

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université Badji mokhtar – Annaba
Faculté des sciences de l'ingénierie
Département d'électromécanique



جامعة باججي مختار - عنابة -
كلية علوم الهندسة
قسم الإلكترونيات وميكاترونك

THESE
Présentée en vue de l'obtention du diplôme de
DOCTORAT 3ème cycle

Thème

**Modélisation et Commande du Réseau de Trafic
Urbain d'une Agglomération**

Option

Électromécanique

Par

DERAI Samir

Soutenu le 07/10/ 2018

DEVANT LE JURY

Président :	HEROUS LAZHAR	Université Badji Mokhtar-Annaba
Rapporteur:	GHOUL HADIBY Rachida	Université USTO-MB Oran
Examineur :	ALLA HASSANE	Université Joseph Fourier - Grenoble 1
Examineur :	CHERIF TOLBA	Université Badji Mokhtar-Annaba

Année universitaire 2017/2018

Remerciements

J'exprime tout d'abord mes profonds remerciements à Allah qui m'a donné le courage et la volonté pour achever ce travail.

Je voudrais remercier grandement mon directeur de thèse, **GHOUL HADIBY Rachida**, Professeur à l'Université des Sciences et de la Technologie Mohammed Boudiaf USTO-MB ORAN, pour toute son aide, elle a toujours été là pour me soutenir et me conseiller au cours de l'élaboration de cette thèse.

J'adresse également mes remerciements aux membres du jury :

Au Professeur **HEROUS Lazhar**, de l'Université Badji Mokhtar- Annaba, qui nous a fait l'honneur d'accepter la présidence de notre jury de thèse.

Professeur **TOLBA Cherif**, de l'Université Badji Mokhtar- Annaba pour avoir accepté d'évaluer cette étude ; qu'il trouve ici notre gratitude et nos sincères remerciements.

Un grand merci au Professeur **ALLA Hassane**, de l'université Joseph Fourier Grenoble, qui a toujours été présent pendant mes séjours de stage, pour me conseiller et conduire mes travaux de recherche.

Je remercie particulièrement monsieur **TEBBIKH Hicham**, Professeur à l'université 8 Mai 45 de Guelma, pour son aide, son accueil et le soutien moral et matériel qu'il nous a fournis dans son laboratoire.

A mes parents et ma famille, pour leur amour et leur soutien, ils m'ont tant aidé durant toutes mes années d'études et dans tous les moments qui accompagnent ma vie.

Je remercie également, l'équipe du laboratoire d'automatique et informatique de Guelma (LAIG).

Mes remerciements vont à toute personne ayant contribué de près ou de loin pour réaliser cette modeste thèse.

Résumé

La congestion du trafic routier constitue un défi pour toutes les zones urbaines et reçoit beaucoup d'attention; aujourd'hui la commande des feux de circulation en milieu urbain constitue un sujet de recherche important et stimulant ; l'idée dans ce travail consiste à rapprocher le comportement d'une intersection à un système hybride caractérisé par deux comportements distincts: la partie continue correspond au flux de trafic et la partie discrète représente la séquence de commutation des feux d'intersection. Ces systèmes dynamiques ont un double comportement et peuvent être modélisés par des Réseaux de Petri hybrides (RdPH). Ce dernier est un outil puissant pour décrire le comportement des systèmes dynamiques hybrides. Cependant, les techniques d'analyse proposées pour les RdPH sont très limitées. C'est pourquoi nous proposons de traduire le RdP hybride en automate hybride linéaire. Ce formalisme est connu comme un outil efficace pour l'analyse des systèmes hybrides. Nous associons ainsi, la puissance de modélisation des RdPHs à la puissance d'analyse des automates hybrides.

Dans cette thèse, nous proposons une approche de contrôle des feux de croisement dans une intersection isolée de trafic urbain. L'objectif est d'éviter les situations de blocage et de congestion. Les situations critiques de blocage et congestion sont représentés par les sommets interdits de l'automate linéaire. Un algorithme de synthèse de contrôleur est élaboré pour déterminer les nouvelles bornes temporelles qui permettent d'éliminer la congestion apparue au carrefour et d'éviter un blocage de la circulation au niveau du carrefour. Notre approche consiste à modéliser la dynamique du trafic au niveau d'une intersection à deux voies contrôlée par un feu de croisement. Nous avons retenu les RdP D-élémentaires pour décrire le comportement hybride de la dynamique du carrefour. En deuxième étape, nous traduisons le modèle en automate hybride puis nous déterminons les nouvelles gardes des transitions. Ces nouvelles gardes correspondent aux instants de commutation des feux de croisement qui respectent les spécifications sur l'état d'occupation des voies du carrefour. Le temps de séjour minimal et maximal dans chaque sommet correspond aux intervalles permis pour la commutation des feux rouges et verts qui garantissent les spécifications imposées sur l'état d'occupation des voies et évitent ainsi les blocages et les congestions.

Mots clés: Modélisation, Contrôle, RdP D-élémentaire, Automates Hybrides, Trafic urbain.

Abstract

Road traffic congestion poses a challenge for all urban areas and receives much attention; nowadays the control in urban traffic network of signalized intersections constitutes an important and challenging research topic, intersection can be considered as a hybrid system which is characterized by two major behaviors: the continuous part corresponds to the traffic flow and the discrete event part represents the switching sequence of the signals at intersection. These dynamical systems with a double behavioral component can be modeled by hybrid Petri nets (HPN) is a powerful tool for describing the behavior of hybrid systems. However, the analysis techniques proposed for HPN are very limited. We therefore translate it into a linear hybrid automaton; this formalism is known as a powerful analysis tool for hybrid systems. In this way, we associate the modeling power of HPNs to the analysis power of hybrid automata. In this study the aim of control isolated intersection is to avoid blocking and congestion situations. This last is presented by forbidden locations; the controller synthesis algorithm is elaborated to determine the new time bounds that allow eliminated the congestion appeared in the crossroad and avoid a saturation block.

Our contributions are based on the following steps: Modelling the two-Lane intersection by a D-elementary HPN; Translating the D-elementary HPN in a linear hybrid automaton; computing the new transitions guards that ensure the specifications compliance; lastly calculation the minimal and maximal sojourn time in the location so that the specifications are respected.

Keywords: Modeling, control, D-elementary hybrid Petri Net, hybrid automaton, urban traffic.

ملخص:

يشكل الازدحام المروري تحديا لجميع المناطق الحضرية ويحضى بالكثير من الاهتمام. حاليا التحكم في حركة المرور في هذه المناطق على مستوى التقاطعات ذات الإشارات الضوئية موضوع مهم ومحفز على البحث. يمكن اعتبار التقاطع كنظام هجين يتميز بسلوكيين رئيسيين: الجزء المتواصل يتوافق مع تدفق حركة المرور وجزء منفصل يمثل تبديل تسلسل الإشارات عند التقاطع. هذه النظم الديناميكية ذات المكون المزدوج للسلوكيات يمكن تشكيلها من خلال شبكات بتري الهجينة وهي أداة قوية لوصف سلوك الأنظمة الهجينة. إلا ان تقنيات التحليل لديها محدودة للغاية. لذلك قمنا بترجمتها إلى مشغلات آلية خطية هجينة. تعتبر هذه الأخيرة كأداة تحليل قوية للأنظمة الهجينة. وبهذه الطريقة فإننا نجمع بين قوة الوصف لشبكات بتري الهجينة وقوة التحليل للمشغلات الآلية الهجينة. في هذه الدراسة، الهدف من التحكم في التقاطع المعزول هو تجنب حالات الإغلاق والازدحام وتمثل هذه الأخيرة بمواقع ممنوعة. يتم وضع خوارزمية تحكم لحساب الحدود الزمنية الجديدة التي تسمح بالقضاء على الازدحام الظاهر في مفترق وتجنبه.

تستند مساهمتنا على الخطوات التالية:

نمذجة تقاطع ذو اتجاهين بواسطة شبكات بتري هجينة

ترجمة نموذج شبكات بتري الهجينة المتحصل عليه إلى مشغلات آلية هجينة.

حساب الحدود الزمنية الجديدة التي تضمن توافق المواصفات واخيرا حساب الزمن الأدنى والزمن الأقصى للوقت في الموقع بحيث يتم احترام المواصفات.

الكلمات المفتاحية: النمذجة، التحكم، شبكات بتري الهجينة، مشغلات آلية هجينة، حركة المرور في المناطق الحضرية.

Sommaire

Résumé	
Abstract	
ملخص	
Sommaire	
Liste des figures	
Notations et Acronymes	
Introduction générale	1

Chapitre I : Modélisation du trafic: Analyse et caractéristiques

Introduction	6
1.1. Composantes du trafic	7
1.1.1. Les autoroutes	8
1.1.2. Les intersection.....	9
1.1.3. Caractéristiques du trafic.....	11
1.1.4. Instruments de mesure du trafic.....	12
1.1.5. Problématique et objectifs	15
1.2. Modélisation du trafic	17
1.2.1. Modèles microscopiques	18
1.2.2. Modèles mésoscopiques	22
1.2.3. Modèles macroscopiques	23
1.2.4. Variables du trafic microscopiques	26
1.2.5. Variables du trafic Macroscopique	28
1.3. Commande des feux de trafic	30
1.3.1. Le découpage en phases	30
1.3.2. Matrice des conflits	32
1.3.3. Méthodes de commande des feux de trafic	33
Conclusion	35

Chapitre II : Les Systèmes dynamiques hybrides

Introduction	38
2.1. Définition formelle des systèmes dynamiques hybrides	39
2.1.1. Systèmes réels	39
2.1.2. Systèmes continus	39

2.1.3. Systèmes à évènements discrets	40
2.1.4. Systèmes dynamiques hybrides	41
2.2. Caractéristiques des systèmes	43
2.3. Présentation des systèmes dynamiques hybrides	45
2.4. Structure d'un système dynamique hybride... ..	45
2.4.1. La partie discrète	46
2.4.2. La partie continue	46
2.4.3. Interface entre la partie continue et la partie discrète	46
2.5. Classification des comportements hybrides	47
2.5.1. Commutations autonomes	48
2.5.2. Commutations contrôlées	48
2.5.3. Sauts autonomes	49
2.5.4. Sauts contrôlés	49
2.6. Bref aperçu sur les travaux autour des systèmes hybrides.....	49
2.7. Modélisation des systèmes dynamiques hybrides.....	50
2.7.1. Outils de modélisations des systèmes à événements discrets:	55
2.7.2. Approches de modélisations des systèmes dynamiques hybrides	56
Conclusion	57

Chapitre III : Commande des Systèmes dynamiques hybrides : Synthèse de contrôleur

Introduction	69
3.1. Synthèse de superviseur pour les systèmes à Événements Discrets	70
3.1.1. Introduction	70
3.1.2. Concept de supervision	71
3.1.3. Contrôlabilité	77
3.2. Commande à base de modèles temporisés des Systèmes à Événements Discrets	81
3.2.1. La Commande par supervision en temps discret	82
3.2.2. Commande par supervision en temps continu	84
3.3. Commande des Systèmes Dynamiques Hybrides	85
3.3.1. Commande continue des Systèmes Dynamiques Hybrides	85
3.3.2. Commande événementielle des Systèmes Dynamiques Hybrides	86
Conclusion	90

Chapitre IV : Synthèse de contrôleur d'un Carrefour isolé à deux voies

Introduction	92
4.1. Présentation intuitive de l'approche proposée	93

4.2. Synthèse de contrôleur d'un carrefour isolé à deux voies	94
4.2.1. Description d'un carrefour isolé	95
4.2.2. Traduction du RdP hybride D-élémentaire en automate hybride	97
4.2.3. Modélisation des spécifications et calcul des nouvelles gardes	101
4.3. Résultats et Discussions	104
Conclusion	108
Conclusion générale	110
Références Bibliographie	113

Figure 1.1	Représentation schématique d'un réseau routier selon Gazis.	7
Figure 1.2	Discrétisation spatiale du tronçon autoroutier m	8
Figure 1.3	Exemple d'implantation de boucles sur une chaussée à deux voies...	13
Figure 1.4	Principe de la détection par boucle électromagnétique.....	14
Figure 1.5	Mesure de la vitesse avec deux boucles.....	14
Figure 1.6	Détecteur ultrasons à effet Doppler.	15
Figure 1.7	Exemples de conflits primaires	31
Figure 1.8	Exemples de conflits secondaires.	31
Figure 1.9	Exemples de conflits tertiaires	31
Figure 1.10	Mouvements se produisant à un carrefour à trois branches.....	32
Figure 1.11	Matrice des conflits.....	32
Figure. 2.1	Chronogramme d'une évolution de SED dans le temps.....	41
Figure 2.2	Trajectoire d'une boule de billard.....	42
Figure 2.3	Classification des systèmes.....	44
Figure. 2.4	Système hybride : interaction du continu et du discret.....	46
Figure 2.5	Classification des systèmes hybrides.	47
Figure 2.6	Fonction d'hystérésis	48
Figure 2.7	Automate hybride associé.	48
Figure 2.8	Exemple d'automate à états finis.	50
Figure 2.9	Modèle D'un RdP.	52
Figure 2.10	Concepts de base du Grafcet.....	53
Figure 2.11	Exemple d'un Grafcet.	54
Figure 2.12	Illustration de statecharts	55
Figure. 2.13	Exemple d'un automate temporisé	58
Figure 2.14.a	Système à réservoir d'eau	61
Figure 2.14.b	RdP continu équivalent.....	61
Figure 2.14.c	Dynamique des marquages et évolution de vitesses	61
Figure 2.14.d	Graphe d'évolution d'un RdPCC.....	61
Figure 2.15	Nœud d'un RdP hybride.	63
Figure 2.16	RdP hybride.	63
Figure 2.17	Exemple d'un système de cuves.	63

Figure 2.18	Automate modélisant le comportement du système de la figure 2.17 et ses sécurités	66
Figure. 3.1	Schéma de supervision.	70
Figure. 3.2	Procédé supervisé.	71
Figure. 3.3	Schéma de supervision avec indice de temps.	72
Figure. 3.4	Un système manufacturier.	74
Figure. 3.5	Modèle des machines M_1 et M_2	74
Figure. 3.6	Modèle synchrone de deux machines.	75
Figure. 3.7	Le système manufacturier sous la contrainte de stock.	76
Figure. 3.8	Modèle automate de la spécification.	76
Figure. 3.9	Modèle de fonctionnement désiré en boucle fermée.	77
Figure. 3.10	Les ensembles des états possibles.	79
Figure. 3.11	Langage suprême contrôlable d'un fonctionnement désiré.	80
Figure. 3.12	Modèle automate du système supervisé avec des états interdits.....	81
Figure. 3.13	Modèle final de système supervisé sans états interdits.	81
Figure.3.14	Automate temporisé possible d'un tronçon de circulation.	84
Figure.3.15	Spécification possible pour les tronçons de circulation.	85
Figure.3.16	Approche d'Antsaklis.	87
Figure.3.17	Approche de Kurovszky	88
Figure.3.18	Principe de l'approche de synthèse de contrôleur de Ghomri	89
Figure. 4.1	Carrefour isolé d'un réseau de trafic urbain.....	95
Figure.4. 2	RdP D-élémentaire modélisant les deux voies du carrefour	96
Figure.4.3	Automate hybride obtenu par traduction du modèle RdPH D-élémentaire	98
Figure.4.4.	Le nombre maximal et minimal de voitures en intersection avant contrôle 1 ^{ère} cas	99
Figure.4.5	Sommet q	101
Figure.4.6	Le nombre maximal et minimal de voitures en intersection après contrôle 1 ^{ère} cas	104
Figure.4.7	Le nombre maximal et minimal de voitures en intersection avant contrôle 2 ^{ème} cas	105
Figure.4.8	Le nombre maximal et minimal de voitures en intersection après contrôle 2 ^{ème} cas	105

Figure.4.9	Nombre des véhicules dans la voie L ₁ (N-S) avant et après le contrôle	
2 ^{ème} cas.		106
Figure.4.10	Nombre de véhicules dans la voie L ₂ (W-E) avant et après le contrôle	
2 ^{ème} cas.		106

Listes des symboles et abréviations fréquemment utilisées dans le manuscrit.

<i>SC</i>	Système continu
SDH	Systèmes Dynamique Hybride
SED	Système à événements discrets
SLC	Systèmes linéaires continus notés
SE	Continus Systèmes échantillonnés à états continus
SE	Discrets Systèmes échantillonnés à états discrets
SD	Systèmes discrets notés.
SNLC	Systèmes non linéaires continus notés
SED	Systèmes à événements discrets notés
RdP	Réseaux de Petri
RdPH	Réseaux de Pétri Hybride
RdPC	Réseaux de Pétri Continus
RdPT	RdP temporels
RdPCV	RdP continu à vitesses variables
RdPCC	RdP continu à vitesses constante
GRAFCET	GRAphe Fonctionnel de Commande d'Étapes-Transitions
(EDO)	Equations différentielles ordinaires
(EAD)	Equations algébro-différentielles
(EDP)	Equations aux dérivées partielles
PHAVer	The Polyhedral Hybrid Automaton Verifier)

Introduction générale

Le terme de *congestion* apparaît au cours du XIX^{ème} siècle. Ce terme est d'abord introduit dans son acception médicale d'« afflux de sang dans les vaisseaux ».

Dans ses débuts, à la fin du XIX^{ème} siècle et au début du XX^{ème} siècle, l'automobile est présentée comme le moyen de remédier aux encombrements urbains. Occupant moins de place au sol qu'un attelage de chevaux et plus rapide, l'automobile doit permettre de réduire les encombrements des villes, d'autant qu'elle encourage la mono-fonctionnalisation de l'usage de la voirie.

De remède à la congestion urbaine, l'automobile devient, avec sa massification au cours du XX^{ème} siècle, la cause de la congestion de la circulation.

Le terme d'*encombrement* est remplacé par celui d'*embouteillage* pour désigner un problème de circulation mécanique dû à l'explosion de la motorisation et à l'émergence d'un nouveau besoin : le déplacement.

Pour diminuer les embouteillages, il faut assurer la fluidité de la circulation, grâce à une certaine vitesse présumée, qui, en imposant une discipline, met en rivalité les usages. Au détriment des modes lents. La question de l'écoulement des flux l'emporte sur celle du stockage. Apparaît ainsi, dans les années 1950, le terme de *bouchon*, signifiant « ce qui bouche accidentellement un conduit et, au figuré, un ensemble de véhicules engorgeant la circulation ».

Comme les historiens le montrent, la congestion est un problème urbain ancien, remis au goût du jour par l'automobile. « Si d'une histoire hâtive des représentations il ressort l'image d'un réseau toujours en crise, congestionné, difficilement « circulaire ».

Pour comprendre la congestion, il faut garder présent à l'esprit que c'est un phénomène qui survient lorsque la demande (le nombre de véhicules qui cherchent à utiliser une infrastructure donnée) est supérieure à la capacité de cette infrastructure.

Si la demande excède la capacité, alors des véhicules seront ralentis à l'entrée de l'infrastructure, formant ainsi un bouchon.

Les problèmes de circulation sont aujourd'hui devenus une réalité dans la plupart des grandes villes du monde ; mieux encore, il s'agit d'un véritable casse-tête pour les responsables politiques, les experts, les automobilistes et les habitants.

Le boom économique de ces dernières décennies en Algérie avec l'adoption de la loi sur le crédit à la consommation et en particulier à l'achat de véhicules a conduit à une croissance importante du nombre des usagers du trafic urbain, sans que, ni les infrastructures routières urbaines, ni les schémas de circulation n'aient été modifiées.

Ce phénomène a engendré une extension explosive des villes, Il s'en est suivi une circulation difficile allant jusqu'à la congestion du trafic durant les heures pointe.

Le carrefour est un lieu de conflit entre les flux de véhicules et de piétons, il est touché d'une manière directe par la congestion du trafic. Il est donc indispensable de bien réguler ces endroits sensibles et potentiellement dangereux. Ainsi, optimiser le temps d'attente à un carrefour a de nombreux avantages : en premier lieu faire gagner du temps aux conducteurs, mais il est aussi question de diminuer la pollution et l'utilisation de carburant ainsi que de réduire les congestions et améliorer la sécurité routière.

La méthode classique adoptée pour prévenir ou réduire les congestions dans les villes modernes est basée sur la signalisation routière. Le droit de passage est attribué aux usagers par l'utilisation de feux de couleurs standards (rouge-orange/jaune-vert), ce qui permet de résoudre les conflits entre les différents flux de circulation aux carrefours.

L'évolution du trafic est un processus dynamique où deux types de comportement coexistent. Le flux des voitures peut être vu comme un flux continu qui s'écoule le long des voies de circulation. Il sera modélisé par des variables continues. Ce flux est interrompu par les feux de signalisation qui correspondent à un système discret. Il s'agit donc là typiquement d'un système hybride.

Le fait que les systèmes hybrides fait intervenir deux types de dynamiques, dynamique continue et une autre discrète, implique une complexité plus importante du problème de synthèse pour cette classe de systèmes La *commande* concerne la synthèse de contrôleurs discrets ou hybrides conformément à certains objectifs de performance et de sûreté de fonctionnement du procédé hybride commandé. Certaines approches de la commande des SDH porte sur la formulation et la résolution d'un problème de commande optimale caractéristique des systèmes continus.

D'autres approches visent à rechercher une stratégie discrète permettant de restreindre le comportement continu du SDH pour satisfaire des spécifications imposées.

Notre travail de recherche concernant la synthèse de la commande s'inscrit dans cette dernière catégorie. L'objectif est d'apporter une solution originale au problème de la congestion d'un carrefour isolé à deux voies utilisant une synthèse optimale de la commande pour les systèmes dynamiques hybrides. A cet effet, nous utilisons une démarche basée sur une extension de la théorie classique de la commande supervisée, développée par Ramadge et Wonham (Ramadge et Wonham, 1987b, 1989) pour les systèmes à événements discrets.

Notre but est de déterminer une commande des cycles de commutation des feux d'un carrefour isolé. L'objectif étant de minimiser la longueur des files d'attente sur les voies du

carrefour, le contrôleur modifie les durées des feux de telle sorte à ne jamais dépasser la capacité maximale des voies qui garantisse le respect des spécifications. Cette approche de synthèse de contrôleur est basée sur quatre étapes.

Pour la première étape qui est une étape de modélisation, nous avons utilisé les réseaux de Petri hybrides D-élémentaires. Ce modèle est bien adapté pour représenter les influences mutuelles des parties discrètes et continues. Il combine un réseau de Petri T-temporel et un réseau de Petri continu. Les intervalles de temps associés aux transitions du RdP T-temporel sont les dates de commutation des feux.

Pour contrôler le flux de véhicules dans la voie du carrefour, on doit agir sur la transition qui commute du feu rouge au feu vert.

Les algorithmes de synthèse de contrôleur utilisent traditionnellement les automates à cause de leur facilité de manipulation formelle. Cependant ce formalisme n'est pas le plus adapté pour la description du système. C'est pour cette raison que nous avons pensé à combiner les avantages des réseaux de Petri hybrides D-élémentaires à ceux des automates hybrides. Cela permet d'associer la puissance de modélisation des réseaux de Petri à la puissance d'analyse des automates. C'est pour cela que nous effectuons la traduction du RdP D-élémentaire en un automate hybride linéaire. C'est la deuxième étape de l'approche.

C'est le modèle automate hybride qui sera utilisé pour la détermination formelle de contrôleur.

Dans un système dynamique hybride, les spécifications peuvent porter sur la partie discrète ou sur la partie continue. Nous ne considérons ici que les spécifications qui portent sur la partie continue, elle correspond à la capacité maximale de la voie de la circulation. La synthèse de contrôleur consiste à déterminer les contrôles à appliquer pour restreindre ces espaces. C'est la troisième étape. Ceci est réalisé en modifiant les gardes des commutations des feux. Les gardes sont obtenues à partir des formules algébriques, permettant le calcul des dates limites de séjour dans les sommets et assurant le respect des spécifications (la capacité maximale de la voie). C'est la dernière étape.

Cette thèse s'inscrit dans le cadre du projet Tassili CMEP -Partenariat Hubert Curien (PHC)- Le programme TASSILI soutient la coopération scientifique franco-algérienne et est financé par le Ministère des Affaires Étrangères et Européennes français et le Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique algérien.

Il est placé sous la responsabilité du Comité Mixte d'Évaluation et de Prospective (CMEP), composé d'experts des deux pays.

Ce projet a été conçu et réalisé par deux équipes partenaires. La première équipe du laboratoire d'Automatique et informatique de Guelma LAIG, était dirigé par Pr Hicham TEBBIKH, et la deuxième équipe du laboratoire GIPSA-LAB de Grenoble sous la direction du Pr Hassane ALLA. La politique du partenariat Tassili est de mettre en avant la formation par la recherche et donc de favoriser l'aide aux chercheurs "juniors", c'est à dire ceux qui n'ont pas encore soutenu de thèse.

Ce mémoire est organisé en quatre chapitres.

Le premier chapitre de la thèse présente les éléments qui composent le trafic urbain, ainsi que son environnement. Nous rappelons également les deux visions du trafic présentes dans la littérature et les objectifs auxquels répond chacune d'entre elles. La deuxième partie de ce chapitre présente les différents types de modèles du trafic routier : microscopique, macroscopique et mésoscopiques. Il présente les différentes variables de trafic ainsi que les outils communément utilisés pour leur mesure.

Dans le deuxième chapitre, nous introduisons les notions fondamentales relatives aux systèmes dynamiques hybrides. Leur définition ainsi que les principaux phénomènes hybrides, sont présentés. Nous passons en revue les principaux formalismes de modélisation des systèmes hybrides dont nous avons besoin, à savoir : Les réseaux de Petri hybrides D-élémentaires et les automates hybrides.

Dans le troisième chapitre, nous présentons les principales approches de commande des systèmes hybrides. Pour ce faire, nous exposons d'abord le concept de la commande par supervision. Puis nous décrivons les différentes approches de commande des SED, des SED temporisés, pour enfin introduire celles des SDH qui nous intéressent dans nos travaux de recherche.

Dans le quatrième chapitre nous présentons l'approche de synthèse de contrôleur d'un carrefour isolé à deux voies. Nous commençons par la modélisation de carrefour par un RdP D-élémentaire ensuite nous effectuons la traduction du RdP D-élémentaire en un automate hybride linéaire qui permet de calculer l'espace d'état dynamique atteignable en utilisant l'outil PHAVer. La synthèse de contrôleur consiste à calculer les nouvelles gardes des transitions qui garantissent le dégagement des voies et évitent l'accumulation des voitures au niveau de carrefour.

Chapitre 1

Modélisation du trafic: Analyse et caractéristiques

Introduction	6
1.1. Composantes du trafic	7
1.1.1. Les autoroutes	8
1.1.2. Les intersection	9
1.1.3. Caractéristiques du trafic	11
1.1.4. Instruments de mesure du trafic	12
1.1.5. Problématique et objectifs	15
1.2. Modélisation du trafic	17
1.2.1. Modèles microscopiques	18
1.2.2. Modèles mésoscopiques	22
1.2.3. Modèles macroscopiques	23
1.2.4. Variables du trafic microscopiques	26
1.2.5. Variables du trafic Macroscopique.....	28
1.3. Commande des feux de trafic	30
1.3.1. Le découpage en phases	30
1.3.2. Matrice des conflits	32
1.3.3. Méthodes de commande des feux de trafic	33
Conclusion	35

Introduction

Le trafic routier est vu comme une structure à plusieurs niveaux. Au niveau le plus haut est la région urbaine, considérée comme une partie de l'infrastructure routière d'une ville. Au niveau suivant, la région est composée de plusieurs objets routiers consistant en tronçons routiers et carrefours, les derniers assurant la connexion des premiers. Au dernier niveau, il ya les éléments routiers qui sont des parties composant d'un tronçon routier. Les éléments routiers décrivent les différentes situations rencontrées au niveau d'un tronçon.

Le trafic routier englobe plusieurs facteurs, entre autres la géométrie des infrastructures routières, le comportement des conducteurs, la diversité des flux de véhicules, etc... Les situations auxquelles sont confrontés les exploitants des réseaux routiers dépendent du type de réseau dont ils ont la charge. En milieu urbain les carrefours à feux côtoient des voies rapides, et le trafic est très hétérogène. En milieu interurbain, le réseau est moins diversifié mais il faudrait tenir compte de certains éléments singuliers comme les rampes d'accès ou les péages.

Depuis la seconde moitié du 20ème siècle, le phénomène de la congestion routière est devenu prédominant en raison de l'augmentation rapide du nombre de véhicules et de la demande en transport. Surtout au cours de la dernière décennie, la congestion a attiré une grande attention et reste à ce jour un problème d'actualité et de nombreux centres de recherche en ont fait leur priorité. Dans ce contexte, L'étude scientifique de la circulation a ses débuts dans les années 1930, par l'application de la théorie des probabilités pour décrire le trafic, avec des études pionnières sur différents modèles du volume de véhicules, de la vitesse et de la performance du trafic aux intersections réalisées par Bruce Greenshields à Yale [Greenshields, 1935]. La recherche de nouveaux modèles s'est ensuite accélérée dans les années 1950. La méthode classique adoptée pour prévenir ou réduire les congestions dans les villes modernes est basée sur la signalisation routière. Le droit de passage est attribué aux usagers par l'utilisation de feux de couleurs standards (rouge-orange/jaune-vert), ce qui permet de résoudre les conflits entre les différents flux de circulation aux carrefours. Cette approche, applicable à court et à moyen termes, consiste à mettre en œuvre des actions et des mesures afin d'assurer une circulation sûre et fluide du trafic et à augmenter, ainsi, la qualité de service aux usagers.

Ce chapitre est organisé en trois parties. Premièrement nous rappelons quelques généralités sur base relatifs au trafic urbain. Ensuite, nous présentons les différents types de modèles du trafic routier : microscopique, mésoscopiques et macroscopique.

1.1.1 Les autoroutes

Grâce à leur topologie (multivoies, grandes lignes), les autoroutes offrent une bonne qualité de service. D'une part, elles laissent circuler un grand nombre de véhicules et d'autre part les vitesses des véhicules deviennent moins sensibles aux changements de l'état du trafic. Au contraire, sur les routes urbaines les vitesses de véhicules sont inhérentes à la densité du trafic. Compte tenu de la taille des autoroutes ainsi que du temps de calcul requis, leur modélisation est généralement conçue par des modèles macroscopiques. Dans ces modèles, l'autoroute est subdivisée en N segments identiques (figure 1.2). Divers modèles ont été développés dans ce contexte entre autres : le modèle META a été élaborée en 1971 par H.J. Payne, aux Etats-Unis [Payne, 1971]. D'autres développements ont, depuis lors, été entrepris [Papageorgiou, 1988].; METACOR [Elloumi *et al.*, 1994], SIMAUT [Morin, 1989] ; INTRAS [Wicks et al, 1977. A partir des équations régissant l'écoulement du trafic sur chaque section, ces modèles reproduisent certains phénomènes rencontrés sur les autoroutes (les situations fluides et denses, la propagation de la congestion, etc).

Représentation des voies autoroutières [Elloumi N.,1996],

Considérons un axe autoroutier m qu'on subdivise en N_m segments de meme longueur L_m il est représenté par la figure suivante:

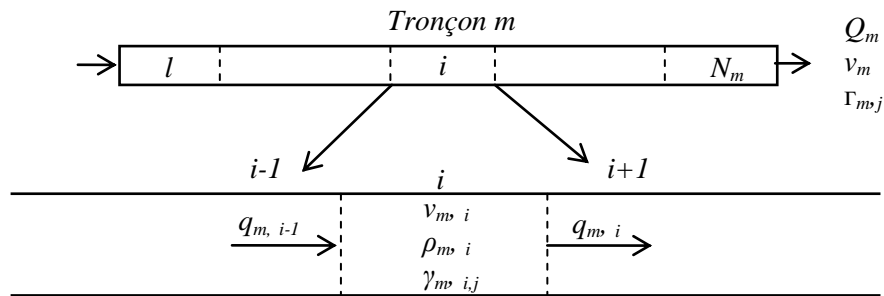


Figure1.2 Discretisation spatiale du tronçon autoroutier m .

$\rho_{m,i}(k)$: nombre de véhicules existant dans le $i^{\text{ème}}$ segment à l'instant kT quotienté par la longueur L_m du segment.

$q_{m,i}(k)$: nombre de véhicules quittant le $i^{\text{ème}}$ segment dans l'intervalle de temps $[kT, (k+1) T]$ quotienté par la durée de l'intervalle T .

$v_{m,i}(k)$: la vitesse moyenne des véhicules circulant dans le $i^{\text{ème}}$ segment à l'instant kT .

$q_{m, i-1}(k)$: nombre de véhicules entrant dans $i^{\text{ème}}$ segment pendant l'intervalle de temps $[kT, (k+1)T]$ divisé par T .

λ_m : le nombre de voies du tronçon m .

1.1.2 Les intersection

Un carrefour est situé à la rencontre de plusieurs rues déterminant des couloirs d'entrée et de sortie. Un couloir est caractérisé par sa largeur et son nombre de voies; certaines de ces voies - voies spéciales - peuvent être affectées par un courant particulier.

Les courants de véhicules sont soit *directs*, soit des courants de *tourne-à-gauche*, soit des courants de *tourne-à-droite*.

Pour un couloir d'entrée, le débit réel désigne le nombre effectif de véhicules empruntant l'entrée.

Les indications des feux - vert, jaune, rouge - se succèdent à l'intérieur d'un *cycle*, défini comme étant la durée constante séparant deux passages successifs de l'ensemble des signaux par le même état. Le cycle est partagé en *phases*, temps pendant lequel un ou plusieurs courants sont admis dans le carrefour.

Une phase est dite spéciale quand elle a pour seul but de favoriser l'écoulement d'un mouvement tournant.

Elle est dite *saturée* lorsqu'un véhicule au moins de cette phase est contraint d'attendre plus d'un cycle pour franchir le carrefour. Le carrefour est lui-même saturé quand au moins une de ses phases est saturée.

On appelle temps de *vert effectif*, la somme du temps de vert réel et du temps de jaune (qui est souvent de 3 ou 5 s selon la vitesse d'approche dans le cas d'un carrefour urbain ordinaire). On définit aussi le temps de *vert utile*, en retranchant du temps de vert effectif le *temps perdu* (somme des temps perdus au début du vert, c'est-à-dire au démarrage, et du temps perdu en fin de phase). Les temps perdus par phase se situent en moyenne autour de 8 s. Une telle valeur doit être pondérée cas par cas, selon les caractéristiques propres à chaque carrefour.

On appelle *rouge utile* la différence entre la durée du cycle et celle du vert utile. Pour des raisons de sécurité, à la fin de chaque phase, l'ensemble des feux du carrefour est maintenu au rouge pendant une certaine durée, appelée *rouge intégral*. Dans le cas de carrefours simples à 4 branches par exemple, on adopte une durée de rouge intégral de deux secondes.

On appelle *longueur de stockage*, la longueur sur laquelle se stockent tous les véhicules pouvant pénétrer le carrefour pendant la durée de vert.

Dans les intersections on distingue deux types: les nœuds et les carrefours. Les nœuds autoroutiers représentent une bifurcation ou une fusion de deux autoroute ou encore un changement de nombre de voies sur un axe autoroutier, ; ces dernières ne sont pas l'objet de notre étude. Les carefours urbains, en général sont des carrefours à feux. Chaque carrefour possède une topologie qui est caractérisée par les entrées, les sorties et l'aire qu'occupent les véhicules à l'intérieur de ce carrefour. [Elloumi. 1996] Les carrefours peuvent être classés en deux catégories : les carrefours isolés et les carrefours coordonnés entre eux, constituant un réseau urbain.

La gestion de la circulation au niveau des carrefours (depuis la simple gestion des priorités jusqu'au système de régulation centralisé) produit des avantages individuels et collectifs dont le bénéfice monétarisé peut être substantiel grâce notamment à :

- La réduction des temps de parcours (sans pour autant augmenter les vitesses de pointe) ;
- La diminution des points de congestion ;
- La réduction de la consommation de carburant et par conséquent une diminution de la pollution.

Le rôle du carrefour dans la gestion globale des trafics doit être appréhendé en amont de l'étude afin de prévoir les marges de manœuvres au niveau de son réaménagement.

Enfin, le fonctionnement des carrefours au niveau de certaines grandes villes peut constituer un des outils d'une politique multimodale de déplacement.

Traditionnellement, on classe les techniques de gestion des feux en deux catégories principales :

- la gestion en "temps fixe" : elle consiste à calculer les réglages à partir de données recueillies avant installation, toute mise à jour devant s'effectuer par intervention humaine. Le système le plus célèbre avec plan de feux fixe est **TRANSYT** « *TRAffic Network Study Tool* » [Robertson 1969].TRANSYT évalue le réglage des feux en temps fixe d'un réseau urbain et fournit un plan de feux optimal (répartition optimale des durées de vert et décalages optimums)

- la gestion en "temps réel" : elle exige de disposer en permanence d'une mesure de l'état de circulation, à partir de laquelle un algorithme calcule automatiquement les réglages appliqués immédiatement. Un système de gestion des feux sera, en théorie, d'autant plus performant qu'il sera à même de s'auto-adapter à l'évolution du trafic, c'est-à-dire plus proche du temps réel. Les simulateurs les plus utilisés dans ce type de régulation sont : **SCOOT** (Split, Cycle and Offset Optimisation Technique ou technique d'optimisation des durées de vert, du cycle et

des décalages) utilise un plan de feux déformé en temps réel par de petites altérations apportées à la durée du cycle, à la répartition des temps de vert sur chaque carrefour, et aux décalages entre les carrefours, **SCATS**(Sydney Co-ordinated Adaptive Traffic System) est composée d'un ordinateur central, connecté en réseau à plusieurs mini-ordinateurs de zone, eux-mêmes connectés à de nombreux micro-ordinateurs, assurant le rôle de contrôleurs locaux, **PRODYN** Testé et réalisée à Toulouse, la méthode **PRODYN** « *Programmation Dynamique* » [Henry, Farges et al.1983; Barriere, Farges et al. 1986], **OPAC** (Optimization Policies for Adaptive Control). [Cohen, 1990]

1.1.3 Caractéristiques du trafic

Le trafic routier consiste en un déplacement des usagers de la route sur le réseau routier. Ce réseau a été développé pour répondre aux demandes de déplacement. Les routes, « chemins de communication », ont été conçues tout au long de l'histoire pour répondre notamment à la demande commerciale. Depuis quelques dizaines d'années, cette demande est complétée par celle liée aux déplacements domicile- travail, qui est devenue de plus en plus importante. Le trafic routier un phénomène difficile à comprendre, à analyser et à optimiser, et même si les modèles de simulation constituent des outils essentiels pour son analyse et sa compréhension, ce phénomène possède un certain nombre de caractéristiques qui le rendent également difficile à modéliser.

- **Distribution**

Le trafic routier peut être défini comme étant le résultat des déplacements des véhicules sur le réseau routier. Ce phénomène résulte en fait de l'interaction de chaque usager de la route avec son environnement, constitué par l'infrastructure routière (dimensionnement géométrique de la route) et les autres usagers, ainsi qu'avec la réglementation. Le trafic routier est donc un phénomène naturellement distribué au sein duquel les interactions entre les différents participants constituent le cœur du fonctionnement.

- **Complexité**

La complexité d'un système est définie comme étant l'imprévisibilité potentielle (non calculable à priori) des comportements de ce système, liée en particulier à la dynamique qui affecte le fonctionnement de ses composants, et qui suscite des phénomènes d'émergence certes intelligibles, mais pas toujours prévisibles (<http://www.mcxapc.org/lexique.htm>). Le phénomène du trafic routier est un phénomène complexe car un de ses composants essentiels

(le conducteur) a parfois un comportement imprévisible et qu'il se trouve potentiellement en interaction avec plusieurs autres usagers.

- **Dynamique**

Les phénomènes du trafic sont fortement dynamiques. En effet, le nombre d'intervenants inclus dans le système varie largement dans le temps. Un grand nombre de participants actifs, présents dans le système en même temps, se traduit par un grand nombre d'interactions simultanées. Des observations montrent qu'en cas de trafic dense, une petite perturbation peut être amplifiée et se transformer en congestion.

- **Hétérogénéité**

Le système du trafic routier fait intervenir des participants variés. On peut citer notamment : les conducteurs, le législateur et le concepteur de l'infrastructure. Les conducteurs sont hétérogènes (débutants et expérimentés), et utilisent des véhicules aux caractéristiques variées (poids lourds et véhicules légers, par exemple). Les conditions météorologiques sont un facteur supplémentaire d'hétérogénéité des comportements. [El Hadouaj, 2000]

1.1.4 Instruments de mesure du trafic

L'évolutions rapides de la technologie dans le domaine de la métrologie routière résulte de nombreux types de capteurs permettant la mesure directe ou indirecte des variables de circulation. Ces capteurs sont généralement des éléments transducteurs, sensibles à la grandeur physique que l'on veut saisir : présence, passage, vitesse d'un véhicule,....

Le capteur traduit l'information en un signal élémentaire, transmis au détecteur. Le signal reçu est transformé en une information électrique simple, significative du paramètre de circulation.

On peut retenir trois principaux capteurs qui sont utilisés en majorité dans l'observation et la régulation du trafic (le capteur pneumatiques, la boucle électromagnétique, le capteur à ultrason).

- ***Les capteurs pneumatiques***

Ils permettent d'effectuer des comptages routiers et donc de mesurer les débits. Ils sont constitués d'un câble en caoutchouc, tendu en travers de la chaussée et relié à un détecteur. L'écrasement du câble lors du passage d'un véhicule provoque une surpression, détectée par un manomètre actionnant un relais. Il est alors possible de compter de nombre d'essieux

passant sur le capteur en cumulant les impulsions dans un compteur. Les comptages sont par suite exprimés en unité de voiture particulière u.v.p.: 1 u.v.p. = 2 essieux.

Ces capteurs, encore répandus pour les comptages routiers, présentent quelques avantages, notamment

- la facilité de pose
- la bonne portabilité de l'ensemble capteur-détecteur
- la possibilité de fonctionnement sur batterie procurant une autonomie de plusieurs jours.

En revanche, le système est d'un coût moyen élevé. De plus, le câble peut être arraché lors du passage de véhicules lourds.

- **Les boucles électromagnétiques**

C'est aujourd'hui le dispositif de mesure des paramètres de circulation le plus répandu dans de nombreux pays, tant en ville que sur les voies rapides et les autoroutes urbaines. A titre d'exemple, à la fin de l'année 1986, le recueil des données de trafic du réseau autoroutier de Los Angeles était constitué de 6380 boucles¹ couvrant 965 km environ.

Le capteur est constitué par une boucle inductive, noyée dans le revêtement de la chaussée. Le passage de la masse métallique d'un véhicule au dessus de la boucle provoque une variation du champ électromagnétique. Cette variation se traduit par un créneau de tension dont la longueur est liée à celle du véhicule et à son temps de passage.

Avec une seule boucle par voie, on mesure bien sûr le débit mais aussi le taux d'occupation t , défini par

$$t = \frac{100 \sum_{i=1}^n t_i}{T}$$

où t_i désigne le temps d'occupation de la boucle à la période de mesure i , et T le temps total de mesure.

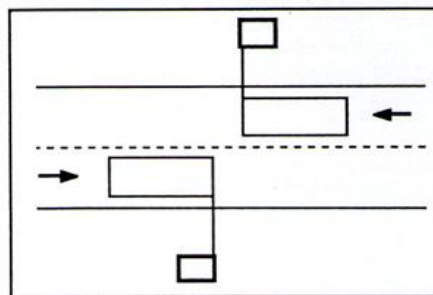


Figure 1.3 Exemple d'implantation de boucles sur une chaussée à deux voies [Cohen, 1990]

Le principe de fonctionnement est schématisé par la figure suivante. Lorsque l'avant du véhicule aborde la boucle, le front de montée du créneau se forme. Quand le véhicule parcourt la boucle, le créneau a une amplitude constante. Enfin, le front descendant du créneau se forme lorsque l'arrière du véhicule quitte la boucle.

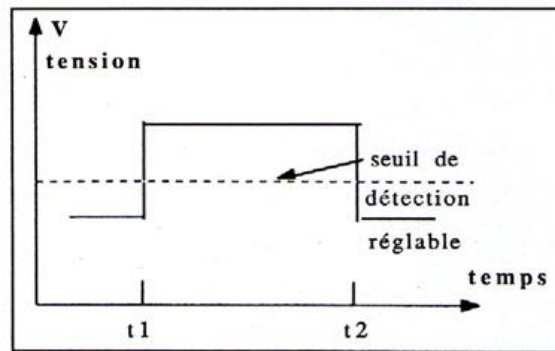


Figure 1.4 Principe de la détection par boucle électromagnétique [Cohen, 1990]

Avec 2 boucles par voie, de longueur 1 et distantes de d, on mesure en plus la vitesse instantanée v des véhicules.

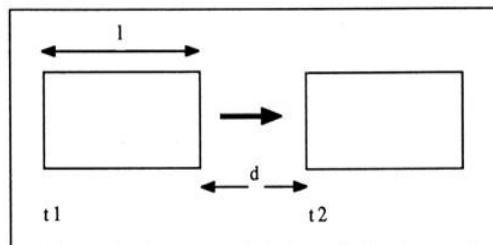


Figure 1.5 Mesure de la vitesse avec deux boucles [Cohen, 1990]

On a en effet

$$v = \frac{1 + d}{t_2 - t_1}$$

où t_1 (resp. t_2) désigne l'instant d'entrée sur la première (resp. seconde) boucle.

La vitesse moyenne d'un flot de n véhicules peut être calculée comme la moyenne harmonique des vitesses instantanées.

L'avantage de cette technologie réside dans son faible coût, négligeable devant celui des travaux de génie civil nécessaires à l'installation. Une fois implantée, la boucle a une durée de vie importante. Cependant, la fiabilité globale du système est fortement liée à la qualité des réglages et à la qualité de la maintenance. [Cohen, 1990]

- **Les détecteurs ultrasons à effet Doppler**

Ce type de détecteurs mesure la vitesse des véhicules mobiles par l'utilisation des ondes Doppler ultrasonores. Le capteur est constitué par une antenne fixée sur un portique au dessus et dans l'axe de la voie de circulation (figure 1.6). Cette antenne émet constamment des ondes ultrasonores à vitesse w et lors du passage d'un véhicule circulant à vitesse v , l'onde émise rencontre une surface réfléchissante. A partir de la différence entre la fréquence de l'onde ultrasonore source et celle réfléchiée, la vitesse relative du véhicule par rapport au capteur peut ainsi être mesurée. La durée de la mesure permet aussi le calcul du taux d'occupation et le comptage de véhicules. La vitesse d'un véhicule est mesurée avec une précision de 10% de sa valeur réelle. [Tolba, 2004]

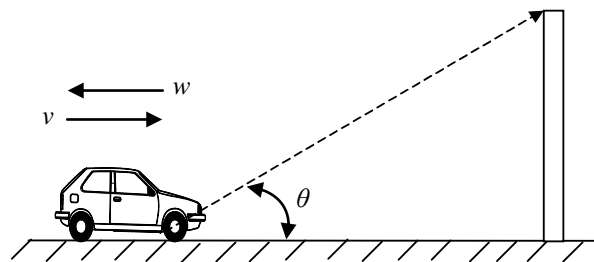


Figure 1.6. Détecteur ultrasons à effet Doppler. [Tolba, 2004]

1.1.5 Problématique et objectifs

Le boom économique de ces dernières décennies en Algérie avec l'adoption de la loi sur le crédit à la consommation et en particulier à l'achat de véhicules a conduit à une croissance importante du nombre des usagers du trafic urbain, sans que, ni les infrastructures routières urbaines, ni les schémas de circulation n'aient été modifiées.

Ce phénomène a engendré une extension explosive des villes, Il s'en est suivi une circulation difficile allant jusqu'à la congestion du trafic durant les heures pointe.

Le carrefour joue le rôle du routage des flux, venant des différentes lignes. Il constitue un point sensible dans la circulation routière, il est touché d'une manière directe par la congestion du trafic. Il s'avère donc important de réguler des paramètres qui gèrent le trafic dans un carrefour pour fluidifier les flux du réseau routier.

Dans l'objectif de réaliser des contrôleurs des feux de signalisation réels permettant de réduire, dans différentes situations du trafic, les retards subis par les véhicules, l'ingénierie du trafic routier a fait appel aux réseaux de Petri.

L'exploitation du potentiel des réseaux de Petri (RdP) [David et Alla, 1992] dans la régulation des feux de trafic a été initiée par Wang et *al.* (1993) ont utilisé les RdP pour la commande et l'évaluation des performances d'une intersection isolée, DiCesare et *al.* (1994) ont proposé une approche modulaire pour l'évaluation et la commande de six intersections adjacentes.

Les réseaux de Petri sont connus comme étant des outils graphiques et mathématiques [Murata *et al.*, 1986] permettant de modéliser des systèmes physiques continus et à événements discrets tel que le trafic urbain [George F. List 2004], il est possible d'analyser, d'évaluer les performances et de contrôler les systèmes transportés. [tolba et al, 2003], [Di Febrarro et Sacone, 1998].

L'évolution du trafic est un processus dynamique où deux types de comportement coexistent. Le flux des voitures peut être vu comme un flux continu qui s'écoule le long des voies de circulation. Il sera modélisé par des variables continues. Ce flux est interrompu par les feux de signalisation qui correspondent à un système discret. Il s'agit donc là typiquement d'un système hybride.

Le fait que les systèmes hybrides fait intervenir deux types de dynamiques, dynamique continue et une autre discrète, implique une complexité plus importante du problème de synthèse pour cette classe de systèmes la commande concerne la synthèse de contrôleurs discrets ou hybrides conformément à certains objectifs de performance et de sûreté de fonctionnement du procédé hybride commandé. La synthèse des lois de commande des systèmes hybrides se situe au cœur des recherches menées actuellement par de nombreux scientifiques [Antsaklis et Koutsoukos, 2002].

Certaines approches de la commande des SDH porte sur la formulation et la résolution d'un problème de commande optimale caractéristique des systèmes continus.

D'autres approches visent à rechercher une stratégie discrète permettant de restreindre le comportement du SDH pour satisfaire des spécifications imposées.

Notre travail de recherche concernant la synthèse de la commande s'inscrit dans cette dernière catégorie. L'objectif est d'apporter une solution originale au problème de la congestion d'un carrefour isolé à deux voies utilisant une synthèse optimale de la commande pour les systèmes dynamiques hybrides. A cet effet, nous utiliser une démarche basée sur une extension de la théorie classique de la commande supervisée, développée par Ramadge et Wonham [Ramadge et Wonham, 1987*b*, 1989] pour les systèmes à événements discrets.

1.2 Modélisation du trafic

Depuis quelques décennies, les villes n'ont pas cessé de s'étendre avec le développement économique du monde. Il a fallu absorber les flux de personnes et de marchandises. Ce phénomène est particulièrement important en Algérie où le boom économique de ces dernières décennies a entraîné une croissance massive du nombre de véhicules sans que, ni les infrastructures routières urbaines, ni les schémas de circulation n'aient été modifiées. De plus, l'adoption de la loi sur le crédit à la consommation et en particulier à l'achat de véhicules a conduit à une croissance importante du nombre des usagers du trafic urbain. Il s'en est suivi une circulation difficile allant jusqu'à la congestion du trafic durant les heures pointe.

la construction de nouvelles infrastructures et l'extension de réseaux existants, elles ne peuvent être retenues car le coût financier et le manque d'espace disponible constituent une limite.

C'est pour améliorer le rendement des infrastructures et pour alléger les congestions que la théorie du trafic a été développée depuis 1930. Ce développement a donné naissance à plusieurs modèles du trafic.

Les premiers modèles mathématiques, proposés dans [Greenshields, 1935], ont été inspirés de la théorie de la mécanique des fluides, l'écoulement étant décrit par une équation parabolique, représentant la relation débit-densité. La recherche de nouveaux modèles s'est ensuite accélérée dans les années 1950, des nouvelles études ont été élaborées sur la base des approches théoriques aussi diverses que le suivi du véhicule [Pipes, 1953; Chandler, 1958], la théorie du débit de la circulation routière [Lighthill, 1955; Richards, 1956] et la théorie des files d'attente [Wardrop, 1952]. Dans les années 1970 une nouvelle approche a été introduite, fondée sur l'analogie avec l'écoulement des fluides dans la mécanique des fluides; comme précurseurs on peut mentionner Payne et Whitham [Payne, 1971; Whitham, 1974].

Dans les dernières décennies, le trafic routier a connu des développements importants, les auteurs tentant d'améliorer les modèles existants ou de proposer de nouveaux modèles, appropriés aux nouvelles conditions de la circulation routière.

Les modèles de flux de trafic routier représentent un moyen efficace pour décrire les phénomènes et le comportement du flux de véhicules au sein des réseaux urbains et inter urbains. La multiplication des modèles développés à ce jour impose de les classer afin de mieux juger de leur capacité à s'adapter au problème traité.

Dans le domaine du trafic routier, il n'existe pas de modèle « universel » capable de décrire parfaitement l'écoulement. Nous verrons que chaque modèle est le reflet d'une certaine vision du trafic, plus ou moins empirique.

A l'image des classifications usuelles proposées par la littérature, nous considérons les modèles de trafic selon le niveau de détail qu'ils proposent. Nous distinguerons trois types de modèles rencontrés : macroscopiques, mésoscopiques et microscopiques. La modélisation macroscopique du trafic peut être assimilée à la traversée d'un tuyau par l'eau. Dans un modèle mésoscopique les véhicules sont individuels mais ils ont un comportement global. Dans le cas microscopique les détails et le comportement individuel de chaque véhicule sont des points focaux du modèle.

1.2.1 Modèles microscopiques

La modélisation microscopique du trafic routier revient à décrire le comportement individuel de chaque couple véhicule-conducteur en fonction de son environnement. Plusieurs modèles ont été proposés dans la littérature et se classent principalement en deux catégories : les modèles de suivi des véhicules et les modèles de type automates cellulaires.

Les modèles de suivi des véhicules (« *car-following models* ») essaient de décrire le processus par lequel un véhicule suit un autre. Dans cette catégorie, on rencontre trois types de modèles: les modèles de prévention (« *safe-distance models* ») [Pipes, 1953], les modèles de type stimulus réponse (« *stimulus-response models* ») [Chandler, 1958] et les modèles à vitesse optimale (« *optimal speed models* ») [Newell 1961].

- **Modèles à distance de sécurité**

Ces modèles cherchent à décrire simplement la dynamique du seul véhicule en relation avec son prédécesseur, de sorte à respecter une certaine distance de sécurité. Un des premiers modèles à avoir été développé sur cette idée-là est le modèle simple de Pipes [Pipes, 1953]. Ce modèle supposait la règle d'inter distance minimale suivante : « une bonne règle pour suivre un autre véhicule à une distance sûre est de laisser au moins l'équivalent d'une longueur de son propre véhicule tous les dix *miles* par heure [soit 16,1 km/h] ». Cela nous donne la relation suivante :

$$S_{i,sécurité}(t) = L_i \cdot \left\{ 1 + \frac{v_i(t)}{16,1} \right\} \quad 1.1$$

Dans ce modèle, la distance minimale de sécurité, $S_{i,sécurité}(t)$ augmente linéairement avec la vitesse du véhicule $v_i(t)$. D'autres auteurs ont proposé une approche relativement similaire.

Kometani et Sasaki ont proposé en 1959 [Kometani et al., 1959] un modèle de prévention de collision. Ce modèle retranscrit la trajectoire d'un véhicule en fonction d'une distance de sécurité minimale permettant d'éviter toute collision. Le développement de ce type de modèles s'appuie sur une utilisation des simples équations newtoniennes du mouvement. Il s'exprime par :

$$S_{i,sécurité}(t) = \alpha \cdot v_{i-1}^2(t) + \beta \cdot v_i^2(t + T) + \gamma \cdot v_i(t + T) + \delta \quad 1.2$$

Les coefficients α et β représentent l'inverse de la capacité maximale de décélération respectivement du véhicule *leader* et du véhicule suiveur. Le coefficient γ est homogène à l'inverse d'un temps et δ est homogène à une distance. Ce sont des paramètres du modèle à calibrer. Le temps T nécessaire à la prise en compte d'une modification de vitesse du conducteur peut être interprété comme un temps de relaxation.

Les travaux de [Gipps, 1981] ont eu pour but de compléter cette approche initiale en incorporant une vitesse maximale désirée $V_{i,désirée}$, ainsi qu'un un taux de freinage maximal b_i^{max} , s'apparentant aux termes cinétiques de l'équation précédente. Ainsi, la vitesse du véhicule est définie par la valeur minimale entre $v_i^a(t + T_r)$, la vitesse qu'il peut réellement atteindre d'un point de vue dynamique, et $v_i^b(t + T_r)$, la vitesse qu'il est possible d'adopter en connaissant les contraintes de sécurité liées à la présence du véhicule *leader*. Cela s'exprime comme suit :

$$v_i(t + T_r) = \min(v_i^a(t + T_r), v_i^b(t + T_r)) \quad 1.3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_i^a(t + T_r) = v_i(t) + 2,5 \cdot a_i^{max} \cdot T_r \cdot \left(1 - \frac{v_i(t)}{V_{i,désirée}}\right) \sqrt{0,025 + \frac{v_i(t)}{V_{i,désirée}}} \\ v_i^b(t + T_r) = b_i^{max} \cdot T_r + \sqrt{b_i^{max \ 2} \cdot T_r^2 - b_i^{max} \left[2\{S_i(t) - \hat{S}_i\} - v_i(t) \cdot T_r - \frac{v_{i-1}(t)^2}{\hat{b}_{i-1}^{max}}\right]} \end{array} \right.$$

- **Modèles de type réponse à un stimulus**

Le principe de ces modèles peut être illustré par une relation linéaire de la forme suivante :

$$réponse(t + T_r) = sensibilité \times stimulus(t)$$

Formellement, la relation stimulus-réaction du véhicule suiveur est modélisée selon l'une des deux approches générales : linéaire [Chandler, 1958] ou non-linéaire [Gazis, 1959].

Dans le modèle de poursuite linéaire, tous les couples véhicule-conducteur sont supposés identiques (même temps de réaction et même distance d'arrêt en cas de freinage brusque). Ce modèle est fondé sur l'hypothèse qu'un conducteur va adapter son accélération afin de rester en permanence à une certaine distance de sécurité du véhicule qui le précède.

Un des modèles pionniers est le modèle linéaire de Chandler, Herman et Montroll [Chandler et al., 1958] dont voici l'expression :

$$\ddot{x}_i(t + T_r) = \alpha \cdot (\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)) \quad 1.4$$

Ce modèle présente l'expression de l'accélération du véhicule suiveur (i+1) en fonction de la sensibilité (homogène à l'inverse d'un temps) du conducteur au différentiel de vitesse entre les deux véhicules et d'un temps de réaction. De même, les travaux entrepris considèrent un temps de relaxation $\tau = 1/\alpha$. Ce temps de relaxation à différencier d'un temps de réaction, traduit un temps caractéristique du système nécessaire pour retourner à l'équilibre.

Le modèle de Gazis, Herman et Rothery [Gazis et al, 1961], également connu sous la dénomination de modèle General Motors (GM), propose une expression généralisée pour le coefficient de sensibilité α . Le modèle de poursuite ainsi proposé est non linéaire :

$$\ddot{x}_i(t + T_r) = \beta \frac{(\dot{x}_i^m(t+T_r))}{(x_{i-1}(t) - x_i(t))} (\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)) \quad 1.5$$

Ce modèle permet de prendre en compte l'inter distance entre les deux véhicules.

Les coefficients β , l et m sont des paramètres du modèle. Il est possible de retrouver le modèle linéaire de Chandler *et* de ces collègues dans le cas où $m = l = 0$. Le coefficient de sensibilité est homogène au produit d'une longueur à la puissance $(l - m)$ par un temps à la puissance $(m - 1)$.

De nombreuses études ont été menées afin de déterminer la combinaison « optimale » du couple de paramètres $(l;m)$. Ces études ont été très nombreuses durant les quinze années qui ont suivi la publication du modèle GRH ; peu de chercheurs ont persévéré ensuite dans cette voie. Le lecteur pourra se référer à [Brackstone et McDonald, 1999] pour plus de détails.

- ***Le modèle à vitesse optimale***

Proposé par Newell [Newell 1961], Dans ce modèle, le conducteur est supposé adapter sa vitesse non pas en fonction de la vitesse du véhicule de devant, mais en fonction d'une vitesse qui dépend de la distance entre les véhicules. Cette vitesse, notée V_0 , est appelée vitesse

optimale et correspond à la vitesse jugée satisfaisante par le conducteur pour une distance donnée. Ce modèle est exprimé par la relation suivante :

$$v_{i+1}(t + \Delta t) = v_0(x_i(t) - x_{i+1}(t)) \quad 1.6$$

Dans ce modèle, on ne décrit plus la réponse d'un véhicule au bout d'un temps de réaction donné ; on suppose que le conducteur va changer instantanément de vitesse après un temps Δt , temps qui ne correspond pas à un temps de réaction du conducteur mais au temps mis pour changer de vitesse.

Dans [Bando et al, 1995], les auteurs proposent un autre modèle de ce type en considérant un développement limité à l'ordre 1 du modèle de Newell. Ils obtiennent alors le modèle suivant :

$$\frac{dv_{i+1}(t)}{dt} = \frac{v_0(x_i(t) - x_{i+1}(t)) - v_{i+1}(t)}{\Delta t} \quad 1.7$$

$$v_0(x_i(t) - x_{i+1}(t)) = \frac{v_0}{2} (\tanh(x_i(t) - x_{i+1}(t) - d_c) + \tanh(d_c)) \quad 1.8$$

v_0 et d_c étant deux paramètres de la vitesse optimale. Dans ce modèle, de petites perturbations peuvent survenir sous certaines conditions. L'amplification de ces perturbations peut conduire à l'apparition de congestions.

- **Modèles d'automates cellulaires**

Ces modèles microscopiques représentent l'écoulement du flot sous la forme d'une dynamique simple : l'évolution de cellules échangeant entre elles de l'information sous forme de véhicules. Le modèle élémentaire est basé sur un vecteur unidimensionnel de L cellules. En général, la taille d'une cellule est de 7.5 mètres [Nagel 1996]. La longueur de la cellule est choisie d'une manière à ce que le véhicule passe d'une cellule à l'autre en un seul pas de temps. Chaque cellule est, soit occupée par un véhicule, soit vide.

Bien que le premier modèle d'automate cellulaire appliqué au cas du trafic routier soit le modèle de [Cremer et Ludwig, 1986], le modèle le plus connu est celui de [Nagel et Schreckenberg, 1992].

Les automates cellulaires représentent un outil de modélisation efficace pour décrire, finement et efficacement les comportements dynamiques et complexes du trafic.

Pour rendre les automates cellulaires plus réalistes, Wu [Wu et al. 1999] a orienté les règles de déplacement dans le sens des lois de poursuite. Bien que ces modèles soient très rapides, ils sont loin d'être réalistes, et ce, compte tenu de leur incapacité à détailler les manœuvres tel que le changement de voie.

1.2.2 Modèles mésoscopiques

Les modèles mésoscopiques occupent une position intermédiaire entre les modèles microscopiques et les modèles macroscopiques. Ce type de modèle représente le trafic routier sous forme de paquets de véhicules, Un paquet est un ensemble de voitures qui partagent les mêmes propriétés (même origine et destination par exemple).

Certains modèles mésoscopiques sont obtenus par analogie avec la théorie cinétique de gaz, en décrivant la dynamique de la densité réduite espace-phase (PSD : Phase-Space Density) $\tilde{\rho}(x, v, t)$. Cette densité peut être définie comme étant le nombre de véhicules supposés circuler dans la région infinitésimale $[x, x + dx]$ à une vitesse appartenant à l'intervalle $[v, v + dv]$.

La densité réduite phase-espace représente la fonction de distribution de la vitesse d'un véhicule individuel. Plus tard, Prigogine et Herman [Prigogine et al. 1971] introduit deux termes à cette première équation décrivant la dynamique de l'ensemble du flux routier. Le premier terme décrit le changement de la densité causé par l'accélération conduisant à la vitesse désirée et le deuxième terme correspond au changement de la densité provoqué par les interactions entre les véhicules eux-mêmes. Le modèle mésoscopique est représenté par la relation suivante :

$$\frac{\partial \tilde{\rho}(x,v,t)}{\partial t} + v \frac{\partial \tilde{\rho}(x,v,t)}{\partial x} = \left(\frac{\partial \tilde{\rho}(x,v,t)}{\partial t} \right)_{acc} + \left(\frac{\partial \tilde{\rho}(x,v,t)}{\partial t} \right)_{int} \quad (1.9)$$

$\left(\frac{\partial \tilde{\rho}(x,v,t)}{\partial t} \right)_{acc}$, dénote les changements dues aux accélérations et $\left(\frac{\partial \tilde{\rho}(x,v,t)}{\partial t} \right)_{int}$ dénote les changements dues aux interactions entre véhicules.

De nombreux autres modèles ont été conçus dans le but d'améliorer celui élaboré par Prigogine et Herman, nous pouvons citer entre autres : le modèle de Paveri-Fontana [Paveri-Fontana 1975], le modèle multi-classes de Hoodgendoom et Bovy [Hoogendoorn et al. 2000], le modèle multi-voies de Helbing [Helbing 1997] et le modèle multivoies et multi-classes de Hoodgendoom [Hoogendoorn 1999].

Les modèles fondés sur les distributions des écarts temps inter-véhicules (le temps qui sépare le passage de deux véhicules successifs) supposent que ces écarts soient distribués uniformément. Ces modèles sont considérés comme étant des modèles mésoscopiques du fait qu'ils tiennent compte des écarts de temps inter-véhicules sans pour autant expliciter le comportement de chaque véhicule ni tracer sa trajectoire.

De nombreux modèles reposant sur ce principe ont été proposés par plusieurs auteurs. Nous pouvons citer plus particulièrement le modèle semi-poisson de Buckley [Buckley 1968] et le modèle généralisé de la file d'attente de Branston [Branston 1976].

1.2.3 Modèles macroscopiques

Les modèles macroscopiques correspondent à une vision continue de l'écoulement.

Ils sont fondés sur une analogie avec la mécanique des fluides : on représente l'écoulement des véhicules sous la forme d'un flux.. Les principales variables utilisées dans ces modèles sont définies de la façon suivante. Le débit, noté $q(x,t)$, est le nombre de véhicules qui passent en un point x du réseau à l'instant t . La densité, notée $\rho(x,t)$ correspond aux nombres de véhicules présents au point x à l'instant t . La vitesse du flot, notée $V(x,t)$, est la vitesse moyenne des véhicules se situant en x à l'instant t .

A partir de ces trois grandeurs, deux équations sont établies pour décrire l'évolution du flux de trafic. La première (Eq. 1.10) exprime la loi de conservation :

$$\frac{\partial q(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} = 0 \quad 1.10$$

La seconde (Eq. 1.11) est une relation du débit en fonction du produit de la densité et de la vitesse moyenne à l'équilibre.

$$q(x,t) = \rho(x,t) \cdot v(x,t) \quad 1.11$$

Ces deux équations doivent être complétées par une troisième équation afin de décrire complètement l'évolution du trafic. Cette équation permet de distinguer deux catégories de modèles macroscopiques de flux de trafic. La première équation désigne les modèles du premier ordre dits de type LWR et la seconde équation définit les modèles dits de second ordre ou d'ordre supérieur. Les paragraphes suivants proposent un bref rappel sur ces deux classes de modèles macroscopiques.

- **Modèles du premier ordre de type LWR**

Le modèle le plus couramment utilisé est également un des modèles pionniers en modélisation du trafic routier. Il s'agit du modèle développé simultanément par [Lighthill et Whitham, 1955] ainsi que [Richards, 1956], s'appuyant sur une analogie avec la dynamique des fluides. Plus communément appelé modèle LWR, Ce modèle utilise l'équation de conservation ainsi que la relation entre le débit, la densité et la vitesse moyenne (Eq 1.10 et 1.11). Ces deux équations sont complétées par une relation d'équilibre de la vitesse en fonction de la densité. Cette dernière relation suppose que le trafic est toujours en équilibre et qu'il évolue en passant d'un état d'équilibre à un autre. L'équation de la vitesse à l'état d'équilibre dite " diagramme fondamental ".

Greenschild [Greenschild (1934)] est le premier auteur à avoir proposé un modèle mathématique du diagramme fondamental obtenu à partir d'une étude expérimentale d'une section de route, correspondant à un nuage de points de fonctionnement.

Il n'existerait pas moins de 25 diagrammes fondamentaux (DF) différents dans la littérature. Parmi les relations les plus couramment rencontrées il y a celles proposées par [Greenschild (1935)] proposé un modèle mathématique du D.F. Il a considéré une décroissance linéaire de la vitesse et de la densité et une forme parabolique de la densité et le débit. [Daganzo (1994)] bi- linéaire (triangulaire) de la densité et le débit. [Smulders, 1990], qui est une combinaison des deux précédents: il est parabolique pour les faibles densités et linéaire pour les fortes densités (parabolique- linéaire)

Les modèles type LWR sont couramment utilisés. Ils sont notamment appréciés pour leur robustesse, leur simplicité d'utilisation mais aussi par l'existence de solutions analytiques pour des cas simples. De plus, de nombreuses extensions en ont été déduites afin de pouvoir permettre la prise en compte de la variabilité des usagers dans leurs comportements mais pour introduire aussi la variabilité des véhicules.

Malgré tout, le modèle LWR possèdent plusieurs désavantages [Daganzo (1995)], [Papageorgiou (1998)], qui se résument en un nombre de suppositions irréalistes. Le principal est le fait qu'il considère le trafic dans un état d'équilibre à chaque instant. Les phases transitoires ne sont de ce fait pas prises en compte car le modèle considère que le trafic passe d'un état d'équilibre à un autre état d'équilibre instantanément. De plus, il est possible de souligner que la vitesse n'est pas utilisée comme variable fondamentale.

Afin de remédier à ces insuffisances, les recherches récentes se sont penchées sur le développement d'un autre type de modèles capable de traiter les phénomènes qui se

produisent hors équilibre. Ces modèles appelés de second ordre ou d'ordre supérieur sont décrits dans la partie suivante.

- **Modèles du second ordre**

Pour améliorer la description de l'écoulement, d'autres modèles ont été proposés sur la base du modèle de LWR afin de mieux décrire les phases transitoires : il s'agit des modèles d'ordre supérieur.

Les modèles de second ordre permettent de prendre en compte les états de non équilibre ainsi que les situations de convergence vers un état d'équilibre. L'équation d'équilibre utilisée dans le cadre des modèles de premier ordre est ainsi remplacée par une équation dynamique exprimant l'accélération du flux. L'accélération est composée d'un terme de relaxation vers la vitesse d'équilibre $v_{eq}(\rho)$ ainsi qu'un terme physique de comportement individuel.

Le principe général des modèles d'ordre supérieur est de remplacer la relation fondamentale, qui est une relation d'équilibre de la vitesse, par une équation dynamique qui exprime l'accélération du flux. Cette accélération est composée de deux termes :

$$\text{accélération} = \left\{ \begin{array}{l} \text{relaxation vers la vitesse d'équilibre } v_{eq}(\rho) \\ + \\ \text{terme physique de comportement individuel} \end{array} \right.$$

Le premier modèle de ce type a été proposé par Payne [Payne, 1971]. Il s'écrit :

$$\underbrace{\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x}}_{\text{Acc élération}} = \underbrace{\frac{1}{\tau} (v_{eq}(\rho) - v)}_{\text{Relaxation}} - \underbrace{\frac{v'_{eq}(\rho)}{2\tau} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x}}_{\text{Anticipation}} \quad 1.12$$

Où τ est le temps de réaction.

L'anticipation traduit le comportement individuel des conducteurs. En effet, chaque conducteur adapte son accélération en fonction du gradient de la densité. Il peut ainsi ralentir ou accélérer selon que la zone est dense ou fluide.

Bien que le modèle de Payne corrige quelques insuffisances du modèle LWR, mais il est fortement critiqué dans [Daganzo, 1995b] en raison de la présence d'ondes qui se propagent à des vitesses plus importantes que celles des véhicules, ce qui contredit l'anisotropie du trafic.

Aw, Rasclé [Aw, 2000] et Zhang [Zhang, 2002a] ont ensuite proposé un modèle anisotrope, appelé ARZ, ne présentant pas ce type de problème.

En générale les modèles de deuxième ordre ont été constitués pour prévoir le trafic en dehors de leurs états d'équilibre. Leur principal avantage est qu'ils modélisent l'apparition et l'évolution de phénomènes lorsque le trafic varie son état. Cependant leur complexité de solution analytique et le fait qu'ils ne proposent pas une modélisation plus réaliste des phases transitoires par rapport au modèle LWR.

1.2.4 Variables du trafic microscopiques [Cohen, 1990]

Le développement considérable de la circulation automobile et l'accroissement constant de la motorisation ont rendu nécessaire l'élaboration de théories du trafic, capables de décrire, d'expliquer et de prévoir les interactions entre les véhicules ainsi que les mouvements d'ensemble sur les infrastructures routières. Ces théories, déterministes ou probabilistes s'introduisent au moyen d'un certain nombre de variables, de relations ou de distributions caractéristiques.

Les grandeurs *microscopiques* sont celles inhérentes aux véhicules considérés individuellement.

1.2.4.1 L'écart de temps inter-véhiculaire

En un point donné de la route, c'est le temps qui s'écoule entre les instants de passage de *l'avant* des véhicules successifs.

Cette variable se révèle particulièrement utile dans les études relatives à la sécurité routière et dans de nombreux problèmes de simulation du trafic. Certains algorithmes de régulation de carrefours à feux en ville, fonctionnant en temps réel, font appel au temps inter-véhiculaire. Sur autoroute urbaine, la "régulation d'intervalles" constitue aujourd'hui une mesure d'exploitation de plus en plus répandue. Ce paramètre permet enfin d'appréhender les effets de la composition du trafic sur les conditions d'écoulement de la circulation.

1.2.4.2 L'espacement entre véhicules

C'est la distance, notée s , qui sépare à un instant donné, l'avant des véhicules successifs sur une même voie de circulation.

1.2.4.3 La vitesse

- **La vitesse instantanée**

Le premier concept introduit est celui de *vitesse instantanée*. Pour un même véhicule, l'enregistrement des vitesses instantanées permet de caractériser le profil temporel de la vitesse. Cet histogramme est utile à l'obtention de divers paramètres. Il est révélateur de la qualité du trafic sur un itinéraire et s'emploie fréquemment dans les calculs relatifs à la consommation d'énergie des véhicules.

- **La vitesse moyenne**

Sur un parcours de durée T , la vitesse moyenne v_{moy} d'un véhicule est définie par :

$$v_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T v_{inst}(t) dt$$

Où $v_{inst}(t)$ désigne la vitesse instantanée du véhicule à l'instant t .

1.2.4.4 L'accélération

- **Distribution statistique**

L'accélération instantanée se déduit de la vitesse instantanée par dérivation. En pratique, pour tenir compte des bruits liés aux résultats acquis par "différences successives", les valeurs de l'accélération doivent généralement être lissées.

- **Accélération moyenne**

Sur un parcours de durée T , l'accélération moyenne a_{moy} d'un véhicule est définie par

$$a_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T a_{inst}(t) dt = \frac{v_{inst}(T) - v_{inst}(0)}{T}$$

où $v_{inst}(t)$ et $a_{inst}(t)$ désignent respectivement la vitesse instantanée et l'accélération instantanée à l'instant t .

- **Indicateurs de qualité du trafic**

Un premier indicateur de qualité de la circulation s'introduit à partir de l'accélération : il s'agit du *bruit d'accélération*, noté σ_a . Cette variable est liée à la fois au conducteur, aux caractéristiques de la route et aux conditions de circulation, σ^2 est défini par

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{T} \int_0^T [a_{inst}(t) - a_{moy}(T)]^2 dt$$

Le bruit d'accélération croît avec l'encombrement du trafic. [Cohen, 1990]

1.2.5 Variables du trafic Macroscopique [Cohen, 1990]

Les variables du trafic permettent de refléter l'état de la circulation des véhicules. Ces variables expriment soit le comportement moyen des flots de véhicules (*macroscopique*), soit le comportement individuel de la conduite (*microscopique*), sur une section de route donnée. Les variables couramment utilisées sont:

1.2.5.1 Le débit

Il correspond à la répartition des véhicules dans le temps. On définit tout d'abord le débit moyen $q(t_1, t_2, x)$ au point d'abscisse x entre les instants t_1 et t_2 par le rapport

$$q(t_1, t_2, x) = \frac{n(t_1, t_2, x)}{t_2 - t_1}$$

Dans lequel $n(t_1, t_2, x)$ désigne le nombre de véhicules passés en x entre les deux instants.

Expérimentalement, le débit peut être déterminé par de simples comptages sur la route.

Dans certaines théories, le flot des véhicules est parfois considéré comme un milieu continu. On définit alors le débit $q(t, x)$ au point x et à l'instant t par:

$$q(t, x) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} q\left(t - \frac{\Delta t}{2}, t + \frac{\Delta t}{2}, x\right)$$

Une telle définition ne s'applique pas en terme d'une théorie discrète de l'écoulement de la circulation, car cette limite vaudrait l'infini ou zéro, selon qu'il passerait ou non un véhicule au temps t . Il s'agit donc d'une schématisation mathématique et en fait, l'on considère qu'il y a identité entre $q(t, x)$ et $q\left(t - \frac{\Delta t}{2}, t + \frac{\Delta t}{2}, x\right)$ pour de petites valeurs de t , par exemple de l'ordre de 20 secondes.

1.2.5.2 La concentration (ou densité)

Elle décrit la répartition des véhicules dans l'espace. La concentration moyenne $k(x_1, x_2, t)$ à l'instant t sur une section de route limitée par les points d'abscisses x_1 et x_2 correspond au rapport

$$k(x_1, x_2, t) = \frac{n(x_1, x_2, t)}{x_2 - x_1}$$

Dans lequel $n(x_1, x_2, t)$ désigne le nombre de véhicules présents sur la section à l'instant t .

Une telle grandeur est par exemple directement observable par photographie aérienne ou encore par caméra vidéo. Les théories continues définissent par suite la concentration $k(x, t)$ au point x et à l'instant t par :

$$k(x, t) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} q\left(x - \frac{\Delta x}{2}, x + \frac{\Delta x}{2}, t\right)$$

Sans reprendre le précédent commentaire, soulignons cependant que si Δx est de l'ordre de 50 à 100 mètres, il y a pratiquement identité entre les valeurs de $k(x, t)$ et $k\left(x - \frac{\Delta x}{2}, x + \frac{\Delta x}{2}, t\right)$

1.2.5.3 Le taux d'occupation

Cette variable est aujourd'hui très couramment employée dans le domaine de l'exploitation. Le procédé de mesure du taux d'occupation le plus répandu fait appel à des capteurs - boucles magnétiques - enfouis dans la chaussée et sensibles aux variations du champ magnétique produites par le passage des masses métalliques des véhicules. Grandeur sans dimension, définie par la proportion de temps durant laquelle la boucle est occupée, le taux d'occupation τ est directement lié (voir annexe 1) à la concentration k par la relation

$$\tau = (L + l)k$$

Où L et l désignent respectivement la longueur moyenne des véhicules et celle du capteur. Une telle relation se révèle très utile car à la différence du taux d'occupation, les procédés de mesure de la concentration sont actuellement complexes et coûteux.

1.2.5.4 La vitesse moyenne dans le temps

En un point fixé de la route, la vitesse moyenne dans le temps u_t , est la moyenne arithmétique des vitesses instantanées u_i des véhicules, passant pendant un intervalle de temps indéterminé

$$u_t = \frac{\sum_{i=1}^N u_i}{N}$$

1.2.5.5 La vitesse moyenne d'espace

La notion de vitesse moyenne d'espace u_s , définie par Wardrop, s'avère plus utile en pratique. On désigne ainsi, sur une section de route de longueur fixée, la moyenne arithmétique des vitesses des véhicules à un instant donné. [Cohen, 1990]

$$u_s = \frac{d}{\frac{\sum_{i=1}^N t_i}{N}}$$

1.3 Commande des feux de trafic

Les premiers panneaux dynamiques apparus sur le réseau routier sont les feux tricolores qui changent automatiquement et périodiquement les priorités aux carrefours. Les prémices de la régulation ont donc consisté en la mise en place de feux tricolores sur les carrefours, ce qui a contribué à améliorer la sécurité, notamment celle des piétons.

Le but d'optimiser les feux de signalisation d'une intersection est de choisir les phases et la durée de chacune, de manière à ce qu'un maximum de véhicules puissent circuler dans une intersection et diminuer le temps d'attente. Ensuite, il faut synchroniser les feux des différents carrefours, pour améliorer le trafic dans toutes les directions.

La commande du trafic représente le seul moyen efficace pour éliminer ou du moins alléger les effets des congestions, Ce type d'action permet en effet de proposer des solutions viables et efficaces pour un transport sûr, sans incidents avec une diminution de la pollution. Par ailleurs, avant d'élaborer une telle commande, il est nécessaire d'analyser le fonctionnement du carrefour et les mouvements possibles des flux de véhicules, qui permet de connaître les propriétés des flux et ainsi de parvenir au découpage en phases.

1.3.1 Le découpage en phases

Ce point est essentiel dans toute analyse du fonctionnement d'un carrefour. Le découpage en phases fait appel à la notion de mouvements conflictuels. D'une manière générale, l'on s'efforce d'élaborer un phasage qui:

- supprime ou minimise les conflits
- prenne en compte les piétons: cheminement, temps de traversée, sécurité
- tienne compte de la géométrie existante.

L'objectif est de parvenir à un fonctionnement optimum, minimisant le nombre de phases ainsi que la charge de chacune d'entre elles. Dans la mesure du possible, on tente de se rapprocher d'un fonctionnement à deux phases. Les mouvements d'importance équivalente sont souvent regroupés dans une même phase.

Notions de conflits

On distingue 3 types de conflits.

- *les conflits primaires* : ce sont ceux qu'il convient impérativement de régler par le découpage en phases. Ils sont issus de la rencontre de 2 mouvements sécants. Par suite, au niveau du matériel chargé de réguler le carrefour, ces conflits déterminent la matrice des sécurités.



Figure 1.7 Exemples de conflits primaires

- *tes conflits secondaires* : ce type de conflit n'est pas interdit, mais seulement gênant et en principe les règles du code de la route définissent les priorités respectives. Toutefois, pour des raisons de sécurité ou de fluidité, ces mouvements conflictuels peuvent être séparés.

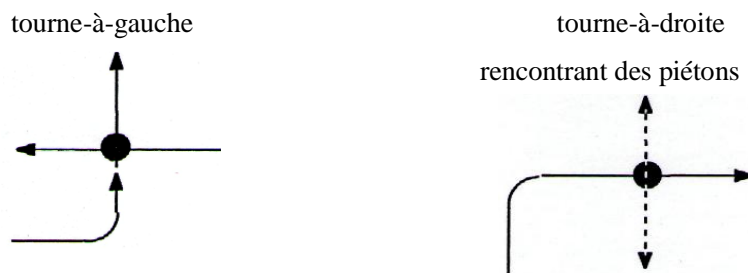
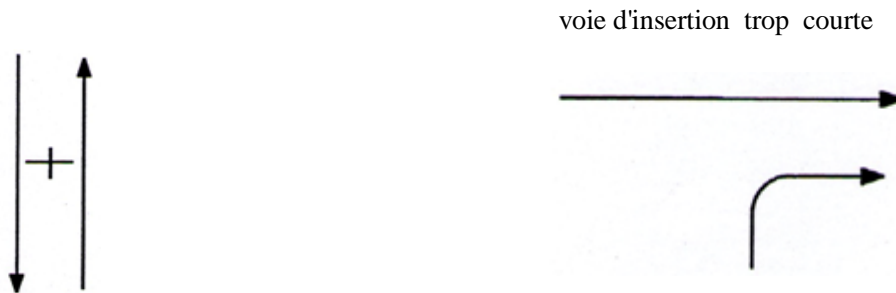


Figure 1.8 Exemples de conflits secondaires

- *les conflits tertiaires* : ce ne sont pas à proprement parler des conflits; cependant, dans certains cas précis, on peut être amené à séparer les courants.



voies étroites empruntées
par un fort pourcentage
de poids lourds

Figure 1.9 Exemples de conflits tertiaires

1.3.2 Matrice des conflits

Elle est obtenue à partir du repérage préalable des différents mouvements traversant le carrefour. Les mouvements des piétons sont pris en compte au même titre que ceux des véhicules ; toutefois, les sens de déplacement ne sont pas individualisés. L'exemple suivant est relatif au cas d'un carrefour à 3 branches : 8 mouvements sont ainsi définis.

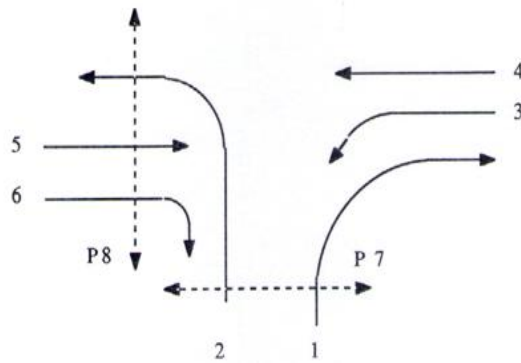


Figure 1.10 Mouvements se produisant à un carrefour à trois branches

La matrice des conflits correspondante, peut se présenter comme suit :

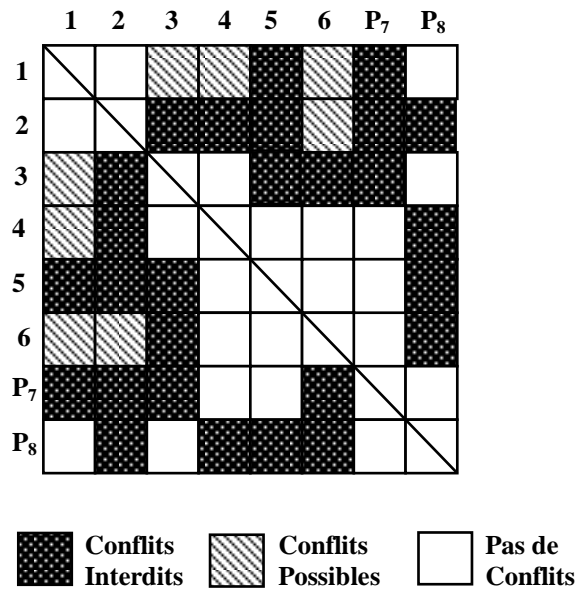


Figure 1.11 Matrice des conflits [Cohen, 1990]

Cette matrice se révèle particulièrement utile, lors du découpage en phases.

1.3.3 Méthodes de commande des feux de trafic [Cohen, 1990]

La méthode classique adoptée pour prévenir ou réduire les congestions dans les villes modernes est basée sur la signalisation routière. Le droit de passage est attribué aux usagers par l'utilisation de feux de couleurs standards (rouge-orange/jaune-vert), ce qui permet de résoudre les conflits entre les différents flux de circulation aux carrefours. Le contrôle de la signalisation du trafic pour les carrefours se divise généralement en deux catégories : la stratégie de contrôle à plan de feux fixe, c'est-à-dire avec un cycle fixé, et la stratégie de contrôle adaptative, qui permet des changements de durées de phases en fonction de la demande du trafic.

- **Carrefour à plan de feux fixe**

Le plan de feux fixe est le plus simple, mais aussi une méthode très connue et acceptée par nos villes.

Les durées des phases et leurs séquences sont définies par la fonction des états historiques.

Dans [Webster 1958], les auteurs ont proposé une formule importante pour trouver la durée de cycle

La durée de cycle optimale C_0 est fournie par la formule de Webster, minimisant le retard subi par les véhicules :

$$C_0 = \frac{1,5 T + 5}{1 - Y}$$

Où T désigne le temps total perdu par cycle et Y la charge du carrefour. Le temps total perdu par cycle T s'obtient en additionnant les temps de rouge intégral et les temps perdus par phase des entrées prédominantes :

$$T = \sum t_p + \sum r_i$$

En règle générale, la valeur moyenne de t_p correspond à 5,5 s et celle de r_i à 2 s (sauf exception) de sorte que

$$T = 7,5 n$$

n désignant le nombre de phases.

Par suite, on choisit une durée de cycle C la plus proche possible de C_0 en tenant compte des limites inférieure et supérieure déterminées lors de l'établissement des données.

- **Régulation du trafic avec les systèmes adaptatifs**

La mise au point de différentes commandes adaptatives est étroitement liée aux développements récents de la microélectronique. Dans le domaine de la régulation des

carrefours, la pénétration massive des microprocesseurs permet en effet d'envisager d'autres formes que les réglages des feux à cycle fixe. Plusieurs algorithmes peuvent être utilisés :

- l'algorithme intervalle-véhicule
- l'algorithme volume-densité
- l'algorithme de Miller.

Des développements encore récents concernent d'autres algorithmes tels que PRODYN en France, MOVA en Grande Bretagne, OPAC aux Etats-Unis.

- **L'escamotage de phase**

Son principe consiste à supprimer une phase si aucun usager n'est détecté sur l'entrée correspondante, n peut concerner :

- un mouvement tournant, par exemple un tourne-à-gauche
- une phase spéciale bus
- une voie secondaire à faible trafic durant certaines périodes horaires, par exemple la nuit
- une traversée piétons (feux à commande manuelle par bouton poussoir).

L'escamotage permet la prise en compte d'usagers ne se présentant pas à chaque cycle, en particulier lorsque le carrefour fonctionne à plus de deux phases. En pratique, l'escamotage prend différentes formes :

- l'escamotage vertical : une phase spéciale n'apparaît qu'en fonction de la détection d'une présence de véhicule ou d'un appel piéton. La durée du cycle varie.
- l'escamotage horizontal : c'est le cas d'un passage piétons. Cette forme n'a pas d'influence sur la durée du cycle.
- la priorité d'artère : le fonctionnement correspond à un vert permanent sur l'artère principale. Il sera interrompu par un appel piéton ou par une détection de véhicules sur une des voies antagonistes.

- **L'algorithme intervalle-vehicule**

C'est un algorithme de micro-régulation de carrefour largement industrialisé par les constructeurs. Le but est de maintenir le vert tant qu'un trafic continu se présente sur une entrée et de le raccourcir chaque fois qu'il n'est plus utile.

L'algorithme attribue tout d'abord une durée de vert minimum. Le principe de la régulation consiste ensuite à définir un intervalle de temps appelé intervalle critique, après le passage de chaque véhicule :

- si le véhicule passe sur le capteur avant la fin de l'intervalle critique, le vert est prolongé de T, temps nécessaire au franchissement des feux par le véhicule. Un nouvel intervalle critique est alors défini.

- sinon le feu commute au rouge.
- la durée de vert est bornée par une valeur maximale.

La durée de l'intervalle critique n'est pas constante. Elle décroît fortement si aucun véhicule n'est présent sur le détecteur et plus faiblement si le détecteur est activé. En milieu urbain, les valeurs de l'intervalle critique moyen couramment utilisées sont de l'ordre de 2 à 3 secondes. Si la part des véhicules lents et longs est importante, il doit être augmenté et peut alors atteindre 5 à 6 secondes.

La principale lacune de cet algorithme est de ne tenir compte que des véhicules sur la phase au vert : même si la file d'attente sur la phase rouge croît, le feu ne commute pas tant que des véhicules se présentent de manière rapprochée sur la phase au vert.

En pratique, le capteur de passage est installé à 25 m au plus de la ligne de feu. Ainsi, les véhicules stockés entre la ligne de feux et le capteur durant les états rouge et jaune de la phase peuvent s'évacuer durant le vert minimum.

- **L'algorithme volume-densité**

Il prend en compte la longueur de queue et la durée d'attente sur la phase au rouge. Le principe est analogue à celui de l'algorithme précédent. Toutefois, l'intervalle critique correspond au minimum de 3 intervalles tenant compte

- du débit actuel sur la phase au vert
- de la longueur de queue et du temps d'attente sur la phase au rouge.

En pratique, la boucle de régulation (ou le capteur de comptage) doit être située assez loin de la ligne de feux, par exemple à 80 m.

- **L'algorithme de miller**

Le principe consiste à minimiser les temps d'attente globalement sur l'ensemble du carrefour. A chaque pas, par exemple toutes les 2 s, l'algorithme teste la meilleure hypothèse :

- commutation immédiate du vert
- commutation du vert différée d'un ou de plusieurs pas.[Cohen, 1990]

Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous nous sommes intéressés à la théorie du trafic qui a donnée naissance à plusieurs modèles pour l'étude et l'analyse du comportement et des phénomènes qui régissent son écoulement a différents niveaux de détails. Dans ce contexte, nous avons identifié trois classes principales de modèles. La première repose sur des considérations

microscopiques et s'intéresse au véhicule individuel et ses interactions avec son environnement. Située au niveau intermédiaire, la seconde classe regroupe les modèles mésoscopiques. Ces modèles étudient le comportement d'un paquet de véhicules caractérisés par des propriétés identiques, Enfin, la troisième classe ignore le véhicule individuel et s'intéresse au mouvement du flux considéré d'un point de vue macroscopique.

En ce qui concerne la régulation du trafic on classe les techniques de gestion des feux en deux catégories principales :

- La gestion en "temps fixe" : elle consiste à calculer les réglages à partir de données recueillies avant installation, toute mise à jour devant s'effectuer par intervention humaine.
- La gestion en "temps réel" : elle exige de disposer en permanence d'une mesure de l'état de circulation, à partir de laquelle un algorithme calcule automatiquement les réglages appliqués immédiatement.

L'évolution du trafic est un processus dynamique où deux types de comportement coexistent. Le flux des voitures peut être vu comme un flux continu qui s'écoule le long des voies de circulation. Il sera modélisé par des variables continues. Ce flux est interrompu par les feux de signalisation qui correspondent à un système discret. Il s'agit donc là typiquement d'un système dynamique hybride.

Le chapitre suivant est consacré aux systèmes dynamiques hybrides.

Chapitre 2

Les Systèmes dynamiques hybrides

Introduction	38
2.1. Définition formelle des systèmes dynamiques hybrides	39
2.1.1. Systèmes réels	39
2.1.2. Systèmes continus	39
2.1.3. Systèmes à évènements discrets	40
2.1.4. Systèmes dynamiques hybrides	41
2.2. Caractéristiques des systèmes	43
2.3. Présentation des systèmes dynamiques hybrides	45
2.4. Structure d'un système dynamique hybride	45
2.4.1. La partie discrète	46
2.4.2. La partie continue	46
2.4.3. Interface entre la partie continue et la partie discrète	46
2.5. Classification des comportements hybrides	47
2.5.1. Commutations autonomes	48
2.5.2. Commutations contrôlées	48
2.5.3. Sauts autonomes	49
2.5.4. Sauts contrôlés	49
2.6. Bref aperçu sur les travaux autour des systèmes hybrides	49
2.7. Modélisation des systèmes dynamiques hybrides	50
2.7.1. Outils de modélisations des systèmes à évènements discrets:	50
2.7.2. Approches de modélisations des systèmes dynamiques hybrides	55
Conclusion	67

Introduction

L'automatique est une science pour l'ingénieur, qui traite essentiellement de l'étude du comportement dynamique et de la commande des systèmes physiques. Ces derniers sont généralement représentés par un modèle dynamique continu ou par un modèle à événements discrets.

Les systèmes continus généralement représentée par un système d'équations différentielles et algébriques, alors que les Systèmes à Événements Discrets (SED) sont des systèmes dynamiques dont l'espace d'état est un ensemble discret et dont les transitions entre états sont associées à des événements. Ces systèmes sont classiquement représentés sous forme graphique (Réseaux de Pétri Carl Adam Petri, 1962, Automates finis [Hopcroft et Ullman, 1979]).

Cependant la majorité des systèmes complexes réalistes mélangeant le continu et le discret ne peuvent pas être classés ni dans la catégorie "système continu" ni dans la catégorie "système discret". Il est important alors d'utiliser des modèles permettant de prendre en compte à la fois des variables continues et des variables discrètes ainsi que l'interaction entre ces deux dernières.

Au début des années 1980 avec la naissance d'une nouvelle classe des systèmes physiques, Ces systèmes sont appelés *systèmes hybrides* il y a eu une hausse rapide de l'intérêt porté à l'étude des systèmes hybrides.

Depuis les dix dernières années, une attention considérable a été portée à la recherche concernant les systèmes hybrides car ils couvrent plusieurs domaines d'applications tels les systèmes électrotechniques, la commande de processus industriels, la robotique, les systèmes de transport.

2.1. Définition formelle des systèmes dynamiques hybrides

2.1.1 Systèmes réels

Un système est un ensemble d'éléments (composants, constituants) interconnectés ou en interaction de façon à former une entité unique accomplissant ou pouvant accomplir une activité clairement définie.

Définition 2.1 : Un système réel est composé d'un 5-tuple : (T, ξ, ξ_0, U, Φ)

- T est l'intervalle du temps
- ξ est l'ensemble appelé espace d'état du système
- ξ_0 est l'ensemble appelé espace d'état initial du système
- U est l'ensemble des entrées ou de commande
- Φ représente l'ensemble des vecteurs champs attribuant à chaque état une trajectoire.

[Patrick Peter, 01]

2.1.2. Systèmes continus

Un système continu (SC), par définition, est un système dont l'évolution de ses variables est continue en fonction du temps. Ces variables prennent un nombre infini de valeurs. Les systèmes continus sont constitués d'éléments caractérisés par une ou plusieurs mesures qui peuvent prendre des valeurs réelles lorsque le temps évolue. Les grandeurs peuvent être, par exemple, une position, une vitesse, une accélération, un niveau, une pression, une température, un débit, une tension, etc. L'évolution de ces systèmes est modélisée, dans les cas classiques, d'une part, par des équations différentielles, par des fonctions de transfert ou par des matrices, s'il s'agit d'un système linéaire et d'autre part par les équations aux dérivées partielles (EDP).

Définition 2.2 :

Formellement, un système continu est composé d'un 5-tuple : $SC = (T, X, X_0, U, \Phi)$:

- $T \in \mathcal{R}$ est l'intervalle du temps
- $X \subseteq \mathcal{R}^n$ est l'espace d'état continu.
- $X_0 \subseteq X$ est l'espace d'état initial du système continu,
- $U \subseteq \mathcal{R}^r$ est le vecteur de commande,
- Φ le vecteur champ déduit par l'équation différentielle de la forme

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)); x(t_0) = x_0$$

$f: X \rightarrow \mathcal{R}^n$ vecteur champs continu [Patrick Peter, 01]

2.1.3. Systèmes à événements discrets

Un système à événements discrets (SED), contrairement à un système continu, est un système dynamique dans lequel l'espace d'état est discret. L'évolution de ces systèmes est déterminée par l'occurrence instantanée des événements.

D'une manière informelle, un SED est un système dynamique à espace d'états discrets dont les transitions entre les états sont effectuées suite à l'occurrence d'événements.

L'occurrence d'un événement est instantanée dans le sens où elle n'a pas de durée. Un SED demeure dans le même état en l'absence d'événements. Ces systèmes recouvrent un grand nombre de situations, allant de la circulation de véhicules (en réseau urbain ou en atelier de fabrication) au fonctionnement de machines dans un atelier flexible. Ces systèmes sont généralement modélisés par des réseaux de Petri, des automates à états ou par des GRAFCET.

Définition 2.3 :

Formellement, un système à événement discret est composé d'un 5-tuple : $SED = (T, Q, Q_0, U, \Phi)$

- $T \in \mathbb{R}$ est l'intervalle de temps
- Q est l'ensemble des états finis ou infinis,
- $Q_0 \subseteq Q$ est l'ensemble des états initiaux,
- U est l'ensemble fini des entrées (alphabets),
- $\Phi : Q \times Q$ est la fonction de transition entre les états, elle détermine le comportement du système. [Patrick Peter, 01]

Exemple d'un Systèmes à événements discrets :

Nous considérons l'exemple d'un feu de circulation. Ce système peut être considéré comme un SED, si nous traitons que certains aspects de son fonctionnement à un niveau d'abstraction particulier. On suppose que ce dispositif comprend trois feux ayant les couleurs verte, rouge et orangée. A un instant donné, soit tous les feux sont éteints, soit un des trois feux est allumé.

Ainsi, nous supposons que ce système admet les états suivants : rouge, vert, orangé ou éteint.

L'évolution de ce système est effectuée suite à l'occurrence de l'un des événements suivants : circuler (c), stop (s), attention (a) éteindre (e).

La figure 2.1 présente une évolution possible de ce SED.

A son état initial (instant t_0), le système est supposé être à l'état éteint.

L'occurrence de l'événement a à l'instant t_1 fait évoluer le système vers l'état orangé. De la même manière, le SED passe aux états éteint, orangé, rouge puis vert, suites aux occurrences respectives des événements e , a , s et c . En effet, l'évolution d'un SED peut être décrite par un ensemble de couples :

(σ, t) où σ représente un événement (ou une action) et t représente l'instant de l'occurrence de cet événement. Dans notre exemple, une évolution possible du système peut être définie par la séquence suivante d'événements : (a, t_1) , (e, t_2) , (a, t_3) , (s, t_4) , (c, t_5) , (a, t_6) , (s, t_7) . . .

Cet ensemble ordonné de couples constitue ce que l'on appelle une trace (mot ou trajectoire) du système. Dans une telle description de l'évolution du système, l'information temporelle est représentée d'une manière explicite, ainsi, cette trace est dite temporisée.

Il est possible de décrire l'évolution du système en faisant abstraction du temps, qui sera représenté uniquement par l'ordre d'occurrence des événements. Une telle description du SED est dite logique. Dans l'exemple précédent, la trajectoire $a e a s c a s$, décrit une évolution logique du SED. [Derbel, 2009]

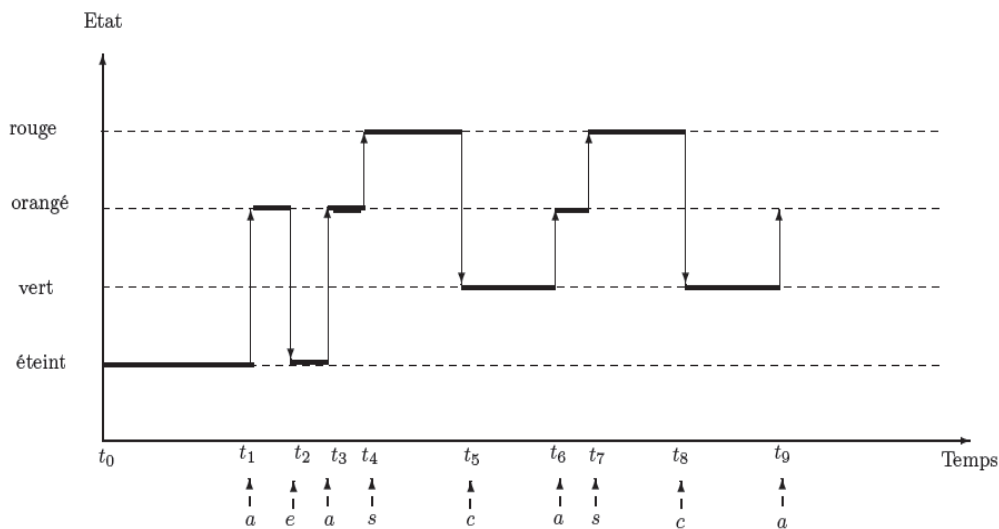


Figure. 2.1 Chronogramme d'une évolution de SED dans le temps. [Derbel, 2009]

2.1.4. Systèmes dynamiques hybrides

Un Systèmes Dynamique Hybride (SDH) est un système dynamique ont un double composante comportementale simultanément continu et discret. Ces systèmes évoluent dans le temps et combinent des variables continues et des variables discrètes.

Définition 2. 4 :

Formellement, un système dynamique hybride (SDH) est composé d'un 5-tuple : $SDH = (T, (x, q), (x_0, q_0), U_c \cup U_d, \Phi)$:

- $T \in \mathcal{R}$ est l'intervalle de temps
- $(x, q) \subseteq X \times Q$ représente l'état complet du système hybride.
- (x_0, q_0) est l'ensemble des états initiaux.
- $U_c \cup U_d$ représente l'ensemble des commandes continues et discrètes.
- $\Phi : X \times Q \rightarrow \mathcal{R}_n$ définit un sous-ensemble des trajectoires pour chaque état discret.

[Patrick Peter, 01]

Exemple Systèmes dynamique hybride « Le jeu de billard » :

Un autre exemple classique c'est la table de billard de longueur l et de largeur h , avec une boule, comme l'illustre la figure 2.2.

La position initiale de boule est (x_0, y_0) et après avoir été frappée elle commence à se déplacer avec une vitesse v . Quand la boule arrive à un côté de la table parallèle à l'axe y , elle rebondit et le signe de la composante de la vitesse v_x change. De même, le signe de la composante de la vitesse v_y change lorsque la boule arrive à un côté parallèle à l'axe x . La combinaison des signes des composantes de la vitesse donne quatre directions différentes du mouvement de la boule.

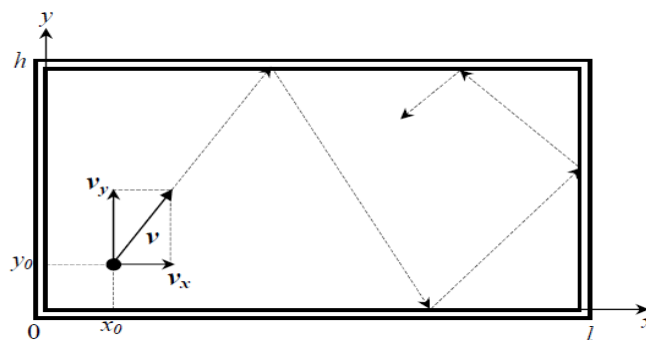


Figure 2.2 Trajectoire d'une boule de billard. [Khaoui, 2010]

Le système de mouvement de la boule est un Système Dynamique Hybride (SDH) dont la dynamique continue est représentée par le mouvement de la boule, et la dynamique discrète par changement de sens de la boule lorsque celle-ci est heurtée aux côtés de la table. [Khaoui, 2010]

2.2. Caractéristiques des systèmes

Dans cette partie, nous rappelons les principales caractéristiques des systèmes que nous allons étudier. Nous allons voir qu'à partir de ces caractéristiques et notamment à partir de la notion de variable d'état, on peut classer ces systèmes en différents types. Ainsi, avec cette classification, et d'après les définitions, nous allons mieux identifier les systèmes qui nous intéressent dans ces travaux.

- **Systèmes dynamiques et systèmes statiques.**

Les systèmes statiques ont une sortie qui est toujours indépendante des valeurs passées de son entrée. Les systèmes dynamiques ont une sortie qui dépend des valeurs passées de son entrée. Les équations différentielles ou aux différences sont requises pour décrire le comportement des systèmes dynamiques.

- **Systèmes stationnaires et systèmes non stationnaires.**

Le comportement des systèmes stationnaires ne change pas avec le temps. Cela implique qu'à une entrée spécifique appliquée au système correspondra toujours la même sortie.

- **Systèmes linéaires et systèmes non linéaires.**

Un système linéaire satisfait la condition suivante : $f(\lambda \times x + \mu \times y) = \lambda \times f(x) + \mu \times f(y)$, où x et y sont des vecteurs d'entrée, λ et μ des scalaires et $f(\cdot)$ la sortie du système.

- **Systèmes avec des variables d'état continues et systèmes avec des variables d'état discrètes.**

Les variables continues prennent leurs valeurs sur l'ensemble des réels \mathbb{R} , alors que les variables discrètes prennent leurs valeurs dans un ensemble fini de valeurs distinctes, par exemple un sous-ensemble des entiers naturels \mathbb{N} .

Le temps est une variable particulière qui peut également être soit continue, soit discrète.

De plus, dans le temps discret, on distingue deux autres cas : les systèmes échantillonnés et les systèmes à événements discrets.

- **Systèmes à temps continu, systèmes échantillonnés, systèmes à événements discrets.**

Les systèmes à temps continu changent d'état continûment lorsque le temps change. Les systèmes à temps discret ne changent d'état qu'à des instants précis. Lorsque ces instants sont synchrones, réglés par une horloge, on dit que ces systèmes sont échantillonnés.

Lorsque ces instants sont asynchrones, on les appelle des événements. On définit alors les systèmes à événements discrets comme étant des systèmes à états discrets pilotés par des événements.

La figure 2.3 représente une classification des systèmes d'après les caractéristiques décrites ci-dessus. Dans cette classification, on identifie cinq types de systèmes :

- Les systèmes linéaires continus notés **SLC**. Ces systèmes peuvent être modélisés par des équations différentielles.
- Les systèmes échantillonnés à états continus sont notés **SE** continus et ceux à états discrets sont notés **SE** discrets. Ces systèmes peuvent être modélisés par des équations aux différences.
- Les systèmes discrets notés **SD**. L'évolution des variables d'état peut se faire par exemple à partir de fonctions booléennes paramétrées dans le temps.
- Les systèmes non linéaires continus notés **SNLC**.
- Les systèmes à événements discrets notés **SED**. [Benoît, 2000]

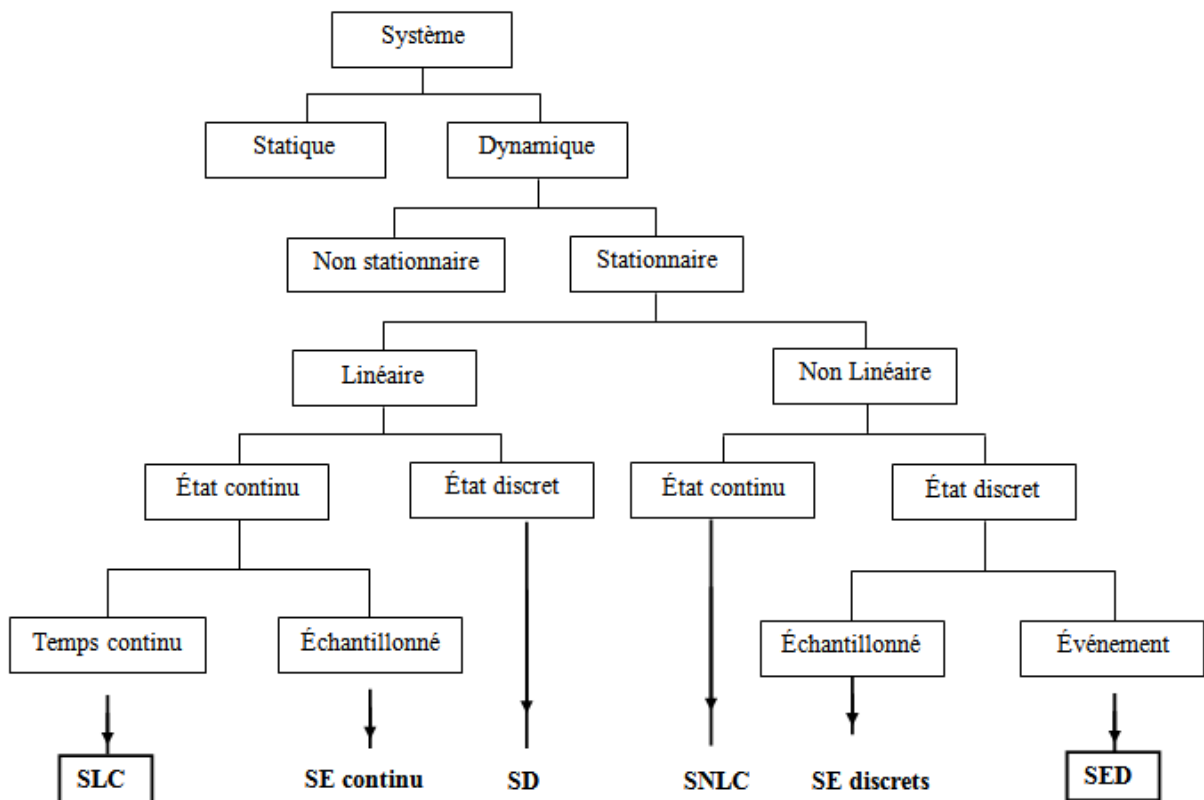


Figure 2.3 Classification des systèmes. [Benoît, 2000]

2.3. Présentation des systèmes dynamiques hybrides

Notion de modèle

D'une manière générale, un modèle est caractérisé par la nature de ces variables d'état. En fonction des caractéristiques de ses paramètres, ces dernières sont généralement présentées soit par des variables d'état continues (et/ou échantillonnées), soit par des variables d'état discrètes (évènementielles).

- Un modèle continu est un modèle pour lequel les variables d'état sont considérées comme des fonctions continues et dérivables en fonction du temps. Une telle variable d'état présente une trajectoire continue en fonction du temps. Ainsi, le modèle correspondant exprime le taux de progression de l'état du système en fonction du temps. Nous considérerons les systèmes dits échantillonnés dans cette même classe de systèmes.
- Un modèle à évènement discret est un modèle pour lequel les variables d'états (évènements) prennent leurs valeurs sur un ensemble fini (sous ensemble des réels). Ainsi, le modèle est caractérisé par des transitions d'état instantanées et le temps évolue en fonction de la date des prochaines transitions. Cette évolution correspond dans la plupart des cas à l'état ouvert ou fermé (marche ou arrêt).
- Un modèle hybride regroupe les deux précédents modèles. Ainsi, un modèle hybride est caractérisé à la fois par une évolution continue et évènementielle. [Hamdi, 2010]

2.4. Structure d'un système dynamique hybride

Un SDH est un système dynamique composé de l'interaction d'une partie évènementielle et d'une partie continue. Les deux composantes continue et discrète sont interconnectées. Comme l'illustre la figure 1.1, chaque partie du SDH dispose d'entrées (discrète σ , continue u) et de sorties (discrètes Ψ , continues y). L'état discret est décrit par q et l'état continu est décrit par x . Ces différents éléments, à savoir la partie discrète, la partie continue et l'interface peuvent être décrits ou spécifiés de différentes manières (Figure 2.4):

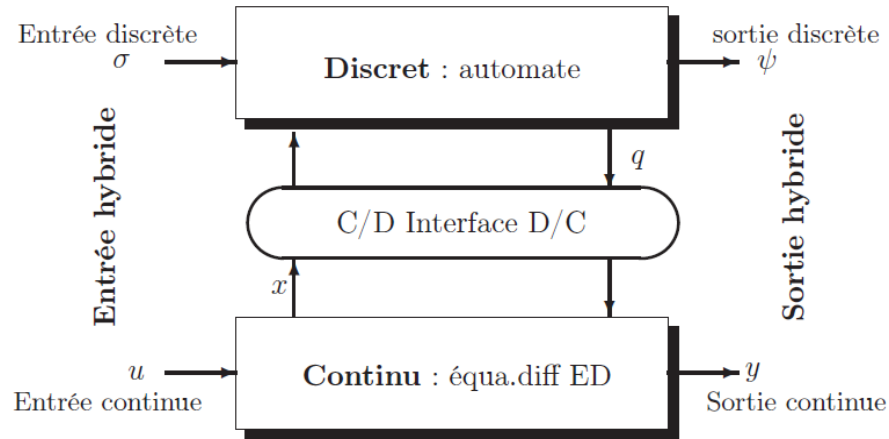


Figure. 2.4 Système hybride : interaction du continu et du discret. [Mokhtari, 2007]

2.4.1. La partie discrète

La partie discrète du système hybride est associée à un SED dont l'espace d'état est un ensemble discret fini, où l'état discret ne change qu'à certains instants du temps de façon instantanée. Les transitions entre les états discrets sont associées à l'occurrence d'événements discrets tels que l'opération d'usinage sur une pièce, l'instruction traitée par un processeur, un interrupteur ouvert ou fermé. Les modèles les plus classiques permettant d'appréhender les SED sont les automates à états finis [Ramadge et Wonham, 1987], les Réseaux de Petri (RdP) [David et Alla, 1994].

2.4.2. La partie continue

La partie continue est représentée par un ensemble de modèles continus. Elle est constituée d'une infinité de valeurs décrivant le comportement d'un phénomène physique tel que la température d'une pièce ou d'un objet, la vitesse d'un mobile ou le niveau dans un réservoir. L'évolution de la partie continue est caractérisée par un espace de temps continu et peut être représentée de différentes manières. Les modèles souvent utilisés sont : ceux à base d'équations différentielles ordinaires (EDO) ou d'équations algébro-différentielles (EAD),... etc.

2.4.3. Interface entre la partie continue et la partie discrète

L'interface traduit l'interaction entre la partie continue et la partie discrète du SDH de façon que l'état discret q détermine la dynamique continue spécifique de la partie continue du SDH. Par ailleurs, les signaux provenant de la partie continue déterminent par l'intermédiaire de l'interface les événements autorisant des transitions de l'état discret d'une situation vers

une autre situation. Ce phénomène d'interaction entre ces deux types de dynamiques est appelé phénomène hybride.

Les actions des phénomènes hybrides se profilent généralement sous forme d'une commutation de modèle continu ou sous forme d'une discontinuité apparaissant sur le vecteur d'état. Dans le cas de commutations de modèle, le choix de la nouvelle dynamique continue est déterminé par le système à événements discrets décrivant la dynamique discrète du système global. Par ailleurs, ces deux actions hybrides peuvent être couplées. [Belkhiat, 2012]

2.5. Classification des comportements hybrides :

De manière générale, un système hybride à une dynamique continue peut être représenté par une équation différentielle :

$$\dot{x}(t) = \zeta(t), t \geq 0$$

Qui dépend de certains phénomènes discrets. Dans cette équation, $x(t)$ représente la composante continue et prends ses valeurs dans un sous espace de l'espace Euclidien. $\zeta(t)$ est un champ de vecteur dépendant généralement de $x(t)$, de la composante continue $u(t)$ de la commande et du phénomène discret.

Branicky a proposé une classification dans [Branicky, 1995, Branicky, 1998] en fonction des phénomènes discrets comme le montre la figure 2.5 :

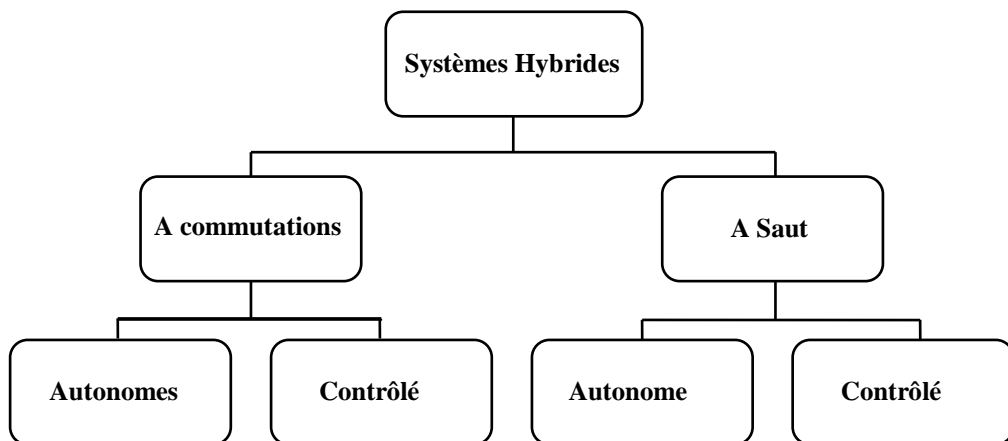


Figure 2.5 Classification des systèmes hybrides.

2.5.1 Commutations autonomes

Une commutation autonome est caractérisée par un changement discontinu du champ de vecteur $f(x)$ lorsque l'état atteint certains seuils. C'est le cas, par exemple, du système dont le comportement est décrit par l'équation $dx/dt = -H(x) + u$, où $H(x)$ est fonction d'hystérésis présentée en figure 2.6. Lorsque la valeur de x atteint e seuil $-h/2$ ou $+a/2$, le champ de vecteur est commuté de façon discontinue. On notera que ce système ne peut pas être modélisé par une simple équation différentielle avec un second membre discontinu, mais qu'il faut également prendre en compte le passé du système (effet mémoire de l'hystérésis) et que l'on peut modéliser celui-ci par l'automate à deux états présenté figure 2.7. [Zaytoon, 2001]

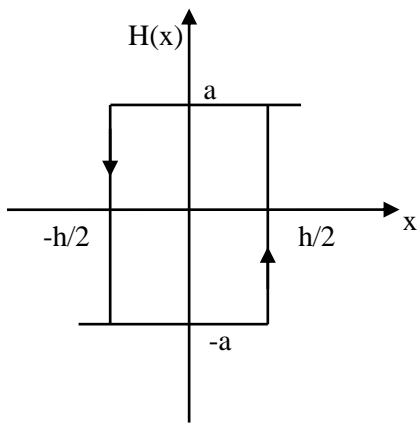


Figure 2.6 Fonction d'hystérésis.

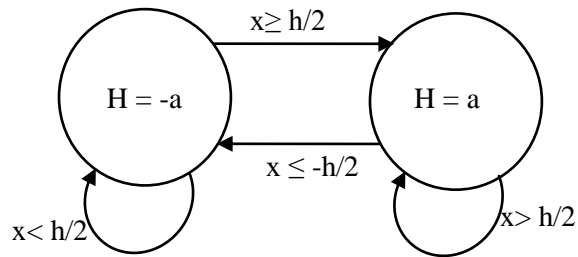


Figure 2.7 Automate hybride associé.

2.5.2 Commutation contrôlée

Un autre type de phénomène correspond à ce qu'on appelle la commutation contrôlée. Dans ce cas, le champ de vecteurs est commuté de façon instantanée en réponse à une commande. Considérons par exemple le modèle simplifié transmission manuelle :

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{\left[-a \left(\frac{x_2}{v}\right) + u\right]}{1 + v}$$

Où x_1 est la vitesse relative par rapport à un point fixe, x_2 la vitesse de rotation de l'engin, v la position du levier de vitesse $v \in \{1, 2, 3, 4\}$, $u \in \{0, 1\}$ la position d'accélérateur et a un paramètre du système. Dans cet exemple, le champ vecteur est commuté par la valeur de v . [Zaytoon, 2001]

2.5.3 Saut autonome

Le second type de phénomène est appelé *saut autonome*. Dans ce cas, lorsque l'état atteint une certaine région de l'espace d'état, il effectue un saut, c'est-à-dire qu'il passe de façon discontinue de sa valeur courante à une autre. Un exemple de ce phénomène est donné par la collision de deux corps où la vitesse change brutalement et subit un saut.

Considérons une balle en chute libre qui rebondit sur le sol de façon élastique. Lors du contact avec le sol à un instant t_c , la vitesse v change de signe de façon instantanée et passe à $v = -v(t_c)$. Ce type de phénomène est en réalité engendré par une approximation lors la modélisation qui suppose que certains phénomènes sont infiniment rapides. [Zaytoon, 2001]

2.5.4 Saut contrôlé

Dans le cas du saut contrôlé, la valeur de l'état varie de façon discontinue en réponse à une commande. Un exemple d'un tel phénomène est donné par un modèle simple d'un stock où on dépose les quantités $\alpha_1, \alpha_2, \dots$, de matière aux instants $t_1 < t_2 < \dots$. L'équation d'évolution de la matière peut s'écrire:

$$\frac{dy}{dt} = -Q(t) + \sum_i \delta(t - t_i) \alpha_i,$$

Où y le niveau de la matière dans le stock, Q une fonction de dégradation ou d'utilisation, et δ l'impulsion de Dirac. [Zaytoon, 2001]

2.6. Bref aperçu sur les travaux autour des systèmes hybrides

Ces dernières années, une attention considérable a été portée à la recherche concernant les systèmes hybrides avec un grand intérêt des chercheurs car ils couvrent plusieurs domaines d'applications tels les systèmes mécatronique [Khalifaoui, 2003], électroniques de puissance [Benmansour, 2009], robotique [Jeon et Tomizuka, 1993], transport [Dotoli et al, 2011], etc., Une présentation exhaustive de l'ensemble des travaux constitue un travail conséquent. Cela donne une idée sur l'intérêt des chercheurs et la prolifération des résultats dans le domaine des systèmes hybrides. Nous pouvons citer les travaux menés dans les domaines de Diagnostique [Mokhtari, 2007], Optimisation [Mitsiuk, 2007], Modélisation [El Guezar, 2009], Commande [Benoit, 2000], de l'analyse [Asarin, 2007], de la stabilité [De carlo, 2000] [Hai, 2009], d'observateur [Hamdi, 2010].

2.7. Modélisation des systèmes dynamiques hybrides

2.7.1 Outils de modélisation des systèmes à événements discrets

2.7.1.1 Les Automates à états finis

Les automates à états finis [Hopcroft et Ullman 1979] constituent le formalisme de base des SED. Le modèle décrit un système possédant un nombre d'états qui est fini. Ce type d'automates est souvent décrit par un quadruplet. Tout d'abord, trois de ces éléments principaux sont représentés sous forme d'un graphe sur lequel les états correspondent aux nœuds, les arcs aux transitions qui relient ces nœuds et les étiquettes placées sur les arcs aux événements qui déclenchent ces transitions. Enfin, le dernier élément du quadruplet donne l'état initial.

Les automates à états finis Un automate à états finis est une machine à états qui permet de décrire les évolutions possibles d'un système à événements discrets [Cassandras et Lafortune, 1999]. Ainsi, le comportement d'un SED est représenté à travers un ensemble d'événements associé à un ensemble d'états. Formellement, un automate à états finis est défini par un quintuplet

$$G = (Q; \Sigma; \delta; q_0; Q_m)$$

Où :

- Q est un ensemble fini d'états ;
- Σ est un ensemble fini d'événements (ou de symboles) ;
- δ est une fonction de transition, $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$;
- $q_0 \in Q$ est un état initial ;
- $Q_m \subseteq Q$ est l'ensemble d'états finaux.

Un automate à états finis est dit déterministe si à partir d'un état donné, au plus, une seule transition est possible sur l'occurrence d'un événement.

La figure 2.8 présente l'exemple classique d'une machine qui peut être dans trois états: Arrêt (Ar), Marche (Ma), Panne (Pa). L'état initial Ar est désigné par une flèche entrant. Dans cet exemple, il y a 4 transitions associées chacune à l'un des 4 événements.

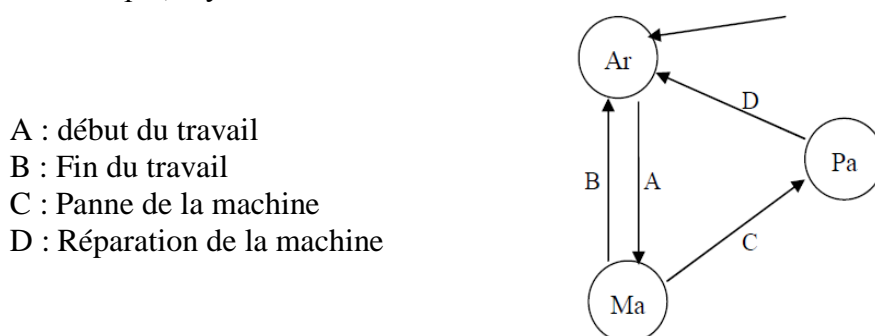


Figure 2.8 Exemple d'automate à états finis. [Mitsioux, 2007]

2.7.1.2 Les Réseaux de Petri

Introduits par Carl Adam Petri en 1962, les réseaux de Petri (RdP) constituent un outil de représentation formel, graphique et mathématique très bien adapté pour la modélisation, l'analyse et le contrôle des SED. Ils disposent en effet d'une définition formelle et de nombreuses techniques de vérification automatique des propriétés (borné, vivant, réinitialisable). Ils permettent de décrire efficacement les contraintes de synchronisation, de parallélisme.

Graphiquement, un réseau de Pétri est un graphe orienté composé de deux types de nœuds : les places (cercles) et les transitions (traits). Des arcs orientés, auxquels un poids (nombre entier strictement positif) est éventuellement associé, relient les places aux transitions. Le graphe constitue la partie statique du réseau. L'aspect dynamique est introduit par les jetons qui se déplacent sur le réseau. Leur position sur les places à un instant donné est représentée par un vecteur et définit le marquage du réseau. Lorsque le poids n'est pas signalé, il est par défaut égal à un.

Le terme « réseaux de Pétri » désigne une famille de graphes orientés, munis d'un formalisme mathématique qui fait intervenir la manipulation des nombres entiers ou réels positifs ainsi que l'algèbre linéaire. Plusieurs classes de réseaux de Pétri ont été développées et étudiées.

Graphiquement, un réseau de Pétri est un graphe orienté qui comporte deux types de nœuds : les *places* représentées par des cercles et les *transitions* représentées par des traits (figure 2.9). A chaque place est associé un *marquage* qui est un nombre entier correspondant au nombre de jetons dans la place. Un *jeton* est un petit disque noir qui représente généralement une ressource disponible dans la place où il se trouve. Le marquage initial indiqué sur la figure 2.9 est $(1, 0, 1, 0, 0, 2, 0)$. Le marquage correspond à l'ordre croissant des indices, c'est à dire à $(P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7)$. Le *franchissement* consiste à retirer un jeton de chacune des places d'entrée et à rajouter un jeton à chaque place de sortie de la transition franchie. Le franchissement de *T1* conduirait au marquage $(0, 1, 1, 0, 0, 2, 0)$.

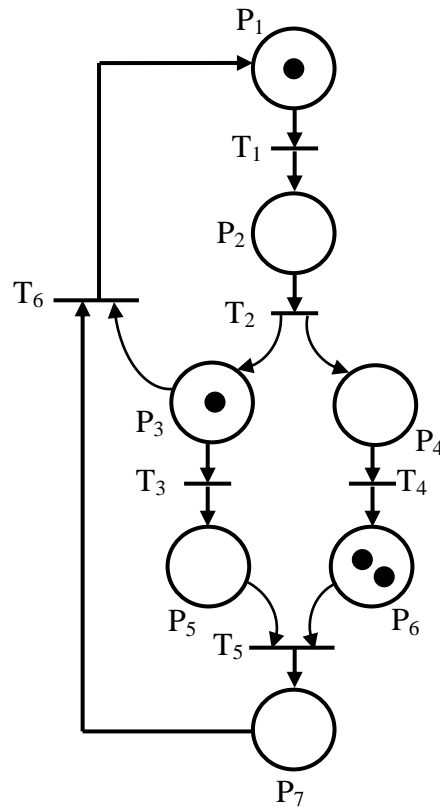


Figure 2.9 Modèle D'un RdP. [David et Alla, 1992]

2.7.1.3 Le Grafcet

Le GRAFCET est un outil qui à été élaboré par l'**AFCET** (Association Française pour la Cybernétique Économique et Technique) en 1977. Le mot GRAFCET est l'acronyme de **GRAPhe Fonctionnel de Commande d'Étapes-Transitions**.

Le GRAFCET a fait l'objet d'une norme française en juin 1982 (**NFC 03-190**).

Le GRAFCET est un langage graphique pour décrire, étudier, réaliser et exploiter les automatismes. Il est composé d'un ensemble d'étapes et de transitions représentant le déroulement du cycle de l'automatisme. Cette représentation graphique permet une meilleure compréhension de l'automatisme par tous les intervenants.

Un Grafcet est représenté par un graphe qui comporte deux types de nœuds, les étapes et les transitions (un Grafcet contient au moins une étape et une transition). Des arcs orientés relient soit une étape à une transition, soit une transition à une étape.

Eléments de base

Le Grafcet est un graphe constitué de séquences d'étapes et de transitions reliées par des liaisons orientées (figure 2.10).

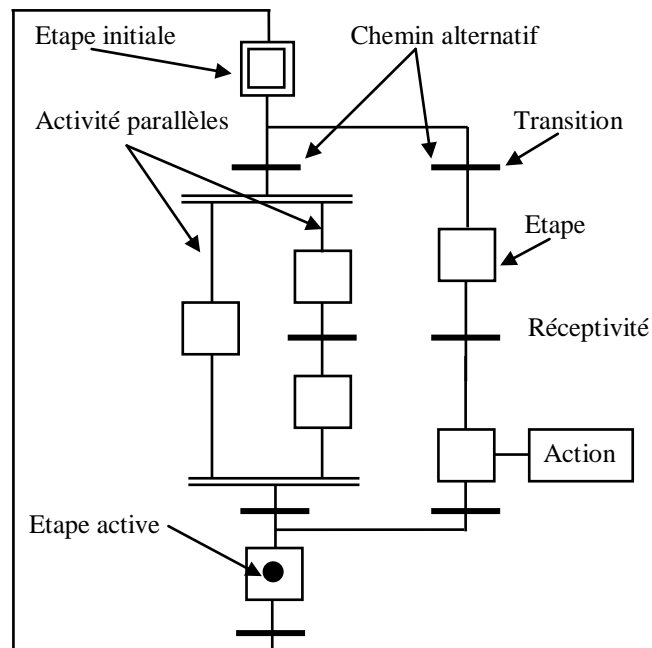


Figure 2.10 Concepts de base du Grafcet [Kattan, 2007]

Étape : L'étape représente un état dans lequel l'automatisme est invariant vis à vis de ses entrées/sorties. Elle peut être active ou inactive. L'état du Grafcet est défini, à un instant donné, par l'ensemble de ses étapes actives.

Transition : La transition traduit la possibilité d'évolution d'un état vers un autre. Cette évolution est la conséquence du franchissement de la transition. Une transition est validée si toutes ses étapes immédiatement amont sont actives.

Liaison orientée : Une liaison orientée relie une étape à une transition et inversement. Elle indique les configurations atteignables à partir d'un état donné.

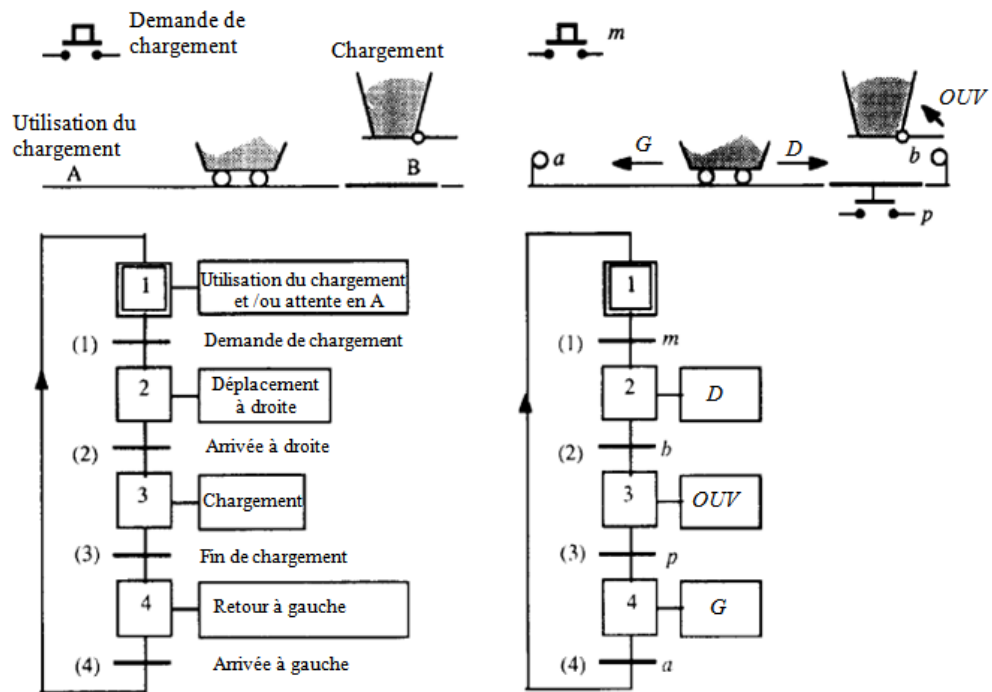


Figure 2.11 exemple d'un Grafcet. [David et Alla, 1992]

Nous allons présenter Un exemple simple (figure 2.11). Considérons la figure d'un wagonnet peut se déplacer entre les points A et B. En A, un opérateur peut demander le chargement du wagonnet va jusqu'au point B, Lorsqu'il y arrive, le chargement s'effectue par l'ouverture d'une trémie, Dès que le chargement est terminé, la trémie se ferme et wagonnet revient jusqu'en A où sa charge est utilisée. Il repartira quand un nouveau chargement sera demandé par l'opérateur. A l'état initial, le wagonnet est en attente au point A. le **grafcet " fonctionnel"** définissant ce fonctionnement est représenté sur la figure 2.11.

2.7.1.4 Les Statecharts

Les statecharts [Harel, 1987] fournissent une représentation graphique et hiérarchisée du système et le décrivent en termes d'états, de transitions, et d'événements. Ils sont caractérisés par trois grandeurs :

- La profondeur : elle rend la structure hiérarchique en décomposant des supers états en sous états (contenus à l'intérieur du super état). Elle permet de réaliser une agrégation ou une décomposition. La figure 2.12 présente un modèle affiné de la machine

présentée sur la figure 2.8. (automate) Cette machine Ma est décomposée en trois sous états : avec pour débiter l'activation du sous état m1, suivi d'une alternance entre m1 et m2 jusqu'à l'occurrence de l'événement g qui active m3. La transition C est sur Ma de façon à spécifier que l'occurrence de cet événement peut provenir de n'importe quel sous état de

Ma (évitant ainsi trois transitions C issues des sous états de Ma).

- L'orthogonalité : elle permet de décomposer un état en sous états actifs simultanément (séparés par une ligne pointillée).
- La communication : elle permet d'émettre des événements en diffusion et donc disponibles partout au même moment.

Ces deux dernières notions sont bien illustrées sur la figure 2.12 qui représente le cas de deux machines synchronisées par un stock à deux états : libre (l) ou occupé (o).

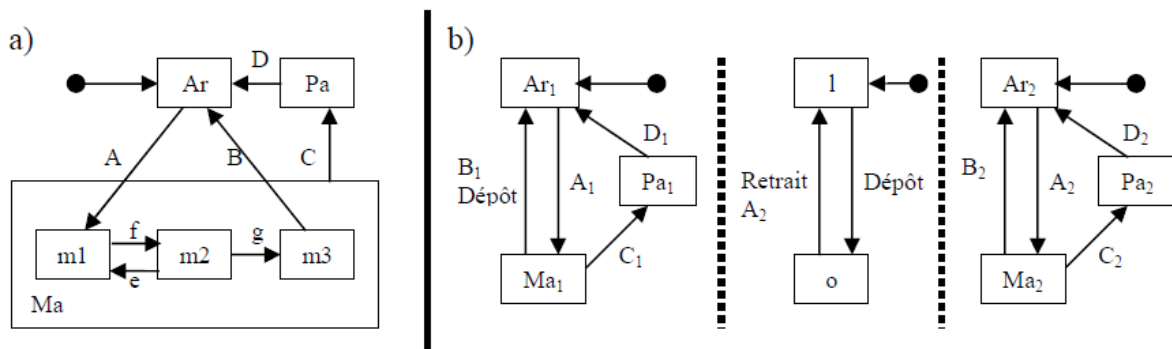


Figure 2.12 Illustration de statecharts. [Mitsioux, 2007]

L'événement de dépôt B₁ indique la fin de l'opération sur Ma₁ (et donc sur la machine 1) et elle entraîne la diffusion de l'action de dépôt, qui est simultanément utilisé au niveau du stock en tant qu'événement pour activer l'état o. De même le retrait du stock (événement retrait sur la transition sortante du sous état o), entraîne la diffusion de l'action A₂ qui est utilisée en tant qu'événement pour la transition d'activation de Ma₂.

2.7.2 Approches de modélisation des systèmes dynamiques hybrides

La modélisation des systèmes dynamiques hybrides est un thème de recherche qui a été abordé par plusieurs communautés scientifiques, de domaines d'intérêts très différents. Les deux communautés « automatique des systèmes continus et des systèmes discrets », ont été amenées à collaborer étroitement pour modéliser l'aspect continu et discret des SDH. Cependant La majorité des systèmes complexes réalistes mélangeant le continu et le discret ne peuvent pas être classés ni dans la catégorie "système continu" ni dans la catégorie

"système discret". Il est nécessaire alors d'utiliser des modèles hybrides permettant la prise en compte à la fois des variables continues et des variables discrètes ainsi que l'interaction entre elles. La modélisation des systèmes hybrides, fait appel à de nombreux formalismes décrits largement dans la littérature dont nous pouvons dégager trois principales familles:

- Les approches basées sur une extension de techniques de modélisation de systèmes continus comme le formalisme de bond-graph mixte.
- Les approches basées sur l'extension de modèles de systèmes à événements discrets parmi lesquels nous pouvons citer les réseaux de Petri hybrides.
- Les approches mixtes, combinant à la fois le continu et le discret dans une structure unique.

2.7.2.1 Extension des modèles à dynamique continue

Dans le cadre de l'extension des modèles continus, une première approche proposée repose sur l'utilisation de *variables mixtes*. Celle-ci consiste à introduire des variables booléennes ou entières au sein du modèle continu. Par exemple, l'état « ouvert » ou « fermé » d'une vanne tout ou rien peut être représenté par une variable booléenne égale respectivement à *un* ou à *zéro*. Cette approche peut également être illustrée au travers de l'exemple de l'évaporation de Rayleigh, qui consiste à chauffer un mélange liquide jusqu'à son point de bulle afin de le vaporiser.

Pour illustrer ceci, considérons une cuve, contenant initialement un binaire ($n_c = 2$) de composition x , de rétention liquide U_l (la rétention vapeur est supposée négligeable devant la rétention liquide) et recevant une quantité de chaleur Q . Au point de bulle, une phase vapeur de composition y apparaît et s'échappe dans l'atmosphère avec un débit V . Le modèle continu global associé à ce système est le suivant:

$$\text{Bilan matière global : } \frac{dU_l}{d\theta} + V = 0$$

$$\text{Bilans matière partiels : } \frac{d(U_l x_i)}{d\theta} + V \cdot y_i = 0 \quad (i = 1, n_c)$$

$$\text{Bilan d'énergie : } \frac{d(U_l h)}{d\theta} + V \cdot H - Q = 0$$

$$\text{Relation d'équilibre : } y_i - K_i x_i = 0 \quad (i = 1, n_c)$$

$$\text{Somme des fractions molaires : } \sum_i x_i - \sum_i y_i - \tau = 0$$

$$\text{Equation de « switch » : } V \cdot \tau = 0$$

La gestion de la discontinuité liée au passage de l'état liquide à l'état liquide / vapeur est gérée grâce à l'introduction de la variable booléenne τ et de l'équation de « switch » associée.

Initialement, le système est à l'état liquide et la variable τ est égale à 1. L'équation de switch garantit alors que le débit vapeur est égal à 0. Lorsque la température de bulle est atteinte, la variable τ change de valeur et devient égale à 0, entraînant alors la prise en compte de la phase vapeur dans le modèle. [Mokhtari, 2007]

2.7.2.2 Extension des modèles à événements discrets

- **Les automates temporisés**

Les automates temporisés Les automates temporisés ont été introduits par R. Alur et D. Dill dans les années 1990 [Alur et Dill, 1994]. Constituent une extension des *automates à états finis*. Ils sont pourvus, en plus, d'un ensemble *d'horloges* qui permettent de mesurer et de contrôler le temps écoulé entre les actions. A chaque transition est associée une condition sur la valeur des horloges, dite garde, décrivant quand une transition peut être exécutée, et un ensemble d'horloges remises à zéro lors du franchissement de la transition. Chaque état discret contient un invariant (une contrainte sur les horloges) qui restreint le temps d'attente dans l'état et donc force l'exécution d'une transition. Dans ce qui suit, nous présentons l'exemple d'un automate temporisé.

L'automate temporisé présenté dans la figure 2.13 décrit le comportement temporel du SED considéré dans l'exemple 2.1 Ce modèle augmente le modèle automate à états finis par une horloge, notée x , permettant de mesurer le temps écoulé dans chaque état discret du système. Cette horloge est mise à zéro après chaque transition entre deux sommets. La contrainte d'invariance restreint le temps de séjour possible dans chaque état discret du système. En effet, la contrainte $x \leq 20$ implique que le système ne peut pas séjourner dans l'état discret vert plus que 20 unités de temps (u.t.). Lorsque l'horloge x atteint 20 u.t, une transition vers l'état orangé sera franchie, sur l'occurrence de l'événement a . La garde de cette transition ($x = 20$) est évidemment satisfaite par la valeur de x .

L'état d'un automate temporisé est l'association d'un sommet de l'automate (état discret) avec l'ensemble de valeurs réelles des horloges à un instant donné (état continu).

La transition du sommet vert vers le sommet orangé peut être franchie uniquement à partir de l'état (vert; $\{x = 20\}$). [Derbel, 2009]

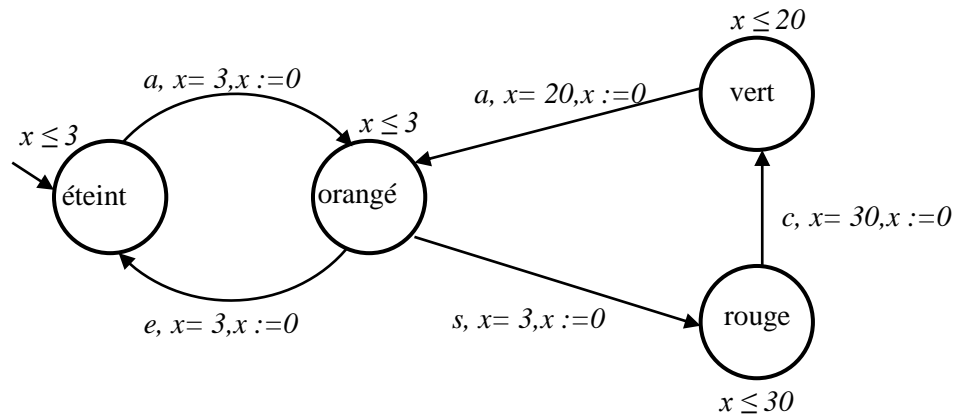


Figure. 2.13 Exemple d'un automate temporisé. [Derbel, 2009]

- **Les réseaux de Petri temporisés, temporels et stochastiques**

La prise en compte des aspects quantitatifs du temps dans les réseaux de Petri a donné naissance aux *réseaux de Petri temporisés*, aux *réseaux de Petri temporels* et aux *réseaux de Petri stochastiques*.

- **Les réseaux de Petri temporisés**

Un réseau de Petri temporisé permet de décrire un système dont le fonctionnement dépend du temps. Par exemple, il peut s'écouler une certaine durée entre le début d'une opération et la fin de cette opération. Si une marque dans une certaine place indique que cette opération est en cours, un RdP temporisé permettra de rendre compte de cette durée. Les RdP temporisés sont utiles pour l'évaluation des performances d'un système. Il ya principalement deux façons de modéliser la temporisation : soit les temporisations sont associées aux places (on dira que l'on a un RdP P-temporisé) [Sifakis, 1977], soit les temporisations sont associées aux transitions (on dira que l'on a un RdP T-temporisé) [Ramchandani, 1974].

➤ **RdP P-temporisés**

A chaque place P_i est associée une temporisation d_i , éventuellement nulle. Nous considérons le cas où d_i est une valeur constante, mais dans un cas général d_i pourrait être variable.

Définition 2.5 : un RdP P-temporisé et un double $\langle R, \text{Tempo} \rangle$ tel que :

R est un RdP marqué ;

Tempo est une application de l'ensemble P des places dans l'ensemble des nombres rationnel positifs ou nuls. $\text{Tempo}(P_i) = d_i =$ temporisation associée à la place P_i .

➤ **RdP T-temporisés**

Certain auteurs, par exemple [Ramchandani, 1974], utilisent des RdP dont les temporisations sont associées aux transitions. On peut montrer que les RdP P-temporisés et les RdP T-temporisés sont équivalents. On peut passer d'un modèle à l'autre. En conséquence, nous nous attacherons essentiellement à bien comprendre la signification du modèle, sans détailler l'étude des propriétés.

Définition 2.6 : un RdP T-temporisé et un double $\langle R, \text{Tempo} \rangle$ tel que :

R est un RdP marqué ;

Tempo est une application de l'ensemble T des Transition dans l'ensemble des nombres rationnel positifs ou nuls. $\text{Tempo}(T_j) = d_j =$ temporisation associée à la transition T_j .

- **Les réseaux de Petri temporels**

Le modèle réseau de Petri temporel [Merlin et segall, 1976] est une extension du modèle réseau de Petri qui associe deux dates min et max à chaque transition. En effet, si une transition t a été sensibilisée pour la dernière fois à une date θ , alors t ne peut pas être franchie avant la date $\theta +_{\min}$ ou après la date $\theta +_{\max}$, sauf si une autre transition a désensibilisé t avant que celle-ci ne soit franchie. Les RdPs temporels expriment des spécifications "en délais" qui sont largement utilisées dans la description de l'évolution temporelle des processus industriels.

- **Les réseaux de Petri stochastiques**

Dans un RdP temporisé, une durée fixe est associée à chaque place ou à chaque transition du réseau. On obtient des modèles qui sont bien adaptés pour étudier des systèmes où les durées opératoires sont fixes. C'est le cas par exemple des systèmes de production où le temps de travail d'une machine pour traiter une pièce est constant. Cependant, il existe des phénomènes qui ne peuvent pas être bien modélisés avec des durées constantes. C'est le cas par exemple du temps de bon fonctionnement (entre deux pannes) d'une machine. On peut utiliser des réseaux de Petri Stochastiques, qui ont été introduits par G. Florin et S. Natkin. [David, Alla, 1992] pour répondre à certains problèmes d'évaluation liés à la sûreté de fonctionnement de systèmes informatiques. Ces problèmes faisant intervenir des phénomènes aléatoires, les transitions du réseau de Petri ont comporté des temps de franchissement aléatoires, distribués par une loi exponentielle. Cette distribution exponentielle permet d'exploiter les propriétés mathématiques d'un processus de Markov. Bien entendu, ce concept

a largement été développé dès le début des années 80, [Marsan, 1989] pour répondre aux exigences de la modélisation de plus en plus complexes comme par exemple la modélisation des systèmes de production.

- **Les réseaux de Petri continus**

Dans un réseau de Petri ordinaire, le marquage d'une place est discret et, pour un système complexe, l'analyse du réseau qui en résulte conduit souvent à l'énumération d'un très grand nombre d'états accessibles. Afin de rendre le modèle plus compact, une autre forme de réseau de Petri, le *réseau de Petri continu*, étend l'évolution du marquage dans l'espace des réels et considère le franchissement des transitions comme un processus continu. Le franchissement des transitions n'est désormais plus instantané puisque la marque franchit la transition par quantité infinitésimale; dans ce contexte, des vitesses de franchissement sont associées aux transitions. Selon la nature de ces vitesses de franchissement, plusieurs modèles dérivent des RdP continus: les *RdP continus à vitesses constantes* [David et Alla, 1989], les *RdP continus à vitesses variables* [David et Alla, 1989], les *RdP continus asymptotiques* [Le Bail et al., 1993]. Nous nous sommes intéressés dans cette thèse par les *RdP continus à vitesses constantes*

- **Définitions et règles de fonctionnement**

Définition 2.7. RdPCC. Un RdP continu à vitesses constantes est un sextuplet $R = \{P, T, V, Pré, Post, M_0\}$.

Les définitions de P, T, Pré, Post sont identiques à celles des RdP discrets, excepté que Pré et Post peuvent correspondre à des nombres réels.

V est une application de l'ensemble T des transitions de R dans l'ensemble des nombres $R^+ \cup \{\infty\}$. La vitesse $V(T_j) = V_j$ correspond à la vitesse maximale de franchissement de la transition T_j .

M_0 est le marquage initial du RdP continu. C'est un vecteur de nombres réels positifs ou nuls que l'on peut aussi noter $M_0 = M(0)$, sachant que $M(t)$ dénote le marquage à l'instant t. [David et Alla, 1992]

- **Fonctionnement d'un RdP à vitesses constantes: RdPCC [Bitam et Alla, 2006]**

Nous allons d'abord présenter de manière intuitive le fonctionnement d'un RdPCC. L'exemple du système à réservoir de la figure 2.14 a comprend deux réservoirs et une pompe. Le réservoir 1 se vide dans le second par l'effet de la gravité à la vitesse V_1 . Le réservoir 2 se

vide à la vitesse V_2 grâce à une pompe P qui a son tour remplit le réservoir 1 et ainsi de suite. Ce système est continu et peut être représenté par le RdP continu de la figure 2.14 b. Deux places continues représentent les réservoirs 1 et 2. Le marquage de ses places indique la quantité d'eau initiale présente dans les réservoirs. Les vitesses V_1 et V_2 sont associées aux transitions T_1 et T_2 . Dans un premier temps, la place P_1 se remplit à la vitesse V_2 et se vide à V_1 . La place P_2 a exactement la dynamique opposée. D'où les équations :

$$m_1 = V_2 - V_1; \quad (1)$$

$$m_2 = V_1 - V_2. \quad (2)$$

et

$$m_1(t + dt) = m_1(t) + (V_2 - V_1) dt; \quad (3)$$

$$m_2(t + dt) = m_2(t) + (V_1 - V_2) dt. \quad (4)$$

m_1 et m_2 étant les marquages des places P_1 et P_2 respectivement.

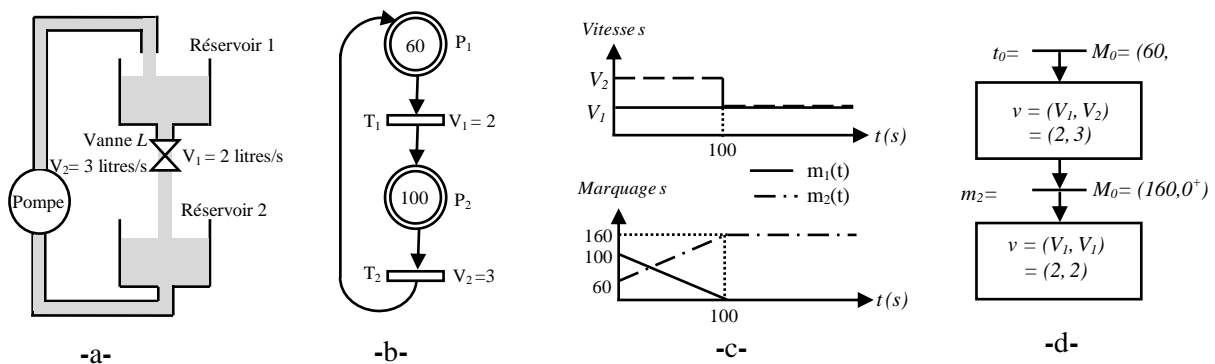


Figure 2.14 a) système à réservoir d'eau, b) RdP continu équivalent, c) Dynamique des marquages et évolution de vitesses, d) Graphe d'évolution d'un RdPCC.

Les vitesses $v_1(f)$ et $v_2(f)$ représentent les vitesses instantanées de franchissement des transitions T_1 et T_2 . Elles ont pour valeurs maximales V_1 et V_2 . Les vitesses associées aux transitions d'un RdP continu sont les vitesses maximales (figure 2.14b).

D'une part, selon que V_1 est supérieure à V_2 ou inversement, un des marquages, m_1 ou m_2 va s'annuler (équations 3 et 4). D'autre part, Un marquage ne peut pas être négatif. Il s'ensuit qu'au moment du passage d'un marquage à zéro, les dynamiques vont changer.

Les évolutions données par la figure 2.14 c sont obtenus en prenant $V_1 = 2$ l/sec, $V_2 = 3$ l/sec. $m_1(0) = 60$ litres et $m_2(0) = 100$ litres. Le comportement possède donc 2 phases. Une première phase pour $t \in [0, 100]$ où les vitesses sont constantes égales à $(v_1, v_2) = (V_1, V_2)$ et où l'évolution des marquages se fait selon les équations 3 et 4. Une deuxième phase où le vecteur de vitesses est constant à $(v_1, v_2) = (V_1, V_1)$, la dynamique des marquages devenant

alors nulle. Les vitesses sont constantes par intervalle de temps, elles changent lors du passage d'un marquage à zéro. La dynamique des marquages de ce système est donc **constante par morceaux**.

- **Grphe d'évolution d'un RdPCC**

Le nombre de marquages d'une place étant infini dans les RdP continus, on ne peut pas établir de graphe de marquages. Cependant, les vecteurs vitesses instantanées de franchissement restent constantes dans des intervalles donnés. De ce fait, nous pouvons nous baser sur les vecteurs de franchissement ainsi que sur les vecteurs de marquages du RdP à chaque changement de dynamique pour définir complètement l'évolution de ce RdP. On construit donc un graphe d'évolution comme un RdP où chaque place représente un **IB-état** et où à chaque transition est associé l'événement qui provoque le changement de l'état des vitesses (un changement de marquage). Un **IB-état** est une phase d'évolution du RdP où *le vecteur de vitesses instantanées reste constant*.

Déterminons le graphe d'évolution correspondant au RdP de la Figure 2.14 b. Le marquage initial est $M_0 = (60, 100)$ et à cet instant $v = (V_1, V_2) = (2, 3)$ (Figure 2.14 c). Ce vecteur vitesse restera constant jusqu'à l'instant $t_1=100s$ où m_2 atteint la valeur zéro (noté $m_2 = 0$ devant la transition correspondante). L'instant d'occurrence de cet événement est noté après la barre /. Ce marquage nul va entraîner un changement du vecteur vitesses à $v = (V_1, V_2) = (2, 2)$. Lorsque tous les bilans dynamiques B_i sont positifs ou nuls, le graphe d'évolution est obtenu. Figure 2.14 d.

- **Les réseaux de Petri hybrides**

Les RdP continus sont bien adaptés pour modéliser un fonctionnement permanent. Cependant, dans un système de production par exemple, une machine peut tomber en panne et la vitesse maximale correspondante devient nulle au lieu de V . Ceci est équivalent à avoir brusquement un autre RdP continu. Cette situation peut être modélisée par un RdP hybride contenant des places et des transitions continues (C-places et C-transitions) contenant des places et transitions discrètes (D-places et D-transitions). Figure 2.15.

Pour distinguer les D-places des C-places et les D-transitions des C-transitions, on utilise la représentation de la figure 2.16. Le marquage d'une C-place est représenté par un nombre réel, dont l'unité est appelée marque, et le marquage d'une D-place est représenté par des ronds, appelé jetons (ou marques quand un mot commun est utilisé).



Figure 2.15 Nœud d'un RdP hybride.

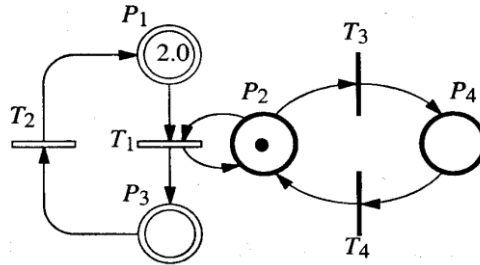


Figure 2.16 RdP hybride [David et Alla, 2001]

2.7.2.3 Les réseaux de Petri hybrides D-élémentaires

Les RdPH D-élémentaires ont été introduits dans [Ghomri, 2007]. Ce formalisme est la combinaison d'un RdP continu C et d'un RdP T-temporel. Le fait que la partie discrète est représentée par un RdP T-temporel confère au modèle hybride un comportement non déterministe.

Rappelons que, pour un RdP T-temporel, les dates de franchissement des transitions ne sont pas déterministes mais prises dans des intervalles de franchissement. De plus dans un RdPH D-élémentaire la partie discrète évolue de manière indépendante par rapport à la partie continue qu'elle contrôle.

Définition 2.8 (RdP hybride D-élémentaire) : Un RdP hybride D-élémentaire est une structure $PN_{HD} = (P, T, h, E, S, Pre, Post, U, V, M_0)$. Les définitions des paramètres $P, T, h, E, \Sigma, V, M_0$, sont identiques à celles du RdP hybride et :

- Pre et $Post$ sont les applications d'incidence avant et arrière. Ces applications sont telles que :

$$\forall (P_i, T_j) \in P^C \times T^D, Pre(P_i, T_j) = Post(P_i, T_j) = 0; \quad (1)$$

$$And: \forall (P_i, T_j) \in P^D \times T^C, Pre(P_i, T_j) = Post(P_i, T_j); \quad (2)$$
- $U: T^D \rightarrow R^+ \times (R^+ \cup \{\infty\})$ associe à chaque D-transition T_j son intervalle de franchissement $[\alpha_j, \beta_j]$.

Les conditions (1) and (2) sur les applications d'incidence avant et arrière signifient qu'aucun arc ne relie une place continue à une transition discrète. Et si un arc relie une place discrète P_i à une transition continue T_j , l'arc connectant T_j à P_i doit exister. Ceci apparaît graphiquement comme des boucles connectant des places discrètes à des transitions continues.

Physiquement ceci signifie que le RdP discret évolue indépendamment du RdP continu, mais contrôle l'évolution de ce dernier. [Ghomri, 2012]

Les automates hybrides

Les *automates hybrides* [Alur et al. 1995] sont une extension des *automates à états finis*.

Ils représentent des systèmes qui intègrent deux composantes : celle ayant un comportement discret, modélisée naturellement par un *automate à états finis* et celle dont le comportement varie de manière continue dans le temps, modélisée par un *système algébro-différentiel*.

Notons qu'un automate temporisé est un cas particulier d'un automate hybride pour lequel le temps constitue la seule variable continue. Les problèmes soulevés par cette approche résident toujours dans le manque de structuration des données et de lisibilité du modèle.

Définition 2.9 : (Automate hybride) : un automate hybride est un sextuple $A = (Q, X, E', \delta, F, Inv)$ tel que :

- $Q = \{q_1, q_2, \dots\}$ est un ensemble fini de sommets ;
- $X \in \mathcal{R}^n$ est un vecteur d'état comportant n variable réelles ;
- Σ est un ensemble fini d'événements ;
- δ est un ensemble fini de transitions, chaque transition est un quintuple $t_i = (q, \sigma, g, \gamma, q')$ tel que :
 - i. $q \in Q$ est le sommet source ;
 - ii. $\sigma \in \Sigma$ est un événement associé à la transition t_i ;
 - iii. g est la garde de la transition t_i , c'est un prédicat sur X ; la transition t_i ne peut être franchie que si sa garde g est vérifiée ;
 - iv. γ est la fonction de réinitialisation qui affecte une expression aux variables continues quand la transition t_i est franchie ;
 - v. $q' \in Q$ est le sommet but ;
- F est une fonction qui associe à chaque sommet q une fonction continue f_q qui représente l'évolution dynamique du vecteur d'état dans le sommet ;

- Inv est une fonction qui associe à chaque sommet q , un prédicat $Inv(q)$, qui doit être vérifié par les valeurs des variables continues lors du séjour de l'automate dans le sommet q . [Ghomri, 2005]

Exemple

Considérons l'exemple d'un système de cuves (voir figure 2.17). Ce système comprend une cuve placée entre deux vannes tout ou rien, et un bac situé en aval de la deuxième vanne. La vanne V_1 commande le débit d'admission dans la cuve, et le débit qui la traverse sera considéré comme constant lorsqu'elle est ouverte. La vanne V_2 commande le débit de sortie de la cuve. Lorsqu'elle est ouverte, celui-ci sera considéré comme étant proportionnel à la hauteur de liquide dans la cuve. Cette cuve intègre également des sécurités qui assurent que la vanne V_1 se ferme lorsque le niveau atteint un certain seuil haut (H_{max}), et que la vanne V_2 se ferme lorsque ce niveau passe en dessous d'un seuil bas (H_{min}) et s'ouvre lorsque le niveau repasse au-dessus de ce seuil. De plus, l'ouverture et la fermeture de la vanne V_1 peuvent être commandées par l'environnement du système, contrairement à la vanne V_2 dont l'état ne dépend que de considérations internes liées à la sécurité. Le débit en sortie du bac est considéré comme constant.

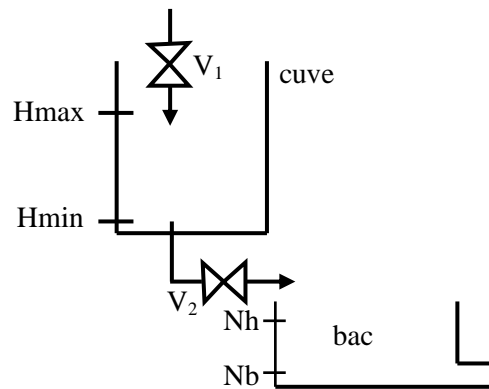


Figure 2.17 Exemple d'un système de cuves. [Zaytoon, 2001]

L'état continu du système correspond aux volumes de liquide dans la cuve et le bac qui sont des cylindres de section constante. Les variations des hauteurs de liquide, qui peuvent être considérées comme variables d'état, sont directement liées à la configuration des vannes d'entrée et de sortie de la cuve. Ce système peut alors être modélisé par un automate hybride à quatre situations tel que celui de la figure 2.18 où x_1 représente la hauteur dans la cuve et x_2 , celle dans le bac. Les situations FF , OF , FO et OO décrivent les quatre configurations des vannes, avec la convention que chaque lettre correspond à l'état ouvert ou fermé d'une vanne,

la première lettre correspondant à la vanne V_1 et la deuxième à la vanne V_2 . La situation FF par exemple correspond à la configuration où les deux vannes sont fermées. Comme il n'existe pas d'*a priori* sur la façon dont l'environnement (la commande) va agir sur la vanne V_1 , l'automate possède dix transitions qui permettent de changer de situation active. Les hauteurs de liquides ne varient pas lors des commutations des vannes, il n'y a donc pas de fonctions de saut associées aux transitions. Les transitions correspondant aux changements d'état de la vanne V_1 sont étiquetées, puisque le système peut interagir avec son environnement sur ces changements d'état. Ce n'est pas le cas pour les changements d'états de la vanne V_2 , les transitions correspondantes ne sont donc pas étiquetées. Dans cet exemple, les conditions de garde des transitions sont toujours vraies. L'évolution sera donc définie par les invariants des situations.

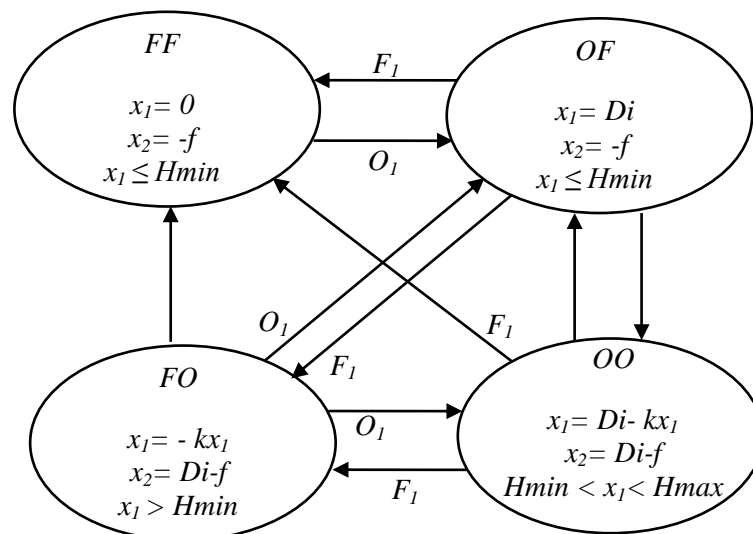


Figure 2.18 Automate modélisant le comportement du système de la figure 2.17 et ses sécurités. [Zaytoon, 2001]

La prise en compte des sécurités dans le modèle se fait principalement à l'aide des invariants associés à chaque situation. Les invariants des situations FF , OF , FO et OO impliquent que la vanne V_2 est ouverte lorsque le niveau x_1 est supérieur à $Hmin$, et fermée si ce n'est pas le cas. De même, la sécurité sur la vanne V_1 est traduite par la condition exprimant que le niveau doit rester inférieur à $Hmax$ qui est associée aux situations OF et OO où V_1 est ouverte (l'invariant de OF est en fait la condition la plus restrictive). Ainsi, par exemple, la transition de la situation OO vers la situation FO doit être franchie lorsque l'invariant de OO devient faux, c'est-à-dire lorsque x_1 devient égal à $Hmax$, ce qui correspond

au déclenchement de la sécurité. Cette transition, comme les autres transitions étiquetées, peut également être franchie par une action de l'environnement dès que la situation amont est active. [Zaytoon, 2001]

- **Les « statecharts » hybrides**

Les « *statecharts* » *hybrides* [Kesten et Pnueli, 1992], qui constituent une extension des « *statecharts* », associent un ensemble d'équations différentielles aux états. Cette représentation renforce la puissance du modèle liée à la structuration des modèles : en effet, l'utilisation de la hiérarchie des états permet de structurer la partie événementielle et l'association d'équations aux états permet de structurer les relations entre les grandeurs continues.

Conclusion

Les systèmes dynamiques hybrides sont des systèmes comportant une partie à évolution continue dans le temps et une partie à évolution événementielle. Ces dernières années, plusieurs travaux se sont intéressés à ce type de systèmes.

Ce chapitre a proposé un tour d'horizon général sur les systèmes dynamiques hybrides. Dans un premier temps, nous avons présenté un ensemble de définitions formelles des systèmes continus, systèmes à événements discrets et les systèmes dynamiques hybrides.

Nous avons ensuite présenté les principales caractéristiques des systèmes que nous allons étudier avec les concepts nécessaires à la compréhension des systèmes dynamiques hybrides. Enfin, nous avons présenté une classification des comportements des SDH et les différents outils de leur modélisation, en passant en revue les principales approches de modélisation des systèmes dynamiques hybrides. Parmi ces approches, nous nous sommes intéressés à l'approche mixte qui considère les comportements continus et événementiels dans une même structure.

Chapitre 3

Commande des Systèmes dynamiques hybrides : Synthèse de contrôleur

Introduction	69
3.1. Synthèse de superviseur pour les systèmes à Événements Discrets	70
3.1.1. Introduction.....	70
3.1.2. Concept de supervision	71
3.1.3. Contrôlabilité	77
3.2. Commande à base de modèles temporisés des Systèmes à Événements Discrets	81
3.2.1. La Commande par supervision en temps discret	82
3.2.2. Commande par supervision en temps continu	84
3.3. Commande des Systèmes Dynamiques Hybrides	85
3.3.1. Commande continue des Systèmes Dynamiques Hybrides	85
3.3.2. Commande événementielle des Systèmes Dynamiques Hybrides	86
Conclusion	90

Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons abordé les différents moyens de modélisation des systèmes dynamiques et en particulier les systèmes dynamiques hybrides. A présent, nous nous intéressons à la commande de ce type de systèmes.

Les premiers travaux sur la commande des systèmes à événements discrets sans tenir compte du temps ont été introduits par Ramadge et Wonham (Ramadge et Wonham, 1987*b*). Le but de leur approche est de synthétiser un superviseur pour un modèle logique donné (et plus particulièrement les automates à états finis), de telle sorte que le fonctionnement du procédé combiné avec le superviseur reste toujours inclus dans l'ensemble des comportements valides. De plus, ce fonctionnement doit être le plus permissif possible.

L'approche de R&W est basée sur la modélisation des systèmes par des automates à états finis et des langages formels. Il existe d'autres approches qui utilisent les modèles RdP et Grafcet. Parmi ces approches l'approche (Abbas DIDEBAN, 2007) qui propose une méthode systématique et facile de mise œuvre pour la synthèse du contrôle des systèmes à événements discrets modélisés par les RdP saufs. (Bassam Kattan, 2004) dans leur travail « Synthèse structurelle d'un contrôleur basée sur le Grafcet » propose une méthode systématique de passage de l'automate superviseur vers le Grafcet superviseur. Le but est de superviser directement le système à partir d'un Grafcet de spécification.

Dans ce chapitre, nous allons tout d'abord présenter le concept de la commande par supervision. Puis nous allons décrire les différentes approches de commande des SED, des SED temporisés, pour enfin introduire celle des SDH qui nous intéresse dans ce travail.

3.1. Synthèse de superviseur pour les systèmes à Événements Discrets

3.1.1 Introduction

La théorie de la supervision des systèmes à événement discrets a été initiée par les travaux de Ramadge et Wonham (R&W) [Ramadge et al. 1987a, Ramadge et al. 1989]. Dans cette approche des modèles logiques sont utilisés pour décrire le fonctionnement d'un procédé. Un procédé est considéré comme un SED qui évolue spontanément en générant des événements. Le schéma de supervision est présenté dans la figure 3.1.

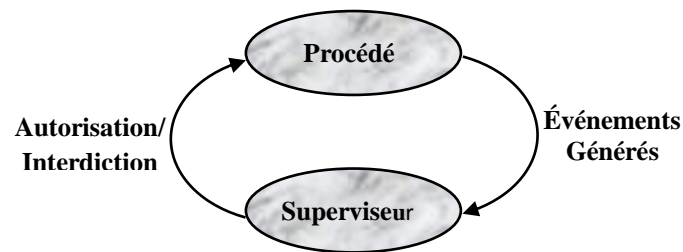


Figure. 3.1. Schéma de supervision

Dans ce schéma, un procédé est couplé à un superviseur. Les entrées du superviseur sont les sorties du procédé. Le rôle de superviseur est *d'autoriser ou d'interdire* l'occurrence d'événements dans le procédé. Par ce rôle, le superviseur peut changer le fonctionnement du procédé. Etant donné un procédé et un ensemble de spécifications logiques de fonctionnement, l'objectif de la théorie R&W est de synthétiser un superviseur tel que le fonctionnement du procédé couplé au superviseur respecte les spécifications. De plus, on souhaite que le fonctionnement ainsi obtenu soit le plus permissif possible. La synthèse d'un tel superviseur est basée sur le concept de contrôlabilité.

Dans la figure 3.1, un superviseur unique est couplé au procédé. La supervision sera qualifiée de centralisée. En revanche, lorsque plusieurs superviseurs sont couplés à un même procédé, on parlera alors de supervision modulaire.

La théorie de la supervision des SED fournit de nombreux concepts et résultats théoriques. Néanmoins, seuls les concepts et résultats fondamentaux nécessaires dans la suite de notre étude seront présentés. Ainsi, nous nous focaliserons sur le concept de contrôlabilité qui est le concept clef de la théorie R&W, ainsi que sur la synthèse de la supervision par automates puis par les réseaux de Petri.

3.1.2 Concept de supervision

3.1.2.1 Principe de la supervision

Dans cette section, nous supposons que le système à contrôler (Procédé P) est modélisé par un automate P . Son comportement est donc donné par le langage $L(P)$. Le comportement de P peut s'avérer ne pas être entièrement satisfaisant dans le sens où il ne respecte pas certaines propriétés appelées *objectifs de contrôle (Spécification)*. Il est donc nécessaire de réduire ce comportement dans le but d'assurer ces objectifs. Cette restriction est réalisée par le biais d'un superviseur qui peut être vu comme une fonction qui à partir de l'histoire du système, va envoyer à celui-ci l'ensemble des événements qui doivent être interdits pour rester dans l'ensemble des comportements décrits par l'objectif. Contrôler un système consiste donc à lui ajouter des contraintes supplémentaires, induisant une réduction du comportement du système à un comportement souhaité.

Un procédé couplé à un superviseur peut être perçu comme un système qui reçoit en entrée une liste d'événement interdits. Dans la figure 3.2, le procédé P reçoit en entrée la liste d'événements interdits Φ et en sortie donne l'ensembles des événement possible dans chaque état moins l'ensemble des événement interdit dans cette état. L'ensemble des événements possible dans l'état q de l'automate correspondant est présenté par $\Sigma(q)$. Ce procédé sera appelé *procédé supervisé (S/P)*.

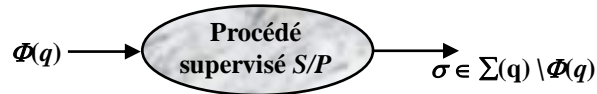


Figure. 3.2. Procédé supervisé

Depuis un état q , le procédé supervisé S/P évolue de façon spontanée en produisant un événement $\sigma \in \Sigma(q) \setminus \Phi$, où $\sigma \in \Sigma(q) \setminus \Phi$ dénote l'ensemble des événements qui appartiennent à l'ensemble $\Sigma(q)$ et qui n'appartiennent pas à l'ensemble Φ . Cela signifie que le procédé supervisé peut générer un événement σ si σ peut être généré par le procédé en isolation et si σ n'est pas interdit.

Nous pouvons remarquer qu'un procédé supervisé peut être défini de façon équivalente en spécifiant en entrée la liste des événements autorisés. Si Σ est l'alphabet des événements du procédé alors, la liste des événements autorisés correspond à l'ensemble $\Sigma \setminus \Phi$. La liste des événements interdits ou autorisés est fournie par le superviseur en fonction de l'ensemble des événements de sortie du système. Cette idée est présentée dans la figure 3.3 où l'indice i

représente le temps logique. Dans cette figure, le procédé supervisé S/P est supposé être dans un état q . Depuis cet état, S/P peut générer à l'instant logique $i+1$, l'événement σ^{i+1} . Cet événement est un élément de l'ensemble de $\Sigma(q^i) \setminus \Phi^i$. Fondamentalement, l'observation du procédé par le superviseur est asynchrone. L'occurrence de σ^{i+1} peut conduire le superviseur dans un nouvel état. Immédiatement, la liste d'événements interdits Φ^{i+1} est alors fournie au procédé et ainsi de suite. On appellera *fonctionnement en boucle fermée*, le fonctionnement du procédé couplé à son superviseur. [Dideban, 2007]

Remarque 3.1 :

Le rôle du superviseur se cantonne à interdire l'occurrence d'événements dans le procédé. Il ne peut en aucun cas forcer des événements à se produire. Il s'ensuit donc que le superviseur ne peut que restreindre le fonctionnement du procédé.

En pratique, certains événements générés par un procédé ne peuvent pas être interdits. En effet, si l'on considère l'exemple classique d'une machine qui peut être dans trois états : arrêt, marche et panne, il paraît naturel que la panne de la machine ne puisse pas être interdite. Un tel événement sera appelé événement incontrôlable. Au contraire, on appellera événement contrôlable tout événement qui peut être interdit à n'importe quel moment.

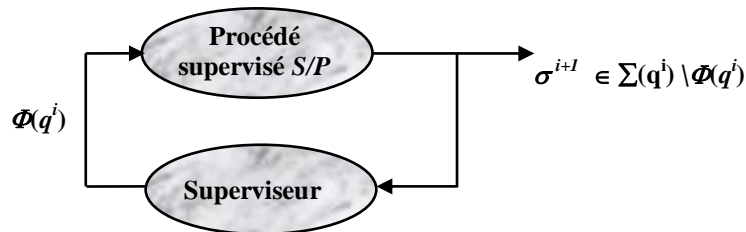


Figure. 3.3. Schéma de supervision avec indice de temps

De manière générale, si Σ est l'alphabet des événements d'un procédé, on peut définir la partition suivante : $\Sigma = \Sigma_c \cup \Sigma_u$, où Σ_c et Σ_u dénotent respectivement les ensembles d'événements contrôlables et incontrôlables sur Σ . Comme les événements incontrôlables ne peuvent pas être interdits par la supervision, il est nécessaire d'exiger qu'une liste Φ d'événements interdits ne contienne aucun événement incontrôlable. Ainsi, dans la figure 3.3 nous aurons pour tout i : $\Phi(q^i) \cap \Sigma_u = \emptyset$.

Hypothèse 3.1:

Deux événements indépendants ne peuvent pas être simultanément générés par le procédé.

L'hypothèse 3.1 est basée sur le fait que les procédés que nous considérons évoluent à des instants continus du temps. Comme un événement a une durée qui est nulle, la probabilité que 2 événements indépendants soient simultanément générés par le procédé est alors nulle. Dans la réalité cette hypothèse n'est pas toujours applicable. A cause du fonctionnement cyclique dans les systèmes de commande implantés, il est possible d'avoir des événements simultanés.

3.1.2.2 Définition d'un superviseur

Conformément à la figure 3.3, un superviseur peut être perçu comme une machine à états dont les sorties sont des listes $\Phi(q^i)$ d'événements interdits. On peut remarquer qu'entre deux occurrences successives d'événements par exemple, σ^i et σ^{i+1} , la sortie $\Phi(q^i)$ du superviseur reste inchangée. Ainsi, on peut représenter un superviseur par un modèle tel que la sortie ne dépend que de l'état. Un superviseur peut donc être modélisé par une machine de Moore.

Définition 3.1 :

Le superviseur S peut être défini par le 6-uplet $S = (V, \Sigma, \xi, v_0, 2^{\Sigma_c}, \theta)$ où V est un ensemble fini d'états; Σ est l'alphabet d'entrée; $\xi : V \times \Sigma \rightarrow V$ est la fonction de transition d'états; v_0 est l'état initial; 2^{Σ_c} est l'alphabet de sortie; et $\theta : V \rightarrow 2^{\Sigma_c}$ est la fonction d'affectation de sortie.

Le superviseur S peut être perçu comme une machine à états déterministe qui évolue conformément à une modification de son entrée (sur l'occurrence d'un événement de Σ généré par le procédé) et qui change d'état selon ξ . Pour chaque état v , le superviseur S fournit en sortie une liste d'événements interdits $\Phi = \theta(v)$. Rappelons que seuls les événements contrôlables peuvent être interdits par la supervision. Ainsi, chaque sortie de S est un élément de 2^{Σ_c} , où 2^{Σ_c} est l'ensemble de tous les sous-ensembles de Σ_c .

3.1.2.3 Supervision d'un système manufacturier

Exemple 3.1 :

Considérons un système manufacturier composé de deux machines identiques : M_1 et M_2 , et un stock entre ces deux machines. Conformément à la figure 2.4, les deux machines travaillent de façon indépendante, puisent des pièces brutes en amont et rejettent des pièces usinées en aval.



Figure. 3.4. Un système manufacturier

Modélisation du procédé :

Le procédé est supposé évoluer de façon spontanée en générant des événements (*générateur d'événements*). Son fonctionnement peut être décrit par un ensemble de séquences d'événements qui constitue un langage formel sur l'alphabet des événements.

Chaque machine de ce procédé peut être modélisée par un automate sans sorties (accepteur). Le graphe de transition d'états de l'automate des machines M_1 et M_2 est le même que celui de l'exemple qui est présenté au début du chapitre (figure 3.5).

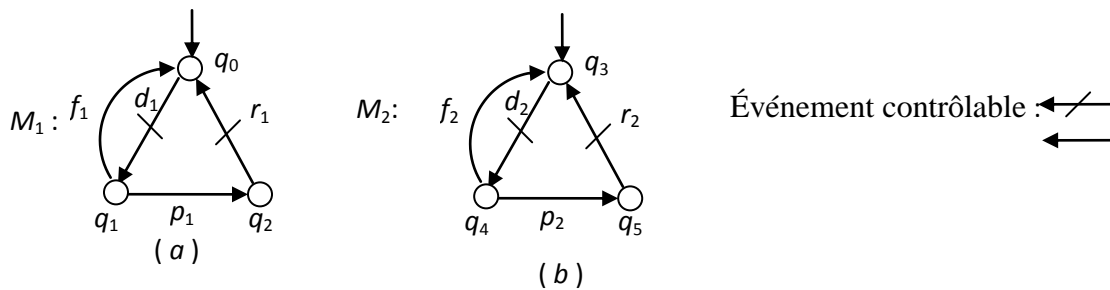


Figure. 3.5. Modèle des machines M_1 et M_2

Considérons la machine M_1 (figure 2.5.a). Dans son état initial (état q_0), la machine est à l'arrêt. L'événement d_1 modélise le début du cycle de la machine, l'occurrence de cet événement conduit la machine dans l'état de marche (état q_1). Dans notre exemple, nous supposons que d_1 est simultanée avec la prise d'une pièce en amont. De même, la fin de cycle (événement f_1) est simultanée avec le dépôt d'une pièce en aval. Lorsque la machine M_1 est en marche (état q_1), l'occurrence de l'événement p_1 conduit la machine dans un état de panne (état q_2). Depuis cet état, la réparation de la machine, ramène la machine dans son état initial. La machine M_2 possède un fonctionnement similaire à M_1 .

Notons respectivement Σ_1 et Σ_2 , les alphabets des machines M_1 et M_2 . Nous avons :

$$\Sigma_1 = \{d_1, f_1, p_1, r_1\} \quad \text{et} \quad \Sigma_2 = \{d_2, f_2, p_2, r_2\}$$

Le fonctionnement du système manufacturier est alors défini sur un alphabet $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$. Nous avons pris la convention de représenter par un arc barré, toute transition associée à un événement contrôlable. Ainsi, nous supposons que $\Sigma_c = \{d_1, d_2, r_1, r_2\}$ et $\Sigma_u = \{f_1, f_2, p_1, p_2\}$.

Un modèle automate sans sortie de notre système manufacturier peut être obtenu en effectuant le composé synchrone des modèles M_1 et M_2 . Le modèle P défini par $P = M_1 \parallel M_2$ est représenté par son graphe de transition d'états dans la figure 2.6.

Dans l'automate P , un état est un couple (q_i, q_j) , où q_i est un état de M_1 et q_j est un état de M_2 . Cet état (q_i, q_j) est noté q_{ij} dans la figure 3.6. [Dideban, 2007]

Modèle de la Spécification :

On considère la spécification de fonctionnement suivante pour notre système manufacturier. Le fonctionnement de notre système manufacturier doit respecter la présence d'un stock de capacité limitée à 1, situé entre les 2 machines. Nous supposons donc à présent que les machines travaillent en série. Conformément à la figure 3.7, une pièce doit visiter M_1 puis M_2 . La présence du stock entre M_1 et M_2 impose que : (1) la machine M_2 ne peut commencer à travailler que si elle peut prendre une pièce dans le stock, c'est-à-dire, si le stock est plein, et (2) la machine M_1 ne peut déposer une pièce dans le stock que si celui-ci est vide. Le stock est supposé vide dans son état initial.

Le superviseur S de la figure 3.8 permet de garantir le respect de cette spécification de fonctionnement. Dans cet automate les états v_0 et v_1 correspondent respectivement aux états : "stock vide" et "stock plein".

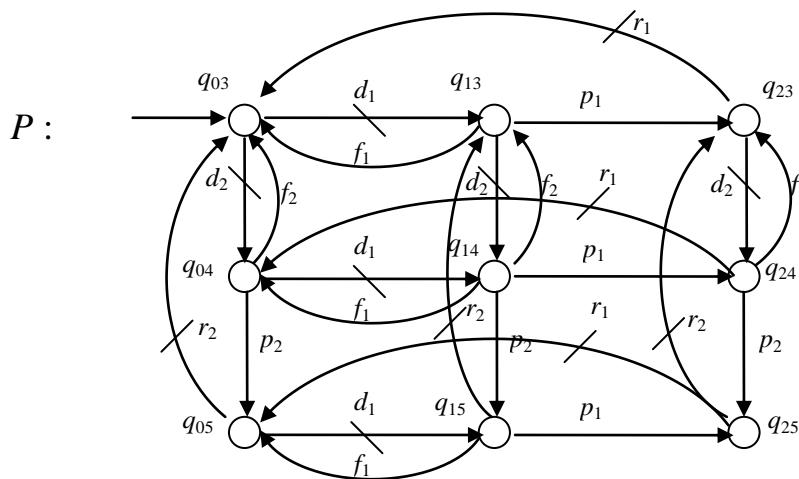


Figure. 3.6. Modèle synchrone de deux machines.



Figure. 3.7. Le système manufacturier sous la contrainte de stock

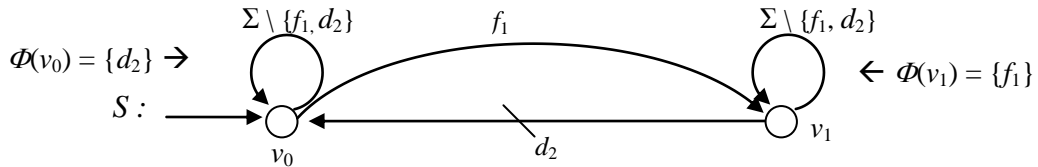


Figure. 3.8. Modèle automate de la spécification

Lorsque le stock est vide, l'occurrence de l'événement contrôlable d_2 est interdite (début du cycle de M_2). Sur l'occurrence de l'événement f_1 (fin du cycle de M_1 et dépôt d'une pièce dans le stock), l'automate S change d'état et passe dans l'état v_1 . Dans cet état, l'occurrence de l'événement f_1 est interdite (fin du cycle de M_1).

Fonctionnement désiré en boucle fermée :

On appelle *fonctionnement en boucle fermée*, le fonctionnement du procédé couplé à son superviseur. Conformément à la figure 3.3, un événement peut être généré par le procédé supervisé si, il peut être généré par le procédé P en isolation et s'il est autorisé (non interdit) par le superviseur S . Par extension, une séquence d'événements ω est possible dans le fonctionnement en boucle fermée, si elle est possible dans le procédé en isolation ($\omega \in L(P)$), et si elle est autorisée par le superviseur ($\omega \in L(S)$). Si on note S/P la machine constituée du procédé P couplé au superviseur S , le langage $L(S/P)$ représente alors le fonctionnement en boucle fermée du système. Le langage $L(S/P)$ est simplement défini par :

$$L(S/P) = L(P) \cap L(S).$$

Le modèle automate reconnaissant $L(S/P)$ est obtenu en effectuant le composé synchrone de P et de S .

Définition 3.2 :

Le langage $L(S/P)$ généré par le procédé supervisé en boucle fermée est défini par :

- $\varepsilon \in L(S/P)$

- $[\omega\sigma \in L(S/P)] \Leftrightarrow [(\omega \in L(S/P)) \wedge (\sigma \in S(\omega)) \wedge (\omega\sigma \in L(P))]$

Où $\sigma \in S(\omega)$ signifie que l'occurrence d'événement σ après le mot ω ne doit pas être interdite par le superviseur.

Un mot $\omega\sigma$ peut être généré par le procédé supervisé si le mot ω a été généré par le procédé supervisé et si l'événement σ est autorisé par le superviseur et le mot $\omega\sigma$ est accepté par le procédé non supervisé. Le mot vide ε est compris dans le langage $L(S/P)$. [Dideban, 2007]

Le modèle de fonctionnement désiré en boucle fermée du système supervisé est donné dans la figure 3.9.

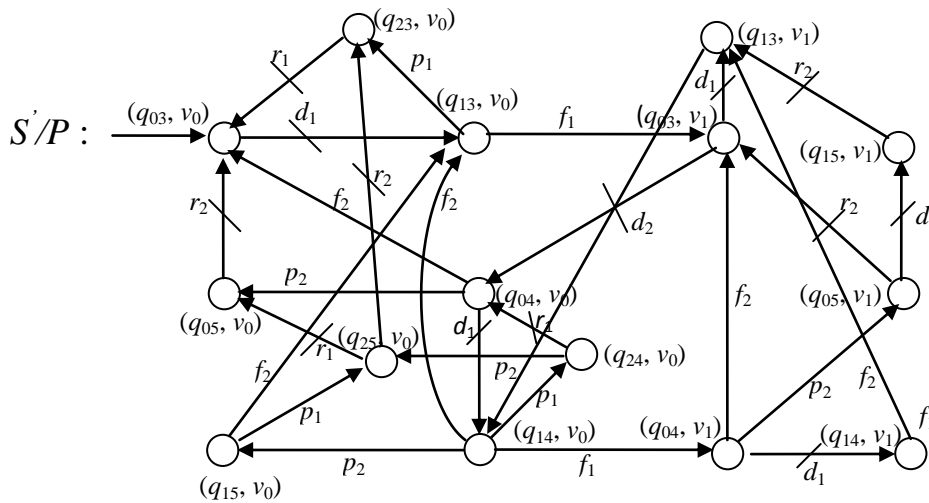


Figure. 3.9. Modèle de fonctionnement désiré en boucle fermée

3.1.3 Contrôlabilité

3.1.3.1 Concept de contrôlabilité

Ramadge et Wonham ont introduit la notion de contrôlabilité pour des SED afin de caractériser les langages supervisés d'un procédé (Ramadge et al. 1987b). Etant donné un procédé P et une spécification de fonctionnement S_{Spec} , on souhaite synthétiser un superviseur S de façon à ce que le système en boucle fermée S/P , respecte la spécification. C'est-à-dire qu'on doit chercher le langage $L(P) \cap L(S_{Spec})$. Ce langage appelé *fonctionnement désiré* correspond à l'ensemble des séquences qui peuvent être générées par le procédé et qui sont tolérées par la spécification, ce langage est noté L_D . Il n'est pas toujours possible (prise en compte d'événements incontrôlables Σ_u) de restreindre, par la supervision, le fonctionnement

d'un procédé à n'importe quel sous - langage de ce fonctionnement. L'existence d'un superviseur S tel que $L(S/P) = L_D$ réside dans le concept de contrôlabilité.

Définition 3.3 : Un langage K est dit contrôlable par rapport à un langage $L(P)$ si :

$$\bar{K} \Sigma_u \cap L(P) \subseteq \bar{K}$$

Où \bar{K} représente le préfixe-clôture de langage de spécification et $L(P)$ le langage de procédé.

On peut dire que le langage de spécification K est contrôlable par rapport à un langage $L(P)$ si pour toute chaîne ω de K et pour tout événement incontrôlable τ de Σ_u , la chaîne $\omega\tau$ appartient à $L(P)$, implique qu'elle appartient aussi à K .

La théorie de Ramadge et Wonham permet de résoudre ce problème. Nous allons présenter directement l'algorithme de Kumar [Kumar, 1991] qui permet de déterminer le langage contrôlable maximal permissif. [Dideban, 2007]

Pour présenter cet algorithme, il est d'abord nécessaire de définir quelques notions importantes.

Définition 3.4 : Soit $P = (Q, \Sigma, \delta, q_0)$ et $S_{spec} = (V, \Sigma, \xi, v_0)$ les modèles automates du procédé et de la spécification. Par composé synchrone des deux modèles, L'ensemble des *états interdits* Q_I sera défini comme ci-dessous :

$$M_I = \{(q, v) \mid \exists \sigma \in \Sigma_u \text{ avec } \delta(q, \sigma) \text{ défini, et } \xi(v, \sigma) \text{ non défini} \}$$

Remarque 3.2:

L'ensemble des états interdits donné par la définition 3.4 est un type d'états interdits. Un autre type d'états interdits correspond aux états de blocage. Pour notre approche cette différence n'est pas importante.

Il y a aussi autre type d'état interdit qu'il faut ajouter à l'ensemble défini ci-dessus : ce sont les états *faiblement interdits* :

Définition 3.5 :

Soit M_{PS} l'ensemble des états possibles et autorisés par la spécification et M_I l'ensemble des états interdits. L'ensemble des *états faiblement interdits* M_F sera défini comme ci-dessous :

$$M_F = \{q_i \mid q_i \in M_{PS}, q_j \in M_I \text{ ou } q_j \in M_F \text{ et } \sigma \in \Sigma_u \text{ } q_i \xrightarrow{\sigma} q_j \}$$

A partir des ensembles \mathcal{M}_F et \mathcal{M}_I , on peut construire deux autres ensembles d'états qui nous seront très utiles dans la suite de ce mémoire: 1) l'ensemble des *états interdits frontière* et, 2) l'ensemble des *états autorisés critiques*.

L'ensemble des états interdits frontières correspond aux états interdits ou faiblement interdits atteignables par occurrence d'événements contrôlables. Formellement, cet ensemble est défini ci-dessous.

Soit \mathcal{M}_A l'ensemble des états autorisés par le système supervisé, \mathcal{M}_I l'ensemble des états interdits et \mathcal{M}_F faiblement interdits

Définition 3.6 : L'ensemble des *états interdits frontière* \mathcal{M}_{IF} est l'ensemble

$$\mathcal{M}_{IF} = \{q_j \mid q_i \in \mathcal{M}_A, q_j \in \mathcal{M}_I \text{ ou } q_j \in \mathcal{M}_F \text{ et } \sigma \in \Sigma_C q_i \xrightarrow{\sigma} q_j\}$$

L'ensemble des états autorisés critiques correspond aux états à partir desquels l'occurrence d'événements contrôlables mène à un état frontière.

Définition 3.7 :

L'ensemble des *états autorisés critiques* \mathcal{M}_{AC} sera défini comme ci-dessous :

$$\mathcal{M}_{AC} = \{q_i \mid q_i \in \mathcal{M}_A, q_j \in \mathcal{M}_{IF} \text{ et } \sigma \in \Sigma_C q_i \xrightarrow{\sigma} q_j\}$$

Tous ces ensembles d'états sont présentés dans la figure 3.10.

Les deux groupes constitués par l'ensemble des états interdits frontières et l'ensemble des états autorisés critiques sont essentiels dans notre approche. Par l'interdiction de franchissement des événements contrôlables d'états autorisés critiques vers les états interdits frontières, on empêche l'atteignabilité de tous les états interdits.

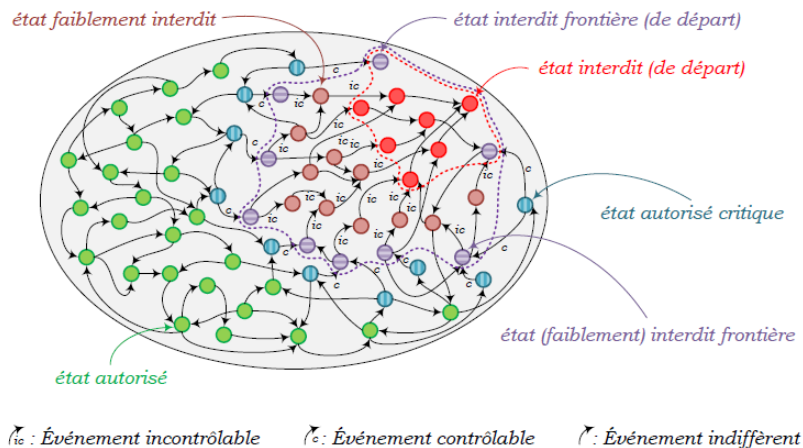


Figure 3.10. Les ensembles des états possibles [Vasiliu, 2006]

3.1.3.2 Algorithme de Kumar

A partir des modèles automates P d'un procédé et S_{spec} d'une spécification de fonctionnement, l'algorithme de Kumar permet de vérifier la contrôlabilité du langage de spécification $L(S_{spec})$. De plus, dans le cas où le langage $L(S_{spec})$ n'est pas contrôlable, cet algorithme permet de synthétiser un modèle automate du langage suprême contrôlable du fonctionnement désiré $sup C(L_D)$ (figure 2.11).

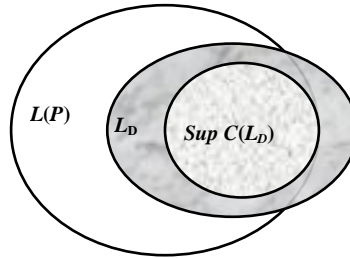


Figure. 3.11. Langage suprême contrôlable d'un fonctionnement désiré

Algorithme de Kumar : Soit $P = (Q, \Sigma, \delta, q_0)$ et $S_{spec} = (V, \Sigma, \xi, v_0)$ les modèles automates du procédé et de la spécification. L'algorithme est basé sur les 4 pas suivants :

Pas 1. On construit le composé synchrone D de P et de S_{spec} , c'est-à-dire, $D = P \parallel S_{spec}$. Le langage $L(D)$ sera noté L_D .

Pas 2. On détermine l'ensemble des *états interdits*.

Pas 3. On détermine l'ensemble des *états faiblement interdits*.

Pas 4. On supprime de D l'ensemble des états interdits ainsi que l'ensemble des états faiblement interdits (ainsi que les transitions associées à ces états). On supprime de D l'ensemble des états non accessibles, c'est-à-dire, tout état (q, v) tel qu'il n'existe pas de chemin permettant de rejoindre (q, v) depuis l'état initial.

Appliquons cet algorithme sur notre exemple. La figure 3.12 donne l'automate final et l'ensemble des états interdits.

Par application de l'algorithme de Kumar pour notre exemple, nous trouvons les états interdits suivants : $\{(q_{13}, v_1), (q_{14}, v_1), (q_{15}, v_1)\}$. Dans cet exemple il n'y a pas d'états faiblement interdits. [Dideban, 2007]

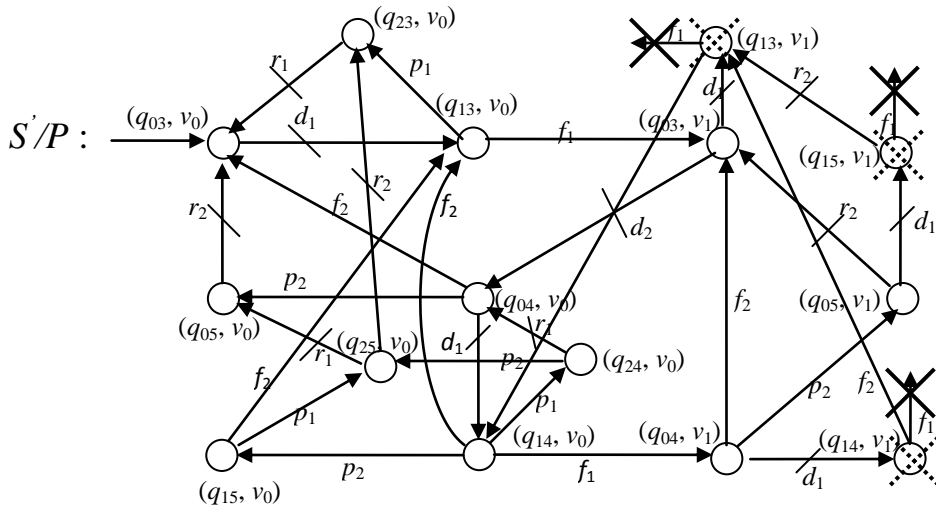


Figure. 3.12. Modèle automate du système supervisé avec des états interdits. [Dideban, 2007]

Le modèle final de cet automate est présenté dans la figure 3.13.

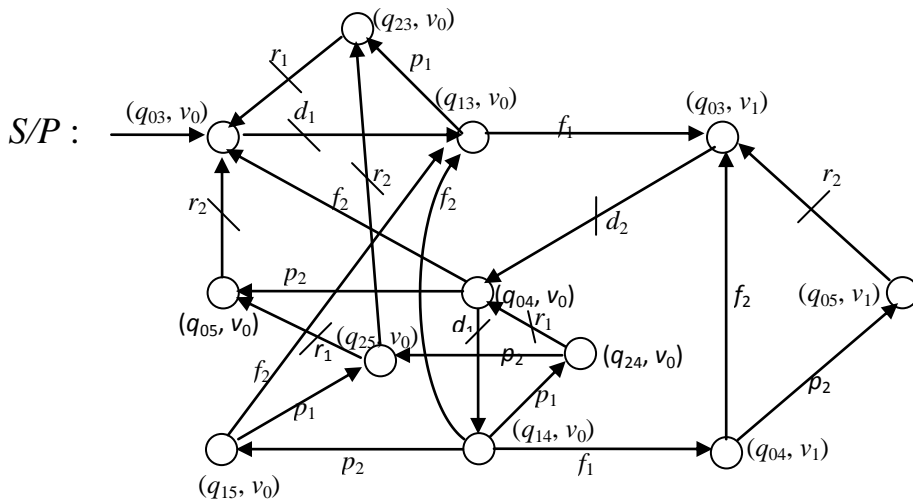


Figure. 3.13. Modèle final de système supervisé sans états interdits. [Dideban, 2007]

3.2. Commande à base de modèles temporisés des Systèmes à Événements Discrets

Jusqu'à présent, nous nous sommes intéressés à la supervision et la commande par supervision des SED à base de modèles qui ne prennent en considération que l'ordre d'occurrence des événements, et ne tiennent pas compte de la date d'occurrence de l'événement. Cependant, de nombreux travaux ont introduit la notion de temps dans la synthèse de commande. Ceci permet d'avoir une modélisation plus riche en fournissant souvent une solution non vide alors que les méthodes qualitatives sans le temps ont échoué.

Ainsi par exemple il est possible de prendre en compte des systèmes tels que la fin d'une tâche a lieu dans un intervalle dont la largeur exprime l'incertitude sur la durée de l'opération.

L'information temporelle peut être utilisée pour synthétiser des lois de commande moins contraignantes dans le sens où l'on peut restreindre la contrainte temporelle sur l'occurrence d'un événement sans l'interdire totalement.

Plusieurs travaux basés sur différents outils de modélisation ont été élaborés pour l'analyse et la commande des systèmes à événements discrets temporisés (SED). Dans la suite, nous présentons quelques unes de ces approches, classées en deux catégories : les méthodes en temps discret et les méthodes en temps continu. [Batis, 2013]

3.2.1 Commande par supervision en temps discret

La théorie de Ramadge et Wonham pour la commande des SED présentée dans la section précédente a été étendue par Brandin et Wonham [Brandin et Wonham, 1994] en vue de la commande des SEDT. Dans leurs travaux, ils ont discrétisé le temps pour se ramener à une étude basée sur l'approche de Ramadge et Wonham. C'est là qu'est apparue la notion d'événement forcé.

Deux types d'automates sont utilisés dans cette approche, le premier pour modéliser les états et les transitions entre les états d'un système et le deuxième pour modéliser les contraintes temporelles dans le modèle du comportement du SED. Comme pour les SED, les événements peuvent être soit contrôlables soit incontrôlables. Par conséquent, l'ensemble des événements est composé de trois sous-ensembles disjoints :

$$\Sigma = \Sigma_c \cup \Sigma_u \cup \{\text{tick}\}$$

Où :

Σ_c est l'ensemble des événements contrôlables ;

Σ_u est l'ensemble des événements incontrôlables.

tick est l'événement représentant l'occurrence d'un top d'horloge

Il existe une autre catégorie d'événements, qui est essentielle dans la commande supervisée des SEDT. Il s'agit des événements forçables. Un événement est dit forçable s'il peut se produire spontanément ou être forcé par un système extérieur tout en respectant la contrainte

temporelle associée à sa date d'occurrence. Dans l'approche de Brandin et Wonham, un événement forçable peut préempter l'occurrence de l'événement *tick*. Par conséquent, le superviseur peut forcer l'occurrence d'un événement avant que l'horloge atteigne une certaine valeur. On note par \sum_{for} l'ensemble des événements forçables. Il n'existe aucune relation entre l'ensemble des événements forçables et les ensembles des événements contrôlables et incontrôlables.

Considérons un procédé P à superviser. Son comportement temporisé est modélisé par un automate $AP = (Q, S, d, q_0, Q_m)$ générant un langage $L(AP)$. Soit un mot $w \in L(AP)$. Il existe alors un état $q \in Q$ atteint par l'exécution du mot w à partir de l'état initial q_0 . On décrit les possibilités d'évolution du procédé depuis cet état par l'ensemble d'événements éligibles dans l'état q .

Comme pour la théorie de supervision des SED, les événements incontrôlables sont toujours autorisés par le superviseur. Cependant, si parmi les événements éligibles il y a au moins un événement forçable, le superviseur peut forcer son exécution avant l'occurrence d'un nouveau top d'horloge (événement *tick*). Dans cette approche le superviseur joue aussi le rôle d'un système de commande.

L'étude du comportement en boucle fermée, du concept de contrôlabilité d'un langage ainsi que le calcul du langage suprême contrôlable sont abordés de la même façon que dans la théorie de Ramadge et Wonham. On montre en plus que le superviseur trouvé est le plus permissif. [Batis, 2013]

Avantages et inconvénients de la théorie de Ramadge et Wonham

La théorie de R&W pour la commande des SED constitue actuellement un centre d'intérêt considérable pour la communauté scientifique concernée par ce problème. Sur le plan international, il y a plusieurs groupes de recherche s'intéressant à l'extension et l'optimisation de cette théorie. L'approche classique utilise les automates à états finis.

Elle se confronte, cependant, au problème de l'explosion combinatoire d'états. Si le modèle du procédé comporte n états et le modèle de la spécification comporte m états, alors l'algorithme de Kumar permet de synthétiser un contrôleur qui comporte (au plus) $n \cdot m$ états. La taille du contrôleur est alors beaucoup plus grande que celle du procédé.

Il s'ensuit que dans la plupart des cas l'explosion combinatoire due à l'utilisation de modèles automates rend impossible la synthèse de contrôleurs pour les systèmes de taille réelle.

Maîtriser la taille des contrôleurs est un objectif crucial pour l'applicabilité de l'approche R&W. Un grand nombre d'extensions sur la théorie de R&W visent à résoudre ce problème. Différents travaux proposent des méthodes pour réduire la taille des modèles obtenus, mais à ce point il y a encore beaucoup des difficultés de modélisation et d'implantation. [Vasiliu, 2006]

3.2.2 Commande par supervision en temps continu

Afin de remédier au problème de l'explosion combinatoire engendrée par une nature discrète du temps, plusieurs approches de commande par supervision ont été proposées.

Principalement basées sur l'outil automate temporisé [Alur et Dill, 1994], ces approches considèrent que le temps évolue d'une façon continue.

On peut illustrer cette idée par l'exemple précédent des deux tronçons de circulation en y intégrant la notion de temps. On peut alors modéliser chaque tronçon par un automate temporisé comme le montre la figure 3.14. L'état d'un automate temporisé est l'association d'un sommet de l'automate (état discret) avec l'ensemble de valeurs réelles des horloges à un instant donné (état continu). On a une horloge x associée à chaque sommet, qui mesure la durée des feux : « Rouge » dans q_0 (resp. q_2) et « Vert » dans q_1 (resp. q_3).

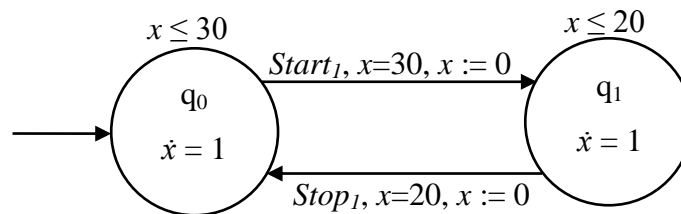


Figure.3.14. Automate temporisé possible d'un tronçon de circulation. [Batis, 2013]

On remarque bien que l'information temporelle enrichit l'automate. Concernant la spécification, elle peut maintenant porter sur l'événement et/ou la durée des feux, ce qui rend la synthèse de commande plus complexe mais plus riche. La figure 3.15 donne un exemple de spécification : on veut que la durée des feux dans les deux tronçons soit la même et égale à 40 u.t.

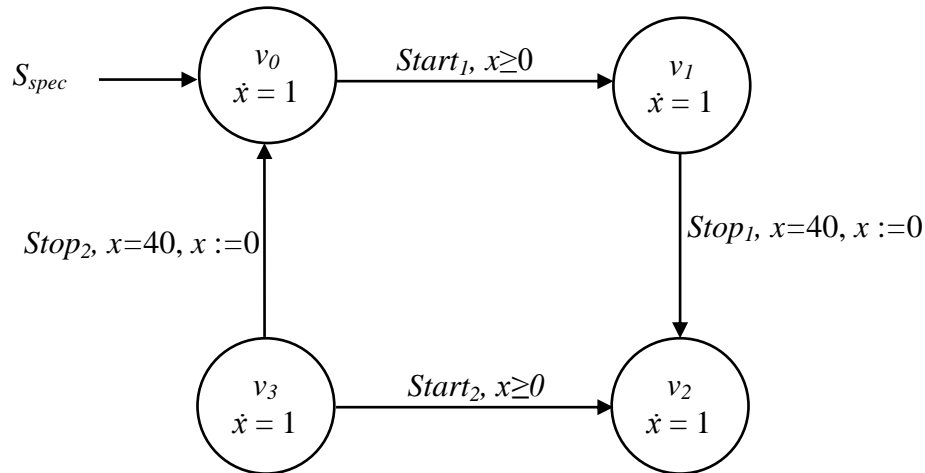


Figure.3.15. Spécification possible pour les tronçons de circulation. [Batis, 2013]

Il existe quelques unes des approches de commande en temps continu des SEDT. Tel que l'approche de commande par supervision basée sur l'automate temporisé à retards introduite dans [Altisen et al. 1999] Cette approche utilise le modèle réseau de Petri à retards pour la modélisation du processus à commander. La synthèse de commande par supervision, quant à elle, est basée sur l'outil automate temporisé à retards.

Autre approche de commande par supervision basée sur l'automate à temps continu Cette approche a été présentée dans [Sava, 2001]. L'auteur N.El Kouhen dans leur thèse « Commande supervisée des système à événement discret temporisés » en 1999 propose l'utilisation du modèle réseau de Petri à arcs temporels pour la modélisation du procédé et des spécifications imposées. La synthèse de la commande par supervision, s'appuie sur l'outil automate à temps continu. [Batis, 2013]

3.3. Commande des Systèmes Dynamiques Hybrides

3.3.1 Commande continue des Systèmes Dynamiques Hybrides

Certaines approches de commande des Systèmes Hybrides s'intéressent à la dynamique continue. Dans ce cas, la classe envisagée de ces systèmes est celle des systèmes continus avec commutation de modèle. Il existe une multitude d'approches, dans ce qui suit, on va n'en citer que quelques unes.

Branicky et Mitter [Branicky et Mitter, 1995] ont proposé une première approche de commande optimale des SDH. Se basant sur son modèle unifié [Branicky, 1998], Branicky introduit des outils d'analyse appliqués aux systèmes à commutation et hybrides. L'auteur présente particulièrement les « fonctions multiples de Lyapunov » comme un outil d'analyse pour la stabilité des systèmes à commutation. L'idée est d'imposer des restrictions sur la commutation pour garantir la stabilité, même si à chaque système individuel est associée une fonction Lyapunov.

Une autre méthode de commande optimale des SDH a été proposée dans [Lygeros et al. 1996]. Il s'agit d'une approche pour la conception de systèmes multi-agents basée sur la commande optimale et la théorie des jeux. Dans ce cas, le système est perçu comme étant un jeu entre deux joueurs, le contrôleur et la perturbation, qui concourent sur des fonctions de coût (lesquelles ont un rapport avec les propriétés que le système en boucle fermée doit satisfaire). Le contrôleur gagne le jeu s'il peut maintenir le système dans un fonctionnement « sûr » en présence de perturbations. Cette approche a été appliquée dans (Lygeros et al., 1998) pour la commande des systèmes type AHS (Automated Highway Systems) et utilisée dans [Tomlin et al., 1998] pour la gestion du trafic aérien. L'inconvénient des semi algorithmes proposés dans ces approches [Lygeros et al., 1999 ; Tomlin, 1998], c'est que leur terminaison n'est pas garantie. [Batis, 2013]

3.3.2 Commande événementielle des Systèmes Dynamiques Hybrides

A présent, on s'intéresse aux méthodes de commande qui accordent une importance plus grande à la partie discrète. Dans ce cas, les systèmes hybrides concernés sont généralement modélisés sous la forme d'automates hybrides. Le problème de commande correspondant est formulé sous la forme de recherche d'une stratégie discrète permettant de restreindre la fonction de transition du système pour satisfaire les spécifications [Alur et al., 1995 ; Asarin et Maler, 1999].

Dans la suite, nous allons présenter quelques unes des approches de commande événementielle.

L'approche d'Antsaklis [Antsaklis et al., 1993 ; Stiver et Antsaklis, 1993] a été à l'origine de nombreux travaux dans le domaine des SDH. Il s'agit d'une approche de synthèse d'un superviseur discret pour un système continu, qui est basée sur une adaptation de la méthode de Ramadge et Wonham. Le procédé continu est décrit par un ensemble d'équations différentielles, alors que le contrôleur discret est modélisé par un automate à états finis. Par

conséquent, une interface est définie entre la partie SED et la partie continue. D'un côté, les variables continues du procédé sont transformées en symboles par une fonction appelée « générateur ». De l'autre, une fonction appelée « actionneur » transforme les événements provenant du superviseur en signaux continus par morceaux utilisés en tant qu'entrée du procédé. On illustre cette approche par la figure 3.16.

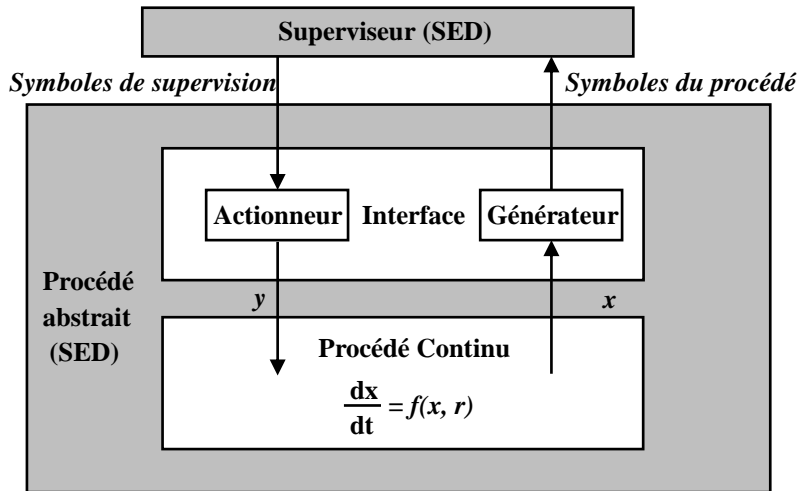


Figure.3.16. Approche d'Antsaklis

Dans la méthode d'Antsaklis, l'objectif est de respecter une spécification. On peut citer comme type de spécifications:

- Objectif de sécurité : ne jamais atteindre une situation de l'automate
- Atteignabilité : être toujours capable de retourner à une situation de l'automate
- Appartenance des trajectoires du procédé abstrait à un ensemble donné (les mêmes séquences de symboles du procédé se répètent périodiquement, à l'exclusion de toutes autres).

La méthode d'Antsaklis possède l'avantage d'être proche de la pratique industrielle qui utilise un automate programmable industriel pour commander le procédé continu à travers des capteurs et des actionneurs tout ou rien. De ce fait, cette méthode peut fournir un support formel à ce type d'automatisation industrielle, qui est généralement basée sur une approche intuitive de synthèse de commande. [Batis, 2013]

Dans [Kurovszky, 2002], l'auteur propose une méthodologie de synthèse de la commande pour un système dynamique hybride. L'approche est basée sur la représentation en temps discret de la dynamique continue et se propose d'exploiter les résultats de l'analyse d'atteignabilité.

Un modèle été proposé représente par un automate à états finis abstrait à partir de l'automate atteignable. Ce modèle a été construit par dépliage temporel de l'évolution continue du système. Le modèle résultant permet l'utilisation des techniques de synthèse formelles basées sur les travaux de Brandin et Wonham dans le domaine de la commande par supervision des systèmes à événements discrets.

Une fois le modèle déplié construit, l'auteur illustré la technique de la synthèse du superviseur. L'idée est d'éliminer toutes les trajectoires du graphe qui conduisent vers le sommet interdit en agissant sur la date d'occurrence des événements contrôlables.

Afin de réduire la complexité du modèle de commande en nombre de sommets, une procédure de re-pliage est proposée. Cette procédure permet obtenir les instants d'occurrence des événements contrôlables sous la forme d'une représentation plus compacte. Le résultat du re-pliage est le modèle de commande exprimé sous la forme d'un automate temporisé. Les différentes étapes de cette approche sont données dans la figure 3.17.

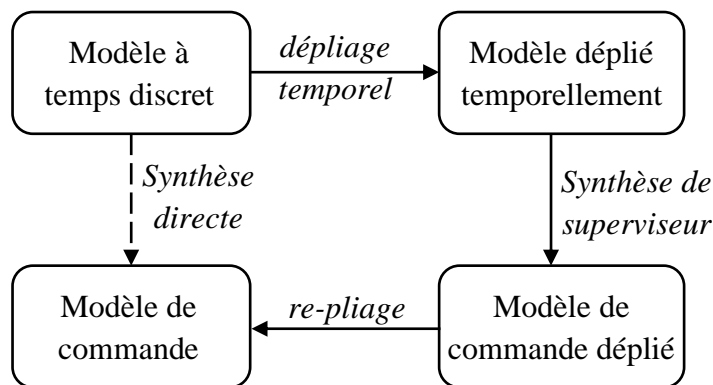


Figure.3.17. Approche de Kurovszky. [Kurovszky, 2002]

Plusieurs travaux ont été effectués concernant ce sujet. [Maler et al. 1995], [Asarin et al. 1998] ont présenté des algorithmes de synthèse automatique de contrôleurs qui permettent de chercher des stratégies gagnantes (*winning strategy*) applicables pour des jeux modélisés sous forme d'automates temporisés.

Dans [Ghomri, 2012], L'auteur propose dans ce travail un contrôleur d'une classe particulière de systèmes appelés systèmes à flux continus, tels que les systèmes de transport,

les systèmes de production, les systèmes de communication. Ce sont des systèmes où les variables d'état sont positives et où les dynamiques continues et événementielles interagissent.

Les réseaux de Petri hybrides (RdPH) sont un outil approprié et élégant pour la modélisation de tels systèmes ; alors que les automates hybrides (AH) permettent de calculer formellement les espaces dynamiques atteignables.

Cette approche combine deux outils. Le modèle RdPH modélise le procédé en boucle ouverte et le modèle AH décrit le fonctionnement désiré en boucle fermée.

L'auteur utilise comme points de contrôle les dates d'occurrences des événements discrets qui correspondent aux gardes des transitions discrètes dans le modèle automate hybride. Leur but étant de restreindre l'espace d'état atteignable par l'AH à un espace d'état désiré qui respecte toutes les contraintes, tout en restant maximal permissif. Les contraintes de spécification portent sur la partie continue qui n'est pas contrôlable. Sachant que la dynamique discrète influence la dynamique continue, le contrôle du système est obtenu en modifiant les intervalles temporels associés aux transitions discrètes.

Le contrôleur est un automate temporisé, il est optimal dans le sens où il donne l'espace d'état le plus permissif qui garantit le respect des spécifications.

Cette approche de synthèse de contrôleur est basée sur les trois étapes suivantes :

1. Modéliser le système en boucle ouverte (sans spécifications) par un RdP D-élémentaire ;
2. Traduire le RdP D-élémentaires en automate hybride;
3. Modéliser les spécifications et calculer les nouvelles gardes des transitions qui assurent le respect des spécifications.

Ces trois étapes sont résumées dans la figure 3.18.

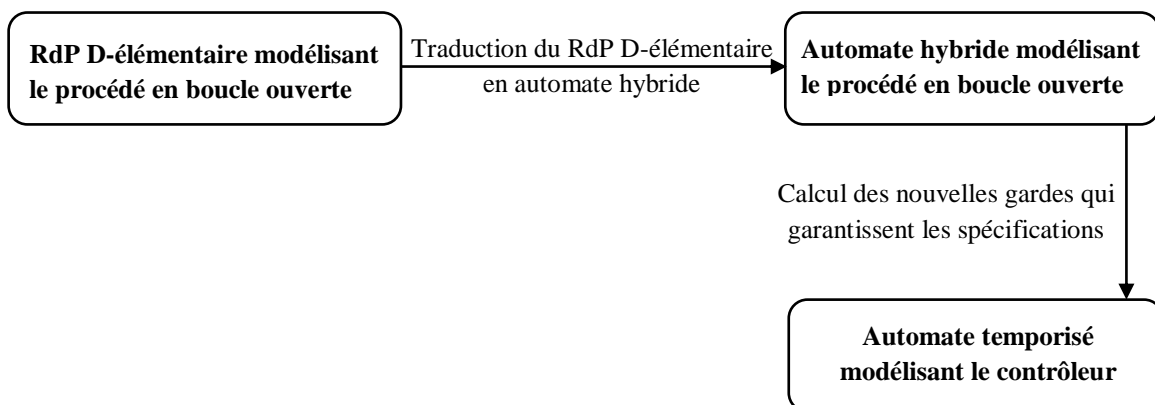


Fig.3.18. Principe de l'approche de synthèse de contrôleur de Ghomri. [Ghomri, 2012]

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté quelques approches de commande des systèmes dynamiques hybrides.

Nous avons commencé par le résultat principal pour le contrôle des SED est la théorie générale de la supervision, développée par Ramadge et Wonham.

Dans notre cas, on s'intéresse plus à des approches de la commande des SDH basée sur le principe de recherche d'une stratégie qui permette de restreindre le comportement du système pour satisfaire certaines spécifications imposées.

Chapitre

Synthèse de contrôleur d'un Carrefour isolé à deux voies

Introduction	92
4.1. Présentation intuitive de l'approche proposée	93
4.2. Synthèse de contrôleur d'un carrefour isolé à deux voies	94
4.2.1. Description d'un carrefour isolé	95
4.2.2. Traduction du RdP hybride D-élémentaire en automate hybride	97
4.2.3. Modélisation des spécifications et calcul des nouvelles gardes	101
4.3. Résultats et Discussions	104
Conclusion	108

Introduction

Le boom économique de ces dernières décennies en Algérie avec l'adoption de la loi sur le crédit à la consommation et en particulier à l'achat de véhicules a conduit à une croissance importante du nombre des usagers du trafic urbain, sans que, ni les infrastructures routières urbaines, ni les schémas de circulation n'aient été modifiées. Ce phénomène a engendré une extension explosive des villes, Il s'en est suivi une circulation difficile allant jusqu'à la congestion du trafic durant les heures pointe.

Le trafic routier est un phénomène complexe d'une part en raison du nombre élevé d'acteurs qui y participent, d'autre part à cause du caractère très maillé du réseau sur lequel il se déroule. Le phénomène le plus marquant dans le trafic routier est la congestion qui alimente de nombreuses discussions d'usagers.

Pour comprendre la congestion, il faut garder présent à l'esprit que c'est un phénomène qui survient lorsque la demande (le nombre de véhicules qui cherchent à utiliser une infrastructure donnée) est supérieure à la capacité de cette infrastructure. Si la demande excède la capacité, alors des véhicules seront ralentis à l'entrée de l'infrastructure, formant ainsi un bouchon.

Les problèmes de circulation sont aujourd'hui devenus une réalité dans la plupart des grandes villes du monde ; mieux encore, il s'agit d'un véritable casse-tête pour les responsables politiques, les experts, les automobilistes et les habitants.

Le carrefour est un lieu de conflit entre les flux de véhicules et de piétons, il est touché d'une manière directe par la congestion du trafic. Il est donc indispensable de bien réguler ces endroits sensibles et potentiellement dangereux. Ainsi, optimiser le temps d'attente à un carrefour a de nombreux avantages : en premier lieu faire gagner du temps aux conducteurs, mais il est aussi question de diminuer la pollution et l'utilisation de carburant ainsi que de réduire les congestions et améliorer la sécurité routière.

L'évolution du trafic est un processus dynamique où deux types de comportement coexistent. Le flux des voitures peut être vu comme un flux continu qui s'écoule le long des voies de circulation. Il sera modélisé par des variables continues. Ce flux est interrompu par les feux de signalisation qui correspondent à un système discret. Il s'agit donc là typiquement d'un système hybride.

Le fait que les systèmes hybrides font intervenir deux types de dynamiques, une dynamique continue et une autre discrète, implique une complexité plus importante du problème de synthèse pour cette classe de systèmes.

Dans la littérature, différents outils et approches ont été développés et utilisés pour la modélisation et la commande des systèmes de trafic urbain, tels que : les automates [O.K Tonguz et al., 2009] et les réseaux de Pétri [Anthony Tzes et al., 1996], ce dernier est connu comme étant un outil de modélisation graphique et mathématique [Murata et al., 1986] permettant de révéler ainsi des caractéristiques importantes d'un système concernant sa structure et son comportement dynamique. Bien que de nombreuses extensions du RdP ont été utilisées pour le contrôle du trafic en peu mentionné : RdP Temporisés [Di Febbraro, et Giglio, 2005], RdP coloré [Dotoli et al., 2006], RdP continus [Tobla et al., 2005] et les RdP hybrides [Di febrarro et al., 2004] [Tobla et al., 2004].

La nature hybride des systèmes complexes tels que le trafic urbain rend les tâches de modélisation, d'analyse et de contrôle très difficiles.

Dans cette thèse nous avons considéré le comportement du trafic comme un système hybride, Plusieurs études ont été consacrées à la combinaison de puissants outils tels que [Sava et Alla, 2001] qui fait la combinaison de réseau de Pétri avec l'automate hybride [Bouhalouane et al 2015] coupler le bond graphe et le réseau de Pétri pour la modélisation d'un système dynamique hybride, ce qui donne une solution efficace pour la réduction de la complexité des modèles hybrides.

La combinaison des réseaux de Pétri hybrides et des automates hybrides dans ce travail peut permettre une approche élégante associant la puissance de modélisation des HPN à la puissance d'analyse des automates hybrides.

Dans ce chapitre nous avons présenté une approche de synthèse de contrôleur pour la commande des cycles de commutation des feux d'un carrefour à deux voies.

L'objectif étant de minimiser la longueur des files d'attente sur les voies du carrefour, le contrôleur modifie les instants de commutation qui garantissent le respect des spécifications imposées sur les dimensions du carrefour et la concentration du trafic.

4.1. Présentation intuitive de l'approche proposée

Dans cette approche nous nous intéressons au problème de congestion du trafic dans les intersections à deux voies de circulation. Ce sont des systèmes dynamiques hybrides. Le RdP hybride D-élémentaire est un modèle bien adapté à la modélisation des systèmes de cette classe des systèmes. Les parties discrète et continue ainsi que l'interaction entre elles sont distinctement représentées. Un RdP hybride D-élémentaire est la combinaison d'un RdP T-temporel modélisant la partie discrète et d'un RdP continu à vitesse constante modélisant la dynamique continue.

Le RdP hybride fournit un modèle élégant aisément compréhensible par l'utilisateur et concis dans son graphisme. Cependant, il n'est pas possible de caractériser de manière formelle son comportement dynamique. C'est pour cela nous effectuons la traduction du RdP D-élémentaire en automate hybride linéaire, Cette traduction permet de combiner la puissance de modélisation des RdP D-élémentaires à la puissance d'analyse des automates hybrides. Il est ainsi possible de calculer l'espace d'état dynamique atteignable en utilisant des outils spécialement. Dans ce travail, nous utilisons l'outil *PHAVer* (The Polyhedral Hybrid Automaton Verifier) [Goran Frehse, 2008].

L'approche de synthèse de contrôleur proposée dans ce travail utilise comme points de contrôle les dates de commutation des feux de signalisation qui correspondent aux gardes des transitions discrètes dans le modèle automate hybride. Le but étant de restreindre l'espace d'état atteignable par l'AH à un espace d'état désiré qui respecte toutes les contraintes, tout en restant maximal permissif. Les contraintes de spécification portent sur la partie continue qui n'est pas contrôlable. Sachant que la dynamique discrète influence la dynamique continue, le contrôle du système est obtenu en modifiant les intervalles temporels associés aux transitions discrètes.

L'approche de synthèse de contrôleur est basée sur les étapes suivantes :

1. Modélisation de l'intersection à deux voies par un RdP D-élémentaire;
2. Traduction de RdP D-élémentaires en automate hybride;
3. Calculer les nouvelles dates de la commutation d'intersection qui assurent le respect de ces spécifications.
4. calculer formellement le temps de séjour minimal et maximal dans chaque sommet de telle façon que les spécifications soient respectées.

4.2 Synthèse de contrôleur d'un carrefour isolé à deux voies

Au cours de la dernière décennie, la congestion a attiré une grande attention de nombreux chercheurs. En effet, malgré les avancées remarquables dans ce domaine, force est de constater que les problèmes liés à la congestion du trafic demeurent importants. Nous faisons encore face à une congestion du trafic, en particulier, aux carrefours à feux.

La méthode conventionnelle qui permet d'éviter la congestion dans les villes modernes est la commande par feux de signalisation. En effet, les feux de signalisation permettent de résoudre les conflits inhérents aux intersections.

L'évolution du carrefour est un processus dynamique où deux types de comportement coexistent. Le flux des voitures peut être vu comme un flux continu qui s'écoule le long des voies de circulation. Il sera modélisé par des variables continues. Ce flux est interrompu par les feux de signalisation qui correspondent à un système discret. Il s'agit donc là typiquement d'un système hybride.

Notre contribution, dans le cadre de synthèse de contrôleur d'un carrefour isolé, consiste à intégrer les trois étapes de l'approche de synthèse de contrôleur des systèmes dynamiques hybrides. Pour ce faire, nous avons utilisé le réseau de Petri D-élémentaire pour modéliser le carrefour isolé à deux voies (Figure 4.2). Nous nous intéresserons uniquement à l'aspect macroscopique, seuls les paramètres du flux (vitesse du flot, débit et concentration) seront modélisés.

4.2.1. Description d'un carrefour isolé

L'intersection étudiée comporte deux voies (L_1, L_2) avec deux feux de signalisation (TL_1, TL_2) implantés à l'extrémité des voies (figure 4.2). Le trafic s'écoule dans deux directions principales : Est-Ouest ($E-O$) et Nord-Sud ($N-S$). Par souci de simplicité, la prise en compte des mouvements de tournes à gauche et à droite est exclue de notre étude.

Les hypothèses de base de notre cas d'application sont illustrées dans le tableau suivant :

	Voie (N-S)	Voie (W-E)
débit d'entrée	0.81 (veh/s)	0.90 (veh/s)
débit de sortie	1.11 (veh/s)	1.11 (veh/s)
capacité maximale de la voie	40 veh	40 veh
Guards	[6 25] sec	[6 25] sec

Table 4.1. Paramètres d'un carrefour isolé.

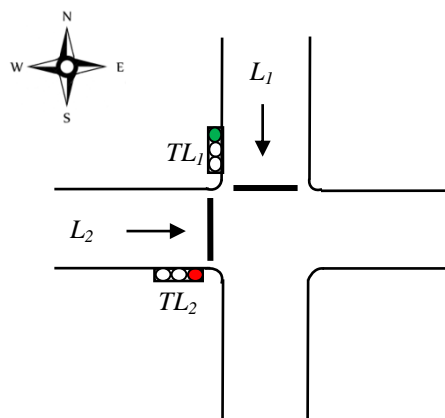


Figure 4.1. Carrefour isolé d'un réseau de trafic urbain.

Les transitions discrètes T_7 et T_8 correspondent aux commutations des feux. Pour contrôler le flux de véhicules dans la voie « O-E », nous devons contrôler la commutation qui commute du feu rouge au feu vert donc la transition T_{10} .

- ✓ Dans la voie « N-S », Un sous-modèle continu représente le flux de véhicules par un RdP continu à vitesse constante car les débits d'entrée et de sortie du flux sont considérés constants sur un intervalle de temps donné. La place continue P_1 modélise le flux de voitures dans une voie. La transition continue T_1 est franchie à une vitesse égale au débit d'entrée des voitures dans la voie du carrefour tandis que la transition T_2 est franchie à une vitesse égale à la différence entre le débit d'entrée et le débit de sortie de la voie du carrefour. Le débit de sortie dépend de la vitesse moyenne de sortie des véhicules et peut être considéré constant sur un intervalle de temps donné et pour un type de chaussée donné.
- ✓ Symétriquement pour la voie « O-E », Un sous-modèle continu représente le flux de véhicules par un RdP continu à vitesse constante. La place continue P_2 modélise le flux de voitures dans une voie. La transition continue T_3 est franchie à une vitesse égale au débit d'entrée des voitures dans la voie du carrefour tandis que la transition T_4 est franchie à une vitesse égale à la différence entre le débit d'entrée et le débit de sortie de la voie du carrefour.

4.2.2. Traduction du RDP Hybride D-élémentaire en automate hybride

D'une manière générale, les automates sont des modèles qui permettent une manipulation formelle facile mais sont difficilement utilisables pour la modélisation. Les RdP, au contraire, présentent l'avantage d'avoir une modélisation intuitivement claire et ne nécessitent pas une énumération exhaustive de l'espace d'état. Cependant, ceci rend difficile la tâche d'analyse.

D'où l'idée de coupler la puissance d'analyse des automates à la puissance de modélisation des RdP. Cette idée a été utilisée principalement pour les extensions des réseaux de Pétri temporels et hybrides.

L'automate Hybride résultant représente le comportement non contraint du procédé, et donc souvent son espace d'état atteignable comporte une partie indésirable.

Le comportement désirable est représenté par celui du procédé auquel sont ajoutées des contraintes encore dites spécifications. Les spécifications dans notre cas sont des inégalités linéaires sur les variables d'état continues.

La Figure 4.3 donne la traduction du RdP hybride D-élémentaire en automate hybride pour les deux voies du carrefour à partir de l'algorithme de traduction structurelle d'un RdPH D-élémentaire un automate hybride a été présenté par [Ghomri et Alla, 2007].

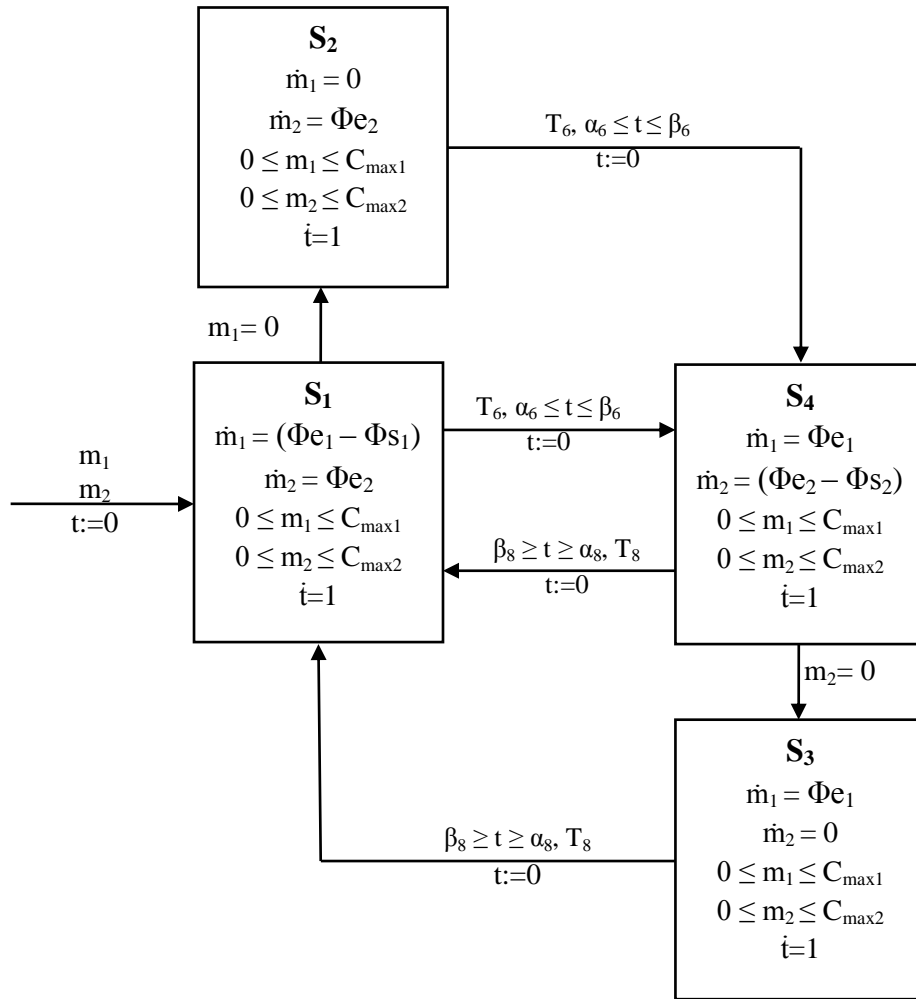


Figure 4.3 Automate hybride obtenu par traduction du modèle RdPH D-élémentaire

- ✓ L'état du vert dans la voie « N-S » et l'état du rouge pour la voie « O-E » sont modélisés par le sommet S_1 . La vitesse d'évolution du marquage continu (nombre de véhicules dans la voie « N-S ») est négative et correspond à la différence entre le débit d'entrée (Φe_1) et le débit de sortie (Φs_1) des véhicules dans l'intervalle de temps considéré. Pour la voie « O-E » où le débit de sortie (Φs_2) est nul, le marquage évolue positivement avec une vitesse égale au débit d'entrée (Φe_2) des véhicules dans la voie pendant l'intervalle de temps considéré.
- ✓ L'état "vide" de la voie (N-S) qui se produit lorsque la sortie est supérieure à l'entrée dans une voie et que l'état du rouge pour la voie (W-E) est modélisé le sommet S_2 .
- ✓ L'état du rouge dans la voie « N-S » et l'état du vert dans la voie « O-E » sont représentés par le sommet S_3 . La vitesse d'évolution du marquage continu (nombre de véhicules dans

la voie « N-S » est égale au débit d'entrée (Φ_{e1}) des véhicules dans l'intervalle de temps considéré où le débit de sortie est nul. Dans la voie « O-E » la vitesse d'évolution est négative et correspond à la différence entre le débit d'entrée (Φ_{e2}) et le débit de sortie (Φ_{s2}) des véhicules dans l'intervalle de temps considéré.

- ✓ L'état du rouge pour la voie (N-S) et l'état vide pour la voie (W-E) est modélisé par le sommet S_4 qui se produit lorsque la sortie est supérieure à l'entrée dans une voie.

Pour simplifier, nous associons la durée jaune en durée verte à deux voies (N-S) et (W-E).

Les intervalles de temps associés aux transitions T_6 et T_8 sont l'intervalle à l'intérieur duquel il faut effectuer la commutation du feu vert en rouge (T_6) et (T_8) pour la voie (N-S) et (W-E) respectivement.

Nous calculons les espaces d'état atteignables de l'automate hybride en utilisant le logiciel PHAVer, l'espace d'état obtenu est caractérisé par un certain nombre d'inégalités donnant les relations entre les différentes variables d'état du système. Ensuite, nous déterminons les limites de l'intervalle des emplacements S_1 et S_3 avant contrôle par programmation linéaire (Matlab) Figure 4.4.

1^{ère} cas d'un carrefour à deux voies identiques :

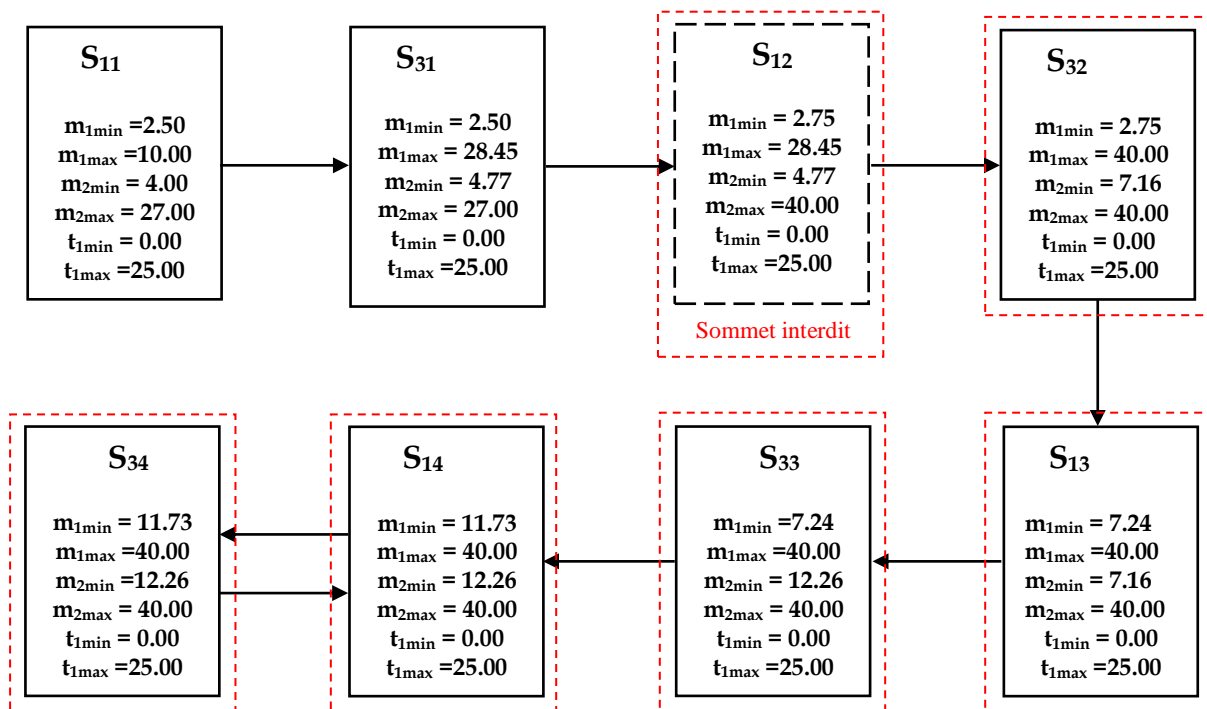


Figure 4.4. Le nombre maximal et minimal de voitures en intersection avant contrôle 1^{ère} cas

Les résultats montrent que le nombre de voitures atteint la valeur maximale autorisée pendant le sommet S_{12} , puis une congestion se produira. Afin de corriger la situation de congestion, nous avons calculé les nouvelles gardes de transition (dates de commutation des feux) en utilisant la méthode proposée par la synthèse du contrôleur. De cette façon, nous avons éliminé la situation de congestion.

Dans cette thèse une approche de synthèse de contrôleur d'une intersection à deux voies de circulation a été proposée qui s'appuie sur la commande des systèmes dynamiques hybrides, notre contribution est inspirée principalement de la synthèse de contrôleur pour les systèmes à flux continu proposé par [Ghomri, 2012] appliqué sur un système producteur consommateur.

Par analogie avec les systèmes de production, le système de trafic urbain peut être considéré comme un système dynamique hybride. Cette analogie est résumée dans les points suivants :

Composantes d'un système de production :

- Ressources : machines, moyens de transport (palettes, robots, chariots), hommes (exploitants, main d'œuvre).
- Tâches : usinage d'un produit, assemblage des produits, maintenance des machines.
- Événements : début de traitement d'un produit, fin de traitement, arrivée d'un produit au stock amont ou aval d'une machine.
- États : disponibilité d'un produit ou d'une machine, machine en panne, traitement d'un produit, attente d'un produit dans un stock.
- Prise de décision : traiter un produit sur une machine, faire varier la capacité d'une machine, faire fonctionner une machine ou non.

Composantes d'un système de trafic urbain :

- Ressources : utilisateurs du réseau (véhicules, piétons, etc.), infrastructure, feux tricolores.
- Tâches : déplacement des véhicules, et des piétons, gestion des feux tricolores, information des conducteurs, maintenance des moyens de signalisation.
- Événements : départ d'un flux de véhicules d'un point du trafic, arrêt d'un flux de véhicules (arrivée à un feu rouge, ou à un carrefour, incident, ...), séquences de commutation des feux tricolores.
- États : contenu des tronçons du trafic en véhicules, états des feux de signalisation, état de congestion, ...
- Prise de décision : faire varier les fréquences de commutation des feux tricolores, modifier les données du réseau (orientation du flux de véhicules vers une voie, ...).

La synthèse de contrôleur consiste à réaliser l'étape 3 de notre approche.

4.2.3 Modéliser les spécifications et calculer les nouvelles gardes

Définition 4.1 (Spécification) : Soit $S^T = (s_1, s_2, \dots, s_{n_C})^T$ un vecteur réel constant de dimensions n_C (nous appelons dans la suite le vecteur S , vecteur des facteurs de spécifications) et b une constante réelle. Une spécification $Spec$ sur le comportement continu de l'automate A , est un prédicat linéaire de la forme.

$$S^T \cdot M_C \leq b$$

Rappelons que M_C est le vecteur réel de dimension n_C et dont les composants m_i représentent les marquages des C-places. Nous notons par $Spec(q)$ la forme générale d'une spécification. C'est la conjonction de toutes les spécifications imposées sur l'espace d'état du sommet q .

$$Spec(q) = Spec_1 \wedge Spec_2 \wedge \dots \wedge Spec_L$$

Une spécification continue $Spec(q)$ est un ensemble de contraintes sur l'espace d'état continu atteignable par l'automate hybride dans le sommet q . L'automate hybride peut séjourner dans le sommet q uniquement si $Spec(q)$ est satisfaite, et doit quitter q en franchissant une transition avant la violation de $Spec(q)$.

Le calcul du contrôleur va consister à ajouter à l'espace d'état atteignable de l'automate A la spécification et ainsi le modifier.

Considérons un sommet q de l'automate A (figure 4.5), et supposons que ce sommet ne possède qu'une seule transition de sortie T_j dont la garde est fonction de l'horloge t_i : $\alpha_i \leq t_i \leq \beta_i$.

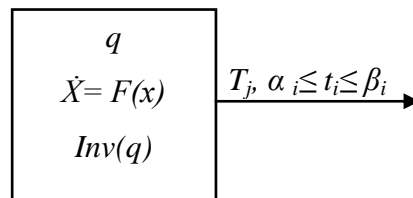


Figure 4.5. Sommet q

Le problème du contrôle maximal permissif consiste à calculer l'intervalle le plus grand $[\alpha'_i \ \beta'_i] \subseteq [\alpha_i \ \beta_i]$ tel que la garde $\alpha'_i \leq t_i \leq \beta'_i$ respecte les spécifications.

Dans un sommet q , chaque variable continue m_i , peut être exprimée sous la forme

$$m_i = c_i(t - t_0) + d_{i0}$$

Où $t_0 \in [t_{0min} \quad t_{0max}]$ et $d_{i0} \in [d_{0imin} \quad d_{0imax}]$ sont respectivement les valeurs de la variable m_i et du temps à l'entrée du sommet.

$[t_{0min} \quad t_{0max}]$ et $[d_{0imin} \quad d_{0imax}]$ sont des intervalles convexes données par la projection orthogonale de $R_0(A, q)$ sur les axes de m_i et t .

$$\text{avec } t_{0min}, c_i, d_{0imin} \in \mathbb{R}^+ \text{ and } t_{0max}, d_{0imax} \in \mathbb{R}^+ \cup \{\infty\}$$

Le contrôle maximal permissif permettant de garantir le respect de la spécification $S^T.M_C \leq b$, dans un sommet q avec pour seule transition de sortie T_j , de garde : $\alpha_i \leq t_i \leq \beta_i$ est obtenu avec la nouvelle garde de T_j : $\alpha'_i \leq t_i \leq \beta'_i$

$$\text{Tel que : } \alpha'_i = \max(\alpha_i, t_{imin}) \text{ et } \beta'_i = \min(\beta_i, t_{imax})$$

La valeur de t_{imin} est évidente ; elle correspond à la durée minimale de séjour dans le sommet q de A . Elle est obtenue à partir de l'espace d'état atteignable dans q ;

La valeur de t_{imax} est obtenue à partir de la spécification ;

$$S^T.M_C \leq b$$

$$M_C = C(t - t_0) + D_0$$

$$\text{Nous pouvons écrire : } S^T.(C(t - t_0) + D_0) \leq b$$

Le signe du scalaire $S^T.C$ est très important lors du calcul de la valeur maximale de la borne supérieure du temps. Ce scalaire combine les poids des variables d'état dans la spécification et les pentes de ces variables. Dépendant du signe de $S^T.C$, deux cas sont distingués :

1^{er} cas :

$S^T.C > 0 \Rightarrow$ la condition sur le temps vérifiant la spécification est :

$$t \leq \frac{b + S^T.C.t_0 - S^T.D_0}{S^T.C}$$

Et la borne la plus contraignante sur t et donnant le comportement maximal permissif est celle qui correspond à la plus petite valeur de $\frac{b+S^T.C.t_0-S^T.D_0}{S^T.C}$, soit :

$$t_u = \frac{b + S^T C . t_{0min} - S^{+T} D_{0max} - S^{-T} D_{0min}}{S^T . C}$$

- Si $t_u < \alpha'_i$, donc le nouvelle garde est vide et le sommet q est interdit ;
- Si $t_u \geq \alpha'_i$, donc $t_{imax} = t_u$ et $\beta'_i = \min(\beta_i, t_{imax})$;

2^{ème} cas :

$S^T.C < 0 \Rightarrow$ la condition sur le temps vérifiant la spécification est :

$$t \geq \frac{b + S^T . C . t_0 - S^T . D_0}{S^T . C}$$

Et la borne la plus contraignante de t et donnant le comportement maximal permissif est celle qui correspond à la plus grande valeur de $\frac{b+S^T.C.t_0-S^T.D_0}{S^T.C}$, soit :

$$t_u = \frac{b + S^T C . t_{0min} - S^{+T} D_{0min} - S^{-T} D_{0max}}{S^T . C}$$

- Si $t_u > t_{0min}$ donc la spécification n'est pas vérifiée par l'espace d'entrée du sommet q , et celui-ci est interdit ;
- Si $t_u \leq t_{0min}$, le temps de séjour n'est plus donné que par le système, la spécification n'a aucun effet contraignant, donc :

$$t_{imax} = d_{max} \text{ (temps maximum du séjour dans le sommet } q \text{ de } A)$$

$$\text{et } \beta'_i = \min(\beta_i, t_{imax})$$

Le contrôleur final est un automate temporisé optimal en ce sens qu'il donne l'espace d'état maximum garantissant la spécification. Les résultats du calcul obtenu par le contrôleur donne la nouvelle garde des transitions T_6 et T_8 est [6, 10.61]. Ensuite, nous déterminons les limites de l'intervalle des emplacements S_1 et S_3 après le contrôle par programmation linéaire (Matlab) Figure 4.6.

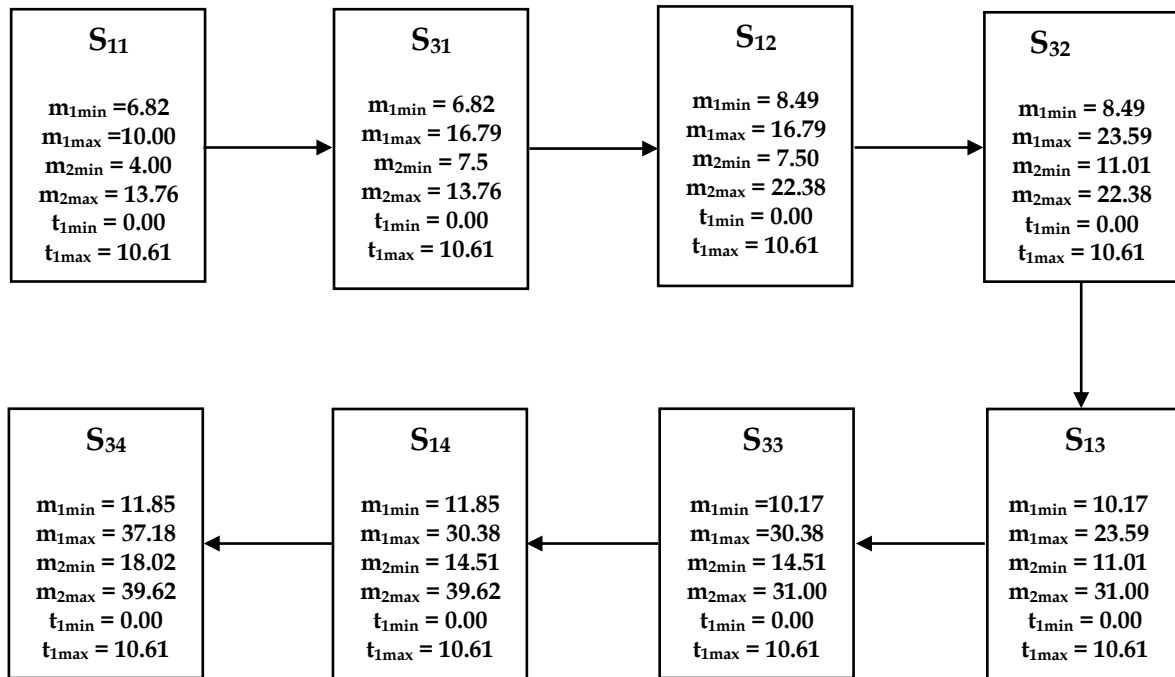


Figure 4.6. Le nombre maximal et minimal de voitures au niveau de l'intersection après contrôle 1^{ère} cas

La figure (4.4) présente le nombre maximal et minimal de voitures en intersection avant contrôle. Le sommet interdit est représentés par un rectangle rouge lorsque le nombre de voitures dans le carrefour était à des valeurs maximales. Dans cette figure (4.4) une congestion se produira à partir de sommet S₁₂, puis une approche de synthèse de contrôleur à été appliqué sur les deux voies (E-O et N-S). Au-delà de cette approche, minimisé les files d'attente de chaque voie de façon à éviter la saturation du carrefour et garantir une circulation fluide comme c'est illustré sur la figure 4.6.

4.3. Résultats et Discussions

2^{ème} cas d'un carrefour à deux voies différentes :

	Phase (N-S)	Phase (W-E)
Flux de sortie	1642 (veh/h)	1642 (veh/h)
Flux d'entrée	1260 (veh/h)	1116 (veh/h)
Capacité maximale	18 veh	20 veh
gardes	[6 35] sec	[6 30] sec

Tableau 4.2. Paramètres d'un carrefour isolé à deux voies différentes 2^{ème} cas

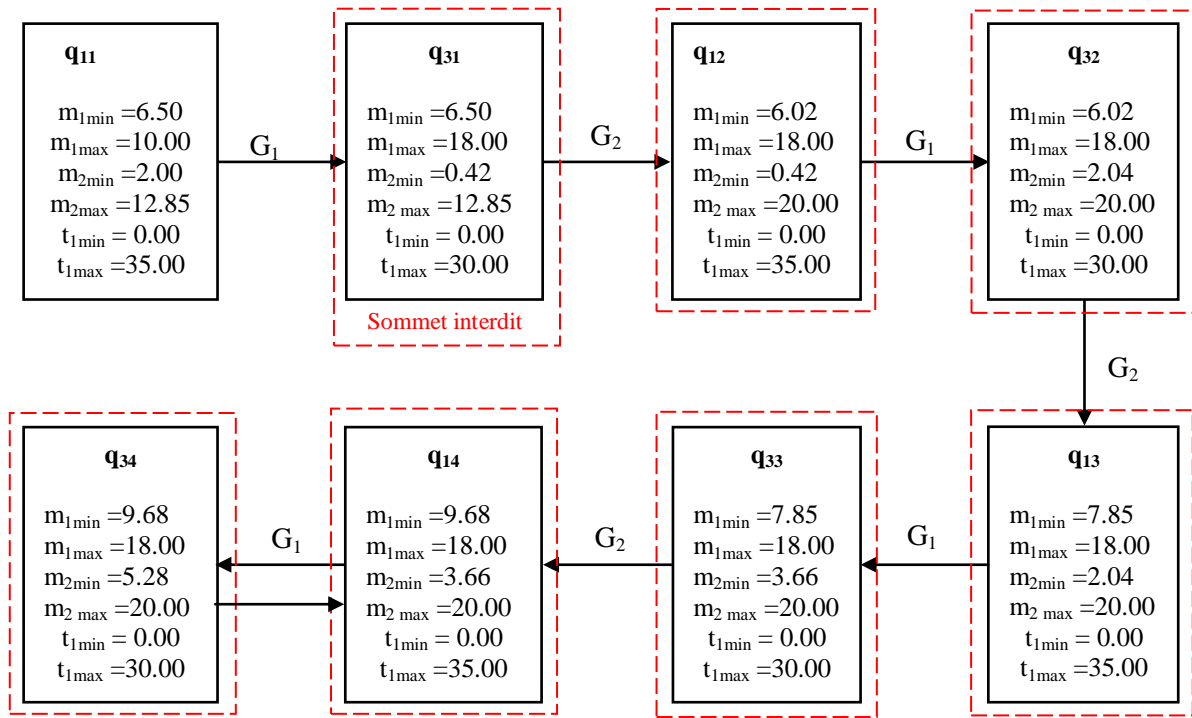


Figure 4.7. Le nombre maximal et minimal de voitures au niveau de l'intersection avant contrôle 2^{ème} cas

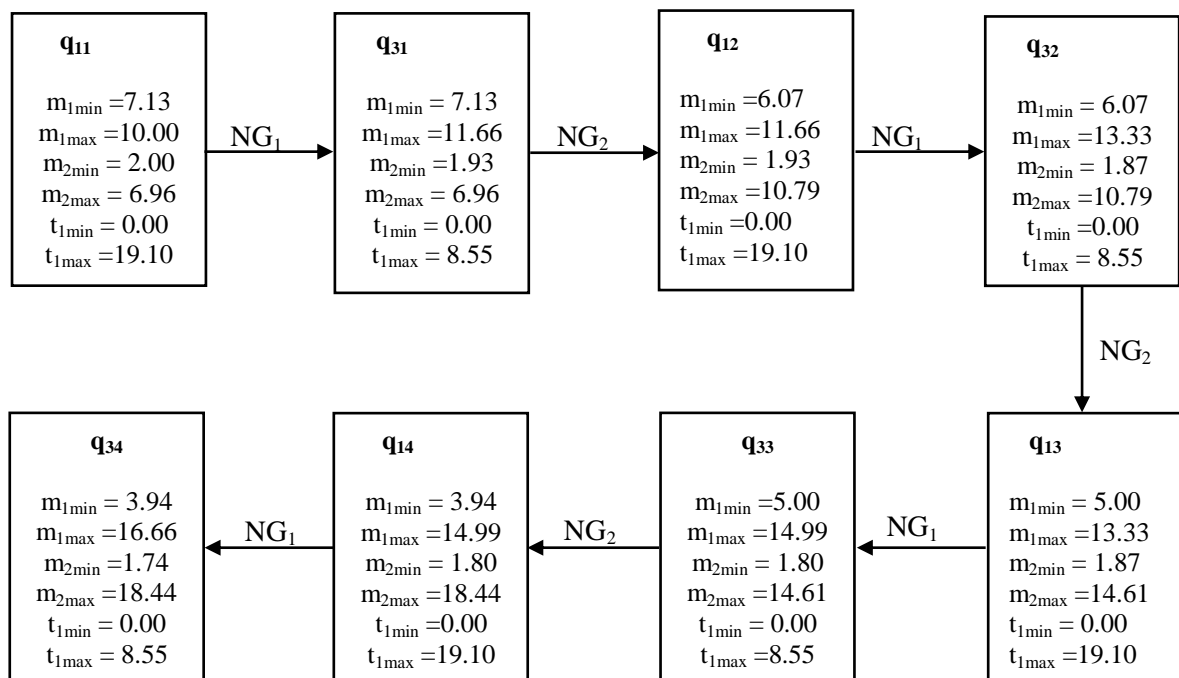


Figure 4.8. Le nombre maximal et minimal de voitures en intersection après contrôle 2^{ème} cas

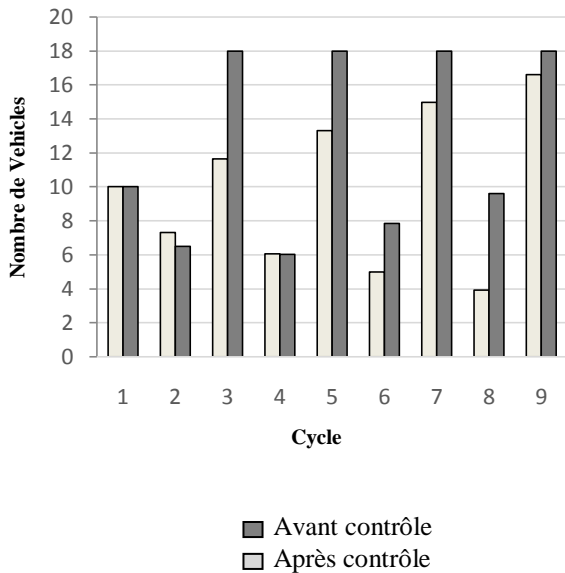


Figure 4.9. Nombre des véhicules dans la voie L₁ (N-S) avant et après le contrôle 2^{ème} cas

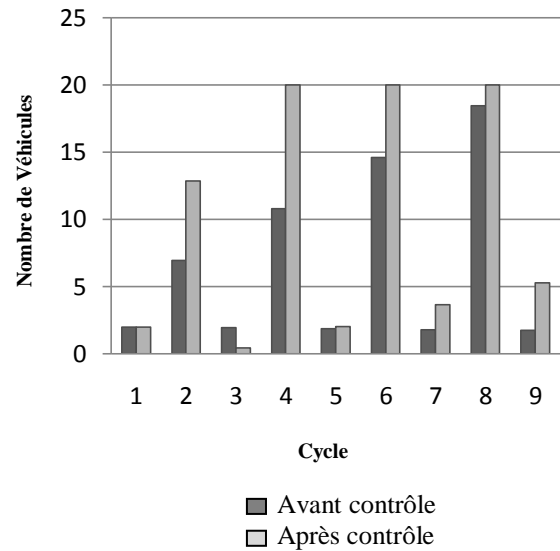


Figure 4.10. Nombre de véhicules dans la voie L₂ (W-E) avant et après le contrôle 2^{ème} cas

À travers les figure 4.9 et 4.10 en comparant le nombre des véhicules (file d'attente) dans les deux voies après et avant le contrôle, on observe que le niveau de congestion dans la voie (N et S) et (W-E), est nettement plus faible que celle du sans contrôle. Ce constat est confirmé l'efficacité de notre approche même si les deux voies on n'est pas identique.

Cas d'étude réel : un carrefour de trafic urbain situé à la ville d'Annaba:

Nous avons choisi un carrefour situé à la gare d'Annaba (600km à l'Est de la capitale) comme un cas d'étude réel. La recherche expérimentale est réalisée dans l'intersection à deux voie de circulation ; la géométrie du site expérimental et les volumes de demande de trafic sont illustrés à les tableaux suivants avec les nouvelles gardes obtenu par notre approche :

Paramètres réels du carrefour	Scenario 1
Débit d'entrée de 1 ^{ère} voie véh/h	1188
Débit d'entrée de 2 ^{ème} voie véh/h	1044
Garde de 1 ^{ère} voie (s)	[6 35]
Garde de 2 ^{ème} voie (s)	[6 30]
Capacité maximale de 1 ^{ère} voie (véh)	18
Capacité maximale de 2 ^{ème} voie (véh)	20
Nouvelle garde 1 ^{ère} voie (s)	[6 11.12]
Nouvelle garde 2 ^{ème} voie (s)	[6 7.4]

Tableau 4.3. Nouvelles gardes calculées par le contrôleur

Paramètres réels du Carrefour	Scenario 2
Débit d'entrée de 1 ^{ère} voie véh/h	1224
Débit d'entrée de 2 ^{ème} voie véh/h	1080
Garde de 1 ^{ère} voie (s)	[6 35]
Garde de 2 ^{ème} voie (s)	[6 30]
Capacité maximale de 1 ^{ère} voie (véh)	18
Capacité maximale de 2 ^{ème} voie (véh)	20
Nouvelle garde 1 ^{ère} voie (s)	[6 15.9]
Nouvelle garde 2 ^{ème} voie (s)	[6 7.12]

Tableau 4.4. Nouvelles gardes calculées par le contrôleur

Paramètres réels du carrefour	Scenario 3
Débit d'entrée de 1 ^{ère} voie véh/h	1116
Débit d'entrée de 2 ^{ème} voie véh/h	1260
Garde de 1 ^{ère} voie (s)	[6 35]
Garde de 2 ^{ème} voie (s)	[6 30]
Capacité maximale de 1 ^{ère} voie (véh)	18
Capacité maximale de 2 ^{ème} voie (véh)	20
Nouvelle garde 1 ^{ère} voie (s)	[6 19.1]
Nouvelle garde 2 ^{ème} voie (s)	[6 8.55]

Tableau 4.5. Nouvelles gardes calculées par le contrôleur

Le trafic routier connaît des variations régulières dont les heures de pointes ou les retours de week-end, Plusieurs méthodes permettent d'adapter le plan de feux à la réalité complexe de la circulation d'un carrefour.

Dans notre étude nous avons utilisés une méthode de régulation pour éviter la congestion de trafic, en fonction des différentes configurations durant les différents scenarios possibles du trafic. Pour remédier à ce problème, nous envisageons de calculer des nouvelles durées de commutation (nouvelle garde) pour la minimisation de file d'attente au niveau du carrefour.

Les résultats montrent que les différentes configurations traiter au sein d'un carrefour une solution satisfaisante trouvée pour chaque scenario.

Conclusion

Notre cas d'étude est un carrefour isolé à deux voies que nous avons approché par un système dynamique hybride, et sur lequel nous avons effectué le calcul d'un contrôleur basé sur les automates hybrides.

D'une manière générale, les automates sont des modèles qui permettent une manipulation formelle facile mais sont difficilement utilisables pour la modélisation. Les RdP, au contraire, présentent l'avantage d'avoir une modélisation intuitivement claire et ne nécessitent pas une énumération exhaustive de l'espace d'état. Cependant, ceci rend difficile la tâche d'analyse.

D'où l'idée de coupler la puissance d'analyse des automates à la puissance de modélisation des RdP. Cette idée a été utilisée principalement pour les extensions des réseaux de Pétri temporels et hybrides.

Nous avons d'abord modélisé la dynamique du carrefour par un réseau de Petri hybride D-élémentaire. Nous avons traduit ce modèle en automate hybride et dont les sommets correspondent aux différents états du trafic au niveau du carrefour. Ensuite nous avons calculé l'espace atteignable du marquage des places continues. Par l'outil PHAVer En dernière étape nous avons calculé les nouvelles dates de commutation des feux de carrefour. Ces nouvelles gardes respectent les spécifications imposées sur le marquage continu qui correspond à l'état de remplissage des deux voies du carrefour. La nouvelle garde obtenue par le contrôleur ainsi calculé permet de minimiser les longueurs des files d'attente et éviter les situations de congestion dans le carrefour.

Pour chaque configuration possible du carrefour, dans différents scénarios du trafic l'objectif étant de minimiser la longueur des files d'attente sur les voies du carrefour, le contrôleur modifie les instants de commutation qui garantissent le respect des spécifications imposées sur les dimensions du carrefour et la concentration du trafic.

*Conclusions Générales et
Perspectives*

Conclusions Générales et Perspectives

Le trafic routier est un phénomène complexe d'une part en raison du nombre élevé des acteurs qui y participent, d'autre part à cause du caractère très maillé du réseau sur lequel il se déroule. Le phénomène le plus marquant dans le trafic routier est la congestion.

L'évolution du trafic est un processus dynamique où deux types de comportement coexistent. Le flux des voitures peut être vu comme un flux continu qui s'écoule le long des voies de circulation. Il sera modélisé par des variables continues. Ce flux est interrompu par les feux de signalisation qui correspondent à un système discret. Il s'agit donc là typiquement d'un système hybride.

Le fait que les systèmes hybrides fassent intervenir une dynamique continue et une dynamique discrète rend la notion de commande beaucoup plus large. Par conséquent, plusieurs formulations du problème de la commande hybride existent dans la littérature. Parmi les méthodes qui traitent explicitement de la commande des systèmes hybrides, certaines accordent une importance plus grande à la partie discrète, et d'autres s'intéressent davantage à la dynamique continue. Notre travail de recherche se plaçant dans la première catégorie, pour cela nous avons adopté la démarche suivante :

- Tout d'abord nous avons utilisé le modèle réseaux de Petri hybrides D-élémentaires pour la modélisation. Cet outil a une grande capacité de modélisation et fournit un modèle élégant aisément compréhensible par l'utilisateur. Il se distingue du RdPH classique dans les deux points suivants :

- dans un RdPH D-élémentaire, la partie discrète est représentée par un RdP T-temporel et non par un RdP T-temporisé comme dans le cas des RdPH de base. Les RdP T-temporels introduisent un indéterminisme quant aux dates d'occurrences des événements discrets, c'est ce degré de liberté qui nous a permis de calculer une commande.
- dans un RdPH D-élémentaire la partie événementielle commande le comportement de la partie continue, tandis que cette dernière n'a aucune influence sur la partie discrète. Cela correspond, le plus souvent à un comportement réel.
- La traduction des réseaux de Pétri hybrides D-élémentaires en automates hybrides à été utilisé pour pouvoir combiner la capacité de modélisation des RdPH D-élémentaires à la capacité d'analyse des automates hybrides.
- L'automate hybride obtenu par la traduction représente le comportement non contraint du procédé, et donc souvent son espace d'état atteignable comporte une partie indésirable.

Le comportement désirable est représenté par celui du procédé auquel sont ajoutées des contraintes encore dites spécifications. Les spécifications dans notre cas sont les capacités maximales des voies de circulation d'un carrefour isolé.

- Pour pouvoir respecter les spécifications et donc restreindre l'espace d'état continu à un espace désirable, nous agissons sur les variables discrètes, à savoir les dates de la commutation des feux de signalisation. Cela correspond dans le modèle automate hybride aux gardes des transitions.

L'approche présentée dans cette thèse permettant le calcul des nouvelles gardes obtenues à partir du contrôleur garantissent le dégagement des voies et évitent l'accumulation des voitures au niveau de carrefour. Le contrôleur modifie les durées du feu de commutation de telle façon que l'état du trafic revient à la normale après un blocage ou une congestion.

Le contrôleur modifie les durées des feux de telle sorte à ne jamais dépasser la capacité maximale des voies en réduisant la longueur des files d'attente des véhicules au niveau du carrefour.

Plusieurs perspectives peuvent être envisagées, à court terme ou à long terme, comme suite au travail présenté dans cette thèse.

Nous envisageons de continuer notre travail par le calcul de contrôleur plus performant capable de prendre en charge un réseau de carrefours interconnectés et de différentes natures et la comparaison des résultats obtenu avec des logiciels d'optimisation de synchronisation de signaux.

Références Bibliographiques

- Altisen K., Tripakis S. "On-the-Fly Controller Synthesis for Discrete and Dense- Time Systems ", World Congress on Formal Methods (FM'99), vol. 1708 de Lecture Notes in Computer Science, Springer, p. 233-252. 1999.
- Alur R., Dill D. L. " A theory of timed automata ", *Theoretical Computer Science*. Vol. 126, p. 183-235. 1994,
- Alur R., Courcoubetis C., Halbwachs N., Henzinger T.A., Ho P.H., Nicollin X., Olivero A., Sifakis J., Yovine S. "", *Theoretical Computer Science*, 138(1): 3-34. 1995.
- Angela D F., Davide G., Nicolas S. "Urban traffic control structure based on hybrid Petri nets", *IEEE Transactions on Intelligent Transportation System*, 5(4): 224-237. 2004.
- Antsaklis P.J., Koutsoukos X.D. "Hybrid System Control". ISIS Technical Report ISIS-2001-003,. February, 2001. *Also in Encyclopedia of Physical Science and Technology, Third Edition*. 7: 445-. 458, Academic Press, 2002.
- Antsaklis P. J., Stiver J.A., Lemmon. M. "Hybrid system modeling and autonomous control systems ", *Hybrid Systems, LNCS 736*, Springer-Verlag: 366-392. 1993.
- Asarin E., Maler O. " As soon as possible: time control of timed automata ", *Hybrid Systems: Computation and Control HSCC'99, LNCS*. 1579, p. 19-30. 1999.
- Asarin E., Gordon P., Schnieder G. "Algorithmic Analysis of Polygonal Hybrid Systems".Part II: Phase Portrait and Tools. Elsevier Science. 2007.
- Asarin E., Maler O., Pnueli A., Sifakis J. "Controller Synthesis for Timed Automata " . Proc. IFAC Symp. On System Structure & Control, Elsevier Science, p. 469-474. 1998.
- Aw A., Rasclé M. "Resurrection of “second order models of traffic flow? ". *SIAM J Appl Math* 60(3):916–938. 2000.
- Bando M, Hasebe K, Nakayama A, Shibata A, Sugiyama Y. "Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation". *Phys Rev E Stat Nonlinear Soft Matter Phys* 51:1035–1042. 1995.
- Barriere J. F., Farges J. L., Henry J. J. "Decentralization vs. hierarchy in optimal traffic control". The 5th IFAC Symposium on Control in Transportation Systems (CTS), Vienna, Austria. 1986.
- Batis S. "Commande d'une classe de systèmes hybrides par automates hybrides rectangulaires". Thèse doctorat en Automatique-Productique, 2006.
- Belkhiat D. "Diagnostic d'une classe de systèmes linéaires à commutations : Approche à base d'observateurs robustes", Thèse Doctorat en Génie informatique, Automatique et Traitement du Signal, Université de Reims Champagne Ardenne, 2011.

- Benmansour K. "Réalisation d'un banc d'essai pour la Commande et l'Observation des Convertisseurs Multicellulaires Série: Approche Hybride", Thèse doctorat, Université de Cergy Pontoise 29 juin 2009.
- Bitam M., Alla H. "L'outil Réseaux de Petri hybrides dans les réseaux de communication : dynamique des transmissions et étude de comportement". *Journal Européen des Systèmes Automatisés (JESA)*, Lavoisier, 40, pp.73-94. 2006.
- Bouhalouane M., Sekhri L., Haffaf H. "Combining Bond Graphs and Petri Nets Formalism for Modeling Hybrid Dynamic Systems". The 10th International Conference on Future Networks and Communications (FNC). 2015.
- Brackstone M, McDonald M. "Car-following: a historical review". *Transp Res Part F Traffic Psychol Behav* 2(4):181–196. 1999.
- Brandin B A., Wonham W.M. "Supervisory control of timed discrete event systems ". *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39 (2): 329- 341. 1994.
- Branicky M.S., Mitter S. K. "Algorithms for optimal hybrid control ", Proceedings of the 34th Conference on Decision and Control, p. 2661-2666. 1995.
- Branicky M. "Studies in Hybrid Systems: Modeling, Analysis, and Control". PhD thesis, Massachusetts Institute of Technologie. 1995.
- Branicky M.S. " Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems ". *IEEE Transaction on Automatic Control*, Special Issue on Hybrid Systems, vol. 43, p. 475-482. 1998.
- Branston D. "Models of single lane time headway distributions". *Transp Sci* 10(2):125–148. 1976.
- Buckley DJ. "A semi-Poisson model of traffic flow". *Transp Sci* 2(2):107–133. 1968.
- Cassandras C. G., Lafortune S. "Introduction to Discrete Event Systems". Second Edition, Springer, 2008. ISBN 978-0-387-333328.
- Cebron B. "Commande de systèmes dynamiques hybrides", Thèse Doctorat en Automatique et Informatique Appliquée, Université D'ANGERS ISTIA, 2000.
- Chandler R., Herman R., Montroll E. "Traffic dynamics: studies in car following". *Oper Res* 6(2):165–184. 1958.
- Cohen S. "Ingénierie du Trafic Routier : Eléments de théorie du trafic et applications". Presses de l'école nationale des Ponts et chaussées (1990).

- Cremer M., Ludwig J. "A fast simulation model for traffic flow on the basis of Boolean operations". *Math Comput Simul.* Vol 28(4):297–303. 1986.
- Daganzo CF. "The cell transmission model: a dynamic representation of highway traffic consistent with the hydrodynamic theory". *Transp Res Part B Methodol* 28(4):269–287. 1994.
- Daganzo CF. "Requiem for second-order fluid approximations of traffic flow". *Transp Res Part B Methodol* 29(4):277–286.1995.
- David R., Alla H. "Du grafctet aux réseaux de Petri" (2^e édition) HERMES, Paris, 1992.
- David R., Alla H. "Petri nets for modeling of dynamic systems: a survey" *Automatica.* 30 (2) (1994), pp. 175-202.
- David R., Alla H. "On Hybrid Petri Nets. *Journal of Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications*", 11, pp. 9-40. 2001.
- Decarlo R., Branicky MS., Pettersson S., Lennartson B. "Perspective and Results on the Stability and Stabilizability of Hybrid Systems". *Proceeding of the IEEE*, 88(7) : 1069-1082. 2000.
- Derbel H. "Diagnostic à base de modèles des systèmes temporisés et d'une sous-classe de systèmes dynamiques hybrides", Thèse de Doctorat en Automatique, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 2009.
- Di Cesare F., Kulp P.T., Gile M., List G. "The application of Petri nets to the Modelling, Analysis and Control of Intelligent Urban Traffic Networks". *Proc. of the APN'94*, Robert Valette, pp. 2-15. Zaragoza, Spain. 1994.
- Di Febrarro A., Sacone S. "Hybrid Petri nets for the performance analysis of transportation systems". *Proc. IEEE CDC '98*, pp. 3232-3237. Tampa, Florida. 1998.
- Di Febrarro A., Giglio D. "Traffic-responsive signalling control through timed Petri nets". *IFAC Proceedings Volumes Volume 38, Issue 1, 2005*, Pages 102-107.
- Dideban A. "Synthèse de contrôleurs discrets par simplification de contraintes et de conditions", Thèse doctorat Université Joseph Fourier - Grenoble I, 2007.
- Dotoli M., Fanti M. P., Iacobellis G. "A Freeway Traffic Control Model by First Order Hybrid Petri Nets". *IEEE Conference on Automation Science and Engineering*. PP: 425 - 431. 2011.
- Dotoli M., Fanti M P. "An urban traffic network model via coloured timed Petri nets". *Control Engineering Practice.* Vol 14, Issue 10, pp 1213-1229. 2006.

- El Guezar F. "Modélisation et Simulation des Systèmes Dynamiques Hybrides Affines par Morceaux. Exemples en Électronique de Puissance". Thèse doctorat université de Toulouse, 2009.
- El Hadouaj S. "Conception de comportements de résolution de conflits et de coordination: Application à une simulation multi-agent du trafic routier". Thèse de Doctorat en Informatique, Université Pierre et Marie Curie, 2000.
- Elloumi N, Haj-Salem H., Papageorgiou M. "A macroscopic Modelling Tool for Urban Corridor". TRISTAN II: TRIennial Symposium on Transportation ANalysis. Capri. Italy. Congress Center June. Vol I, pp135-149. (1994).
- Elloumi N. "Modélisation et Commande du Trafic sur un Corridor : Application de la méthode LP". Thèse de doctorat 3ème cycle. Université Paris XI Orsay, France. 1996.
- Frehse G."Algorithmic verification of Hybrid Systems past Hytech". International journal on software tools for chnology transfer (STTT), vol.10, no.3, pp.263-279. ISSN 1433-2779. 2008.
- Gazis D.C. "Modelling and Optimal Control of Congested transportation Systems". *Networks an International Journal*, 4(2): 113-124.1974.
- George F. L. Mecit C. "Modeling Traffic Signal Control Using Petri Nets", *IEEE Transactions on intelligent transportation systems*, vol. 5, no. 3, 2004.
- Ghomri L., Hassane A. "Modeling and analysis using hybrid Petri nets, in nonlinear analysis: Hybrid Petri nets". *Nonlinear analysis: hybrid systems*, 1 (2): pp.141-153. ISSN 1751-570X. 2007.
- Ghomri L. "Synthèse de contrôleur de systèmes hybrides à flux continu par réseaux de Petri hybrides". Thèse doctorat en Productique, Université ABOU-BEKR BELKAÏD – Tlemcen, 2012.
- Gipps PG."A behavioural car-following model for computer simulation". *Transp Res Part B Methodol.*15(2):105–111. 1981.
- Greenshields BD."The photographic method of studying traffic behavior". In: Proceedings of the 13th annual meeting of the highway research board, pp 382–399. 1934.
- Greenshields B.D." A Study in Highway Capacity". Proc. Highway Research Board, Vol. 14, pp. 458 (1935).
- Hai L., Antsaklis P.J."Stability and Stabilizability of Switched Linear Systems: A Survey of Recent Results ". *IEEE Transaction On Automatic Control*. VOL. 54, NO. 2. PP: 308 - 322 2009.

- Hamdi F. "Contribution à la Synthèse d'Observateurs Pour les Systèmes Hybrides", Thèse de Doctorat en Electronique, Université de Batna, 2010.
- Harel D. "Statecharts: a visual formalism for complex system". *Science of computer programming*, 8, pp 231-274, 1987.
- Helbing D. "Modeling multi-lane traffic flow with queuing effects". *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 242(1–2).pp:175–194. 1997.
- Henry, J. J., Farges J. L., Tufal. J. "The PRODYN real time traffic algorithm". IFAC Symposium on Control in Transportation Systems (CTS), Baden-Baden, Germany. 1983.
- Hoogendoorn SP. "Multiclass continuum modelling of multilane traffic flow". PhD thesis, Delft University of Technology/TRAIL Research school, Delft. 1999.
- Hoogendoorn SP., Bovy P.H.L. "Gas-kinetic Modeling and simulation of Pedestrian Flow". *Transportation Research Record*. (1710)00-1662:28-36. 2000.
- Hopcroft J.E., Ullman J.D. "Introduction to Automata theory". *Languages and Computation*, Addison-Wesley, 1979.
- Iordanova V. "Contribution à la modélisation et la commande du trafic routier : Approches par Bond Graph et commande par platitude". Thèse de Doctorat en Génie informatique et automatique, université d'Artois, 2006.
- Jeon D., Tomizuka. M. "Learning hybrid force and position control of robot manipulators ". *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 9(4) :423-431, 1993.
- Kattan B. "Synthèse structurelle d'un contrôleur basée sur le Grafset". Thèse Doctorat UNIVERSITÉ Joseph Fourier – Grenoble I, 2004.
- Kesten Y., Pnueli A. "Timed and hybrid statecharts and their textual representation, Marktoberdorf Working material of international summer school ". 1992.
- Khalifaoui S. "Méthode de recherche des scénarios redoutés pour l'évaluation de la sûreté de fonctionnement des systèmes mécatroniques du monde automobile", Thèse Doctorat institut national polytechnique De Toulouse.2003.
- Khaoui S. "Modélisation et Surveillance des Systèmes Dynamiques Hybrides par Automates Hybrides", Magister en électrotechnique, université FERHAT ABBAS – SETIF 2010.
- Kometani E., Sasaki T. "A safety index for traffic with linear spacing". *Ops Res*. 7, 704-720. 1959.
- Kumar R., "Supervisory Synthesis Techniques for Discrete Event Dynamical Systems". Thesis for the degree of Doctor of Philosophy, Université du Texas, Austin. 1991.

- Kurovsky M. "Etude des systèmes dynamiques hybrides par représentation d'état discrète et automate hybride". Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble. 2002.
- Le Bail J., Alla H, David R. "Asymptotic Continuous Petri Nets", *Journal of Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications*, Vol.2, p.235-263.1993.
- Lighthill MJ., Whitham GB. "On kinematic waves I: flood movement in long rivers". *Proc R Soc Lond Ser A Math Phys Sci.* 229(1178):281–316. 1955a.
- Lygeros J., Godbole D.N., SASTRY S. " Verified hybrid controllers for automated vehicules " *IEEE Transactions on Automatic Control, Special Issue on Hybrid Systems*, (43):522-539. 1998.
- Lygeros J., Tomlin C., Sastry S. "Controllers for reachability specifications for hybrid systems ", *Automatica*, (35): 349- 370. 1999.
- Maler O., Pnueli A., Sifakis J. "On the Synthesis of Discrete Controllers for Timed Systems " *Proc. 12th Symp. On Theoretical Aspects of Computer Science (STACS'95)*, Springer, (900): 229-242. 1995.
- Marsan M.A. "Stochastic Petri Nets: An Elementary Introduction". G. Rozenberg, ed., *Advances in Petri Nets, Lecture Notes in Computer Science.* (424): 1-29, Springer Verlag. 1989.
- Merlin P. M., Segall A. "Recoverability of Communication Protocols-Implications of a Theoretical Study". *IEEE Transactions on Communications.* (24) 9 : 1036 – 1043. 1976.
- Mitsiouk A. "Contribution à l'Optimisation des Systèmes Dynamiques : Application au Génie des Procédés", Thèse doctorat, institut national polytechnique de Toulouse, 12 Juillet 2007.
- Mokhtari A. "Diagnostic des systèmes hybrides : développement d'une méthode associant la détection par classification et la simulation dynamique", Thèse Doctorat en Systèmes industriels, Université de Toulouse, 2007.
- Morin J.M."SIMAUT: Modèle de trafic d'un axe autoroutier". Rapport No 4, INREST, Arceil, France. 1985.
- Murata T., Komoda N., Matsumoto K., Haruna K. "A Petri Net-Based Controller for Flexible and Maintainable Sequence Control and its Application in Factory Automation". *IEEE Trans. Ind. Electron.* (1)33: 1–8.1986.
- Nagel K, Schreckenberg M. "A cellular automaton model for freeway traffic". *J de Phys I Fr* 2(12):2221–2229. 1992.

- Nagel K. "Particle hopping models and traffic flow theory". *Physical review E* 53 (5), 4655-4672. 1996.
- Newell GF. "Nonlinear effects in the dynamics of car following". *Oper Res.* 9(2):209–229. 1961.
- Tonguz O K., Viriyasitavat W., Bai F. "*Corporation* Modeling urban traffic: A cellular automata approach". *IEEE Communications Magazine* . (47) 5.2009.
- Papageorgiou M. "Modelling and Real-Time Control of traffic flow on the southern Part of Boulevard Peripherique". Rapport de Contra INRETS. 1988.
- Papageorgiou M. "Some remarks on macroscopic traffic flow modelling". *Transp Res Part A Poic Part.* 32(5): 323-329.1998.
- Patrck Peter H H P. "Modelling control and fault detection of discretely-observed systems". Thesis, Technische Universiteis Eindhoven, 2001.
- Paveri-Fontana SL. "On Boltzmann-like treatments for traffic flow: a critical review of the basic model and an alternative proposal for dilute traffic analysis". *Transp Res.* 9(4): 225–235. 1975.
- Payen H, J. "Models of freeway traffic and Control". Simulation Council Proc. Mathematical Models of public Systems, 51-61. 1971.
- Pipes L.A. "An operational analysis of traffic dynamics". *J Appl Phys* 24(3):274–281. 1953.
- Prigogine I. Herman R. "Kinetic Theory if Vehicular Traffic". American Elsevier, New York. 1971.
- Ramadge P.J., Wonham W.M. "Supervisory Control of a class of Discrete-Event Processes". *SIAM J. Control and Optimization*, vol. 25, no. 1, January 1987.
- Ramadge P.J., Wonham W.M. " The control of discrete event systems". Proceedings of the IEEE, 77, pp. 81-98. 1989.
- Ramchandani C. "Analysis of Asynchronous Concurrent Systems by Timed Petri Nets", PhD thesis, Massachussets Institute of Technology, Cambridge (Etats-Unis). 1974.
- Richards PI. "Shock waves on the highway". *Oper Res.* 4(1):42–51. 1956.
- Robertson D.I. "*TRANSYT, a traffic network study tool*". Road Research Laboratory Report LR253, Crowthorne (UK). 1969.

- Sava A T., Alla H. "Combining Hybrid Petri Nets and Hybrid Automata", *IEEE Transactions On Robotics and Automation*, 17(5): 670 - 678 October 2001.
- Sava, A. T., Alla H. " Commande par supervision des systèmes à événements discrets temporisés ", *Modélisation des systèmes réactifs, MSR '01*, p. 71-86. 2001.
- Sifakis J. "Use of Petri Nets for Performance Evaluation". *Measuring, Modeling and Evaluating Computer Systems*, pp: 75-93. Amsterdam (North Holland). 1977.
- Smulders S. "Control of freeway traffic flow by variable speed signs ". *Transp Res Part B Methodol.* 24(2):111–132. 1990.
- Stiver J. A., Antsaklis P.J. "On the controllability of hybrid control systems ", *Proceedings of the 32nd IEEE CDC, San Antonia, Etats-Unis.*1993.
- Tolba C. "Contribution à l'utilisation des réseaux de Petri pour la modélisation et la régulation du trafic urbain et interurbain". Thèse de Doctorat en Automatique et Informatique, Université de technologie de belfort-montbéliard., 2004.
- Tolba C., Dimitri L., Philippe T., Abdellah E M. "Continuous and timed Petri Nets for the macroscopic and microscopic traffic flow modeling", *Simulation Modelling Practice and Theory*, 2005, vol. 13, no.5, pp.407-436, ISSN 1569-190X.
- Tolba C., Dimitri L., Philippe T., Elmoudni A. "Performance evaluation of the traffic control in a single crossroad by Petri nets". *Proc. of the 9th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA'03)*, 2, pp. 157-160. Lisbon, Portugal. 2003b.
- Tolba C., Dimitri L., Philippe T., Elmoudni A. "Approche multi-modèles pour la commande des feux de trafic". *CIFA (Conférence Internationale Francophone d'Automatique)*, 2004.
- Tomlin C. "Hybrid Control of Air Traffic Management Systems". Thèse de Doctorat, Université de Californie, Berkeley. 1998.
- Tzes A., Kim S., Mcshane WR. "Applications of Petri networks to transportation network modeling". *IEEE Transactions on Vehicular Technology.* 45 (2), 391- 400. 1996.
- Vasiliu A.I. "Synthèse de contrôleurs des systèmes à événements discrets basée sur les réseaux de Petri". Thèse doctorat en Automatique-Productique Université de Grenoble, 2006.
- Wang H., List G.F., Di Cesare F. "Modelling and Evaluation of Traffic Signal Control Using Timed Petri Nets". *CESA*, Vol. 2, pp. 180-185. Le Touquet, France. 1993.
- Wardrop J. "Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research". *Proceedings of the Institute of Civil Engineers, Part II*, 1, 325-378. 1952.

Whitham G. B. "Linear and Nonlinear Waves", John Wiley and Sons, New York, 1974.

Wicks D. A. "D INTRAS: A microscopic Corridor Simulation Model". *Overview of Simulation in Highway Transportation*, Vol1, pp 95-107. 1977.

Zhang H. M. "A Non-Equilibrium Traffic Model Devoid of Gas-like Behavior". *Transportation Research Part B*, 36, 275-290. 2002.

Zaytoon J., Systèmes dynamiques hybrides. Collection Hermès. Paris France. 2001.

Production Scientifique

✓ Publications internationales:

1. DERAÏ SAMIR, GHOUL HADIBY RACHIDA, ALLA HASSANE. "Modélisation et contrôle d'un carrefour isolé à deux voies ", *European Scientific Journal(ESJ)*. Volume.10, No.12, (2014), pp: 83-99.
2. DERAÏ SAMIR, GHOUL HADIBY RACHIDA, ALLA HASSANE. "Modeling and Control of a two-lanes isolated crossroads ". *International Review of Automatic Control (IREACO)*. Volume 7, N°6, (2014), pp: 568-575.
3. DERAÏ SAMIR, GHOUL HADIBY RACHIDA."Control Isolated Intersections with Hybrid Petri Nets and Hybrid Automaton". *Electrotehnica, Electronica, Automatica (EEA)*, Volume.65, No.13, (2017), pp: 112-116.

✓ Conférences internationales:

1. DERAÏ SAMIR, GHOUL HADIBY RACHIDA. "Synthèse de contrôleur hybride pour la Commande d'un Carrefour isolé de trafic Urbain ". *International Conference on Systems and Information Processing, ICSIP'13*, 12-14 May 2013, Guelma, Algérie.
2. DERAÏ SAMIR, GHOUL HADIBY RACHIDA. "Interface graphique pour la simulation et le contrôle d'un Carrefour isolé deux voies". *Conférence Internationale Sur La Conception & Production Intégrées, CPI' 13*, 21-23 Octobre 2013, Tlemcen Algérie.