growth of cracks. The model presented is used to determine the propagation velocity of the crack. Acquired results we they allowed to understand the effect of the charge load on the life of spur gears on one hand, of besides part also to have the state of stresses on the crack-tip and the speed of crack propagation. A study of gear reliability is conducted for the purpose of optimal sizing. This study offers the possibility to develop a strategy of inspection for these gears.

## **Key:**

Simulation, Spur Gear, Bending Fatigue, Crack, Propagation.

## Résumé

Une fissure dans la racine de la dent est l'endommagement le moins souhaitable, causé aux systèmes de transmission par engrenage et conduit souvent à l'échec de l'opération de transmission. Le processus conduisant à la rupture par fatigue en flexion des dents est divisé en deux, une période d'initiation des fissures ( $N_i$ ) et une autre de propagation ( $N_p$ ). Le nombre total de cycles  $N$  pour la rupture finale est alors une somme. Dans ce travail, nous avons effectué une modélisation par la méthode des éléments finis pour la détermination de la durée de vie de l'initiation  $N_i$  d'une fissure dans les engrenages droits en acier 42CrMo4. Un programme supplémentaire des éléments finis FRANC2D basé sur le principe de la MELR a été utilisé pour simuler la propagation de fissures à la racine de dent. Ce dernier utilise l'équation de Paris-Erdogan. Le modèle présenté est exploité pour déterminer la vitesse de propagation de la fissure. Les résultats obtenus nous ont permis de comprendre l'effet de l'état de chargement sur la durée de vie d'un engrenage d'une part, d'autre part aussi d'avoir l'état de contrainte au voisinage de la fissure et la vitesse de propagation de fissure. Une étude de fiabilité sur les engrenages est menée dans le but d'un dimensionnement optimal. Cette étude offre la possibilité d'élaborer un plan d'inspection pour ces engrenages.

**Mots Clés:** *Simulation; Engrenage droite; fatigue en flexion ; Fissure ; Correction de profil.*

## ملخص

تعتبر التشققات في جذر السن من اهم الاضرار الغير مرغوب فيها في انظمة نقل العزوم بالمسننات , عموما تنقسم الى مرحلتين (1) بداية ظهور التشققات في المناطق الخاضعة لأكبر الاجهادات (Ni) , متبوعة بمرحلة انتشار و توسع التشققات (Np) , مجموع المرحلتين سألني الذكر تسمى بالعدد الاجمالي لدوران الضغط N الذي يؤدي الى انكسار السن. في هذا العمل اجرينا محاكاة باستخدام طريقة العناصر المحدودة (ANSYS MEF) لتحديد عمر المرحلة الاولى للكلل (Ni) في التروس المسننة المستقيمة و المصنوعة من الصلب (42 CD 4) , ثم استخدمنا برنامج اضافي للعناصر المحدودة (FRANC 2D) الذي يعتمد على مبدأ ميكانيك القطع الخطية الرجعية لمحاكاة انتشار الشقوق عند جذر السن هذا الاخير يعتمد على معادلة (Paris-Erdogan).

يقدم النموذج المستخدم طريقة لتحديد بداية التشققات بالإضافة الى سرعة انتشار هذه الأخيرة. النتائج المتحصل عليها تم مقارنتها بمختلف القوى المطبقة لمراقبة تأثير درجة الاجهادات على المدة الكاملة للكلل. كما ان هذه الدراسة مفيدة للغاية و تسمح بإنجاز و تطوير خطط التفقيش الخاصة بالتروس المدروسة.

### كلمات استدلالية:

مسننات, كلل الانحنائي, محاكاة' تشققات' انتشار التشققات.

## ***Introduction Générale***

Un engrenage est un système mécanique constitué de deux roues dentées ou plus engrenées et qui sert soit à la transmission du mouvement de rotation entre elles, soit à la propulsion d'un fluide.

Dans le cas de la transmission de mouvement, les deux roues dentées sont en contact l'une avec l'autre et se transmettent de la puissance par obstacle. Un engrenage est composé d'un pignon, c'est ainsi que l'on nomme la seule roue ou la roue la plus petite, et d'une roue, d'une crémaillère, d'une couronne ou d'une vis. Quand plus de deux roues dentées sont présentes, on parle de train d'engrenages.

Les engrenages, composantes maîtresses de plusieurs systèmes et mécanismes, n'échappent pas aux risques de rupture en fatigue. Ce phénomène est d'autant plus important dans le contexte industriel d'aujourd'hui, où la quête constante d'optimisation nécessite l'utilisation de ces éléments de machines à des niveaux de sollicitation près des limites critiques. Il devient donc primordial de bien maîtriser leur comportement sous l'effet de charges plus ou moins élevées afin d'éviter les bris inattendus aux conséquences désastreuses.

Puisque les dents d'engrenage subissent tour à tour la charge d'une puissance transmise, leur état de contrainte varie de façon cyclique, expliquant ainsi leur défaillance en fatigue à un niveau de chargement bien au-dessous de la limite d'élasticité du matériau. Plus particulièrement, la rupture des engrenages résulte fréquemment d'une propagation de fissures en racine de dent engendrée par la fatigue en flexion car elle est responsable de plus de 30% des défaillances des systèmes d'engrenages est par conséquent, engendre des pertes substantielles. Il devient essentiel de bien comprendre ce phénomène à fin d'en minimiser les impacts souvent néfastes.

Ce travail de recherche s'adresse spécifiquement au problème de la fatigue des engrenages avec la présence d'une fissure à la racine des dents.

Le premier chapitre sera consacré à un portrait précis de l'état de compréhension actuelle de la fatigue en flexion et en contact des engrenages ainsi qu'aux moyens d'analyse. Une évaluation critique des domaines abordés en constituera le cadre théorique et pratique de ce modeste travail. En soulevant ainsi les points forts et les lacunes du domaine, il conviendra de préciser la problématique et les objectifs de la présente étude. Le contexte de recherche ainsi bien défini, la méthodologie à adopter dans l'atteinte des objectifs pourra être mieux choisie. Les relations des engrenages avec la mécanique de la rupture sont expliquées. Ceci nous conduira à justifier le choix du domaine de la rupture des engrenages. Une attention particulière sera donnée à la fatigue et sa relation avec les engrenages en présence de fissures.

Le deuxième chapitre est consacré aux résultats expérimentaux. L'analyse des propriétés chimiques et mécaniques du matériau choisi à cet effet permettra d'identifier les données de départ pour la modélisation. Il permettra également de mieux faire le choix du matériau d'une part, et d'autre part de bien justifier les résultats après avoir réalisé les roues dentées du banc d'essai.

Le troisième chapitre est réservé à la modélisation et aux résultats que nous avons trouvés par la Méthode des Eléments Finis. Ainsi, le travail présente un modèle de calcul pour la détermination de la durée de vie de fatigue en flexion des engrenages à denture droite et surtout à sa racine. Le nombre de cycles de chargement requis pour l'initiation de la fatigue ( $N_i$ ) et le nombre de cycles de chargement pour la propagation de la fissure ( $N_p$ ) dans la région la plus critique pour la fatigue en flexion vont être discutés. Le modèle proposé permet à l'utilisateur de déterminer l'ensemble de la durée de vie de service, compte tenu des paramètres adéquats du matériau à la fatigue.

Enfin, dans le quatrième chapitre, une étude sur la fiabilité des engrenages sera discutée. Pour cela, un modèle physique sera proposé en tenant de l'aspect aléatoire des différentes variables. L'évolution de l'indice de fiabilité voire de la probabilité de défaillance sera analysée en fonction des différents paramètres de dimensionnement des engrenages. Les facteurs d'importance seront également expliqués.

Une conclusion générale sera donnée comme synthèse du travail réalisé.



## ***CHAPITRE UN***

# ***ETAT DE L'ART SUR LA FATIGUE PAR FLEXION DES ENGRENAGES A DENTURE DROITE***

## I.1. Introduction

Actuellement, les engrenages occupent une place spéciale dans les systèmes mécaniques. C'est la façon la plus économique pour transmettre de la puissance et un mouvement de rotation dans des conditions uniformes. Comme les exigences sont vastes et avec des difficultés variées, les engrenages sont très complexes et d'une grande diversité.

L'importance de l'engrenage, comme élément mécanique nécessaire et idéal, est démontrée par la vaste gamme qu'on trouve dans toutes les industries. Le développement des nouvelles technologies, comme l'électronique, a remplacé quelques applications de l'engrenage, mais il reste toujours un élément mécanique dont l'utilisation croît continuellement.

L'histoire des engrenages commence dans les civilisations antiques, avec les roues de friction. Cependant, c'est seulement dans la période de la renaissance que les mathématiciens ont commencé à appliquer les principes géométriques pour déterminer le meilleur profil de la dent d'engrenage. La conception d'un engrenage comprend des calculs mathématiques, l'aspect géométrique, la détérioration, le choix des matériaux, la fabrication et la vérification. Parmi tous ces paramètres, il est essentiel de connaître avec précision les contraintes se trouvant dans la dent d'engrenage pour prévenir certains risques de rupture. Par conséquent, plusieurs méthodes théoriques et expérimentales ont été développées, à partir de la fin du XII<sup>ème</sup> siècle.

Les engrenages sont des organes complexes et coûteux. Des inventeurs ont appliqué leur imagination à la recherche de systèmes plus simples pour transmettre un mouvement avec transformation des couples. Dans cette compétition toujours ouverte, les engrenages restent gagnants car ils transmettent les plus fortes puissances sous le plus petit volume et avec les meilleurs rendements.

« Bref, depuis les minuscules pignons des plus petites montres, jusqu'aux roues de 8 mètres de diamètre, et au-delà, en passant par les boîtes de vitesse des machines-outils ou des véhicules automoteurs de toutes sortes, les engrenages occupent, dans les moyens de fabrication et dans les instruments fabriqués, une place toujours croissante : l'industrie de l'engrenage est vraiment une industrie-clé » J. Capelle M. [1].

## I.2. Historique du calcul de la fatigue des engrenages à denture droite

Dans cette partie, un bref historique des méthodes théoriques et expérimentales développées pour le calcul des dents d'engrenages en flexion est présenté. Le lecteur trouvera plus de détail dans les références mentionnées.

Lewis, en 1893 [2] a analysé les dentures droites symétriques par la théorie des poutres, en inscrivant dans celles-ci une parabole d'iso contraintes représentant une poutre d'égale résistance. L'extrémité de celle-ci se trouve à l'intersection de la ligne d'action avec l'axe de symétrie de la dent. Lewis propose que la section de contrainte superficielle maximale, ou la section critique, se situe au point de tangence de la parabole avec le profil de la dent. Suite à cette hypothèse, la contrainte en tension se calcule comme pour une poutre en flexion, avec un encastrement à la section critique, sollicitée par la composante dans la direction normale à la ligne de symétrie de la dent de la force appliquée sur la dent.

Un autre moyen d'étude des contraintes dans les engrenages est la photoélasticité. En 1926, Timoshenko et Baud [3] mesurent les contraintes et obtiennent des valeurs deux fois plus grandes que celles calculées par la formule de Lewis. En pensant que cette différence est due à la variation rapide de la section à la base de la dent, ils proposent un facteur de concentration de contraintes ( $k_t$ ), facteur qui varie avec la largeur de la section et le rayon de courbure au pied de la dent.

Comme la composante radiale de la force sur la dent crée une contrainte de compression, en 1938, Merritt ajoute un terme supplémentaire à la formule de Lewis.

L'American Gear Manufacturers Association (AGMA) utilise, pour le calcul des contraintes en tension dans les engrenages, la formule proposée par Dolan et Broghamer en 1942 [4]. Après des études photo-élastiques similaires à celles de Timoshenko et Baud, elle trouve que le facteur de concentration de contraintes ( $K_t$ ), qui multiplie la formule de Lewis modifiée (flexion /compression), est aussi lié à la position de la force sur la dent. Suite à cela, les chercheurs introduisent une formule empirique pour calculer le facteur de concentration de contraintes en fonction de la section critique, de la hauteur de la charge, du rayon de courbure au pied de la dent et de coefficients mesurés par photoélasticité (ceux-ci varient avec l'angle de pression de la dent).

Les résultats démontrent que la section critique est un peu moins élevée que celle estimée par la parabole de Lewis. Leur étude a été réalisée pour des dents ayant des angles de pression égaux à  $14\frac{1}{2}^\circ$  et  $20^\circ$ .

Toujours après une recherche photo-élastique en 1948, Heywood [5] représente une dent comme un trapèze équivalent et à partir de ceci développe une formule pour le calcul de la contrainte maximale. Sa formule comprend en plus du facteur de concentration de contraintes et du terme de contraintes en flexion, un facteur de correction de l'effet de la charge.

En 1950, Niemann et Glaubitz [6] font des tests photo-élastiques et proposent que la contrainte maximale soit égale aux contraintes de flexion, de compression et de cisaillement, multipliées par un facteur de concentration de contraintes  $\alpha_k$ . La contrainte de cisaillement est reliée aux deux autres par un facteur  $\mu_s$  dépendant de la forme de la dent. Pour cette formule, la section critique est située sous le cercle de tête, à deux fois le module de la dent.

En 1957, Kelley et Pedersen [7] réalisent eux aussi un test photo-élastique, similaire à celui de Dolan et Broghamer, avec l'intention d'étendre cette formule à l'angle de pression de  $25^0$ . Avec les données recueillies, ils ont développé une formule analogue à celle de Heywood et ajoutent un terme supplémentaire tenant compte de l'effet de l'angle de la sollicitation, relativement aux directions principales.

En 1958, Jacobson [8] compare les résultats recueillis avec les formules proposées par: Mellitt, Dolan et Broghamer, Heywood, Niemann et Glaubitz, Kelley et Pederson, appliquées aux engrenages à un angle de pression de  $20^0$ , toujours grâce à la photoélasticité. Suite à son travail, il conseille pour les engrenages à  $20^0$  d'angle de pression et ayant entre 10 et 40 dents, l'utilisation de la formule de Lewis modifiée, multipliée par un facteur de concentration de contraintes dépendant du rayon de courbure du sommet de l'outil de taillage. Il propose aussi une construction très simple pour localiser la section critique, au point de tangence du profil de la dent avec une tangente à  $30^0$  par rapport à l'axe de symétrie de celle-ci.

En 1960, Wellauer et Seireg [9] utilisent la théorie des plaques pour calculer le moment de flexion dans une dent d'engrenage. Pour calculer les contraintes, ils suggèrent une formule qui est en fonction d'un facteur de concentration de moment ( $k_m$ ). Ils valident les résultats de cette théorie avec un test expérimental en utilisant des jauges de contraintes. Ils proposent l'utilisation de leur méthode lorsque le rapport hauteur/largeur de la dent est faible.

En 1973, Wilcox et Coleman [10] développent, à l'aide des résultats obtenus par les éléments finis, une nouvelle formule pour le calcul de la contrainte au pied de la dent. Elle peut s'appliquer aux dents

symétriques et asymétriques, mais elle n'est pas fiable lorsque la sollicitation se situe dans la partie inférieure de la dent.

Une étude similaire est réalisée en 1974 par Chabert, Dang Tran et Mathis [11] pour les dents symétriques. Après une comparaison avec les normes ISO (International Standardisation Organisation) et AGMA, ils suggèrent l'emploi de la norme ISO, celle-ci étant plus facile à utiliser pour une précision comparable.

En 1974, Winter et Hirt [12] mesurent expérimentalement les contraintes au pied de la dent avec les jauges de contraintes. Suite à sa thèse de doctorat, Hirt conseille l'utilisation de la norme ISO pour le calcul des contraintes car celle-ci tient compte d'un facteur de sensibilité d'entaille en fatigue.

Comme le montre ce court historique, une des méthodes couramment suivie par les chercheurs est d'obtenir des données par différentes techniques et de formuler des équations empiriques permettant une détermination facile des contraintes. On doit souligner que la plupart des formules ont été développées pour le côté en tension de la dent, car c'est de ce côté qu'apparaissent les fissures.

Dans la plupart des travaux présentés, les résultats n'étaient pas satisfaisants pour les engrenages à grand nombre de dents. En 1980, Allison et Heam [13] suggèrent que cela est dû à l'augmentation de l'influence de la contrainte en cisaillement sur ces engrenages. Plus un engrenage a un nombre élevé de dents, plus celles-ci sont petites et ressentent le cisaillement relativement aux autres contraintes. Suite à ces remarques, ils réalisent une étude photo-élastique, tenant compte aussi de la force de friction et des différentes positions que la force occupe lors de l'engrènement. Ils remarquent que la force de friction affecte surtout la contrainte du côté en tension, en la faisant varier avec la valeur du coefficient de friction. De même, lorsque la force est située au bas de la dent, la contrainte en tension devient plus élevée que celle en compression. Suite à ces résultats, ils proposent une formule où chaque terme de contrainte (flexion, compression, cisaillement) est multiplié par un facteur qui lui est propre ( $k_b$ ,  $k_c$ ,  $k_s$ ). Comme cette force a un angle constant de  $23^\circ$  avec la surface de la dent, cette formule est difficilement applicable pour les dents normalisées.

En 1980, Cornell [14] modifie la formule de Heywood pour l'adapter à un logiciel qui calcule les engrenages à grand rapport de contact (High Contact Ratio Gear,  $m_c > 2$ ). Cette modification est nécessaire pour qu'elle s'applique à cette forme de dent.

Des normes sont utilisées pour le calcul usuel des engrenages. Pour le calcul des contraintes en flexion, la norme AGMA 218.01 est fréquemment utilisée au Canada. La méthode proposée est celle développée par Dolan et Broghamer avec des facteurs supplémentaires tenant compte du couple

transmis ( $k_0$ ), de la variation de la charge avec la vitesse ( $k_v$ ), et de la distribution de la force sur la dent ( $k_m$ ). Présentement, les travaux relatifs à cette norme consistent à l'informatisation des calculs, et à l'application d'algorithmes pour identifier la section critique.

Depuis 1980, l'orientation des travaux de recherche a surtout été dirigée vers l'application des méthodes numériques: Élément Finis, Équations Intégrales, Méthode des Potentiels Complexes, Bandes Finies.

La Méthode des éléments finis est une méthode facile à appliquer et elle permet d'étudier et de modéliser l'engrenage de façon plus globale. En effet, avec cette méthode, il est possible de tenir compte de plusieurs paramètres comme le nombre de dents sur l'engrenage, l'épaisseur de la jante, etc.

Parmi les chercheurs qui ont utilisé la Méthode des Éléments Finis, on cite Oda, Nagamura et Aoki [15]. Ils ont déterminé l'influence de l'épaisseur de la jante sur laquelle repose la dent, ainsi que des dents adjacentes, sur la dent sollicitée. Ami, Harada et Aida [16] analysent l'influence de l'épaisseur de la jante pour une couronne dentée supportant 9 dents. En 1985, Guillot et Tordion réalisent une étude similaire dans les couronnes et jantes minces d'engrenages aux axes parallèles. En plus, Chang, Huston et Coy, en 1983 [17], étudient l'influence de la variation du profil de raccord. Ils ont trouvé que ce rayon n'affecte que la contrainte en surface de la dent. En 1984, Chong, Kata yama, Kubo et Yabe [18] étudient par cette méthode les engrenages à denture interne.

En 1983, Rubenchick propose l'utilisation de la Méthodes des Équations Intégrales pour les engrenages droits. Ses résultats, comparés avec ceux de Cardou et Tordion obtenus avec la Méthode des Potentiels Complexes, présentent une variation de 5% sur la contrainte maximale.

En 1984, Gakwaya, Cardou et Dhatt [19] ont comparé cette méthode avec celle des éléments Finis. Selon leurs résultats, pour la même précision et pour des engrenages droits, la Méthode des Équations Intégrales est moins onéreuse à utiliser.

D'autres travaux ont été réalisés avec cette méthode par les russes, comme Yakovlev en 1984, et par les japonais: Tanaka en 1985 [20] et Oda, Miyachika, Koide et Minine en 1985 [21].

En 1998, Glodež, Pehan, & Flašker [22] ont réalisé des expériences sur la propagation de fissures par fatigue en flexion dans la racine de la dent ; leurs résultats sont représentés à l'aide de méthodes statistiques mathématiques. Cette technique permet de déterminer le nombre de spectres de chargement requis pour que la fissure atteigne une certaine longueur à une probabilité souhaitée, pour les deux cas de chargement. Cela fournit une base pour établir certaines relations simples entre la

propagation de la fissure par fatigue et la répartition de la charge le long de la largeur de la dent, ce qui est nécessaire pour la simulation numérique de problèmes en question.

Shang, Yao, & Wang, en 1998 [23] ont proposé une nouvelle approche pour la détermination de la taille d'initiation de la fissure, dans laquelle cette dernière est positionnée à la racine de dent.

Aber & Fla, en 2000 [24] ont développé une nouvelle technique ayant pour but d'optimiser la durée de vie requise du système de transmission par engrenage. Pour calculer la durée de vie aussi précisément et aussi fiable que possible, cette technique d'optimisation basée sur des modèles mathématiques requis tient en compte du chargement, de la géométrie, des propriétés des matériaux et des paramètres de la mécanique de la rupture.

M. Macklodener et M. Olssor [25] propose un nouveau type de défaillance de dents, ce dernier est initié à l'intérieur de la dent et reçoit la rupture par fatigue interne de la dent (TIFF). Ils ont utilisé la méthode des éléments finis pour calculer l'historique de l'état de contrainte des dents d'engrenage engagé tout au long du cycle de charge. Ils se basent sur le critère critique de fatigue du plan de McDiarmid. L'analyse montre que le risque d'initiation à la fatigue est élevé dans la racine de la dent et dans une grande région à l'intérieur de la dent. Ces résultats concordent avec ces résultats des tests.

M. Guagliano et L. vergani [26] utilisent la méthode des éléments finis pour calculer le facteur d'intensité de contrainte afin d'évaluer l'effet de fermeture des fissures et l'influence de la dureté et des contraintes résiduelles sur la durée de vie. Ces résultats ont été validés expérimentalement. La comparaison indique clairement l'importance des contraintes résiduelles, de la dureté et, en particulier lorsque les charges appliquées sont plus faibles, l'effet de fermeture des fissures.

Glodez [27], J. Kramberger et al. [28] ont proposé un modèle de calcul par MEF pour la détermination de la durée de vie des engrenages en ce qui concerne la fatigue en flexion dans sa racine de dent. D'après eux, le processus de fatigue menant à la rupture des dents est divisé en période d'initiation de fissure et en période de propagation de fissure.

Ural et al. [29] ont trouvé des nouveaux résultats pour prédire la forme de la fissure et la durée de vie de la fatigue d'un pignon denté en spirale à l'aide de la MLER et MEF. Leurs prédictions sont basées sur la théorie de la mécanique élastique linéaire de la rupture combinée à la méthode des éléments finis, et incorporent l'effet de la fermeture des fissures provoquées par la plasticité et des charges en mouvement.

A. Belsak & Flaker [30] ont développé une nouvelle technique expérimentale de surveillance par vibration des engrenages pendant l'opération de transmission de la puissance, cette technique d'après eux permet de détecter les défauts de transmission par engrenage, tel que les fissurations à la racine des dents.

Jia & Howard [31] ont développé un modèle dynamique à 26 degrés de liberté pour un banc d'essai de trois arbres et deux paires de pignons, D'après eux, cette technique permet de localiser les roues endommagées et aussi mieux de dire quel type de défaut tel que les fissurations.

Ales Belsak & Flaker [32] ont utilisé une technique expérimentale de surveillance par vibrations afin d'identifier les défauts d'engrènement. En relation avec cela, ils ont proposé plusieurs méthodes d'analyse des signaux temporels. Des changements importants ont eu lieu dans la courbe de rigidité d'engrènement dû à la présence des fissures dans une racine de dent. En conséquence, la réponse dynamique diffère de celle qui concerne la dent endommagée.

Dans son travail, Haddar [33] a procédé à une simulation par méthode d'éléments finis en trois dimensions, pour identifier l'effet de la dimension des fissures et la direction de la propagation des fissures, dans la racine des dents, sur la rigidité de l'engrènement. D'après lui, pour les engrenages à denture droite, la rigidité d'engrènement est affectée de manière significative par la présence d'une fissure de pied d'une ou plusieurs dents.

S. Podrug, et al., [34] ont proposé une étude visant à déterminer l'effet de la charge mobile tout au long du profil des dents sur la durée de vie de l'engrenage. En plus, ils ont utilisé un nouveau modèle (the critical plane damage model) pour déterminer le nombre de cycle à l'initiation de la fissure.

Stanislav Pehan & Kramberger [35] ont utilisé un dispositif de test spécial à une seule dent. Et à partir de ces mesures, ils ont conclu que les endroits selon lesquels une fissure peut être initiée, offrent à de très différentes possibilités dans la racine d'une dent, puis cette dernière se propage selon ses propres chemins. Par la suite, ils ont réalisé une enquête numérique sur la position d'initiation de fissure et ses influences sur sa propagation. Ces résultats montrent que la mécanique de fracture linéaire peut être utilisée pour déterminer la propagation des fissures, si l'on considère de meilleures conditions initiales pour l'initiation des fissures.

Xu, Yu, Gao & Wang [36] ont effectué une enquête d'échec sur deux engrenages défailants, qui ont été utilisés dans la production d'équipements électriques par l'énergie éolienne. D'après eux, l'étude de la fractographie sur les dents fissurées indique que les origines des fissures sont à environ 3 mm de la



racine, l'analyse métallurgique indique que les fissures des dents s'est produite pendant le processus de traitement (trempe à la cémentation).

Amarnath, Sujatha & Swarnamani [37] ont publié les résultats d'études expérimentales pour évaluer l'usure des pignons droits de boîte de vitesses consécutifs en conditions d'essai accéléré. Ces études considèrent l'estimation des conditions de fonctionnement telles que l'épaisseur du film d'huile et leurs effets sur la croissance de fissure sur la surface des dents. Par conséquent, ces résultats fournissent une bonne compréhension des rôles des conditions de fonctionnement de boîte de vitesses et les paramètres de vibration comme mesures pour une évaluation de l'usure.

Chaari, Fakhfakh & Haddar [38] ont proposé une formulation analytique de la rigidité d'engrènement dans le temps. La modélisation analytique avec la présence des fissures à la racine de la dent, montre bien la réduction de la rigidité d'engrènement en raison de la quantification de cette anomalie. En plus, ils ont présenté une comparaison avec le modèle des éléments finis pour valider la formulation analytique.

L'objectif du travail de Zouari, Maatar, Fakhfakh & Haddar [39] était de suivre la propagation de la fissure dans le pied de la dent d'un pignon à l'aide de la mécanique élastique linéaire de la rupture (MLER) et la méthode des éléments finis (MEF).

Pandya & Parey [40] ont adopté une méthode d'éléments finis 2D avec le principe de la mécanique élastique linéaire de la rupture, pour suivre le chemin de propagation qui tient compte des différents taux de contact. Ce travail est conduit par la nécessité d'améliorer la précision de calcul de la rigidité d'engrènement qui joue un rôle majeur dans le diagnostic de panne d'équipements.

Ali, Pahl & Xiao [41] ont mené une analyse par éléments finis 3D pour étudier l'initiation et la propagation de fissure dans une dent d'engrenage. Pour cela, ils ont proposé une approche de la mécanique de la rupture pour modéliser la fissure initiée sur la surface d'une dent d'engrenage, qui tient compte de la théorie de roulement fatigue de contact (RCF). Ce modèle éléments finis étudie les effets du frottement sur la durée de fatigue à l'initiation de fissure. Après qu'ils ont identifié l'emplacement de la fissure, une approche mécanique de rupture a été utilisée pour simuler la propagation de la fissure de fatigue en mode mixte. En plus, ils ont examiné les conditions de charge de contact partielle, basée sur la largeur de la charge de contact agissant le long de l'épaisseur.

### I.3. Fatigue des engrenages

Les trois modes de défaillance les plus fréquents sont, par ordre d'importance : la fatigue, les impacts et l'usure [42]. Plus particulièrement, la rupture en fatigue des systèmes d'engrenage peut être de différentes natures :

- La fatigue en flexion;
- La fatigue de contact par glissement (slidding);
- La fatigue de contact par roulement (rolling);
- La fatigue thermique;
- La fatigue des autres composantes du système de transmission (arbre, roulement, ...).

Une analyse de 1500 défaillances d'engrenage faite [42] a montré que la fatigue en flexion est la plus fréquente avec une proportion de 32%. Cependant, sous certaines conditions, le contact peut devenir plus important que la flexion [43].

#### I.3.1. Fatigue en flexion

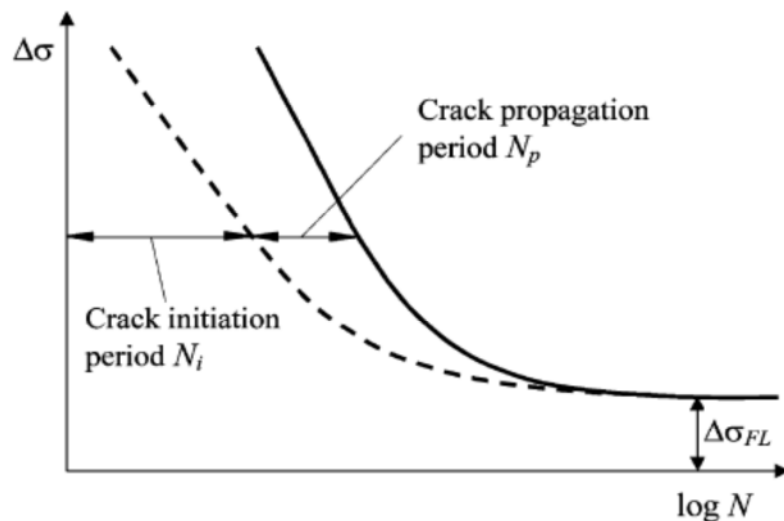
Alban et Fernandes [44] ont décrit qualitativement ce type d'endommagement. Selon leurs observations, l'initiation des fissures de flexion se situe dans le congé des dents du côté actif où les contraintes cycliques en tension y sont maximales. Ensuite, la progression de ces fissures se fait en direction d'un point de contrainte nulle qui, selon les auteurs, est localisé initialement près du rayon de racine au centre de la dent. D'après Alban, cette trajectoire est la direction offrant le moins de résistance à la propagation. Par la suite, ce point se déplace jusqu'à ce qu'il atteigne le congé de l'autre côté de la dent.

Tout au long de la progression des fissures, la rigidité en flexion de la dent diminue. Ce qui tend à surcharger les dents adjacentes et favorise l'initiation de fissures dans celles-ci (Alban). C'est pourquoi, avec la fatigue en flexion, il y a régulièrement rupture de plusieurs dents successives. Cette fatigue est causée par soit une mauvaise conception, un montage incorrect, des défauts de matériau ou des surcharges [44]. Cette description est surtout valable pour les roues pleines dont le corps principal a une bonne rigidité. Cependant, dans certains cas, le poids des systèmes mécaniques devant être optimisé (ex. : moteurs d'avions, transmissions d'hélicoptères), justifie l'utilisation de roues à jante mince. Or, lorsqu'une fissure s'initie en flexion, selon l'épaisseur de la jante, celle-ci peut bifurquer vers le moyeu [45, 46], et engendrer la perte complète du système [47].

Le processus complet de la rupture par la fatigue en flexion peut se diviser en deux parties, soit l'initiation de la fissure et sa propagation jusqu'à la rupture (Formule. I.1).

$$N_f = N_i + N_p \quad \text{I.1}$$

Où  $N_f$  est le nombre de cycles total à la rupture,  $N_i$  celui à l'initiation et  $N_p$  celui en propagation. En général,  $N_i$  est plus élevé que  $N_p$ , mais les traitements de surface affectent le comportement en fatigue. Pour des engrenages grenailés,  $N_p$  peut représenter de 15 à 30% de  $N_f$  Nicoletto [48] et de 30 à 40% pour ceux carbures Blarasin [49]. De plus, un engrenage soumis à un faible chargement aura la majorité de sa vie en service en phase initiation. Tandis qu'à des niveaux de charges élevées, la phase de propagation sera plus significative (Figure 1.2) [27].



**Fig. I.1.** Représentation schématique de la vie en fatigue d'un élément mécanique [27].

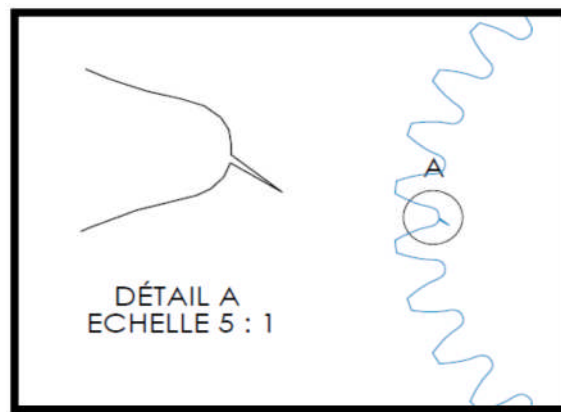
Bien que  $N_f$  puisse se subdiviser de façon plus précise (ex. : déformation plastique, nucléation, propagation de fissures courtes, ...) Shang, Yao, & Wang, 1998 [50], la caractérisation de l'endommagement du début à la transition des fissures courtes/longues n'est pas bien définie. Comme les engrenages nécessitent une résistance en fatigue endurance ( $N_f > 10^7$  cycles), les phénomènes transitoires sont donc de faibles durées par rapport à  $N_f$ . Alors, la majorité des études valident l'équation (I.1). Par contre, cela impose la définition d'un critère de transition entre l'initiation et la propagation.

### I.3.2. Initiation des fissures

L'analyse en propagation de fissures nécessite la configuration de départ de celles-ci (grandeur, orientation et position). Dépendamment de la géométrie des roues, D. G. Lewicki et al. [51] ont montré que ces paramètres étaient importants dans la propagation.

### I.3.3. Région critique

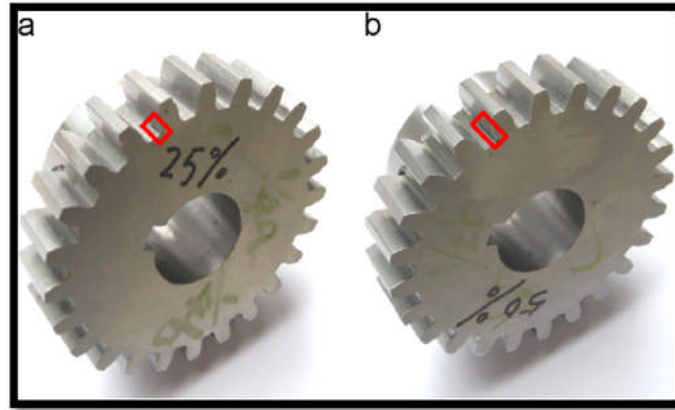
Peu d'études se sont attardées à la nature exacte de l'initiation des fissures par la fatigue en flexion selon les mécanismes d'endommagement (ex. : dislocations, plans critiques, cumul de dommage, ...). Malgré cela, la majorité des modèles utilisent le point de tension maximale comme site d'initiation. Aussi, les études expérimentales, s'intéressant davantage à la propagation D. Lewicki & Ballarini [46]; D. G. Lewicki et al. [51]; Spievak, Wawrzynek & Ingra [52]), initient le défaut artificiellement à une position arbitraire afin d'accélérer le processus (Fig. I.2).



**Fig. I.2.** Exemple d'initiation artificielle d'une fissure en flexion.

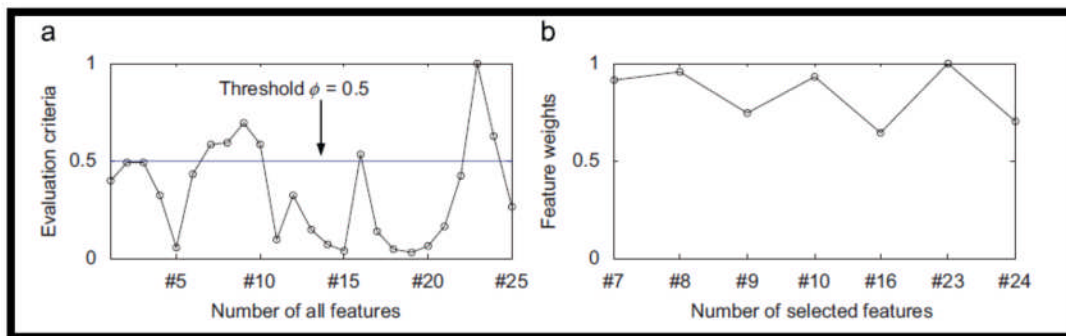
Glodez [27] affirment que l'initiation se produit en surface et de ce fait soulignent l'importance de l'état de celle-ci. Par contre, des études menées sur des roues en acier carburées et/ou grenillées ont montré que l'initiation en flexion s'effectuait presque toujours sous la surface entre 18 et 300  $\mu\text{m}$  [47, 53]

Lei & Å [54] propose une méthode pour classifier les différents niveaux des fissures des engrenages (Fig. I.3) automatiquement et sûrement. Cette méthode est conçue pour la détection des dommages d'engrenage et dans le domaine de fréquences extraites à caractériser les conditions d'engrènement.



**Fig. I.3.** Différents niveaux de fissures dans les engrenages.

Afin d'enlever l'information non pertinente, une technique à deux étapes de sélection et de pondération de mode (TFSWT) par l'intermédiaire de la technique euclidienne d'évaluation de distance (EDET) est développée et employée pour choisir les dispositifs sensibles. L'algorithme de classification de WKNN est présenté pour surmonter le point faible de KNN. Des expériences sur la vitesse de propagation des fissures ont été entreprises sur une vraie boîte de vitesse.



**Fig. I.4.** (a) Critères d'évaluation de chacun des 25 dispositifs, (b) niveau de dispositif des 7 dispositifs choisis.

Les signaux de vibration ont été mesurés à partir des engrenages sous différentes charges et vitesses du moteur. La méthode proposée est appliquée pour identifier les niveaux de fissuration des engrenages. Les résultats prouvent que la méthode proposée réalise des exactitudes plus élevées d'identification et donc c'est une méthode prometteuse pour embrayer le diagnostic de défaut (Fig. I.4).

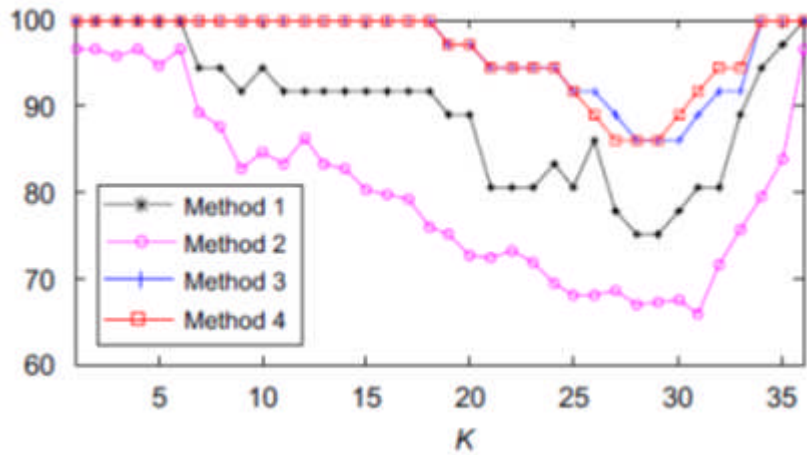


Fig. I.5. Comparaison des quatre méthodes de l'expérience 1.

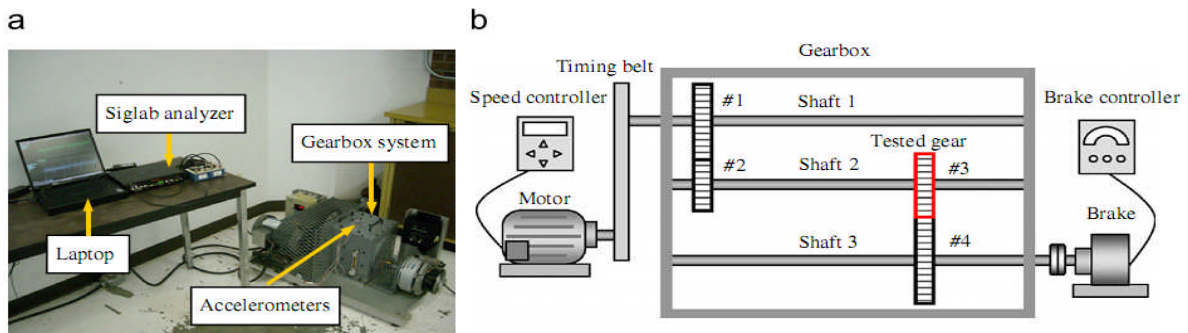


Fig. I.6. (a) Système expérimental, (b) Diagramme du système.

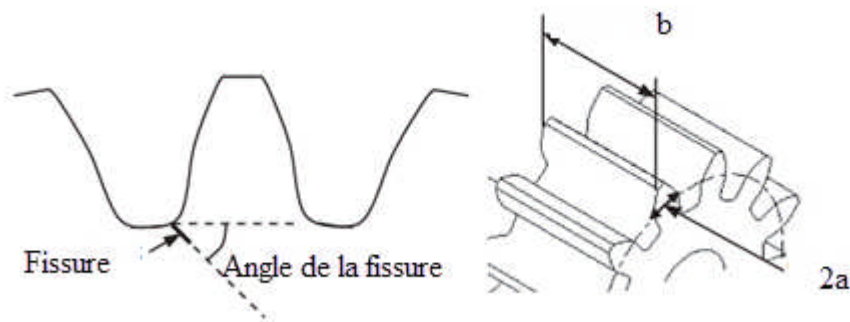


Fig. I.7. Définition géométrique, angle de la fissure, largeur, et épaisseur de dent d'une roue dentée.

### I.3.4. Durée de vie en fatigue/ initiation

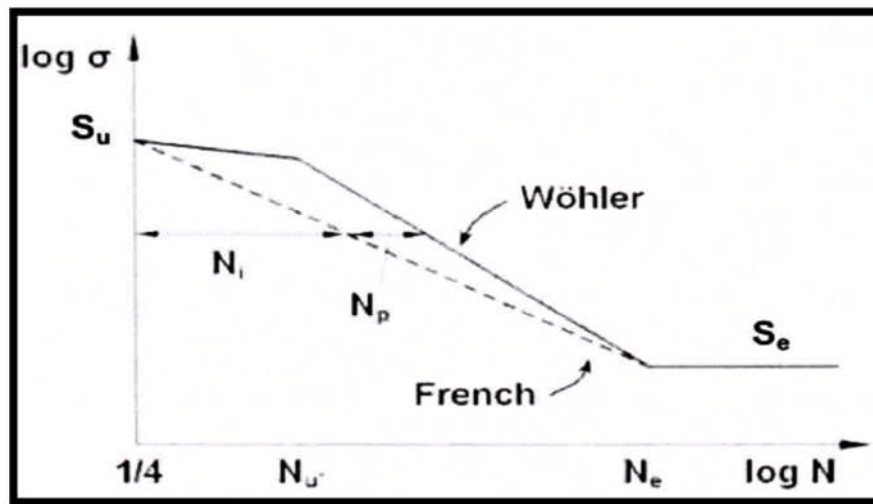
Les normes telle que l'AGMA, n'offrent pas de moyen pour estimer  $N_i$ , mais proposent plutôt un facteur pour  $N_f$  basé sur les courbes S-N. Des auteurs Glodez et al. [27] ; Potr & Kramberger [45] ont évalué  $N_f$  par la relation de Coffin-Manson (Eq. I.2) incluant les déformations élastiques  $\epsilon_{el}$  et plastiques  $\epsilon_{pl}$ .

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\Delta \varepsilon_{el}}{2} + \frac{\Delta \varepsilon_{pl}}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} \cdot (2N_i)^b + \varepsilon'_f \cdot (2N_i)^c \quad \text{Eq.I.2}$$

Où  $\sigma_f$  et  $\varepsilon_f$  sont la contrainte et la déformation efficaces à la rupture,  $b$  et  $c$  les constantes de rigidité et de ductilité,  $E$  le module d'élasticité et  $\Delta \varepsilon$  la variation de déformation totale. Mais la contrainte moyenne ( $\sigma_m$ ) et le facteur de concentration de contrainte  $K$  ne semblent pas être considérés. Aussi, les courbes S-N obtenues de l'équation (I.2) ne sont valables qu'en rupture complète (i.e.  $N_i + N_p$ ). Considérant la fatigue d'endurance des engrenages, les auteurs [56] ont plutôt adopté une relation du type Basquin (Eq. I.3) basée sur la contrainte où  $\varepsilon_{pl}$  est négligée.

$$\frac{\Delta \sigma}{2} = \sigma_a = \sigma'_f \cdot (2N_i)^b \quad \text{Eq.I.3}$$

Dans l'équation (I.3),  $\Delta \sigma$  représente la variation de la contrainte appliquée. L'approche de Jelaska utilise la courbe d'endommagement critique de French qui permet de séparer les périodes d'initiation et de propagation (Figure I.8) selon une longueur de fissure critique.



**Fig. 1.8.** Représentation schématique de la vie en fatigue selon Wöhler et French [36].

En supposant que la courbe d'initiation passe par le point de vie infinie ( $N_e$ ) et  $N = 1/4$  à  $S_u$ , Jelaska a pu trouver  $N_i$  (Eq.I.4). Même si la méthode n'inclut pas  $\sigma_m$  et  $K_t$ , les détails de son développement Podrug et al. [56] permettent de croire qu'il est possible de les intégrer.

$$N_i = N_e \cdot \left( \frac{S_e}{\sigma_a} \right)^{\log(4N_e)/\log(S_u/S_e)} \quad \text{Eq.I.4}$$

### **I.3.5. Facteurs influençant la fatigue des engrenages**

Les engrenages sont souvent soumis à des conditions de fonctionnement extrêmes où différents phénomènes interagissent et peuvent influencer sur l'évolution de l'endommagement.

Aussi, les traitements appliqués aux roues leur permettant de supporter les charges de fonctionnement, peuvent également avoir des effets significatifs sur la vie en fatigue.

#### **I. 3.5.1. Traitements de surface**

Les fissures s'initiant en surface ou très près, il est courant d'appliquer des traitements aux roues en vue de modifier leurs propriétés mécaniques. Deux moyens souvent employés sont les traitements thermiques superficiels (ex. : induction) et ceux thermochimiques (ex. : cémentation, nitruration). La modification de la microstructure des roues par trempe d'induction peut atteindre une profondeur de 2 à 3 mm [57]. Cependant, une induction excessive engendrant la trempe complète de la dent lui enlèvera toute ténacité [42]. À l'inverse, un temps d'induction trop court produira une trempe superficielle incomplète et ainsi créera des zones de discontinuité propices à l'initiation de fissures [42]. Aussi, le durcissement occasionné par les trempes fragilise le matériau, ce qui favorise la propagation des fissures une fois initiées [58].

En contrepartie, les traitements thermochimiques créent des surfaces durcies plus minces, affectant moins la ductilité de la structure interne. Mais, un traitement trop long entraîne la décarburation des surfaces qui durant la trempe occasionne des contraintes résiduelles en tension néfastes en fatigue [59]. De plus, la décarburation crée une couche non martensitique constituée d'inclusions, de joints de grains et de particules oxydées agissant comme concentrateurs de contrainte et génèrent des microfissures susceptibles d'être propagées en flexion [60]. Néanmoins, les contraintes résiduelles en compression induites par les gradients de dilatation thermique des interfaces, ont des effets bénéfiques sur la fatigue [58].

En 2008, Dimitrov et al. [61] ont fait une étude expérimentale (Fig. I.9) et analytique dont l'objectif principal était l'évaluation et la prévision de l'amorçage de la fissure, de la propagation, de la direction, et du taux de propagation. Ils ont examiné un certain nombre de pignons droits avec des caractéristiques différentes :

- (a) Non durcis, non traités thermiquement surfaces non grenillées ;
- (b) Traités thermiquement surfaces non grenillées ;
- (c) Non durcis surfaces grenillées ;
- (d) Traités thermiquement surfaces grenillées.



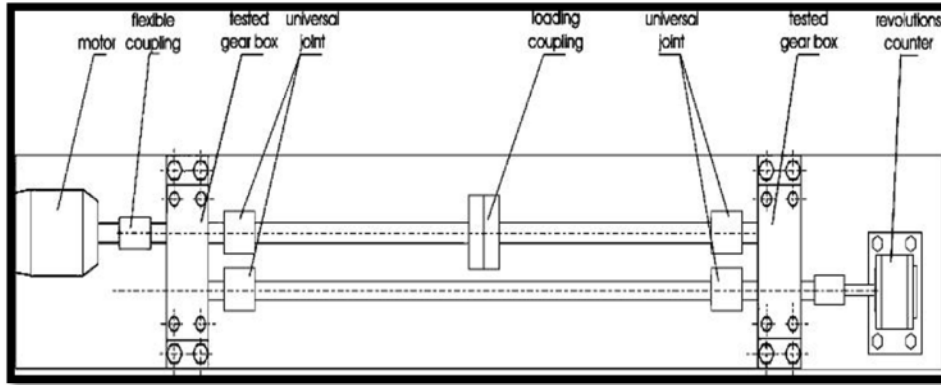


Fig. I.9. Schéma du banc d'essai de la fatigue des engrenages.

Leurs résultats expérimentaux (Fig. I.10) et analytiques (Fig. I.11) ont montré l'amélioration considérable dans la résistance à la fatigue de contact des dents d'engrenage et particulièrement de celles thermiquement traitées qui ont subi le grenailage de précontrainte.

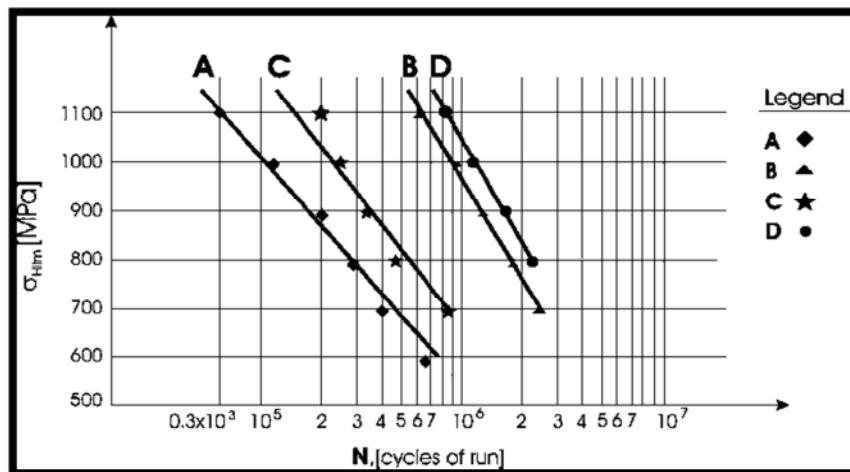


Fig. I.10. Courbes de la durée de vie en fatigue des engrenages examinés.

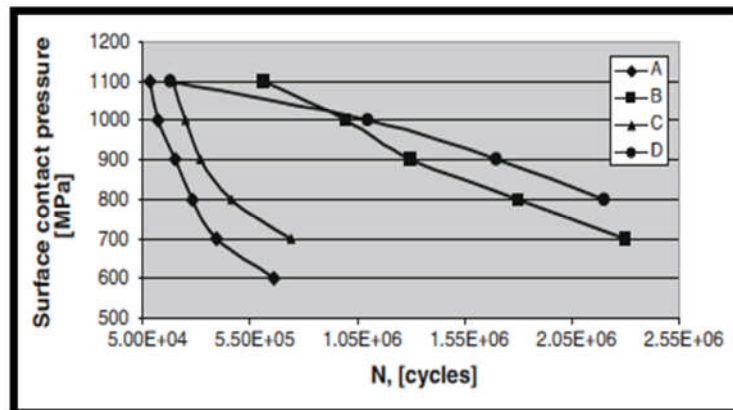
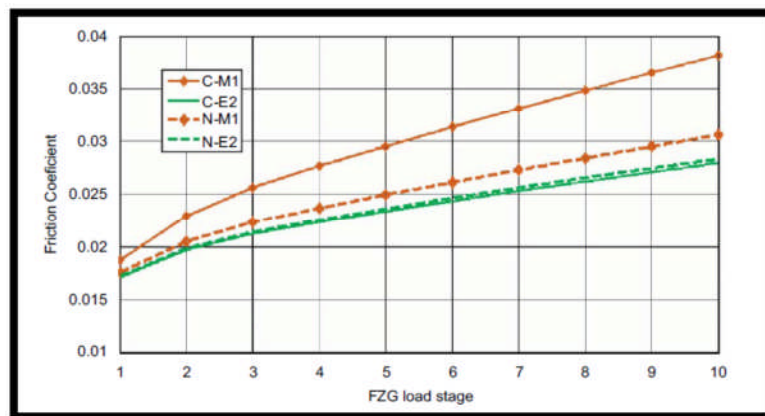


Fig. I.11. Courbes théoriques de la durée de vie en fatigue pour les groupes A, B, C, et D.

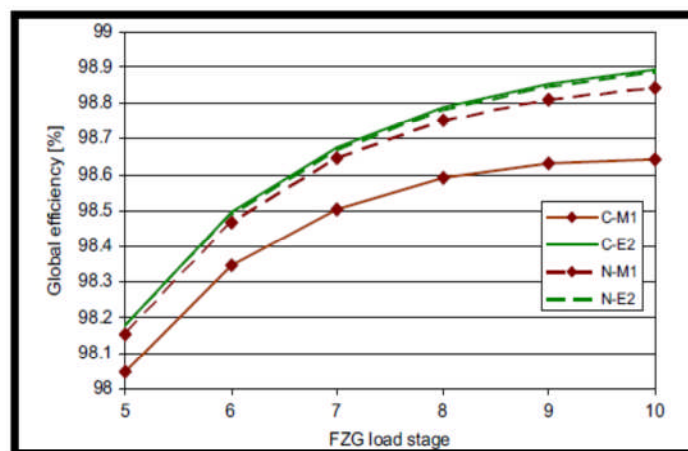
La durée de vie est augmentée d'environ 17% à  $7 \cdot 10^5$  cycles. Si on applique un traitement de cémentation sur la surface des dents d'engrenage, elle augmente d'environ 8% à  $10^6$  cycles pour les dents grenillées.

Ils ont montré que le nombre de cycles jusqu'à l'initiation de la fissure est beaucoup plus élevé (7,44 fois) que celui de la propagation de fissures jusqu'à l'apparition de piqûres. La propagation des fissures de fatigue de contact se développe lentement pour aller en profondeur dans le matériau (environ 70% de sa vie) bien qu'il pousse très vite à la surface.

En 2009, Martins et al. [62] ont fait des essais expérimentaux (sur un banc d'essai de type FZG) avec la combinaison des deux traitements thermiques (nitruration de haute pression « N » / cémentation « C », et deux lubrifiants différents (minéral « M » / une huile d'ester biodégradables « E »).



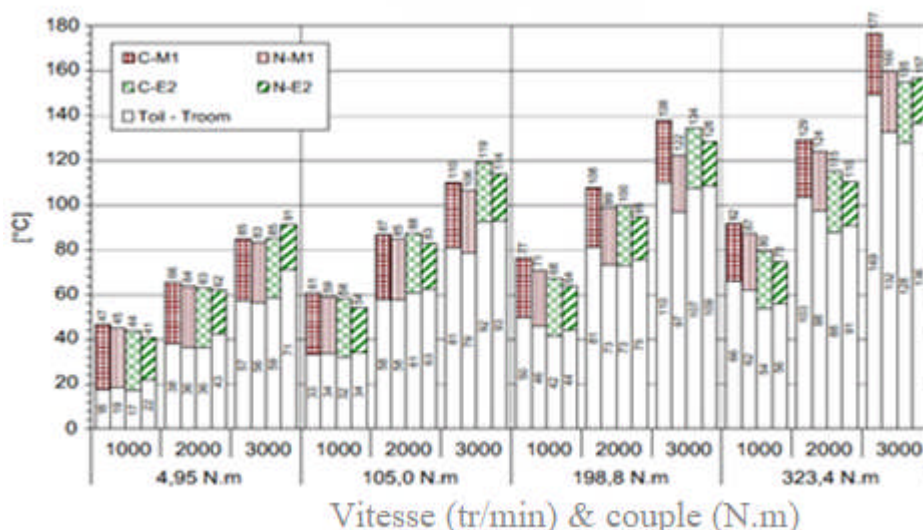
**Fig. I.12.** Coefficient de frottement moyen entre les dents d'engrenages pour chaque lubrifiant (vitesse de la roue = 2000 tr/min).



**Fig. I.13.** Comparaison de l'efficacité globale de la boîte à 1000 tr/min pour toutes les combinaisons matériau-lubrifiant en fonction de la charge.

Leurs résultats des tests de perte de puissance (Fig. I.13) réalisés avec les engrenages en acier nitruré et engrenages en acier cémenté en combinaison avec un lubrifiant minéral commercial et une huile d'ester biodégradables leur ont permis d'arriver aux conclusions suivantes:

Les engrenages en acier nitruré montrent une basse température de stabilisation (Fig. I.14) en comparaison à l'acier cémenté lorsque l'huile minérale a été utilisée. Lorsque l'huile d'ester a été utilisée sur les deux cas, les engrenages ont une température de stabilisation similaire. Le train d'engrenage en acier nitruré a montré une plus petite variation de la température de stabilisation en fonction du type d'huile par rapport à l'engrenage en acier cémenté. Le train d'acier nitruré présente une perte de masse plus élevée que l'engrenage en acier cémenté (Fig. I.15) ainsi qu'une surface plus endommagée, quel que soit le lubrifiant. La différenciation d'usure selon l'analyse de l'huile a eu lieu sur la scène charge la plus élevée. Les engrenages nitrurés ne supportent pas les pressions de contact élevées que l'engrenage cémenté en raison de sa faible dureté de surface, L'huile ester biodégradable montre des températures plus basses de stabilisation et de perte de masse plus faible que le lubrifiant minéral pour les deux matériaux. Le type de lubrifiants promet une plus grande différence dans la perte de masse que le type de matériau. L'engrenage cémenté combiné avec une huile d'ester montre le meilleur résultat global. Le modèle thermique a permis la détermination du coefficient de frottement pour la combinaison matériel-lubrifiant et a permis une bonne prédiction de la température de fonctionnement de la boîte de vitesses.

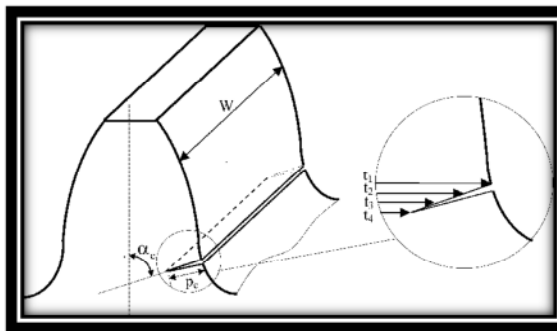


**Fig. 14.** Les températures d'équilibre et de stabilisation de bain d'huile en fonction de la vitesse et du couple d'entrée, pour les engrenages carburé (C) et nitruré à haute pression (N), lubrifié avec des huiles d'engrenage M1 et E2.

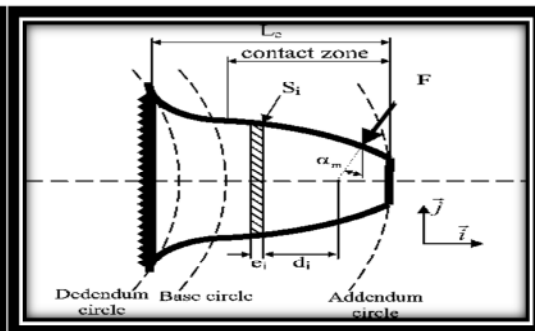
**I. 3.5.2. Contraintes résiduelles**

Des études ont montré que l'addition de contraintes résiduelles en compression au niveau du congé des dents, pouvait grandement améliorer leur résistance en fatigue [58, 63, 68]. Le procédé utilisé pour induire ce type de contrainte, est le grenailage où la surface est martelée de particules dures pour ainsi la déformer plastiquement. Alors, une contrainte permanente en compression est induite, ce qui diminue, pour le cas des engrenages, les effets de la contrainte en tension générée par la flexion. Glodež, Ren, & Fajdiga [65] ont démontré que dans certains cas, il était possible d'augmenter de 15% la vie en fatigue des roues. Inoue & Kato [58] ont par ailleurs remarqué que l'ajout de contraintes résiduelles en compression permettait de retarder le processus de propagation d'une fissure en augmentant la valeur seuil  $a_{th}$  de plusieurs micromètres ( $\mu m$ ).

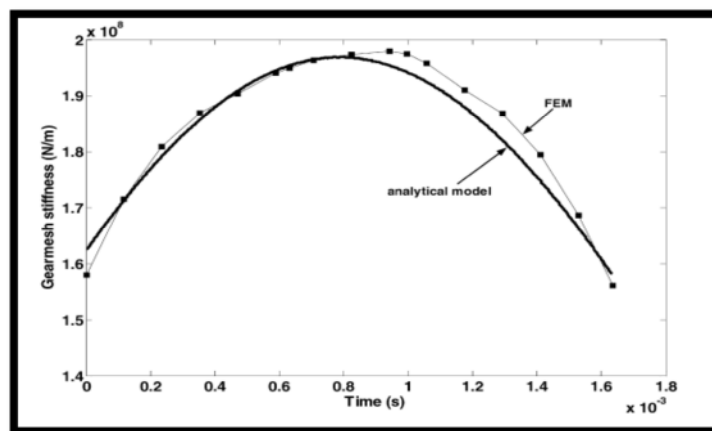
En 2009, Chaari, Fakhfakh & Haddar [38] proposent une formulation analytique de la rigidité avec la présence d'un défaut distribué ou localisé (Fig. I.8 & 9) puis une comparaison avec le modèle des éléments finis est présentée afin de valider leur formulation analytique.



**Fig. I.15.** Représentation de la fissure.



**Fig. I.16.** Modélisation de la dent de pignon droit comme poutre en porte-à-faux non-uniforme.



**Fig. I.17.** Évolution du  $K_{12}$  pour le cas sain.

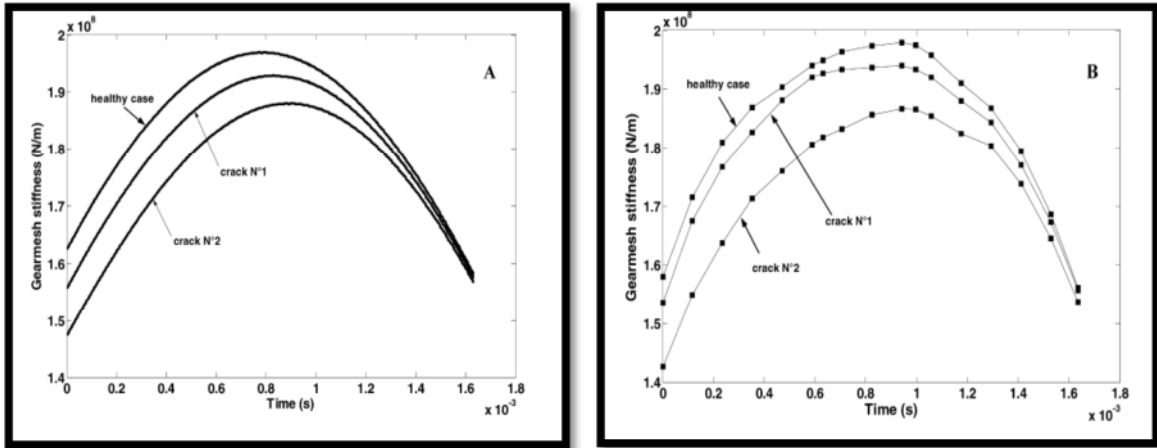


Fig. I.18. Evolution de  $K_{12}$  pour les différents cas de fissuration (a) le modèle analytique, (b) MEF.

Ils ont conclu que l'effet de ce défaut est une diminution de la rigidité d'engrènement (Fig .I.18 & I.19) Il est également possible maintenant de mesurer analytiquement la sévérité de la perte de rigidité pour ce défaut. Une comparaison avec la méthode d'éléments finis a montré la bonne concordance liée à un temps réduit de calcul.

### I. 3.5.3. Fermeture des lèvres de la fissure

Le phénomène de fermeture des lèvres de la fissure est directement relié à la plasticité en bout de fissure. Guagliano et al. [26] (Fig. I.19) ont étudié numériquement la propagation des fissures en considérant l'effet de fermeture pour différentes lois de propagation. Le constat général des auteurs est que ce phénomène n'est significatif que pour une faible charge appliquée sur les dents, permettant ainsi aux lèvres de se refermer. Dans l'étude, cette charge était inférieure ou égale à environ 57% de la charge ultime, ce qui semble tout de même appréciable. Par contre, à la connaissance de l'auteur, aucune étude expérimentale n'a couvert directement cet aspect des engrenages et donc aucune mesure concrète du phénomène n'est disponible d'après ce que nous avons comme source bibliographique.

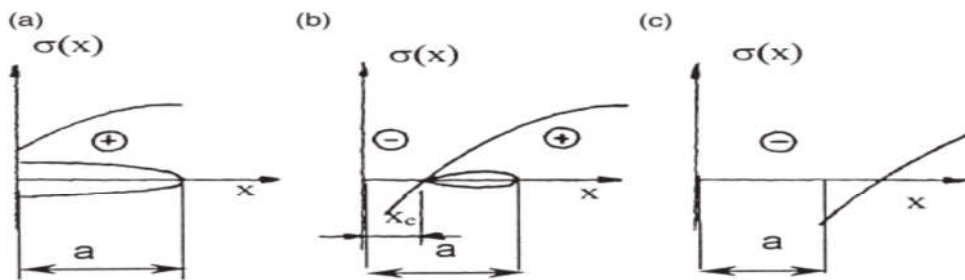


Fig. I.19. Différentes situations de l'ouverture de la fissure quand la charge minimum est appliquée: (a) fissure complètement ouverte, (b) fissure partiellement ouverte, (c) fissure complètement fermée.

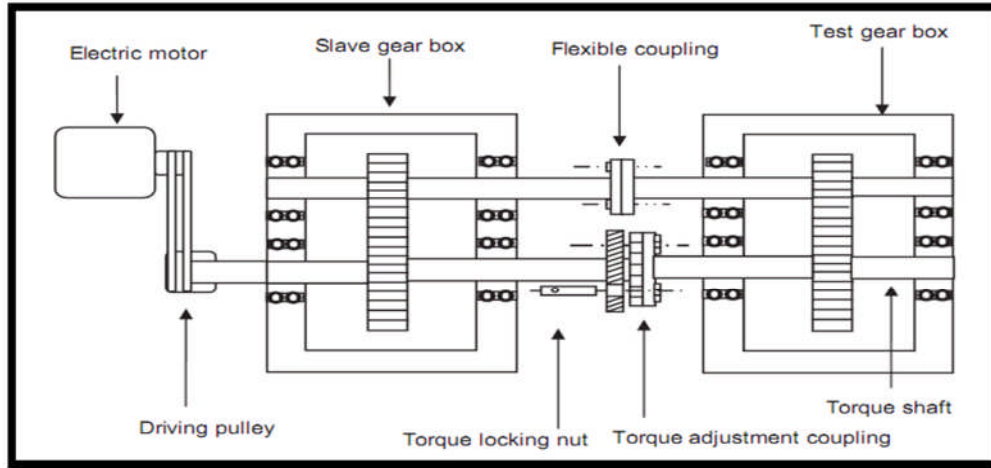
#### **I. 3.5.4. Rugosité des surfaces**

L'état des surfaces sollicitées affecte aussi le comportement en fatigue. Une rugosité plus ou moins élevée crée des creux agissant comme concentrateur de contrainte facilitant l'initiation de fissures. Glodež et al. [65] ont étudié expérimentalement l'influence de cet aspect sur la résistance en flexion des engrenages cylindriques droits, en comparant les performances en fatigue de roues ayant des rugosités en racine de dent variant de 3 à 8  $\mu\text{m}$  RMS (Root Mean Square) et des creux (Peak-to-Valley) allant 25 à 65  $\mu\text{m}$ . Leurs résultats ont démontré une amélioration de la durée de vie en fatigue d'environ 8 millions de cycles avec les engrenages ayant un fini de surface supérieure. En termes de limite d'endurance ( $S_e$ ), cela s'est traduit par une augmentation de 65 MPa, soit de 523 MPa à 588 MPa.

#### **I. 3.5.5. Zone de contact**

Les erreurs de géométrie et de montage qu'admettent les systèmes de transmission affectent particulièrement la ligne de contact entre les dents. De tels défauts engendrent une distribution non uniforme de la charge sur l'épaisseur des dents et crée des concentrations de charge qui augmentent localement la contrainte. Les auteurs [65] ont évalué expérimentalement l'effet de ce facteur sur la propagation des fissures en comparant un engrenage exempt de toute erreur et un autre où la zone de contact était effective sur un peu plus de la moitié de l'épaisseur de la roue. Les résultats ont révélé une propagation plus rapide de la fissure pour le cas de la zone de contact réduite. De plus, la trajectoire de la fissure était non symétrique comparativement à celle du contact uniforme.

En 2009, les travaux de Amarnath et al. [37] ont mené à des résultats d'études expérimentales réalisées pour évaluer l'usure de pignons droits du « back-to-back gearbox » sous conditions de test accélérées. Ils fournissent une bonne compréhension des rôles dépendant des conditions de fonctionnement du réducteur et des paramètres de vibration pour une évaluation efficace de l'usure des engrenages à denture droite.



**Fig. I.20.** Boîte d'engrenages à cycle fermé (deux trains d'engrenage parallèle).

Leurs études expérimentales ont été systématiquement réalisées sur « Back-to-back gear box » (Fig. I.20) ayant pour but de mesurer le changement de la rigidité avec d'autres paramètres comme l'épaisseur du film d'huile spécifique et les niveaux de vibration. Leurs résultats permettent de faire les conclusions suivantes :

- La température de l'huile augmente avec l'augmentation de la charge et du temps d'exploitation (Fig. I.22). L'épaisseur du film minimale et l'épaisseur du film spécifique entre les dents d'engrenage estimé en utilisant l'équation de Dowson sont en corrélation avec la sévérité d'endommagement de l'état normal à l'état d'usure sévère.
- L'épaisseur du film d'huile spécifique est réduite respectivement en fonction de la charge et par rapport au temps de d'exploitation déclenchant l'usure de la surface des dents (Fig. I.23).
- Les niveaux de vibration RMS ainsi que les amplitudes des fréquences harmoniques d'engrènement fournissent de bonnes informations de diagnostic pour estimer la sévérité d'usure en conjonction avec l'analyse d'épaisseur du film d'huile.

La fréquence de translation des engrenages a été trouvée à 3996 Hz de l'épreuve modale. Les valeurs d'accélération RMS à partir des spectres obtenus lors de l'essai accéléré sont les plus élevées dans la bande de 3,5 à 4 kHz, ce qui confirme que c'est ce mode de translation qui provoque les vibrations accrues dans le banc d'essai lors des essais accélérés. L'augmentation de la sévérité de l'usure des dents entraîne une réduction de la rigidité. La réduction de la rigidité des dents avec l'usure des dents croissante montre une relation linéaire avec la sévérité à l'usure.

Les résultats expérimentaux trouvés de la réduction de la rigidité de l'analyse modale sont en bonne corrélation, d'où il peut être conclu que la méthode d'analyse modale peut être utilisée pour évaluer la réduction de la rigidité des dents d'engrenage à denture droite. Avec des conditions de test accélérées, soit surchargée par 4-5 fois de la charge normale, la réduction de la rigidité a été trouvée à 6,2 % pour

216 h. La diminution de la raideur déclenche l'augmentation des fréquences harmoniques supérieures d'engrènement que l'on peut observer à partir des spectres de fréquence.

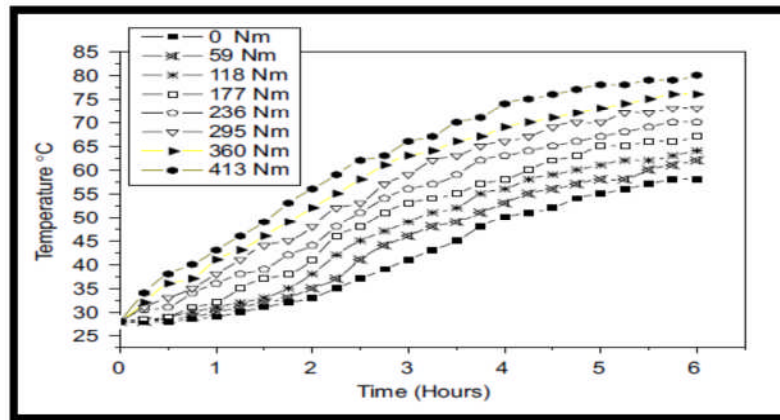


Fig. I.21. Effet de charge sur la température d'huile.

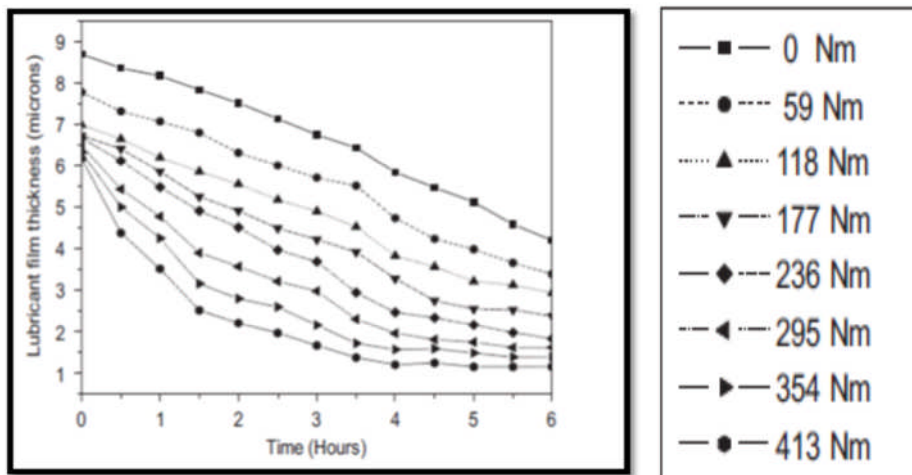


Fig. I.22. Effet de charge sur l'épaisseur de film d'huile.

### I. 3.5.6. Géométrie des roues

Dans leur papier [66], les auteurs ont analysé numériquement les aspects géométriques des roues à jante mince en relation avec la propagation des fissures en flexion. En faisant varier simultanément le nombre de dents ( $n$ ), le module ( $m$ ) et le rayon primitif ( $R_p$ ) tout en respectant le rapport « hauteur dent / épaisseur jante » (backup ratio) ( $m_b$ ), ils ont démontré qu'en augmentant les dimensions des dents, leur rigidité s'accroît par rapport à la jante. Ainsi, la trajectoire offrant le moins de résistance à la propagation devient celle passant par la jante. En augmentant l'angle de pression ( $\alpha$ ), le même effet est constaté, puisque cela occasionne un élargissement de la base des dents qui les rigidifie. Concernant la forme du congé, celle-ci a un effet sur la concentration



des contraintes lorsque la roue n'est pas fissurée. Un rayon ( $r_f$ ) moyen plus important réduit le niveau de contrainte et améliorera la résistance en fatigue.

### I. 3.5.7. Vitesse de rotation

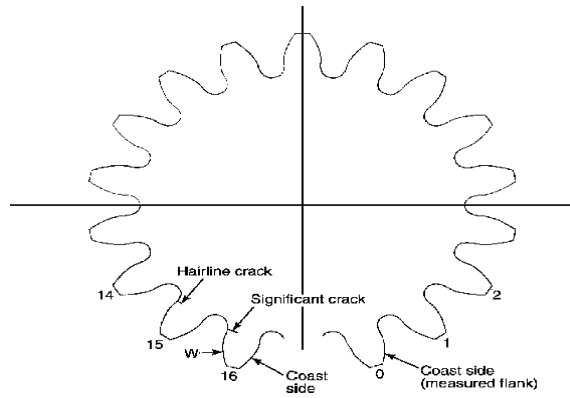
Pour la plupart des systèmes de transmission, l'effet des forces centrifuges sur la propagation des fissures peut être négligé, car les vitesses de rotation ( $\omega$ ) n'engendrent pas d'accéléérations suffisamment importantes. Par contre, dans les cas de  $\omega$  élevées (ex. : moteurs d'avion), Army & Lewicki [67] ont montré que ces forces avaient un effet considérable.

D'après ses résultats,  $\omega$  commence à avoir un effet marqué à 10000 tr/min où la fissure bifurque et passe à travers la jante. Aussi,  $\omega$  est plus ou moins significative selon le couple transmis. À 7500 tr/min et 123 Nm, la trajectoire passe sous la dent, tandis qu'à 61 Nm, elle est à travers la jante. La position initiale de la fissure est aussi importante, car dans le haut du congé, la fissure se dirige à travers la dent peu importe  $\omega$ .

En (2007), Mark, Reagor & Mc Pherson [68] constatent, pour des états de chargement des engrenages, les principales sources d'excitation de vibration apparaissant à l'engrènement caractérisé par excitation "l'erreur statique de transmission" (STE). Celles-ci sont des déviations géométriques des surfaces de fonctionnement des dents dues à la parfaite équidistance de la développante de cercle, et des déformations élastiques de corps de dent/engrenage.

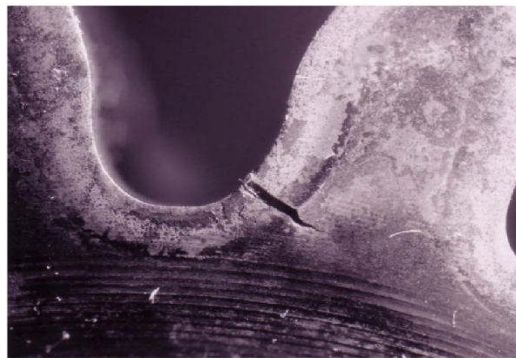


**Fig. I.23.** Photo du pignon droit examinée dans un appareillage de puissance-circulation d'essai de fatigue d'engrenage jusqu'à la rupture de dent.

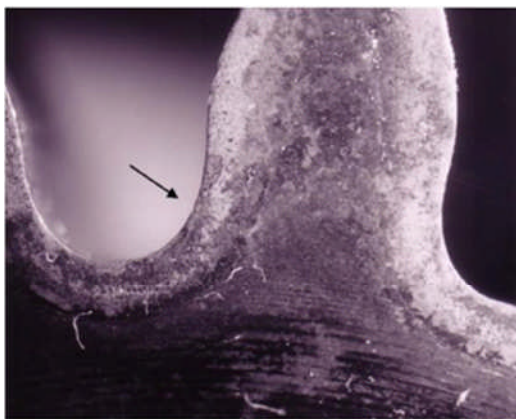


**Fig. I.24.** *Mesure CMM du pignon droit montrée dans fig. I.23.*

Le nombre de dents commence par zéro et augmente dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. Les endroits de la fissure de la racine de dent significative sur la dent 16 et le début de la fissure de racine sur la dent 15 sont indiqués.



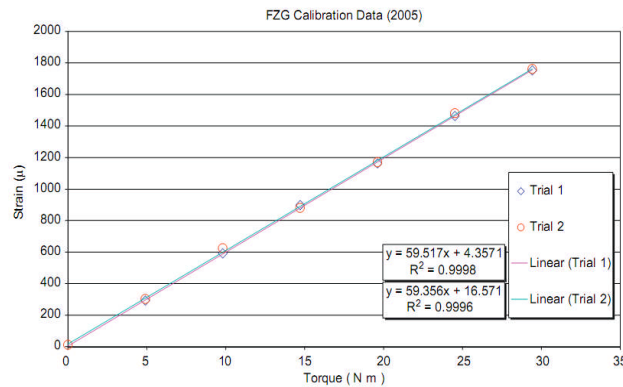
**Fig. I.25.** *Photo de représentation significative de la fissuration de la dent 16.*



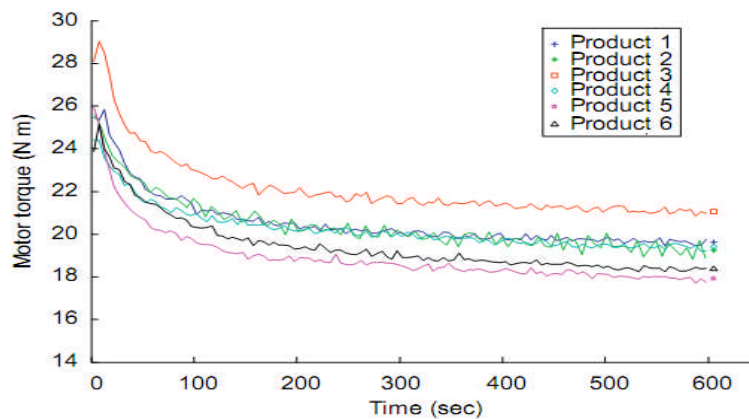
**Fig. I.26.** *Photo représentant l'amorçage d'une fissure à la racine de dente 15.*

En 2009, les auteurs [69] ont proposé une nouvelle méthode d'essai d'évaluation de l'efficacité énergétique des huiles pour engrenage. La méthode consiste à mesurer la puissance requise par un

banc d'essai FZG tout en utilisant un lubrifiant de test particulier. Pour chaque huile qui était en cours d'évaluation, l'essai est exécuté pendant 10 minutes à une étape de charge de 10. Six extrêmes pressions (EP), des huiles pour engrenages industriels de base minérale ont été testées. La différence dans les exigences de puissance entre le meilleur et le pire des huiles performantes était respectivement de 2,77 et de 3.24 kW. Cela équivaut à une réduction de 14,6 % en puissance, une quantité importante si on la considère par rapport à une machine industrielle de haute tension. Les huiles de performance supérieure ont été identifiées pour fonctionner à des températures réduites. Ils étaient également plus chers que les autres produits de moindre performance.



**Fig. I.27.** Données de calibration de jauge de contrainte montrant le rapport entre la contrainte et le couple.



**Fig. I.28.** Couple du moteur en fonction du temps pour des essais utilisant chacun six huiles des engrenages.

Notons que le couple est à sa crête pendant le démarrage haut du moteur. Après approximativement 200 s, tout l'objet exposé d'huiles peut être décrit par un comportement linéaire avec une diminution graduelle dans le temps.

En 2009, les auteurs [62] ont vérifié l'applicabilité d'un revêtement extérieur composé de multicouches dans les engrenages, principalement pour adapter l'efficacité au fonctionnement normal et la capacité de charge de grippage. Le coefficient moyen de frottement entre les dents d'engrenage est discuté et comparé aux engrenages en acier non-revêtus. Le revêtement bisulfure molybdène / titane (MoS<sub>2</sub>/Ti)

composé est étudié et le procédé de dépôt est décrit. Plusieurs tests de dépistage, comme Rockwell indentations, ball cratering, goupille-sur-disque et échange de l'usage, sont réalisés pour évaluer l'adhérence au substrat, l'exécution tribologique de cet enduit et de son applicabilité dans le roulement-glisement.

L'utilisation du banc d'essai FZG lui a permis de vérifier la performance et l'influence du revêtement sur l'évolution de l'efficacité des engrenages pour un éventail de conditions de fonctionnement. Ces essais, en même temps étudiés avec un modèle numérique pour l'équilibre énergétique de banc d'essai FZG, ont permis la détermination du coefficient moyen de frottement entre les dents d'engrenage en tenant compte de la présence de la surface rivetée. Le revêtement a représenté une bonne solution pour limiter le grippage des engrenages.

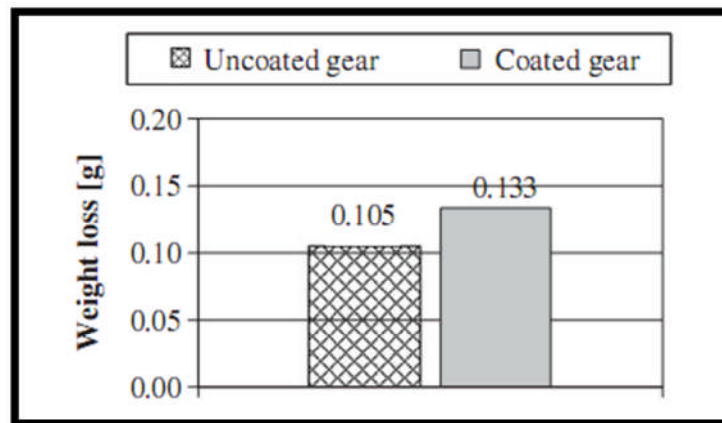


Fig. I.29. Perte de la masse totale après des essais d'efficacité des engrenages.

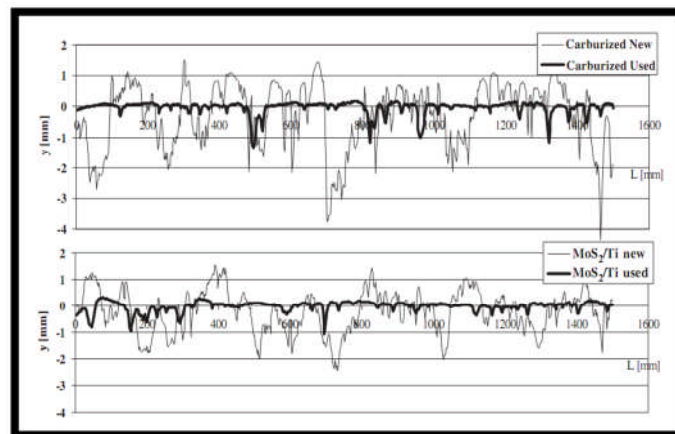


Fig. I.30. Profil de rugosité des engrenages revêtus en  $\text{MoS}_2/\text{Ti}$  et les engrenages cimentés avant (new) et après (used) essai d'efficacité.

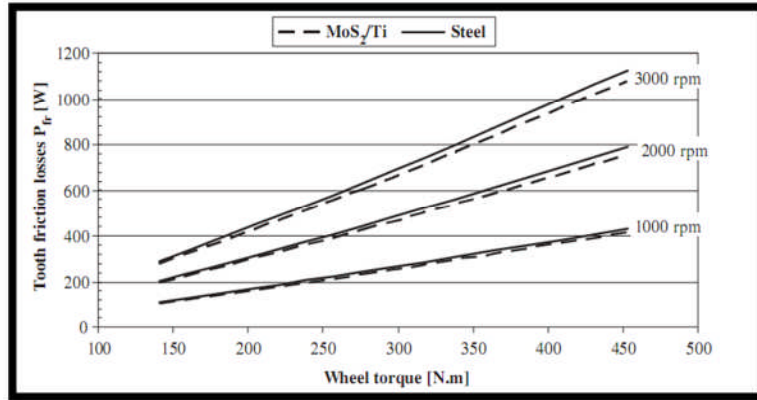


Fig. I.31. Comparaison des pertes de puissance par frottement de dent ( $P_{fr}$ ) dans des essais d'efficacité des engrenages.

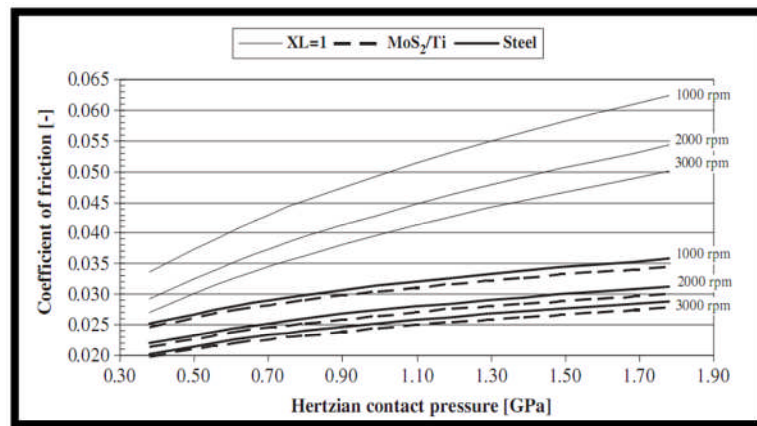


Fig. I.32. Coefficient prévu de frottement pour les engrenages revêtus ( $MoS_2/Ti$ ) et non revêtus, lubrifiés avec de l'huile saturée d'ester des engrenages et avec l'additif libéré d'huile minérale ( $X_L=1$ ) ( $T_{huile} = 90^\circ C$ ).

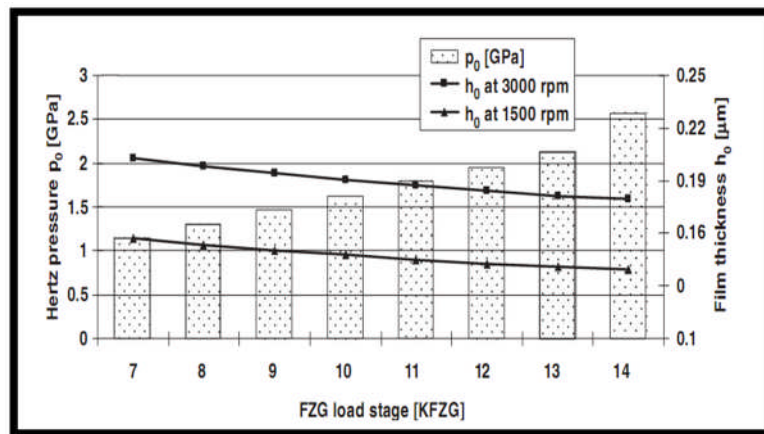


Fig. I.33. Pression hertziennes de contact et épaisseur de film d'huile à la roue inclinée/au point de contact racine du pignon.

Le revêtement extérieur  $MoS_2/Ti$  appliqué aux engrenages favorise une diminution significative de leur température de fonctionnement et une diminution du coefficient de frottement entre les dents

d'engrenage, mettant en évidence la réduction d'exposant de charge sur le coefficient de l'équation de frottement.

Les engrenages revêtus avec le MoS<sub>2</sub>/Ti produisent un plus grand volume d'usage que les engrenages non- revêtus.

### I. 3.6. Modélisation numérique de la propagation des fissures

Dans les sections précédentes, nous avons passé en revue les caractéristiques de la fatigue en flexion des engrenages ainsi que les moyens fournis par la MREL pour son analyse. Cette partie présente plutôt les méthodes utilisées pour modéliser numériquement ce phénomène.

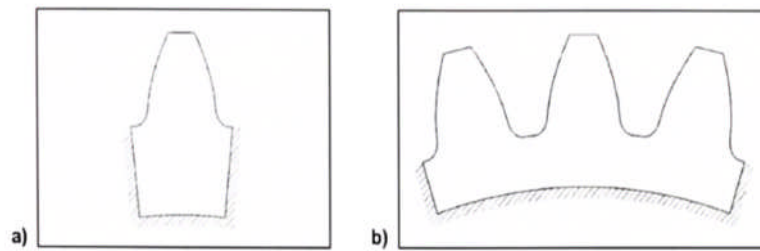
#### I. 3.6. 1. Dimension, géométrie et conditions frontières du modèle

La réalisation d'un modèle numérique demande en premier lieu, de définir selon quelles dimensions (2D ou 3D), il sera créé. Plusieurs ont adopté une modélisation bidimensionnelle (2D) puisque l'étude portait sur des roues minces à denture droite ou ne comportant pas d'asymétries significatives selon l'épaisseur. Tandis que pour les roues ayant d'importantes asymétries au niveau de la denture, du chargement ou de la fissure, les modèles tridimensionnels (3D) se sont avérés préférables (tableau I.1).

**Tableau I.1.** Paramètres des modèles de propagation des fissures des engrenages

Référence	Méthode	Dimension	Etat plan
Jelaska (2003)	MEF	2D	$\varepsilon$ plane
Jelaska (2005)	MEF	2D	$\varepsilon$ plane
Glodez (2002)	MEF	2D	$\varepsilon$ plane
Blarasin (1997)	MEF	2D	$\sigma$ & $\varepsilon$ plane
Lewicki (2002)	MEF	2D	-
Lewicki (1997)	MEF	2D	$\sigma$ plane
Flasker (1995)	MEF	3D	-
Pehan (1995)	MEF	2D&3D	$\varepsilon$ plane
Ural (2005)	MEF	3D	$\varepsilon$ plane
Kramberger (2004)	MEIF	2D	$\varepsilon$ plane
Spievak (2001)	MEIF	3D	$\varepsilon$ plane
Sfakiotakis (2002)	MEF	2D	$\sigma$ plane
Sfakiotakis (1997)	MEIF	2D	$\varepsilon$ plane
Lewicki (1998)	MEIF	3D	$\sigma$ plane
Lewicki (2001)	MEF	2D	-
Pehan(1997)	MEF	2D&3D	-
Lewicki (2002)	MEF	2D	-

Afin d'accélérer les calculs, il est d'usage de simplifier la géométrie [27, 70, 71], les auteurs ont représenté la géométrie d'une roue par une seule dent encastrée (Fig. I.34.a). Tandis que d'autres [62] ont plutôt utilisé un modèle comportant trois dents (Fig. I.34.b).



**Fig. I.34.** Configuration d'une dent (a) et trois dents (b) d'engrenage.

Cependant, une seule étude a comparé les deux modèles [71] où les auteurs ont montré qu'avec une dent, les contraintes étaient supérieures d'environ 10% de celles obtenues d'un modèle à trois dents. Lorsque le corps de la roue n'est pas uniforme ou est peu rigide, il devient préférable de créer un modèle plus représentatif. Dans leurs études des roues à jante mince, les chercheurs [67] et [45] ont modélisé la totalité des roues. Par contre, dans [52] et [29], les auteurs ont également considéré le corps des roues pour un engrenage conique à denture spirale, mais en modélisant seulement trois dents.

Concernant l'application des charges, la majorité des études adoptent la même hypothèse : la charge est concentrée en un point de contact en 2D et en une ligne de contact pour les cas 3D. Des études ont analysé le contact par les théories de Hertz afin de définir avec plus de précision la distribution des forces [29, 52, 72]. Cependant, l'analyse est très coûteuse en temps et selon [67], l'approche n'est pas nécessaire tant que la fissure n'entre pas dans la zone de contact.

### I. 3.6. 2. Évaluation du facteur d'intensité de contrainte(FIC)

Puisque la MEF fournit directement les déplacements, la méthode d'extrapolation de ceux-ci est privilégiée pour le calcul des FIC. En raison des gradients élevés en bout de fissure, la convergence des résultats n'est pas garantie. Il est alors conseillé d'analyser la solution sur plusieurs nœuds près de la fissure et ainsi définir les FIC selon une courbe tendance excluant les points de divergence [73]. Il est cependant possible d'introduire artificiellement la singularité  $1/\sqrt{r}$ . Entre autres, par des éléments singuliers « Élément Quart de Point » (EQP) situés en bout de fissure. Plusieurs auteurs ont utilisé ces éléments dans l'étude de la fatigue des engrenages.

Une alternative à la méthode précédente, est l'approche du taux de relâchement d'énergie potentielle qui permet d'évaluer les FIC loin du bout de fissure. Ainsi, la contribution de la partie singulière à l'énergie de déformation totale est négligeable et il devient inutile de modéliser la singularité M. H.

Aliabadi [74]. Par contre, l'application de la méthode est plus laborieuse et nécessite un post-traitement de la solution.



## **Epilogue**

Dans ce chapitre, une synthèse sur l'état de compréhension actuelle de la fatigue en flexion a été dressée, ainsi que les moyens de son analyse. Dans un premier temps, une évaluation critique des domaines abordés en constituera le cadre théorique et pratique de ce travail. En soulevant ainsi les points forts et les lacunes du domaine, ceci nous permettra de préciser la problématique et les objectifs de notre étude, énoncés brièvement en introduction. Le contexte de recherche peut être ainsi bien défini, la méthodologie à adopter dans l'atteinte des objectifs assignés pourra être mieux choisie. En se basant sur les résultats précédents des différents auteurs, nous allons mener une étude sur la prédiction de l'initiation des fissures et leur trajectoire de propagation dans un engrenage modifié (avec un déport positif), afin d'augmenter sa résistance à la flexion. Une étude fiabiliste sera menée pour prédire ce comportement.

***CHAPITRE DEUX***  
***ETUDE EXPERIMENTALE***

## II.1 Introduction

Les essais mécaniques ont pour but de caractériser les lois de comportement des matériaux (mécanique des milieux continus). La loi de comportement établit une relation entre les contraintes (Contrainte=force/surface) et les déformations (allongement unitaire adimensionnel).

Cependant, la déformation d'une pièce dépend de la géométrie de la pièce et de la manière dont sont exercés les efforts extérieurs sur cette pièce. Il faut ainsi normaliser les essais. Des normes définissent donc :

- La forme de la pièce d'essai dont on teste le matériau, on parle alors d'éprouvette normalisée ;
- Comment sont exercés les efforts sur l'éprouvette, on parle alors d'essai normalisé.

Le choix de la matière d'œuvre d'une roue dentée doit être fait de manière à rendre possible le taillage et l'achèvement de ses dents avec la précision et l'état de surface imposés, et à assurer une résistance à la flexion suffisante pour tenir aux charges dynamiques alternatives, une résistance suffisante de la couche superficielle des dents et une tenue à l'usure élevée.

Les matériaux usuels dans la fabrication des engrenages sont l'acier, la fonte et les matières plastiques. La tendance actuelle est de réduire l'encombrement, accroître les puissances transmises par un groupe et d'augmenter les vitesses. La grande variété des nuances d'aciers et la possibilité d'obtenir, par des traitements thermique et thermo-chimique des propriétés variées, permettent de réaliser la combinaison la plus favorable des propriétés imposées.

L'acier au carbone est le plus courant pour les charges moyennes ; sa teneur en carbone varie de 0.38 à 0.45%.

Le 42CD4 est un matériau faiblement allié avec un pourcentage de carbone de 0.42 % et avec la présence de chrome et le molybdène ; il devient malléable et il suffit juste d'un traitement thermique superficiel pour résister au frottement et au même temps avec sa malléabilité, il peut résister à la flexion.

## II.2. Etude des contraintes et des déformations

L'effet des forces sur différents matériaux est expliqué par Robert HOOKE (1635-1703), de façon empirique à l'échelle macroscopique : un matériau à l'état solide ne résiste à une force appliquée qu'en se déformant sous l'action de cette force. Les matériaux sont élastiques. Il établit une règle, la loi de HOOKE, selon laquelle l'allongement est toujours proportionnel à la force appliquée. Cette loi n'est rigoureusement vraie que pour les céramiques, le verre, la plupart des minéraux et les métaux les plus durs.

Mais, dans quelle mesure le comportement d'une structure dépend de son matériau constitutif plutôt que de ses dimensions et de sa forme ? Nous avons besoin de standards objectifs de comparaison qui soient indépendants de la taille et de la forme du matériau.

La considération des conditions qui règnent en chaque point d'un matériau soumis à des forces mécaniques conduit aux notions de contrainte et de déformation. La définition claire et utilisable de ces deux notions est due à Augustin CAUCHY (1789-1857). Quand on soumet un corps à l'action de forces extérieures, des contraintes s'établissent par réaction, à l'intérieur de ce corps. A ces contraintes sont associées des déformations.

Pour s'affranchir de la dépendance des dimensions du matériau, les paramètres contraintes et déformation sont utilisés.

La contrainte détermine avec quelle intensité les atomes du matériau sont écartés les uns des autres ou comprimés les uns sur les autres. Cette contrainte est, pour une traction simple, la force qui agit sur une unité de surface du matériau (Eq.II.1).

$$\sigma = \frac{F}{S} [\text{MPa}] \quad \text{Eq.II.1}$$

Les trois principales contraintes sont la traction, la compression et le cisaillement qui sont définies plus loin.

La déformation indique dans quelles proportions les liaisons inter atomiques (à l'échelle Microscopique) et la structure elle-même (l'objet, à l'échelle macroscopique) ont été déformées. La déformation, pour une traction simple, est le rapport de l'allongement à la longueur initiale (Eq.II.2).

$$\varepsilon = \frac{(L-L_0)}{L_0} \quad \text{Eq.II.2}$$

### II.3. Caractérisation des propriétés mécaniques

Pour pouvoir utiliser raisonnablement les matériaux, il est essentiel de déterminer les conditions de déformation et de rupture des matériaux.

Afin de caractériser le comportement mécanique d'un ou de plusieurs matériaux soumis à des forces extérieures qui engendrent des contraintes et des déformations, on a recours à un certain nombre d'essais mécaniques.

Ces essais mécaniques doivent mettre en jeu des états de contrainte simples et connus, d'interprétation facile et non équivoque. De plus ils doivent être reproductibles. C'est pourquoi des organismes nationaux et internationaux normalisent ces essais (DIN, AFNOR, ISO, AGMA).

La normalisation des essais porte sur :

- La géométrie de l'éprouvette (une éprouvette est une pièce de dimensions normalisées utilisée lors d'essais mécaniques visant à déterminer le comportement du matériau soumis à différents efforts mécaniques comme la traction, la torsion, la flexion...);
- La préparation de cette éprouvette ;
- Les machines d'essai et leur étalonnage ;
- Les techniques expérimentales mises en œuvre;
- Le dépouillement et la présentation des données.

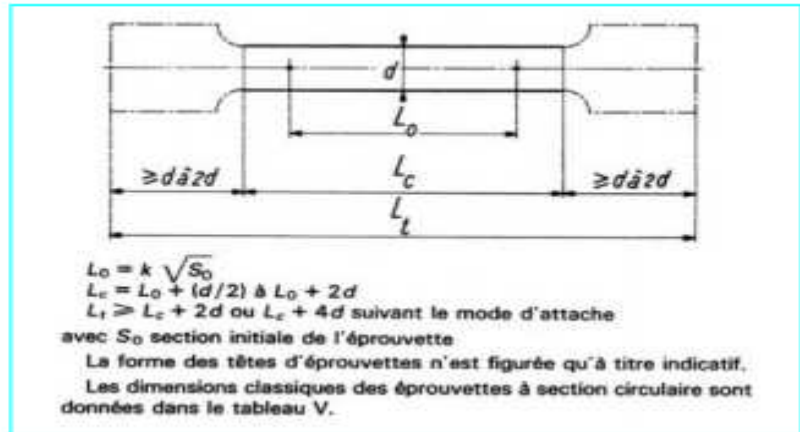
On peut distinguer :

Les essais peu liés au temps et dans lesquels la déformation provoquée est peu liée à la durée d'application de la force :

- L'essai de traction, de compression ou de flexion, détermine l'aptitude à la déformation d'un matériau soumis à un effort progressif ;
- L'essai de dureté fournit des renseignements sur la résistance à la pénétration d'une pièce dure soumise à un effort constant ;
- L'essai de résilience caractérise la résistance au choc ;
- Les essais fortement liés au temps (dans lesquels la déformation provoquée dépend de la durée d'application de la force) ;
- L'essai de fatigue étudie le comportement du matériau vis à vis de sollicitations alternées bien inférieures à la contrainte nécessaire pour le rompre ;
- L'essai de fluage mesure la déformation, en fonction du temps, du matériau sous charge constante.

### **II.3.1. Essais de traction**

Il s'agit d'un des essais les plus pratiqués et qui permet de déterminer des caractéristiques mécaniques fondamentales des matériaux : limite d'élasticité, charge de rupture, allongement de rupture notamment. Il consiste à réaliser, dans une éprouvette, un champ de contrainte uniforme uniaxiale de traction et à enregistrer l'allongement résultant.



*Fig. II.1. Machine de traction.*

*Fig. II.2. Eprouvette de traction.*

Pour les éprouvettes rectangulaires (Fig.II.2), il est recommandé de ne pas dépasser le rapport 8/1 entre les côtés. Au-delà, il peut en effet devenir difficile de créer un champ de contrainte uniforme dans la partie utile.

En règle générale, le diamètre  $d$  ne doit pas être inférieur à 4mm, dimension au-dessous de laquelle les défauts superficiels, dont l'importance par rapport au volume varie comme  $1/d$ , risquent d'introduire beaucoup de dispersion. Par ailleurs, la section utile doit être suffisamment grande par rapport à celle de la microstructure (dimension du grain par exemple).

La longueur  $L_c$  de la partie calibrée doit être suffisante par rapport à la distance  $L_0$ . La longueur  $L_c$  entre repères, i.e à la longueur utile.

Il est recommandé de prendre  $L_c = L_0 + 2d$ ,  $d$  étant le diamètre de l'éprouvette.

Dans toute la partie utile de l'éprouvette, une répartition homogène de contrainte, non perturbée par l'influence des têtes d'amarrage.

### II.3.1.1. Courbe contrainte-déformation en traction

Sur la courbe contrainte-déformation, on observe les phases successives suivantes (Figure II.3) :

**Zone OA** : domaine des déformations élastiques ou réversibles (zone parfois linéaire) si l'on cesse la charge, l'éprouvette retrouve ses dimensions initiales ;

**Zone AB** : la déformation n'est plus complètement réversible. La déformation est plastique (ou permanente) homogène ; appelée aussi déformation plastique répartie. Les allongements croissent plus vite que les charges. L'allongement a lieu avec une diminution régulière de la section tout au long de l'éprouvette.

**Zone BC** : la déformation plastique se localise dans une petite portion de l'éprouvette et n'est plus homogène, c'est la striction on aboutit à la rupture en C. les allongements croissent avec une diminution de la charge.

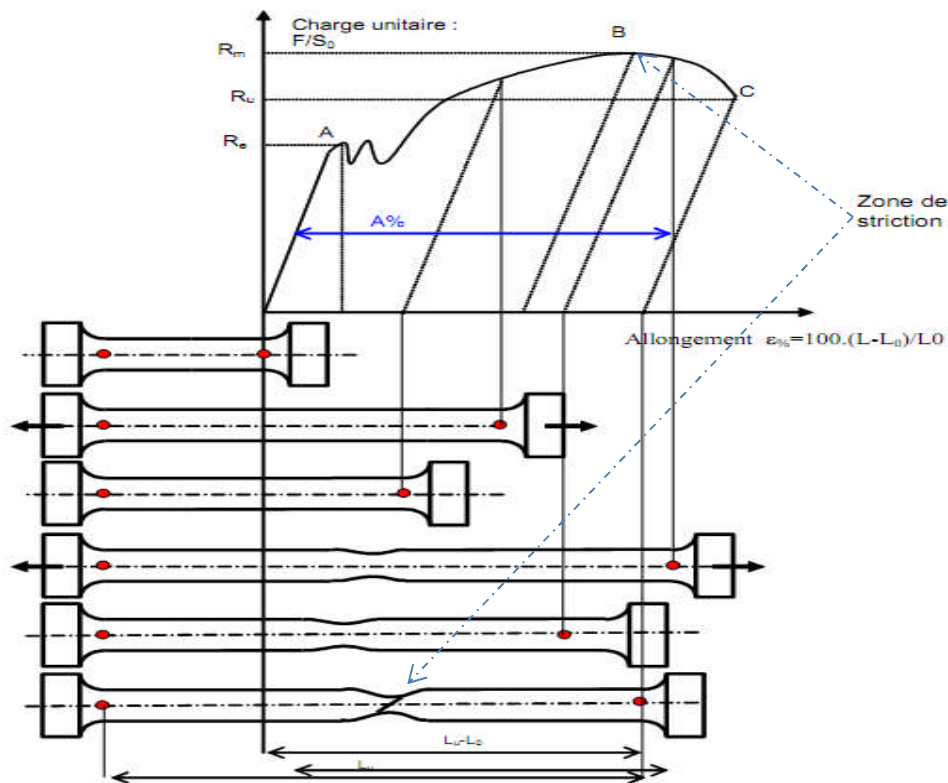


Fig. II.3. Représentation d'une courbe de traction (matériau ductile)

Pendant la première partie de l'essai, l'éprouvette a un comportement élastique linéaire et obéit la loi de Hooke. Théoriquement la pente de la droite est égale au module d'Young  $E$  ; en pratique, le module d'élasticité est très rarement mesuré de cette façon, car, dans le domaine élastique, les déformations sont très faibles, et la précision des mesures laisse alors à désirer. La limite de ce domaine est marquée par une propriété importante. C'est la limite élastique (Figure II.3).

- **Différents paramètres sont remarquables :**

L'éprouvette subit un allongement. Pour les petites déformations, il existe une relation linéaire entre la contrainte et la déformation :

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x = E \cdot \frac{(L-L_0)}{L_0} \quad \text{Eq.II.3}$$

$E$  : est le module d'élasticité ou module de YOUNG.

- La limite d'élasticité  $R_e$  correspond à la contrainte à partir de laquelle le matériau commence à se déformer plastiquement. En pratique, bien que la définition soit simple, cette limite est difficile à apprécier car le passage du domaine élastique au domaine plastique se fait de façon progressive. La difficulté de lecture donnerait des interprétations erronées de cette limite d'un laboratoire à l'autre. Pour s'en affranchir, on a déterminé une limite conventionnelle d'élasticité à 0,2% ( $R_{e0,2}$  %). C'est la contrainte pour laquelle on mesure une déformation plastique de 0,2%.

- La résistance à la traction  $R_m = F_r / S_0$  se définit comme la contrainte maximale atteinte durant l'essai de traction.
- L'allongement à la rupture  $\varepsilon_r$  que l'on peut lire sur le diagramme ou sur l'éprouvette rompue.

On peut également définir certaines caractéristiques déterminées par l'essai de traction :

- La rigidité est fonction de l'énergie des liaisons entre les atomes ou les molécules constituant le matériau. On mesure la rigidité principalement par le module d'YOUNG.

Plus ce module est élevé, plus le matériau est rigide.

- La résistance caractérise la contrainte maximale qu'un matériau supporte avant de se rompre. Cette résistance est fonction de l'intensité des liaisons mais également de la forme des pièces ou de ses défauts.
- La ductilité correspond à la capacité d'un matériau à se déformer de façon permanente avant de se rompre. Plus l'allongement à la rupture est élevé, plus le matériau est considéré comme ductile, à l'opposé, lorsque la déformation permanente est très réduite ou nulle, on parle d'un matériau fragile. Un matériau fragile peut présenter une résistance très élevée.

### II.3.2. Essais de résilience

La connaissance des caractéristiques mécaniques déduites de l'essai de traction peut être insuffisante, puisque des ruptures peuvent être obtenues en dessous de la limite élastique dans des conditions particulières qui rendent le matériau fragile.

La **rupture** est la séparation d'un matériau en deux ou plusieurs parties sous l'action d'une contrainte. Cette séparation se produit à plus ou moins grande vitesse par propagations de fissures existant dans le



matériau. La rupture est donc fortement influencée par la présence de microfissures, de pores, d'inclusions de particules fragiles (défauts internes) et par la présence d'entailles (microfissures) résultant de défauts de fabrication ou de conception.

Tous les matériaux contiennent un certain nombre de microfissures qui deviennent instables et conduisent à la rupture lorsque la force appliquée dépasse une valeur critique.

L'étude élémentaire de la mécanique de la rupture montre que la rupture dépend de deux grandeurs : la contrainte appliquée ( $\sigma$  sigma) et la dimension  $l$  des microfissures. Ces deux grandeurs sont combinées dans le facteur d'intensité des contraintes  $K$ . La rupture se produit lorsque l'on atteint la valeur critique  $K_c$ .

Nous avons visualisé dans l'essai de traction une rupture ductile. Elle se produit après une déformation plastique plus ou moins grande. Elle semble liée essentiellement à la présence d'inclusions plus dures que le métal. Il y a déformation plastique autour des inclusions, formation de microcavités, allongement et coalescence de ces microcavités aboutissant à la rupture.

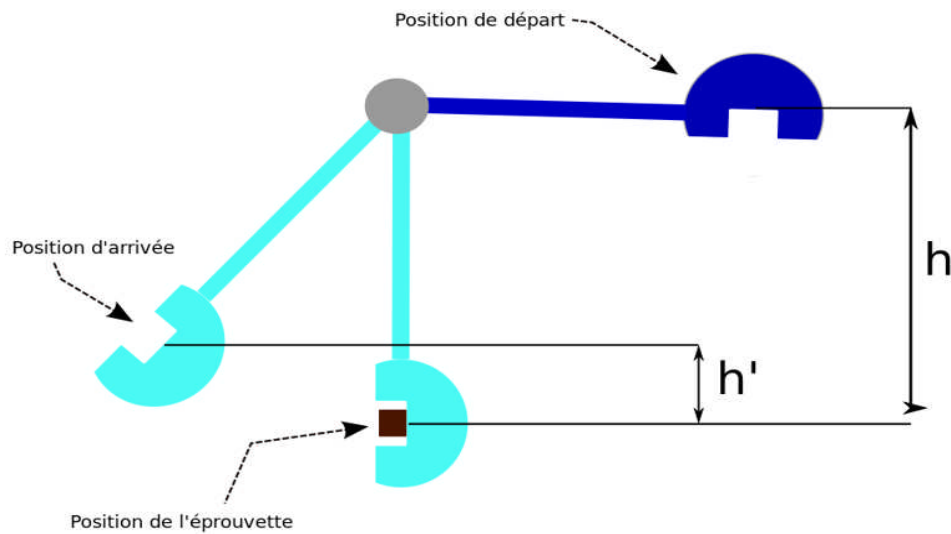
Il existe un autre type de rupture dite fragile. Elle se produit après une déformation plastique très faible voire nulle. Elle est caractérisée par la propagation très rapide possible des fissures (consommation d'énergie faible) soit au travers des grains, soit le long des joints de grains.

L'essai de résilience (Fig.II.4) a été élaboré pour prendre en compte ces phénomènes de rupture. Le moyen le plus classique pour caractériser la fragilisation du matériau sous l'action d'un choc est cet essai de résilience qui est un essai de flexion par choc sur une éprouvette entaillée qui mesure la résistance d'un matériau à la rupture brutale. Il est fréquemment dénommé essai de résilience CHARPY ou même essai CHARPY. En effet, Georges CHARPY, ingénieur dans une usine sidérurgique, met au point en 1901 la machine (mouton CHARPY) qui permet de réaliser cet essai de résilience. Cet essai a permis d'améliorer la qualité des aciers et d'éviter les accidents liés à leur possible fragilité.

C'est un essai de résistance au choc, qui constitue à mesurer l'énergie nécessaire pour casser une éprouvette préalablement entaillée. On utilise en général un échantillon en forme de barreau de section carrée et de dimension standard (10mmx10mmx55mm).

L'entaille peut être soit en V (angle de  $45^\circ$  et de profondeur 2mm), soit en U de profondeur 5mm et de rayon en fond d'entaille de 1mm.

L'essai consiste à imposer un choc à l'aplomb de l'entaille, l'éprouvette étant maintenue par deux appuis sur la face opposée de façon à provoquer l'ouverture de la fissure. On utilise pour cela un mouton-pendule de CHARPY.



On détermine l'énergie absorbée dont on déduit la résilience.

La résilience est l'énergie exprimée en Joules par  $\text{cm}^2$ , nécessaire pour produire la rupture de l'éprouvette.

Résilience = énergie absorbé par la rupture  $W$  (joules) / section au niveau de l'entaille un couteau fixe sur un marteau oscille dans un plan vertical autour d'un axe  $O$ .

Le couteau est écarté de la verticale a une hauteur correspondant à une énergie de départ  $W_0 = 300$  joules. On libère le couteau. Dans sa chute en passant à la verticale, il brise l'éprouvette. On mesure la hauteur à laquelle remonte le pendule pour calculer l'énergie non absorbée  $W_1$ .

On calcule l'énergie absorbée par la rupture  $W = W_0 - W_1$

La résilience s'exprime en  $\text{J}/\text{cm}^2$ .

On la note  $K_{Cv}$  ou  $K_{Cu}$  (Charpy + entaille V ou U) Il existe encore un autre type de rupture dite par fatigue. Lorsque le matériau est soumis à des sollicitations répétées, la fissuration peut progresser sans que le facteur d'intensité des contraintes ne dépasse la valeur critique  $K_c$ . Ces sollicitations entraînent finalement la rupture de l'échantillon par fatigue.

On constate ces ruptures :

- Sous sollicitation cyclique (fatigue mécanique ou thermique) ;
- Sous sollicitation statique (corrosion sous contrainte, fluage) ;
- Sous sollicitation complexe (fatigue-corrosion, fatigue-fluage).

### II.3.3. Essais de fatigue

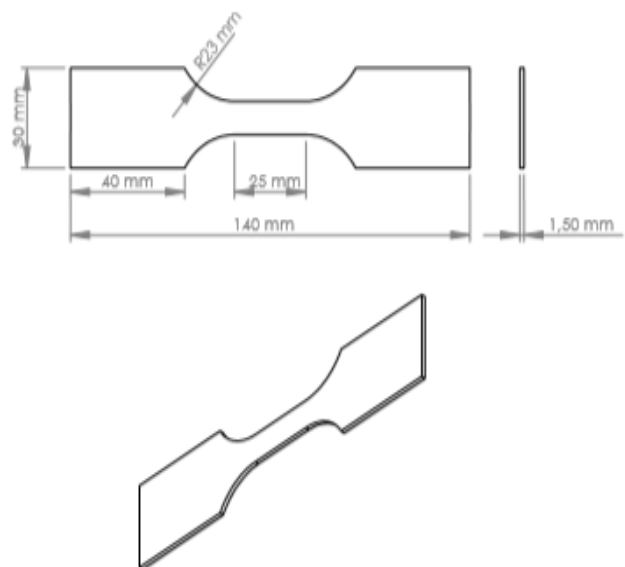
On appelle fatigue une sollicitation mécanique alternée, souvent mais pas nécessairement périodique, et de faible amplitude.

La fatigue est souvent à l'origine de la rupture des pièces mécanique, d'où la nécessité de reproduire ce mode de sollicitation au laboratoire. Lorsque l'on soumet un matériau à des cycles répétés d'efforts, il subit des modifications de microstructure regroupées sous le terme général d'endommagement par fatigue. Cet endommagement ne se signale par aucune modification macroscopiquement décelable et la rupture peut intervenir à des niveaux de contraintes peu élevés, souvent inférieurs à la résistance de traction ou même à la limite d'élasticité.

Le processus de fatigue implique l'apparition d'une fissuration qui se développe progressivement sous l'action de la répétition des sollicitations. Les essais les plus simples consistent à imposer à des séries d'éprouvettes (cylindriques ou rectangulaires Fig.II.6) des cycles d'efforts périodiques sinusoïdaux soit par charge axiale soit par flexion rotative.



**Fig. II.5.** Amsler 10 HFP 5100.

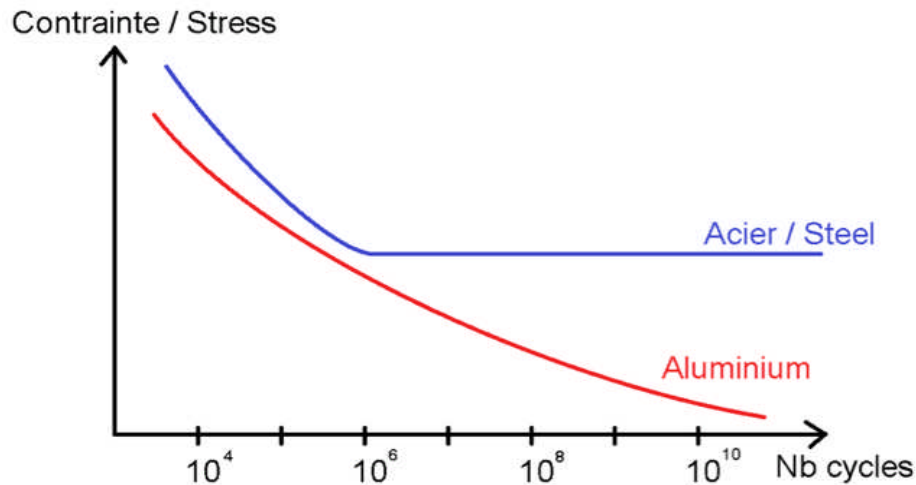


**Fig. II.6.** Eprouvette de fatigue.

Ce sont les surfaces de l'échantillon qui subissent la contrainte maximale et vont donc être le siège de l'amorçage de la rupture, d'où la nécessité d'un état de surface particulièrement soigné.

Pour chaque niveau de contrainte  $S_{\max}$ , on détermine sur une série d'éprouvettes la distribution du nombre de cycles à rupture. On obtient ainsi le diagramme de WOHLER (Fig.II.7) qui représente la relation expérimentale entre  $S_{\max}$  et  $N$  durée de vie de l'éprouvette.

Auguste WOHLER était un ingénieur allemand qui, préoccupé par la rupture prématurée d'essieux de wagons de chemin de fer, s'est attaché, vers 1870, à déterminer le comportement des matériaux soumis à la fatigue.



*Fig. II.7. Schéma d'un diagramme de WOHLER type.*

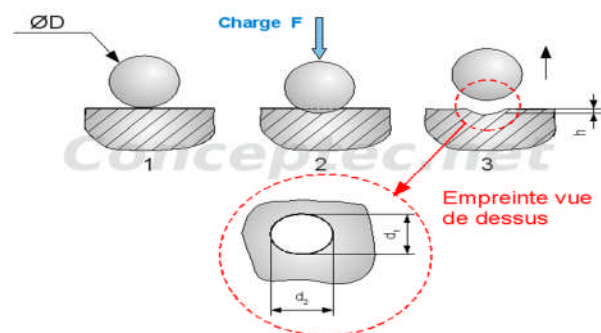
### II.3.4. Essais de dureté

Ces essais sont d'une grande utilité pour le métallurgiste à cause de leur simplicité et de leur caractère peu destructif (Fig.II.8).

C'est à cette catégorie d'essais qu'appartiennent la plupart des appareils employés industriellement. Un pénétrateur suffisamment dur pour ne pas être déformé par le matériau à essayer, et de forme variable, est enfoncé dans le métal par l'action d'une force constante appliquée dans des conditions bien définies ; on mesure soit les dimensions transversales, soit la profondeur de l'empreinte (Fig.II.9). Les tentatives faites pour opérer à dimensions d'empreinte constantes, et à charge variable, n'ont pas conduit à des méthodes utilisables industriellement.



*Fig. II.8. Duromètre universel.*



*Fig. II.9. Principe de l'essai Brinell.*

### II.3.4.1. Dureté Brinell

Il consiste à imprimer dans la pièce à essayer une bille en acier ou en carbure de tungstène de diamètre  $D$  sous une charge  $F$ , et à mesurer le diamètre  $d$  de l’empreinte laissée sur la surface après enlèvement de la charge Eq.II.4 & Eq.II.5.

$H_B$  : dureté Brinell

$D$  : diamètre du pénétrateur (mm)

$d_1$  et  $d_2$  : mesure de l'empreinte réalisée à  $90^\circ$  (mm)

$h$  : profondeur (mm)

$F$  : charge d'essai (N)

$g$  : accélération de la pesanteur

$$H_B = \text{constante} \cdot \frac{(\text{Charge de l'essai})}{(\text{surface de l'empreinte})} = 0,102 \cdot \frac{2.F}{\pi.D(D-\sqrt{D^2-d^2})} \quad \text{Eq.II.4}$$

$$\text{constante} = \frac{1}{g} = \frac{1}{9.8066} = 0.102 \quad \text{Eq.II.5}$$

### II.3.4.2. Dureté Rockwell

Il consiste à imprimer, en deux temps, dans la couche superficielle de la pièce à essayer, un pénétrateur normalisé (cône en diamant ou d'une bille en acier trempé polie) et à mesurer l’accroissement rémanent «  $h$  » de la profondeur de pénétration (Fig.II.10).

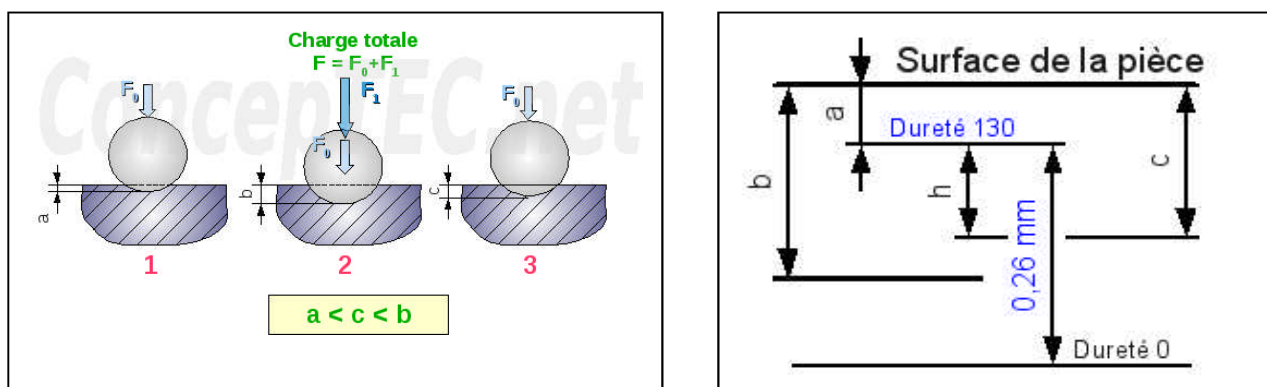


Fig. II.10. Principe de l’essai Rockwell avec bille

### II.3.4.3. Dureté Vickers

Il consiste à imprimer dans la pièce à essayer un pénétrateur en forme de pyramide droite, à base carrée, d'angle au sommet  $136^\circ$ , sous une charge  $F$ , et à mesurer la diagonale «  $d$  » de l'empreinte laissée sur la surface après enlèvement de la charge (Fig.II.11 & Fig.II.12).

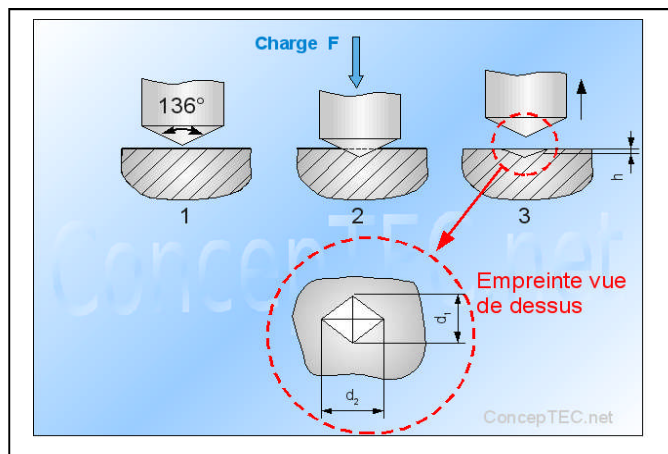


Fig. II.11. Principe de l'essai Vickers.

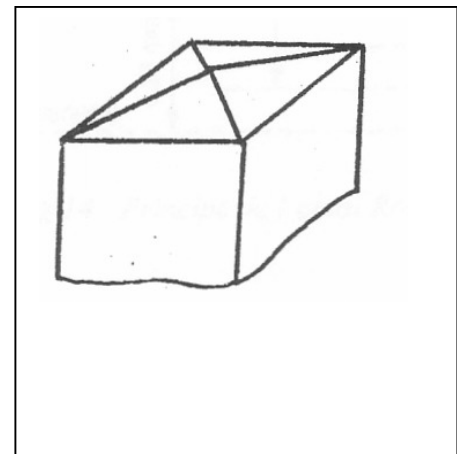


Fig. II.12. Géométrie de pénétrateur.

## II.4. Propriétés des matériaux

Un matériau possède un ensemble de propriétés qui déterminent son comportement. On caractérise une propriété d'un matériau en analysant la réaction du matériau à une sollicitation extérieure. On détermine en général une précarité à l'aide d'un essai normalisé. Selon le type de sollicitations extérieures, on distingue trois catégories de propriétés :

- ✓ Les propriétés mécaniques qui reflètent le comportement des matériaux déformés par un ensemble de forces.
- ✓ Les propriétés physiques qui mesurent le comportement des matériaux soumis à l'action de la température, des champs électriques ou magnétiques ou de la lumière.
- ✓ Les propriétés chimiques qui caractérisent le comportement des matériaux dans son environnement réactif.

Ce sont des propriétés relatives aux aspects de résistance aux efforts, des déformations résultantes des efforts, des contacts entre solides (chocs, glissement ...)

- La rigidité : c'est l'aptitude d'un matériau à se déformer de façon élastique (et donc réversible). La rigidité est définie par le Module d'élasticité  $E$ . Plus le matériau est rigide, plus la force qu'on peut lui appliquer est importante.

- **Élasticité** : c'est l'aptitude d'un matériau à se déformer sous une charge (un effort) et de retourner à son état initial après décharge.
- **Résistance maximale** : c'est la charge maximale que peut supporter un matériau. La charge peut être effort en traction ou couple en torsion.
- **Limite élastique** : c'est la charge maximale que peut supporter un matériau pour se déformer d'une façon élastique.
- **Plasticité** : c'est la déformation d'un matériau sous une charge sans revenir à son état initial après décharge.
- **Ductilité** : c'est l'aptitude d'un matériau à se déformer plastiquement avant rupture. Un matériau qui se déforme plus avant rupture est plus ductile qu'un matériau qui se déforme moins.
- **Fragilité** : c'est la facilité avec laquelle on peut fracturer un matériau. Un matériau fragile se fracture sans se déformer plastiquement.

La ductilité et la fragilité sont deux notions opposées. Elles peuvent être exprimées par l'allongement à la rupture  $A\%$  et le pourcentage de striction  $Z\%$ .

- **Ténacité** : c'est l'aptitude d'un matériau à absorber l'énergie lors d'une déformation plastique. C'est une combinaison entre la bonne résistance à la rupture et la bonne ductilité. Une des façons de définir la ténacité est l'aire de la surface engendrée par la courbe de traction. La ténacité peut être mesurée par l'essai de *Résilience* Charpy.

## II. 4.1. Matériau d'étude

Le matériau étudié est un acier à Haute Résistance 42 CD 4 (AISI 4140 ; DIN 1.7225), utilisé pour la fabrication des engrenages.

Leurs caractéristiques mécaniques facilitent le formage sur presses et sur lignes automatisées. Ils se caractérisent de plus par une bonne tenue à la fatigue et à la résistance au choc. Grâce à leur limite élastique élevée ( $R_e$ ), ils sont particulièrement adaptés lorsqu'une réduction de poids est recherchée, c'est pourquoi ces aciers s'utilisent fréquemment en remplacement des aciers de construction.

## II. 5. Etude expérimentale

### II. 5. 1. Analyse chimique

La composition chimique du matériau a été faite par analyse spectrale par un spectromètre de type *SPECTROLAB* disponible au niveau du laboratoire de métallurgie de ALFATUS (Fig.II.13).



*Fig. II.13. Spectromètre (type SPECTROLAB).*

### II. 5. 2. Examen macrographique

L'examen macrographique est un examen d'ensemble ; il met en évidence les hétérogénéités qui existent dans le métal.

La préparation d'un échantillon pour un examen macrographique comprend :

- Un sciage
- Un dégrossissage à la meule,
- Un polissage,
- Une attaque chimique
- Une appareille photo

Les coupes sont faites par une scie mécanique munie d'un système de refroidissement évitant ainsi les phénomènes d'écrouissage et l'échauffement des pièces. Le polissage est poussé jusqu'à l'obtention d'une surface aux qualités de réflexion du miroir. L'attaque chimique permettra enfin de révéler les différentes zones.



### II. 5. 3. Examen micrographique

Une telle étude micrographique s'impose afin de détecter une éventuelle influence des cycles thermiques sur les propriétés micro structurales du métal de base, de la ZAT et de la zone fondue.

L'utilisation d'un microscope optique de type ZWICK (Fig.II.14) doté d'une caméra numérique sur une surface polis et attaquée avec du Nital 4% a permis la prise de vues microscopique de chaque zone, du métal de base, de la ZAT et de la zone fondue.



*Fig. II.14. Microscope optique de type ZWICK.*

**Tableau. II.1.** Composition chimique de l'acier 42 CD 4, DIN 1.7225.

%C	%Cr	%Mo	%Ni	%Cu	%Si	%S	%P	%V	%Mn
0,42	0,952	0,173	0.013	< 0,01	< 0,1	0,005	0,0097	0,04	0.719

On remarque clairement que notre matériau est totalement conforme avec la norme DIN (Tab.II.1). Cependant, il faut noter la présence des éléments d'additions tel que le Cr, le Mo qui contribuent à l'augmentation de la résistance du matériau, les éléments Ni, Al et Cr qui permettent de garder une certaine malléabilité, qui favorise des ruptures ductiles dans le sens d'une sécurité de défaillance.

## II.5.4. Essais de traction

L'essai consiste à soumettre une éprouvette à un effort régulièrement croissant de traction. Nous avons effectué l'essai de traction au laboratoire de métallurgie de SIDER TSS, sur une machine universelle de type Z1200 ZWICK/ROELL de capacité 1200KN, selon la norme DIN 50125 : 2009.07 (Fig.II.15).



*Fig. II.15. Machine de traction universelle De type Z1200 ZWICK/ROELL*

### II. 5.4 .1. Préparation et dimensionnement de l'éprouvette (DIN)

Les coupes sont faites par une scie mécanique munie d'un système de refroidissement évitant ainsi les phénomènes d'érouissage et l'échauffement des pièces (Fig.II.16)



*Fig. II.16. Coupe des éprouvettes sur Scie mécanique*

Fraisage et préparation des éprouvettes sur la fraise (Fig.II.17).



Fig. II.17. Fraisage des éprouvettes.

L'essai est réalisé sur une éprouvette « plate » en acier de section rectangulaire (400 mm x 50mm)

Tableau. II.2. Résultats d'essai de traction

ECH	$S_0$ mm <sup>2</sup>	$R_p 0,5$ MPa	$R_p 0,2$ MPa	$R_{el}$ MPa	$R_{eH}$ MPa	$R_m$ MPa	At (corr.)	Ag %	Fm kN	Z %
N <sup>0</sup> 1	221.76	384.2	381	340	372	614.6	25.91	12.93	136.30	44
N <sup>0</sup> 2	224.28	360.8	372	343	372	616.4	25.69	13.25	138.24	46
N <sup>0</sup> 3	219.24	373	376	343	378	618.4	18.96	10.81	135.58	37
N <sup>0</sup> 4	216.64	327.9	348	327	357	601.8	22.80	12.79	124.36	38

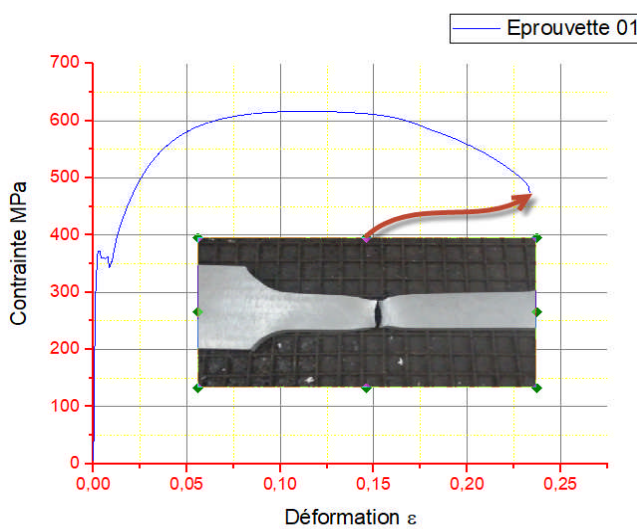


Fig. II.18. Courbe de traction éprouvette 01.

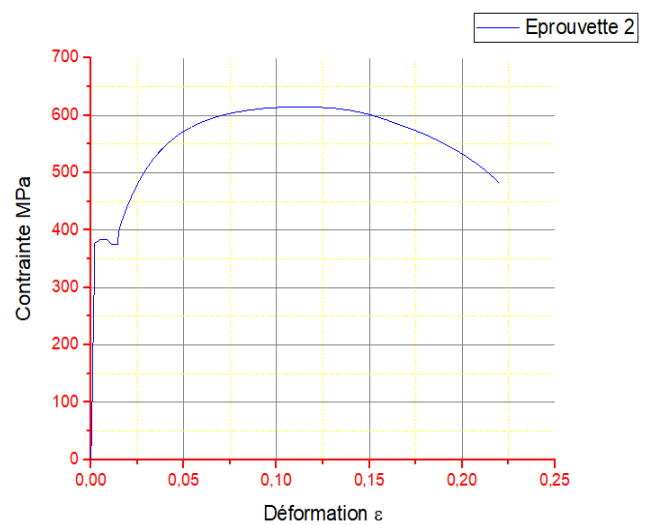
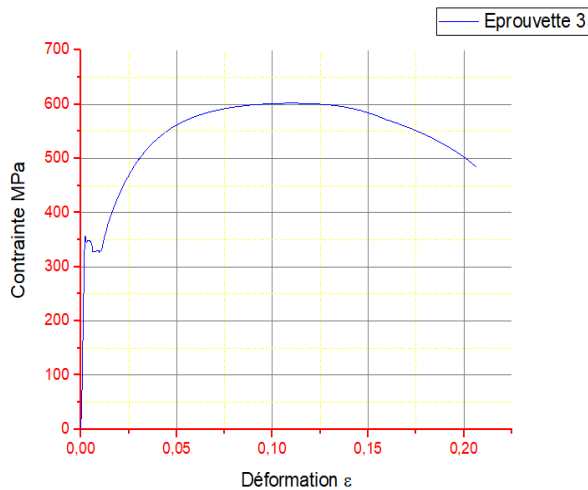
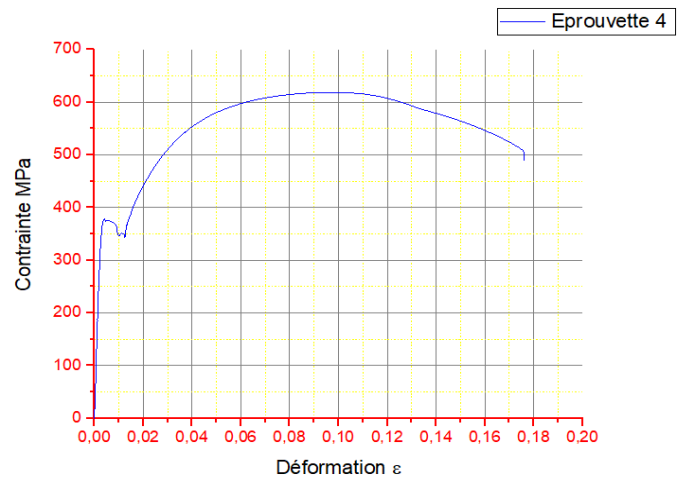


Fig. II.19. Courbe de traction éprouvette 02.



*Fig. II.20. Courbe de traction éprouvette 03.*



*Fig. II.21. Courbe de traction éprouvette 04.*

### II.5.4. 2. Dépouillement des résultats

Certains paramètres sont directement relevés sur la courbe de traction (Fig.II.18, 19, 20, 21), d'autres sont déduits de ces premiers. D'après notre constatation, nous remarquons que les résultats de la limite élastique sont proportionnels. Les caractérisations mécaniques déduites de l'essai de traction peuvent être insuffisantes car des ruptures peuvent être obtenues en dessous de la limite d'élasticité dans des conditions particulières rendant le matériau à l'état fragile. L'essai de résilience est un complément essentiel de l'essai de traction

## II. 6. Essais de résilience

L'essai de flexion par choc, nommé aussi de résilience, sur éprouvette entaillée Charpy a pour but de mesurer la résistance d'un matériau à la rupture brutale. Ces essais ont été effectués sur un mouton Charpy V, au laboratoire de métallurgie de SIDER TSS (Figure II.22).



*Fig. II.22. Mouton Charpy V*

## II. 6.1. Préparation et dimensionnement de l'éprouvette

Les coupes sont faites par une scie mécanique munie d'un système de refroidissement évitant ainsi les phénomènes d'érouissage et l'échauffement des pièces (Fig.II.23).



*Fig. II.23. Coupe des éprouvettes sur scie mécanique*

Préparation des entailles en V sur machine (Fig.II.24).



*Fig. II.24. Préparation des entailles*

## II.6.2. Déroulement de l'essai de choc Charpy traditionnel

Un marteau de masse  $m$  est fixé à l'extrémité d'un pendule (Fig.II.25). Ce pendule peut tourner dans le plan vertical autour d'un axe horizontal. L'éprouvette repose sur un support et se trouve au point le plus bas sur la trajectoire du marteau (selon la norme), l'essai est fait avec deux températures différentes (22 °C et 40 °C).



*Fig. II.25. Déroulement de l'essai de résilience*

**Tableau. II.3.** Résultat du 1<sup>er</sup> essai de résilience à température 22 °C

Essai a température 22 °C				
ECH	S <sub>0</sub> (cm <sup>2</sup> )	W	K	Valeur moy
1	0.40	3.4	83.38	78.47
2	0.40	3.0	73.57	

**Fig. II. 26.** Essai de résilience à 40 °C**Tableau. II.4.** Résultat du 2<sup>eme</sup> essai de résilience à température 40 °C.

Essai a température 40 °C				
ECH	S <sub>0</sub> (cm <sup>2</sup> )	W	K	Valeur moy
1	0.40	4.8	117.72	120.17
2	0.40	5.0	122.62	

## II. 7. Essais de dureté Vickers

L'essai de dureté, Vickers, a été effectué conformément à la norme DIN, à l'aide d'un Duromètre de type : ZWICK B3212003HV (Fig.II.27) à chargement manuel et assisté par ordinateur. C'est un essai simple et rapide à mettre en œuvre, y compris dans des conditions de production. Il permet de caractériser la surface du matériau, par la détermination de la résistance à la pénétration, qui représente une caractéristique fondamentale du matériau. Il permet de comparer plusieurs matériaux entre eux, et de suivre l'évolution d'un matériau en cours de traitement (Fig.II.27).

**Fig. II.27.** Essai de dureté

**Tableau. II. 5.** Résultat de l'essai de dureté

Code	Micro-dureté Vickers HV 300g							Dureté Rockwell Correspondante HRB	Résistance correspondante  Rm (Mpa)
	HV1	HV2	HV3	HV4	HV5	HV6	HV moy		
Du 1	158,7	162,8	166,2	163,3	173,3	164,7	164,8	86,8	545

## II.9. RESULTATS ET DISCUSSIONS

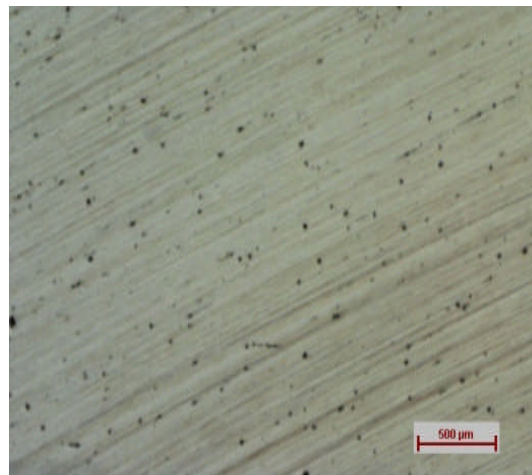
L'étude consiste à une identification de la qualité d'un tronçon en acier faiblement allié de nuance 42CD4. Comme ce matériau local va être utilisé pour la réalisation du banc d'essai, la détermination de ces caractéristiques devient indispensable pour une prise réelle dans la partie simulation.

### II.9.1. TRAVAUX REALISES

#### II.9.1.1. Contrôle visuel

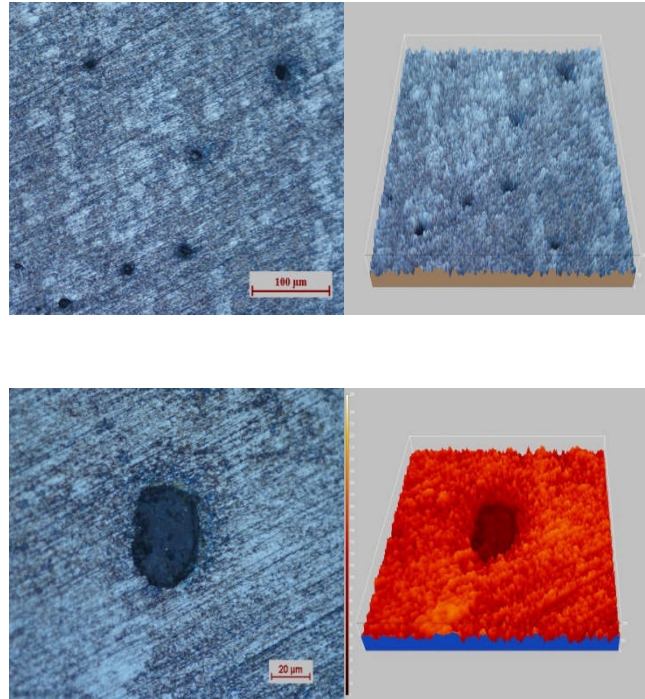
Pour l'étude d'identification de la nuance présumée, une étape de contrôle visuel est indispensable qui s'est appuyée sur l'observation de l'état physique des échantillons et le contrôle dimensionnel, les étapes de ce contrôle sont : La prise des échantillons et la préparation des surfaces à inspecter : Ces surfaces inspectées ont été nettoyées afin d'éliminer toute graisse, peintures ou autre dépôt de matériel pouvant fausser les mesures. Ce contrôle effectué a révélé des surfaces externes légèrement oxydées sans défauts apparents.

A l'échelle macrographique sans attaque, nous avons décelé la présence de défauts superficiels tout au long de l'échantillon visualisé sous forme préjugée de piqures et/ou pores (Fig.II.28).



**Fig. II.28.** Présence de défauts superficiels sur échantillons sans attaque.

A l'échelle micrographique après attaque, nous avons révélé les mêmes défauts dans les zones internes après préparation des échantillons. Ces défauts persistent même après polissage intensif. Il apparaît aussi la présence des inclusions dans le cœur de l'échantillon (Fig.II.29)



*Fig. II.29. Présence de défauts internes après attaque.*

### II.9.1.2. Matériau de base

L'acier 42CD4 (42CrMo4) est un acier faiblement allié à teneur moyenne en carbone 0.42% avec l'addition des éléments d'alliage tels que le chrome de l'ordre de 1% et le molybdène < 1% (Tab.II.6).

**Tableau. II.6.** Composition chimique normalisée de la nuance 42CD4

Code Echantillon	C	Si	Mn	Cr	Mo	S
42CD4	0,38-0.45	0,1-0.4	0.6-0.9	0.9-1.3	0.15-0.3	0,02-0.04

### II.9.1.3. Caractérisation mécanique

#### ➤ Essais de traction et dureté

Les résultats des essais de traction et de dureté réalisés à la température ambiante sur des éprouvettes d'un tronçon sont représentés respectivement dans le tableau II.7.

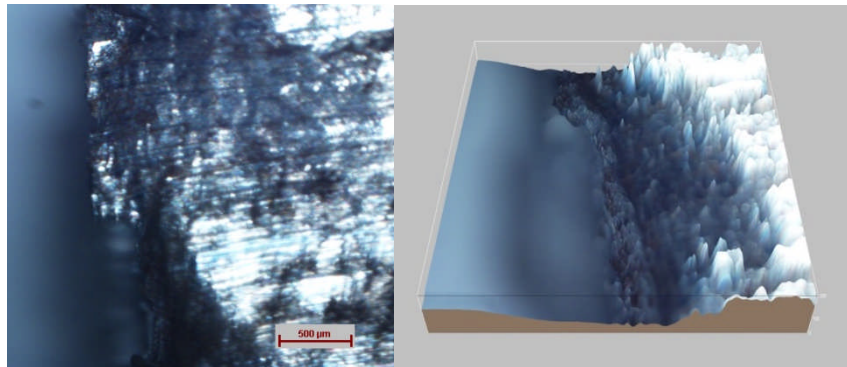


**Tableau.II.7. Résultats des essais mécaniques.**

Code Echantillon	Caractéristiques de traction				Dureté
	R <sub>e</sub> (MPa)	R <sub>m</sub> (MPa)	A (%)	R <sub>e</sub> /R <sub>m</sub>	H <sub>v</sub>
42CD4	375	610	12	0,61	165

➤ **Essais de résilience**

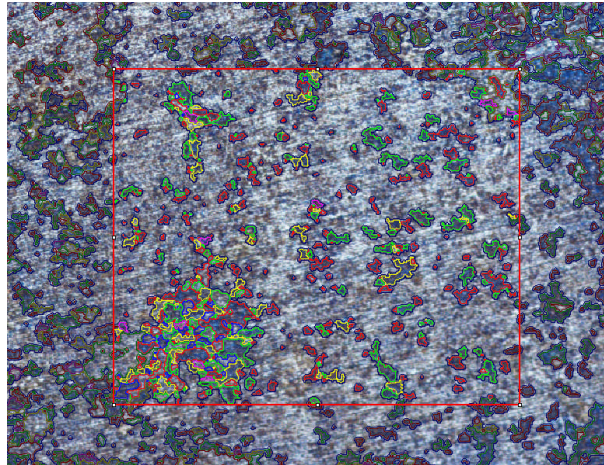
Les tests de résilience effectués sur des éprouvettes de l'acier 42CD4 ont donné des faciès de rupture à caractère semi-fragile et fragile surtout à la température ambiante, caractérisées par un aspect de surface lisse brillant à facettes avec rivières sans déformation macroscopique (Fig.II.30).



*Fig. II.30. Faciès de rupture sur échantillons sans attaque.*

➤ **Observation métallographique**

L'examen au microscope optique de sections polies prélevées du cœur d'échantillons sous différents grossissements dans différentes zones a révélé une structure de prédominance perlito-ferritique, assez hétérogène avec un indice de grain moyen  $I_g$  de l'ordre 8-11 (Fig.II.31), donc une taille de grain de l'ordre moyen 78-90  $\mu\text{m}$  selon la norme NF A 04-102. Une infinité de petits grains de carbures sont répartis uniformément dans une matrice de ferrite. Dans certaines zones, nous avons observé des textures proches des textures de solidification. Ce qui nous amène à dire que notre échantillon est à l'état brut sans subir des traitements thermiques d'amélioration.



*Fig. II.31. Micrographies sur l'échantillon étudié*

Sur la base des résultats de caractérisations mécaniques et métallographiques et en se référant aux normes AISI 4140, DIN.7225, NF EN 42 Cr Mo 4, le matériau de base formant le tronçon des échantillons étudiés, s'apparente à un acier à moyen carbone faiblement allié au Chrome-Molybdène de nuance 42CrMo4. Selon les caractéristiques mécaniques et la structure révélée, cette nuance n'a pas subi des traitements thermiques d'amélioration (trempe et revenu), elle est soit à l'état brut d'élaboration ou à l'état de prétraitement d'adoucissement (recuit). Il est à signaler que ce produit présumé de composition d'un acier 42CrMo4 (Ex 42CD4) présente des défauts apparents signes de risques d'affection ultérieure de la santé externe et interne du métal de base.

## **II.10. Conclusion**

Le matériau choisi pour cette étude est le 42 CD 4, c'est un produit local au niveau de l'entreprise SIDER-El-Hadjar. Selon les normes, ce matériau a beaucoup de caractéristiques mécaniques, chimiques et physiques. Mais, ce dernier a une variété en composition chimique et par conséquence, leurs caractéristiques sont variables à cause de leur élaboration. Pour cette raison, nous avons élaboré un plan d'expérience afin de bien déterminer ces propriétés chimiques et mécaniques pour être des données de départ du chapitre suivant. Ceci servira à l'interprétation des résultats.

Il permettra également de mieux faire le choix du matériau d'une part, et d'autre part de bien justifier les résultats après avoir réalisé les roues dentées du banc d'essai.

## ***CHAPITRE TROIS***

### ***MODELISATION DE LA FATIGUE EN FLEXION***

### III. Introduction

La fatigue en flexion est responsable de plus de 30% des défaillances des systèmes d'engrenage et par conséquent, engendre des pertes substantielles. Il devient donc essentiel de bien comprendre ce phénomène afin d'en minimiser les impacts souvent néfastes.

Ce chapitre propose donc la modélisation de la fatigue en flexion des engrenages basée sur les concepts d'endommagement et de la mécanique de la rupture. Visant le développement d'une méthode d'analyse systématique et complète du problème, une démarche générale a été adoptée pour ainsi traiter les phases d'initiation et de propagation de la fissuration.

Le modèle a été réalisé par la Méthode des Eléments Finis (MEF) qui s'est avérée très efficace. Outre l'élaboration d'un outil d'analyse définissant les bases de l'étude du phénomène, deux contributions importantes découlent de cette recherche :

- ✓ 1. Le développement d'une nouvelle démarche de modélisation des fissures pour la MEF;
- ✓ 2. L'introduction d'un nouveau critère fiabiliste d'initiation de fissure, basé sur une combinaison entre résistance sollicitation.

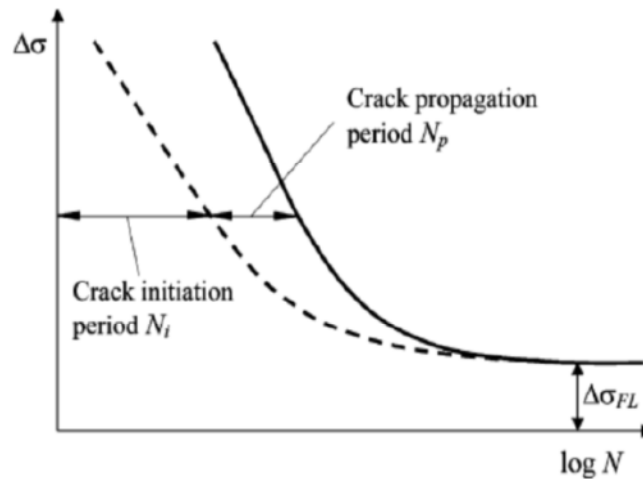
#### III.1. Modélisation de la fatigue en flexion

Tout au long de la progression des fissures, la rigidité en flexion de la dent diminue. Ce qui tend à surcharger les dents adjacentes et favorise l'initiation de fissures dans celles-ci. C'est pourquoi, avec la fatigue en flexion, il y a régulièrement rupture de plusieurs dents successives. Cette fatigue est causée par soit une mauvaise conception, un montage incorrect, soit des défauts de matériau ou des surcharges.

Le processus complet de la rupture par la fatigue en flexion peut se diviser en deux parties, l'initiation de la fissure et sa propagation jusqu'à la rupture (Eq. III.1).

$$N_f = N_i + N_p \quad \text{Eq. III.1}$$

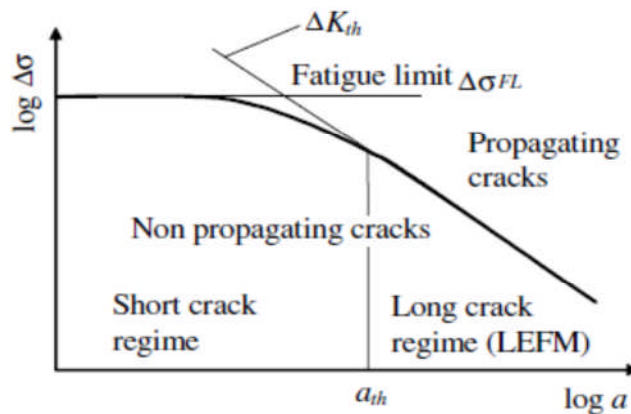
En général,  $N_i$  est plus élevé que  $N_p$ , mais les traitements de surface affectent le comportement en fatigue. Pour des engrenages grenailés,  $N_p$  peut représenter de 15 à 30% de  $N_f$  et de 30 à 40% pour ceux carburés. De plus, un engrenage soumis à un faible chargement aura la majorité de sa vie en service en phase initiation. Tandis qu'à des niveaux de charges élevées, la phase de propagation sera plus significative (Fig. III.1).



*Fig. III.1. Représentation schématique de la vie en fatigue d'un élément mécanique.*

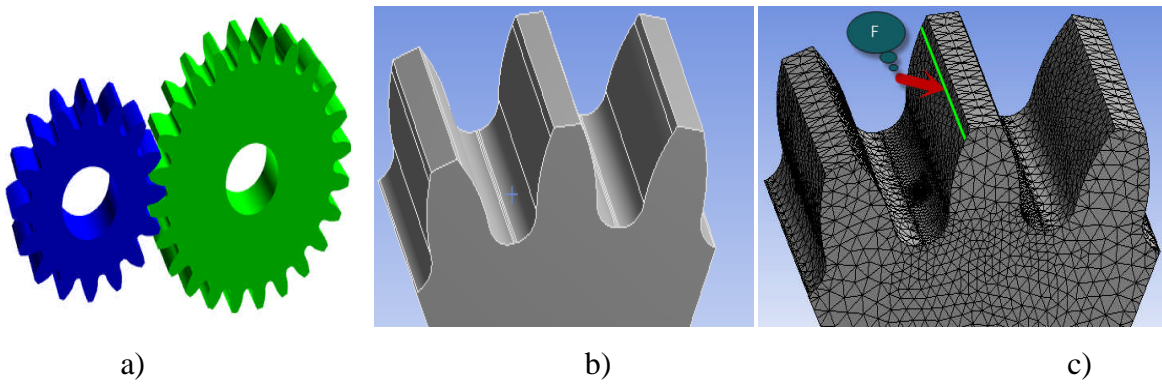
### III.1.1. Initiation de la fissure

L'initiation des fissures de fatigue représente l'une des étapes les plus importantes dans le processus de fatigue. La position et le mode d'amorçage de fissures de fatigue dépend de la microstructure d'un matériau, du type de la contrainte appliquée et la micro et macro-géométrie de l'éprouvette. La phase d'initiation de la vie de fatigue dans un matériau vierge est souvent supposée constituer la croissance des fissures courtes jusqu'à la taille  $a_{th}$  (Fig. III.2), qui est la longueur de transition de fissures courtes dans de longues fissures.

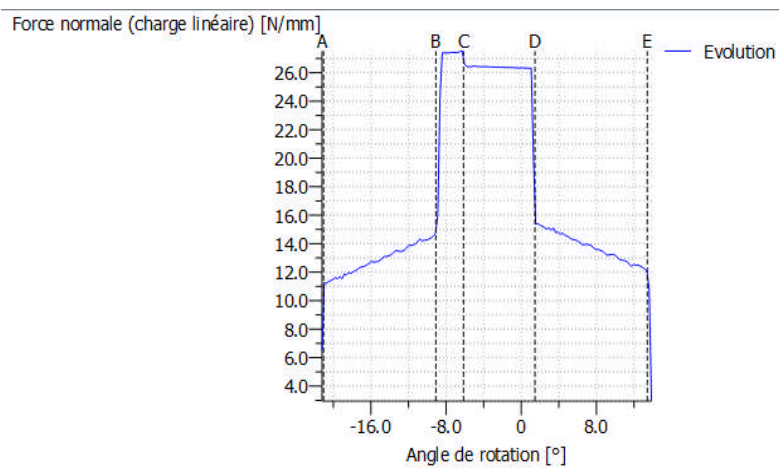


*Fig. III.2. Courbe Kitagawa-Takahashi.*

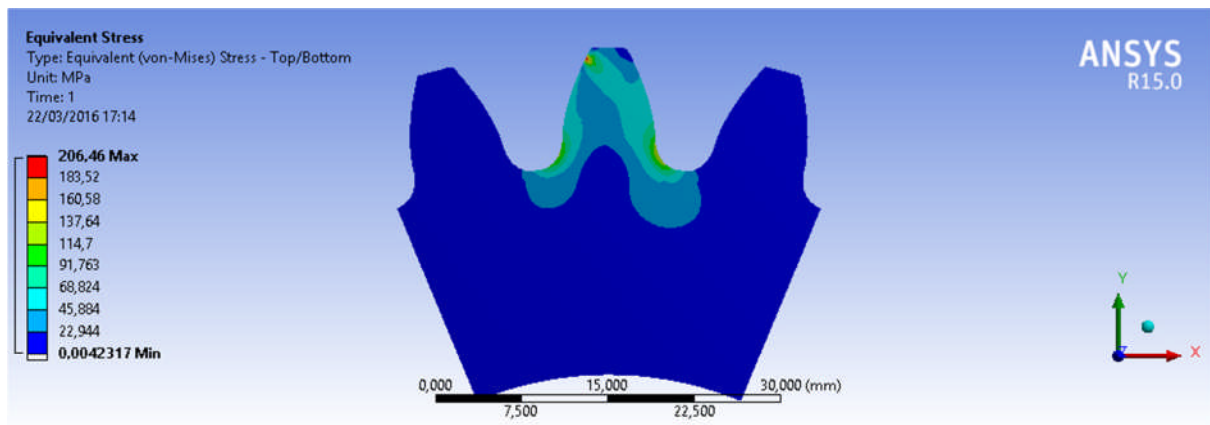
Un modèle pour l'initiation de la fissure sous la fatigue en flexion dans la racine de dent est d'abord présenté. Le modèle d'élément fini pour l'inducteur calculeur de N-déformation à la racine de dent pour la phase d'initiation de la fissure est illustré dans (Fig. III.1). La dent d'engrenage chargée est soumise à une force normale et est de  $F = 1552.6/b$  N/mm (Fig. III.3.c & Fig. III.4) appliquée au point le plus élevé du contact entre les dents, comme est montré dans la Fig. III.3c.



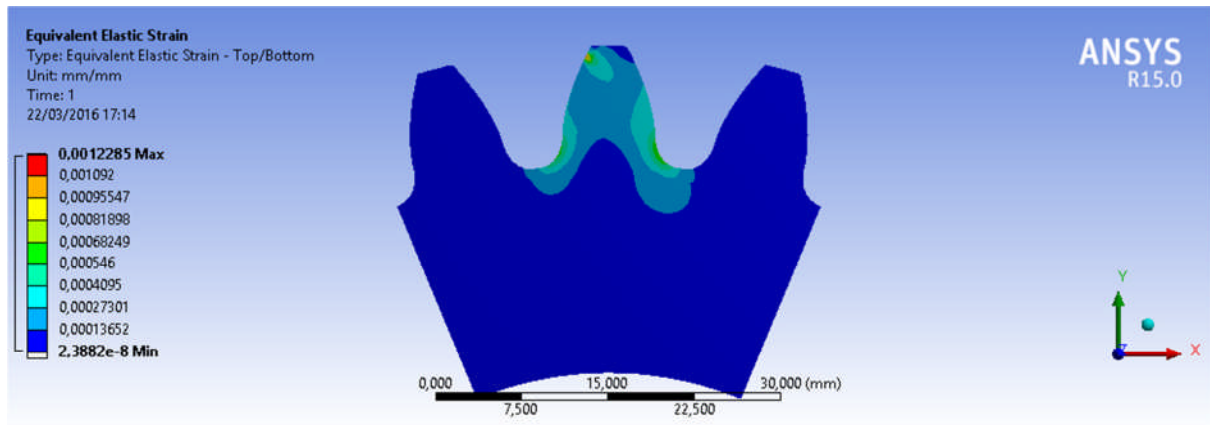
**Fig. III.3.** Modèle MEF, a) Géométrie (train d'engrenage) b) Modèle 3 dents, c) Maillage, raffinement et chargement de la dent.



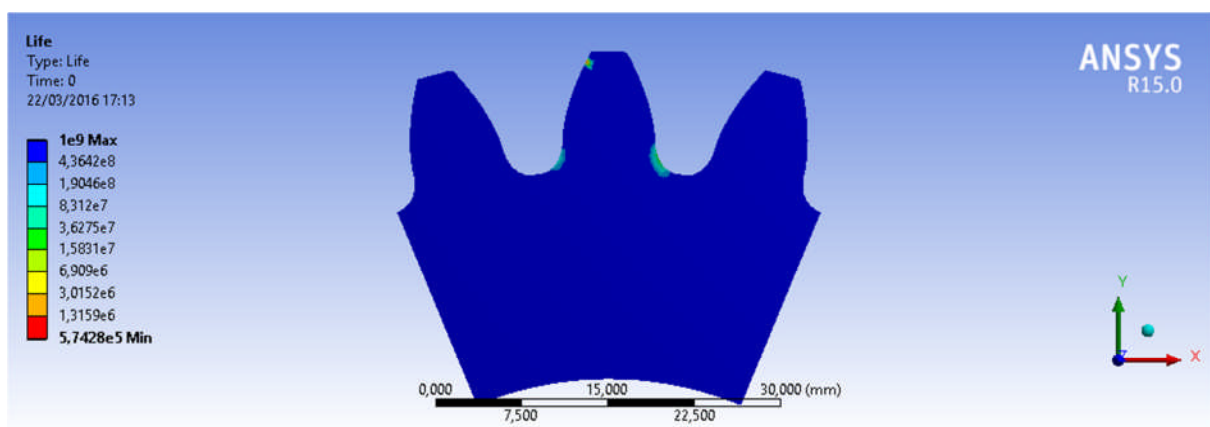
**Fig. III.4.** Charge normale linéaire (N/mm).



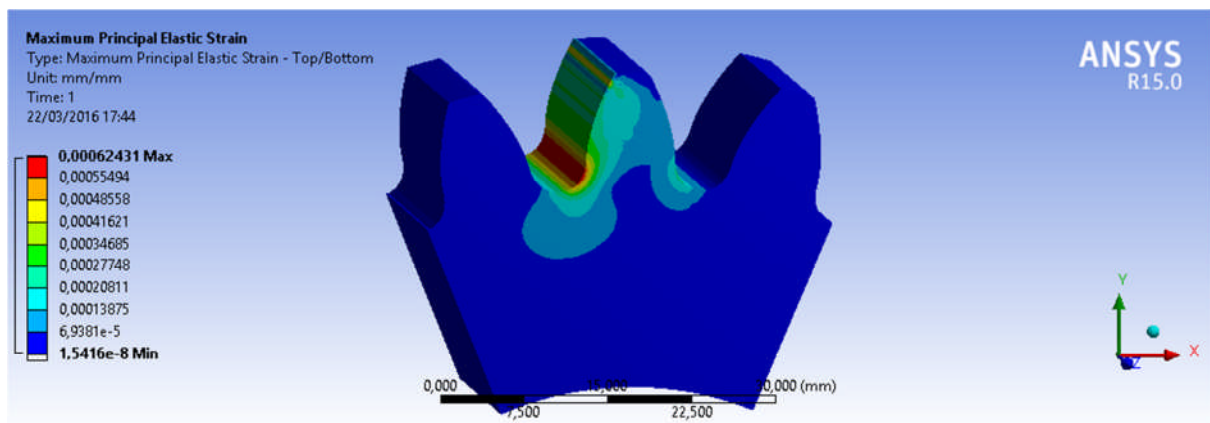
**Fig. III.5.** Contrainte équivalente (MPa).



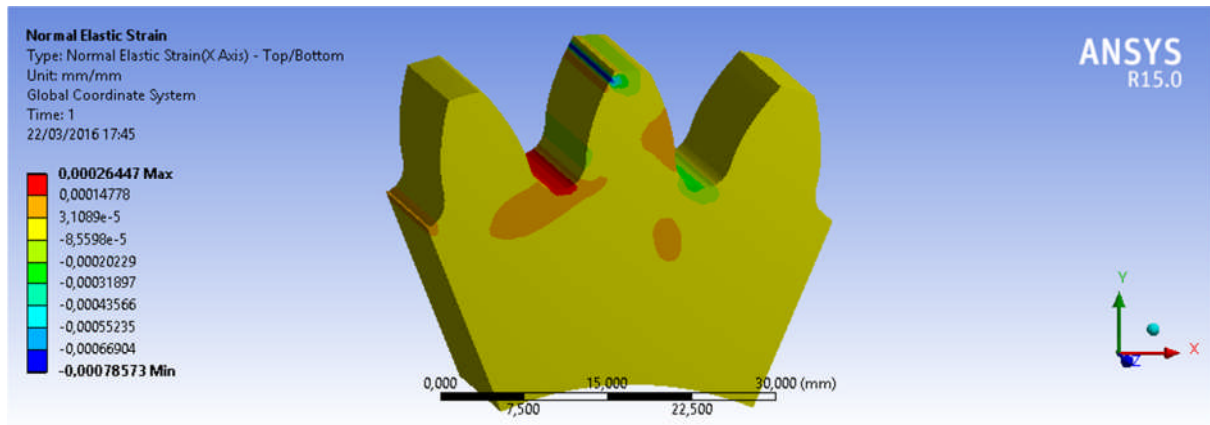
*Fig.III.6. Déformation équivalente.*



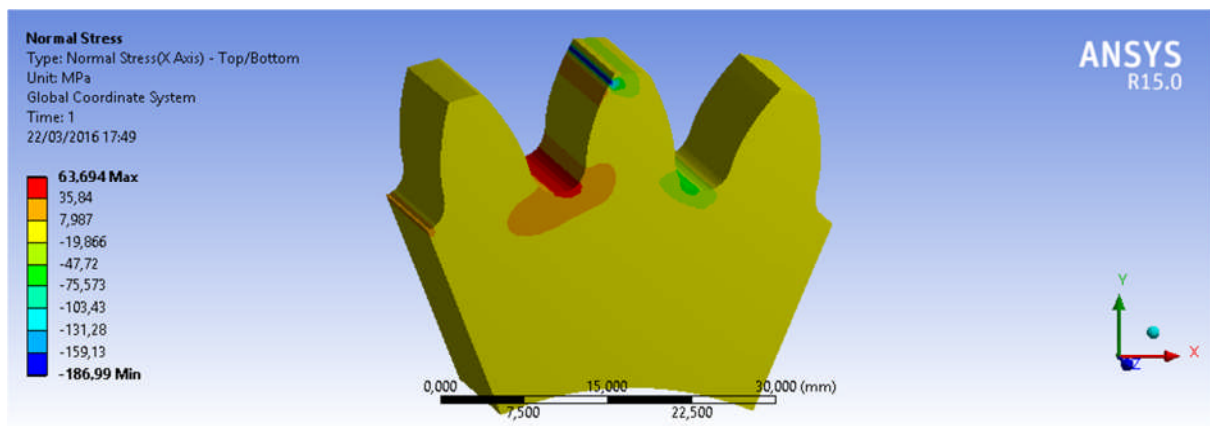
*Fig.III.7. Duré de vie (cycle).*



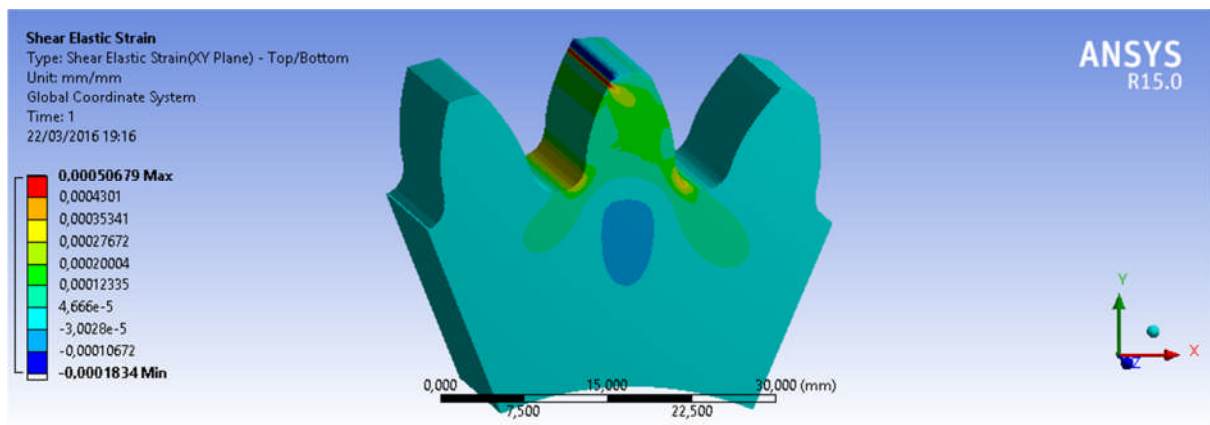
*Fig.III.8. Déformation Maximale Principale équivalente.*



*Fig.III.9. Déformation Normale équivalente.*



*Fig.III.10. Contrainte Normale (MPa).*



*Fig.III.11. Déformation de cisaillement équivalente.*



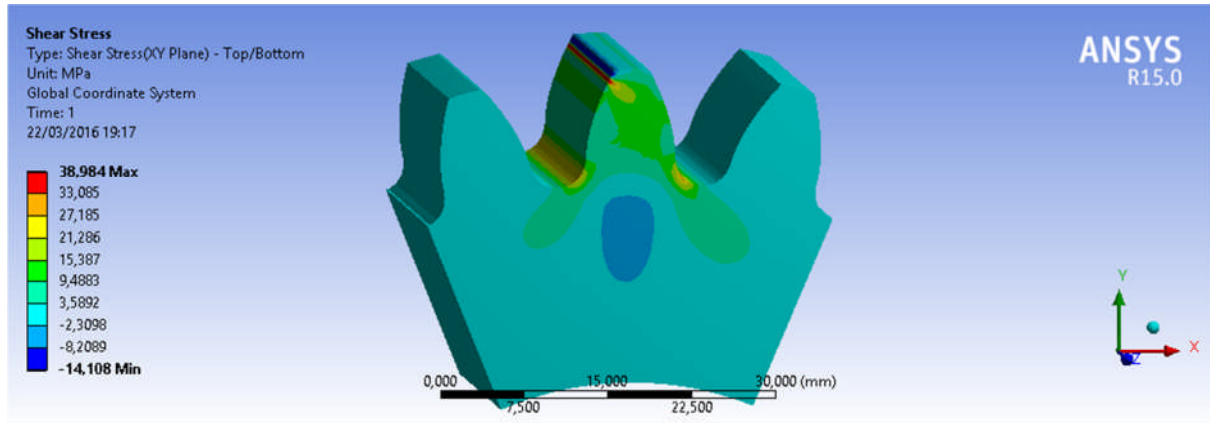


Fig.III.12. Contrainte de cisaillement (MPa).

Le modèle d’initiation de la fissure de fatigue présenté ici est basé sur l’approche de la mécanique des milieux continus ; le matériau est homogène et isotrope, i.e sans imperfections ou des dommages. Les méthodes pour les analyses de fatigue sont généralement, dans ce cas, basées sur la relation de Coffin-Manson entre déformations ( $\epsilon$ ), contrainte ( $\sigma$ ) et le nombre de cycles de chargement ( $N_i$ ). Toutefois, la méthode de déformation-nombre de cycle ( $\epsilon$  - $N_i$ ) est habituellement utilisée pour déterminer le nombre de cycles d’initiation  $N_i$  requis pour l’amorçage de fissures de fatigue, où l’on suppose que la fissure est amorcée au niveau du point de plus grandes contraintes. Le gradient de déformation totale  $\Delta\epsilon$  comprend deux composantes (gradient de déformation élastique  $\Delta\epsilon_e$  et plastique  $\Delta\epsilon_p$ ) et peut être décrit comme montré dans l’Eq. III.2.

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{\Delta\epsilon_e}{2} + \frac{\Delta\epsilon_p}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \epsilon'_f \left( \frac{\Delta\sigma}{2\sigma_f} \right)^{\frac{1}{n'}} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_i)^b + \epsilon'_f (2N_i)^c \tag{Eq.III.2}$$

Caractéristiques géométriques		propriétés mécaniques	
<b>Geometries</b>	La roue	<b>Matériau</b>	42CrMo4
<b>Nombre de dents z</b>	24	Module d’élasticité	$E = 2.06 \times 10^5$ MPa
<b>Module m (mm)</b>	4.5	Coefficient de poisson	$\nu = 0.3$
<b>Entraxe a (mm)</b>	90	Coefficient de force de fatigue	$\sigma_f = 1820$ MPa
<b>Angle de pression °</b>	20°	Coefficient de ductilité de fatigue	$\epsilon_f = 0.65$
<b>Coefficient de déport</b>	0.199	Exposant de force	$b = 0.08$
<b>Largueur de dent mm</b>	20	Exposant de ductilité de fatigue	$c = -0.76$
		Exposant de durcissement	$n = 0.14$
		Constant de Paris (m)	$m = 4.16$
		Constant de Paris (c)	$C = 3,31.10^{17}$

Tab. III.1. Caractéristiques géométriques et propriétés mécaniques (train d’engrenage).

### III.1.2. Propagation de la fissure

L'application de la MLER à la fatigue est basée sur l'hypothèse que le taux de croissance des fissures de fatigue,  $da/dN$ , est une fonction du gradient d'intensité de contrainte  $\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$  où  $a$  est la longueur de la fissure et  $N$  est le nombre de cycles de chargement. Dans cette étude, l'équation simple de Paris-Erdogan (Eq. III.3) est utilisée pour décrire le taux de croissance des fissures où  $C$  et  $m$  (Tab.III.1) sont des paramètres du matériau. En ce qui concerne le délai de propagation de la fissure  $N_p$ , on peut obtenir le nombre de cycles de chargement  $N_p$  de rupture de la dent à partir de l'intégration de l'équation (4) qui indique que le nombre requis de cycles de chargement  $N_p$  pour une fissure se propageant à partir de la longueur initiale  $a_{th}$  et de la longueur critique de fissure  $a_c$  peut être explicitement déterminée, si  $C$ ,  $m$  et  $\Delta K(a)$  sont connus.  $C$  et  $m$  sont des paramètres importants et peuvent être obtenus expérimentalement, généralement au moyen d'un essai de flexion trois points selon la norme ASTM E 399-80. Pour les cas les plus simples de la dépendance entre le facteur d'intensité de contrainte et la longueur de fissure,  $K = f(a)$  (Eq.III.5 & Eq.III.6) peut être déterminé en utilisant la méthode proposée dans la littérature. Pour la géométrie et le chargement des cas les plus complexes, il est nécessaire d'utiliser des méthodes alternatives. Dans ce travail, le logiciel des éléments finis FRANC2D a été utilisé pour la simulation de la propagation des fissures de fatigue. Une caractéristique unique de FRANC2D est la capacité automatique de propagation de la fissure.

$$\frac{da}{dN} = C [\Delta K(a)]^m \quad \text{Eq.III.3}$$

$$\int_0^{N_p} dN = \frac{1}{C} \cdot \int_{a_{th}}^{a_c} \frac{da}{[\Delta K(a)]^m} \quad \text{Eq.III.4}$$

$$K_I = \frac{2.G}{(3-4\nu)+1} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2.L}} \cdot [4.v_d - v_e - 4.v_b - v_c] \quad \text{Eq.III.5}$$

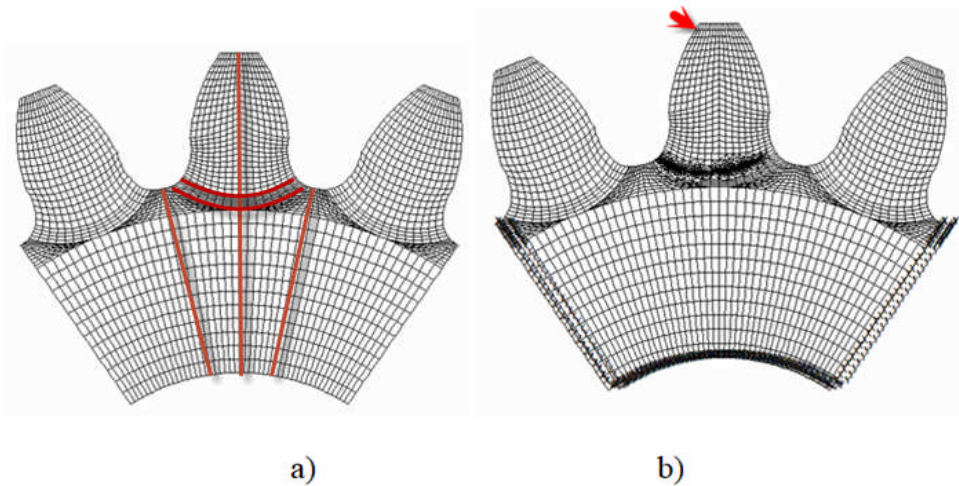
$$K_I = \frac{2.G}{(3-4\nu)+1} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2.L}} \cdot [4.u_d - u_e - 4.u_b - u_c] \quad \text{Eq.III.6}$$

#### III.1.2.a. Modèle géométrique et discrétisation

Dans les engrenages, comme nous l'avons montré au chapitre un, il y a trois possibilités pour le choix de modèle géométrique, soit un modèle complet, i.e la géométrie réelle de la roue en question, soit un modèle à trois dents pour minimiser le temps de calcul (notre cas), et finalement une dent, mais ce dernier a éviter pour des raisons techniques telles que la rigidité d'engrènement.

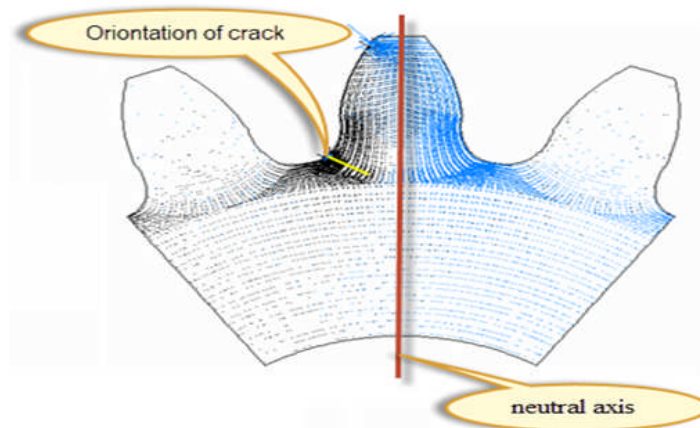
En appliquant ces principes de discrétisation à la géométrie des engrenages, il est possible de générer un maillage assez structuré en décomposant la surface d'une dent en 6 parties puis en maillant chacune

d'elle par des éléments quadratiques à 8 nœuds (**Fig.III.13.a**). Il devient alors facile de raffiner localement le maillage, sans toutefois imputer sa structuration globale.

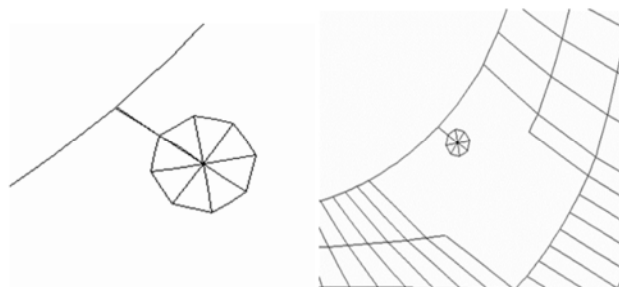


**Fig.III.13.** (a) Modèle géométrique, (b) Conditions aux limites.

L'analyse en propagation de fissures nécessite la configuration de départ de celles-ci (grandeur, orientation et position) (Fig.III.14). Dépendamment de la géométrie des roues, Lewicki (2002) a montré que ces paramètres étaient importants dans la propagation.



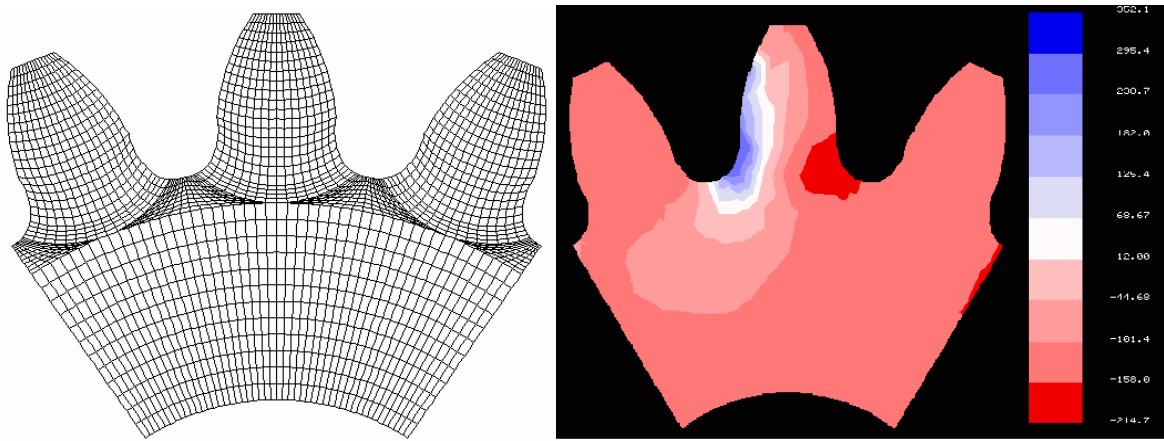
**Fig.III.14.** Position et orientation de la fissure (Contrainte de tension en noir et de compression en bleu).



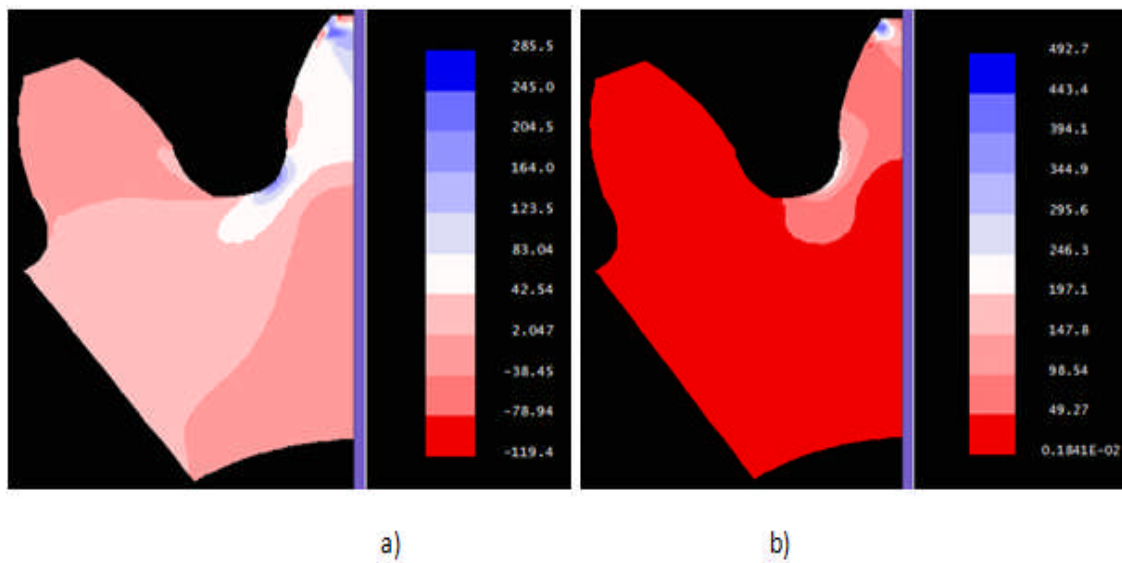
**Fig.III.15.** Géométrie et position de la fissure (Crack tipe).

**III. 1.2.b. Résultats de propagation de la fissure**

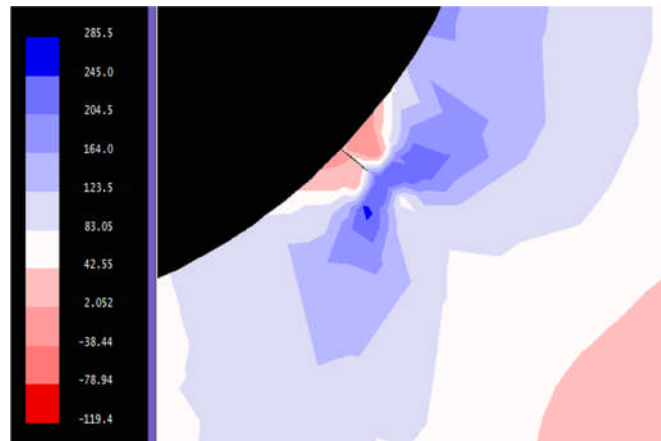
Les analyses de propagation de la fissure ont été effectuées à l'endroit où se produisent les contraintes maximales dans une racine de dent d'engrenage. Bien que l'ouverture de la fissure due à des concentrations maximales de contrainte puisse apparaître sur les deux côtés de racine de la dent, le plus critique pour la propagation est du côté actif de la racine de la dent. La répartition maximale contrainte principale (contrainte de traction) dans le congé de la dent est donnée dans la (Fig. III.14). L'emplacement dans la zone de la racine est décrit par l'angle tangentiel, qui est défini comme l'angle entre l'axe de symétrie de la dent et la tangente à la courbe de congé, comme le montre la (Fig. III.14). On voit clairement que l'emplacement du point le plus sollicité est du côté actif (Fig.III.16).



*Fig. III.16. Modèle géométrique a) Maillage et raffinement b) Contrainte max de côté actif.*

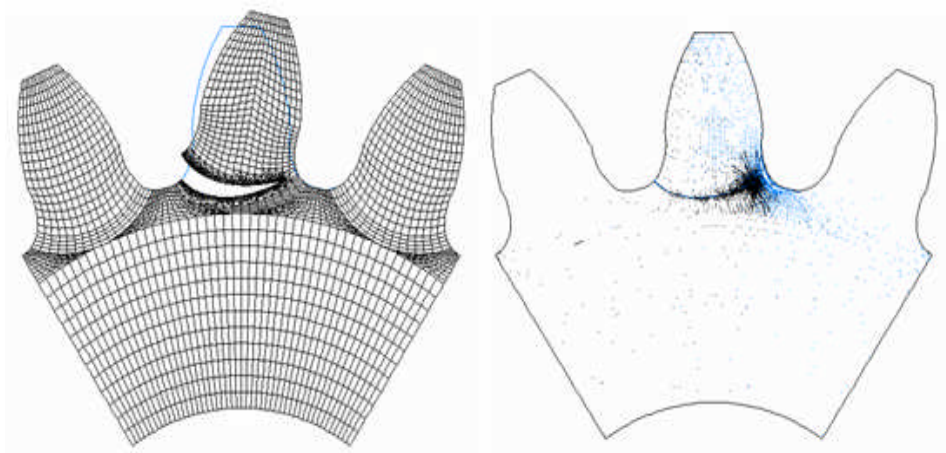


*Fig.III.18. Distribution de la contrainte Max, a) Contrainte principale, b) Contrainte tangentielle. (MPa)*

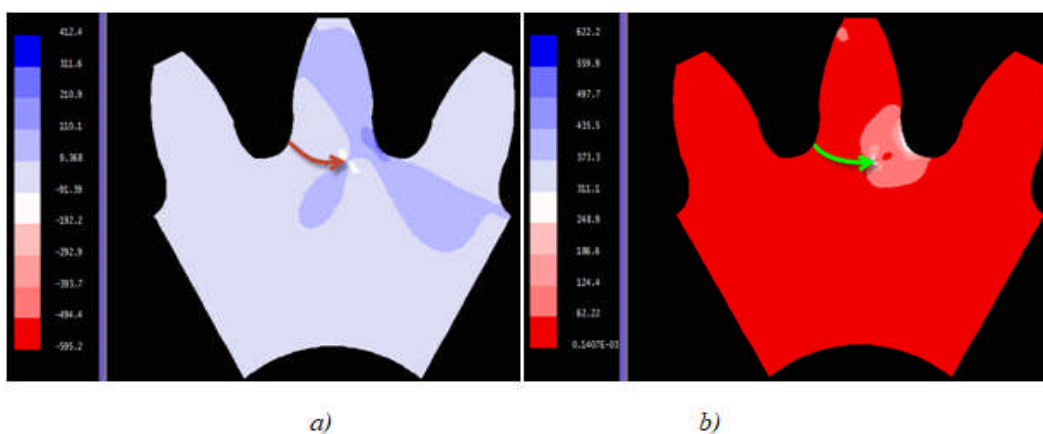


**Fig.III.17.** Distribution de contrainte à l'extrémité de la fissure initiale (MPa).

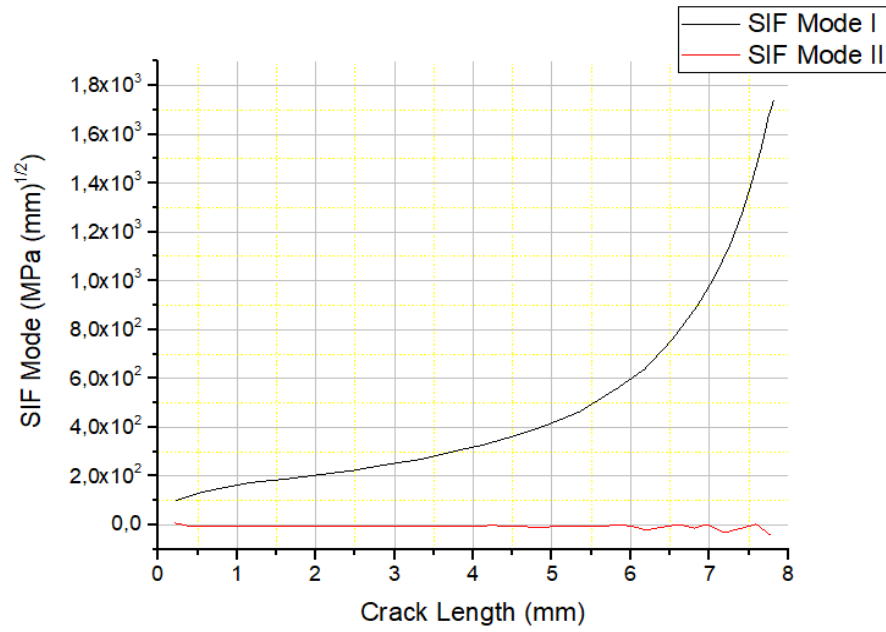
La distribution de la contrainte à l'extrémité de la fissure est de l'ordre de 290 MPa (Fig. III.17).



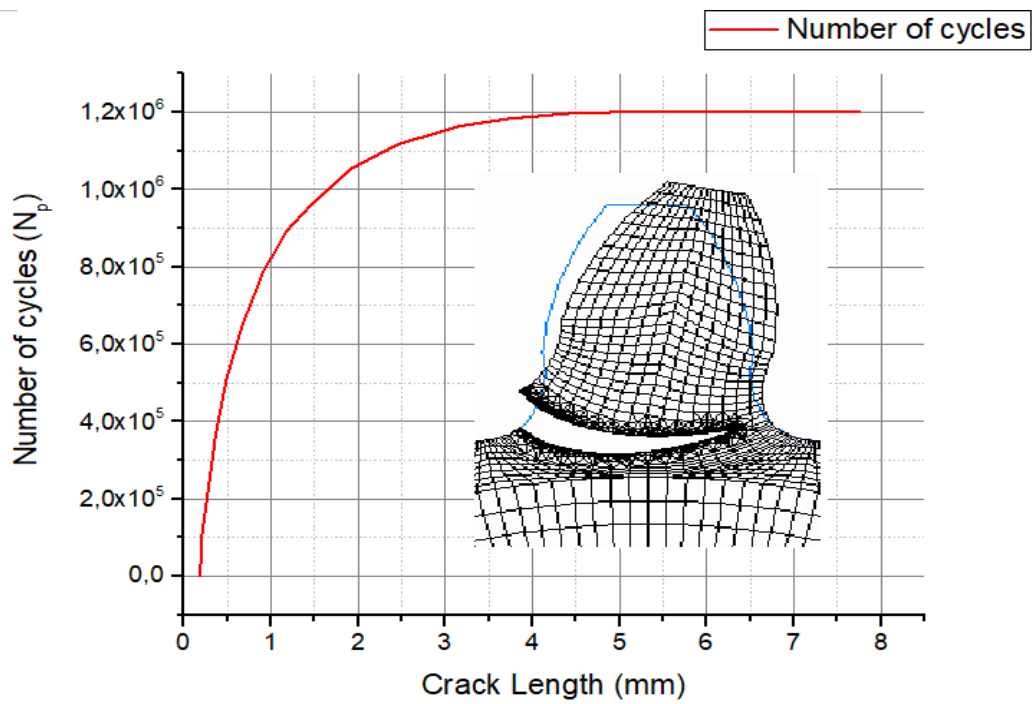
**Fig.III.19.** Trajectoire de la propagation de la fissure.



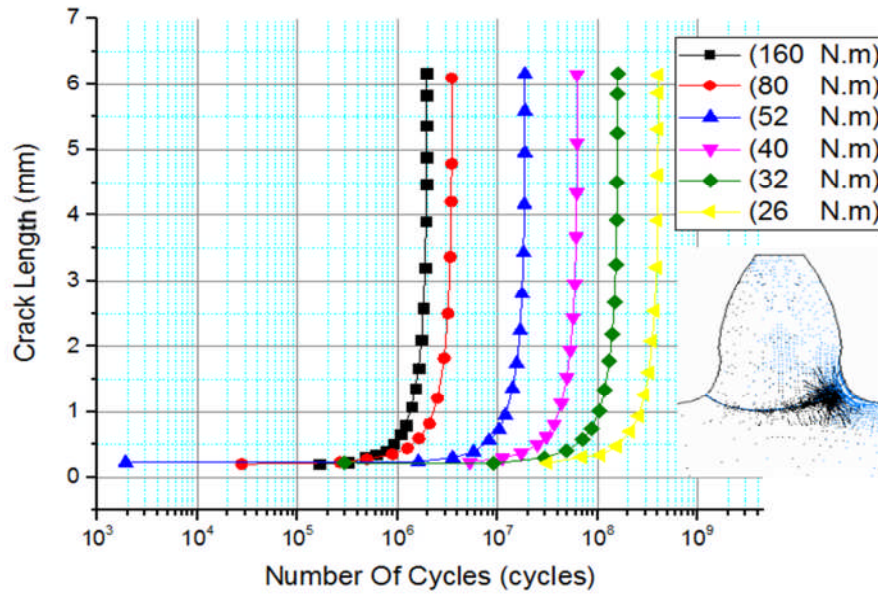
**Fig.III.20.** a) Distribution de la contrainte maximal principale (MPa) b) Contrainte Maximale tangentielle stress au beau de la fissure (MPa).



*Fig.III.21. Facteur d'intensité de contrainte en fonction de la longueur de fissure.*

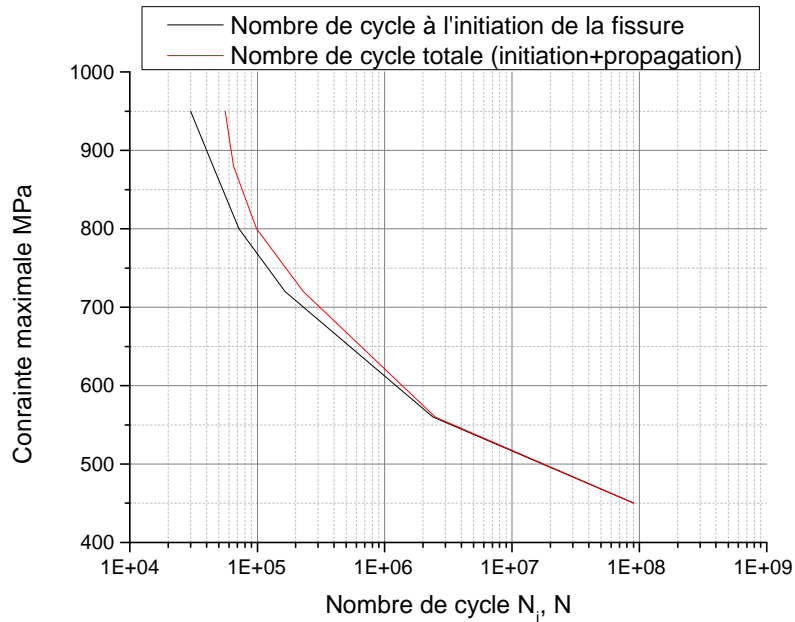


*Fig.III.22. Prédiction de la propagation de la fissure pour la charge max « 160 N.m »*



**Fig.III.23.** Prédiction de la propagation de la fissure pour les différents couples appliqués.

Finalement, la durée de vie totale que montre la fig.III.24 avec une échelle semi-logarithmique est calculée par la MEF, en noir le nombre de cycle à l’initiation de la fissure et en rouge le nombre total de cycles i.e l’initiation plus la propagation.



**Fig.III.24.** Nombre de cycle calculé de la fatigue en flexion.

### III.2. Résultats et discussions

Notre objectif était d'analyser l'état des contraintes dans les engrenages à denture droite et de prédire la durée de vie d'un engrenage à denture droite avec la présence d'une fissure à sa racine de dent.

A partir des résultats trouvés, une analyse est faite (voir ci-dessous) pour le phénomène d'initiation et de propagation de la fissure.

#### A. Initiation de la fissure

- La racine de dent est la section la plus dangereuse pour l'amorçage d'une fissure.
- La contrainte équivalente est de l'ordre de 210 (MPa), en revanche, la contrainte normale est de l'ordre de 70 (MPa) à la racine de dent et de 190 (MPa) au point de contact. Cette dernière peut générer des contraintes de cisaillement importantes dans les sous couches du flanc des dents, c'est pour cela que les concepteurs procèdent à des traitements thermiques ou thermo-chimiques de surface à une profondeur supérieure ou égale à trois fois la profondeur de cisaillement ;
- La déformation élastique équivalente est de l'ordre de 0.001, par contre la déformation équivalente de cisaillement est de l'ordre de 0.0005 ;
- Le nombre de cycle à la durée de vie à l'initiation de la fissure est de l'ordre de  $5.10^5$  pour un couple de 160 N.m.

#### B. Propagation de la fissure

- L'analyse du facteur d'intensité des contraintes montre bien que le mode I est le plus dangereux (Figure. III.21), par rapport au mode II.
- La vitesse de propagation de la fissure augmente en fonction de la charge appliquée (Couple de chargement, voir Fig.III.23) ; l'évolution de cette dernière est divisée en deux zones remarquables :
  - a) Jusqu'à 3 mm de profondeur de la fissure, la vitesse augmente graduellement i.e l'accélération augmente, cette partie est correspondante au côté sollicité par la contrainte de tension.



b) Au-delà de 3 mm, la vitesse reste presque constante. En revanche, cette partie est sollicitée par la contrainte de compression.

- La figure III.22 montre que la variation de la durée de vie en fonction de la profondeur de la fissure, au-delà de la ligne neutre de la dent perd sa résistance.
- Le nombre de cycle à l'initiation de la fissure représente la grande partie du cycle total pour que la dent soit rompue.

### III.3. Conclusion

Ce chapitre présente un modèle de calcul pour la détermination de la durée de vie de fatigue en flexion des engrenages à denture droite et plus précisément à sa racine. Le nombre de cycles de chargement requis pour la fatigue initiation ( $N_i$ ) et le nombre de cycles de chargement pour la propagation de la fissure ( $N_p$ ) dans la région la plus critique pour la fatigue en flexion ont été prédits. Le modèle proposé permet à l'utilisateur de déterminer l'ensemble de la durée de vie de service, compte tenu des paramètres adéquats du matériau à la fatigue. La période d'initiation de la fissure est basée sur une analyse de contrainte-déformation à l'aide de FEM, où l'on suppose que la fissure est initiée à la zone de la contrainte principale maximale i.e la racine de la dent. La propagation de la fissure de la dent d'engrenage a été simulée à l'aide des principes de la mécanique linéaire élastique de la rupture (MLER). La relation fonctionnelle entre le facteur d'intensité de contrainte et la longueur de la fissure  $K = f(a)$ , qui est nécessaire pour l'analyse consécutive de croissance des fissures de fatigue a été aussi montrée.

Le modèle est utilisé pour déterminer la durée de vie complète d'un engrenage droit en acier faiblement allié à haute résistance 42CrMo4.

Les résultats définitifs de l'analyse par MEF sont présentés. La courbe d'initiation de la fissure et celle de la propagation de fissure, représentent la durée de vie totale. Les résultats montrent aussi qu'à de faibles niveaux de contrainte proches de la limite de fatigue, presque toute la vie de service est attaquée par la fissuration. Il s'agit d'un facteur très important dans la détermination de la durée de vie des engins réels, parce que la plupart fonctionnent avec des conditions de charge à proximité de la limite de fatigue.

# **CHAPITRE QUATRE**

## **LA FIABILITE DES ENGRENAGES**

## IV.1. Introduction

Si la réponse d'une structure dépend de son comportement mécanique et du type de l'amplitude des actions appliquées, le caractère acceptable ou non de cette réponse est quant à lui fonction de la satisfaction d'exigences (Normes ISO 9000 version 2000). Parmi ces dernières, la sécurité structurale et l'aptitude au service constituent les aspects les plus importants. Ces exigences doivent alors être garanties sur une période définie (durabilité) et être satisfaites pour un coût minimal (économie). Elles sont également définies en termes d'états limites. La violation d'un état limite est alors synonyme de la non garantie d'une exigence et donc de l'apparition d'un fonctionnement indésirable de la structure ou d'une de ses parties. Les deux états limites définis et qui sont largement repris dans les règlements sont:

(i) les états limites ultimes qui sont décrits comme étant la défaillance d'une partie ou de la totalité de la structure (ruine) telle que la fatigue, l'instabilité et la plastification et (ii) les états limites de service qui sont décrits comme étant la perturbation du fonctionnement normal telle que les vibrations, la fissuration excessive ou la déformation permanente.

L'étude de la fiabilité d'une structure vise à vérifier que les états limites ne soient pas violés. Il existe de nombreuses manières d'appréhender cette vérification et d'introduire des exigences pour réduire l'éventualité de cette violation et l'incertitude sur les variables de résistance et de chargement. Parmi ces approches, on peut citer l'approche probabiliste.

Plusieurs degrés de sophistication peuvent être considérés dans l'évaluation de la fiabilité des structures [75]:

- Etudes de niveau un, correspondant à la démarche déterministe traditionnelle;
- Etudes de niveau deux, basées sur des méthodes fiabilistes où chaque paramètre d'intérêt est caractérisé par les deux premiers moments de sa distribution;
- Etudes de niveau trois, supposant les variables quelconques;
- Etudes de niveau quatre, qui permettent d'optimiser le dimensionnement, l'inspection, la maintenance et le déclassement des structures en fonction de critères économiques.

## IV.2. Fiabilité des structures

### IV.2.1. Concept de la fiabilité

Il faut s'assurer que la maîtrise de l'incertain est suffisante pour que les risques soient bien évalués et restent acceptables. C'est l'objet des théories de la fiabilité.

Une définition technique de la fiabilité est donnée par l'AFNOR [76] : « *aptitude d'un dispositif à accomplir une fonction requise dans des conditions données, pendant une durée donnée...le terme*

*est aussi utilisé comme caractéristique désignant une probabilité de succès ou un pourcentage de succès ».*

Cette distinction montre l'intérêt d'une définition qualitative (aptitude) et d'une définition quantitative (probabilité) étroitement associées. Une telle définition tranche immédiatement un débat possible en associant la maîtrise de l'incertain à une modélisation probabiliste. De plus, elle privilégie l'approche par l'utilisation des variables aléatoires et des processus stochastiques, qui n'est pas la seule: les méthodes et outils de la logique floue, des ensembles convexes, de la robustesse peuvent également apporter leur contribution [77].

La fiabilité peut être considérée comme un élément d'un ensemble plus vaste constituant la sûreté de fonctionnement qui se décline elle-même en fiabilité, en maintenabilité (aptitude d'un dispositif ou d'un bien à être maintenu ou rétabli en vue d'accomplir une mission requise), en disponibilité (aptitude d'un dispositif ou d'un bien à accomplir une mission requise à un instant donné) et, enfin, en sécurité (relative aux risques de dommages corporels, matériels et environnementaux liés au dispositif ou au bien considéré).

Jusqu'à un passé récent, on se protégeait à des événements indésirables tels que les défaillances en prenant des marges, des facteurs de sécurité, que l'on cumulait sur l'ensemble de paramètres influents, à l'aide d'une méthode uniquement déterministe. Cette démarche ne permet pas néanmoins, de bien connaître les risques pris. Dans l'analyse de la fiabilité des structures mécaniques, les paramètres influents sont considérés comme des variables probabilisées et l'on calcule la probabilité de défaillance et des inspections, la durée de vie résiduelle, etc. ...Le retour d'expérience et la connaissance des cinétiques de dégradation sont deux des conditions essentielles d'application de l'analyse de fiabilité des structures.

Le dimensionnement des systèmes mécaniques est fondé sur une démarche réglementaire dans les calculs afin de respecter des marges importantes pour garantir leur intégrité. Ce dimensionnement ne permet pas d'évaluer le risque lié à la défaillance d'un organe, sa fiabilité, il donne généralement une marge volontairement pessimiste vis-à-vis des différents modes de ruine possible et conduit le plus souvent à des surdimensionnements injustifiés, donc à des surcoûts. En outre, certains chargements peuvent être ignorés au moment de la conception et découverts seulement à l'exploitation. Les structures vieillissent, les propriétés des matériaux peuvent se trouver altérées, les modes d'exploitation ne sont plus les mêmes.

La démarche probabiliste de fiabilité des structures mécaniques, s'avère alors essentielle, le risque est évalué sous la forme d'une probabilité et non plus sous la forme d'un jugement binaire (le dimensionnement est acceptable ou non, l'exploitation peut être poursuivie ou non).

Le calcul de cette probabilité permet de réduire le risque de défaillance par l'organisation des programmes de maintenance et d'inspection, de prolonger la durée d'exploitation en optimisant leur utilisation.

#### IV.2.2. Evolution des concepts de la fiabilité

L'introduction d'analyses fiabilistes, dans le domaine de l'ingénierie, s'est produite pour la première fois en 1947 quand Freudenthal a présenté les problèmes fondamentaux de la sûreté structurale d'un détail constructif sous chargement variable. Lévi [78] a publié les premiers calculs probabilistes de la sécurité des constructions en 1949. Cette présentation a été alors suivie par d'autres publications importantes, comme celle de Rjanitzyne en 1949 qui a pour la première fois défini un indice de fiabilité, repris par la suite par Cornel [79] et amélioré par Hasofer et Lind [80]. La publication de Rjanitzyne a été suivie par celles de Johson en 1953 [81], de Pugsley en 1966 [82] et de Ferry-Borges et Castanheta en 1971 [83]. Ces derniers ont développé la théorie classique de la fiabilité, et l'ont fait connaître très largement. Après cette période, il y a eu un nombre considérable de publications et d'ouvrages relatifs au calcul des structures basé sur la fiabilité.

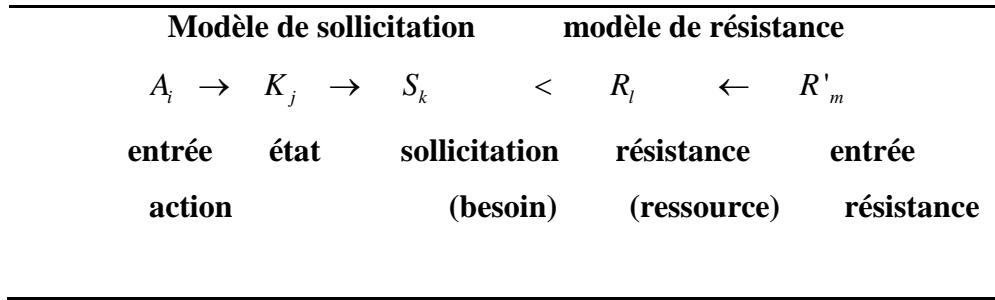
Depuis 1947, diverses méthodes fiabilistes ont été développées telles que les méthodes de transformations FORM ( First Order Reliability Method) et SORM ( Second Order Reliability Method), les méthodes de simulations, dites de Monte Carlo ou d'autres méthodes comme la théorie de Markov, exploitées par Lin et Yang [84] et par Lassen et Sorensen [85],...Beaucoup d'ouvrages font référence à l'ensemble de ces méthodes comme ceux de Thoft-Christensen et Baker [86], Madsen et al. [87], Melchers [86] et Lemaire [76].

#### IV.3. Variables

Un matériau ou une structure mécanique sont considérés comme des systèmes comportant une entrée, un état et une sortie. Le schéma d'organisation des variables est donné dans la figure IV.1.

Notons:

- $A_i(t)$  – les  $i = 1, \dots, p$  données d'entrée  $i$  du système mécanique, fonction du temps  $t$ , relatives au chargement, aux actions appliquées au système et aux déplacements imposés;
- $R'_m(t)$  – les  $m = 1, \dots, s$  variables d'entrée de la ressource disponible, en contexte mécanique ce sont les paramètres de résistance des matériaux, les caractéristiques géométriques de sections et les déplacements admissibles;



**Fig. IV.1.** Schéma d'organisation des variables.

- $K_j(t)$  – les  $j = 1, \dots, q$  données d'état du système mécanique (sauf celles pouvant être incluses dans les variables de sortie), séparées en deux catégories:  $K_{jf}^f$  ( $jf$  données imposées par le cahier des charges) et  $K_{jp}^p$  ( $jp$  données à la disposition du projeteur), cette séparation est utile dans un contexte de conception ou d'optimisation. Elles contiennent les caractéristiques géométriques, celles des matériaux et les conditions aux limites.

Un premier modèle de calcul permet de simuler (au sens physique et non statistique) une réalisation des besoins (sollicitations) qui constituent  $k = 1, \dots, r$  variables de sortie du modèle, notées  $S_k(t)$ . Si  $F(\dots)$  est un opérateur mathématique représentatif du modèle mécanique, il existe alors une relation du type:

$$F(t, A_i, K_{jf}^f, K_{jp}^p, S_k) = 0 \tag{Eq.IV.1}$$

Ce modèle est peut-être très complexe, par exemple lorsqu'il résulte d'une modélisation avancée avec une résolution par éléments finis.

De même, un second modèle mécanique permet de construire les réalisations des ressources qui constituent les  $l = 1, \dots, s$  variables  $R_l(t)$ . En général, ce modèle est simple et la relation entre  $R'$  et  $R$  est souvent l'identité et elle n'est pas explicitée ici. Il faut cependant noter que la séparation entre les variables  $S$  et  $R$ , telle qu'elle apparaît sur la figure V.1, n'est pas toujours possible, certaines variables pouvant se trouver aussi bien dans le modèle de sollicitation que dans le modèle de résistance. Il en est ainsi en fatigue lorsque les sollicitations successives dégradent la résistance.

**IV.4. Modèle de dimensionnement**

Le succès d'un dimensionnement est traduit par la vérification d'une égalité fonction du temps  $t$ , du type:

$$G(S_k(t), R_l(t)) < 0, \forall t \in [0, T] \tag{Eq.IV.2}$$

Et dans un cas simple de séparation des variables, pour chaque couple  $k, j$  significatif:

$$S_k(t) < R_l(t), \forall t \in [0, T] \quad \text{Eq.IV.3}$$

Où  $[0, T]$  est la durée de vie exigée ou période de référence pour laquelle le dimensionnement est étudié. Le projeteur tend alors à déterminer le meilleur dimensionnement, c'est-à-dire celui qui optimise un critère d'objectif (souvent de coût généralisé) pour un niveau de fiabilité donné. Il propose et justifie les valeurs à donner aux variables  $K_{jp}^p$ .

$G(\dots)$  est la fonction de performance associée à une règle de fonctionnement, elle traduit le scénario de défaillance combinant l'évaluation des sollicitations et de résistances souvent fonction des variables élémentaires. Le scénario traduit l'équilibre entre la ressource et le besoin et il s'exprime par une fonction de performance. La relation  $G(\dots) = 0$  constitue l'état- limite.

Les variables  $A_i, R'_m$  et  $K_j$  constituent les variables de base alors que  $S_k$  et  $R_l$  constituent les variables de sortie.

La formulation la plus simple consiste à considérer la résistance  $R$  et la sollicitation agissante  $S$  comme variables de sortie indépendantes du temps. Il est alors possible de décrire l'état de la structure à travers une seule variable aléatoire globale, la marge  $Z = R - S$ , ce qui constitue le cas élémentaire résistance – sollicitation.

#### IV.5. Domaines de sûreté et de défaillance

$$\text{Soit : } X_n = (A_{i=1,\dots,p}, K_{j=1,\dots,q}, R'_{m=1,\dots,s'}) , n = 1, \dots, p + q + s' \quad \text{Eq.IV.4}$$

Ou bien :

$$X_n = (S_{k=1,\dots,r}, R_{l=1,\dots,s}) \quad \text{Eq.IV.5}$$

$m = 1, \dots, r + s$ , Le vecteur aléatoire constitué des variables aléatoires considérées. Les équations (IV.4) et (IV.5) définissent une fonction  $G_k(\dots)$  pour chaque scénario  $k$  de fonctionnement possible.

Les fonctions  $G_k(X_n)$  ;  $k = 1, \dots, \mu$  décrivent l'état de la structure:

- $G_k(X_n) > 0$  définit le domaine de sûreté  $D_s$ , domaine intérieur à l'état limite, domaine des événements de succès.
- $G_k(X_n) \leq 0$  définit le domaine de défaillance  $D_f$ , domaine extérieur à l'état limite, domaine des événements de défaillance. Il peut ne pas exister.

-  $G_k(X_n) = 0$  définit conventionnellement la surface d'état limite, frontière (si  $D_f$  existe) entre deux domaines  $D_s$  (intérieur) et  $D_f$  (extérieur), c'est la fonction d'état limite. Le choix d'inclure l'état limite  $G_k(X_n) = 0$  dans le domaine de défaillance est arbitraire. Si les variables sont continués, la mesure de la probabilité de défaillance sur l'état limite est nulle; si les variables sont discrètes, ce choix est défavorable du point de vue de la sûreté [76]. La notion de scénario souligne une décision à prendre pour séparer l'acceptable de l'inacceptable. Elle dépend du niveau de modélisation nécessaire et des enjeux. L'acceptable peut n'inclure que des réalisations élastiques par exemple, ou bien accepter un comportement élastoplastique. La continuité de comportement dans le domaine de sûreté et sur l'état limite au moins traduit le fait que le fonctionnement est considéré comme étant en mode dégradé.

#### IV.6. Probabilité de défaillance

Le scénario de fonctionnement est la disponibilité d'une résistance supérieure à la sollicitation, i.e.:

$$G(r, s) = r - s > 0 \quad \text{Eq.IV.6}$$

et le scénario de non fonctionnement, ou de défaillance, est alors:

$$G(r, s) = r - s \leq 0 \quad \text{Eq.IV.7}$$

La mesure de la défaillance est alors la probabilité associée à l'événement  $\{R - S \leq 0\}$ , soit:

Probabilité de défaillance:

$$P_f = \text{Prob}(\{R - S \leq 0\}) \quad \text{Eq.IV.8}$$

La fiabilité est, pour sa part, définie comme le complément de la probabilité de défaillance:

$$\text{Fiabilité} = 1 - P_f \quad \text{Eq.IV.9}$$

R et S sont deux variables aléatoires caractérisées par une densité conjointe de probabilité notée  $f_{R,S}(r, s)$ .

La probabilité de défaillance  $P_f$ , associée à la marge Z, est le poids probabiliste de la partie de l'espace constituée par le domaine  $D_f$  :

$$z = r - s \leq 0 \quad \text{Eq.IV.10}$$

$$P_f = \text{Prob}(R - S \leq 0) = \int_{r-s \leq 0} f_{R,S}(r, s) dr ds \quad \text{Eq.IV.11}$$

Si les deux variables sont statistiquement indépendantes, alors la densité conjointe de probabilité est le produit des densités de chaque variable :



$$f_{R,S}(r,s) = f_R(r)f_S(s) \quad \text{Eq.IV.12}$$

Nous notons les densités de probabilité et les fonctions de répartition de  $R$  et  $S$  par :

Pour  $R$  :  $f_R(r)$  et  $F_R(r)$  ; pour  $S$  :  $f_S(s)$  et  $F_S(s)$

Deux expressions sont utilisées pour l'écriture de  $P_f$ .

**Première expression de  $P_f$  :**

Soit  $A$  l'événement {la sollicitation  $S \in [x, x + dx]$ } et  $B$  l'événement {la résistance  $R < x$ }. La probabilité de défaillance, pour des sollicitations comprises entre  $x$  et  $x + dx$ , est la probabilité de l'événement  $\{A \cap B\}$ :

$$\text{Prob}\{A\} = f_S(x)dx \quad \text{Eq.V.13}$$

$$\text{Prob}\{B\} = \int_{-\infty}^x f_R(\xi)d\xi = F_R(x) \quad \text{Eq.IV.14}$$

Comme les événements sont indépendants :

$$dP_f = \text{Prob}\{A \cap B\} = \text{Prob}\{A\} \cdot \text{Prob}\{B\} = f_S(x)dx F_R(x) \quad \text{Eq.IV.15}$$

Pour toutes les sollicitations possibles:

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} f_S(x)F_R(x)dx \quad \text{Eq.IV.16}$$

**Deuxième expression de  $P_f$  :**

Une autre expression de  $P_f$  est obtenue à partir des événements:

$$A = \{\text{La résistance } R \in [x, x + dx]\} \Rightarrow \text{Prob}\{A\} = f_R(x)dx \quad \text{Eq.IV.17}$$

$$B = \{\text{Sollicitation } S < x\} \Rightarrow \text{Prob}\{B\} = \int_{-\infty}^x f_S(\xi)d\xi = F_S(x) \quad \text{Eq.IV.18}$$

La défaillance est l'intersection des événements  $\{A\}$  et complémentaire de  $\{B\}$ .

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} (1 - F_S(x))f_R(x)dx \quad \text{Eq.IV.19}$$

Le calcul de la fiabilité  $P_S = 1 - P_f$  sera déduit de la relation :

$$P_S = 1 - \left( \int_{-\infty}^{+\infty} f_R(x)dx - \int_{-\infty}^{+\infty} F_S(x)f_R(x)dx \right) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_S(x)f_R(x)dx \quad \text{Eq.IV.20}$$

En construction, par exemple, une probabilité de défaillance structurale engendrant un risque de  $10^{-7}$  décès par an apparaît comme une valeur suffisamment forte pour motiver une attention particulière des concepteurs [77]. Ce n'est cependant pas le seul critère et le niveau de fiabilité dépend aussi d'une optimisation économique. Un niveau plus faible est tout à fait acceptable si les risques encourus restent dans des limites géométriques et temporelles strictes.

#### IV.7. Traitement des incertitudes

Les variables de base intervenant dans l'équation de défaillance, sont des variables physiques:

- La géométrie;
- Les propriétés des matériaux, notamment les cinétiques de dégradation, les coefficients des lois de dégradation, la limite élastique et la résistance à la rupture;
- Les méthodes de maintenance, d'inspection et leur efficacité.

Il ne faut pas se priver de la recherche de structure ou installation similaires, dans les mêmes conditions d'environnement exploitation – maintenance.

Comme pour tout problème de sûreté de fonctionnement, il convient de vérifier:

- la justesse des données;
- leur représentativité;
- leur pertinence;

Ces variables sont, en outre, incertaines et toutes les incertitudes doivent être considérées dans le cas d'une analyse de fiabilité.

Les variables de base peu incertaines sont considérées déterminantes. Pour les autres variables, il conviendra de les présenter par un histogramme ou par distribution de problème.

On peut distinguer différents types d'incertitudes:

- L'incertitude avec le temps de fonctionnement;
- Incertitude dans l'espace;
- Les erreurs dues aux instruments de mesures;
- L'incertitude statistique due au nombre d'observation d'une variable de base;
- Enfin l'incertitude due au modèle de fiabilité des structures utilisées, à l'équation de défaillance utilisée, pour expliquer les phénomènes physiques et leurs effets. Cette dernière incertitude est réductible par un accroissement des connaissances;

Pour de meilleures évaluations de fiabilité, il est nécessaire de toujours réduire l'incertitude, notamment en complétant les échantillons des variables de base:

- En collectant plus encore les données notamment celles qui s'avèrent nécessaires;

- En collectant le retour d'expérience analogue;
- En enrichissant les données par l'expertise, même si cette expertise est vague et dispersée;
- En utilisant les méthodes statistiques.

#### **IV.8. Les recherches récentes dans le domaine de la fiabilité des engrenages**

Plusieurs travaux de recherche sur la fiabilité des engrenages ont été effectués. Nous citons, entre autres, ceux de Milosav Ognjanovic et Miloš Ristic [89], qui ont fait une étude sur la fiabilité d'un réducteur. Un moyen spécifique a été introduit pour la fiabilité élémentaire et la fiabilité du système. La conception robuste et axiomatique des composants des réducteurs est adaptée pour la définition des paramètres de conception.

Md. Hazrat Ali et al. [90] ont présenté une étude en se basant sur un système- caméra développé pour améliorer la sécurité et fiabilité du système de mesure du profil d'engrenage. D'habitude, les profils d'engrenage sont mesurés en utilisant un système de stylet à contact. Pendant la mesure, une surveillance humaine est nécessaire pour éviter les accidents et parfois faire face à un grand danger en ce qui concerne la sécurité du corps en particulier les yeux. Le stylet est tranchant et mince et s'il est rentré en collision avec les dents d'engrenage, il y a une forte probabilité de rupture et disperse la pointe du stylet. Ce papier présente aussi une réussite dans la mise en œuvre du système de caméra pour la mesure de précision qui minimise le temps et augmente la sécurité et la fiabilité de la mesure avec l'augmentation de la performance du système de production. Le suivi du stylet basé sur la couleur algorithmique est mis en œuvre pour acquérir une meilleure fiabilité du système complet.

Une méthode d'éléments stochastiques (SFEM) est développée par X.Q Peng et al [91]. Pour une analyse précise de la fiabilité structurelle. En utilisant la fiabilité analytique par la méthode du second ordre (SORM), cette méthode prend en compte les facteurs aléatoires de la charge, les paramètres des matériaux et surtout la géométrie. Le calcul de la fatigue en flexion a permis d'étudier la fiabilité de la résistance d'un faisceau cantilever avec un exemple numérique pour vérifier la méthode présentée. En incorporant la théorie de la fatigue d'engrenage, elle est ensuite utilisée pour analyser la fiabilité de la résistance à la fatigue en flexion d'un engrenage droit. Les effets du coefficient de variation des variables aléatoires, l'asymétrie et le facteur de correction de l'engrenage (variable non aléatoire) sur la fiabilité de l'engin sont également étudiés.

Une méthode est discutée par K.V Syzrantseva [92], concernant le calcul de la fiabilité de la force de la dent des engrenages lorsqu'ils se courbent et résistent ainsi à la fatigue. Il est basé sur la simulation numérique des valeurs aléatoires et un modèle statistique non paramétrique. Cela permet

de corriger l'évaluation de la probabilité de défaillance et la performance des dentures droites sous n'importe quelle condition de charge.

Nous focalisons notre travail ici, sur la fiabilité de la denture droite en fatigue de flexion et l'utilisation des facteurs d'importance.

#### **IV.9. Contexte de l'étude fiabiliste**

La sécurité offerte par une structure est considérée comme suffisante dès lors qu'une éventuelle défaillance exposerait les personnes, les biens et l'environnement à un risque inférieur à une limite acceptable. La fiabilité d'une structure se caractérise quant à elle par la performance de celle-ci à remplir une fonction définie sous des conditions données, pendant une durée fixée et en respectant le niveau de sécurité exigé.

La difficulté dans l'évaluation de la fiabilité provient de la nature incertaine des phénomènes mis en jeu sur la structure considérée (variabilités des propriétés des matériaux, imprécisions géométriques, aléas des chargements appliqués,..), qui vont avoir un impact significatif sur les performances du système. Aussi il est indispensable d'intégrer ces incertitudes de façon à travailler sur des modélisations réalistes.

Traditionnellement, le dimensionnement des structures mécaniques est fondé sur une démarche déterministe dans laquelle l'ensemble des paramètres précités prennent une valeur fixe. Précisément, les paramètres incertains sont décrits par une valeur caractéristique défavorable. Associée à des coefficients de sécurité, l'analyse conduit alors à une réponse binaire ("sûreté" ou "défaillance") vis-à-vis d'un critère donné, qui traduit d'une certaine manière la confiance que l'on peut accorder à ce dimensionnement précis. L'approche déterministe utilise par conséquent une marge volontairement pessimiste conduisant le plus souvent à un surdimensionnement injustifié.

En revanche, dans la démarche probabiliste, on construit une modélisation stochastique dans laquelle les données incertaines sont représentées par des variables aléatoires. On peut ensuite évaluer la probabilité de défaillance de la structure (aspect quantitatif) ainsi que mesurer la sensibilité de cette probabilité par rapport à chacune des variables aléatoires introduites (aspect qualitatif). Deux applications sont envisageables: soit on connaît les caractéristiques de la structure et on vérifie que sa fiabilité est satisfaisante; soit on optimise le dimensionnement de celle-ci de façon à respecter un niveau de fiabilité donné. Par un traitement plus rationnel des incertitudes, l'approche fiabiliste permet donc une meilleure appréciation des marges de sécurité à l'aide

d'indicateurs de confiance objectifs, et constitue en ce sens un outil adéquat pour l'aide à la décision en phases de conception et de maintenance.

On se focalisera par la suite sur la fiabilité mécanique dans l'engrenage (appelé par la suite structure). Dans ce contexte, l'analyse fiabiliste se décline en trois étapes:

- En premier lieu, la sélection des variables aléatoires de base, qui vont intégrer les incertitudes mises en jeu au travers de leur loi de distribution,
- Dans un second temps, le choix d'une fonction de performance définissant la défaillance du système,
- Enfin, le calcul des indicateurs de fiabilité, qui vont fournir une évaluation quantitative et qualitative de la fiabilité de celui-ci.

#### **IV. 10. Calcul de la fiabilité des engrenages**

Les calculs qui vont suivre tiennent compte des recommandations de la norme **DIN 3990** et qui sont valables pour les engrenages cylindriques et coniques. Les dents sont soumises à la flexion, à la compression et au cisaillement. On admet tout d'abord qu'un seul couple de dents est en contact (engrené).

La dent est dangereusement sollicitée à sa racine, quand la force normale  $F_n$  est appliquée à l'extrémité de la dent; le moment fléchissant dans la section dangereuse, qui est la racine de la dent, atteint sa valeur maximale (Fig.IV.2). Dans la section dangereuse, en négligeant la contrainte de cisaillement, on a la contrainte de flexion.

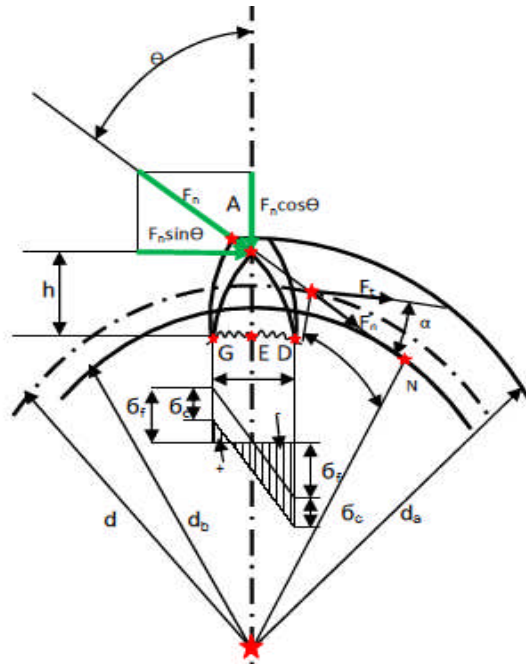


Fig. IV.2. Forces agissantes sur une dent.

Le tableau suivant illustre les données prises en compte dans le modèle physique dit aussi mécanique. On y trouve les paramètres représentant les équations utilisées ci-dessous, les lois statistiques caractérisées par leurs moyennes et leurs coefficients de variation.

Tableau. IV.1. Calcul de résistance en flexion.

Paramètres	Description (unité)	Loi	Moyenne	CV
Module	m (mm)	Normale	4.5	0.1
Diamètre primitif	d (mm)	Normale	108	0.15
Largeur	B (mm)	Normale	20	0.1
Facteur de forme	$y_F$ (SU)	Normale	2,1 (1,8-3,8)	0.1
Facteur de conduite	$Y_\epsilon$ (SU)	Normale	0,8 (0,4-1)	0.1
Facteur de service	K (SU)	Normale	1.3 (0.6-3.5)	0.2
Puissance	P (KW)	Log normale	5.5	0.15
Vitesse de rotation	n (tr/min)	Normale	500-3000	0.15
Limite d'endurance à la flexion répétée	$\sigma_{DRF}$ N/mm <sup>2</sup>	Log normale	350	0.15

La fonction de performance est définie comme étant la résistance moins la sollicitation ; donc la contrainte à la flexion diminuée de la contrainte maximale.

$$\sigma_{max} = \frac{F_t}{b.m} \cdot Y_F \cdot Y_\varepsilon \leq [\sigma_f] \left( \frac{N}{mm^2} \right) \quad \text{Eq.IV.21}$$

$$F_t = \frac{2000.M_t(K)}{d} \quad (N) \quad \text{Eq.IV.22}$$

$$M_t = 9550 \cdot \frac{P}{n} \quad (N.m) \quad \text{Eq.IV.23}$$

$$[\sigma_f] = \sigma_{DRF} / 2 \left( \frac{N}{mm^2} \right) \quad \text{Eq.IV.24}$$

$$G = [\sigma_f] - \sigma_{max} \quad \text{Eq.IV.25}$$

#### IV.11. Résultats et discussions

L'étude fiabiliste nous donne des éléments de réponse à une conception optimale des engrenages selon un cahier des charges bien défini. En se basant sur les données de base du tableau ci-dessus selon la norme DIN 3990, la figure IV.3 montre l'évolution de l'indice de fiabilité en fonction du facteur de forme. Ce dernier, dépend généralement de deux paramètres géométriques, d'une part le nombre de dent, et d'autre part le quotient de déport  $x$  de la correction du profil de dent. En effet, plus le facteur de forme est accru, plus l'indice de fiabilité décroît de 3.5 jusqu'à une valeur de 1,4. Par conséquent, la probabilité de défaillance est de plus en plus croissante (Fig.IV.4).

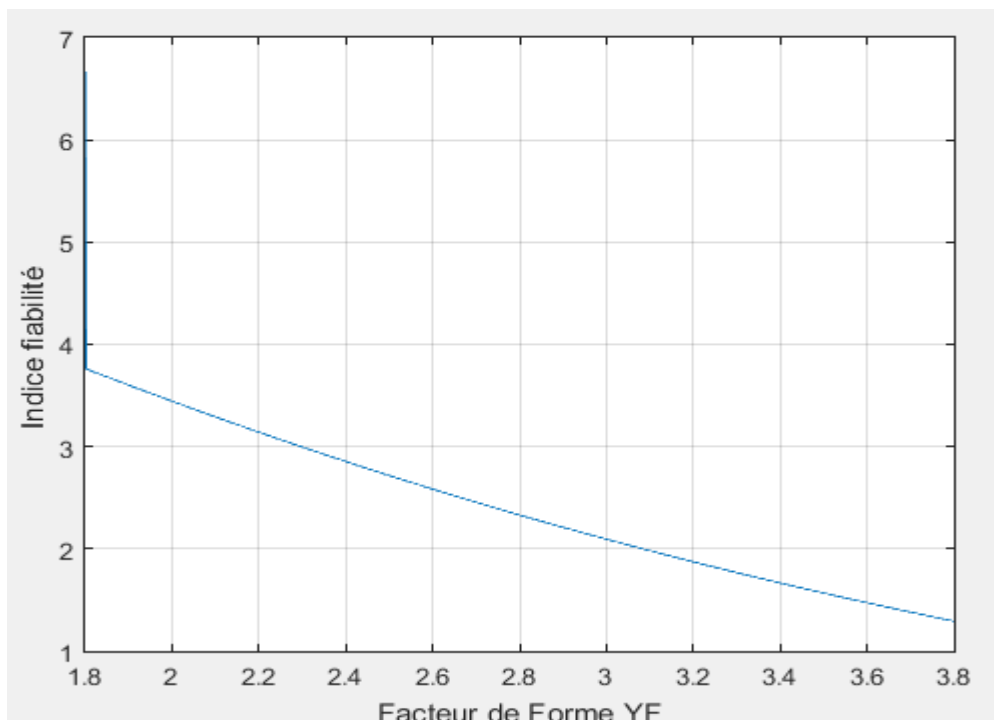
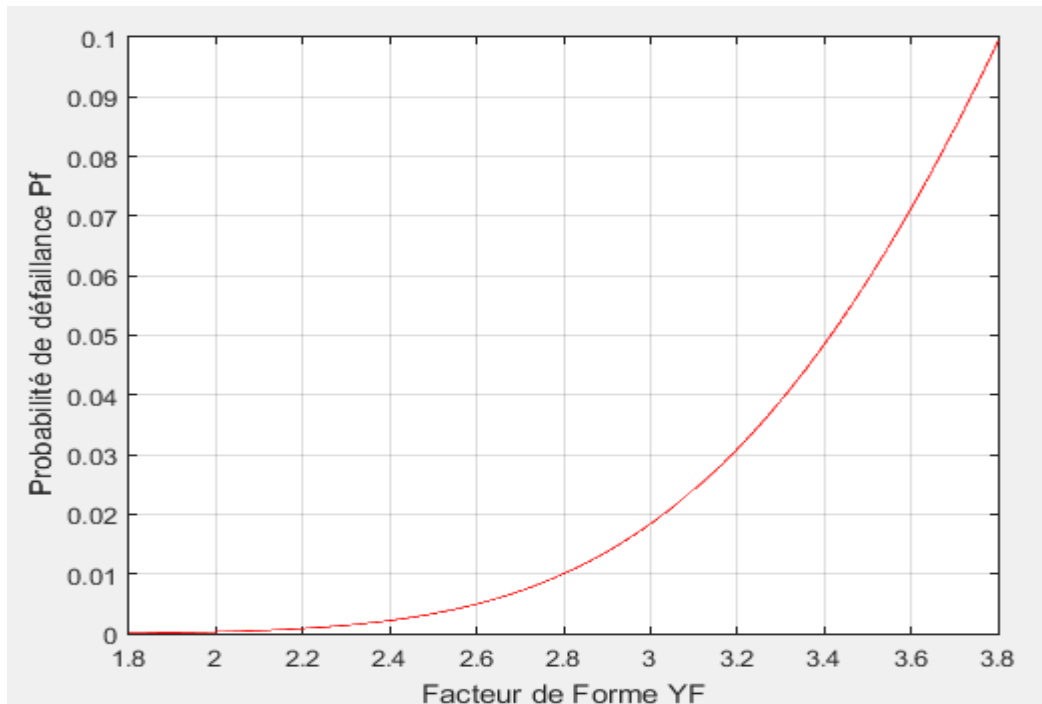
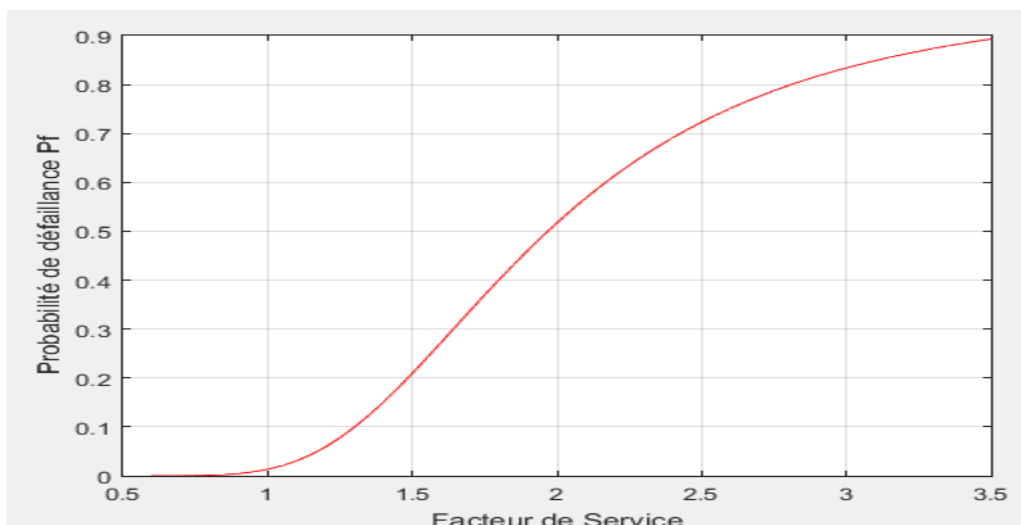


Fig. IV.3. Evolution de l'indice de fiabilité  $\beta$  en fonction du facteur de forme.



**Fig. IV.4.** Evolution de la probabilité de défaillance en fonction du facteur de forme.

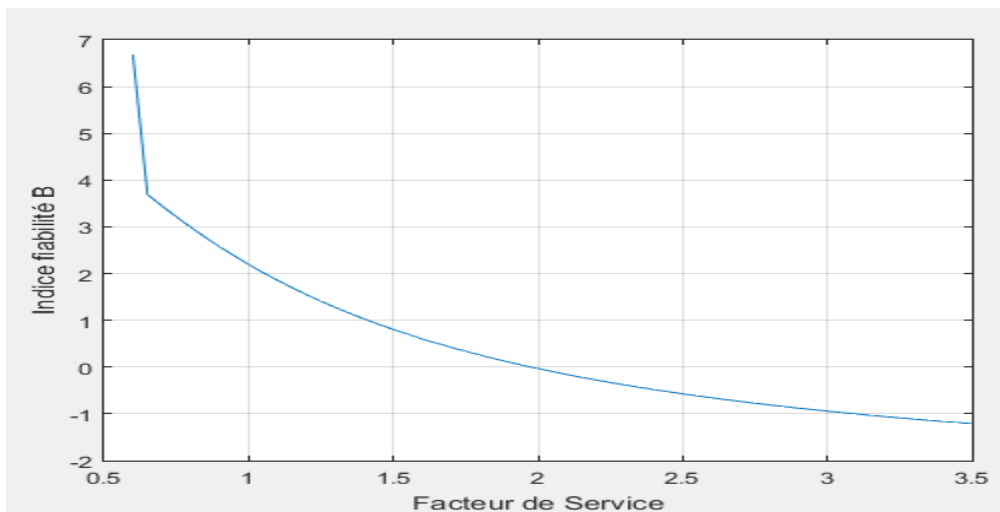
La figure IV.5 décrit l'évolution de la probabilité de défaillance en fonction du facteur de service. Le facteur de service étant un paramètre essentiel dans la transmission des puissances, il dépend généralement du type d'entraînement (Moteur électrique, moteur à combustion interne, machine à vapeur...etc.), du mode de démarrage (avec choc ou sans choc,.....etc.), de la durée de fonctionnement par jour, et enfin la sensibilité aux modes de défaillance des roues dentées. Cette probabilité commence à augmenter considérablement à partir d'un facteur de service de l'ordre de 1 pour atteindre une probabilité de défaillance de 0.9 environ à un facteur de 3.5.



**Fig. IV.5.** Evolution de la probabilité de défaillance en fonction du facteur de service.

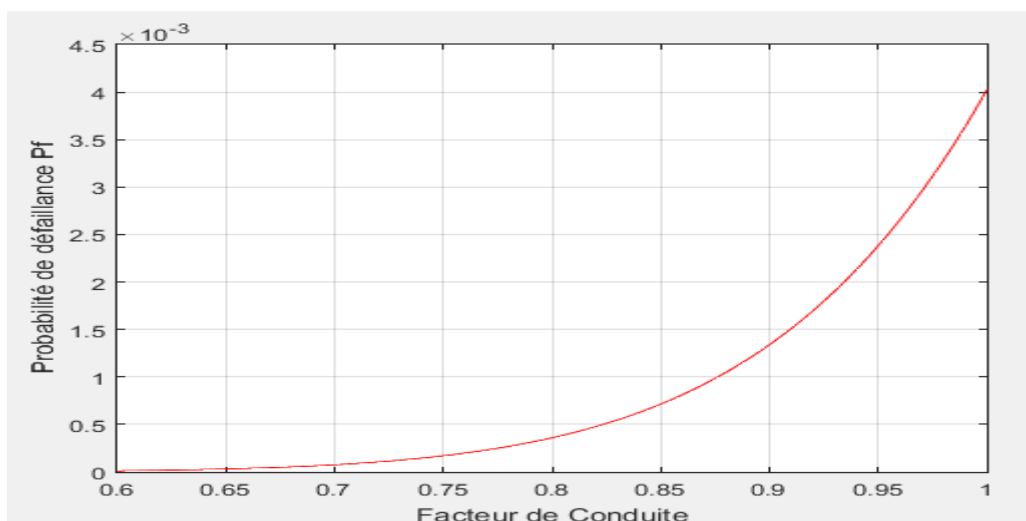


La figure IV.6 montre l'évolution de l'indice de fiabilité qui n'est autre que le complément de  $P_f$  dans 1.

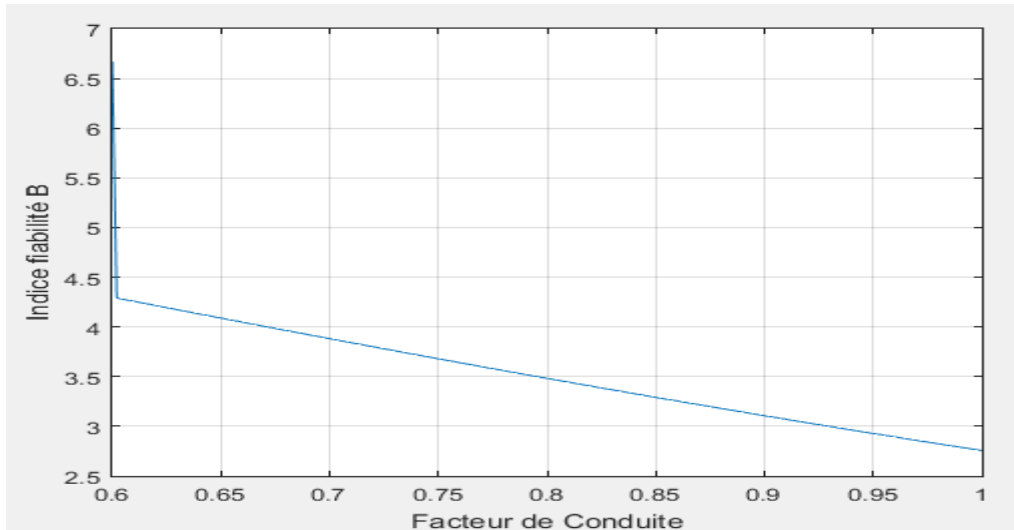


**Fig. IV.6.** Evolution de l'indice de fiabilité en fonction du facteur de service.

Le facteur de conduite est un paramètre essentiel pour le calcul de la résistance des engrenages, ce facteur est lié directement au facteur auxiliaire  $q_L$ . Pour plus de détail, le lecteur trouvera la méthode de détermination de ce facteur [1]. Mais ce dernier sert à saisir approximativement les conditions d'engrènement. On s'attend, lorsqu'il s'agit d'une bonne qualité de denture et de grandes sollicitations, à ce que la force tangentielle soit répartie uniformément sur le profil de dent. Alors pour des dentures de mauvaise qualité et de petites sollicitations, la force tangentielle est transmise essentiellement par une dent. Pour notre cas, la valeur du facteur de conduite est de l'ordre de 0,85, et d'après la figure IV.8 l'indice de fiabilité correspondant à cette valeur est de l'ordre de 3,5. Lorsque le facteur de conduite augmente la probabilité de rupture augmente (Fig.IV.7).

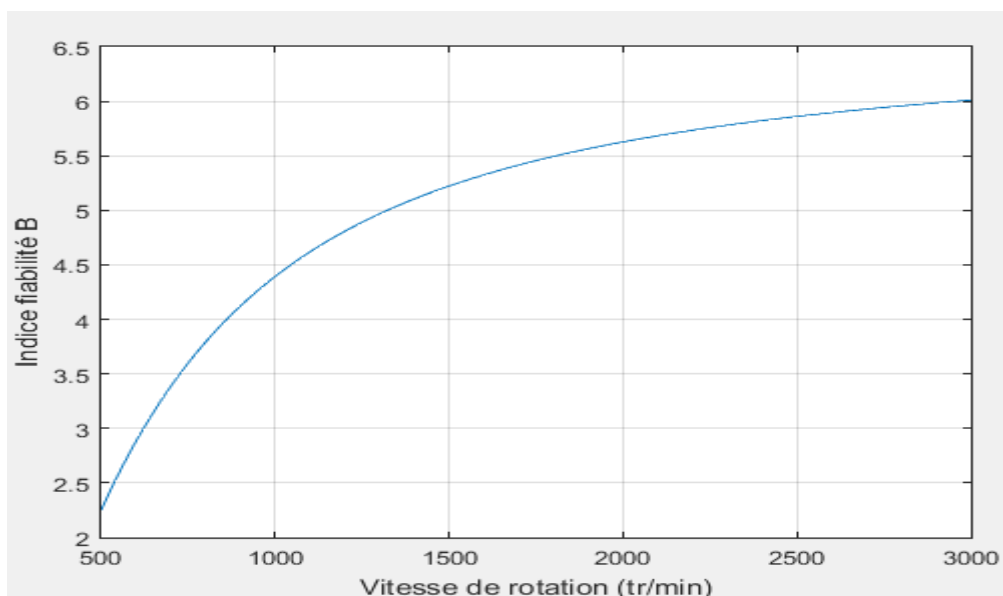


**Fig. IV.7.** Evolution de la probabilité de défaillance en fonction du facteur de conduite.

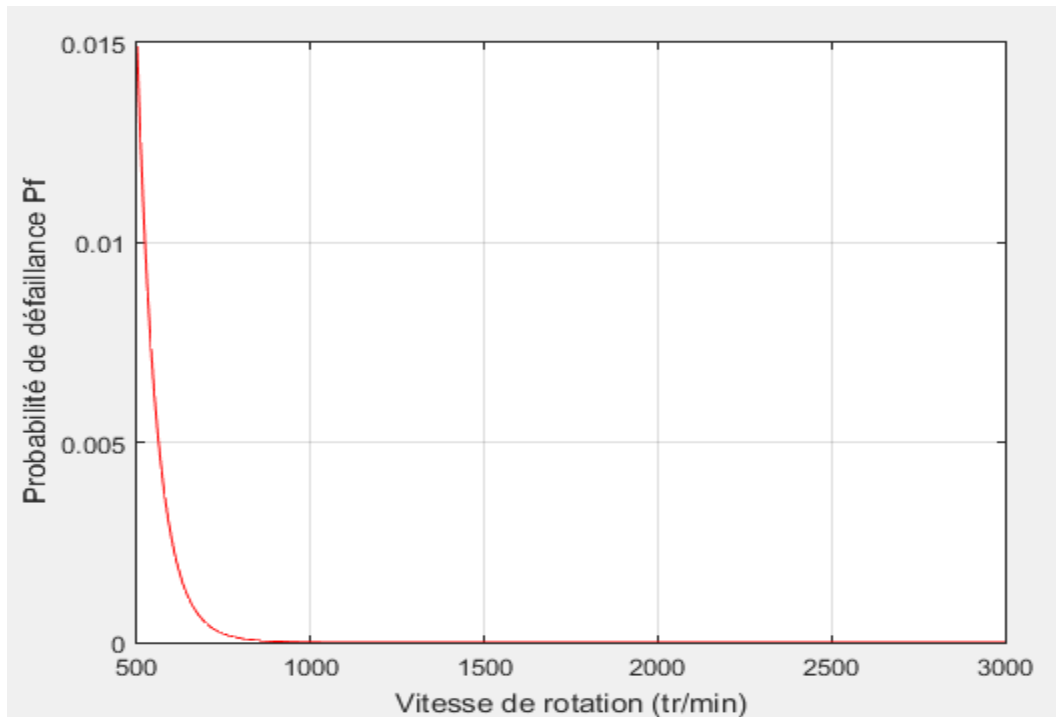


**Fig. IV.8.** Evolution de l'indice de fiabilité en fonction du facteur de conduite.

La figure IV.9 décrit l'évolution de l'indice de fiabilité en fonction de la vitesse de rotation. D'après l'équation (Eq. IV. 23), on voit clairement que lorsque le nombre de tours augmente, le couple diminue ; ensuite la sollicitation de flexion diminue. Par conséquent, l'indice de fiabilité (Fig.IV.9) augmente ce qui confirme les résultats trouvés dans le chapitre trois concernant l'influence du couple sur le nombre de cycles (Fig. III.23). Conformément aux résultats de l'indice de fiabilité, la probabilité de défaillance diminue brutalement jusqu'à une valeur de 0 % au delà de 750 tr/min, i.e pour être en sécurité totale. Il faut bien éviter les vitesses supérieures à 750 tr/min comme solution optimale de notre structure mécanique.

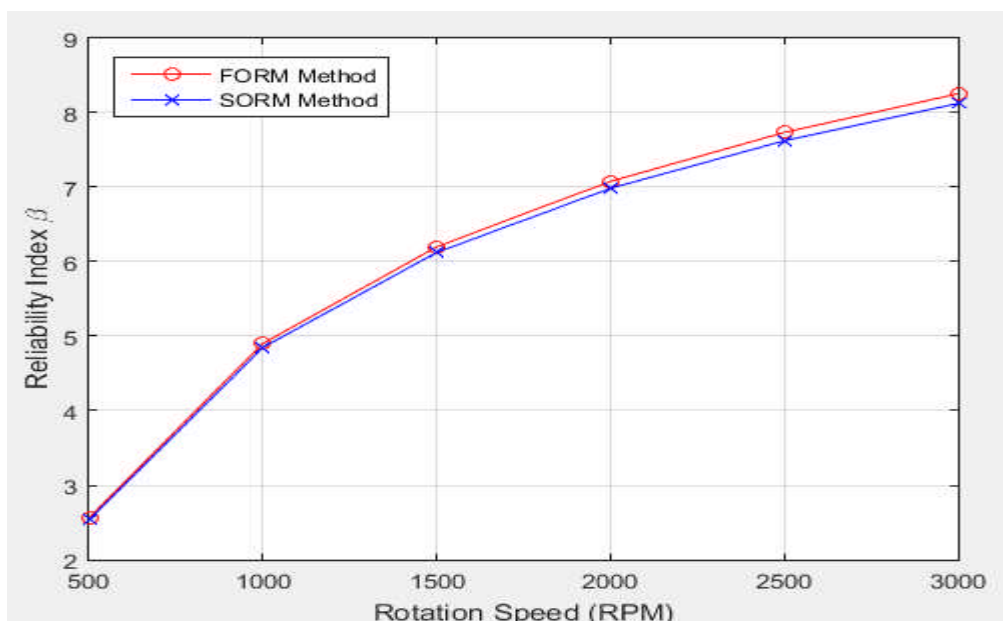


**Fig. IV.9.** Evolution de l'indice de fiabilité en fonction de la vitesse de rotation.



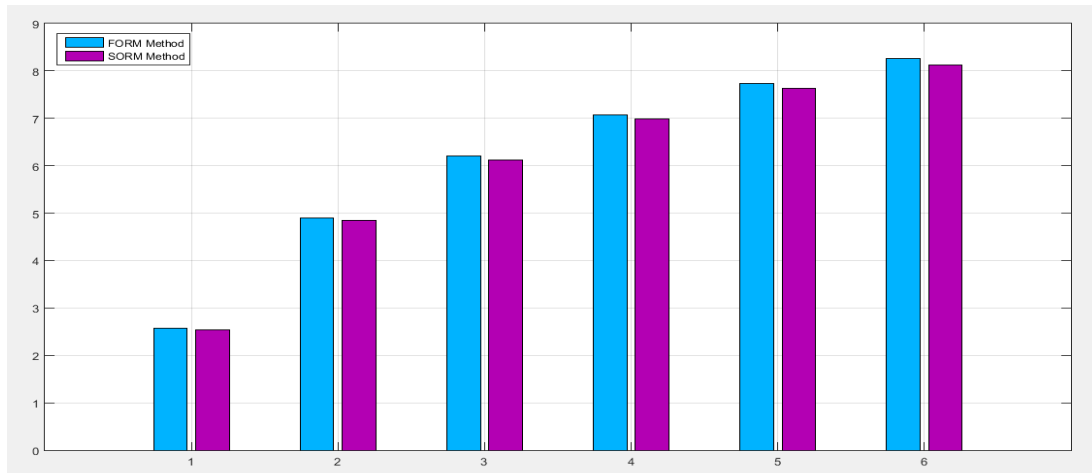
**Fig. IV.10.** Evolution de la probabilité de défaillance en fonction de la vitesse de rotation.

En utilisant les méthodes FORM et SORM, la figure IV.11, met en évidence l'indice de fiabilité qui nous indique un  $\beta$  qui évolue en fonction de la vitesse de rotation. Un  $\beta = 3.6$  correspond à une vitesse environ entre 700 et 800 RPM. L'écart des résultats de  $\beta$  avec les deux méthodes augmente avec l'augmentation de la vitesse de rotation. Il atteint son maximum à une vitesse de rotation de 3000 RPM.



**Fig. IV.11.** Indice de fiabilité en fonction de la vitesse de rotation par FORM et SORM.

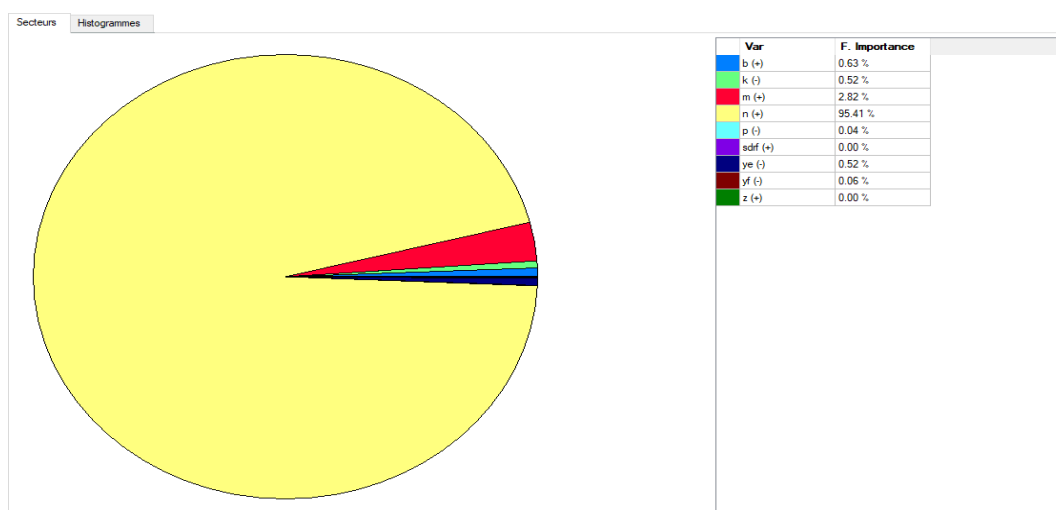
La figure IV.12 n'est autre qu'une représentation d'un diagramme en tuyau d'orgues de l'indice de fiabilité.



**Fig.IV.12.** Diagramme en tuyau d'orgue de l'indice de fiabilité en fonction de SORM et FORM.

La figure IV.13 montre bien le classement des différents paramètres intervenant dans le calcul de résistance à la flexion dans les engrenages à denture droite tels que ;

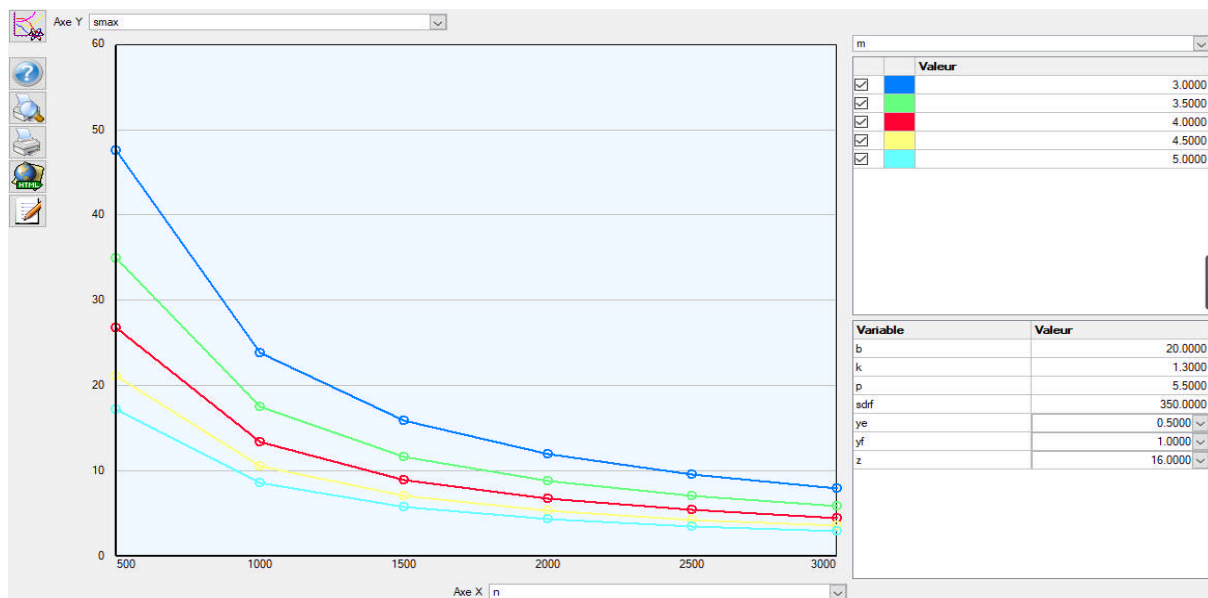
- Le module ( $m$ ) ;
- Le nombre de dents ( $Z$ ) ;
- Le facteur de forme  $Y_f$  ;
- Le facteur de conduite  $Y_\epsilon$  ;
- Le facteur de service  $K$  ;
- La vitesse de rotation  $n$ .



**Fig. IV.13.** Classement des paramètres par ordre d'importance

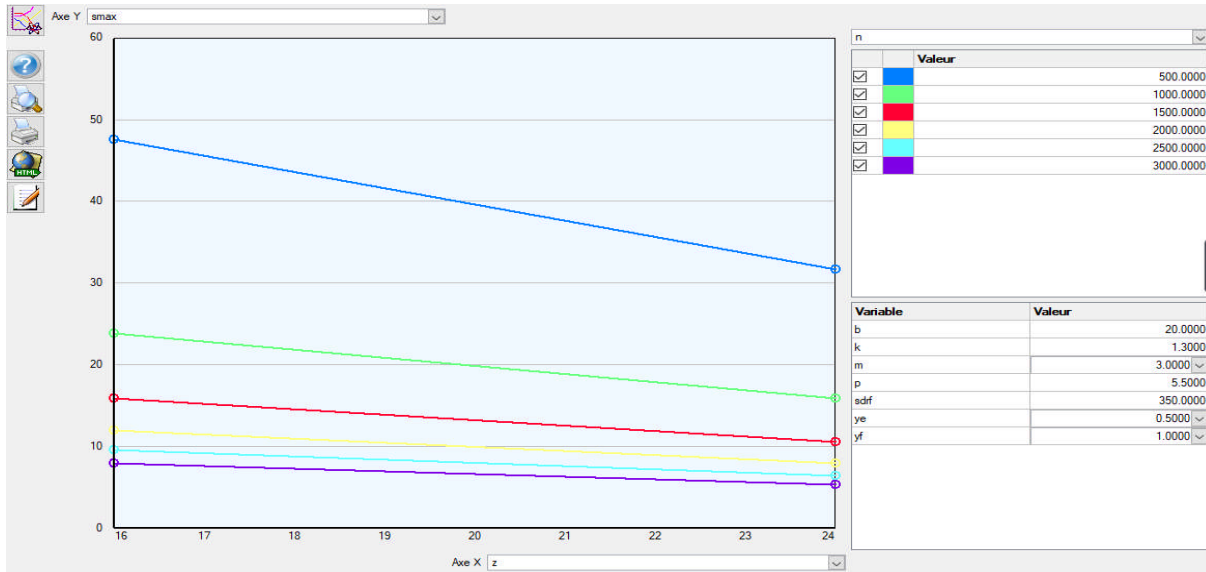
Finalement une analyse paramétrique est faite pour examiner l'influence de ces derniers sur la contrainte de flexion. Les résultats montrent l'importance de ces paramètres vis-à-vis de l'indice de fiabilité. L'influence du nombre de tours est de 95% tandis que le module représente 2,82%. En troisième lieu, on trouve le facteur de conduite avec 0,52% et la largeur de dent avec 0,53%. La puissance et nombre de dent, considérés comme paramètres fixes ont une influence très faible.

La figure IV.14 illustre l'influence du module sur la contrainte maximale en fonction du nombre de cycles. Nous remarquons que la contrainte diminue avec l'augmentation de  $m$ . En effet, à chaque fois que le module augmente, l'épaisseur de la dent croît et par conséquent, la dent devient plus résistante à la flexion.



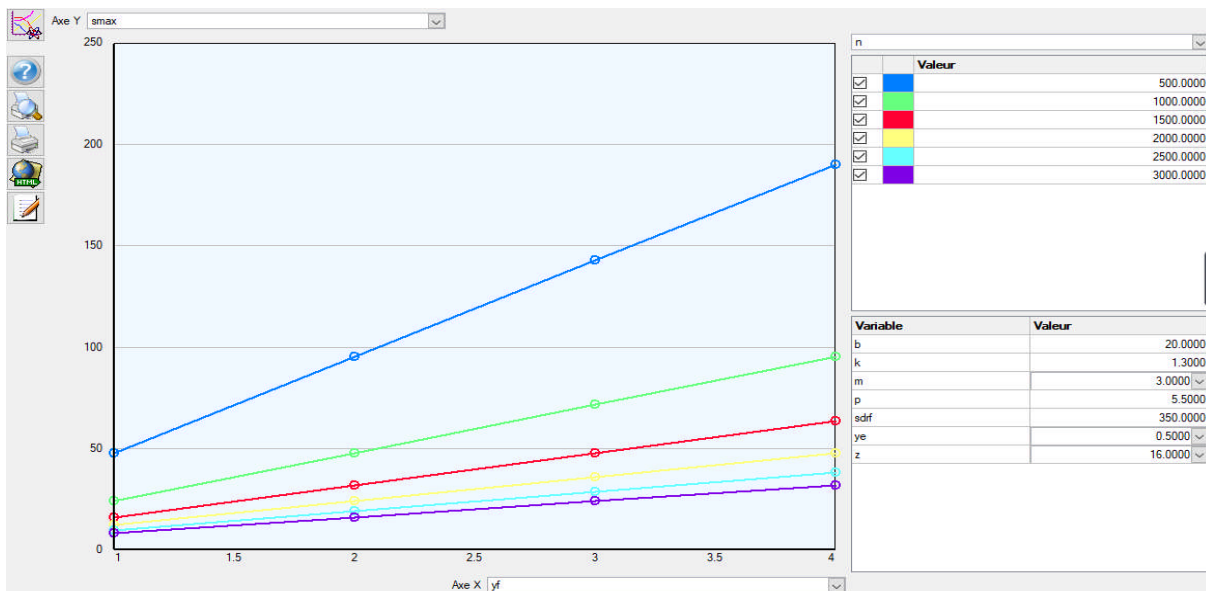
**Fig. IV.14.** Analyse de l'influence du module sur la contrainte maximale en fonction du nombre de cycles.

Aussi, la contrainte en fonction de  $z$  diminue avec l'augmentation de  $n$ . Cette diminution devient faible à chaque fois que  $n$  augmente (figure IV.15). Suite à l'augmentation du nombre de dents, l'épaisseur de la dent devient plus faible et de ce fait, la résistance décroît.



**Fig. IV.15.** Analyse de l'influence du module sur la contrainte maximale en fonction du nombre de dents.

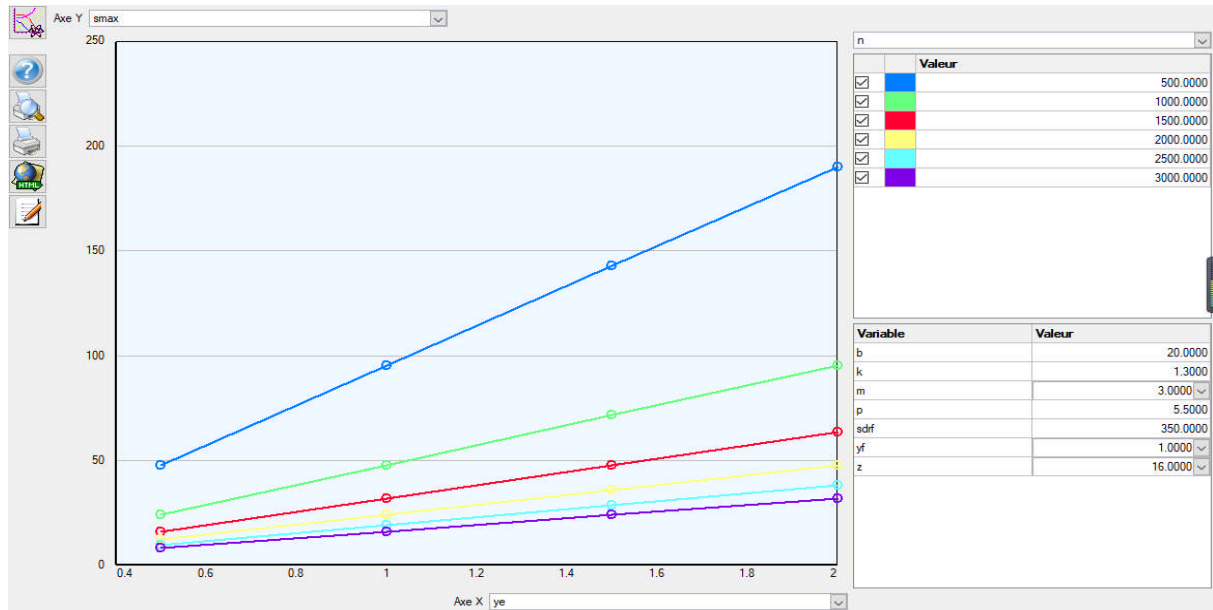
D'un autre côté, la figure IV.16 montre l'effet du nombre de tours sur l'évolution de la contrainte en fonction du facteur de forme. La contrainte à la racine de la dent augmente avec l'augmentation du facteur de forme. Celui-ci dépend de plusieurs facteurs, entre autres, le nombre de dents et le quotient de déport.



**Fig. IV.16.** Analyse de l'influence du module sur la contrainte maximale en fonction du facteur de forme.

L'influence du nombre de tours sur la contrainte maximale tracée en fonction du facteur de conduite est expliquée par la figure IV.17. Nous constatons qu'à chaque fois que  $n$  augmente, la contrainte augmente. Le facteur de conduite dépend généralement du rapport de conduite i.e le

nombre de dents. Ainsi, chaque fois que le rapport de conduite croit, la charge de transmission sera répartie sur deux dents prises en contact.



**Fig. IV.17.** L'influence du nombre de tours sur la contrainte maximale en fonction du facteur de conduite.

#### IV.12. Conclusion

L'évaluation de la fiabilité en approche stochastique est plus indiquée que l'approche déterministe. L'indice de fiabilité qui consiste à trouver la distance entre le point moyen de la marge  $G(x_i)$  et le point où la marge devient nulle (point de défaillance) en mesurant cette distance en nombre d'écart-types nous permet d'évaluer la fiabilité de l'engrenage.

L'étude fiabiliste nous donne des éléments de réponse à une conception optimale des engrenages selon un cahier des charges bien défini. En se basant sur les données de base, on a montré l'évolution de l'indice de fiabilité en fonction du facteur de forme.

Cet indice diminue une fois que le facteur de forme, le nombre de dent et le quotient du déport  $x$  de la correction du profil de dent augmentent. L'analyse de sensibilité permet de rechercher les variables aléatoires principales dont la dispersion a apporté la contribution significative de probabilité de défaillance de la structure. En effet, la marge de sûreté en dimensionnant un engrenage dépend essentiellement du nombre de tour ( $n$ ), du facteur de conduite ( $y_e$ ), du facteur de forme ( $y_f$ ), du facteur de service ( $K$ ), du nombre de dent ( $Z$ ) et du module ( $m$ ).

De telles études ouvrent des perspectives pour l'élaboration des plans d'inspection parfaite et imparfaite des dentures basée sur la fiabilité.

## *Conclusion générale*

Dans cette thèse et en premier lieu, une synthèse sur l'état de l'art sur la fatigue en flexion a été dressée, ainsi que les moyens de son analyse. Dans un premier temps, une évaluation critique des domaines abordés en a constitué le cadre théorique et pratique de ce travail. En soulevant ainsi les points forts et les lacunes du domaine, ceci nous a permis de préciser la problématique et les objectifs de notre étude, énoncés brièvement en introduction. Le contexte de recherche a ainsi été bien défini, la méthodologie à adopter dans l'atteinte des objectifs assignés est mieux choisie. En se basant sur les résultats précédents des différents auteurs, nous avons mené une étude sur la prédiction de l'initiation des fissures et sa trajectoire de propagation sur un engrenage (avec un déport positif), afin d'augmenter sa résistance à la flexion. Une étude fiabiliste est menée pour prédire ce comportement.

Le matériau choisi pour cette étude est le 42 CD 4, C'est un produit local de l'entreprise SIDER-El-Hadjar. Selon les normes, ce matériau a beaucoup de caractéristiques mécaniques, chimiques et physiques. Mais, il a une variété en composition chimique et par conséquent, leurs caractéristiques sont variables à cause de leur élaboration. Pour cette raison, nous avons élaboré un plan d'expérience afin de bien déterminer ces propriétés chimiques et mécaniques qui ont servi de données de départ du chapitre relatif à la modélisation. Ceci conduit à une meilleure interprétation des résultats.

Il a permis également de mieux faire le choix du matériau d'une part, et d'autre part de bien justifier les résultats pour la confection des roues dentées du banc d'essai.

Ensuite, nous avons présenté un modèle de calcul pour la détermination de la durée de vie de fatigue en flexion des engrenages à denture droite et plus précisément à sa racine. Le nombre de cycles de chargement requis pour la fatigue initiation ( $N_i$ ) et le nombre de cycles de chargement pour la propagation de la fissure ( $N_p$ ) dans la région la plus critique pour la fatigue en flexion ont été appréhendés. Le modèle proposé permet à l'utilisateur de déterminer l'ensemble de la durée de vie de service, compte tenu des paramètres du matériau à la fatigue. La période d'initiation de la fissure est basée sur une analyse de contrainte-déformation à l'aide de la MEF, où l'on a supposé que la fissure est initiée à la zone de la contrainte principale maximale i.e la racine de la dent. La propagation de la fissure de la dent d'engrenage a été simulée à l'aide des principes de la mécanique linéaire élastique de la rupture (MLER). La relation fonctionnelle entre le facteur d'intensité de contrainte et la longueur de la fissure  $K = f(a)$ , qui est nécessaire pour l'analyse consécutive de croissance des fissures de fatigue a été aussi montrée.

Le modèle est utilisé pour déterminer la durée de vie totale d'un engrenage droit en acier faiblement allié à haute résistance 42CrMo4.



Les résultats définitifs de l'analyse par MEF sont présentés. La courbe d'initiation de la fissure et celle de la propagation de fissure, représentent la durée de vie totale. Les résultats montrent aussi qu'à de faibles niveaux de contrainte proches de la limite de fatigue, presque toute la vie de service est attaquée par la fissuration. Il s'agit d'un facteur très important dans la détermination de la durée de vie des engins réels, parce que la plupart fonctionnent avec des conditions de charge à proximité de la limite de fatigue.

L'évaluation de la durée de vie basée sur la fiabilité en approche stochastique tient compte des incertitudes. L'indice de fiabilité qui consiste à trouver la distance entre le point moyen de la marge et le point où la marge devient nulle (point de défaillance) en mesurant cette distance en nombre d'écart-types nous permet d'évaluer la fiabilité de l'engrenage.

L'étude fiabiliste nous a donné des éléments de réponse à une conception optimale des engrenages selon des conditions bin définies. En se basant sur les données de base, on a montré l'évolution de l'indice de fiabilité en fonction du facteur de forme.

Cet indice diminue une fois que le facteur de forme, le nombre de dent et le quotient du déport  $x$  de la correction du profil de dent augmentent. L'analyse de sensibilité permet de rechercher les variables aléatoires principales dont la dispersion a apporté la contribution significative de probabilité de défaillance de la structure. En effet, la marge de sûreté en dimensionnant un engrenage dépend essentiellement du nombre de tour ( $n$ ), du facteur de conduite ( $y_\varepsilon$ ), du facteur de forme ( $y_f$ ), du facteur de service ( $K$ ), du nombre de dent ( $Z$ ) et du module ( $m$ ).

De telles études ouvrent des perspectives pour l'élaboration des plans d'inspection parfaite et imparfaite des dentures basée sur la fiabilité.

## *PERSPECTIVES*

L'étude expérimentale, la modélisation de la fatigue en flexion des engrenages à denture droite et l'étude fiabiliste à la conception de cette structure mécanique ont permis d'arriver à des résultats qui ouvrent plusieurs voies pour continuer notre recherche dans ce domaine. Nous citons entre autres :

- La préparation des éprouvettes pour la réalisation des essais de fatigue afin de déterminer la limite d'endurance et les constantes de la formule de Coffin-Manson de notre matériau ;
- Le développement du banc d'essai que nous avons commencé à réaliser. Le but de ce banc est de faire des expériences sur la fatigue des engrenages ;
- La modélisation en 3D de la propagation de la fissure (FRANC 3D) ;
- Le traitement statistique des résultats d'essais pour identifier les modèles statistiques les plus appropriés pour ce genre d'essai et de ce matériau ;
- L'élaboration des plans d'inspection (dans un premier temps avec les inspections parfaites ensuite avec les inspections imparfaites).

## ***Références***

- [1] J. Caprelle, *Traité théorique et pratique des engrenages 1*, Dunod. 6 éditions, 1979.
- [2] W. Lewis, “Investigation of the Strength of Gear Teeth,” *Proc. Eng. Club 'of Philadelphia*, pp. 16–23, 1892.
- [3] R. V. B. Stephen Prokofevich Timoshenko (Ingénieur), *Gear Tooth Stresses*, Illustrate. 1926.
- [4] T. J. DOLAN and E. L. BROGHAMER, “A Photoelastic Study of Stresses in Gear Tooth Fillets,” *Eng. Exp. Stn. Bull. Ser. No. 335*, 1942.
- [5] HEYWOOD, “Tensile Fillet stresses in Loaded Projections,” in *Inst. Mech. Eng.*, 1948, p. 159.
- [6] N. A. GLAUBITZ, “Dedendum Strength of Steel Spur Gears,” *VDI- Zeitschrift*, p. 923, 1950.
- [7] R. P. B.W. Kelley, “The beam strength of modern gear-tooth design,” *SAE Tech*, pp. 137–157, 1958.
- [8] M. A. Jacobson, “Bending Stresses in Spur Gear Teeth: Proposed New Design Factors Based on a Photo-elastic Investigation,” in *Inst. Mech. Eng*, 1955, pp. 587–609.
- [9] E. J. W. and A. Seireg, “Bending Strength of Gear Teeth by Cantilever-Plate Theory,” *J. Eng. Ind*, pp. 213–220, 1960.
- [10] W. C. L. Wilcox, “Application of finite elements to the analysis of gear tooth stresses,” *ASME J. Eng*, vol. 95, pp. 1139–1148, 1973.
- [11] R. M. G. Chabert, T. Dang Tran, “An evaluation of stresses and deflection of spur gear teeth under strain,” *ASME J. Eng*, vol. 96, pp. 85–93, 1974.
- [12] M. H. H. Winter, “The measurement of actual strains at gear teeth, influence of fillet radius on stresses and tooth strength,” *ASME J. Eng*, no. 96, p. 33–40., 1974.
- [13] I. M. A. J. Hearn, “A new look at the bending strength of gear teeth,” *Exp. Mech.*, vol. 20, no. 7, pp. 217–225, 1980.
- [14] R. W. Cornell, “Compliance and Stress Sensitivity of Spur Gear Teeth,” *J. Mech. Des.*, no. 103, pp. 447–459, 1980.
- [15] K. A. Oda, Satoshi, Kazuteru Nagamura, “Stress Analysis of Thin Rim Spur Gears by Finite Element Method,” *Bulletin JSME*, vol. 24, no. 193, pp. 1273–1280, 1981.
- [16] H. S. and A. T. Arai N., “Research on Bending Strength Properties of Spur Gears with a Thin Rim,” *Bull. Japanese Soc. Mech. Eng.*, pp. 1642–1650, 1981.
- [17] H. R. L. and C. J. . Chang S.H., “A Finite Element Stress Analysis of Spur Gears Including Fillet Radii and Rim Thickness Effects,” *J. Mech. Transm. Autom. Des.*, vol. 105, no. 3, pp. 327–330, 1983.
- [18] C. T. H. and K. A., “Simple Stress Formulas for a Thin-Rimmed Spur Gear,” *J. Mech. Transm. Autom. Des.* vol. 107, no. 3, pp. 406–423, 1985.

- [19] A. Gakwaya, G. Dhatt, and A. Cardou. “An implementation of stress discontinuity in the boundary element method and application to gear teeth”. *Appl. Math. Model.*, vol. 8, no. 5, pp. 319–327, 1984.
- [20] T. M. and K. H, “Stress analysis of spur gear in consideration of the ratio of contact,” *Bull. JSME*, vol. 28, pp. 2128–2135, 1985.
- [21] N. K. and A. K. Oda S., ‘Stress analysis by thin rim spurs gears by finite element method, Longman Hi. 1985.
- [22] S. Glodež, S. Pehan, and J. Flašker, “Experimental results of the fatigue crack growth in a gear tooth root,” *Int. J. Fatigue*, vol. 20, no. 9, pp. 669–675, 1998.
- [23] D. Shang, W. Yao, and D. Wang, “Fatigue Crack Initiation Size,” *Science (80-. )*, vol. 20, no. 9, pp. 683–687, 1998.
- [24] B. Aber and J. Fla, “Experimental Analysis of Propagation of Fatigue Crack on Gears,” vol. 38, no. 3, pp. 226–230, 2000.
- [25] M. Mackaldener and M. Olsson, “Interior fatigue fracture of gear teeth,” no. i, pp. 283–292, 2000.
- [26] M. Guagliano and L. Vergani, “Effect of crack closure on gear crack propagation,” *Int. J. Fatigue*, vol. 23, pp. 65–73, 2001.
- [27] S. Glodez, “A computational model for determination of service life of gears,” vol. 24, pp. 1013–1020, 2002.
- [28] J. Kramberger, M. Šraml, S. Glodež, J. Flašker, and I. Potrč, “Computational model for the analysis of bending fatigue in gears,” *Comput. Struct.*, vol. 82, no. 23–26, pp. 2261–2269, 2004.
- [29] A. Ural, G. Heber, P. A. Wawrzynek, A. R. Ingraffea, D. G. Lewicki, and J. B. C. Neto, “Three-dimensional , parallel , finite element simulation of fatigue crack growth in a spiral bevel pinion gear,” vol. 72, pp. 1148–1170, 2005.
- [30] A. Belsak and J. Flasker, “Method for detecting fatigue crack in gears,” *Theor. Appl. Fract. Mech.*, vol. 46, no. 2, pp. 105–113, 2006.
- [31] S. Jia and I. Howard, “Comparison of localized spalling and crack damage from dynamic modelling of spur gear vibrations,” *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 20, no. 2, pp. 332–349, 2006.
- [32] A. Belsak and J. Flasker, “Detecting cracks in the tooth root of gears,” vol. 14, pp. 1466–1475, 2007.
- [33] M. Haddar, “Three-Dimensional Analyses by Finite Element Method of a Spur Gear : Effect of Cracks in the Teeth Foot on the Mesh Stiffness,” pp. 475–481, 2007.
- [34] S. Podrug, D. Jelaska, and S. Glodež, “Influence of different load models on gear crack path shapes and fatigue lives,” *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, vol. 31, no. 5, pp. 327–339, 2008.

- [35] S. Pehan, J. Kramberger, J. Flašker, and B. Zafošnik, "Investigation of crack propagation scatter in a gear tooth's root," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 75, no. 5, pp. 1266–1283, 2008.
- [36] X. Xu, Z. Yu, Y. Gao, and T. Wang, "Crack failure of gears used in generating electricity equipment by wind power," vol. 15, pp. 938–945, 2008.
- [37] M. Amarnath, C. Ā. Sujatha, and S. Swarnamani, "Experimental studies on the effects of reduction in gear tooth stiffness and lubricant film thickness in a spur geared system," *Tribology International*, vol. 42, pp. 340–352, 2009.
- [38] F. Chaari, T. Fakhfakh, and M. Haddar, "Analytical modelling of spur gear tooth crack and influence on gearmesh stiffness," *Eur. J. Mech. A/Solids*, vol. 28, no. 3, pp. 461–468, 2009.
- [39] S. Zouari, M. Maatar, T. Fakhfakh, and M. Haddar, "Following spur gear crack propagation in the tooth root by finite element method," *Journal of Failure Analysis and Prevention*, vol. 10, no. 6, pp. 531–539, 2010.
- [40] Y. Pandya and A. Parey, "Failure path based modified gear mesh stiffness for spur gear pair with tooth root crack," *Eng. Fail. Anal.*, vol. 27, pp. 286–296, 2013.
- [41] M. Ali, E. Pahl, and S. Xiao, "Three dimensional fatigue crack initiation and propagation analysis of a gear tooth under various load conditions and fatigue life extension with boron / epoxy patches," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 135, pp. 126–146, 2015.
- [42] L. E. Alban, "Systematic Analysis of Gear Failures," vol. 249, p. 232, 1985.
- [43] M. M. a. Kader, S. P. Nigam, and G. K. Grover, "A study on mode of failures in spur gears under optimized conditions," *Mech. Mach. Theory*, vol. 33, no. 6, pp. 839–850, 1998.
- [44] P. J. L. Fernandes, "Tooth bending fatigue failures in gears," *Eng. Fail. Anal.*, vol. 3, no. 3, pp. 219–225, 1996.
- [45] I. Potr and J. Kramberger, "Numerical calculation of bending fatigue life of thin-rim spur gears," vol. 71, pp. 647–656, 2004.
- [46] D. Lewicki and R. Ballarini, "Rim thickness effects on gear crack propagation life," *Int. J. Fract.*, vol. 87, pp. 59–86, 1997.
- [47] A. A. Shaniavski and G. V. Skvortsov, "Crack growth in the gigacycle fatigue regime for helicopter gears," *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, vol. 22, no. 7, pp. 609–619, 1999.
- [48] G. Nicoletto, "Approximate stress intensity factors for cracked gear teeth," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 44, no. 2, pp. 231–242, 1993.
- [49] A. Blarasin, M. Guagliano, and L. Vergani, "Fatigue crack growth prediction in specimens similar to spur gear teeth," *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, vol. 20, no. 8, pp. 1171–1182, 1997.
- [50] D. Shang, W. Yao, and D. Wang, "A new approach to the determination of fatigue crack initiation size," *Int. J. Fatigue*, vol. 20, no. 9, pp. 683–687, 1998.

- [51] D. G. Lewicki, R. F. Handschuh, L. E. Spievak, P. A. Wawrzynek, and A. R. Ingraffea, "Consideration of Moving Tooth Load in Gear Crack Propagation Predictions," *J. Mech. Des.*, vol. 123, no. 1, p. 118, 2001.
- [52] L. E. Spievak, P. A. Wawrzynek, and A. R. Ingra, "Simulating fatigue crack growth in spiral bevel gears," vol. 68, pp. 53–76, 2001.
- [53] T. K. Hidayetoglu, "Effect of the gear finishing process on bending fatigue crack initiation and propagation in spur gears," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci.*, vol. 215, no. 7, pp. 785–792, 2001.
- [54] Y. Lei and M. J. Z. Ā, "Gear crack level identification based on weighted K nearest neighbor classification algorithm," vol. 23, pp. 1535–1547, 2009.
- [55] BUDYNAS and NISBETT, *Shigley's Mechanical Engineering Design*. .
- [56] S. Podrug, S. Glodež, and D. Jelaska, "Numerical modelling of crack growth in a gear tooth root," *Stroj. Vestnik/Journal Mech. Eng.*, vol. 57, no. 7–8, pp. 579–586, 2011.
- [57] M. Korsunsky, K. E. James, C. Aylott, and B. a Shaw, "Residual stresses in induction-hardened gear teeth mapped by neutron diffraction," *J. Strain Anal. Eng. Des.*, vol. 37, no. 4, pp. 337–344, 2005.
- [58] K. Inoue and M. Kato, "Crack growth resistance due to shot peening in carburized gears," *J. Propuls. Power*, vol. 11, no. 5, pp. 973–979, 1995.
- [59] M. Boniardi, F. D'Errico, and C. Tagliabue, "Influence of carburizing and nitriding on failure of gears - A case study," *Eng. Fail. Anal.*, vol. 13, no. 3 SPEC. ISS., pp. 312–339, 2006.
- [60] T. Masuyama, M. Kato, K. Inoue, and T. Yamashita, "Evaluation of bending strength of carburized gears based on a quantification of defect size in the surface layer," *J. Mech. Des. Trans. ASME*, vol. 124, no. 3, pp. 533–538, 2002.
- [61] L. Dimitrov, D. Michalopoulos, C. A. Apostolopoulos, and T. D. Neshkov, "Investigation of Contact Fatigue of High Strength Steel Gears Subjected to Surface Treatment," 2008.
- [62] R. C. Martins, N. F. R. Cardoso, H. Bock, A. Igartua, and J. H. O. Seabra, "Power loss performance of high pressure nitrided steel gears," *Tribol. Int.*, vol. 42, no. 11–12, pp. 1807–1815, 2009.
- [63] M. Benedetti, V. Fontanari, B. R. Höhn, P. Oster, and T. Tobie, "Influence of shot peening on bending tooth fatigue limit of case hardened gears," *Int. J. Fatigue*, vol. 24, no. 11, pp. 1127–1136, 2002.
- [64] B. A. Shaw, C. Aylott, P. O'Hara, and K. Brimble, "The role of residual stress on the fatigue strength of high performance gearing," *Int. J. Fatigue*, vol. 25, no. 9–11, pp. 1279–1283, 2003.
- [65] S. Glodež, Z. Ren, and G. Fajdiga, "Computational modelling of the surface fatigue crack growth on gear teeth flanks," *Commun. Numer. Methods Eng.*, vol. 17, no. 8, pp. 529–541, 2001.

- [66] D. G. Lewicki, R. F. Handschuh, L. E. Spievak, P. A. Wawrzynek, and A. R. Ingraffea, "Consideration of Moving Tooth Load in Gear Crack Propagation Predictions," *J. Mech. Des. Trans. ASME*, vol. 123, no. March 2001, pp. 118–124, 2001.
- [67] U. S. Army and G. Lewicki, "Gear of Speed Crack (Centrifugal Load ) Direction," no. August, 2001.
- [68] W. D. Mark, C. P. Reagor, and D. R. McPherson, "Assessing the role of plastic deformation in gear-health monitoring by precision measurement of failed gears," *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 21, no. 1, pp. 177–192, 2007.
- [69] D. J. Hargreaves and A. Planitz, "Assessing the energy efficiency of gear oils via the FZG test machine," *Tribol. Int.*, vol. 42, no. 6, pp. 918–925, 2009.
- [70] J. FLASKER and S. P. S. GLODEZ, "Influence of contact area on service life of gears with crack in tooth root," *Commun. Numer. Methods Eng.*, vol. 11, no. December 1993, pp. 49–58, 1995.
- [71] J. F. and S. G. Stanislav Pehan, Trevor K. Hellen\*, "Numerical methods for determining stress intensity factors vs crack depth in gear tooth roots," *Int..I. Fatigue*, vol. 19, no. N°10, pp. 677–685, 1997.
- [72] V. G. Sfakiotakis and N. K. Anifantis, "Finite element modeling of spur gearing fractures," *Finite Elem. Anal. Des.*, vol. 39, no. 2, pp. 79–92, 2002.
- [73] T. L. Anderson, *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*. 2005.
- [74] M. H. Aliabadi, "The Boundary Element Method, Applications in Solids and Structures," vol. 2, p. 598, 2002.
- [75] H. Procaccia et P. Morilhat, *Fiabilité des structures des installations industrielles, Théorie et applications de la mécanique probabiliste*, Editions EYROLLES, 1996.
- [76] Normes françaises, NF X50-120, 1988.
- [77] M. Lemaire, en collaboration avec A. Chateaneuf et J.C. Mitteau , *Fiabilité des Structures, Couplage Mécano-Fiabiliste Statique*, Hermès Science Publication, ISBN, 2, 2005, pages 7462-1057-6, 2005.
- [78] R. Levi, *Calculs probabilistes de la sécurité des constructions*, *Annales des Ponts et Chaussées*, 1949, 4, pages 493-539.
- [79] C.A. Cornel, *A probabilistic- Based Structural Code*, *Journal of the American Concrete Institute*, 1969, 66, 12, pages 974-985.
- [80] A.M. Hasofer et N.C. Lind, *Exact and Invariant Second Moment Code Format*, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 1974, 100, pages 111-121.
- [81] A.L. Johnson, *Strength, Safety and Economical Dimensions of Structures*, Stockholm: Statens Kommitte för Byggnadsforskning, 1953.
- [82] A. Pugsley, *The Safety of Structures*, London: Edward Arnold, 1966.

- [83] J. Ferry-Borges et M.Castanheta, *Structural Safety*, Lisbon: laboratorio Nacional de Engenharia Civil, 1971.
- [84] Y.K. Lin et J.N.Yang, On Statistical moments of Fatigue Crack Propagation, *Engineering Fracture Mechanics*, 18, 1983, pages 243-356.
- [85] T. Lassen et J.D. Sorensen, A probabilistic Damage Tolerance Concept for Welded Joints, Part I: Data base and stochastic modeling, *Marine Structures*, 15, 6, 2002, pages 599-613.
- [86] P. Thoft- Christensen et M.J Backer, *Structural Reliability Theory and its Applications*, Berlin: Springer Verlag, 1982.
- [87] H.O. Madsen, S. Krenk et N.C. Lind, *Methods of Structural safety*, Englewood: Prentice- Hall, 1986.
- [88] R.E. Melchers, *Structural Reliability Analysis and Prediction*, Chichester: John Wiley & Sons, 1999.
- [89] M. Ristic, “Gear System Reliability-Based Design of Gear Drive Units,” *Power Transm.*, vol. 13, pp. 155–164, 2013.
- [90] Md. Hazrat Ali, Syuhei Kurokawa and Kensuke Uesugi, Application of machine vision in improving safety and reliability for gear profile measurement, *Machine Vision and Applications* (2014) 25:1549–1559, DOI 10.1007/s00138-014-0619-0.
- [91] X. Q. Peng, Liu Geng, Wu Liyan, G. R. Liu, K. Y. Lam, A stochastic finite element method for fatigue reliability analysis of gear teeth subjected to bending, *Computational Mechanics* 21 (1998) 253±261 Ó Springer-Verlag 1998.
- [92] K. V. Syzrantseva, Development of a Method to Calculate the Strength Reliability of Tooth Gears Based on the Fatigue Resistance when the Teeth Bend (*Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2009, Vol. 38, No. 6, pp. 552.
- [93] Guanyu Zhanga , Guoqiang Wanga, Xuefei Lia , Yunpeng Renb, Global optimization of reliability design for large ball gear transmission based on the Kriging model and genetic algorithm, *Mechanism and Machine Theory* 69 (2013) 321–336.
- [94] Y.F. Lia, S. Vallaa , E. Zioa, Reliability assessment of generic geared wind turbines by GTST-MLD, model and Monte Carlo simulation (*Renewable Energy* 83 (2015) 222e233.