

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

BADJI MOKHTAR UNIVERSITY - ANNABA
UNIVERSITE BADJI MOKHTAR - ANNABA



جامعة باجي مختار - عنابة
Année 2016

FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

THESE

Présentée En Vue de l'Obtention du Diplôme de Doctorat en Sciences

Commande et Surveillance des Machines Electriques
par les Techniques Non Linéaires

Spécialité : Automatique

par

Mr : MAUCHE Abdelaziz

Devant le Jury Composé de

Président :	OMEIRI Amar	Professeur à l'Université de Annaba
Rapporteur :	BENSAKER Bachir	Professeur à l'Université de Annaba
Examineur :	BENACER Layachi	Professeur à l'Université de Guelma
Examineur :	MOUSSAOUI Abdelkrim	Professeur à l'Université de Guelma
Examineur :	KHELIL Khaled	Professeur à l'Université de Souk-Ahras
Membre invité :	TIBOUCHE Ammar	Professeur à l'Université de Jijel

Remerciements et dédicace

Ce fût vraiment un très grand plaisir d'avoir été encadré pour la deuxième fois, par Mr BENSAKER Bachir, Professeur à l'Université Badji-Mokhtar d'Annaba, qui m'a toujours soutenu dans tous mes travaux. Qu'il trouve ici l'expression de ma plus profonde reconnaissance et gratitude pour son aide qu'il ne m'a jamais refusée malgré ses responsabilités nombreuses. Je le remercie pour tout le temps qu'il m'a consacré, ses encouragements et ses conseils constructifs. Je le remercie également pour la confiance qu'il a su m'accorder jusqu'à la dernière minute.

Je remercie vivement Mr OMEIRI Amar, Professeur à l'université Badji Mokhtar d'Annaba, pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse.

Je voudrais également, remercier et exprimer ma gratitude envers :

Mr Bennacer Layachi, Professeur à l'Université de 8 mai 1945 de Guelma, Mr MOUSSAOUI Abdelkrim, Professeur à l'Université de 8 mai 45 de Guelma, Mr KHELIL Khaled, Professeur à l'Université de Souk-Ahras pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu porter à mon travail en acceptant la lourde tâche d'examineur, et en fin à notre invité Mr TIBOUCHE Ammar Professeur à l'Université Mohamed Seddik Ben Yahia de Jijel.

Ma gratitude s'adresse aussi à Mr M'SAAD Mohammed et à Mr FARZA Mondher, Professeurs à l'école nationale supérieure d'ingénieurs de Caen ENSICAEN, qui m'ont accueilli dans leur équipe de recherche en automatique du laboratoire GREYC, ENSICAEN et ils m'ont permis de finir mes travaux de thèse.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance au Ministère de l'Enseignement Supérieur Algérien pour son soutien financier à travers le programme boursier PROFAS.

Je ne peux terminer sans avoir une pensée pour mes parents. Le parcours que j'ai eu jusqu'à ce jour est en partie leur œuvre. Enfin, je voudrais témoigner ici de tout mon amour pour ceux qui illuminent mes journées de leur présence, à ma femme Soumia, à mon fils Abderraouf et à ma fille Sara.

Merci à tous, Abdelaziz

ملخص

الأعمال المقدمة في هذه الأطروحة تتطرق لطرق إعداد النماذج الرياضية للآلات الكهربائية، إعداد برامج الاستشعار و الرصد التي تعوض أجهزة القياس، كما تتطرق لموضوع التحكم و مراقبة هذه الآلات دون استخدام مجسات القياس التي تعوض ببرامج تقوم بنفس الدور. أولاً، نقوم بعرض نموذج لا خطي للآلات الكهربائية اللائزمانية تم نسعى لتحديد النموذج الغير خطي و الشروط اللازمة والتي بموجبها تكون هذه الآلة عبارة عن نظام قابل للاستشعار و الرصد. سنقوم بعرض اثنين من برامج الاستشعار و المراقبة في وقت لاحق، الهدف هو مراقبة و رصد مختلف التغيرات في حالة استخدام برنامج الاستشعار الأول، أما بالنسبة للثاني، فالهدف هو استشعار و رصد مختلف التغيرات إضافة إلى استشعار القيم الفيزيائية الموجودة داخل الآلة و التي لا نعرف قيمها كالمقاومات الكهربائية على سبيل المثال. بعدها سنقوم بعرض قانون للتحكم في هذه الآلات الكهربائية، هذا القانون سيستخدم برامج الاستشعار سألفة الذكر. كما سنضيف إلى حلقة التحكم برنامج تصفية سيتم إدراجه من أجل تحقيق تعويض و تصفية الاضطرابات. قبل النهاية سنعطي دراسة صغيرة تتطرق لمراقبة الآلة الكهربائية من خلال رصد التغيرات الممكنة في القيم الفيزيائية الموجودة داخل الآلة و التي لا نعرف قيمها المتغيرة باستمرار، على سبيل المثال، المقاومات الكهربائية المتعلقة بالأجزاء الثابتة أو الدوارة تتغير حسب تغير الحرارة و طرق تشغيل الآلة الكهربائية. في النهاية نقوم بعملية تمثيل و محاكاة من خلال تطبيق جميع القوانين و الطرق المقترحة على آلة كهربائية نموذجية بهدف التأكد من صحية و صلاحية البرامج المقترحة.

Résumé

Les travaux développés dans cette thèse traitent la modélisation, l'observation, la commande sans capteur de vitesse et la surveillance de la machine électrique. Tout d'abord, nous détaillons la modélisation de la machine et nous cherchons un modèle non linéaire et des conditions nécessaires sous lesquelles la machine soit toujours un système observable. Deux observateurs non linéaires de type grand gain seront synthétisés par la suite, en vue de l'estimation des variables d'états utilisant le premier observateur, et avec le deuxième, l'objectif est l'estimation conjointe et simultanée des variables d'état et des paramètres physiques inconnues de la machine. Ensuite, nous proposons une loi de commande à base d'observateurs de type grand gain, où, nous allons utiliser les deux observateurs déjà synthétisés dans cette boucle de commande, en plus, nous allons incorporer une action intégrale filtrée dans le but de faire une boucle de commande robuste envers les perturbations et les bruits. La synthèse de cette loi de commande, de type grand gain également, exploite le concept de dualité observation/commande. En exploitant les résultats obtenus de l'association observateur adaptatif et commande, une petite partie qui concerne la surveillance de la machine électrique sera faite à travers le suivi des variations de ses paramètres dans différentes conditions de fonctionnement. Enfin, Toutes les techniques proposées seront validées en simulation utilisant des données d'une machine asynchrone typique.

Abstract

The works developed in this thesis deal the modeling, the observation, the sensorless control and the monitoring of the electrical machine. First, we describe the modeling of the machine and we seek a nonlinear model and the necessary conditions under which the machine always remains an observable system. Two nonlinear high gain observers will be synthesized thereafter, for estimating the state variables using the first observer, and with the second, the aim is to make a joint and simultaneous estimation of the state variables and unknown physical parameters of the machine. Then, we propose a control law based on the high gain observers, where, we will use the two already synthesized observers in the control loop, as well, we will incorporate an integral and a filtered action in order to make a robust control loop regarding the different disturbances. The synthesis of this control law, using again the high gain principles, exploits the concept of the duality observation/control. Using the results obtained from the adaptive observer and the control association, we will give a small part that concerns the monitoring of the electric machine through the tracking of its parameters variations under different operation conditions. Finally, all the proposed techniques will be validated in simulation using the information of typical asynchronous machine.

Notations

\mathbb{R}	Ensemble des nombres réels
\mathbb{R}^n	Espace vectoriel de dimension n
$\mathbb{R}^{n \times m}$	Ensemble des matrices réelles de dimension $n \times m$
I_n	Matrice identité de dimension $n \times n$
$I_{n \times m}$	Matrice identité de dimension $n \times m$
O_n	Matrice nulle de dimension $n \times n$
$O_{n \times m}$	Matrice nulle de dimension $n \times m$
$Dim(X)$	Dimension de la matrice X
$Diag[.]$	Matrice diagonale
$(.)^T$	Transpose d'une matrice
C_n^p	Nombre de combinaison de p parmi n
$\lambda_m(.)$	La plus petite valeur propre de la matrice carrée $(.)$
$\lambda_M(.)$	La plus grande valeur propre de la matrice carrée $(.)$
$\ .\ $	Norme Euclidienne
$ \cdot $	Valeur absolue

Acronymes

MAS	Machine asynchrone
MIMO	Multi entrées multi sorties
FOC	Commande à flux orienté
DTC	Commande direct de couple
SMC	Commande avec mode glissante
MLI	Modulation de largeur d'impulsion

Indices

A, B, C	Indices indiquant les trois phases statoriques de la machine
a, b, c	Indices indiquant les trois phases rotoriques de la machine
α, β	Axes α et β du repère diphasé lié au stator
d, q	Axes d et q du repère diphasé de Parck
s, r	Indices indiquant le stator et le rotor respectivement

Principaux grandeurs et paramètres

θ	Position angulaire du rotor par rapport au stator)
θ_e	Position électrique du rotor (par rapport au stator)
θ_s	Position angulaire du stator par rapport au repère tournant (dq)
θ_r	Position angulaire du rotor par rapport au repère tournant (dq)
ω	Vitesse mécanique du rotor
ω_e	Pulsation électrique du rotor
ω_s	Pulsation électrique du stator par rapport au repère tournant (dq)
ω_r	Pulsation électrique du rotor par rapport au repère tournant (dq)
i_s	Courant statorique
i_r	Courant rotorique
u_s	Tension statorique
u_r	Tension rotorique
ϕ_s	Flux statorique
ϕ_r	Flux rotorique
τ_ℓ	Couple de charge incluant les frottements
τ_{em}	Couple électromagnétique
$\ \phi_r\ $	Norme (module) de flux rotorique
ξ	Phase de flux rotorique
R_s	Résistance statorique
R_r	Résistance rotorique
L_s	Inductance statorique
L_r	Inductance rotorique
M	Inductance mutuelle stator-rotor
T_r	Constante de temps rotorique
σ	Coefficient de dispersion ou de Blondel
p	Nombre des paires de pôles
f_{vis}	Coefficient de frottement visqueux

J	Moment d'inertie du rotor
f	Fréquence du réseau d'alimentation
U_{dc}	Tension de bus continue de l'onduleur
k_{ir}	Coefficient des pertes fer dans la machine
P_{out}	Puissance mécanique de sortie de la machine
P_{ls}	Pertes de puissance dans le stator (dans les enroulement et dans le fer)
P_{lr}	Pertes de puissance par effet Joule dans les enroulement du rotor
T°	Température en degré Celsius
ΔT°	Variation de température en degré Celsius
T_s°	Température des enroulements statorique en degré Celsius
T_r°	Température des enroulements rotorique en degré Celsius
α	Coefficient de température d'un matériau
λ_{th}	Coefficient de la conductance thermique d'un matériau
C_{th}	Coefficient de la capacitance thermique d'un matériau
$T_{(\alpha\beta)}$	Matrice de transformation du triphasé abc vers le repère biphasé $\alpha\beta$
S_i	Signal de commande du bras i de l'onduleur
K_{i1}	Interrupteur i du premier niveau de l'onduleur ($i=1, 2, 3$)
K_{i2}	Interrupteur i du deuxième niveau de l'onduleur ($i=1, 2, 3$)
T_h	Période de commutation de l'onduleur
v_{on}	Tension entre le point neutre de la charge et le point milieu de la source continue
v_{an}, v_{bn}, v_{cn}	Tensions alternatives de sortie de l'onduleur ou tensions de charge
v_{ao}, v_{bo}, v_{co}	Tensions entre les trois sorties de l'onduleur et le point milieu d'alimentation
S_a, S_b, S_c	Grandeurs de commande de l'onduleur (ses compléments sont S'_a, S'_b, S'_c)
L	Constante de Lipchitz
θ	Paramètre de réglage du gain des observateurs à grand gain
v_j	Indice caractéristique associé au paramètre ρ_j
λ	Paramètre de réglage du gain de commande

Liste des figures

Figure 1.1 :	Représentation des enroulements statoriques et rotoriques d'une MAS	4
Figure 1.2 :	Les différentes mutuelles dans la machine représentée en triphasée	5
Figure 1.3 :	Axes de la transformation de Park-Blondel	7
Figure 1.4 :	Axes de la rotation biphasée-biphasée	9
Figure 1.5 :	Représentation des repères possibles à choisir pour les axes (dq)	11
Figure 2.1 :	Principe de l'observateur à grand gain	27
Figure 2.2 :	Diagramme descriptif des étapes de conception de l'observateur	39
Figure 4.1 :	Schéma bloc de la commande du groupe Convertisseur-Machine	71
Figure 4.2 :	Représentation de la structure de l'onduleur à deux niveaux	71
Figure 4.3 :	Schéma du principe de la commande à base d'observateur	73
Figure 4.4 :	Les courants statoriques sur les axes ($\alpha\beta$)	74
Figure 4.5 :	Les variables estimés avec l'observateur d'état	75
Figure 4.6 :	Représentation des erreurs d'estimation des variables de la machine	76
Figure 4.7 :	Schéma du principe de la commande à base d'observateur adaptatif	77
Figure 4.8 :	Les variables d'état estimés avec l'observateur adaptatif	79
Figure 4.9 :	Résistances statoriques et rotoriques estimées, \hat{R}_s et \hat{R}_r	80
Figure 4.10 :	Zoom sur la région de fonctionnement critique à basse vitesse	81
Figure 4.11 :	Les paramètres estimés \hat{R}_s et \hat{R}_r pour deux tests	82
Figure 4.12 :	Les deux termes de la condition d'observabilité	82
Figure 4.13 :	Vitesse de rotation estimée pendant des variations paramétriques	84
Figure 4.14 :	Estimation des résistances statoriques et rotoriques avec variations	85
Figure 4.15 :	Commande à base d'observateur tenant compte de l'effet thermique	88
Figure 4.16 :	Vitesse et couple de charge de la machine en tenant compte de l'effet thermique	89
Figure 4.17 :	Les résistances \hat{R}_s et \hat{R}_r estimés en tenant compte de l'effet thermique	89

Figure 4.18 :	Tracés des puissances et températures pendant les cycles S3 et S6	90
Figure 4.19 :	Variations des résistances estimés \hat{R}_s et \hat{R}_r pendant les cycles S3 et S6	91
Figure 4.20 :	Les erreurs d'estimation des résistances \hat{R}_s et \hat{R}_r (Cycle de service S3)	91
Figure 4.21 :	Vitesse et couples de charge estimés pendant le cycle S9	93
Figure 4.22 :	Tracés de puissance et des températures pendant le cycle de service S9	93
Figure 4.23 :	Variations des résistances estimées \hat{R}_s et \hat{R}_r pendant le cycle S9	94
Figure 4.24 :	Les erreurs d'estimation des résistances \hat{R}_s et \hat{R}_r (Cycle de service S9)	94
Figure B.1 :	Machine asynchrone A-3 LS 6J12363, Laboratoire GREYC-ENSICAEN.	105
Figure D.1 :	Diagramme vectoriel de l'onduleur à deux niveaux	110
Figure D.2 :	Limite du vecteur u^*	111
Figure D.3 :	Schéma bloc de la MLI vectorielle	114
Figure D.4 :	Principe de génération des impulsions de commande à MLI vectorielle	115
Figure D.5 :	Les tensions u_α^* , u_β^* , l'angle θ , les secteurs S et les impulsions S_a et S'_a	117
Figure D.6 :	Les trois tensions de sortie de l'onduleur avec leurs références	118
Figure D.7 :	Tensions de sortie de l'onduleur représentées en biphasé	118
Figure E.1 :	Caractéristique résistance température d'un conducteur en Cuivre	119

Liste des tableaux

Tableau B.1 :	Caractéristiques de la machine asynchrone utilisée	105
Tableau B.1 :	Paramètres physiques de la machine asynchrone utilisée	105
Tableau D.1 :	Etats de l'onduleur et les coordonnées du vecteur v_i	111
Tableau D.2 :	Temps de commutation pour chaque secteur	113
Tableau D.3 :	Durée de fermeture des interrupteurs par secteur	116
Tableau E.1 :	Le zéro absolu extrapolé de certains matériaux communément employés	120
Tableau E.2 :	Le coefficient de température de certains matériaux	121

Table des Matières

Introduction générale	1
------------------------------------	----------

Chapitre 1 : Modèle non linéaire et analyse d'observabilité de la machine asynchrone

1.1. Introduction	3
1.2. Modélisation de la machine asynchrone triphasée	3
1.2.1. Modélisation de la partie électrique	4
1.2.2. Modélisation de la partie mécanique	6
1.3. Modélisation biphasée de la machine asynchrone	7
1.3.1. Modélisation biphasée par la transformation de Park-Blondel	7
1.3.1.1. Transformation triphasée-biphasée	8
1.3.2.2. Rotation biphasée-biphasée	9
1.3.2. Choix du repère	11
1.4. Modèles d'état non linéaires de la machine	13
1.4.1. Ecriture du modèle	14
1.4.2. Choix des sorties	15
1.5. Analyse d'observabilité de la machine asynchrone	17
1.6. Conclusion	23

Chapitre 2 : Observateur et observateur adaptatif de la machine asynchrone

2.1. Introduction	24
2.2. Forme triangulaire canonique d'observabilité	25
2.3. Observateur d'état pour les systèmes à forme triangulaire	26
2.4. Conception d'observateurs à grand gain pour la machine asynchrone	29
2.4.1. Conception d'observateur à grand gain pour les systèmes perturbés	29
2.4.2. Observateur d'état à grand gain de la machine asynchrone	35
2.5. Conception d'observateur adaptatif pour la machine asynchrone	38
2.5.1. Conception d'observateur adaptatif pour la forme triangulaire	39

2.5.2. Ecriture de l'obsevateur adaptatif dans les coordonnés d'origines	45
2.6. Conclusion	48

Chapitre 3 : Commande de la machine asynchrone à base d'observateur à grand gain

3.1. Introduction	49
3.2. Présentation du problème	51
3.3. Commande avec retour d'état à grand gain	54
3.4. Commande avec observateur à grand gain	58
3.5. Incorporation d'une action intégrale filtrée	63
3.6. Commande à base d'observateur de la machine asynchrone	64
3.6.1. Ecriture du modèle de la machine sous la forme particulière	64
3.6.2. Expression de la loi commande de la machine	67
3.7. Conclusion	69

Chapitre 4 : Commande et surveillance d'une MAS par les techniques d'observations

4.1. Introduction	70
4.2. Présentation du système pour simulation	70
4.3. Présentation des résultats de commande et observation	72
4.3.1. Résultats de commande à base d'observateur d'état à grand gain	72
4.3.2. Résultats de commande à base d'observateur adaptatif à grand gain	77
4.4. Surveillance des variations paramétriques dans la machine asynchrone	84
4.4.1. Variations brusques des paramètres	84
4.4.2. Variations des paramètres tenant compte de l'effet thermique	85
4.5. Conclusion	95
Conclusion générale	96
Bibliographie	98
Annexes	103



Introduction Générale

Introduction générale

La simplicité dans la conception mécanique et électrique des machines à courant alternatif (contrairement à la machine à courant continu contenant un collecteur mécanique) en plus de la disponibilité des sources d'énergie électriques sous la forme alternative ont permis leur emploi dans de nombreux domaines de l'industrie notamment la machine asynchrone. Néanmoins, cette simplicité apparente de conception et d'utilisation cache une grande complexité dans les études de commande et de surveillance de ce type de machines.

Du point de vue de l'automatique, la machine asynchrone est un système dynamique qui pose un certain nombre de problèmes à cause de ses caractéristiques: système non linéaire, multivariable, fortement couplé et en plus ses paramètres physiques peuvent varier sous l'effet thermique et aussi sous l'effet de la charge. A cela il faut ajouter que certaines variables ne sont pas accessibles directement à la mesure, et que d'autres, leur mesure coûte chère ou affecte la fiabilité et la robustesse des systèmes d'entrainements, notamment les flux et la vitesse de rotation, ce qui oblige l'utilisation d'estimateurs ou d'observateurs d'état pour reconstruire ces variables non mesurables qui sont nécessaires aux procédures de commande et de surveillance des systèmes motorisés.

Par ailleurs, la mise en œuvre des lois de commande pour machine asynchrone doit faire face à des nombreuses difficultés, en plus de celles données précédemment, telles que les incertitudes de modélisation, les bruits de mesures, les imperfections de l'onduleur et la complexité de certains algorithmes de commande qui imposent l'utilisation de calculateurs rapides. Dans ce contexte, les travaux présentés dans cette thèse portent sur l'élaboration d'algorithmes de commande et surveillance de la machine asynchrone à base d'observateurs et observateur adaptatifs dédiés aux systèmes non linéaires. Nous avons orienté nos travaux dans plusieurs directions qui ont abouti aux contributions suivantes :

- En premier lieu, une étude attentive de la modélisation de la machine asynchrone a été faite. Elle nous a permis de comprendre et de fournir une description type du modèle non linéaire de la machine pour tous ceux qui s'intéressent à la commande, l'observation et la surveillance de la machine asynchrone, où les résistances statorique et rotorique peuvent être considérées variables ou constantes.
- En deuxième lieu nous nous sommes intéressés au problème d'observabilité de la machine asynchrone et à la recherche des conditions nécessaires sous lesquelles la machine reste

observable. Ces conditions nécessaires sont vitales pour la synthèse et la mise en fonctionnement des deux observateurs que nous souhaitons concevoir.

- En troisième lieu nous présentons l'étude des observateurs à grand gain susceptibles de fournir l'estimation de l'état d'une classe particulière de systèmes non linéaires, notamment le flux rotorique, le courant, la vitesse de rotation et couple de charge dans toute la plage de fonctionnement de la machine asynchrone. Le même observateur a été étendu pour être un observateur adaptatif capable de faire une estimation conjointe et simultanée des variables d'état citées précédemment et des paramètres physiques (les résistances statoriques et rotoriques) de la machine.

Pour atteindre notre objectif nous avons organisé notre thèse de la façon suivante :

Dans le premier chapitre nous présentons le modèle non linéaire de la machine asynchrone, où nous utilisons la transformation triphasé-biphasé pour aboutir à un modèle simplifié. En suite, une étude d'observabilité du modèle de la machine pour aboutir à un modèle observable qui sera utilisé pour la synthèse des observateurs, la commande et la surveillance de la machine.

Le deuxième chapitre est consacré aux observateurs des systèmes non linéaires. Une classe de modèles de systèmes non linéaires est d'abord considérée, ensuite, nous présentons deux contributions qui nous ont permis de réaliser une estimation consistante des variables d'état et d'un ensemble de combinaisons adéquates des paramètres de la machine, à savoir la synthèse d'un observateur d'état non linéaire et d'un observateur adaptatif à grand gain.

Le troisième chapitre traite la loi de commande sans capteurs à base de l'observateur à grand gain appliqué au modèle de la machine asynchrone.

Pour illustrer les différents résultats de la technique de commande et de surveillance de la machine asynchrone à base d'observateur et d'observateur adaptatif, une simulation en utilisant les données de la machine A-3 LS 6J12363 du laboratoire GREYC ENSICAEN (où une grande partie de notre travail a été effectuée) est présentée au chapitre quatre. Plusieurs modes de fonctionnement ont été considérés dans les différents tests de simulation, en plus du fonctionnement dans des régions à faibles vitesses afin de mettre en conditions critiques nos observateurs.

Enfin, quelques remarques et perspectives sont données dans la conclusion.

Chapitre 1

**Modèle non linéaire et analyse d'observabilité
de la machine asynchrone**

1.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons une modélisation de la machine asynchrone en vue de sa commande et de l'estimation de son état et de ses paramètres internes. La machine asynchrone est de nature triphasé mais sous certaines hypothèses simplificatrices, nous pouvons passer à une représentation biphasée équivalente, réduisant ainsi la complexité du modèle de la machine qui est caractérisée par un fort couplage entre ses grandeurs mais surtout par sa non linéarité surtout si nous tenons compte de la variation de ses paramètres généralement négligée [1, 2].

Ce chapitre est organisé en trois parties principales. La première partie est consacrée à la modélisation triphasée de la machine. La seconde présente la transformation de triphasé-biphasé qui permet d'obtenir un modèle de connaissance biphasé de la machine dans les différents repères. Dans la troisième partie, nous donnons le modèle non linéaire sous la forme de représentation d'état. Et en fin, la quatrième partie est consacrée à la recherche des conditions sous lesquelles l'observabilité de la machine reste garantie afin de synthétiser des systèmes d'observation et de commande des moteurs asynchrones sans capteurs.

1.2. Modélisation de la machine asynchrone triphasée

Le modèle mathématique permet principalement d'observer les différentes évolutions des grandeurs électromécaniques d'une part, et de prévoir le contrôle nécessaire pour palier aux différents problèmes qui accompagnent les opérations de variation de vitesse, de charge d'autre part. Pour assurer cela, ce modèle doit être assez fidèle au comportement réel de la machine. Les hypothèses simplificatrices qui permettent de mettre en place ce modèle sont les suivantes :

Hypothèse 1.1 : *Symétrie de la machine électrique (enroulements polyphasés équilibrés, symétrie axiale).*

Hypothèse 1.2 : *L'alimentation de la machine se fait par un système de tensions triphasées symétriques et sinusoïdales.*

Hypothèse 1.3 : *Nous supposons également que nous travaillons en régime non saturé et que le phénomène d'hystérésis, les courants de Foucault et l'effet de peau sont négligés.*

Hypothèse 1.4 : *Répartition sinusoïdale de l'induction magnétique dans l'entrefer.*

Ces choix signifient entre autre que les flux sont additifs, les inductances propres sont constantes et il y a une variation sinusoidale des inductances mutuelles entre les enroulements statorique et rotorique en fonction de l'angle électrique de leurs axes magnétiques.

Les enroulements des trois phases statoriques et des trois phases rotoriques dans l'espace peuvent être représentés comme le montre la figure 1.1.

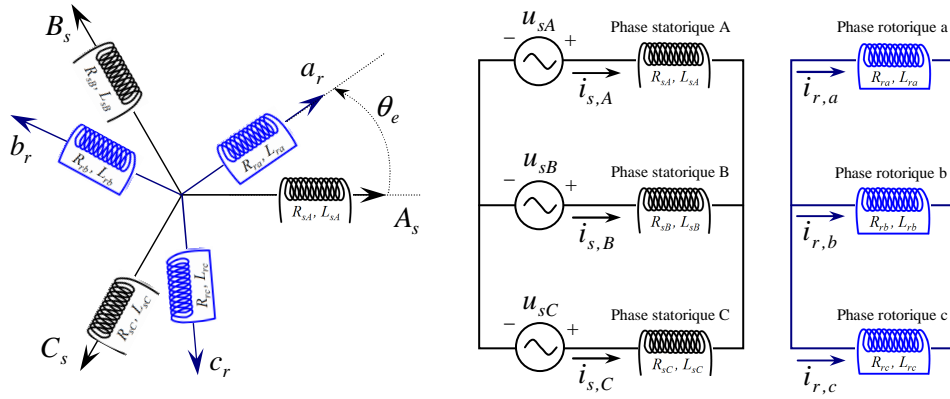


Figure 1.1: Représentation des enroulements statoriques et rotoriques d'une MAS.

Les phases rotoriques sont court-circuitées sur elles-mêmes, θ_e est l'angle électrique entre l'axe de la phase statorique A et la phase rotorique a.

1.2.1. Modélisation de la partie électrique

L'application de la loi de Faraday sur les enroulements statoriques et rotoriques permet d'écrire les expressions des deux enroulements statorique et rotorique comme suit :

$$u_{sABC} = R_{s3} i_{sABC} + \dot{\phi}_{sABC} \tag{1.1a}$$

$$u_{rabc} = R_{r3} i_{rabc} + \dot{\phi}_{rabc} \tag{1.1b}$$

avec :

$$u_{sABC} = \begin{pmatrix} u_{sA} \\ u_{sB} \\ u_{sC} \end{pmatrix}, \quad u_{rabc} = \begin{pmatrix} u_{ra} \\ u_{rb} \\ u_{rc} \end{pmatrix}, \quad i_{sABC} = \begin{pmatrix} i_{sA} \\ i_{sB} \\ i_{sC} \end{pmatrix}, \quad i_{rabc} = \begin{pmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{pmatrix}, \quad \phi_{sABC} = \begin{pmatrix} \phi_{sA} \\ \phi_{sB} \\ \phi_{sC} \end{pmatrix}, \quad \phi_{rabc} = \begin{pmatrix} \phi_{ra} \\ \phi_{rb} \\ \phi_{rc} \end{pmatrix},$$

$$R_{s3} = \begin{pmatrix} R_{sA} & 0 & 0 \\ 0 & R_{sB} & 0 \\ 0 & 0 & R_{sC} \end{pmatrix}, \quad R_{r3} = \begin{pmatrix} R_{ra} & 0 & 0 \\ 0 & R_{rb} & 0 \\ 0 & 0 & R_{rc} \end{pmatrix}.$$

Pour des considérations géométriques et vue la rotation des enroulements rotoriques (création des mutuelles entre les inductances), les équations magnétiques de la machine sur les deux parties stator et rotor, qui expriment les fluxes, sont données par :

$$\phi_{sABC} = L_{s3} i_{sABC} + M_3 i_{rabc} \tag{1.2a}$$

$$\phi_{rabc} = L_{r3} i_{rabc} + M_3^T i_{sABC} \tag{1.2b}$$

avec :

$$M_3 = M_{sr} = \vartheta_{c3} \cos(\theta_e) + \vartheta_{s3} \sin(\theta_e), \quad L_{s3} = \begin{pmatrix} L_{sA} & 0 & 0 \\ 0 & L_{sB} & 0 \\ 0 & 0 & L_{sC} \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & M_{AB} & M_{AC} \\ M_{AB} & 0 & M_{BC} \\ M_{AC} & M_{BC} & 0 \end{pmatrix},$$

$$L_{r3} = \begin{pmatrix} L_{ra} & 0 & 0 \\ 0 & L_{rb} & 0 \\ 0 & 0 & L_{rc} \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ab} & 0 & M_{bc} \\ M_{ac} & M_{bc} & 0 \end{pmatrix}.$$

La matrice M_3 de l'inductance de mutuelle stator-rotor est donné par :

$$M_3 = M_{sr} = \vartheta_{c3} \cos(\theta_e) + \vartheta_{s3} \sin(\theta_e) \tag{1.3}$$

avec :

$$M_{rs} = M_{sr}^T = M_3^T, \quad \vartheta_{c3} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2M_{Aa} & -M_{Ab} & -M_{Ac} \\ -M_{Ba} & 2M_{Bb} & -M_{Bc} \\ -M_{Ca} & -M_{Cb} & 2M_{Cc} \end{pmatrix},$$

$$\vartheta_{s3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} 0 & -M_{Ab} & M_{Ac} \\ M_{Ba} & 0 & -M_{Bc} \\ -M_{Ca} & M_{Cb} & 0 \end{pmatrix}.$$

Pour aider à la compréhension, la figure 1.2 donne les positions des différentes inductances mutuelles entre stator-stator, stator-rotor et rotor-rotor.

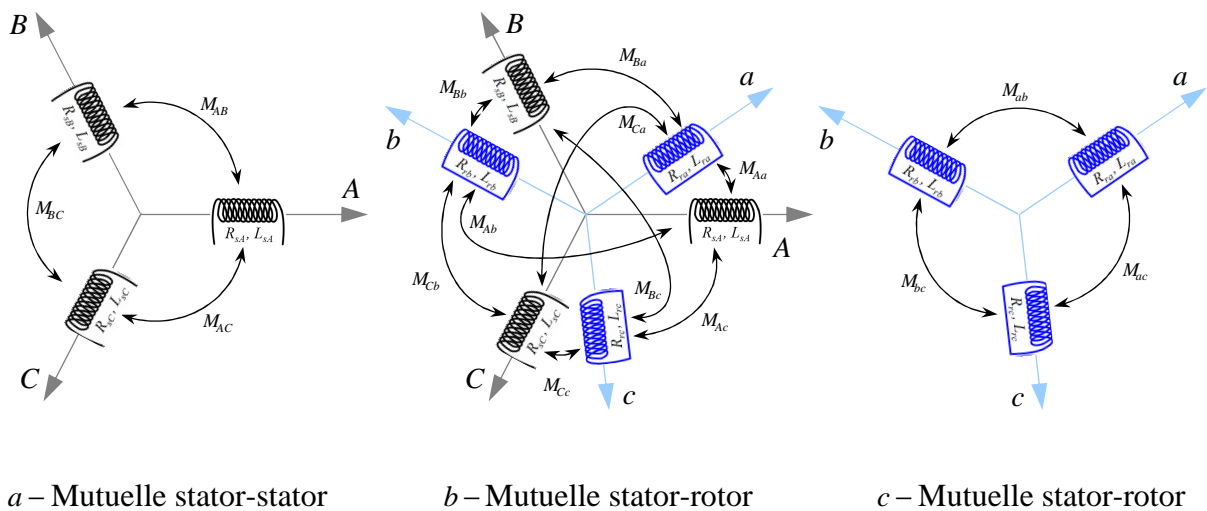


Figure 1.2 : Les différentes mutuelles dans la machine représentée en triphasé

Les éléments diagonaux de la matrice L_{s3} et L_{r3} sont parfois appelées inductances propres des phases du stator et du rotor respectivement, celles hors diagonales sont appelés inductances mutuelles entre chaque deux phases statoriques ou rotoriques, ils sont considérés comme égaux c'est à dire $M_{AB} = M_{BC} = M_{CA}$ et $M_{ab} = M_{bc} = M_{ca}$ (voir les sous figures *a* et *c* sur la figure 1.2) que se soit entre deux phases statorique ou deux phases rotorique. Les matrices M_{sr} et M_{rs} , sont les inductances mutuelles entre le stator et le rotor, elles sont obtenues quand le flux du stator et du rotor sont en interaction entre eux. Mais il faut revenir pour signaler que, dans les conditions normales, la machine présente une symétrie entre les phases et cette symétrie implique l'égalité des paramètres sur les trois phases, c'est-à-dire, pour les résistances $R_s = R_{sA} = R_{sB} = R_{sC}$ et $R_r = R_{ra} = R_{rb} = R_{rc}$. Même chose pour les inductances.

1.2.2. Modélisation de la partie mécanique

La partie mécanique de la machine peut être modélisée par l'équation du mouvement suivante, en évidence avec l'angle électrique θ_e :

$$J \frac{d^2\theta_e}{dt} = -f_{vis} \frac{d\theta_e}{dt} + p(\tau_{em} - \tau_\ell)$$

Sachant que $\frac{d\theta_e}{dt} = \omega_e$ et $\omega_e = p\omega$, cette équation peut être réécrite comme suit :

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J}(\tau_{em} - \tau_\ell) - \frac{f_{vis}}{J} \omega \quad (1.4)$$

Rappelant que τ_{em} et τ_ℓ désignent respectivement le couple électromagnétique et le couple de charge. Pour obtenir l'expression du couple électromagnétique τ_{em} , considérons tout d'abord l'énergie électrocinétique de la machine :

$$\begin{aligned} E_e &= \frac{1}{2} \left(i_{sABC}^T \phi_{sABC} + i_{rabc}^T \phi_{rabc} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(i_{sABC}^T L_{s3} i_{sABC} + i_{rabc}^T L_{r3} i_{rabc} \right) + i_{sABC}^T M_3 i_{rabc} \end{aligned}$$

Le couple électromagnétique est ensuite évalué à partir de l'énergie électrocinétique par :

$$\tau_{em} = \frac{\partial E_e}{\partial \theta} = p \frac{\partial E_e}{\partial \theta_e} = p i_{s3}^T \frac{\partial M_3}{\partial \theta_e} i_{r3} \quad (1.5)$$

sachant que M_3 est donnée par (1.3) :

$$\frac{\partial M_3}{\partial \theta_e} = -\vartheta_{c3} \sin(\theta_e) + \vartheta_{s3} \cos(\theta_e)$$

Une description complète des grandeurs électriques, magnétiques et mécaniques sur les trois axes de la machine est alors obtenue en regroupant les équations (1.1), (1.2), (1.3) et (1.4) modélisant la machine en un seul système d'équations comme suit :

$$u_{sABC} = R_{s3} i_{sABC} + \dot{\phi}_{sABC} \tag{1.6a}$$

$$u_{rabc} = R_{r3} i_{rabc} + \dot{\phi}_{rabc} \tag{1.6b}$$

$$\phi_{sABC} = L_{s3} i_{sABC} + M_3 i_{rabc} \tag{1.6c}$$

$$\phi_{rabc} = L_{r3} i_{rabc} + M_3^T i_{sABC} \tag{1.6d}$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{J} \left(p i_{sABC}^T \frac{\partial M_3}{\partial \theta_e} i_{rabc} - \tau_\ell \right) - \frac{f_{vis}}{J} \omega \tag{1.6e}$$

I.3. Modélisation biphasée de la machine asynchrone

Nous allons maintenant décrire la modélisation de la machine dans un repère biphasé qui permet d'obtenir une représentation équivalente en réduisant le nombre d'équations sur le système d'équation (1.6) en utilisant les transformations de Park et de Concordia permettant la conservation des puissances [3, 4].

I.3.1. Modélisation biphasée par la transformation de Park-Blondel

De façon générale, la transformation de Park-Blondel permet d'obtenir une représentation biphasée équivalente de la machine. Cette transformation fait appel à deux changements de coordonnées [3, 4]: une transformation triphasée-biphasé qui permet de passer du repère triphasé vers le repère $(\alpha\beta)$, voir figure 1.3(a), et un changement de repère par rotation biphasée-biphasé qui permet de passer du repère $(\alpha\beta)$ vers le repère (dq) , voir figure 1.3b.

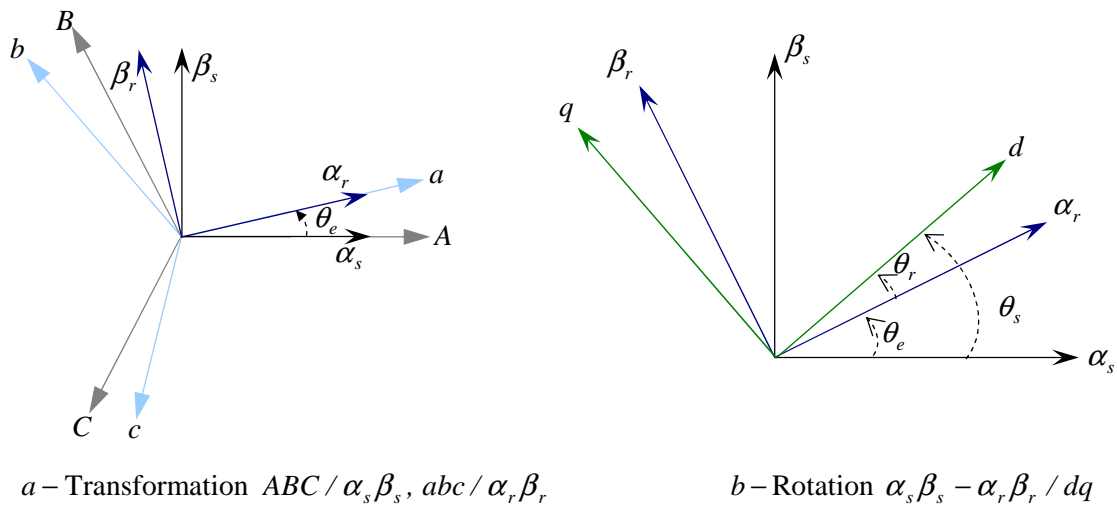


Figure 1.3 : Axes de la transformation de Park-Blondel

I.3.1.1. Transformation triphasée-biphasée

Comme le montre la figure 1.3, cette transformation permet de reproduire l'état magnétique créé par le système triphasé au moyen d'un système biphasé équivalent. En effet, les grandeurs statoriques triphasées liées au repère ABC décalé de $2\pi/3$, sont ramenées vers les grandeurs biphasées équivalentes $(\alpha_s \beta_s)$ en quadrature de phase. De même, les grandeurs rotoriques triphasées liées à abc décalées de $2\pi/3$ sont ramenées vers les grandeurs biphasées équivalentes $(\alpha_r \beta_r)$ en quadrature de phase. Le système $(\alpha_s \beta_s)$ est décalé d'un angle θ_e par rapport au système $(\alpha_r \beta_r)$. La transformation est basée sur la mise sous forme normale des équations électriques par la diagonalisation des matrices d'inductances [3]. Elle est réalisée de la manière suivante à l'aide de la matrice de transformation $T_{(\alpha\beta o)}$:

$$\begin{pmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_0 \end{pmatrix} = T_{(\alpha\beta o)} \cdot \begin{pmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{pmatrix}, \quad T_{(\alpha\beta o)} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

Notons que la matrice de transformation inverse est donnée par $T_{(\alpha\beta o)}^{-1} = T_{(\alpha\beta o)}^T$ à cause de l'orthonormalité $T_{(\alpha\beta o)}$. Comme l'alimentation triphasée symétrique impose pour une grandeur x que $\sum x_i = 0$ avec $i = A, B, C$ (grandeurs statoriques) ou $i = a, b, c$ (grandeurs rotoriques), on peut vérifier que, d'après l'équation (1.7), $x_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}(x_a + x_b + x_c) = \frac{1}{\sqrt{3}}(x_a + x_b + x_c) = 0$. Par conséquent, les grandeurs sur l'axe homopolaire s'annulent. Ceci nous permet de simplifier la matrice de transformation en supprimant la dernière ligne de $T_{(\alpha\beta o)}$. On aura :

$$\begin{pmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{pmatrix} = T_{(\alpha\beta)} \cdot \begin{pmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{pmatrix}, \quad T_{(\alpha\beta)} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

De même, la matrice de transformation inverse est donnée par $T_{(\alpha\beta)}^{-1} = T_{(\alpha\beta)}^T$ à cause de l'orthonormalité $T_{(\alpha\beta)}$.

Après cette transformation, il est possible de réécrire les équations regroupées par (1.6), qui donnent le modèle de la machine électrique en triphasé, dans un repère biphasé $(\alpha\beta)$.

$$u_{s\alpha\beta} = R_s i_{s\alpha\beta} + \dot{\phi}_{s\alpha\beta} \quad (1.9a)$$

$$u_{rabc} = R_r i_{rabc} + \dot{\phi}_{rabc} \quad (1.9b)$$

$$\phi_{s\alpha\beta} = L_s i_{s\alpha\beta} + M i_{r\alpha\beta} \quad (1.9c)$$

$$\phi_{r\alpha\beta} = L_r i_{r\alpha\beta} + M^T i_{s\alpha\beta} \quad (1.9d)$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{J} (\tau_{em} - \tau_l) - \frac{f_{vis}}{J} \omega \quad (1.9e)$$

avec :

$$\tau_{em} = \frac{pM}{L_r} i_{s\alpha\beta}^T J_2 \varphi_{r\alpha\beta} \quad (1.10)$$

Mais, il faut signaler qu'après cette première transformation, il existe un autre décalage entre les axes (et par conséquent les grandeurs) statoriques et rotoriques par l'angle θ_e (voir figure 1.3(a)). Afin d'exprimer toutes les grandeurs dans un seul repère d'axes, on utilise la deuxième partie de la transformation qui est une rotation biphasé-biphasé.

I.3.1.2. Rotation biphasée-biphasée

Afin d'éliminer la position du rotor, on exprime toutes les grandeurs dans un seul repère. Les grandeurs statoriques et rotoriques sont exprimées dans un repère généralisé (dq). Cette transformation des grandeurs sinusoïdales consiste à passer du repère biphasé ($\alpha\beta$) à ce repère (dq) tournant par rapport au stator. Ainsi, les grandeurs statoriques et rotoriques sont projetées dans un repère tournant généralisé (dq) qui est décalé d'un angle θ_s par rapport au repère fixe ($\alpha_s\beta_s$) et décalé d'un angle θ_r par rapport au repère ($\alpha_r\beta_r$), voir figure 1.4.

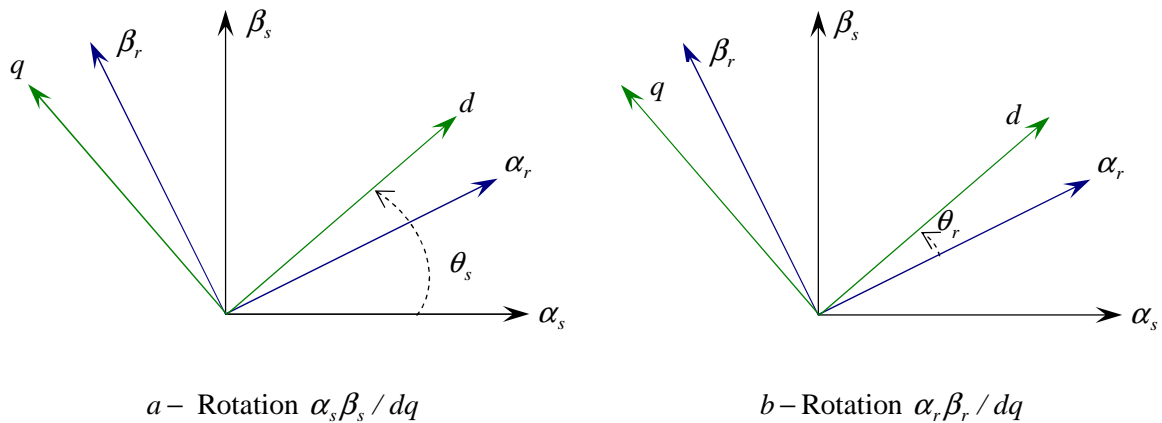


Figure 1.4 : Axes de la rotation biphasé-biphasé

Cette transformation non linéaire se fait à l'aide de la matrice de Park T , qui nous permet de passer d'un repère $(\alpha\beta)$ vers un repère (dq) , elle se fait comme suit :

$$\begin{pmatrix} x_d \\ x_q \end{pmatrix} = T(\xi) \begin{pmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

où $T(\xi) = \begin{pmatrix} \cos(\xi) & \sin(\xi) \\ -\sin(\xi) & \cos(\xi) \end{pmatrix}$ et l'angle de rotation ξ est donné par $\xi = \theta_s$ pour les grandeurs statorique et par $\xi = \theta_r$ pour les grandeurs rotoriques. La transformation inverse s'obtient par : $x_{\alpha\beta} = T(\xi)^T x_{dq}$, du fait que $T(\xi) = T(-\xi)^{-1} = T(-\xi)^T$.

Remarque 1.1 : *Il est à remarquer que l'on peut construire une matrice qui transforme directement les grandeurs électriques du repère triphasé dans le repère biphasé (dq) . Elle est donnée par :*

$$T_{(dq)} = T_{(\alpha\beta)} T(\xi) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \cos(\xi) & \cos(\xi - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\xi + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\xi) & -\sin(\xi - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\xi + \frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

Le repère de Park peut ainsi être positionné par rapport au stator (fixe) ou par rapport au rotor (tournant) avec le champs tournant.

Alors, les grandeurs du stator et du rotor dans ce repère sont respectivement données par :

$$\begin{pmatrix} x_d \\ x_q \end{pmatrix} = T(\theta_s) \begin{pmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

$$\begin{pmatrix} x_d \\ x_q \end{pmatrix} = T(\theta_r) \begin{pmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

et les grandeurs du stator et du rotor, après rotation $\alpha_s\beta_s/dq$ et $\alpha_r\beta_r/dq$ sont alors:

$$\phi_{sdq} = L_s i_{sdq} + M i_{rdq}$$

$$u_{sdq} = R_s i_{sdq} + \dot{\phi}_{sdq} + j\dot{\theta}_s \phi_{sdq}$$

$$\phi_{rdq} = L_r i_{rdq} + M i_{sdq}$$

$$u_{rdq} = R_r i_{rdq} + \dot{\phi}_{rdq} - j\dot{\theta}_r \phi_{rdq} = 0$$

Il est possible d'écrire le modèle de la machine dans un repère général comme suit, sachant que : $\dot{\theta}_s = \omega_s$, $\dot{\theta}_r = \omega_r$, $\dot{\theta}_e = \dot{\theta}_s - \dot{\theta}_r = \omega_s - \omega_r = \omega_s - p\omega$ et que $J_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$:

$$u_{sdq} = R_s i_{sdq} + \dot{\phi}_{sdq} - \omega_s J_2 \phi_{sdq} \tag{1.15a}$$

$$u_{rdq} = R_r i_{rdq} + \dot{\phi}_{rdq} + (\omega_s - p\omega) J_2 \phi_{rdq} = 0 \tag{1.15b}$$

$$\phi_{sdq} = L_s i_{sdq} + M i_{rdq} \tag{1.15c}$$

$$\phi_{rdq} = L_r i_{rdq} + M i_{sdq} \tag{1.15d}$$

$$\dot{\omega} = \frac{pM}{JL_r} (i_{sdq}^T J_2 \phi_{rdq}) - \frac{1}{J} \tau_\ell - \frac{f_{vis}}{J} \omega \tag{1.15e}$$

Différents modèles correspondant aux différents choix des repères de référence sont possibles à obtenir [5-7], dans ce qui suit, on va donner les différents modèles possibles en fonction du repère choisi.

1.3.2. Choix du repère

Jusqu'à présent, nous avons exprimé les équations et les grandeurs de la machine dans un repère (dq) qui fait un angle électrique θ_s avec le stator et qui fait également un angle électrique θ_r avec le rotor, mais qui n'est pas défini par ailleurs, c'est-à-dire qu'il est libre. Il existe trois choix importants; on peut fixer le repère (dq) au stator, au rotor ou au champ tournant, voir figure 1.5. Rappelons que le repère (dq) est le repère mobile c'est-à-dire qu'il nous appartient de calculer les angles des transformations de Park θ_s et θ_r afin d'effectuer les rotations.

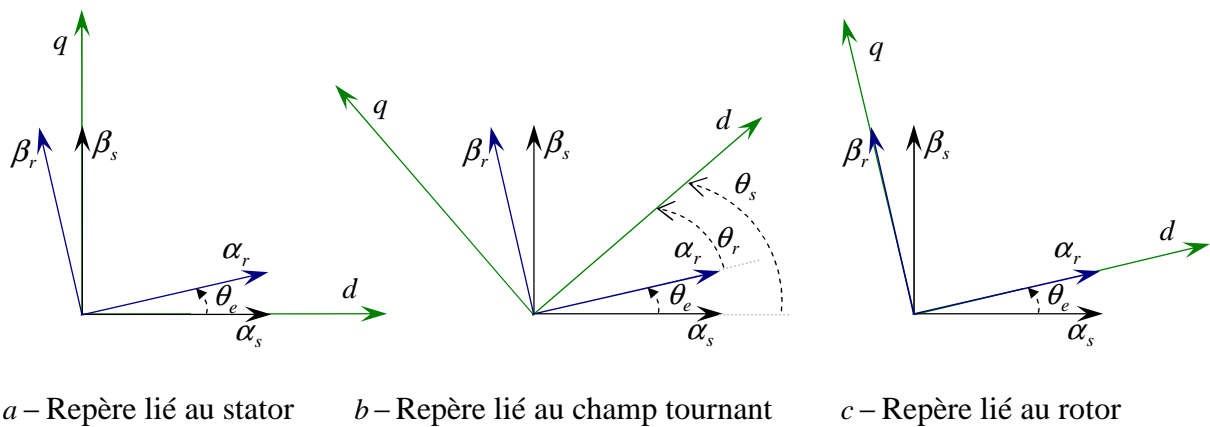


Figure 1.5 : Représentation des repères possibles à choisir pour les axes (dq)

Il existe différentes possibilités pour le choix de l'orientation du repère d'axe (dq) qui dépend généralement des objectifs de l'application. On peut choisir le référentiel le mieux adapté au problème posé. Le choix nous ramène pratiquement aux trois référentiels orthogonaux suivants:

- Référentiel des axes ($\alpha\beta$), le repère est lié au stator.
- Référentiel des axes (dq), le repère est lié au champ tournant.
- Référentiel des axes (xy), le repère est lié au rotor.

1.3.2.1. Repère lié au stator

Ce système d'axe est immobile lié au stator, dans ce cas $\theta_s = 0$ ce qui implique que $\omega_s = 0$, le repère d'axe (dq) est nommé maintenant ($\alpha\beta$), avec : $d \rightarrow \alpha$ et $q \rightarrow \beta$, le modèle de la machine peut être donné sur les deux axes ($\alpha\beta$), par les équations électriques, magnétiques et mécanique suivantes :

$$u_s = R_s i_s + \dot{\phi}_s \quad (1.16a)$$

$$u_r = R_r i_r + \dot{\phi}_r - p\omega J_2 \phi_r = 0 \quad (1.16b)$$

$$\phi_s = L_s i_s + M i_r \quad (1.16c)$$

$$\phi_r = L_r i_r + M i_s \quad (1.16d)$$

$$\dot{\omega} = \frac{pM}{JL_r} (i_s^T J_2 \phi_r) - \frac{1}{J} \tau_\ell - \frac{f_{vis}}{J} \omega \quad (1.16e)$$

C'est un modèle très utilisé dans plusieurs applications, que ce soit en commande, en observation ou pour le diagnostic [6, 7], il ne dépend que de la vitesse du rotor ω .

1.3.2.2. Repère lié au champ tournant

Ce système d'axe est mobile, il tourne à la vitesse du champ tournant ω_s avec un angle égal à θ_s , le repère d'axe est nommé toujours (dq) et le modèle de la machine peut être donné par :

$$u_s = R_s i_s + \dot{\phi}_s - \omega_s J_2 \phi_s \quad (1.17a)$$

$$u_r = R_r i_r + \dot{\phi}_r + (\omega_s - p\omega) J_2 \phi_r = 0 \quad (1.17b)$$

$$\phi_s = L_s i_s + M i_r \quad (1.17c)$$

$$\phi_r = L_r i_r + M i_s \quad (1.17d)$$

$$\dot{\omega} = \frac{pM}{JL_r} (i_s^T J_2 \phi_r) - \frac{1}{J} \tau_\ell - \frac{f_{vis}}{J} \omega \quad (1.17e)$$

C'est un modèle utilisé dans plusieurs applications, surtout lorsqu'on a besoin d'effectuer une orientation de flux, telle que la commande à flux orienter, il dépend de la vitesse ω et de la pulsation ω_s .

1.3.2.3. Repère lié au rotor

Les axes sont mobiles ils font un angle $\theta_s = \theta_e$ par rapport au stator, ce qui implique que $\omega_s = \omega_e = p\omega$, le repère d'axe dq est devenu xy , avec : $d \rightarrow x$ et $q \rightarrow y$. Dans ce cas, le modèle de la machine sera le suivant:

$$u_s = R_s i_s + \dot{\phi}_s - p\omega J_2 \phi_s \quad (1.18a)$$

$$u_r = R_r i_r + \dot{\phi}_r = 0 \quad (1.18b)$$

$$\phi_s = L_s i_s + M i_r \quad (1.18c)$$

$$\phi_r = L_r i_r + M i_s \quad (1.18d)$$

$$\dot{\omega} = \frac{pM}{JL_r} (i_s^T J_2 \phi_r) - \frac{1}{J} \tau_\ell - \frac{f_{vis}}{J} \omega \quad (1.18e)$$

Le modèle de la machine dans ce repère est moins utilisé, mais on peut le trouver, par exemple, dans le cas du diagnostic des défauts au rotor [6, 8 et 9].

1.4. Modèles d'état non linéaire de la machine

La représentation du modèle d'état d'un système consiste à définir le vecteur d'état x , le vecteur d'entrée u , le vecteur de sortie y et les paramètres inconnus notés ρ (qui peuvent être estimés si nous nous intéressons à l'observation adaptative). Dans le cas de la machine, différents modèles linéaire ou non linéaires correspondant aux différents choix des variables d'états sont possibles [5, 6]. Le vecteur d'état qui nous concerne est constitué des grandeurs électriques (courants statoriques i_s), grandeurs magnétiques (fluxes rotoriques ϕ_r) et grandeur mécanique (vitesse de rotation ω et il est possible d'ajouter le couple de charge τ_ℓ lorsqu'il s'agit d'une construction des observateurs afin de l'estimer). Le vecteur d'entrée dans le cas de la machine est constitué des tensions statoriques.

Remarque 1.2 : Généralement, le couple de charge est considéré comme une entrée (souvent inconnu) lorsqu'il s'agit de la modélisation de la machine. Mais dans le cas où le modèle est destiné pour la construction d'un observateur, il sera considéré comme une variable d'état pour pouvoir l'estimer.

1.4.1. Ecriture du modèle

Dans ce qui suit, on va donner la manière détaillée à suivre pour écrire le modèle non linéaire qui correspond au choix effectué des variables d'états et dans un repère lié au stator. Pour cela, on doit déterminer $\dot{\phi}_r$ et i_r de l'équation (1.16b) et (1.16d) respectivement :

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_r &= -R_r i_r + p\omega J_2 \phi_r \\ i_r &= \frac{1}{L_r} \phi_r - \frac{M}{L_r} i_s\end{aligned}\quad (1.19)$$

et en remplaçant i_r dans l'expression de flux rotorique, on obtient :

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_r &= -R_r \left(\frac{1}{L_r} \phi_r - \frac{M}{L_r} i_s \right) + p\omega J_2 \phi_r \\ &= -\frac{R_r}{L_r} \phi_r + \frac{MR_r}{L_r} i_s + p\omega J_2 \phi_r\end{aligned}$$

Avec la constante de temps rotorique $T_r = \frac{L_r}{R_r}$, cette équation sera réécrite comme suit :

$$\dot{\phi}_r = \frac{M}{T_r} i_s - \frac{1}{T_r} \phi_r + p\omega J_2 \phi_r \quad (1.20)$$

Et à partir de l'équation (1.16c), c'est possible d'écrire :

$$i_s = -\frac{M}{L_s} i_r + \frac{1}{L_s} \phi_s$$

Utilisant l'expression de i_r donné par (1.19), le courant statorique i_s sera après dérivation comme suit :

$$\dot{i}_s = -\frac{M}{L_s L_r} \dot{\phi}_r + \frac{M^2}{L_s L_r} \dot{i}_s + \frac{1}{L_s} \dot{\phi}_s$$

Dans cette dernière équation, il suffit de remplacer les termes $\dot{\phi}_s$ et $\dot{\phi}_r$ par leur expression déduites à partir des équations (1.16a) et (1.20), on obtient alors:

$$\begin{aligned}\left(1 - \frac{M^2}{L_s L_r}\right) \dot{i}_s &= -\frac{M}{L_s L_r} \left(\frac{M}{T_r} i_s - \frac{1}{T_r} \phi_r + p\omega J_2 \phi_r \right) + \frac{1}{L_s} (-R_s i_s + u_s) \\ &= -\left(\frac{R_s}{L_s} + \frac{M^2}{T_r L_s L_r} \right) \dot{i}_s + \frac{M}{T_r L_s L_r} \dot{\phi}_r - \frac{M}{L_s L_r} p\omega J_2 \phi_r + \frac{1}{L_s} u_s\end{aligned}$$

notant $\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r}$ et $\mu = \frac{M}{\sigma L_s L_r}$, on aura :

$$\dot{i}_s = -\frac{1}{\sigma L_s} \left(R_s + \frac{M^2}{T_r L_r} \right) i_s + \mu \frac{1}{T_r} \phi_r - \mu p \omega J_2 \phi_r + \frac{1}{\sigma L_s} u_s \quad (1.21)$$

A partir des équations (1.16e), (1.20) et (1.21), c'est possible de donner le modèle non linéaire condensé de la machine dans les cordonnés $(\alpha\beta)$ connectés au stator, il sera :

$$\dot{i}_s = -\gamma(\rho_1, \rho_2) i_s + \mu F(\omega, \rho_2) \phi_r + \frac{1}{\sigma L_s} u_s \quad (1.22a)$$

$$\dot{\phi}_r = M \rho_2 i_s - F(\omega, \rho_2) \phi_r \quad (1.22b)$$

$$\dot{\omega} = \frac{pM}{JL_r} i_s^T J_2 \phi_r - \frac{1}{J} \tau_\ell \quad (1.22c)$$

$$\dot{\tau}_\ell = \varepsilon \quad (1.22d)$$

où

$$i_s = \begin{pmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{pmatrix}, \phi_r = \begin{pmatrix} \phi_{r\alpha} \\ \phi_{r\beta} \end{pmatrix}, u_s = \begin{pmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{pmatrix}, J_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \gamma(\rho_1, \rho_2) = \frac{1}{\sigma L_s} \left(\rho_1 + \rho_2 \frac{M^2}{L_r} \right), \rho_1 = R_s, \\ \rho_2 = \frac{R_r}{L_r}, \mu = \frac{M}{\sigma L_s L_r}, \sigma = \frac{M^2}{L_s L_r}, F(\omega, \rho_2) = (\rho_2 I_2 - p\omega J_2) = \begin{pmatrix} \rho_2 & p\omega \\ -p\omega & \rho_2 \end{pmatrix} \text{ où } I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

Rappelons que les variables i_s , ϕ_r et u_s représentent, respectivement, les courants statoriques, les flux rotoriques et les tensions statoriques appliquées, ω and τ_ℓ représentent respectivement la vitesse de rotation et le couple de charge, la dérivée de ce dernier est une fonction bornée, inconnue et uniformément continue [10], cette fonction sera nulle $\varepsilon = 0$ si le couple de charge considéré est constant. p est le nombre de paire de pôles, J est le moment d'inertie du moteur, R_s et R_r sont les résistances statorique et rotorique considérées inconnues, variables ou constantes (on note $\rho_1 = R_s$ et $\rho_2 = \frac{R_r}{L_r} = \frac{1}{T_r}$). L_s et L_r sont les inductances statoriques et rotoriques et M l'inductance mutuelle.

1.4.2. Choix des sorties

Les sortie à commander sont la vitesse ou le couple de la machine et la norme de flux (ou la norme au carré de flux), c'est à dire :

$$y_d = \begin{pmatrix} \omega \\ \phi_{r\alpha}^2 + \phi_{r\beta}^2 \end{pmatrix} \quad (1.23)$$

ou bien :

$$y_d = \begin{pmatrix} \frac{pM}{L_r} (i_{s\beta}\phi_{r\alpha} - i_{s\alpha}\phi_{r\beta}) \\ \sqrt{\phi_{r\alpha}^2 + \phi_{r\beta}^2} \end{pmatrix} \quad (1.24)$$

Notant qu'il est préférable de contrôler le couple électromagnétique si nous nous intéressons à assurer le maintien en sécurité de l'onduleur.

Pour l'observation, les sorties (états mesurables) sont les courants statoriques et la vitesse dans le cas standard, mais pour les technique sans capteurs (Sensorless), on choisit comme vecteur de sortie mesuré les courants statoriques parce qu'ils sont disponibles et faciles à mesurer, alors :

$$y = \begin{pmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{pmatrix} \quad (1.25)$$

Remarque 1.3 : D'autres modèles peuvent être obtenus de la même manière, si nous choisissons d'autres combinaisons de variables d'état, à savoir $(i_s \ \varphi_s)^T$, $(\varphi_s \ \varphi_r)^T$, $(i_s \ i_r)^T$ ou autres, toujours à partir du système d'équation (1.16).

Maintenant, le modèle de la machine peut être donné sous la forme standard des systèmes non linéaires perturbés suivante :

$$\dot{x} = f(u, x, \rho) + B\varepsilon \quad (1.26a)$$

$$y = Cx = x^1 \quad (1.26b)$$

où

$$x = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}, x^1 = \begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_2^1 \end{pmatrix}, x^2 = \begin{pmatrix} x_1^2 \\ x_2^2 \end{pmatrix}, x^3 = \begin{pmatrix} x_1^3 \\ x_2^3 \end{pmatrix}, \text{ et } f(u, x, \rho) = \begin{pmatrix} -\gamma(\rho_1, \rho_2)x^1 + \mu F(x_1^3, \rho_2)x^2 + \frac{1}{\sigma L_s} u_s \\ M\rho_2 x^1 - F(x_1^3, \rho_2)x^2 \\ \frac{pM}{JL_r} x^{1T} J_2 x^2 - \frac{1}{J} x_2^3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Les variables x^1 , x^2 , x_1^3 et x_2^3 sont respectivement les courants statoriques ($\alpha\beta$), les flux rotoriques ($\alpha\beta$), la vitesse et le couple de charge. Les matrices $C = [I_2 \ 0_2 \ 0_2]$ et $B = [0_{1 \times 5} \ 1]^T$.

I.5. Analyse d'observabilité de la machine asynchrone

L'analyse d'observabilité de la machine asynchrone a été initialement et particulièrement étudiée dans [11] et [12], mais, sans aucune attention aux aspects de synthèse des observateurs. Par la suite, beaucoup d'auteurs ont donné d'autres contributions, à titre d'exemples [13-15]. Une condition suffisante d'observabilité est établie dans [11] après une analyse motivée par des considérations physiques. L'analyse effectuée dans [12] est relativement laborieuse, elle a conduit à une caractérisation du sous-espace d'inobservabilité par une équation différentielle algébrique. Dans notre cas, on étudiera l'observabilité du modèle du moteur asynchrone en vue de la synthèse de deux observateurs, le premier réalisant une estimation des variables d'état électriques, magnétiques et mécaniques de la machine, et cela à partir des mesures des courants statoriques, tandis que le deuxième et avec les mêmes mesures réalisant une estimation conjointe des variables d'état et des paramètres physiques de la machine. Pour ce faire, notre analyse d'observabilité sera effectuée en deux étapes comme il a été présenté dans [16]. La première étape consiste dans la recherche d'une transformation Ψ qui permet de réécrire le modèle donné par (1.26) sous une forme triangulaire observable pour toute entrée u caractérisant des classes de systèmes non linéaires multi-sorties, cette forme canonique présentée a été proposée par [17] et ensuite dans [18]. Après, on établira une condition suffisante sous laquelle cette transformation est un difféomorphisme, voir [17] ou [19] pour plus de détails. La forme canonique observable considérée écrite dans les nouvelles coordonnées est donnée par :

$$\dot{z} = Az + \varphi(u, z, \rho) \quad (1.27a)$$

$$y = Cz \quad (1.27b)$$

avec

$$z = \begin{pmatrix} z^1 \\ z^2 \\ \vdots \\ z^q \end{pmatrix}, \quad z^k = \begin{pmatrix} z_1^k \\ z_2^k \\ \vdots \\ z_p^k \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} I_p \\ \mathbf{0}_p \\ \vdots \\ \mathbf{0}_p \end{pmatrix}^T, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & I_{(q-1)p} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \varphi(u, z, \rho) = \begin{pmatrix} \varphi^1(u, z^1, \rho) \\ \varphi^2(u, z^1, z^2, \rho) \\ \vdots \\ \varphi^q(u, z, \rho) \end{pmatrix}$$

la sortie est $y \in \mathbb{R}^p$ et le vecteur d'état $z \in \mathbb{R}^n$, $z^k \in \mathbb{R}^{n_k}$ avec $k=1,2,\dots,q$ et $\sum_{k=1}^q n_k = n = pq$. Il est possible de vérifier que dans notre cas $n=6$, $q=3$ et $p=2$.

Maintenant, et afin de pouvoir mettre le modèle de la machine sous la forme canonique observable (1.27), nous considérons le changement de variables (de coordonnées) suivant :

$$\Psi : x \in \mathbb{R}^6 \mapsto z \in \mathbb{R}^6, \quad x = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} \mapsto z = \begin{pmatrix} z^1 \\ z^2 \\ z^3 \end{pmatrix} = \Psi(x, \rho) = \begin{pmatrix} \Psi^1(x, \rho) \\ \Psi^2(x, \rho) \\ \Psi^3(x, \rho) \end{pmatrix} \quad (1.28)$$

où $\Psi^i(x, \rho) \in \mathbb{R}^2$ pour $i \in [1, 2, 3]$ sont les nouvelles variables z^i données par :

$$z^1 = \Psi^1(x, \rho) = x^1 \quad (1.29a)$$

$$\begin{aligned} z^2 = \Psi^2(x, \rho) &= \mu F(x_1^3, \rho_2) x^2 \\ &= \mu(\rho_2 I_2 - p x_1^3 J_2) x^2 \end{aligned} \quad (1.29b)$$

$$z^3 = \Psi^3(x, \rho) = -\mu p J_2 \left(\frac{1}{J} \left(\frac{pM}{Lr} x^{1T} J_2 x^2 - x_2^3 \right) x^2 + x_1^3 \left(M \rho_2 x^1 - F(x_1^3, \rho_2) x^2 \right) \right) \quad (1.29c)$$

Et pour obtenir le modèle observable désiré (1.27) il nous suffit simplement de dériver les variables z^i données par (1.29), sinon, utilisant l'équation suivante :

$$\dot{z} = \frac{\partial \Psi}{\partial x} \dot{x} \quad (1.30)$$

où $\frac{\partial \Psi}{\partial x}$ est le Jacobien (Matrice Jacobienne) de la transformation Ψ , elle peut être exprimée après simplification comme suit :

$$J_\Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial x} = \begin{bmatrix} I_2 & 0_2 & 0_2 \\ 0_2 & \frac{\partial \Psi^2}{\partial x^2} & \frac{\partial \Psi^2}{\partial x^3} \\ \frac{\partial \Psi^3}{\partial x^1} & \frac{\partial \Psi^3}{\partial x^2} & \frac{\partial \Psi^3}{\partial x^3} \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

avec

$$\frac{\partial \Psi^2}{\partial x^2} = \mu F(x_1^3, \rho_2)$$

$$\frac{\partial \Psi^2}{\partial x^3} = (-\mu p J_2 x^2 \quad 0_{2,1})$$

$$\frac{\partial \Psi^3}{\partial x^1} = -\mu p \left(M \rho_2 x_1^3 J_2 + \frac{pM}{JL_r} \begin{pmatrix} (x_2^2)^2 & -x_1^2 x_2^2 \\ -x_1^2 x_2^2 & (x_1^2)^2 \end{pmatrix} \right)$$

$$\frac{\partial \Psi^3}{\partial x^2} = -\mu p J_2 \left(\dot{x}_1^3 I_2 + \frac{pM}{JL_r} x^2 x^{1T} J_2 - x_1^3 F(x_1^3, \rho_2) \right)$$

$$\frac{\partial \Psi^3}{\partial x^3} = -\mu p J_2 \left(M \rho_2 x^1 - F(x_1^3, \rho_2) x^2 + p x_1^3 J_2 x^2 \quad -\frac{1}{J} x^2 \right)$$

Par conséquent, on peut montrer que la transformation de l'état ci-dessus met le système (1.26) sous la forme canonique observable (1.27), avec :

$$\dot{z}^1 = z^2 - \gamma(\rho_1, \rho_2) z^1 + \frac{1}{\sigma L_s} u_s \quad (1.32a)$$

$$\dot{z}^2 = z^3 + \rho_2 (\mu M \rho_2 z^1 - z^2) \quad (1.32b)$$

$$\dot{z}^3 = \frac{\partial \Psi^3}{\partial x^1} \dot{x}^1 + \frac{\partial \Psi^3}{\partial x^2} \dot{x}^2 + \frac{\partial \Psi^3}{\partial x^3} \dot{x}^3 \quad (1.32c)$$

où

$$z = \begin{pmatrix} z^1 \\ z^2 \\ z^3 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0_2 & I_2 & 0_2 \\ 0_2 & 0_2 & I_2 \\ 0_2 & 0_2 & 0_2 \end{pmatrix}, \varphi(u, z, \rho) = \begin{pmatrix} \varphi^1(u, z^1, \rho) \\ \varphi^2(u, z^1, z^2, \rho) \\ \varphi^3(u, z, \rho) \end{pmatrix} \text{ et } C = (I_2 \ 0_2 \ 0_2).$$

Les variables $z^i = (z_1^i, z_2^i)^T$ et les fonctions non linéaire $\varphi^i(x, \rho) \in \mathbb{R}^2$ pour $i \in [1, 2, 3]$ sont donnés par :

$$\begin{cases} \varphi^1(u, z^1, \rho) &= -\gamma(\rho_1, \rho_2) z^1 + \frac{1}{\sigma L_s} u_s \\ \varphi^2(u, z^1, z^2, \rho) &= \rho_2 (\mu M \rho_2 z^1 - z^2) \\ \varphi^3(u, z, \rho) &= \frac{\partial \Psi^3}{\partial x^1} \dot{x}^1 + \frac{\partial \Psi^3}{\partial x^2} \dot{x}^2 + \frac{\partial \Psi^3}{\partial x^3} \dot{x}^3 \end{cases} \quad (1.33)$$

Comme la forme triangulaire donnée par (1.27) est observable pour toute entrée [17, 18], on peut conclure que le modèle (1.32) du moteur asynchrone est observable pour toute entrée si et seulement si la transformation Ψ est un difféomorphisme, ou d'une manière équivalente, si et seulement si sa matrice Jacobienne est inversible [20]. Dans une deuxième étape on doit présenter une condition suffisante sous laquelle la matrice Jacobéenne de cette transformation est inversible, autrement dit, non singulière, ce qui nous conduit à la recherche d'éventuels points de singularité. Deux remarques sont cruciales à cet effet. Premièrement, le Jacobien de la transformation Ψ donné par (1.31) peut être décomposé comme suit :

$$J_\Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial x} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2 \\ 0_2 \\ \frac{\partial \Psi^3}{\partial x^1} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0_2 & 0_2 \\ \frac{\partial \Psi^2}{\partial x^2} & \frac{\partial \Psi^2}{\partial x^3} \\ \frac{\partial \Psi^3}{\partial x^2} & \frac{\partial \Psi^3}{\partial x^3} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_2 & 0_{2,4} \\ H_\Psi & M_\Psi \end{bmatrix} \quad (1.34)$$

Les entrées des matrices H_Ψ et M_Ψ sont à leur tour notées comme suit :

$$H_\Psi = \begin{bmatrix} 0_2 \\ \frac{\partial \Psi^3}{\partial x^1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_2 \\ H \end{bmatrix}$$

$$M_\Psi = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Psi^2}{\partial x^2} & \frac{\partial \Psi^2}{\partial x^3} \\ \frac{\partial \Psi^3}{\partial x^2} & \frac{\partial \Psi^3}{\partial x^3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 & M_2 \\ M_3 & M_4 \end{bmatrix}$$

Une telle décomposition montre clairement que la matrice J_Ψ est de rang plein si et seulement si sa sous-matrice M_Ψ est aussi de rang plein. Dans la suite de cette analyse, on doit se concentrer sur la matrice M_Ψ afin de présenter une condition suffisante sous laquelle cette matrice, ou de manière équivalente J_Ψ , est de rang plein (invertible). Deuxièmement et à partir de la structure de $\frac{\partial \Psi^2}{\partial x^2}$ qui dépend de $F(x_1^3, \rho_2)$ donnée précédemment, avec $x_1^3 = \omega$, il est clair que la matrice M_1 est une matrice carrée invertible pour tout $x \in \mathbb{R}^6$. Il en résulte que la matrice M_Ψ peut être factorisée de la manière suivante :

$$M_\Psi = L_\Psi U_\Psi \tag{1.35}$$

avec

$$L_\Psi = \begin{bmatrix} I_2 & 0_2 \\ M_3 M_1^{-1} & \underbrace{M_4 - M_3 M_1^{-1} M_2}_{\text{Matrice notée } L} \end{bmatrix}$$

$$U_\Psi = \begin{bmatrix} M_1 & M_2 \\ 0_2 & I_2 \end{bmatrix}$$

et tenant compte des structures de ces deux dernières matrices L_Ψ et U_Ψ , on peut en déduire que M_Ψ est régulière si et seulement si la matrice suivante est de rang plein

$$L = \begin{bmatrix} M_4 - M_3 M_1^{-1} M_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} L_1 & L_2 \end{bmatrix} \tag{1.36}$$

D'une manière équivalente, ces deux colonnes L_1 et L_2 sont linéairement dépendantes. Sachant que ces deux colonnes L_1 et L_2 de la matrice L sont déterminées à partir des expressions (1.31) et (1.36), soit :

$$\begin{aligned}
 L_1 &= -\mu p J_2 \left(\dot{x}^2 + p x_1^3 J_2 x^2 + \left(\dot{x}_1^3 I_2 + \frac{pM}{JL_r} x^2 x^{1T} J_2 - x_1^3 F(x_1^3, \rho_2) \right) F^{-1}(x_1^3, \rho_2) p J_2 x^2 \right) \\
 &= -\mu p J_2 \left(\dot{x}^2 + p x_1^3 J_2 x^2 + \left(x_1^3 F^{-1}(x_1^3, \rho_2) + \frac{pM}{JL_r} x^2 x^{1T} J_2 F^{-1}(x_1^3, \rho_2) - x_1^3 I_2 \right) p J_2 x^2 \right) \\
 &= -\mu p J_2 \underbrace{\left(\dot{x}^2 + \left(x_1^3 F^{-1}(x_1^3, \rho_2) + \frac{pM}{JL_r} x^2 x^{1T} J_2 F^{-1}(x_1^3, \rho_2) \right) p J_2 x^2 \right)}_{\text{Matrice notée } Q} \\
 &= -\mu p J_2 Q
 \end{aligned}$$

et

$$L_2 = \mu p J_2 \frac{1}{J} x^2$$

Sachant que :

$$F^{-1}(x_1^3, \rho_2) = \frac{1}{(\rho_2)^2 + (p x_1^3)^2} (\rho_2 I_2 + p x_1^3 J_2) \quad (1.37)$$

Maintenant et à partir des expressions L_1 et L_2 , il apparaît clairement qu'elles sont linéairement dépendantes si et seulement si les variables Q et x^2 sont aussi linéairement dépendantes. Cela est équivalent à $x^{2T} J_2 Q = 0$. Cette condition peut être exprimée sous la forme plus explicite suivante :

$$\begin{aligned}
 x^{2T} J_2 Q &= x^{2T} J_2 \left(\dot{x}^2 + \left(x_1^3 F_1^{-1}(x_1^3, \rho_2) + \frac{pM}{JL_r} x^2 x^{1T} J_2 F_1^{-1}(x_1^3, \rho_2) \right) p J_2 x^2 \right) \\
 &= x^{2T} J_2 \dot{x}^2 - p \rho_2 \frac{\dot{x}_1^3}{(\rho_2)^2 + (p x_1^3)^2} x^{2T} x^2
 \end{aligned}$$

On peut conclure que la matrice Jacobienne J_Ψ est régulière pour tout $x \in \mathbb{R}^6$ et la transformation Ψ est un difféomorphisme i.e. de rang plein (ce qui implique que le modèle considéré de la machine est observable) si et seulement si :

$$x^{2T} J_2 \dot{x}^2 \neq p \rho_2 \frac{\dot{x}_1^3}{(\rho_2)^2 + (p x_1^3)^2} x^{2T} x^2 \quad (1.38)$$

Cette condition s'exprime dans les coordonnées d'origine par :

$$\phi_r^T J_2 \dot{\phi}_r \neq p \rho_2 \frac{\dot{\omega}}{(\rho_2)^2 + (p \omega)^2} \phi_r^T \phi_r$$

Notons f_1 et f_2 les deux fonctions définies par :

$$f_1 = x^{2T} J_2 \dot{x}^2 \text{ et } f_2 = p\rho_2 \frac{\dot{x}_1^3}{(\rho_2)^2 + (px_1^3)^2} x^{2T} x^2 \quad (1.39)$$

Nous concluons maintenant que le modèle considéré de la machine asynchrone est non observable aux moments où les fonctions f_1 et f_2 ont les mêmes valeurs. Cette condition est similaire à celle donnée par [11]. La condition (1.38) peut être exprimée sous différentes forme, à titre d'exemple, il a été montré dans [15] qu'il est possible de l'exprimer en fonction de la phase de flux rotorique définie par $\xi = \arctan\left(\frac{x_2^2}{x_1^2}\right)$, soit :

$$\dot{\xi} \neq p\rho_2 \frac{\dot{x}_1^3}{(\rho_2)^2 + (px_1^3)^2} \quad (1.40)$$

ou de manière équivalente en prenant l'intégrale de des deux côtés :

$$\left(\arctan \frac{x_2^2}{x_1^2} - \arctan \frac{px_1^3}{\rho_2} \right) \text{ n'est pas constante.}$$

Cette condition a été obtenu en utilisant le modèle du moteur qui permet de déterminer la dérivée par rapport au temps de la phase du flux du rotor, soit $\dot{\xi} = \frac{x^{2T} J_2 \dot{x}^2}{x^{2T} x^2}$ tout en excluant le cas $x^2 = 0$ qui n'a aucun sens physique. La condition (1.40) est aussi similaire à celle obtenue dans [11] et que cette condition stipule que le modèle de la machine est observable. Comme il a été montré, aussi, qu'il est possible d'exprimer la condition (1.38) en fonction du couple de charge après utilisation des expressions de \dot{x}^2 et de \dot{x}_1^3 données précédemment, on peut aboutir à la condition suivante, voir [15] pour plus de détails :

$$\tau_t \neq \frac{pM}{L_r} x^{1T} J_2 x^2 + \frac{J}{p\rho_2} \left((\rho_2)^2 + (px_1^3)^2 \right) \left(px_1^3 + M\rho_2 \frac{x^{1T} J_2 x^2}{x^{2T} x^2} \right) \quad (1.41)$$

Enfin, une démarche compréhensive a été adoptée pour exhiber des conditions équivalentes d'observabilité du moteur asynchrone. Ces conditions peuvent être utilisées pour réaliser une synthèse ingénieuse d'observation ou de commande sans capteurs mécaniques et de concevoir des expériences adéquates pour étudier les performances du moteur asynchrone.

1.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté largement le modèle triphasé, le modèle biphasé dans les différents repères et en fin le modèle non linéaire de la machine asynchrone sous forme de représentation d'état, par la suite, l'observabilité de la machine est mise en examen, ce qui nous a permis de mettre un modèle et une condition d'observabilité suffisante du moteur asynchrone. Cette condition sera prise en compte dans le prochain chapitre pour réaliser une synthèse d'un observateur (adaptatif) pour le moteur asynchrone et de l'utiliser pour une commande sans capteurs mécaniques.

Chapitre 2

**Observateur et observateur adaptatif
de la machine asynchrone**

2.1. Introduction

Au cours des dernières années, une importante activité de recherche a été consacrée à la conception et l'amélioration des techniques sans capteurs pour la commande et la surveillance des machines électriques. Beaucoup de problèmes d'observation et de commande ont été étudiés par l'application des différentes techniques utilisant les modes glissants, le Backstepping, les principes du grand gain et leur version adaptative, ce qui a conduit à diverses contributions fondamentales avec des évaluations expérimentales réussies [21-30].

Parmi ces techniques, la synthèse d'observateurs de type grand gain a reçu une attention particulière comme l'indique le nombre de contributions fondamentales qui lui ont été consacrées [16, 18, 21, 31, 32, 33, 34, 35, 36]. La motivation principale qui nous concerne sera de développer une méthodologie de commande et surveillance des moteurs asynchrones sans capteurs mécaniques profitant des résultats fondamentaux disponibles en matière de synthèse des observateurs et des systèmes de commande de type grand gain, principalement, pour réaliser une estimation de toutes les variables d'état (en premier lieu) et des paramètres physiques de la machine (par la suite) avec une précision admissible.

Dans ce chapitre, nous allons présenter d'abord la classe des systèmes non linéaires considérés, qui est une forme canonique d'observabilité proposée par [17], ensuite, nous allons donner la structure de l'observateur à grand gain correspondant qui se distingue par sa simplicité [17, 37]. Ensuite nous allons entamer la présentation des deux contributions faites à partir de la théorie de cet observateur qui sont : La première, est la synthèse d'un observateur du type grand gain qui permet de réaliser une estimation relativement consistante des grandeurs magnétiques et mécaniques à partir des courants et tensions statoriques disponibles à la mesure. Cet observateur est ensuite utilisé pour la synthèse d'un système de commande du type grand gain pour réaliser les performances requises d'un asservissement des moteurs asynchrones. La seconde contribution consiste en la synthèse d'un nouvel observateur adaptatif du type grand gain, qu'on a déjà publié [16] et qui permet de réaliser une estimation conjointe et relativement consistante des variables d'état et d'un ensemble de combinaisons adéquates des paramètres du moteur asynchrone et cela à travers une exploitation ingénieuse des notions d'indices caractéristiques

associés aux paramètres inconnus. Ces deux observateurs sont présentés dans ce qui suit et suivi d'une conclusion qui permet de mettre en évidence les contributions tout en proposant des perspectives de recherche pour réaliser notre ultime motivation : le développement d'une méthodologie pour la commande et la surveillance sans capteurs mécaniques des moteurs asynchrones.

2.2. Forme triangulaire canonique d'observabilité

La forme canonique considérée a été proposée par [17], il s'agit d'une classe de systèmes qui se compose de plusieurs blocs dont chacun est associé à une composante vectorielle de l'état. Cette forme canonique peut être représentée par le modèle suivant :

$$\dot{z} = Az + \varphi(u, z) \quad (2.1a)$$

$$y = Cz \quad (2.1b)$$

avec

$$z = \begin{pmatrix} z^1 \\ z^2 \\ \vdots \\ z^q \end{pmatrix}, \quad z^k = \begin{pmatrix} z_1^k \\ z_2^k \\ \vdots \\ z_p^k \end{pmatrix}, \quad u = \begin{pmatrix} u^1 \\ u^2 \\ \vdots \\ u^s \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0_p & I_{(q-1)p} \\ 0_p & 0_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0_p & I_p & \cdots & 0_p \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0_p & 0_p & \cdots & I_p \\ 0_p & 0_p & \cdots & 0_p \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} I_p & 0_p & \cdots & 0_p \end{pmatrix} \text{ et en fin } \varphi(u, z, \rho) = \begin{pmatrix} \varphi^1(u, z^1) \\ \varphi^2(u, z^1, z^2) \\ \varphi^3(u, z^1, z^2, z^3) \\ \vdots \\ \varphi^q(u, z) \end{pmatrix},$$

où $y \in \mathbb{R}^p$ est la sortie du système, les variables d'état sont notées $z \in \mathbb{R}^n$ et les blocs $z^k \in \mathbb{R}^p$, $u \in \mathbb{R}^s$ est la commande ou entrée du système. La matrice $\varphi(u, z)$ a une structure triangulaire par rapport à z . Pour cette classe de systèmes, nous adoptons les hypothèses suivantes :

Hypothèse 2.1 : *La matrice $\varphi(u, z)$ ayant une structure triangulaire par rapport à z est une fonction Lipchitzienne par rapport à z , uniformément en u , c'est à dire, pour tout $\hat{z}, z \in \mathbb{R}^n$ avec \hat{z} représente une estimation de z :*

$$\exists L > 0; \forall u \in U, \forall \hat{z}, z \in Z : \|\varphi(u, \hat{z}) - \varphi(u, z)\| \leq L \|\hat{z} - z\| \quad (2.2)$$

où le paramètre L est appelé constante de Lipschitz.

Hypothèse 2.2 : *L'état z et l'entrée u sont bornés. Plus précisément, nous avons $x(t) \in X$ et $u(t) \in U$ pour tout $t \geq 0$ où X et U sont deux compacts respectivement de \mathbb{R}^n et \mathbb{R}^s .*

La caractéristique principale de cette classe de systèmes réside dans le fait que le premier bloc (chaque bloc correspond à une composante vectorielle de l'état) est associé à toutes les sorties et que les non linéarités du système ont une structure triangulaire, c'est à dire la non linéarité d'un bloc ne dépend que des variables propres au bloc ou de celles des blocs supérieurs. Cette forme triangulaire peut être interprétée comme une généralisation de la forme canonique caractérisant les systèmes non linéaires mono-sortie et uniformément observables [38-40].

Remarque 2.1 : *L'égalité de la dimension de toutes les composantes x^k n'est pas restrictive dans la mesure où l'on peut retrouver cette égalité à partir d'un changement de coordonnées approprié dans des cas où ces composantes n'ont pas nécessairement la même dimension voir [17] et [37].*

Remarque 2.2 : *Il est possible de vérifier, à partir des équations (1.28), (1.32) et (1.33), que le modèle de la machine asynchrone est déjà écrit sous cette forme canonique d'observabilité. Le paramètre physique ρ intervenant dans ce modèle observable n'a aucune influence sur sa structure triangulaire. Pour les dimensions de ce modèle de la machine, il est aussi possible de vérifier qu'on a : $n=6$, $p=2$, $q=3$ et $s=2$.*

2.3. Observateur d'état pour les systèmes à forme triangulaire

Après la présentation de la forme canonique observable (2.1), nous allons donner la structure de l'observateur à grand gain proposé pour les systèmes de cette forme. Les équations de cet observateur sont données dans les coordonnées d'origine (dans [37]) en considérant la matrice pseudo-inverse de la matrice Jacobienne de la transformation. L'analyse de convergence exponentielle vers zéro de l'erreur d'observation ne sera pas détaillée dans ce chapitre, mais, elle est donnée dans l'annexe A. Les différentes étapes de cette démonstration ainsi que plusieurs détails techniques afférents utilisés dans beaucoup de travaux sont, aussi, disponibles dans la littérature, à titre d'exemple voir les références [17, 18, 37, 41].

Le principe et la structure de cet observateur qui se distingue par sa simplicité de mise en œuvre et son caractère unificateur des synthèses du type grand gain [18] est présenté par la figure 2.1. Il concerne la classe de systèmes non linéaires multivariables uniformément observables qui peuvent se récrire sous la forme canonique observable donné précédemment.

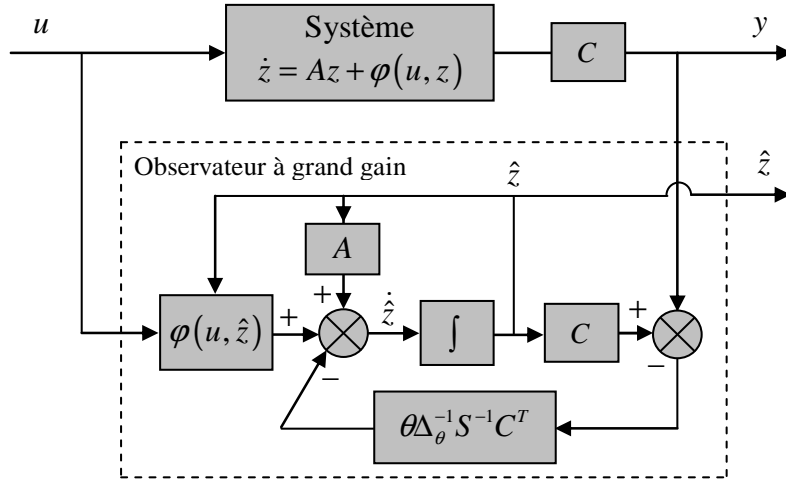


Figure 2.1 : Principe de l'observateur à grand gain.

Cet observateur permet de réaliser une estimation précise des variables d'état du système (2.1). Il est décrit par les équations suivantes :

$$\dot{\hat{z}} = A\hat{z} + \varphi(u, \hat{z}) - \theta \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C (\hat{z} - z) \tag{2.3a}$$

$$\hat{y} = C\hat{z} \tag{2.3b}$$

avec

$$\hat{z} = \begin{pmatrix} \hat{z}^1 \\ \hat{z}^2 \\ \vdots \\ \hat{z}^q \end{pmatrix}, z^k = \begin{pmatrix} z_1^k \\ z_2^k \\ \vdots \\ z_p^k \end{pmatrix} \text{ et } \varphi(u, z, \rho) = \begin{pmatrix} \varphi^1(u, z^1) \\ \varphi^2(u, z^1, z^2) \\ \varphi^3(u, z^1, z^2, z^3) \\ \vdots \\ \varphi^q(u, z) \end{pmatrix},$$

les variables d'état estimés sont $\hat{z} \in \mathbb{R}^n$ et les blocs $\hat{z}^k \in \mathbb{R}^p$, l'entrée $u \in \mathbb{R}^s$, la matrice $\varphi(u, \hat{z})$ à la même structure que $\varphi(u, z)$, c'est à dire, triangulaire. Les matrice A et C sont déjà données avec l'équation (2.1). Les nouveaux termes Δ_θ , θ et S sont les éléments utiles liés à la conception des observateurs à grand gain, ils sont donnés par les relations suivantes :

- Δ_θ est une matrice diagonale définie par :

$$\Delta_\theta = \text{diag} \left[I_p, \frac{1}{\theta} I_p, \frac{1}{\theta^2} I_p, \dots, \frac{1}{\theta^{q-1}} I_p \right] \tag{2.4}$$

où θ est un scalaire positif. On peut aisément vérifier que les identités suivantes sont vérifiées :

$$\Delta_\theta A \Delta_\theta^{-1} = \theta A \text{ et } C \Delta_\theta^{-1} = C \tag{2.5}$$

- La matrice S est l'unique solution de l'équation algébrique suivante :

$$S + A^T S + SA - C^T C = 0 \quad (2.6)$$

Il a été montré dans [39] que S est une matrice symétrique définie positive et que la matrice $(A - S^{-1}C^T C)$ est Hurwitz. En effet, on peut réécrire l'équation algébrique donnée par (2.6) comme suit :

$$S(A - S^{-1}C^T C) + (A - S^{-1}C^T C)^T S = -S - C^T C \quad (2.7)$$

Les éléments $S(i, j)$ de la matrice S (solution unique de (2.6) car A et C sont invariantes) ainsi que le vecteur $S^{-1}C^T$ peuvent s'exprimer comme suit :

$$S(i, j) = (-1)^{i+j} C_{i+j-2}^{j-1} I_p, \text{ avec } i=1, 2, \dots, q \text{ et } j=1, 2, \dots, q \quad (2.8)$$

$$S^{-1}C^T = \begin{pmatrix} C_q^1 I_p \\ C_q^2 I_p \\ \vdots \\ C_q^q I_p \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Rappelant que, le nombre de combinaison C_n^p de p parmi n est donnée par

$$C_n^p = \frac{n!}{(n-p)!p!}.$$

Comme nous avons déjà dit, l'analyse de convergence exponentielle vers zéro de l'erreur d'estimation avec cette observateur est donnée dans l'annexe A. Dans ce qui suit, nous allons étudier les possibilités d'estimations sans capteurs de la machine asynchrone correspondantes aux deux situations suivantes: les paramètres ρ sont connus et on s'intéresse alors qu'à l'estimation de l'état en utilisant la technique des grands gains, ou bien, ces paramètres ρ sont inconnus ou variables et dans ce cas là on s'intéresse à l'estimation de ces paramètres conjointement avec l'état du système. Dans chaque cas, un observateur non linéaire doit être synthétisé en exploitant les seules mesures disponibles des courants et tensions statoriques. Le premier observateur fournit simultanément en ligne les estimations des flux rotoriques, vitesse et couple de charge. Alors que, le deuxième observateur fournit les mêmes estimations en plus des paramètres physiques de la machine qui sont considéré comme inconnues en utilisant les mêmes mesures.

2.4. Conception d'observateurs à grand gain pour la machine asynchrone

Cette partie de thèse est consacrée à la synthèse d'un observateur pour le moteur à induction sans capteur mécanique qui permet de réaliser une estimation relativement consistante des grandeurs magnétiques et mécaniques à partir des mesures disponibles des courants et des tensions statoriques. Elle concerne la synthèse d'un observateur de type grand gain pour une classe de systèmes perturbés [15]. La classe des systèmes perturbés considérée est donnée par le système dynamique (2.10). Cela veut dire, que cette classe inclue le modèle étendu non linéaire de la machine asynchrone et par conséquent les performances de l'observateur à réaliser seront assurées, notamment la robustesse en stabilité par rapport aux perturbations et à la perte d'observabilité dans certaines conditions de fonctionnement.

2.4.1. Conception d'observateur à grand gain pour les systèmes perturbés

Dans ce qui suit, nous allons présenter tout d'abord l'observateur de type grand gain, pour une classe de systèmes non linéaires perturbés, issue des résultats fondamentaux disponibles en matière d'observation des systèmes non linéaires [17, 18, 42]. Il concerne la classe des systèmes non linéaires perturbés décrits par le modèle suivant :

$$\dot{x} = f(u, x) + B\varepsilon \quad (2.10a)$$

$$y = Cx = x^1 \quad (2.10b)$$

$$\text{Avec } x = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ \vdots \\ x^q \end{pmatrix}, x^k = \begin{pmatrix} x_1^k \\ x_2^k \\ \vdots \\ x_p^k \end{pmatrix}, f(u, x) = \begin{pmatrix} f^1(u, x) \\ f^2(u, x) \\ \vdots \\ f^q(u, x) \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0_p \\ 0_p \\ \vdots \\ I_p \end{pmatrix} \text{ et } C = [I_p \ 0_p \ \cdots \ 0_p],$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ et $x^k \in \mathbb{R}^p$ pour $k \in [1, q]$ et $n = pq$, $u \in \mathbb{R}^s$ et $y \in \mathbb{R}^p$ désignent l'entrée et la sortie du système et ε est une fonction bornée qui représente les perturbations qui affectent le système, c'est à dire :

$$\exists \delta > 0 : |\delta(t)| \leq \delta \text{ pour tout } t \quad (2.11)$$

Remarque 2.3 : Les équations (1.26) et (2.10) décrivent la même classe des systèmes perturbés, sauf que, si nous considérons les paramètres ρ des grandeurs inconnues on utilise (1.26), et si nous nous intéressons uniquement à l'estimation de l'état et non plus à l'estimation des paramètres (le présent cas) on utilise (2.10).

La synthèse de l'observateur est effectuée en supposant qu'il existe un changement de variables qui représente un difféomorphisme tel que :

$$\Psi : x \in \mathbb{R}^n \mapsto z \in \mathbb{R}^n \quad (2.12)$$

Ce qui permet de réécrire le système (2.10) sous la forme triangulaire d'observabilité suivante :

$$\dot{z} = Az + \varphi(u, z) + Bb(z)\varepsilon \quad (2.13a)$$

$$y = Cz \quad (2.13b)$$

$$\text{Avec } z = \begin{pmatrix} z^1 \\ z^2 \\ \vdots \\ z^q \end{pmatrix}, z^k = \begin{pmatrix} z_1^k \\ z_2^k \\ \vdots \\ z_p^k \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & I_{(q-1)p} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \varphi(u, z) = \begin{pmatrix} \varphi^1(u, z^1) \\ \varphi^2(u, z^1, z^2) \\ \vdots \\ \varphi^q(u, z) \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 0_p \\ 0_p \\ \vdots \\ I_p \end{pmatrix}$$

$b(z)$ est une matrice $p \times p$ bornée.

Comme la forme triangulaire (2.13) est observable pour toute entrée [17], il est possible de concevoir un observateur du système dans les coordonnées en z . On notera toutefois que l'écriture du modèle de l'observateur dans les coordonnées d'origine nécessite la détermination de l'inverse de la matrice Jacobienne de la transformation Ψ . Cette inversion matricielle pourrait induire des problèmes de singularité. Pour pallier ce problème, il est possible de concevoir un observateur de telle sorte que sa mise en œuvre dans les coordonnées d'origine ne nécessite pas systématiquement le calcul de toutes les entrées de l'inverse de la matrice Jacobienne. Pour ce faire, on adoptera l'hypothèse intrinsèque à une synthèse du type grand gain, en l'occurrence on utilisera la décomposition suivante :

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial x}(x) \right)^{-1} = \Lambda_u(x) + \Lambda_\ell(x) \quad (2.14)$$

où $\Lambda_u(x)$ est une matrice bloc triangulaire supérieure et $\Lambda_\ell(x)$ est une matrice bloc triangulaire inférieure satisfaisant la condition structurelle suivante :

$$\Gamma(x) = \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x}(x) \right) \Lambda_\ell(x) \quad (2.15)$$

En effet, le système dynamique suivant est un observateur du système caractérisé par une simplicité de mise en œuvre avec une convergence admissible de l'erreur d'estimation :

$$\dot{\hat{x}} = f(u, \hat{x}) - \theta \Lambda_u(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C (\hat{x} - x) \quad (2.16a)$$

$$\hat{y} = C \hat{x} \quad (2.16b)$$

$$\text{avec } \hat{x} = \begin{pmatrix} \hat{x}^1 \\ \hat{x}^2 \\ \vdots \\ \hat{x}^q \end{pmatrix}, \hat{x}^k = \begin{pmatrix} \hat{x}_1^k \\ \hat{x}_2^k \\ \vdots \\ \hat{x}_p^k \end{pmatrix} \text{ et } f(u, \hat{x}) = \begin{pmatrix} f^1(u, \hat{x}) \\ f^2(u, \hat{x}) \\ \vdots \\ f^q(u, \hat{x}) \end{pmatrix},$$

les variables d'état estimées sont $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ avec $\hat{x}^k \in \mathbb{R}^p$, l'entrée $u \in \mathbb{R}^s$, les termes Δ_θ , S et Λ_u sont des éléments liés à la conception des observateurs à grand gain donnés par (2.4), (2.8) et (2.14), et enfin, θ est un scalaire positif.

Théorème 2.1. Considérons la classe de systèmes (2.10) et supposons qu'elle peut se mettre sous la forme triangulaire (2.13) avec une fonction φ satisfaisant l'hypothèse 2.1, alors le système dynamique (2.16) est un observateur du système (2.10) réalisant les propriétés suivantes :

P1. L'erreur d'observation converge exponentiellement vers zéro en l'absence de perturbations, c'est à dire $\varepsilon(t) = 0$ pour tout t .

P2. Dans le cas où $\varepsilon(t) \neq 0$ l'erreur d'observation est bornée et sa borne peut être rendue aussi petite que désirée en choisissant des valeurs suffisamment grandes du paramètre θ .

Démonstration. Notons d'abord que l'équation de l'observateur (2.10) peut se réécrire dans le système de coordonnées en z (en utilisant l'équation (1.30) qui donne la relation entre les nouvelles coordonnées et les coordonnées originales en fonction de la matrice Jacobienne $\frac{\partial \Psi}{\partial x}$).

Nous multiplions les deux termes de l'équation (2.16) par ce Jacobien on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}} &= A \hat{z} + \varphi(u, \hat{z}) - \theta \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{x}}(\hat{x}) \right) \Lambda_u \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C (\hat{z} - z) \\ &= A \hat{z} + \varphi(u, \hat{z}) - \theta \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C (\hat{z} - z) \\ &\quad + \theta \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{x}}(\hat{x}) \right) \left(\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{x}}(\hat{x}) \right)^{-1} - \Lambda_u(\hat{x}) \right) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C (\hat{z} - z) \end{aligned} \quad (2.17)$$

En effet, à partir de cette équation, il est possible de retrouver l'expression de l'observateur (2.16) en utilisant toujours la caractéristique (1.30), mais cette fois-ci, c'est l'inverse du Jacobien $\left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right)^{-1}$ qui intervient. L'observateur s'écrit dans les coordonnées d'origine comme suit :

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{x}} &= f(u, \hat{x}) - \theta \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{x}}(\hat{x}) \right)^{-1} \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C (\hat{z} - z) + \theta \left(\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{x}}(\hat{x}) \right)^{-1} - \Lambda_u(\hat{x}) \right) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C (\hat{z} - z) \\
&= f(u, \hat{x}) - \theta \Lambda_u(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C (\hat{x} - x) \tag{2.18}
\end{aligned}$$

Compte tenu de l'équivalence des deux équations de l'observateur (2.18) et (2.16), on peut démontrer le théorème en prouvant que le système (2.17) est un observateur pour le système (2.13) satisfaisant les propriétés **P1** et **P2**. On adoptera pour ce faire une approche de Lyapunov en utilisant les identités données précédemment par (2.5) et l'erreur d'observation normalisée définie par :

$$\bar{z} = \Delta_\theta \tilde{z} \quad \text{avec} \quad \tilde{z} = \hat{z} - z \tag{2.19}$$

où Δ_θ est la matrice diagonale donnée par (2.4), \hat{z} et z ne sont autres que les trajectoires d'état des systèmes (2.17) et (2.13). On peut établir aisément les équations des dérivées par rapport au temps de l'erreur d'observation et de l'erreur d'observation normalisée qui seront utilisées lors de l'analyse de convergence de l'observateur, soit :

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{z}} &= A \tilde{z} + \varphi(u, \hat{z}) - \varphi(u, z) - \theta \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C (\hat{z} - z) \\
&\quad - \theta \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{x}}(\hat{x}) \right) \left(\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{x}}(\hat{x}) \right)^{-1} - \Lambda_u(\hat{x}) \right) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C (\hat{z} - z) - Bb(z)\varepsilon \\
&= A \tilde{z} + \varphi(u, \hat{z}) - \varphi(u, z) - \theta \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \tilde{z} - \theta \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{x}}(\hat{x}) \right) \Lambda_\ell(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \tilde{z} - Bb(z)\varepsilon \tag{2.20}
\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
\dot{\bar{z}} &= \Delta_\theta A \Delta_\theta^{-1} \bar{z} + \Delta_\theta (\varphi(u, \hat{z}) - \varphi(u, z)) - \theta \Delta_\theta \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{x}}(\hat{x}) \right) \Lambda_\ell(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \bar{z} \\
&\quad - \theta S^{-1} C^T C \Delta_\theta^{-1} \bar{z} - \Delta_\theta Bb(z)\varepsilon \\
&= \theta \bar{A} \bar{z} + \Delta_\theta (\varphi(u, \hat{z}) - \varphi(u, z)) - \theta \Delta_\theta \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{x}}(\hat{x}) \right) \Lambda_\ell(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \bar{z} - B \frac{b(z)}{\theta^{q-1}} \varepsilon \tag{2.21}
\end{aligned}$$

La dernière égalité de l'équation d'erreur d'observation (2.20) provient de la décomposition (2.14) de l'inverse de la matrice Jacobienne $\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{x}}(\hat{x}) \right)^{-1}$ et $\bar{A} = (A - S^{-1} C^T C)$.

Considérons maintenant la fonction de Lyapunov candidate $V: z \in \mathbb{R}^n \mapsto V(\bar{z}) = \bar{z}^T P \bar{z} \in \mathbb{R}^+$ où $P = P^T > 0$ est une matrice symétrique définie positive satisfaisant l'inégalité suivante :

$$\bar{A}^T P + P \bar{A} \leq -aP \quad (2.22)$$

où $a > 0$ est un scalaire positif et le plus petit possible. On montre aisément que la matrice P existe car \bar{A} est Hurwitz et compte tenu de la définition de l'erreur d'observation normalisée (2.19) et des relations (2.11), (2.15), (2.5) et (2.22), on peut en déduire que la dérivée par rapport au temps de la fonction V vérifie bien les égalités et inégalités suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{V}(\bar{z}) &= 2\bar{z}^T P \dot{\bar{z}} \\ &= 2\theta\bar{z}^T P \bar{A} \bar{z} + 2\bar{z}^T P \Delta_\theta (\varphi(u, \hat{z}) - \varphi(u, z)) \\ &\quad - 2\theta\bar{z}^T P \Delta_\theta \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{x}}(\hat{x}) \right) \Lambda_\ell(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \bar{z} - 2\bar{z}^T P B \frac{b(z)}{\theta^{q-1}} \varepsilon \\ &\leq -a\theta V + 2\|P\bar{z}\| \|\Delta_\theta (\varphi(u, \hat{z}) - \varphi(u, z))\| \\ &\quad + 2\theta \|S^{-1} C^T C\| \|P\bar{z}\| \|\Delta_\theta \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{x}}(\hat{x}) \right) \Lambda_\ell(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1}\| \|\bar{z}\| + 2\|P\bar{z}\| \|b\| \frac{\varepsilon(t)}{\theta^{q-1}} \\ &\leq -a\theta V + 2\sqrt{\lambda_M(P)} \sqrt{V} \sum_{k=1}^q \frac{1}{\theta^{k-1}} \|\varphi^k(u, \hat{z}) - \varphi^k(u, z)\| \\ &\quad + 2\sqrt{\mu(P)} \|S^{-1} C^T C\| \|\Delta_\theta \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{x}}(\hat{x}) \right) \Lambda_\ell(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1}\| V + 2\sqrt{\lambda_M(P)} \frac{\bar{b} \delta}{\theta^{q-1}} \sqrt{V} \\ &= -a\theta V + 2\sqrt{\lambda_M(P)} \sqrt{V} \sum_{k=1}^q \frac{1}{\theta^{k-1}} \|\varphi^k(u, \hat{z}) - \varphi^k(u, z)\| \\ &\quad + 2\mu(P) \|S^{-1} C^T C\| \|\Delta_\theta \Gamma(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1}\| V + 2\sqrt{\lambda_M(P)} \frac{\bar{b} \delta}{\theta^{q-1}} \sqrt{V} \end{aligned} \quad (2.23)$$

avec :

$$\mu(P) = \frac{\lambda_M(P)}{\lambda_m(P)} \quad \text{et} \quad \bar{b} = \sup_{z \in \mathbb{R}^{pq}} \|b(z)\| \quad (2.24)$$

Par ailleurs, comme φ est une fonction Lipschitzienne (hypothèse **2.1**), alors $\frac{\partial \varphi}{\partial z}(\zeta)$ est bornée pour tout $\zeta \in \mathbb{R}^n$. Et compte tenu du théorème de la valeur moyenne et de la structure triangulaire de φ , il existe $\exists \zeta \in \mathbb{R}^n$ tel que :

$$\varphi(u, \hat{z}) - \varphi(u, z) = \frac{\partial \varphi}{\partial z}(\zeta) \tilde{z} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi_1}{\partial z_1}(\zeta_{11}) & 0 & \dots & 0 \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial z_1}(\zeta_{21}) & \frac{\partial \varphi_2}{\partial z_2}(\zeta_{22}) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \varphi_q}{\partial z_1}(\zeta_{q1}) & \frac{\partial \varphi_q}{\partial z_2}(\zeta_{q2}) & \dots & \frac{\partial \varphi_q}{\partial z_p}(\zeta_{qq}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{z}_1 \\ \tilde{z}_2 \\ \vdots \\ \tilde{z}_q \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

Cette relation permet de déduire que :

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=1}^q \frac{1}{\theta^{k-1}} \|\varphi^k(u, \hat{z}) - \varphi^k(u, z)\| &\leq \rho \sum_{k=1}^q \frac{1}{\theta^{k-1}} \sum_{l=1}^k \|\hat{z}^l\| \\
 &= \rho \sum_{k=1}^q \frac{1}{\theta^{k-1}} \sum_{l=1}^k \|\theta^{l-1} \hat{z}^l\| \\
 &= \rho \sum_{k=1}^q \sum_{l=1}^k \theta^{l-1} \|\hat{z}^l\|
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

où $\rho = \sup \left\{ \left\| \frac{\partial \Psi}{\partial x}(x) \right\| \right\}$ pour $x \in \mathbb{R}^n$ et $\|u\|_\infty \leq \sigma \in \mathbb{R}^+$.

Et pour $\theta \geq 1$, nous avons $\theta^{l-k} \geq 1$ pour $l \leq k$ et l'inégalité (2.26) devient :

$$\sum_{k=1}^q \frac{1}{\theta^{k-1}} \|\varphi^k(u, \hat{z}) - \varphi^k(u, z)\| \leq \frac{q^2 \rho \sqrt{V}}{\sqrt{\lambda_m(P)}} \tag{2.27}$$

où $\lambda_M(\cdot)$ et $\lambda_m(\cdot)$ désignent respectivement la plus grande et la plus petite valeur propre de (\cdot) .

De même, en utilisant l'hypothèse 2.1 et l'équation (2.15), on montre que $\|\Gamma(\hat{x})\|$ est bornée. Et comme Δ_θ et Δ_θ^{-1} sont deux matrices diagonales et $\Gamma(\hat{x})$ est une matrice triangulaire inférieure avec des zéros sur sa diagonale principale, on aura :

$$\theta \Delta_\theta \Gamma(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \Gamma_{21} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{1}{\theta} \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{\theta^{q-1}} \Gamma_{q1} & \frac{1}{\theta^{q-1}} \Gamma_{q2} & \frac{1}{\theta^{q-1}} \Gamma_{q3} & \dots & 0 \end{pmatrix} \tag{2.28}$$

où Γ_{ij} n'est autre que l'élément (i, j) de la matrice Γ . On peut alors en déduire que pour $\theta \geq 1$, il existe un scalaire positif γ indépendant de θ qui vérifie la propriété suivante :

$$\|\theta \Delta_\theta \Gamma(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1}\| \leq \gamma \tag{2.29}$$

Compte tenu des inégalités (2.27) et (2.29), l'inégalité (2.23) devient :

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= -a\theta V + 2q^2 \rho \mu(P) V + 2\mu(P) \|S^{-1} C^T C\| V + 2\sqrt{\lambda_M(P)} \frac{\bar{b} \delta}{\theta^{q-1}} \sqrt{V} \\
 &= -a(\theta - c) V + 2\sqrt{\lambda_M(P)} \frac{\bar{b} \delta}{\theta^{q-1}} \sqrt{V}
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

où $c = \frac{2\mu(P)}{a} (q^2 \rho + 2\gamma \|S^{-1} C^T C\|)$.

Comme la fonction V est définie positive, on peut récrire l'inégalité (2.30) sous la forme :

$$\frac{V}{\sqrt{V}} + a(\theta - c)\sqrt{V} - 2\sqrt{\lambda_M(P)} \frac{\bar{b}\delta}{\theta^{q-1}} \leq 0 \quad (2.31)$$

En intégrant les deux membres de (2.31) sur l'intervalle $[0 \ t]$ avec $\theta > \max(c, 1)$, on a :

$$\sqrt{V(\bar{z}(P))} \leq e^{-\frac{a(\theta-c)t}{2}} \sqrt{V(\bar{z}(0))} + 2\sqrt{\lambda_M(P)} \frac{\bar{b}\delta}{a\theta^{q-1}(\theta-c)} \quad (2.32)$$

Et compte tenu du fait que $\lambda_M(P)\bar{z}^T\bar{z} \leq \bar{z}^T P \bar{z} \leq \lambda_M(P)\bar{z}^T\bar{z}$, on peut récrire (2.32) comme suit :

$$\|\bar{z}(t)\| \leq \sqrt{\mu(P)} e^{-\frac{a(\theta-c)t}{2}} \|\bar{z}(0)\| + \frac{2\bar{b}\delta\sqrt{\mu(P)}}{a\theta^{q-1}(\theta-c)} \quad (2.33)$$

Par ailleurs, puisque $\theta \geq 1$, on peut obtenir l'inégalité suivante à partir des expressions (2.19) et (2.5) :

$$\|\bar{z}\| \leq \|\tilde{z}\| \leq \theta^{q-1} \|\bar{z}\| \quad (2.34)$$

Et en combinant (2.33) avec (2.34), on obtient :

$$\|\tilde{z}(t)\| \leq \sqrt{\mu(P)}\theta^{q-1} e^{-\frac{a(\theta-c)t}{2}} \|\tilde{z}(0)\| + \frac{2\bar{b}\delta\sqrt{\mu(P)}}{a(\theta-c)} \quad (2.35)$$

L'inégalité montre clairement que l'erreur d'observation vérifie bien les propriétés **P1** et **P2**. En effet, elle converge exponentiellement vers zéro en absence des perturbations, c'est à dire $\delta = 0$,

et admet une borne $\frac{2\bar{b}\delta\sqrt{\mu(S)}}{a(\theta-c)}$ en présence des perturbations que l'on peut rendre

arbitrairement petite en choisissant des valeurs suffisamment grandes pour θ .

2.4.2. Observateur d'état à grand gain de la machine asynchrone

Après avoir donné le modèle de l'observateur d'état des systèmes perturbés, qui sera utilisé pour la commande sans capteurs mécaniques de la machine asynchrone, en utilisant l'approche des grands gains présentée ci dessus avec une attention particulière à la condition nécessaire d'observabilité donnée au chapitre précédent. Cependant, il y a deux questions de mise en œuvre qui entravent la simplicité ainsi que l'efficacité de cette observateur à cause de la nécessité de l'inversion de la matrice Jacobienne (pour pouvoir écrire le modèle de l'observateur dans les coordonnées d'origine) qui est régulière presque partout tant que le moteur à induction fonctionne

dans son domaine d'observabilité. Pour faire face à cette question, nous allons utiliser une procédure adéquate (voir [15] et [16]) sur la base de deux approximations raisonnables de l'inverse de la matrice Jacobienne qui peut être donnée en utilisant l'équation (1.34) comme suit :

$$J_{\Psi}^{-1} = \begin{pmatrix} I_2 & 0_{2 \times 4} \\ -M_{\Psi}^{-1}H_{\Psi} & M_{\Psi}^{-1} \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

La première approximation est basée sur la structure de (2.36) et elle est motivée par des considérations de réduction de la complexité sans remettre en cause la convergence de l'observateur. Tandis que la deuxième approximation est motivée par des considérations de sécurité de calcul sans remettre en cause l'efficacité d'observateur.

La simplicité de cette approximation est basée sur la décomposition de la matrice (2.36) de la manière donnée par l'équation (2.14) :

$$\Lambda_u(\hat{x}) = \begin{pmatrix} I_2 & 0_{2 \times 4} \\ 0_{4 \times 2} & M_{\Psi}^{-1} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \Lambda_{\ell}(\hat{x}) = \begin{pmatrix} 0_2 & 0_{2 \times 4} \\ -M_{\Psi}^{-1}H_{\Psi} & 0_4 \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

Il est possible de vérifier la condition structurelle de $\Lambda_{\ell}(\hat{x})$ qui est une matrice bloc triangulaire inférieure, ce qui nous permet également de vérifier la condition structurelle (2.15).

D'après les structures de $\Lambda_u(\hat{x})$ et $\Lambda_{\ell}(\hat{x})$, la matrice $\Lambda_u(\hat{x})$ est une approximation suffisante de l'inverse de la matrice Jacobienne donnée par (2.36), comme il a été montré dans [16]. Néanmoins, une telle approximation est encore discutable du point de vue efficacité des calculs sachant que la matrice M_{Ψ} n'est plus inversible (à cause d'éventuelles singularités) dès que la trajectoire d'état de l'observateur évolue dans le domaine de non observabilité de la machine. La deuxième approximation consiste à utiliser un pseudo-inverse pour le calcul de la matrice M_{Ψ}^{-1} qui intervient dans $\Lambda_u(\hat{x})$ pour éviter des éventuelles singularités pendant le calcul. Cette approximation a été déterminée à partir de la factorisation donnée par (1.35) et il a été déjà montré qu'elle est régulière si et seulement si la matrice L (donnée par la même équation) est régulière. On peut écrire à partir de (1.35) :

$$M_{\Psi}^{-1} = U_{\Psi}^{-1} L_{\Psi}^{-1} \quad (2.38)$$

avec :

$$U_{\Psi}^{-1} = \begin{bmatrix} M_1^{-1} & -M_1^{-1}M_2 \\ 0_2 & I_2 \end{bmatrix}, \quad L_{\Psi}^{-1} = \begin{bmatrix} I_2 & 0_2 \\ -L^{-1}M_3M_1^{-1} & L^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

La matrice $L = [M_4 - M_3 M_1^{-1} M_2]$. Les autres matrices M_1 , M_2 , M_3 et M_4 sont les éléments de la matrice M_Ψ introduite dans l'équation (1.35).

L'utilisation de (2.38) et (2.39) suggère une approximation de la matrice M_Ψ^{-1} de la façon suivante :

$$M_\Psi^+ = \begin{pmatrix} M_1^{-1} + M_1^{-1} M_2 L_2^+ M_3 M_1^{-1} & -M_1^{-1} M_2 L^+ \\ -L^+ M_3 M_1^{-1} & L^+ \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

où $L^+ = (L^T L + \delta I_2)^{-1} L^T$, est une approximation de la pseudo inverse de la matrice L^{-1} , et δ est un scalaire positif choisi suffisamment petit pour retrouver les performances de l'observateur.

Après ces deux approximations, l'inverse de la matrice Jacobienne sera noté $\Lambda_u^+(\hat{x})$ et elle est obtenue à partir de l'équation (2.37) comme :

$$\Lambda_u(\hat{x}) = \begin{pmatrix} I_2 & 0_{2 \times 4} \\ 0_{4 \times 2} & \begin{pmatrix} M_1^{-1} + M_1^{-1} M_2 L_2^+ M_3 M_1^{-1} & -M_1^{-1} M_2 L^+ \\ -L^+ M_3 M_1^{-1} & L^+ \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

Maintenant, l'observateur à grand gain de la machine peut être exprimé comme suit :

$$\dot{\hat{x}} = f(u, \hat{x}) - \theta \Lambda_u(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C (\hat{x} - x) \quad (2.42)$$

où

$$\hat{x} = \begin{pmatrix} \hat{x}^1 \\ \hat{x}^2 \\ \hat{x}^3 \end{pmatrix}, \hat{x}^1 = \begin{pmatrix} \hat{x}_1^1 \\ \hat{x}_2^1 \end{pmatrix}, \hat{x}^2 = \begin{pmatrix} \hat{x}_1^2 \\ \hat{x}_2^2 \end{pmatrix}, \hat{x}^3 = \begin{pmatrix} \hat{x}_1^3 \\ \hat{x}_2^3 \end{pmatrix}, f(u, \hat{x}) = \begin{pmatrix} -\gamma(\rho_1, \rho_2) \hat{x}^1 + \mu F(\hat{x}_1^3, \rho_2) \hat{x}^2 + \frac{1}{\sigma L_s} u_s \\ M \rho_2 \hat{x}^1 - F(\hat{x}_1^3, \rho_2) \hat{x}^2 \\ \frac{pM}{JL_r} \hat{x}^{1T} J_2 \hat{x}^2 - \frac{1}{J} \hat{x}^3 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\Delta_\theta = \text{diag} \left[I_2, \frac{1}{\theta} I_2, \frac{1}{\theta^2} I_2 \right], S = \begin{pmatrix} I_2 & -I_2 & I_2 \\ -I_2 & 2I_2 & -3I_2 \\ I_2 & -3I_2 & 6I_2 \end{pmatrix} \text{ et } C = [I_2 \ 0_2 \ 0_2],$$

les variables \hat{x}^1 , \hat{x}^2 , \hat{x}_1^3 et \hat{x}_2^3 estimées représentent respectivement les courants statoriques ($\hat{i}_{s\alpha}$ et $\hat{i}_{s\beta}$), les flux rotoriques ($\hat{\phi}_{r\alpha}$ et $\hat{\phi}_{r\beta}$), la vitesse $\hat{\omega}$ et le couple de charge $\hat{\tau}_l$. En fin rappelant que les deux paramètres ρ_1 et ρ_2 sont supposés connus, ce qui n'est pas le cas de le reste de ce chapitre.

2.5. Conception d'observateur adaptatif pour la machine asynchrone

Un effort remarquable a été consacré à la conception d'observateurs adaptatifs fournissant une estimation admissible des variables d'états et des paramètres physiques des systèmes. Ces observateurs ont été utilisés pour concevoir des contrôleurs adaptatifs ainsi que des systèmes de surveillance.

Trois approches ont été utilisées pour la conception des observateurs adaptatifs : La première approche est basée sur le filtre de Kalman étendu motivé principalement par sa simplicité et sa large utilisation dans l'ingénierie des systèmes [27, 43 et 44]. En effet, le filtre de Kalman étendu souffre de l'absence de stabilité et de convergence dans le cas où les paramètres de conception ne sont pas précis, à savoir les matrices de covariances des perturbations de l'état interne et des bruits des mesures. La deuxième approche de conception est basée sur les techniques à grand gain [45-48]. Elle donne des observateurs particulièrement attrayants du point de vue convergence exponentielle sous des hypothèses admissibles. La sensibilité intrinsèque de ces techniques à grand gain aux bruits de mesure a été récemment étudiée en utilisant des gains d'observateurs variant en fonction du temps ainsi que des actions de filtrage appropriées [49-51]. La troisième approche est basée sur le principe des modes glissants qui est principalement motivée par une bonne robustesse et convergence à temps fini [52-54]. Il est cependant intéressant de remarquer qu'il n'y a pas grande prise de conscience sur la nature à grand gain des systèmes à modes glissants.

Dans notre travail, on s'intéresse à la conception d'un observateur adaptatif à grand gain pour effectuer une estimation précise de toutes les variables d'état (électriques, mécaniques et magnétiques) de la machine asynchrone conjointement avec les résistances statoriques et rotoriques utilisant uniquement la mesure des courants et tensions statoriques. La conception du modèle de cet observateur adaptatif est non linéaire par rapport aux paramètres à estimer, c'est à dire, qu'elle doit être effectuée pour les systèmes impliquant une paramétrisation non linéaire par rapport aux résistances rotoriques et statoriques.

L'observateur adaptatif que nous allons donner a été récemment publié dans [16], il a été élaboré tenant compte d'une compilation exhaustive de trois contributions fondamentales. Le premier est l'observateur adaptatif proposé dans [19] pour les systèmes uniformément observables sous l'hypothèse d'une excitation persistante admissible. La deuxième contribution a été proposée dans [35], elle fournit un observateur adaptatif à temps discret grâce à une véritable exploitation des indices caractéristiques associés aux paramètres inconnus. La troisième

contribution a été proposée dans [15] pour s'adresser aux problèmes de singularités qui se produisent au niveau des observateurs à chaque fois que l'observabilité de la machine asynchrone est perdue.

La conception de l'observateur adaptatif sera faite en deux étapes complémentaires. Nous allons tout d'abord se concentrer sur la conception de l'observateur pour le modèle triangulaire uniformément observable (1.27) avant de revenir, ensuite, aux coordonnées d'origine. La figure 2.2 donne le schéma de principe des étapes à suivre.

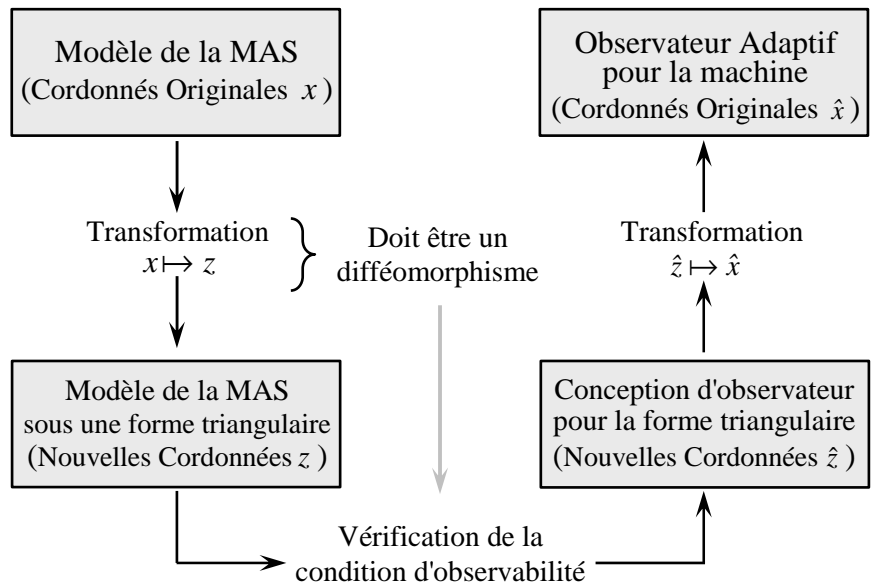


Figure 2.2 : Diagramme descriptif des étapes de conception de l'observateur.

2.5.1. Conception d'observateur adaptatif pour les systèmes sous la forme triangulaire

Rappelant que notre objectif est la conception de l'observateur adaptatif à grand gain qui assure une estimation du vecteur d'état z conjointement avec les paramètres ρ_1 et ρ_2 (sont considérés des inconnues cette fois-ci) utilisant le modèle triangulaire de la machine. La conception de cet observateur peut être réalisée en se basant sur les concepts suivants liés aux techniques à grand gain :

- La matrice Δ_θ donnée précédemment par l'équation (2.4) est définie dans ce cas par

$$\Delta_\theta = \text{diag} [I_2, \theta^{-1} I_2, \theta^{-2} I_2] \tag{2.43}$$

- La solution S de l'équation algébrique de Lyapunov est déterminée par l'équation (2.6).
- Les indices caractéristiques associés aux paramètres inconnus sont définis comme suit :

chaque paramètre ρ_j a un indice caractéristique noté ν_j qui est égal au plus petit nombre entier positif i tel que $\frac{\partial}{\partial \rho_j}(\dot{z}_i) \neq 0$.

Etant donné que $\frac{\partial}{\partial \rho_j}(\dot{z}_i) = \frac{\partial}{\partial \rho_j}(\varphi_i(u, z, \rho))$, on a la propriété suivante $\frac{\partial \varphi_i(u, z, \rho)}{\partial \rho_j} = 0$

si $i \leq \nu_j - 1$ et $\frac{\partial \varphi_{\nu_j}(u, z, \rho)}{\partial \rho_j} \neq 0$, où les z_i et les φ_i pour $i \in [1, 6]$ sont les composantes des vecteurs z et φ .

- Enfin, nous introduisons la matrice diagonale Ω_θ donnée part :

$$\Omega_\theta = \text{diag}[\theta^{-\nu_1}, \theta^{-\nu_2}] = \text{diag}[\theta^{-1}, \theta^{-1}] = \text{diag}\left[\frac{1}{\theta}, \frac{1}{\theta}\right] \quad (2.44)$$

Après l'introduction de ces concepts, on peut vérifier facilement que :

$$\Delta_\theta \frac{\partial \varphi(u, z, \rho)}{\partial \rho} \Omega_\theta^{-1} = \theta \Phi(u, z, \rho) + R(u, z, \rho, \theta^{-1}) \quad (2.45)$$

où Δ_θ et Ω_θ sont les matrices diagonales données respectivement par (2.43) and (2.44), tandis que $\Phi(u, z, \rho)$ et $R(u, z, \rho, \theta^{-1})$ sont des 6×2 matrices rectangulaires qui ont comme entrées $\Phi_{ij}(u, z, \rho)$ et $R_{ij}(u, z, \rho, \theta^{-1})$, pour $(i, j) \in [1, 6] \times [1, 2]$, elles sont respectivement données par :

$$\begin{cases} \Phi_{ij}(u, z, \rho) = 0 & \text{si } i \neq \nu_j \\ \Phi_{ij}(u, z, \rho) = \frac{\partial \varphi_i(u, z, \rho)}{\partial \rho_j} & \text{si } i = \nu_j \end{cases} \quad (2.46)$$

et

$$\begin{cases} R_{ij}(u, z, \rho, \theta^{-1}) = 0 & \text{si } i \leq \nu_j \\ R_{ij}(u, z, \rho, \theta^{-1}) = \frac{1}{\theta^{i-1-\nu_j}} \frac{\partial \varphi_i(u, z, \rho)}{\partial \rho_j} & i > \nu_j \end{cases} \quad (2.47)$$

Il est à souligner que la matrice $\Phi(u, z, \rho)$ ne dépend pas du paramètre θ qui peut apparaître avec des puissances non positifs dans les entrées de la matrice $R(u, z, \rho, \theta^{-1})$.

A partir des définitions (2.46) et (2.47), on a les propriétés suivantes :

$$\Delta_\theta \Phi(u, z, \rho) \Omega_\theta^{-1} = \theta \Phi(u, z, \rho) \quad (2.48)$$

$$R_{1j}(u, z, \rho, \theta^{-1}) = 0 \text{ pour } j \in [1, 2] \quad (2.49)$$

Le système dynamique suivant est l'observateur adaptatif candidat, il est donné par :

$$\dot{\hat{z}} = A\hat{z} + \varphi(u, \hat{z}, \hat{\rho}) - \theta \Delta_\theta^{-1} (S^{-1} + \Upsilon P \Upsilon^T) C^T C \tilde{z} \quad (2.50a)$$

$$\dot{\hat{\rho}} = -\theta \Omega_\theta^{-1} P \Upsilon^T C^T C \tilde{z} \quad (2.50b)$$

$$\dot{\Upsilon} = \theta (A - S^{-1} C^T C) \Upsilon + \theta \Phi(u, \hat{z}, \hat{\rho}) \text{ avec } \Upsilon(0) = 0 \quad (2.50c)$$

$$\dot{P} = -\theta P \Upsilon^T C^T C \Upsilon P + \theta P \text{ avec } P(0) = P(0)^T > 0 \quad (2.50d)$$

où $\hat{z} \in \mathbb{R}^6$ et $\hat{\rho} \in \mathbb{R}^2$ sont respectivement l'état et les paramètres estimés, $\tilde{z} = \hat{z} - z$ est l'erreur d'estimation, u et y sont respectivement l'entrée et la sortie du système, les matrices A , C , S , Δ_θ , Ω_θ et $\Phi(u, \hat{z}, \hat{\rho})$ sont respectivement données par (2.6), (2.43), (2.44) et (2.46), θ est un scalaire positif, P est une 2×2 matrice symétrique et positive définie, et Υ est une 6×2 matrice avec des valeurs initiales appropriés.

L'estimation des paramètres exige quelques hypothèses, à savoir :

Hypothèse 2.3 : L'état z , l'entrée u et les paramètres inconnus ρ sont bornés, i.e. $z \in Z$, $u \in U$ et $\rho \in \Omega$ où $Z \in \mathbb{R}^6$, $U \in \mathbb{R}^2$ et $\Omega \in \mathbb{R}^2$ sont des ensembles compacts.

Hypothèse 2.4 : Pour toute trajectoire \hat{z} du système (2.50) initialisé avec $\hat{z}(0) \in Z$, la matrice $C\Upsilon(t)$ est à excitation persistante, i.e.

$$\exists \delta_1, \delta_2 > 0, \exists T > 0, \forall t \geq 0 / \delta_1 I_2 \leq \int_t^{t+T} \Upsilon^T(\tau) C^T C \Upsilon(\tau) d\tau \leq \delta_2 I_2 \quad (2.51)$$

Notons que cette hypothèse est déclarée de la manière classique donnée par [55].

Hypothèse 2.5 : Les fonctions Φ_1^j pour $j \in [1, 2]$, sont supposées satisfaire la propriété suivante:

$$\forall (u, \hat{z}) \in U \times Z, \forall (\rho, \hat{\rho}) \in \Omega^2 : \|\Phi_1^j(u, \hat{z}, \hat{\rho}) - \Phi_1^j(u, \hat{z}, \rho)\| \leq \kappa \sqrt{\frac{1}{\sqrt{6}} \frac{\lambda_M(P)}{\lambda_M(S)}} \quad (2.52)$$

où S et P sont données respectivement par (2.6) et (2.50d) et κ est un scalaire positif avec $\kappa < 1$.

Remarque 2.4 : L'hypothèse 2.3 est cohérente avec tout essai expérimental où, l'entrée, les variables d'état et les paramètres inconnus sont bornés $U \in \mathbb{R}^2$, $Z \in \mathbb{R}^6$ et $\Omega \in \mathbb{R}^2$. L'hypothèse 2.4 définit la classe des signaux d'entrée admissibles pour pouvoir effectuer l'estimation des paramètres considérés, elle est communément connue sous l'appellation de condition

d'excitation persistante et sa caractérisation est encore un problème ouvert à notre connaissance. L'hypothèse 2.5 révèle le caractère de l'observateur adaptatif qui nécessite de prendre attention à son initialisation. Néanmoins, les résultats de simulation ont montré que les performances de l'observateur adaptatif sont peu sensibles à son initialisation.

Le système dynamique (2.50) est en fait un observateur adaptatif selon le théorème suivant :

Théorème 1: *Considérons les systèmes (1.27) et (2.50) sous les hypothèses 2.3 à 2.5, il existe une constante θ_0 telle que $\theta > \theta_0$. Le système (2.50) est alors un observateur adaptatif pour le système (1.27) fournissant une convergence exponentielle à l'origine de l'erreur d'estimation pour des valeurs suffisamment grandes de θ , c'est à dire, pour toutes conditions initiales $(z(t_0), \hat{z}(t_0)) \in Z^2$ et $(\rho, \hat{\rho}(t_0)) \in \Omega^2$.*

Avant de donner les grandes lignes de la preuve du théorème, signalons quelques propriétés utiles, relatives à la fonction φ et la condition d'excitation persistante (2.51), qui seront utilisées tout au long de la preuve (voir [35] pour plus de détails).

- Tenant compte de toutes les propriétés de la fonction φ et si l'hypothèse 2.3 est prise en compte, on peut conclure que pour toute entrée bornée $u \in U$, la fonction φ est bornée pour toute $z \in Z$ et $\rho \in \Omega$.
- La matrice Υ est limitée par la borne supérieure et inférieure qui sont indépendantes de θ . Cela montre clairement que l'excitation persistante exigée pour l'hypothèse 2.4 est tout à fait faisable.
- La matrice P est symétrique et définie positive, et ses valeurs propres ne dépendent pas de θ à condition que l'hypothèse 2 est prise en compte.

Démonstration: La démonstration est effectuée en deux étapes, suivant l'analyse de la convergence proposée dans [19]. La première étape consiste à dériver les équations des erreurs d'estimation de l'état $\tilde{z} = \hat{z} - z$ et des paramètres $\tilde{\rho} = \hat{\rho} - \rho$, ensuite, à dériver leur normalisation appropriée, à savoir $\bar{z} = \Delta_\theta \tilde{z}$ et $\bar{\rho} = \Omega_\theta \tilde{\rho}$.

Les erreurs d'estimation de l'état et des paramètres sont déterminées utilisant (1.27) et (2.50) :

$$\dot{\tilde{z}} = A\tilde{z} - \theta \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \tilde{z} + \Delta_\theta^{-1} \Upsilon \Omega_\theta^{-1} \dot{\tilde{\rho}} + (\varphi(u, \hat{z}, \hat{\rho}) - \varphi(u, z, \rho)) \quad (2.53)$$

$$\dot{\tilde{\rho}} = -\theta \Omega_\theta^{-1} P \Upsilon^T C^T C \bar{z} \quad (2.54)$$

Les erreurs normalisées de l'état et des paramètres observés sont déduites en tenant compte des identités données par (2.5) :

$$\dot{\bar{z}} = \theta A \bar{z} - \theta S^{-1} C^T C \bar{z} + \Upsilon \dot{\bar{\rho}} + \Delta_\theta (\varphi(u, \hat{z}, \hat{\rho}) - \varphi(u, z, \rho)) \quad (2.55)$$

$$\dot{\bar{\rho}} = -\theta P \Upsilon^T C^T C \bar{z} \quad (2.56)$$

le terme $\varphi(u, \hat{z}, \hat{\rho}) - \varphi(u, z, \rho)$ peut être réécrit comme suit :

$$\varphi(u, \hat{z}, \hat{\rho}) - \varphi(u, z, \rho) = \varphi(u, \hat{z}, \hat{\rho}) - \varphi(u, \hat{z}, \rho) + \tilde{\varphi}(u, \rho, \hat{z}, z) \quad (2.57)$$

où, $\tilde{\varphi}(u, \rho, \hat{z}, z) = \varphi(u, \hat{z}, \rho) - \varphi(u, z, \rho)$.

En utilisant le théorème des valeurs moyennes pour chaque composante φ_i avec $i \in [1, 6]$,

on a $\varphi_i(u, \hat{z}, \hat{\rho}) - \varphi_i(u, \hat{z}, \rho) = \frac{\partial \varphi_i}{\partial \rho}(u, \hat{z}, \rho^*) \tilde{\rho}$, pour un vecteur inconnue $\rho_i^* \in \Omega$:

$$\varphi(u, \hat{z}, \hat{\rho}) - \varphi(u, \hat{z}, \rho) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \rho}(u, \hat{z}, \rho_1^*) \\ \vdots \\ \frac{\partial \varphi_6}{\partial \rho}(u, \hat{z}, \rho_6^*) \end{pmatrix} \tilde{\rho} \triangleq J(u, \hat{z}, \rho^*) \tilde{\rho}$$

où ρ^* est une concaténation des vecteurs ρ_i^* pour $i \in [1, 6]$, c'est à dire $\rho^* = (\rho_1^{*T}, \dots, \rho_6^{*T})^T$.

Maintenant, en utilisant la décomposition de la matrice donnée par (2.45), on a :

$$\begin{aligned} \Delta_\theta (\varphi(u, \hat{z}, \hat{\rho}) - \varphi(u, z, \rho)) &= \Delta_\theta J(u, \hat{z}, \rho^*) \Omega_\theta^{-1} \bar{\rho} \\ &= \theta \bar{\Phi}(u, \hat{z}, \rho^*) \bar{\rho} + \bar{R}(u, \hat{z}, \rho^*, \theta^{-1}) \end{aligned} \quad (2.58)$$

où, $\bar{\Phi}_i(u, \hat{z}, \rho^*) = \Phi_i(u, \hat{z}, \rho_i^*)$ et pour $i \in [1, 6]$, $\bar{R}_i(u, \hat{z}, \rho^*, \theta^{-1}) = R_i(u, \hat{z}, \rho_i^*, \theta^{-1})$. En plus, comme les vecteurs ρ_i^* pour $i \in [1, 6]$ sont inconnus, nous additionnons et nous soustrayons le terme $\theta \Phi(u, \hat{z}, \hat{\rho}) \bar{\rho}$ au côté droit de la dernière équation, il en résulte que :

$$\begin{aligned} \Delta_\theta (\varphi(u, \hat{z}, \hat{\rho}) - \varphi(u, z, \rho)) &= \theta \bar{\Phi}(u, \hat{z}, \hat{\rho}) \bar{\rho} + \theta \tilde{\Phi}(u, \hat{z}, \hat{\rho}, \rho^*) \bar{\rho} \\ &\quad + \bar{R}(u, \hat{z}, \rho^*, \theta^{-1}) \bar{\rho} + \Delta_\theta \tilde{\varphi}(u, \hat{z}, z, \rho) \end{aligned} \quad (2.59)$$

où, $\tilde{\Phi}(u, \hat{z}, \hat{\rho}, \rho^*) = \bar{\Phi}(u, \hat{z}, \rho^*) - \Phi(u, \hat{z}, \hat{\rho})$.

Et enfin, remplaçons (2.59) dans (2.55), on obtient alors :

$$\begin{aligned} \dot{\bar{z}} &= \theta (A - S^{-1} C^T C) \bar{z} + \Upsilon \dot{\bar{\rho}} + \theta \bar{\Phi}(u, \hat{z}, \hat{\rho}) \bar{\rho} + \\ &\quad + \theta \tilde{\Phi}(u, \hat{z}, \hat{\rho}, \rho^*) \bar{\rho} + \bar{R}(u, \hat{z}, \rho^*, \theta^{-1}) \bar{\rho} + \Delta_\theta \tilde{\varphi}(u, \hat{z}, z, \rho) \end{aligned} \quad (2.60)$$

La deuxième étape consiste à réaliser le résultat principal de convergence grâce à une approche de Lyapunov. Pour cela, notant $\eta = \bar{z} - \Upsilon\bar{\rho}$ et donnant la fonction candidate de Lyapunov définie par :

$$V(\eta) = V_1(\eta) + V_2(\bar{\rho}) \quad (2.61)$$

avec $V_1(\eta) = \eta^T S \eta$ et $V_2(\bar{\rho}) = \bar{\rho}^T P^{-1} \bar{\rho}$.

En utilisant l'équation différentielle ordinaire (2.50c) qui gouverne Υ , la dérivée par rapport au temps de la fonction η est la suivante:

$$\dot{\eta} = \theta(A - S^{-1}C^T C)\bar{\eta} + \theta\tilde{\Phi}(u, \hat{z}, \hat{\rho}, \rho^*)\bar{\rho} + \bar{R}(u, \hat{z}, \rho^*, \theta^{-1})\bar{\rho} + \Delta_\theta\tilde{\phi}(u, \hat{z}, z, \rho) \quad (2.62)$$

En tenant compte de l'équation de Lyapunov (2.6) avec l'équation (2.62), on peut déterminer la dérivée par rapport au temps de la composante V_1 de la fonction de Lyapunov (2.61) :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & -\theta V_1 - \theta\eta^T C^T C \eta + 2\theta\eta^T S \tilde{\Phi}(u, \hat{z}, \hat{\rho}, \rho^*)\bar{\rho} + \\ & + 2\eta^T S \bar{R}(u, \hat{z}, \theta^{-1})\bar{\rho} + 2\eta^T S \Delta_\theta \tilde{\phi}(u, \hat{z}, z, \rho) \end{aligned} \quad (2.63)$$

La dérivée de la deuxième composante V_2 de la fonction de Lyapunov peut être naturellement déterminée utilisant les équations de l'observateur adaptatif (2.50) ainsi que les équations des erreurs normalisés (2.55) et (2.62), tout en gardant à l'esprit le fait que $\bar{z} = \eta - \Upsilon\bar{\rho}$. Cela donne :

$$\dot{V}_2 = -\theta V_2 - \theta \bar{\rho}^T \Upsilon^T C^T C \Upsilon \bar{\rho} - 2\theta \bar{\rho}^T \Upsilon^T C^T C \eta \quad (2.64)$$

Par ailleurs, avec $\gamma_M = \sup_{t \geq 0} \|\Upsilon(t)\|$, il est clair, à partir de la définition de la variable η , que :

$$\|\bar{z}\| \leq \|\eta\| + \|\Upsilon(t)\| \|\bar{\rho}\| \leq \|\eta\| + \gamma_M \|\bar{\rho}\| \quad (2.65)$$

Une telle propriété permet d'obtenir les inégalités suivantes pour $\theta \geq 1$ impliquant certains termes qui apparaissent dans l'équation de la dérivée par rapport au temps de la première composante de la fonction de Lyapunov donnée par (2.63) avec l'hypothèse 2.5 :

$$\begin{aligned} 2\theta\eta^T S \tilde{\Phi}(u, \hat{z}, \hat{\rho}, \rho^*)\bar{\rho} & \leq 2\theta\kappa\sqrt{\lambda_M(S)}\sqrt{V_1}\sqrt{\frac{\lambda_M(P)}{\lambda_M(S)}}\|\bar{\rho}\| \leq 2\theta\kappa\sqrt{V_1}\sqrt{V_2} \\ 2\eta^T S \bar{R}(u, \hat{z}, \theta^{-1})\bar{\rho} & \leq 2\sqrt{6}\sqrt{\lambda_M(S)}\sqrt{V_1}\bar{R}_M\|\bar{\rho}\| \leq 2c_1\sqrt{V_1}\sqrt{V_2} \\ 2\eta^T S \Delta_\theta \tilde{\phi}(u, \hat{z}, z, \rho) & \leq 2\sqrt{6}\sqrt{\lambda_M(S)}\sqrt{V_1}L_\phi\|\bar{z}\| \leq \mu V_1 + 2c_2\sqrt{V_1}\sqrt{V_2} \end{aligned}$$

où μ , c_1 et c_2 sont des scalaires positifs donnés par :

$$\mu = 2\sqrt{6}L_\varphi\sqrt{\frac{\lambda_M(S)}{\lambda_m(S)}}, \quad c_1 = \sqrt{6}\bar{R}_M\sqrt{\frac{\lambda_M(S)}{\lambda_M(P)}} \quad \text{et} \quad c_2 = \sqrt{6}\gamma_M L_\varphi\sqrt{\frac{\lambda_M(S)}{\lambda_M(P)}},$$

où, $\bar{R}_M = \sup_{t \geq 0} \|\bar{R}(u(t), \hat{z}(t), \theta^{-1})\|$, L_φ est la constante de Lipchitz de la fonction non linéaire φ , κ et $\lambda_M(P)$ sont les scalaires positifs définis par (2.52), et γ_M est un scalaire positif défini par (2.65).

A partir de la dérivée par rapport au temps des deux composantes de la fonction de Lyapunov obtenues par les équations (2.63) et (2.64), on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \\ &\leq -\theta V_1 + \mu V_1 - \theta V_2 + 2(\kappa\theta + (c_1 + c_2))\sqrt{V_1}\sqrt{V_2} \\ &\quad - \theta \eta^T C^T C \eta - \theta \bar{\rho}^T \Upsilon^T C^T C \Upsilon \bar{\rho} - 2\theta \bar{\rho}^T \Upsilon^T C^T C \eta \\ &= -\theta V_1 + \mu V_1 - \theta V_2 + 2(\kappa\theta + (c_1 + c_2))\sqrt{V_1}\sqrt{V_2} \\ &\quad - \theta(\eta + \Upsilon \bar{\rho})^T C^T C (\eta + \Upsilon \bar{\rho}) \\ &\leq -\theta V_1 + \mu V_1 - \theta V_2 + \mu V_2 + (\kappa\theta + (c_1 + c_2))(V_1 + V_2) \\ &= -((1 - \kappa)\theta - (\mu + c_1 + c_2))V \end{aligned} \tag{2.66}$$

La dernière inégalité a été obtenu en ajoutant le terme positif $\mu V_2 + \theta(\eta + \Upsilon \bar{\rho})^T C^T C (\eta + \Upsilon \bar{\rho})$ au deuxième membre en utilisant le fait que $2(\sqrt{V_1}\sqrt{V_2}) \geq V_1 + V_2$. Par ailleurs, il apparaît clairement que la constante θ_0 requise par le théorème est donc donné par $\theta_0 = \frac{\mu + c_1 + c_2}{1 - \kappa}$. Cela termine la démonstration.

2.5.2. Ecriture de l'observateur adaptatif dans les coordonnées d'origine

Un observateur adaptatif qui permet d'effectuer une estimation conjointe et précise des variables d'état magnétiques, des variables mécaniques et des paramètres physiques en utilisant uniquement la mesure des courants statoriques de la machine asynchrone peut être obtenu en exprimant, simplement, l'observateur adaptatif (2.50) dans les coordonnées d'origine. Ce changement de coordonnées sera fait sur la base de la transformation $\Psi : \hat{x} \in \mathbb{R}^6 \mapsto \hat{z} \in \mathbb{R}^6$ avec $\hat{z} = \Psi(\hat{x}, \hat{\rho})$. On obtient alors la relation suivante :

$$\dot{\hat{z}} = \frac{\partial \Psi}{\partial \hat{x}} \dot{\hat{x}} + \frac{\partial \Psi}{\partial \hat{\rho}} \dot{\hat{\rho}} \quad (2.67)$$

avec

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial \hat{x}} &= \frac{\partial}{\partial \hat{x}} (\Psi(\hat{x}, \hat{\rho})) = \begin{pmatrix} I_2 & 0_{2 \times 4} \\ H_\Psi(\hat{x}, \hat{\rho}) & M_\Psi(\hat{x}, \hat{\rho}) \end{pmatrix} \\ \frac{\partial \Psi}{\partial \hat{\rho}} &= \frac{\partial}{\partial \hat{\rho}} (\Psi(\hat{x}, \hat{\rho})) = \begin{pmatrix} 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{2 \times 1} & \mu \hat{x}^2 \\ 0_{2 \times 1} & \mu p J_2 \hat{x}_1^3 (M \hat{x}^1 - \hat{x}^2) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

où H_Ψ et M_Ψ sont les sous-matrices de la matrice Jacobienne données par (1.31) et (1.34), ces sous-matrices sont exprimées avec les variables d'état \hat{x} et les paramètres estimés $\hat{\rho}$.

En supposant que la matrice Jacobienne est toujours inversible tout en utilisant l'équation (2.67), on peut écrire l'équation de l'état estimé dans les coordonnées d'origine à partir des deux équations données par (2.50a) et (2.50b) ce qui donnent l'estimation de l'état et des paramètres dans les nouvelles coordonnées comme suit:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= \left(\frac{\partial \Psi(\hat{x}, \hat{\rho})}{\partial \hat{x}} \right)^{-1} \left(\dot{\hat{z}} - \frac{\partial \Psi(\hat{x}, \hat{\rho})}{\partial \hat{\rho}} \dot{\hat{\rho}} \right) \\ &= f(u, \hat{x}, \hat{\rho}) - \theta \left(\frac{\partial \Psi(\hat{x}, \hat{\rho})}{\partial \hat{x}} \right)^{-1} (\Gamma_1 - \Gamma_2) (C\hat{x} - y) \end{aligned} \quad (2.68)$$

avec $\Gamma_1 = \Delta_\theta^{-1} (S^{-1} + YPY^T) C^T$ et $\Gamma_2 = \frac{\partial}{\partial \hat{\rho}} (\Psi(\hat{x}, \hat{\rho})) \Omega_\theta^{-1} P Y^T C^T$.

L'équation (2.68) avec les équations différentielles (2.50b) à (2.50d) fournissant respectivement les paramètres estimés $\hat{\rho}$, la matrice Y et la matrice P , constituent un observateur adaptatif qui nous permet d'atteindre l'objectif considéré (estimation conjointe de l'état et des paramètres). Cependant, à cause de la nécessité de l'inversion de la matrice Jacobienne qui est régulière presque partout tant que le moteur à induction fonctionne dans son domaine d'observabilité, on doit suivre les mêmes étapes données par les équations (2.37) à (2.41) pour pouvoir effectuer une approximation raisonnable de l'inverse de la matrice Jacobienne, sachant que dans ce cas là, toutes les matrices sont dépendantes des paramètres inconnus ρ_1 et ρ_2 . Par conséquent, la décomposition de l'inverse de la matrice Jacobienne donnée par (2.14) et (2.37) sera réécrite en fonction des paramètres ρ comme suit:

$$J_\Psi^{-1} = \Lambda_u(\hat{x}, \hat{\rho}) + \Lambda_\ell(\hat{x}, \hat{\rho}) \quad (2.69)$$

$$\text{avec } \Lambda_u(\hat{x}, \hat{\rho}) = \begin{pmatrix} I_2 & 0_{2 \times 4} \\ 0_{4 \times 2} & M_\Psi^{-1} \end{pmatrix} \text{ et } \Lambda_\ell(\hat{x}, \hat{\rho}) = \begin{pmatrix} 0_2 & 0_{2 \times 4} \\ -M_\Psi^{-1} H_\Psi & 0_4 \end{pmatrix}.$$

Précédemment, il a été montré que la matrice $\Lambda_u(\hat{x}, \hat{\rho})$ est une approximation suffisante de l'inverse de la matrice Jacobienne, mais d'éventuelles singularités peuvent affecter la détermination de son élément M_Ψ^{-1} . Pour cela, la deuxième approximation doit être utilisée de la même manière que précédemment (voir les équations (2.38) jusqu'à (2.40) et commençant, toujours, à partir de la factorisation (1.35)). L'inverse de la matrice M_Ψ^{-1} sera donné après l'utilisation de l'approximation par pseudo inverse comme suit :

$$M_\Psi^+(\hat{x}, \hat{\rho}) = \begin{pmatrix} M_1^{-1} + M_1^{-1} M_2 L_2^+ M_3 M_1^{-1} & -M_1^{-1} M_2 L^+ \\ -L^+ M_3 M_1^{-1} & L^+ \end{pmatrix} \quad (2.70)$$

L'inverse de la matrice Jacobienne sera noté Λ_u et elle est donnée au dessous de l'équation (2.71). Par ailleurs, le terme $\Gamma_2(C\hat{x} - y)$ dans l'équation dynamique de l'état de l'observateur est résultant du fait que les estimations des différents paramètres varient dans le temps et conduit à des comportements transitoires importants. Tenant compte de l'hypothèse **2.5**, on peut considérer que les paramètres inconnus sont constants ou varient lentement, augmentant ainsi la possibilité de laisser tomber ce terme de la dynamique de l'état. Autrement dit, le système dynamique suivant est un observateur adaptatif candidat approprié :

$$\dot{\hat{x}} = f(u, \hat{x}, \hat{\rho}) - \theta \Lambda_u \Delta_\theta^{-1} (S^{-1} + \Upsilon P \Upsilon^T) C^T (C\hat{x} - y) \quad (2.71a)$$

$$\dot{\hat{\rho}} = -\theta \Omega_\theta^{-1} P \Upsilon^T C^T (C\hat{x} - y) \quad (2.71b)$$

$$\dot{\Upsilon} = \theta (A - S^{-1} C^T C) \Upsilon + \theta \Phi(u, \hat{x}, \hat{\rho}) \text{ avec } \Upsilon(0) = 0 \quad (2.71c)$$

$$\dot{P} = -\theta P \Upsilon^T C^T C \Upsilon P + \theta P \text{ avec } P(0) = P(0)^T > 0 \quad (2.71d)$$

$$\text{avec } \hat{x} = \begin{pmatrix} \hat{x}^1 \\ \hat{x}^2 \\ \hat{x}^3 \end{pmatrix}, \hat{x}^3 = \begin{pmatrix} \hat{x}_1^3 \\ \hat{x}_2^3 \end{pmatrix}, \hat{\rho} = \begin{pmatrix} \hat{\rho}_1 \\ \hat{\rho}_2 \end{pmatrix}, f(u, \hat{x}, \hat{\rho}) = \begin{pmatrix} -\gamma(\hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2) \hat{x}^1 + \mu F(\hat{x}_1^3, \hat{\rho}_2) \hat{x}^2 + \frac{1}{\sigma L_s} u_s \\ M \hat{\rho}_2 \hat{x}^1 - F(\hat{x}_1^3, \hat{\rho}_2) \hat{x}^2 \\ \frac{pM}{J L_r} \hat{x}^{1T} J_2 \hat{x}^2 - \frac{1}{J} \hat{x}^3 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$S = \begin{pmatrix} I_2 & -I_2 & I_2 \\ -I_2 & 2I_2 & -3I_2 \\ I_2 & -3I_2 & 6I_2 \end{pmatrix}, \Delta_\theta = \text{diag}[I_2, \theta^{-1} I_2, \theta^{-2} I_2], \Omega_\theta = \text{diag}[\theta^{-1}, \theta^{-1}],$$

$$\Lambda_u = \begin{pmatrix} I_2 & 0_{2 \times 4} \\ 0_{4 \times 2} & \begin{pmatrix} M_1^{-1} + M_1^{-1} M_2 L_2^+ M_3 M_1^{-1} & -M_1^{-1} M_2 L^+ \\ -L^+ M_3 M_1^{-1} & L^+ \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \Phi(u, \hat{x}, \hat{\rho}) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sigma L_s} \hat{x}^1 - \mu M \hat{x}^1 \\ 0_{4 \times 1} & 0_{4 \times 1} \end{pmatrix}.$$

2.6. Conclusion

La conception des deux observateurs présentés dans ce chapitre est effectuée sous des hypothèses admissibles: d'abord, il est montré que le modèle de la machine asynchrone peut être réécrit sous une forme uniformément observable. La motivation de cette étude était de concevoir des observateurs correspondants à la classe des systèmes non linéaires observables sous laquelle le modèle de la machine a été déjà mis. Plusieurs expériences de simulation ont été faites pour mettre l'accent sur les performances des observateurs de l'état et l'observateur adaptatif proposé, dans les conditions normales ainsi que dans des conditions critiques de fonctionnement. En effet, les deux observateurs sont mis en œuvre dans les coordonnées d'origine grâce à une bonne approximation de l'inverse de la matrice Jacobienne. Le rapprochement impliqué est simple, il permet de réussir à sortir malgré les éventuelles singularités qui peuvent se produire chaque fois que le fonctionnement de la machine est critique pour l'observabilité. Ces deux observateurs seront la base des études restantes.

Chapitre 3

**Commande de la machine asynchrone
à base d'observateur à grand gain**

3.1. Introduction

La construction de la machine asynchrone est très simple, robuste et coûte beaucoup moins cher que les autres machines électriques, en particulier, celle avec rotor court-circuité ou à cage d'écureuil. Malgré la robustesse de la machine asynchrone, une difficulté essentielle réside dans sa commande, car elle présente un modèle multi-variable et fortement non-linéaire surtout si nous tenons compte des variations de ces paramètres physiques. En effet, les enroulements du stator produisent un flux associé qui produit indirectement le flux du rotor. La séparation angulaire entre les flux dépend du temps de retard causé par le circuit du rotor [56]. De plus, certaines variables sont non accessibles à la mesure pour des raisons techniques telles que la non possibilité de placer le capteur, ou au moins, il est conseillé de les éviter, tels que la mesure de la vitesse, des courants rotoriques et de flux rotorique. A cela s'ajoute le comportement variable et sensible aux conditions thermiques et magnétiques de fonctionnement [1, 2, 57].

Concernant la commande de la machine asynchrone, la littérature regorge de livres, articles de recherche et publications qui montrent plusieurs stratégies importantes de commande. La première technique de commande repose sur un dispositif dit « la cascade hyposynchrone » proposé en 1969 par Mikhail Kostenko et Ludvik Piotrovski à Moscou [58]. Ce dispositif a permis de réduire la vitesse d'une machine asynchrone à rotor bobiné duquel on retire de l'énergie pour la réinjecter au réseau d'alimentation, ce qui augmente le glissement en réduisant la vitesse sans affecter le rendement de la machine. Un autre dispositif plus simple est réalisé par une loi de commande scalaire dite aussi commande tension/fréquence constante ($V/f = \text{Constante}$) pour contrôler des variables scalaires. Cette commande s'adapte avec tous les types du rotor où la vitesse de rotation varie en fonction de la fréquence d'alimentation, mais, un de ses inconvénients est que le couple moteur n'est pas contrôlé. De plus ce type de commande n'est pas performant dans le régime transitoire. A la différence de la commande scalaire, d'autres techniques de commande ont été conçues telle que pour la commande vectorielle ou commande à flux orienté (FOC) proposée par Blaschke depuis 1971 [59]. Cette commande est un terme générique désignant l'ensemble des commandes contrôlant des variables vectorielles.

La commande par contrôle direct de couple (DTC) permet d'obtenir de meilleures performances lors des régimes transitoires [60]. Actuellement plusieurs recherches et études ont émergé dans le but de faire profiter du développement dans le domaine de l'automatique des différentes techniques de commande et d'observation à savoir : la commande par mode de glissement (SMC), la commande par Backstepping et les techniques de commandes non linéaires et avancées faisant intervenir les observateurs non linéaires tels les observateurs à grands gains et les observateurs construits selon le critère du cercle.

Durant cette dernière décennie, la commande sans capteur (ou a minimum de capteurs) est devenue un sujet de recherche important et un champ attrayant de perspective industrielle. En effet, l'utilisation des capteurs comme le capteur mécanique de vitesse ou de flux rotorique de la machine augmente la complexité des systèmes d'entraînement et par conséquent le coût des installations tout en réduisant leur robustesse et leur fiabilité. Les avantages de la commande sans capteur ont attiré l'attention en particulier dans les domaines de la commande de la machine asynchrone, où beaucoup de travaux étaient faits à cet égard [22, 23, 26, 30, 44, 46, 61, 62]. La plupart de ces travaux se concentre sur la nécessité et l'importance de la synthèse d'un observateur ou estimateur des variables d'état non mesurables et qui sont indispensables pour la commande. L'observateur synthétisé dans cet objectif est un capteur logiciel qui remplacera le capteur matériel pour la technique de commande retenue. Les auteurs de [61] utilisent deux approches de linéarisation pour la commande de la machine asynchrone, qu'ils considèrent comme une alternative de la commande vectorielle. La vitesse du rotor (non mesurée) a été estimée à partir des estimateurs de flux. Dans [62], les auteurs utilisent un autre principe qui dépend de l'analyse de Lyapunov pour construire un contrôleur en introduisant un observateur pour estimer les variables d'état non mesurables. D'autres travaux plus récents se sont intéressés à la commande sans capteurs de la machine asynchrone. Ils montrent que le remplacement des capteurs matériels par des observateurs ou estimateurs est toujours un bon moyen pour fermer la boucle de commande sans affecter la stabilité du système considéré. Plusieurs démarches de commande ont été proposées dans cet objectif, telles que la commande par Backstepping [63], la commande par mode glissant (SMC) combinée avec correcteur intégral non linéaire [53, 54], la commande avec mode glissant d'ordre supérieur [52], et d'autres...

Dans ce chapitre la commande sans capteur de la machine asynchrone est effectuée dans le repère de coordonnées (α, β) en utilisant un contrôleur faisant intervenir la synthèse d'un observateur à grand gain comme dans [46] mais adapté pour la classe des systèmes non-linéaires telle que la machine asynchrone définie par les modèles établis au premier chapitre. Ce chapitre

est organisé comme suit: le problème de commande est présenté dans le premier paragraphe, la stabilité de la stratégie de commande grand gain avec l'incorporation de l'observateur est étudiée dans le deuxième et le troisième paragraphe. Une application de la présente stratégie au modèle de la machine asynchrone pour montrer ses performances est présentée au quatrième paragraphe. Dans le cinquième paragraphe on conclut sur l'efficacité et l'importance de l'utilisation de cette stratégie de commande dans le reste du travail.

3.2. Présentation du problème

Considérons la classe suivante des systèmes non linéaires

$$\dot{x} = Ax + \varphi(u, x) \quad (3.1a)$$

$$y = Cx = x^1 \quad (3.1b)$$

$$\text{où } x = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ \vdots \\ x^q \end{pmatrix}, \varphi(u, x) = \begin{pmatrix} \varphi^1(u, x^1) \\ \varphi^2(u, x^1, x^2) \\ \varphi^2(u, x^1, x^2, x^3) \\ \vdots \\ \varphi^q(u, x) \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0_p & I_{(q-1)p} \\ 0_p & 0_p \end{pmatrix} \text{ et } C = (I_p \ 0_p \ \dots \ 0_p).$$

Avec $y \in \mathbb{R}^p$ comme sortie, $x \in \mathbb{R}^n$ ($x^k \in \mathbb{R}^p$) comme variables d'état, et $u \in \mathbb{R}^s$ comme variable d'entrée. La fonction matricielle $\varphi(u, x)$ a une structure triangulaire par rapport à x et elle Lipchitzienne par rapport à x et uniforme en u .

Soit $y(t) = x^1(t) \in \mathbb{R}^p$ la sortie du système, une fonction suffisamment dérivable mais n'est pas forcément accessibles à la mesure. Le problème de commande considéré consiste en une poursuite asymptotiquement parfaite d'une trajectoire désirée que l'on notera $\{y_d(t)\} \in \mathbb{R}^p$, soit :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = y_d(t) \quad (3.2)$$

La synthèse de la loi de commande nécessite les hypothèses suivantes :

Hypothèse 3.1 : *Il existe une transformation Φ qui est un difféomorphisme défini comme suit :*

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi_z \\ \Phi_\zeta \end{pmatrix} : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^n : x \mapsto \Phi(x) = \begin{pmatrix} z = \Phi_z(x) \\ \zeta = \Phi_\zeta(x) \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

qui met le système (3.1) sous la forme :

$$\dot{z} = A_r z + B_r (G(\zeta, z)u + g(\zeta, z)) + \psi(z) \quad (3.4a)$$

$$\dot{\zeta} = \eta(\zeta, z, u) \quad (3.4b)$$

$$y = Cz = z^1 \quad (3.4c)$$

avec

$$z = \begin{pmatrix} z^1 \\ z^2 \\ z^3 \\ \vdots \\ z^r \end{pmatrix}, \psi(z) = \begin{pmatrix} \psi^1(z^1) \\ \psi^2(z^1, z^2) \\ \psi^2(z^1, z^2, z^3) \\ \vdots \\ \psi^r(z) \end{pmatrix}, A_r = \begin{pmatrix} 0_p & I_{(r-1)p} \\ 0_p & 0_p \end{pmatrix}, B_r = \begin{pmatrix} 0_p \\ 0_p \\ \vdots \\ I_p \end{pmatrix} \text{ et } C_r = (I_p \ 0_p \ \dots \ 0_p).$$

Les variables $z^k \in \mathbb{R}^p$ et $\zeta \in \mathbb{R}^{n-rp}$, avec $k=1, \dots, r$, $g(\zeta, z) \in \mathbb{R}^p$ et $G(\zeta, z)$ est une matrice de dimension $p \times m$ avec $p \leq m$. La matrice $\psi(z)$ a une structure triangulaire par rapport à x ,

Hypothèse 3.2 : La fonction ψ est globalement Lipschitzienne en z et les fonctions matricielles G et g sont globalement Lipschitzienne en z uniformément en ζ , de plus la matrice $G(\zeta, z)$ est de rang plein et satisfait la condition suivante :

$$\exists b_{mn} \ m b_{mx} > 0, \forall \zeta \in \mathbb{R}^{n-rp}, z \in \mathbb{R}^{rp} : b_{mn} I_p \leq G(\zeta, v_3) G(\zeta, v_3)^T \leq b_{mx} I_p \quad (3.5)$$

Comme pour la classe des systèmes donnés par (3.4), nous avons besoin d'une autre hypothèse connue sous le nom d'hypothèse de "Minimum de Phase" dont l'énoncé est le suivant [64], [65]:

Hypothèse 3.3 : Le système $\dot{\zeta} = \eta(\zeta, v_1, v_2, v_3)$ donné par le système (3.6) ayant comme vecteur d'entrée (v_1, v_2, v_3) et comme vecteur d'état ζ reste borné pour toute entrée bornée.

$$\dot{\zeta} = \eta\left(\zeta, v_1, (G(\zeta, v_3))^+ (v_2 - g(\zeta, v_3))\right) \quad (3.6)$$

où la matrice $(G(\zeta, v_3))^+$ représente l'inverse à droite de la matrice $G(\zeta, v_3)$ qui est donnée par $(G)^+ = G^T (GG^T)^{-1}$.

Une fois effectuée la transformation (3.3), le problème de la commande annoncée par (3.2) peut être étendu au problème de poursuite de la nouvelle trajectoire de sortie désirée que l'on notera $\{z_d^1(t)\} \in \mathbb{R}^p$, soit :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (z^1(t) - z_d^1(t)) = 0 \quad (3.7)$$

Compte tenu de la structure du système (3.4), il est possible d'exprimer la dérivée de la trajectoire de l'état de référence notée $\{z_d(t)\}$ en fonction de la séquence d'entrée associée $\{u_d(t)\}$ qui correspond à la trajectoire désirée $\{z_d^1(t)\}$. Cela permet de définir le modèle de référence (désiré) comme suit :

$$\dot{z}_d = A_r z_d + B_r (G(\zeta, z_d) u_d + g(\zeta, z_d)) + \psi(z_d) \quad (3.8)$$

Notons que, les composantes du vecteur d'état désiré $z_d^k \in \mathbb{R}^p, k = 2, \dots, r$ et les composantes du vecteur d'entrée associée $u_d \in \mathbb{R}^m$ peuvent être calculées à partir du système (3.8) comme suit :

$$z_d^k = \dot{z}_d^{k-1} - \psi^{k-1}(z_d^1, \dots, z_d^{k-1}), \quad k \in [2, \dots, r] \quad (3.9a)$$

$$u_d = (G(\zeta, z_d))^+ (\dot{z}_d^r - g(\zeta, z_d)) \quad (3.9b)$$

Comme z_d est suffisamment dérivable, il est possible de déterminer par récurrence l'entrée et l'état du modèle de référence (c'est à dire u_d et z_d^k pour $k = 1, \dots, r$) en fonction des dérivées par rapport au temps de la trajectoire de référence (c'est à dire $z_d^{1(i)} = \frac{d^{(i)} z_d^1}{dt^{(i)}}$ pour $i \in [1, \dots, r-1]$), comme suit :

$$z_d^k = \beta^k(z_d^1, z_d^{1(1)}, z_d^{1(2)}, \dots, z_d^{1(k-1)}) \quad \text{pour } k \in [1, \dots, r] \quad (3.10)$$

Les fonctions β^k seront données par :

- pour $k = 1$: $\beta^1(z_d^1) = z_d^1$
- pour $k = \{2, \dots, r\}$:

$$\beta^k(z_d^1, z_d^{1(1)}, \dots, z_d^{1(k-1)}) = \sum_{j=0}^{k-2} \frac{\partial \beta^{k-1}}{\partial z_d^{1(j)}}(z_d^1, \dots, z_d^{1(k-2)}) z_d^{1(j+1)} - \psi^{k-1}(\beta^1(z_d^1), \dots, \beta^{k-1}(z_d^1, z_d^{1(1)}, \dots, z_d^{1(k-2)}))$$

En effet, d'après l'équation (3.9) on a :

$$\begin{aligned} z_d^k &= \dot{z}_d^{k-1} - \psi^{k-1}(z_d^1, \dots, z_d^{k-1}) \quad \text{pour } k \in [2, \dots, r] \\ &= \frac{d}{dt} (\beta^k(z_d^1, z_d^{1(1)}, \dots, z_d^{1(k-1)})) - \psi^{k-1}(z_d^1, z_d^{1(1)}, \dots, z_d^{k-1}) \\ &= \sum_{j=0}^{k-2} \frac{\partial \beta^{k-1}}{\partial z_d^{1(j)}}(z_d^1, \dots, z_d^{1(k-2)}) z_d^{1(j+1)} - \psi^{k-1}(\beta^1(z_d^1), \dots, \beta^{k-1}(z_d^1, z_d^{1(1)}, \dots, z_d^{1(k-2)})) \end{aligned}$$

Le problème de poursuite parfaite en sortie donné par l'équation (3.7) peut être réécrit autrement si nous considérons l'erreur $e(t)$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \quad \text{où} \quad e(t) = (z(t) - z_d(t)) \quad (3.11)$$

Ce type de problème peut être interprété comme un problème de régulation pour le système d'erreur obtenu à partir des équations du système (3.4) et du modèle de référence (3.8) :

$$\dot{e} = A_r e + B_r (G(\zeta, z)u - G(\zeta, z_d)u_d) - B_r (g(\zeta, z) - g(\zeta, z_d)) + \psi(z) - \psi(z_d) \quad (3.12a)$$

$$\dot{\zeta} = \eta(\zeta, z, u) \quad (3.12b)$$

En remplaçant z par $e + z_d$, le système (3.12) s'écrit alors :

$$\dot{e} = A_r e + B_r (G(\zeta, e + z_d)u - G(\zeta, z_d)u_d) - B_r (g(\zeta, e + z_d) - g(\zeta, z_d)) + \psi(e + z_d) - \psi(z_d) \quad (3.13a)$$

$$\dot{\zeta} = \eta(\zeta, e + z_d, u) \quad (3.13b)$$

3.3. Commande avec retour d'état à grand gain

La loi de commande avec retour d'état qui nous intéresse est obtenue en exploitant le contrôleur proposé par [36] et [66] compte tenu des observateurs du type grand gain proposés dans [37] pour les systèmes uniformément observables. La structure de cette loi de commande pour les systèmes considérés se présente comme suit :

$$u = (G(\zeta, z))^+ (G(\zeta, z_d)u_d + v(e)) \quad (3.14a)$$

$$v(e) = -K_c (\lambda^r B_r^T \bar{S} \Delta_\lambda e) \quad (3.14b)$$

où la matrice Δ_λ est une matrice diagonale donnée en fonction du scalaire strictement positif λ par :

$$\Delta_\lambda = \text{diag} \left(I_p, \frac{1}{\lambda} I_p, \dots, \frac{1}{\lambda^{r-1}} I_p \right) \quad (3.15)$$

La matrice \bar{S} est la solution de l'équation algébrique de Lyapunov suivante :

$$\bar{S} + A_r^T \bar{S} + \bar{S} A_r = \bar{S} B_r B_r^T \bar{S} \quad (3.16)$$

et $K_c : \mathbb{R}^p \mapsto \mathbb{R}^p$ est une fonction bornée satisfaisant la propriété suivante :

$$\forall \omega \in \Omega \text{ on a : } \omega^T K_c(\omega) \geq \frac{1}{2} \omega^T B_r B_r^T \omega \quad (3.17)$$

où Ω est un compact quelconque de \mathbb{R}^p .

Remarque 3.1 : Du fait que l'équation algébrique de Lyapunov $S + A_r^T S + S A_r = C_r^T C_r$, (3.18)

où $C_r = B_r^T$, admet une solution unique S symétrique définie positive [39], il en sera de même pour l'équation algébrique (3.16), qui a une solution unique \bar{S} symétrique définie positive. Cette solution peut être écrite sous la forme suivante :

$$\bar{S} = T S^{-1} T \quad \text{avec} \quad T = \begin{pmatrix} 0_p & \cdots & 0_p & I_p \\ \vdots & 0_p & I_p & 0_p \\ 0_p & I_p & 0_p & \vdots \\ I_p & 0_p & \cdots & 0_p \end{pmatrix}$$

En utilisant quelques manipulations algébriques comme dans [8], on obtient :

$$B_r^T \bar{S} = C S^{-1} T = [C_q^q I_p \quad C_q^{q-1} I_p \quad \cdots \quad C_q^1 I_p]$$

Alors la loi de commande avec retour d'état, donnée par l'équation (3.14), réalise bien l'objectif de poursuite considéré (3.11) comme l'indique le résultat fondamental donné par le théorème suivant :

Théorème 3.1 : Sous les hypothèses 3.1 à 3.3, l'erreur de poursuite $e(t)$ du système (3.13) générée par la séquence d'entrée donnée par (3.14)-(3.17) converge exponentiellement vers zéro pour des valeurs de λ relativement grandes.

Démonstration : La démonstration du théorème est similaire à celle donnée par [66]. En effet, en tenant compte des équations (3.13) et (3.14), l'équation d'état du système avec retour d'état s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= A_r e + B_r v(e) + B_r (g(\zeta, z) - g(\zeta, z_d)) + \psi(e + z_d) - \psi(z_d) \\ &= A_r e - B_r K_c (\lambda^r B_r^T \bar{S} \Delta_\lambda e) + B_r (g(\zeta, z) - g(\zeta, z_d)) + \psi(z) - \psi(z_d) \end{aligned} \quad (3.19)$$

Soit le changement de variable $\bar{e} = \Delta_\lambda e$. Compte tenu des identités $\Delta_\lambda A_r \Delta_\lambda^{-1} = \lambda A_r$,

$\Delta_\lambda B_r = \frac{1}{\lambda^{r-1}} B_r$ et $e = \Delta_\lambda^{-1} \bar{e}$, la dérivée $\dot{\bar{e}}$ peut être exprimée comme suit :

$$\begin{aligned}
\dot{\bar{e}} &= \Delta_\lambda \dot{e} \\
&= \Delta_\lambda A_r e - \Delta_\lambda B_r K_c (\lambda^r B_r^T \bar{S} \Delta_\lambda e) + \Delta_\lambda B_r (g(\zeta, z) - g(\zeta, z_d)) + \Delta_\lambda (\psi(z) - \psi(z_d)) \\
&= \lambda A_r \bar{e} - \Delta_\lambda B_r K_c (\lambda^r B_r^T \bar{S} \bar{e}) + \Delta_\lambda B_r (g(\zeta, z) - g(\zeta, z_d)) + \Delta_\lambda (\psi(z) - \psi(z_d)) \\
&= \lambda A_r \bar{e} - \frac{1}{\lambda^{r-1}} B_r K_c (\lambda^r B_r^T \bar{S} \bar{e}) + \frac{1}{\lambda^{r-1}} B_r (g(\zeta, z) - g(\zeta, z_d)) + \Delta_\lambda (\psi(z) - \psi(z_d)) \tag{3.20}
\end{aligned}$$

La convergence de l'erreur de poursuite \bar{e} vers zéro sera établie en utilisant l'approche de Lyapunov. Pour cela, considérons la fonction quadratique de Lyapunov suivante :

$$V = \bar{e}^T \bar{S} e \tag{3.21}$$

alors la dérivée de V s'écrit :

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= 2\bar{e}^T \bar{S} \dot{\bar{e}} \\
&= 2\lambda \bar{e}^T \bar{S} A_r \bar{e} - \frac{2}{\lambda^{r-1}} \bar{e}^T \bar{S} B_r K_c (\lambda^r B_r^T \bar{S} \bar{e}) + \frac{2}{\lambda^{r-1}} \bar{e}^T \bar{S} B_r (g(\zeta, z) - g(\zeta, z_d)) \\
&\quad + 2\bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda (\psi(z) - \psi(z_d)) \tag{3.22}
\end{aligned}$$

L'équation (3.16) peut s'écrire comme suit :

$$A_r^T \bar{S} + \bar{S} A_r = -\bar{S} + \bar{S} B_r B_r^T \bar{S}$$

et en multipliant les deux côtés de cette équation à gauche et à droite respectivement par \bar{e}^T et \bar{e} , on obtient :

$$2\bar{e}^T \bar{S} A_r \bar{e} = -\bar{e}^T \bar{S} \bar{e} + \bar{e}^T \bar{S} B_r B_r^T \bar{S} \bar{e} \tag{3.23}$$

ce qui modifie l'expression (3.22) comme suit :

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= -\lambda V + \lambda \bar{e}^T \bar{S} B_r B_r^T \bar{S} \bar{e} - \frac{2}{\lambda^{r-1}} \bar{e}^T \bar{S} B_r K_c (\lambda^r B_r^T \bar{S} \bar{e}) \\
&\quad + \frac{2}{\lambda^{r-1}} \bar{e}^T \bar{S} B_r (g(\zeta, z) - g(\zeta, z_d)) + 2\bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda (\psi(z) - \psi(z_d)) \\
&= -\lambda V + \lambda \bar{e}^T \bar{S} B_r B_r^T \bar{S} \bar{e} - \frac{2}{\lambda^{2r-1}} (\lambda^r \bar{S} B_r \bar{S} \bar{e})^T K_c (\lambda^r B_r^T \bar{S} \bar{e}) \\
&\quad + \frac{2}{\lambda^{r-1}} \bar{e}^T \bar{S} B_r (g(\zeta, z) - g(\zeta, z_d)) + 2\bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda (\psi(z) - \psi(z_d)) \\
&= -\lambda V + \lambda \left(\bar{e}^T \bar{S} B_r B_r^T \bar{S} \bar{e} - \frac{2}{\lambda^{2r}} (\lambda^r \bar{S} B_r \bar{S} \bar{e})^T K_c (\lambda^r B_r^T \bar{S} \bar{e}) \right) \\
&\quad + \frac{2}{\lambda^{r-1}} \bar{e}^T \bar{S} B_r (g(\zeta, z) - g(\zeta, z_d)) + 2\bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda (\psi(z) - \psi(z_d)) \tag{3.24}
\end{aligned}$$

En posant $\omega = B^T \bar{S} \bar{e}$ et en utilisant l'inégalité (3.17), on obtient :

$$(\lambda^r \bar{S} B_r \bar{S} \bar{e})^T K_c (\lambda^r B_r^T \bar{S} \bar{e}) \geq \frac{1}{2} (\lambda^r \bar{S} B_r \bar{S} \bar{e})^T (\lambda^r B_r^T \bar{S} \bar{e}) = \frac{1}{2} \lambda^{2r} \bar{e}^T \bar{S} B_r B_r^T \bar{S} \bar{e}$$

avec cette relation, l'équation (3.24) devient :

$$\dot{V} = -\lambda V + \frac{2}{\lambda^{r-1}} \bar{e}^T \bar{S} B_r (g(\zeta, z) - g(\zeta, z_d)) + 2\bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda (\psi(z) - \psi(z_d)) \quad (3.25)$$

Maintenant, compte tenu du caractère Lipschitz de la fonction ψ et de sa structure triangulaire, on peut montrer que l'on a pour $\lambda \geq 1$:

$$2\bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda (\psi(z) - \psi(z_d)) \leq \nu_1 V \quad (3.26)$$

de même et puisque la fonction g est aussi Lipschitzienne, on a :

$$\frac{2}{\lambda^{r-1}} \bar{e}^T \bar{S} B_r (g(\zeta, z) - g(\zeta, z_d)) \leq \nu_2 V \quad (3.27)$$

où ν_1 et ν_2 sont des constantes indépendantes de λ .

En combinant (3.25), (3.26) et (3.27), on obtient :

$$\dot{V} \leq -(\lambda - \nu_1 - \nu_2) V \quad (3.28)$$

Par conséquent la solution de cette équation différentielle du premier ordre est :

$$V(\bar{e}) \leq e^{-(\lambda - \nu)t} V(\bar{e}(0)) \quad (3.29)$$

avec $\nu = \nu_1 + \nu_2$. Ainsi se termine la démonstration du théorème.

Remarque 3.2 : Dans le cas où la structure de la matrice A_r est de la forme :

$$A_r = \begin{pmatrix} 0 & A_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & A_2 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 & A_{r-1} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

où $A_i \in \mathbb{R}^{p \times p}$, pour $i \in [1, q-1]$, est une matrice carrée inversible la loi de commande $v(e)$ correspondante est donnée par [36] et [66]:

$$v(e) = - \left(\prod_{i=1}^{q-1} A_i \right)^{-1} K_c \left(\lambda^r B_r^T \bar{S} \Delta_\lambda \Lambda e \right) \quad (3.31)$$

$$\text{avec } \Lambda = \text{diag} \left(I_p, A_1, A_1 A_2, \dots, \prod_{i=1}^{q-1} A_i \right).$$

3.4. Commande avec observateur à grand gain

Maintenant, on cherche à résoudre le problème de commande à grand gain incorporant un observateur pour les systèmes multivariables décrits par les équations (3.1), et pour atteindre cela, nous procéderons comme dans [36]. La commande avec retour de sortie qui nous concerne est obtenue en appliquant le principe d'équivalence certaine en utilisant l'observateur à grand gain donné au chapitre précédent par l'équation (2.3), cet observateur prend ici la forme suivante:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \varphi(u(\hat{x}), \hat{x}) - \theta \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \varepsilon \quad (3.32)$$

où ε est l'erreur d'observation $\hat{x} - x$, la matrice Δ_θ est une matrice diagonale donnée précédemment en fonction du scalaire positif $\theta > 0$ par l'équation (2.4), elle est donnée de la même manière que Δ_λ formulée à son tour par (3.15), en fin la matrice S est donnée par (3.18).

Maintenant, si nous soustrayons (3.1) de (3.32) on obtient :

$$\dot{\varepsilon} = A\varepsilon + \varphi(u(\hat{x}), \hat{x}) - \varphi(u(\hat{x}), x) - \theta \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \varepsilon \quad (3.33)$$

Comme pour le système (3.1), le système (3.32) doit passer, à son tour, par une transformation qui le ramène vers les coordonnées (ζ, z) . Dans ce cas il sera donné comme suit :

$$\dot{\hat{z}} = A_r \hat{z} + B_r \left(G(\hat{\zeta}, \hat{z}) \hat{u} + g(\hat{\zeta}, \hat{z}) \right) + \psi(\hat{z}) - \theta \frac{\partial \Phi_z}{\partial x} \left(\Phi^c(\hat{\zeta}, \hat{z}) \right) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \varepsilon \quad (3.34a)$$

$$\dot{\hat{\zeta}} = \eta(\hat{\zeta}, \hat{z}, \hat{u}) - \theta \frac{\partial \Phi_\zeta}{\partial x} \left(\Phi^c(\hat{\zeta}, \hat{z}) \right) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \varepsilon \quad (3.34b)$$

Cette équation représente l'observateur dans les nouvelles coordonnées, où, \hat{z} et $\hat{\zeta}$ sont les estimés respectives des variables z et ζ données par (3.4). Le terme ε donné par (3.33) représente l'erreur d'observation, alors que, l'équation de l'erreur de poursuite (la dérivée de l'erreur de poursuite $\dot{\hat{e}} = \dot{\hat{z}} - \dot{z}_d$) sera obtenue à partir des équations du système (3.34) et du modèle de référence désiré (3.8), elle peut être exprimée comme suit :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{e}} &= A_r \hat{e} + B_r \left(G(\hat{\zeta}, \hat{z}) \hat{u} - G(\hat{\zeta}, z_d) u_d \right) + B_r \left(g(\hat{\zeta}, \hat{z}) - g(\hat{\zeta}, z_d) \right) \\ &\quad + \psi(\hat{z}) - \psi(z_d) - \theta \frac{\partial \Phi_z}{\partial x} \left(\Phi^c(\hat{z}, \hat{\zeta}) \right) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \mathcal{E} \\ \dot{\hat{\zeta}} &= \eta(\hat{\zeta}, \hat{z}, u) - \theta \frac{\partial \Phi_\zeta}{\partial x} \left(\Phi^c(\hat{z}, \hat{\zeta}) \right) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \mathcal{E}\end{aligned}$$

Parce que $\hat{e} = \hat{z} - z_d$, il est possible de remplacer \hat{z} par $\hat{e} + z_d$, ce dernier système s'écrit alors :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{e}} &= A_r \hat{e} + B_r \left(G(\hat{\zeta}, \hat{e} + z_d) \hat{u} - G(\hat{\zeta}, z_d) u_d \right) + B_r \left(g(\hat{\zeta}, \hat{e} + z_d) - g(\hat{\zeta}, z_d) \right) \\ &\quad + \psi(\hat{e} + z_d) - \psi(z_d) - \theta \frac{\partial \Phi_z}{\partial x} \left(\Phi^c(\hat{z}, \hat{\zeta}) \right) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \mathcal{E}\end{aligned}\tag{3.35a}$$

$$\dot{\hat{\zeta}} = \eta(\hat{\zeta}, \hat{e} + z_d, \hat{u}) - \theta \frac{\partial \Phi_\zeta}{\partial x} \left(\Phi^c(\hat{z}, \hat{\zeta}) \right) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \mathcal{E}\tag{3.35b}$$

La loi de commande donnée dans (3.14) aura l'expression suivante :

$$\hat{u} = u(\hat{\zeta}, \hat{z}) = \left(G(\hat{\zeta}, \hat{z}) \right)^+ \left(\dot{z}_d^r - g(\hat{\zeta}, z_d) + v(\hat{e}) \right)\tag{36a}$$

$$v(\hat{e}) = -K_c \left(\lambda^r B_r^T \bar{S} \Delta_\lambda \hat{e} \right)\tag{36b}$$

où \dot{z}_d^r , Δ_λ et \bar{S} sont respectivement donnés par (3.10), (3.15) et (3.16).

Comme dans la plupart des travaux relatifs à la synthèse des observateurs à grand gain, nous avons besoin de l'hypothèse suivante :

Hypothèse 3.4 : *La fonction φ est globalement Lipschitzienne par rapport à x uniformément en u .*

Maintenant, nous énonçons le théorème suivant :

Théorème 3.2 : *La commande à base d'observateur à grand gain (3.36) du système (3.1) réalise une poursuite parfaitement asymptotique, pourvu que les hypothèses 3.1 à 3.4 soient vérifiées.*

Démonstration : On a deux parties dans cette démonstration, dans la première on montre que l'erreur d'observation $\mathcal{E}(t)$ converge exponentiellement vers zéro, i.e. $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{E}(t) = 0$, puis on prouve la convergence exponentielle vers zéro de l'erreur de poursuite $e(t)$, i.e. $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$.

Le résultat de la première partie est établie de la même manière que dans [66], c'est à partir d'une fonction de Lyapunov utilisant le vecteur de l'erreur $\bar{\mathcal{E}} = \theta^q \Delta_\theta \mathcal{E}$ avec $q = 1, 2, \dots, q$ dont l'équation peut se déduire de (3.33) et elle est donnée par :

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \theta A \bar{\varepsilon} + \theta^q \Delta_\theta (\varphi(u(\hat{x}), \hat{x}) - \varphi(u(\hat{x}), x)) - \theta S^{-1} C^T C \bar{\varepsilon}$$

Posons maintenant $V_1 = \bar{\varepsilon}^T S \bar{\varepsilon}$ et rappelons que $\bar{\varepsilon} = \theta^q \Delta_\theta \varepsilon$, la dérivée de la fonction V_1 est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= 2\bar{\varepsilon}^T S \dot{\bar{\varepsilon}} \\ &= -\theta V_1 + 2\theta^q \bar{\varepsilon}^T S \Delta_\theta (\varphi(u(\hat{x}), \hat{x}) - \varphi(u(\hat{x}), x)) - \theta \bar{\varepsilon}^T C^T C \bar{\varepsilon} \\ &\leq -\theta V_1 + \left\| 2\theta^q \bar{\varepsilon}^T S \Delta_\theta (\varphi(u(\hat{x}), \hat{x}) - \varphi(u(\hat{x}), x)) \right\| \end{aligned} \quad (3.37)$$

Maintenant, comme φ est triangulaire et Lipschitz, utilisant l'hypothèse 3.4, et comme la fonction K_c est bornée (intervenant dans (3.36) pour le calcul de la commande), on obtient :

$$\left\| 2\theta^q \bar{\varepsilon}^T S \Delta_\theta (\varphi(u(\hat{x}), \hat{x}) - \varphi(u(\hat{x}), x)) \right\| \leq \alpha \bar{\varepsilon}$$

où α est une fonction positive qui ne dépend pas de θ et λ , voir [66] pour plus de détails. Par conséquent, on obtient :

$$\dot{V}_1 \leq -(\theta - \gamma_0(\lambda)) V_1 \quad (3.38)$$

avec $\gamma_0 = 2 \frac{\lambda_M(S)}{\lambda_m(S)} \alpha$ où $\lambda_M(S)$ et $\lambda_m(S)$ désignent respectivement la plus grande et la plus petite valeur propre de S .

Ceci conduit naturellement à la convergence exponentielle vers zéro de l'erreur d'observation pour des valeurs de θ relativement grandes,

$$V_1(\bar{\varepsilon}) \leq e^{-(\theta - \gamma_0(\lambda))t} V_1(\bar{\varepsilon}(0)) \quad (3.39)$$

La seconde partie est établie à partir d'une fonction de Lyapunov utilisant l'estimé de l'état $\bar{e} = \lambda^r \Delta_\lambda \hat{e}$ dont l'équation peut se déduire de (3.35) et elle est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{\bar{e}} &= \lambda A_r \bar{e} - \lambda^r \Delta_\lambda B_r K_c (B_r^T \bar{S} \bar{e}) + \lambda^r \Delta_\lambda B_r (g(\hat{\zeta}, \hat{e} + z_d) - g(\hat{\zeta}, z_d)) \\ &\quad + \lambda^r \Delta_\lambda (\psi(\hat{e} + z_d) - \psi(z_d)) - \theta \lambda^r \Delta_\lambda \frac{\partial \Phi_z}{\partial x}(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \varepsilon \\ &= \lambda A_r \bar{e} - \lambda B_r K_c (B_r^T \bar{S} \bar{e}) + \lambda B_r (g(\hat{\zeta}, \hat{e} + z_d) - g(\hat{\zeta}, z_d)) \\ &\quad + \lambda^r \Delta_\lambda (\psi(\hat{e} + z_d) - \psi(z_d)) - \theta^{1-q} \lambda^r \Delta_\lambda \frac{\partial \Phi_z}{\partial x}(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \varepsilon \end{aligned} \quad (3.40)$$

La dernière équation tient compte du fait que $C\Delta_\theta = C$.

Considérons la fonction quadratique suivante : $V_2 = \lambda^{-2r} \bar{e}^T \bar{S} \bar{e}$, alors :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= 2\lambda^{-2r} \bar{e}^T \bar{S} \dot{\bar{e}} \\ &= 2\lambda^{-2r} \bar{e}^T \bar{S} \left(\lambda A_r \bar{e} - \lambda B_r K_c (B_r^T \bar{S} \bar{e}) + \lambda B_r (g(\hat{\zeta}, \hat{e} + z_d) - g(\hat{\zeta}, z_d)) \right. \\ &\quad \left. + \lambda^r \Delta_\lambda (\psi(\hat{e} + z_d) - \psi(z_d)) - \theta^{1-q} \lambda^r \Delta_\lambda \frac{\partial \Phi_z}{\partial x}(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \varepsilon \right) \end{aligned} \quad (3.41)$$

Tenant compte de l'équation (3.23) et en utilisant l'identité $\Delta_\lambda B_r = \frac{1}{\lambda^{r-1}} B_r$, la dérivée de la fonction V_2 peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -\lambda V_2 + \lambda^{-2r+1} \left(\frac{1}{2} w^T w - w^T K_c(w) \right) + 2\lambda^{-r} \bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda B_r (g(\hat{\zeta}, \hat{e} + z_d) - g(\hat{\zeta}, z_d)) \\ &\quad + 2\lambda^{-r} \bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda (\psi(\hat{e} + z_d) - \psi(z_d)) - 2\theta^{1-q} \lambda^{-r} \bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda \frac{\partial \Phi_z}{\partial x}(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \varepsilon \end{aligned}$$

où $w = B_r^T \bar{S} \bar{e}$. En utilisant l'inégalité (3.17), on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq -\lambda V_2 + \lambda^{-r} \bar{e}^T \bar{S} B_r (g(\hat{\zeta}, \hat{e} + z_d) - g(\hat{\zeta}, z_d)) + 2\lambda^{-r} \bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda (\psi(\hat{e} + z_d) - \psi(z_d)) \\ &\quad + \left\| 2\lambda^{-r} \theta^{1-q} \bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda \frac{\partial \Phi_z}{\partial x}(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \varepsilon \right\| \\ &\leq -\lambda V_2 + 2\lambda^{-r} \left\| \bar{S} \bar{e} \right\| \left\| B_r (g(\hat{\zeta}, \hat{e} + z_d) - g(\hat{\zeta}, z_d)) \right\| + 2\lambda^{-r} \left\| \bar{S} \bar{e} \right\| \left\| \Delta_\lambda (\psi(\hat{e} + z_d) - \psi(z_d)) \right\| \\ &\quad + \left\| 2\lambda^{-r} \theta^{1-q} \bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda \frac{\partial \Phi_z}{\partial x}(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \varepsilon \right\| \end{aligned} \quad (3.42)$$

Par ailleurs, le théorème de la valeur moyenne donne :

$$\left\| \lambda^{-r} \Delta_\lambda (\psi(\hat{e} + z_d) - \psi(z_d)) \right\| \leq \left\| \Delta_\lambda \frac{\partial \psi}{\partial z}(\zeta_1) \Delta_\lambda^{-1} \right\| \left\| \bar{e} \right\|$$

pour $\zeta_1 \in \mathfrak{U}$, et puisque la fonction ψ est Lipschitzienne par rapport à z sur \mathfrak{U} , la matrice $\frac{\partial \psi}{\partial z}(\zeta_1)$ est bornée sur \mathfrak{U} . Et compte tenu de la structure de $\psi(x)$, cette matrice est triangulaire inférieure.

La matrice $\Delta_\lambda \frac{\partial \psi}{\partial z}(\zeta_1) \Delta_\lambda^{-1}$ ne dépend que des termes en $1/\lambda$ et sa norme est bornée par une constante indépendante de λ pour $\lambda \geq 1$. De la même façon on a :

$$\begin{aligned} \left\| \lambda^{-r} \Delta_\lambda B_r \left(g(\hat{\zeta}, \hat{e} + z_d) - g(\hat{\zeta}, z_d) \right) \right\| &= \left\| \lambda^{-r} \Delta_\lambda B_r \left(\frac{\partial g}{\partial z}(\hat{\zeta}, \zeta_2) \right) e \right\| \\ &= \left\| \Delta_\lambda B_r \frac{\partial g}{\partial z}(\hat{\zeta}, \zeta_2) \Delta_\lambda^{-1} \bar{e} \right\| \\ &\leq \left\| \frac{\partial g}{\partial z}(\hat{\zeta}, \zeta_2) \right\| \left\| \bar{e} \right\| \end{aligned}$$

pour $\zeta_2 \in \mathfrak{U}$. Et puisque g est Lipschitzienne en z uniformément en ζ sur \mathfrak{U} , la norme de la matrice $\frac{\partial g}{\partial z}(\zeta, \zeta_2)$ est bornée sur \mathfrak{U} par une constante (ne dépend pas de λ). Il en résulte que :

$$\begin{aligned} 2 \left\| \bar{S} \bar{e} \right\| \left\| \lambda^{-r} \Delta_\lambda \left(\psi(\hat{\zeta}, \hat{e} + z_d) - \psi(\hat{\zeta}, z_d) \right) \right\| &\leq \gamma_1 V \\ 2 \left\| \bar{S} \bar{e} \right\| \left\| \lambda^{-r} \Delta_\lambda \left(g(\hat{\zeta}, \hat{e} + z_d) - g(\hat{\zeta}, z_d) \right) \right\| &\leq \gamma_2 V \end{aligned}$$

où $\gamma_1, \gamma_2 > 0$ sont des constantes indépendantes de λ .

En combinant ces deux dernières expressions avec (3.42), on obtient :

$$\dot{V}_2 \leq -(\lambda - \gamma)V_2 + 2 \left\| \theta^{1-q} \lambda^r \bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda \frac{\partial \Phi_z}{\partial x}(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \bar{E} \right\|$$

avec $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$.

En tenant compte de l'expression (3.16) et de la matrice \bar{S} et puisque $\Phi(x)$ est globalement Lipschitzienne, on a pour $\theta, \lambda \geq 1$:

$$\left\| \theta^{1-q} \lambda^r \bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda \frac{\partial \Phi_z}{\partial x}(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \bar{E} \right\| \leq \rho \lambda_m^2(S) \lambda^{-r} \left\| \bar{E} \right\| \left\| \bar{e} \right\| \quad (3.43)$$

où : $\rho = \text{Sup} \left\{ \left\| \frac{\partial \Phi_z}{\partial x}(x) \right\| ; x \in \mathbb{R}^n \right\}$.

En combinant les inégalités (3.42) et (3.43), on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq -(\lambda - \gamma)V_2 + \rho \lambda_m^2(S) \theta^q \lambda^r \left\| \bar{E} \right\| \left\| \bar{e} \right\| \\ &\leq -(\lambda - \gamma)V_2 + c \sqrt{V_1} \sqrt{V_2} \end{aligned} \quad (3.44)$$

où $c = \rho \lambda_m(S) \sqrt{\frac{\lambda_m(S)}{\lambda_M(S)}}$.

Il suffit donc de prendre $\lambda > \gamma$ et $\theta > \gamma_0(\lambda)$ pour obtenir la convergence exponentielle de l'estimé de l'erreur de poursuite. On en déduit que :

$$\sqrt{V_2(z(t))} \leq e^{-\left(\frac{\lambda-\gamma}{2}\right)t} \sqrt{V_2(z(0))} + \frac{c}{\theta - \lambda - \gamma_0(\lambda) + \gamma_c} \left(e^{-\left(\frac{\lambda-\gamma_0(\lambda)}{2}\right)t} - e^{-\left(\frac{\lambda-\gamma}{2}\right)t - \left(\frac{\lambda-\gamma}{2}\right)t} \right)$$

Ainsi se termine la démonstration du théorème.

3.5. Incorporation d'une action intégrale filtrée

On peut introduire d'une façon relativement aisée, dans la loi de commande donnée précédemment, une action intégrale suivie d'une action de filtrage de l'erreur de poursuite définie par :

$$\begin{cases} \dot{e}^i = e^f \\ \dot{e}^f = -\Gamma e^f + \Gamma e^1 \end{cases} \quad (3.45)$$

où $e^1 = z^1 - z_d^1$ représente l'erreur de poursuite et $\Gamma = \text{diag} \left(\frac{1}{\tau_1}, \dots, \frac{1}{\tau_p} \right)$ est une matrice de synthèse associée à l'action de filtrage désirée ($\tau_i > 0$ où $i = 1, \dots, p$ sont des nombres réels).

Le gain du système de commande avec retour d'état, tenant compte de l'action intégrale et filtré, est alors déterminé à partir du modèle de synthèse (3.13). Dans ce cas la dynamique de l'erreur de poursuite est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{e}_a &= A_a e_a + B_a (G(\zeta, e + z_d) u_a - G(\zeta, z_d) u_d) \\ &\quad - B_a (g(\zeta, e + z_d) - g(\zeta, z_d)) + \psi_a(e + z_d) - \psi(z_d) \end{aligned} \quad (3.46a)$$

$$\dot{\zeta} = \eta(\zeta, e + z_d, u_a) \quad (3.46b)$$

avec e_a , A_a , B_a et ψ_a définies comme suit :

$$e_a = \begin{pmatrix} e^i \\ e^f \\ e \end{pmatrix}, \quad A_a = \begin{pmatrix} 0 & I_p & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma \\ 0 & 0 & A_r \end{pmatrix}, \quad B_a = \begin{pmatrix} 0_p \\ 0_p \\ B_r \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \psi_a = \begin{pmatrix} 0_p \\ -\Gamma e^f \\ \psi(e + z_d) \end{pmatrix}.$$

La structure de l'erreur (3.46) ressemble à celle donnée par l'équation (3.13), donc, la loi de commande avec retour de sortie incorporant une action intégrale filtrée sera donnée par :

$$\begin{aligned} u_a(\hat{e}_a) &= \left(G(\hat{\zeta}, \hat{z}) \right)^+ \left(G(\hat{\zeta}, \hat{z}_d) u_d + v(\hat{e}_a) \right) \\ &= \left(G(\hat{\zeta}, \hat{e} + z_d) \right)^+ \left(\dot{z}_d^q - g(\hat{\zeta}, z_d) + v(\hat{e}_a) \right) \end{aligned} \quad (3.47a)$$

$$v_a(\hat{e}_a) = -\Gamma^{-1} K_{ac} \left(\lambda^{r+2} B_a^T \bar{S}_a \Delta_{a\lambda} \Lambda \hat{e}_a \right) \quad (3.47b)$$

$$\text{avec } \hat{e}_a = \begin{pmatrix} e^i \\ e^f \\ \hat{e} \end{pmatrix}, \Delta_{a\lambda} = \text{diag} \left(I_p, \frac{1}{\lambda} I_p, \dots, \frac{1}{\lambda^r} I_p, \frac{1}{\lambda^{r+1}} I_p \right) \text{ et } \Lambda = \text{diag} (I_p, I_p, \Gamma, \dots, \Gamma, \Gamma),$$

où \bar{S}_a c' est l'unique solution définie positive de l'équation algébrique suivante:

$$\bar{S}_a + A_a^T \bar{S}_a + \bar{S}_a A_a = \bar{S}_a B_a B_a^T \bar{S}_a. \quad (3.48)$$

3.6. Commande à base d'observateur de la machine asynchrone

3.6.1. Ecriture du modèle de la machine sous une forme particulière

Comme il à été déjà annoncé au premier chapitre, le choix des sorties d'un modèle dépendent de l'objectif à considérer : commande ou observation. Dans ce qui suit, nous allons appliquer la loi de commande avec retour de sortie à la machine asynchrone. Les sorties à commander sont la vitesse de la machine et la norme au carré du flux rotorique. Plus précisément, l'objectif de commande consiste à ajuster le carré de la norme du flux rotorique $\phi_r^T \phi_r$ à une valeur constante désirée tandis que la vitesse du moteur ω doit suivre une trajectoire de référence donnée. Les seules mesures d'état disponibles sont celles correspondant aux courants statoriques.

Nous allons maintenant introduire un changement de coordonnées défini par la matrice de transformation Φ qui mettra le modèle de la machine sous la forme particulière donnée par (3.4) qui sur laquelle nous appliquerons la loi de commande proposée, soient :

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi_z \\ \Phi_\zeta \end{pmatrix} : \mathbb{R}^5 \mapsto \mathbb{R}^5, x = \begin{pmatrix} i_s \\ \phi_r \\ \omega \end{pmatrix} \mapsto z = \begin{pmatrix} z^1 \\ z^2 \\ \zeta \end{pmatrix}, \text{ où } \Phi_z = \begin{pmatrix} z^1 \\ z^2 \end{pmatrix} \text{ et } \Phi_\zeta = \begin{pmatrix} \zeta \end{pmatrix} \quad (3.49)$$

$$\text{avec } z^1 = \begin{pmatrix} z_1^1 = \omega \\ z_2^1 = \phi_r^T \phi_r \end{pmatrix}, z^2 = \begin{pmatrix} z_1^2 = \frac{pM}{L_r} i_s^T J_2 \phi_r \\ z_2^2 = \phi_r^T i_s \end{pmatrix} \text{ et } \zeta = \text{Arctg} \left(\frac{\phi_{r\beta}}{\phi_{r\alpha}} \right).$$

Maintenant, il est facile de montrer que le système obtenu à partir de ces nouvelles variables peut se mettre sous la forme (3.4), en effet :

- Les composantes \dot{z}_1^1 et \dot{z}_2^1 de la dérivée \dot{z}^1 sont obtenues comme suit :

$$\dot{z}_1^1 = \dot{\omega} = \frac{pM}{JL_r} i_s^T J_2 \phi_r - \frac{1}{J} \tau_\ell = \frac{1}{J} z_1^2 - \frac{1}{J} \tau_\ell \quad (3.50)$$

et

$$\begin{aligned}\dot{z}_2^1 &= 2\phi_r^T \dot{\phi}_r = 2\phi_r^T \left(M \rho_2 i_s - F(\omega, \rho_2) \phi_r \right) \\ &= 2M \rho_2 \phi_r^T i_s - 2\rho_2 \phi_r^T \phi_r + 2p\omega \phi_r^T J_2 \phi_r = -2\rho_2 z_2^1 + 2M \rho_2 z_2^2\end{aligned}\quad (3.51)$$

- Les composantes \dot{z}_1^2 et \dot{z}_2^2 de la dérivée \dot{z}^2 sont :

$$\begin{aligned}\dot{z}_1^2 &= \frac{pM}{L_r} \left(i_s^T J_2 \phi_r + i_s^T J_2 \dot{\phi}_r \right) \\ &= \frac{pM}{L_r} \left(\left(-\gamma(\rho_1, \rho_2) i_s + \mu F(\omega, \rho_2) \phi_r + \frac{1}{\sigma L_s} u_s \right)^T J_2 \phi_r + i_s^T J_2 \left(M \rho_2 i_s - F(\omega, \rho_2) \phi_r \right) \right) \\ &= \frac{pM}{L_r} \left(-\gamma(\rho_1, \rho_2) i_s^T J_2 \phi_r + \mu \phi_r^T (\rho_2 J_2 - p\omega I_2) \phi_r + \frac{1}{\sigma L_s} u_s^T J_2 \phi_r - i_s^T (\rho_2 J_2 - p\omega I_2) \phi_r \right) \\ &= -\frac{pM}{L_r} \gamma(\rho_1, \rho_2) i_s^T J_2 \phi_r - \mu \frac{p^2 M}{L_r} \omega \phi_r^T \phi_r + \frac{pM}{\sigma L_s L_r} u_s^T J_2 \phi_r - \frac{pM}{L_r} \rho_2 i_s^T J_2 \phi_r - \frac{p^2 M}{L_r} \omega i_s^T \phi_r \\ &= -\mu \frac{p^2 M}{L_r} z_1^1 z_2^1 - \left(\gamma(\rho_1, \rho_2) + \rho_2 \right) z_1^2 - \frac{p^2 M}{L_r} z_1^1 z_2^2 - \frac{pM}{\sigma L_s L_r} \sqrt{z_2^1} \left(\sin(\zeta) - \cos(\zeta) \right) u_s\end{aligned}\quad (3.52)$$

et

$$\begin{aligned}\dot{z}_2^2 &= \dot{\phi}_r^T i_s + \phi_r^T \dot{i}_s \\ &= \left(M \rho_2 i_s - F(\omega, \rho_2) \phi_r \right)^T i_s + \phi_r^T \left(-\gamma(\rho_1, \rho_2) i_s + \mu F(\omega, \rho_2) \phi_r + \frac{1}{\sigma L_s} u_s \right) \\ &= M \rho_2 i_s^T i_s - \rho_2 \phi_r^T i_s - p\omega \phi_r^T J_2 i_s - \gamma(\rho_1, \rho_2) \phi_r^T i_s + \mu \rho_2 \phi_r^T \phi_r + \frac{1}{\sigma L_s} \phi_r^T u_s\end{aligned}$$

et comme nous avons :

$$\left(i_s^T J_2 \phi_r \right)^2 = i_{s\beta}^2 \phi_{r\alpha}^2 + i_{s\alpha}^2 \phi_{r\beta}^2 - 2i_{s\alpha} i_{s\beta} \phi_{r\alpha} \phi_{r\beta}$$

$$\left(\phi_r^T i_s \right)^2 = i_{s\alpha}^2 \phi_{r\alpha}^2 + i_{s\beta}^2 \phi_{r\beta}^2 + 2i_{s\alpha} i_{s\beta} \phi_{r\alpha} \phi_{r\beta}$$

alors

$$\left(i_s^T J_2 \phi_r \right)^2 + \left(\phi_r^T i_s \right)^2 = \left(i_{s\alpha}^2 + i_{s\beta}^2 \right) \left(\phi_{r\alpha}^2 + \phi_{r\beta}^2 \right) = i_s^T i_s \phi_r^T \phi_r$$

$$\left(\frac{L_r}{pM} \right)^2 \left(z_1^2 \right)^2 + \left(z_2^2 \right)^2 = i_s^T i_s z_2^1$$

$$i_s^T i_s = \frac{1}{z_2^1} \left[\left(\frac{L_r}{pM} \right)^2 \left(z_1^2 \right)^2 + \left(z_2^2 \right)^2 \right]$$

cela nous permet de réécrire la relation de \dot{z}_2^2 comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{z}_2^2 = & \frac{M\rho_2}{z_2^1} \left[\left(\frac{L_r}{pM} \right)^2 (z_1^2)^2 + (z_2^2)^2 \right] - \left(\gamma(\rho_1, \rho_2) + \rho_2 \right) z_2^2 - \frac{L_r}{M} z_1^1 z_1^2 + \mu\rho_2 z_2^1 \\ & + \frac{1}{\sigma L_s} \sqrt{z_2^1} \left(\cos(\zeta) \sin(\zeta) \right) u_s \end{aligned} \quad (3.53)$$

- Ayant $\frac{\partial}{\partial \zeta} \text{Arctan}(\zeta) = \frac{\dot{\zeta}}{1+\zeta^2}$, la dérivée $\dot{\zeta}$ est calculée comme suit $\dot{\zeta} = \begin{pmatrix} \dot{\phi}_{r\beta} \\ \dot{\phi}_{r\alpha} \end{pmatrix} = \frac{\dot{\phi}_{r\beta} \phi_{r\alpha} - \phi_{r\beta} \dot{\phi}_{r\alpha}}{\phi_{r\alpha}^2}$

ce qui nous permet de déduire que :

$$\dot{\zeta} = pz_1^1 + \frac{\rho_2 L_r}{p} \frac{z_1^2}{z_2^1} \quad (3.54)$$

Les équations de (3.50) à (3.54) forment le modèle d'état de la machine qui peut être réécrit comme suit :

$$\dot{z}_1^1 = \frac{1}{J} z_1^2 - \frac{1}{J} \tau_\ell \quad (3.55a)$$

$$\dot{z}_2^1 = -2\rho_2 z_2^1 + 2M\rho_2 z_2^2 \quad (3.55b)$$

$$\dot{z}_1^2 = -\mu \frac{p^2 M}{L_r} z_1^1 z_2^1 - \left(\gamma(\rho_1, \rho_2) + \rho_2 \right) z_1^2 - \frac{p^2 M}{L_r} z_1^1 z_2^2 - \frac{pM}{\sigma L_s L_r} \sqrt{z_2^1} \left(\sin(\zeta) - \cos(\zeta) \right) u_s \quad (3.55c)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_2^2 = & \frac{M\rho_2}{z_2^1} \left[\left(\frac{L_r}{pM} \right)^2 (z_1^2)^2 + (z_2^2)^2 \right] - \left(\gamma(\rho_1, \rho_2) + \rho_2 \right) z_2^2 - \frac{L_r}{M} z_1^1 z_1^2 + \mu\rho_2 z_2^1 \\ & + \frac{1}{\sigma L_s} \sqrt{z_2^1} \left(\cos(\zeta) \sin(\zeta) \right) u_s \end{aligned} \quad (3.55d)$$

$$\dot{\zeta} = pz_1^1 + \frac{\rho_2 L_r}{p} \frac{z_1^2}{z_2^1} \quad (3.55e)$$

Ce modèle peut être mis sous la forme commandable désirée (3.4) comme suit :

$$\dot{z} = A_r z + B_r \left(G(\zeta, z) u + g(\zeta, z) \right) + \psi(z) \quad (3.56a)$$

$$\dot{\zeta} = pz_1^1 + \frac{\rho_2 L_r}{p} \frac{z_1^2}{z_2^1} \quad (3.56b)$$

$$y = Cz = z^1 \quad (3.56c)$$

avec

$$z = \begin{pmatrix} z_1^1 \\ z_2^1 \\ z_1^2 \\ z_2^2 \end{pmatrix}, u = u_s, A_r = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{J} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2M\rho_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B_r = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$G(z, \zeta) = \frac{1}{\sigma L_s} \sqrt{z_2^1} \begin{pmatrix} -\frac{pM}{L_r} \sin(\zeta) & \frac{pM}{L_r} \cos(\zeta) \\ \cos(\zeta) & \sin(\zeta) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sigma L_s} \begin{pmatrix} -\frac{pM}{L_r} \phi_{r\beta} & \frac{pM}{L_r} \phi_{r\alpha} \\ \phi_{r\alpha} & \phi_{r\beta} \end{pmatrix},$$

$$g(z, \zeta) = \begin{pmatrix} -\mu \frac{p^2 M}{L_r} z_1^1 z_2^1 - (\gamma(\rho_1, \rho_2) + \rho_2) z_1^2 - \frac{p^2 M}{L_r} z_1^1 z_2^2 \\ \frac{M \rho_2}{z_2^1} \left(\left(\frac{L_r}{pM} z_1^2 \right)^2 + (z_2^2)^2 \right) - (\gamma(\rho_1, \rho_2) + \rho_2) z_2^2 + \frac{L_r}{M} z_1^1 z_2^2 + \mu \rho_2 z_2^1 \end{pmatrix},$$

$$\psi(z) = \begin{pmatrix} \psi^1(z^1) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{J} \tau_\ell \\ -2\rho_2 z_2^1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

En tenant compte de (3.30), il est possible de réécrire ce modèle sous la forme condensée suivante:

$$\dot{z}^1 = A_1 z^2 + \psi^1(z^1) \quad (3.57a)$$

$$\dot{z}^2 = G(\zeta, z) u + g(z) \quad (3.57b)$$

$$\dot{\zeta} = p z_1^1 + \frac{\rho_2 L_r}{p} \frac{z_1^1}{z_2^1} \quad (3.57c)$$

$$\text{avec } A_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{J} & 0 \\ 0 & 2M\rho_2 \end{pmatrix} \text{ et } \psi^1(z^1) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{J} \tau_\ell \\ -2\rho_2 z_2^1 \end{pmatrix}.$$

3.6.2. Expression de la loi de commande de la machine

Il est clair que les fonctions $G(z, \zeta)$, $g(z, \zeta)$ et $\psi(z)$ des relations (3.56) vérifient l'hypothèse **3.2**, par conséquent, une commande par retour de sortie de la forme (3.47) peut être appliquée au système (3.56) pour réaliser l'objectif de commande. Dans ce cas l'erreur de poursuite est définie par $e = \begin{pmatrix} e^1 \\ e^2 \end{pmatrix}$ avec $e^1 = \begin{pmatrix} z_1^1 - z_{1d}^1 \\ z_2^1 - z_{2d}^1 \end{pmatrix}$ et $e^2 = \begin{pmatrix} z_1^2 - z_{1d}^2 \\ z_2^2 - z_{2d}^2 \end{pmatrix}$.

La loi de commande (3.47) incluant une action intégrale peut être réécrite, si nous considérons l'écriture (3.57), comme suit :

$$u_a = (G(z, \zeta))^+ \left(\dot{z}_d^2 - g(z_d, \zeta) + \nu(e_a) \right) \quad (3.58a)$$

$$\nu(e_a) = -(\Gamma A_1)^{-1} K_{ac} \left(\lambda^4 B_a^T \bar{S}_a \Delta_{a\lambda} \Lambda e_a \right) \quad (3.58b)$$

avec :

$$(G(z, \zeta))^+ = -\frac{\sigma L_s L_r}{pM \sqrt{z_2^1}} \begin{pmatrix} \sin(\zeta) & -\frac{pM}{L_r} \cos(\zeta) \\ -\cos(\zeta) & -\frac{pM}{L_r} \sin(\zeta) \end{pmatrix} = -\frac{\sigma L_s L_r}{pM z_2^1} \begin{pmatrix} \phi_{r\beta} & -\frac{pM}{L_r} \phi_{r\alpha} \\ -\phi_{r\alpha} & -\frac{pM}{L_r} \phi_{r\beta} \end{pmatrix},$$

$$g(z_d, \zeta) = \begin{pmatrix} -\mu \frac{p^2 M}{L_r} z_{1d}^1 z_{2d}^1 - (\gamma(\rho_1, \rho_2) + \rho_2) z_{1d}^2 - \frac{p^2 M}{L_r} z_{1d}^1 z_{2d}^2 \\ \frac{M \rho_2}{z_{2d}^1} \left(\left(\frac{L_r}{pM} z_{1d}^2 \right)^2 + (z_{2d}^2)^2 \right) - (\gamma(\rho_1, \rho_2) + \rho_2) z_{2d}^2 + \frac{L_r}{M} z_{1d}^1 z_{1d}^2 + \mu \rho_2 z_{2d}^1 \end{pmatrix},$$

La dérivée \dot{z}_d^2 peut être calculée en fonction des valeurs $z_{1d}^1 = \omega_d$ et $z_{2d}^1 = \|\phi_r\|^2$ qui représentent respectivement la vitesse et le carré de module de flux désirées, elle sera déduite à partir de la première équation du système (3.57) comme suit : On a l'expression $\dot{z}_d^1 = A_1 z_d^2 + \psi^1(\tau_\ell, z^1)$ alors on écrit :

$$z_d^2 = A_1^{-1} \left[\dot{z}_d^1 - \psi^1(\tau_\ell, z^1) \right]$$

en dérivant cette dernière équation on obtient :

$$\dot{z}_d^2 = A_1^{-1} \left[\dot{z}_d^1 - \frac{\partial \psi^1}{\partial \tau_\ell}(\tau_\ell, z^1) \dot{\tau}_\ell - \frac{\partial \psi^1}{\partial z_2^1}(\tau_\ell, z^1) \dot{z}_2^1 \right]$$

en utilisant les valeurs désirées on obtient :

$$\dot{z}_d^2 = \begin{pmatrix} J \dot{z}_{1d}^1 + \dot{\tau}_\ell \\ \frac{1}{2M \rho_2} \dot{z}_{2d}^1 + \frac{1}{M} \dot{z}_{2d}^1 \end{pmatrix} \quad (3.59)$$

Pour le calcul du deuxième terme $\nu(e_a)$ de la commande (3.58b), calculons d'abord ΓA_1 :

$$\Gamma A_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_1 J} & 0 \\ 0 & \frac{2M \rho_2}{\tau_2} \end{pmatrix}, \text{ sachant que } \Gamma = \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\tau_2} \end{pmatrix}, \text{ alors : } (\Gamma A_1)^{-1} = \begin{pmatrix} \tau_1 J & 0 \\ 0 & \frac{\tau_2}{2M \rho_2} \end{pmatrix}.$$

La matrice \bar{S} sera déterminée facilement en considérant la remarque (3.1). Il est possible de déduire que $B_r^T \bar{S} = [C_4^1 I_2 \ C_4^3 I_2 \ C_4^2 I_2 \ C_4^4 I_2]$.

Comme il a été indiqué à la relation (3.47), on a :

$$e_a = \begin{pmatrix} e^i \\ e^f \\ e^1 \\ e^2 \end{pmatrix}, \Delta_{a\lambda} = \begin{pmatrix} I_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda} I_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda^2} \Gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\lambda^3} \Gamma A_1 \end{pmatrix} \text{ et } \Lambda = \begin{pmatrix} I_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Gamma A_1 \end{pmatrix}.$$

Le choix de la fonction K_{ac} qui est une fonction bornée est généralement choisie parmi plusieurs fonctions possibles satisfaisants certaines propriétés, quelques-unes de ces fonctions sont détaillées dans [36]. Ici, cette fonction est remplacée par la fonction $(K_{cmd} \tanh(\cdot))$ où K_{cmd} est un scalaire positif et $\tanh(\cdot)$ représente la fonction tangente hyperbolique.

Maintenant, tous les termes intervenants dans la loi de commande (3.58) sont maintenant déterminés.

3.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une méthode de commande à grand gain combinée avec un observateur produisant ainsi un contrôleur à retour de sortie. Une analyse de convergence basée sur la méthode de Lyapunov a été effectuée. Une action intégrale filtrée a été incorporée dans la commande proposée pour réaliser un rejet asymptotique des perturbations du type échelon afin d'assurer une insensibilité adéquate au bruit de mesures qui peuvent intervenir. En suite, l'application de cette commande est effectuée après avoir transformé le modèle de la machine asynchrone vers la forme particulière exigée. Dans le chapitre suivant, nous nous intéresserons dans un premier temps, à l'expérimentation en simulation de cette structure de commande sur le modèle d'un moteur asynchrone dans un repère lié au stator. Nous procéderons, dans un deuxième temps, à une petite étude de surveillance de la machine asynchrone, mais cette fois ci, c'est l'observateur adaptatif qui sera utilisé dans la boucle de commande afin de prendre en compte les variations des paramètres physiques de la machine.

Chapitre 4

Commande et surveillance d'une machine asynchrone par les techniques d'observations

4.1. Introduction

Afin de voir les résultats et conclure sur les performances de l'utilisation des techniques d'observations, notamment la technique des grands gains, pour la commande et la surveillance de la machine asynchrone, nous allons dans ce chapitre, à travers une étude en simulation, voir l'application de ces théories et techniques non linéaires sur une machine asynchrone. Plus principalement la conception d'observateur pour l'estimation des variables d'état nécessaire à la commande de la machine et d'observateur adaptatif à grand gain permettant l'estimation des paramètres et des variables d'état de la machine afin de mettre en œuvre une loi de commande avec un minimum de capteurs.

Dans un premier temps, nous présentons les résultats de simulations obtenus par l'utilisation de l'environnement du logiciel Matlab afin de pouvoir statuer sur la validité, l'efficacité et les performances des observateurs d'état proposés ainsi que les lois de commande correspondantes. En suite, nous reprenons le même travail avec l'observateur adaptatif qui génère à la fois l'estimation des variables d'états et des paramètres de la machine supposés inconnus, mais cette fois ci, nous donnons plus d'importance au problème d'observabilité en prenant une trajectoire de vitesse de référence critique pour le fonctionnement de l'observateur. La réussite de la conception de l'observateur adaptatif à grand gain exige et nécessite de vérifier ses performances en tenant compte des variations paramétriques, pour cela nous allons faire une étude de surveillance dont l'objectif est de suivre les variations paramétriques qui peuvent être dues à un effet thermique généralement négligé. Cependant, ces variations sont considérables que se soit dans les conditions de fonctionnement normal ou en présence d'un défaut. Mais, l'introduction de l'effet thermique ne nous empêche pas de faire des variations brusques sur les paramètres à estimer sans donner des interprétations physiques. L'objectif, ici, est de vérifier les performances de l'observateur adaptatif et la robustesse de la loi de commande correspondante par rapport aux cas de fonctionnement critique.

4.2. Présentation du système pour simulation

Les résultats que nous allons présenter concernent la machine asynchrone triphasée à rotor bobiné A-3 LS 6J12363 du laboratoire GREYC ENSICAEN dont les caractéristiques et

paramètres sont donnés en Annexe B. Cette machine est alimentée à travers un groupe convertisseur constitué d'un redresseur à diode, d'un filtre et d'un onduleur à transistors à deux niveaux, voir figure 4.1.

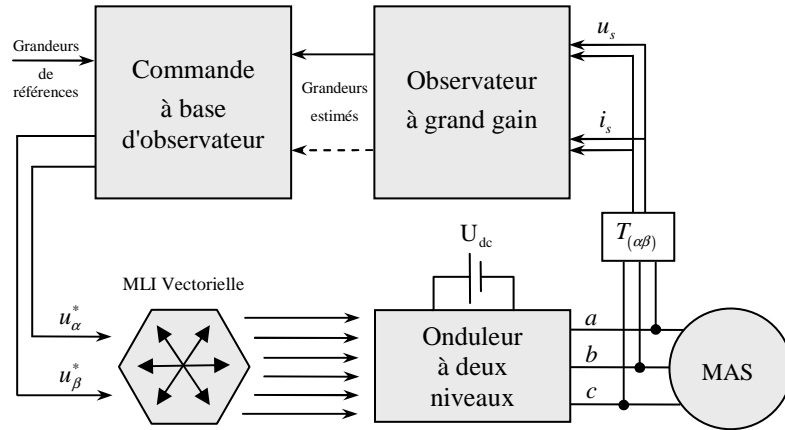


Figure 4.1 : Schéma bloc de la commande du groupe Convertisseur-Machine.

Le schéma structurel d'un onduleur triphasé alimentant une charge triphasée est illustré dans la figure 4.2. Dans notre travail nous avons considéré que le redressement et le filtrage de la tension ont donné une tension continue constante notée U_{dc} , qui représente l'entrée de l'onduleur. Les six transistors de cet onduleur, dont les bases sont représentées en rouge, sont considérés commandés en utilisant la technique MLI vectorielle (Annexe D) alors que les références sont générées par la loi de commande de la machine.

La figure 4.2 montre que cet onduleur (dont le principe de fonctionnement, la structure et le modèle sont donnés en Annexe C) est composé de six groupes transistor-diode et chaque groupe transistor-diode, assemblé en parallèle, forme un interrupteur bicommandable (à l'ouverture et à la fermeture) dont l'état apparaît complémentaire à celui qui lui est associé pour former ainsi un bras de commutation, par exemple K_{11} et K_{12} .

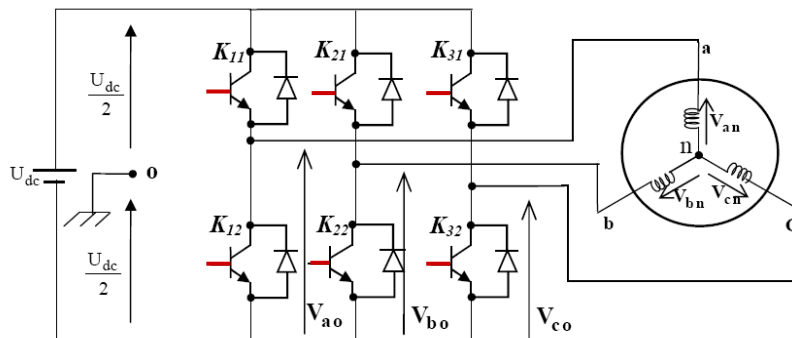


Figure 4.2 : Représentation de la structure de l'onduleur à deux niveaux.

Les couples d'interrupteurs (K_{11} et K_{12}), (K_{21} et K_{22}) et (K_{31} et K_{32}) doivent être commandés de manière complémentaire pour assurer la continuité des courants alternatifs dans la charge d'une part et d'éviter le court-circuit de la source d'autre part. Les diodes montées en parallèle sont des diodes à roue libre assurant la protection des transistors.

Afin de voir et apprécier l'efficacité des observateurs proposés dans cette étude et d'utiliser la loi de commande et de surveillance de la machine, tenant compte des variations paramétriques pour diverses conditions de fonctionnement, plusieurs tests de simulation ont été effectués. Dans toutes les expériences effectuées en simulation nous considérons que :

- 1 - Seuls les grandeurs statoriques sont mesurables (courants i_s et tension u_s),
- 2 - Les paramètres de la machine sont exactement connus lorsque en appliquant un observateur d'état. Ces valeurs sont données en annexes. Elles ont été déterminées en utilisant les tests off-line et standards d'identification. Lors de l'application d'un observateur adaptatif, les paramètres considérés inconnus et à estimer seront notés ρ_i ,
- 3 - Le couple de charge est considéré inconnu.

Dans ce qui suit, nous allons montrer les résultats obtenus en appliquant sur ce système toutes les techniques données aux chapitres précédents qui concernent l'observabilité, l'observation, l'observation adaptative, la commande, et la surveillance de fonctionnement de la machine à base d'observateurs.

4.3. Présentation des résultats de commande et d'observation

4.3.1. Résultats de commande à base d'observateur d'état à grand gain

Plusieurs expériences de simulation ont été effectuées pour mettre en évidence les performances de la loi de commande présentée au chapitre précédent. Cette commande est à base de l'observateur d'état à grand gain. L'objectif est de mieux apprécier l'efficacité de l'observateur proposé pour l'estimation des variables d'état et de voir les performances de la loi de commande en terme de poursuite des références pour diverses conditions de fonctionnement critiques de la machine, sachant qu'ici, les paramètres physiques de la machine sont supposés être connus. Le principe de la mise en œuvre de cette commande à base d'observateur est donné sur la figure 4.3. Il s'agit de faire l'estimation des différentes grandeurs électriques, magnétiques et mécaniques de la machine, à partir seulement de la mesure des courants et tensions statoriques, ensuite, l'exploitation de ces grandeurs estimés dans la boucle de commande en utilisant un minimum de

capteurs afin de générer les tensions d'alimentations de la machine $u_{s\alpha}$ et $u_{s\beta}$ (tensions de référence pour l'onduleur).

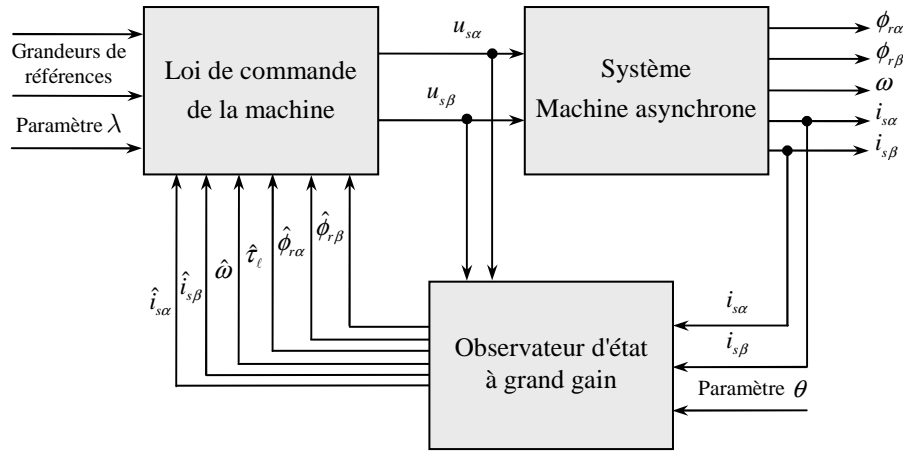


Figure 4.3 : Schéma du principe de la commande à base d'observateur.

Avant de donner les résultats, nous rappelons d'abord les expressions mathématiques de l'observateur et de la loi de commande. Alors, si le signal, composé des deux tensions statoriques générées par la loi de commande en question, est noté $u_a = (u_{s\alpha}, u_{s\beta})^T$, le modèle de l'observateur d'état à grand gain sera réécrit comme suit :

$$\dot{\hat{x}} = f(u_a, \hat{x}) - \theta \Lambda_u(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C (\hat{x} - x) \quad (4.1)$$

où $\hat{x} = (\hat{i}_{s\alpha}, \hat{i}_{s\beta}, \hat{\phi}_{r\alpha}, \hat{\phi}_{r\beta}, \hat{\omega})^T$ est le vecteur des variables d'état estimées, la matrice $\Lambda_u(\hat{x})$ est donnée par l'équation (2.41), la fonction $f(u_a, \hat{x})$ et les matrices Δ_θ et S sont déjà déterminés avec l'équation (2.42). C'est à travers les variables d'état fournies par cet observateur que les signaux de commande seront calculés, nous rappelons que :

$$u_a = \left(G(\hat{z}, \hat{\zeta}) \right)^+ \left(\dot{z}_d^2 - g(z_d, \hat{\zeta}) + v(e_a) \right) \quad (4.2a)$$

$$v(e_a) = -(\Gamma A_1)^{-1} K_{ac} \left(\lambda^4 B_a^T \bar{S}_a \Delta_{a\lambda} \Lambda e_a \right) \quad (4.2b)$$

où les termes $\left(G(\hat{z}, \hat{\zeta}) \right)^+$, $g(z_d, \hat{\zeta})$, \dot{z}_d^2 et e_a ont été tous définis au chapitre précédent dans la section 3.6.2, sauf que cette fois-ci, ils seront calculés et exprimés en utilisant les grandeurs estimées et générées par l'observateur. Si nous tenons compte des expressions des matrices ΓA_1 ,

$B_a^T \bar{S}_a$, $\Delta_{a\lambda}$ et Λ qui ont été définies également dans la même section 3.6.2 et rappelons que la fonction K_{ac} peut être remplacée par $(K_{cmd} \tanh(\cdot))$ où K_{cmd} est un scalaire positif comme déjà annoncer dans le chapitre précédent. On peut alors détailler l'écriture de $v(e_a)$, de façon qu'elle soit plus significative, comme suit :

$$\begin{aligned} v(e_a) &= -(\Gamma A_1)^{-1} K_{ac} \left(\lambda^4 B_a^T \bar{S}_a \Delta_{a\lambda} \Lambda e_a \right) \\ &= -K_{cmd} (\Gamma A_1)^{-1} \tanh \left(\lambda^4 \begin{pmatrix} C_4^4 I_2 & C_4^3 I_2 & C_4^2 I_2 & C_4^1 I_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda} I_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda^2} I_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\lambda^3} I_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Gamma A_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^i \\ e^f \\ e^1 \\ e^2 \end{pmatrix} \right) \\ &= -K_{cmd} (\Gamma A_1)^{-1} \tanh \left(\lambda^4 \left(e^i + \frac{4}{\lambda} e^f + \frac{6}{\lambda^2} \Gamma e^1 + \frac{4}{\lambda^3} \Gamma A_1 e^2 \right) \right). \end{aligned}$$

Les différentes grandeurs utilisées pour le réglage de l'algorithme de commande à base d'observateur à grand gain ont été spécifiées telles que : $\theta = 40$, $\delta = 10^{-6}$, $\tau_1 = \tau_2 = 5$, $\lambda = 7$, et $K_{cmd} = 300$. Les équations différentielles modélisant le système et l'observateur ont été initialisées avec des valeurs nulles, $x(0) = \hat{x}(0) = 0$.

Les résultats de simulation sont présentés en figures 4.4 et 4.5, où, la figure 4.4 montre le courant statorique sur les deux axes ($\alpha\beta$). Ces courants sont considérés comme mesurés mais, sachant qu'en pratique, la mesure des courants statoriques ne peut être effectuée en biphasé, mais plutôt en triphasé.

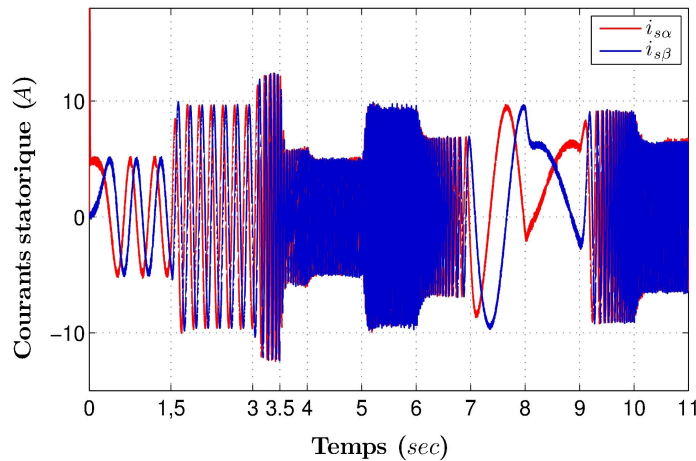


Figure 4.4 : Les courants statoriques sur les axes ($\alpha\beta$).

La figure 4.5 montre les grandeurs estimées par l'observateur qui sont respectivement : le module de flux rotorique, la vitesse et en fin le couple de charge. D'un coté, les performances de l'observateur sont bien remarquables à partir de cette figure et les temps de convergence des grandeurs estimées vers les grandeurs de références (simulées) sont très satisfaisants, de l'autre coté, les capacités de la loi de commande en terme de poursuite des références sont considérables en dépit des variations critiques et continues de la vitesse de référence, des variations brusques du couple de charge et malgré le fonctionnement dans des régions à faible vitesse qui rendent critique l'observabilité comme nous allons le voir par la suite.

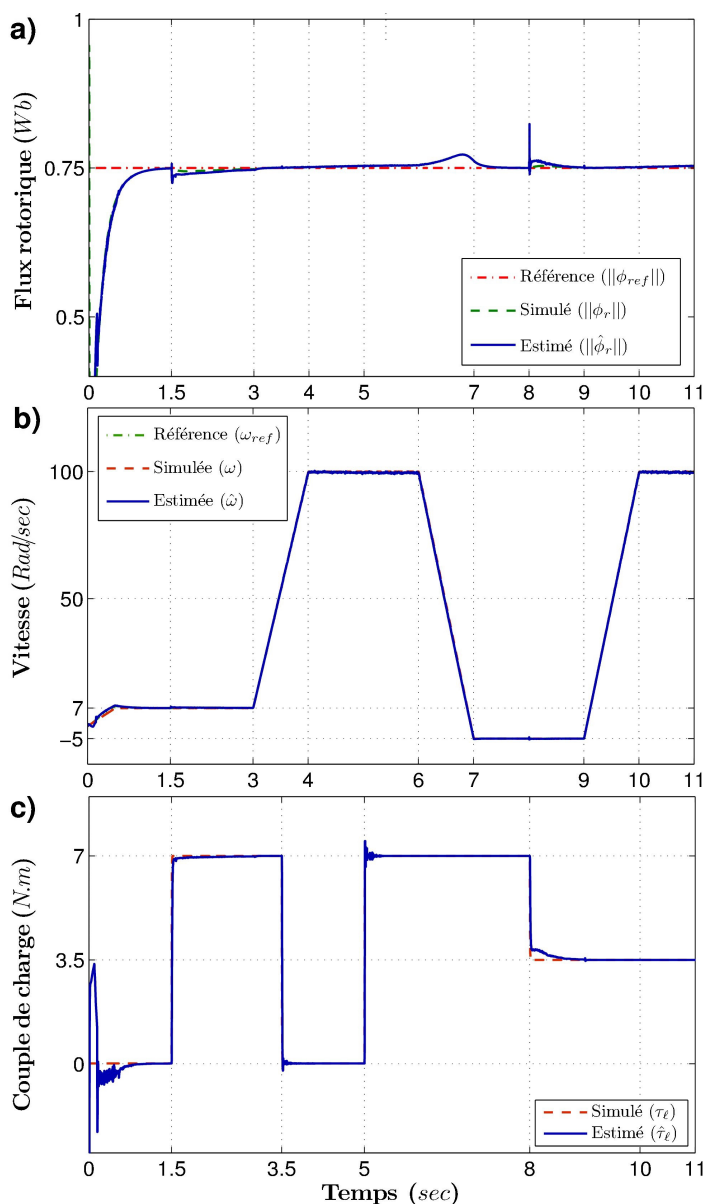


Figure 4.5 : Les variables estimées avec l'observateur d'état : (a) module de flux rotorique $\|\hat{\phi}_r\|$, (b) vitesse du rotor $\hat{\omega}$, et (c) Couple de charge $\hat{\tau}_\ell$.

Sur la figure 4.5, on ne peut pas voir la différence entre les variables simulées et ceux estimés par l'observateur (sauf pour le cas du couple de charge), parce que ces variables sont très proches les unes des autres. Pour mettre en évidence cette différence, nous présentons la figure 4.6, qui montre les tracés des erreurs commises dans l'estimation. Cette figure montre la capacité à déduire et percevoir cette différence qui est très faible. Les résultats de simulation montrent les bonnes performances de la stratégie de commande à base d'observateur et montrent également les grandes capacités de l'observateur à effectuer l'estimation des variables d'état en présence des contraintes dues aux conditions de fonctionnement.

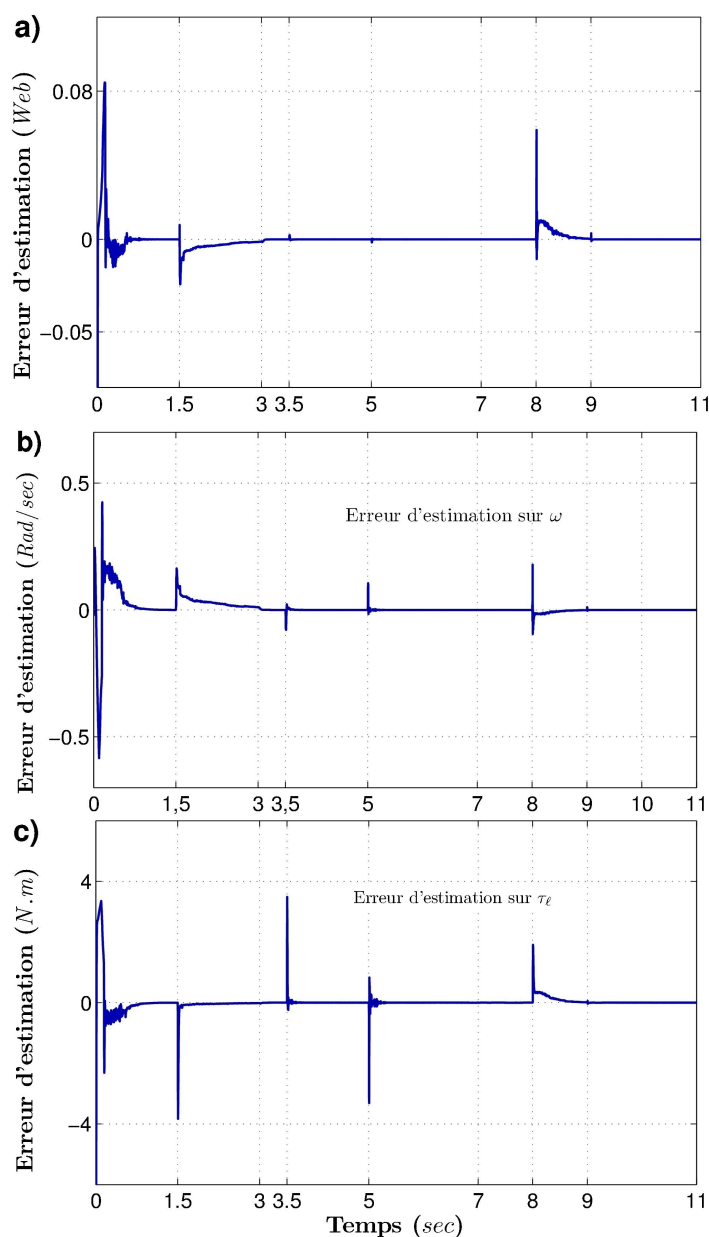


Figure 4.6 : Tracés des erreurs d'estimations des variables d'état de la machine.

4.3.2. Résultats de commande à base d'observateur adaptatif à grand gain

Nous allons présenter dans cette section des résultats de simulation obtenus à travers un schéma adaptatif, où, les grandeurs d'état et les paramètres physiques intervenants dans l'expression de la loi de commande sont estimés. Le schéma bloc simplifié qui résume le principe de la commande à base d'un observateur adaptatif est donné par la figure 4.7 suivante :

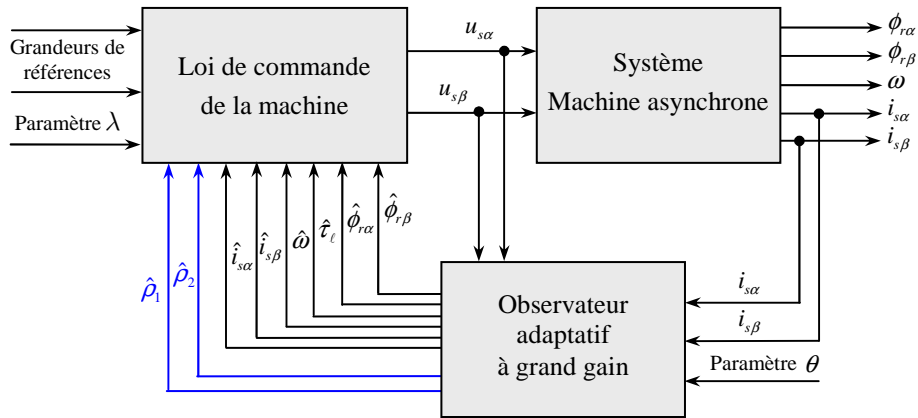


Figure 4.7 : Schéma du principe de la commande à base d'observateur adaptatif.

Nous rappelant d'abord les équations suivantes de l'observateur adaptatif à grand gain proposé en deuxième chapitre :

$$\dot{\hat{x}} = f(u_a, \hat{x}, \hat{\rho}) - \theta \Lambda_u^+ \Delta_\theta^{-1} (S^{-1} + \Upsilon P \Upsilon^T) C^T (C \hat{x} - y) \quad (4.3a)$$

$$\dot{\hat{\rho}} = -\theta \Omega_\theta^{-1} P \Upsilon^T C^T (C \hat{x} - y) \quad (4.3b)$$

$$\dot{\Upsilon} = \theta (A - S^{-1} C^T C) \Upsilon + \theta \Phi(\hat{x}, \hat{\rho}) \quad (4.3c)$$

$$\dot{P} = -\theta P \Upsilon^T C^T C \Upsilon P + \theta P \quad (4.3d)$$

où les définitions de tous les termes et matrices $f(u_a, \hat{x}, \hat{\rho})$, Δ_θ , Ω_θ , S , Λ_u^+ et $\Phi(\hat{x}, \hat{\rho})$ sont déjà donnés par le système d'équation (2.71).

Les paramètres de conception de l'observateur θ et δ ont été spécifiés comme suit : $\theta = 150$ et $\delta = 10^{-5}$. Les différentes grandeurs ont été initialisées comme suit: $\hat{x}(0) = 0$, $\hat{\rho}(0) = 0$, $\Upsilon(0) = 0$ et en fin $P(0) = P(0)^T = \text{diag}\{10, 100\}$.

Les grandeurs d'état et les paramètres estimés par cet observateur sont le vecteur d'état $\hat{x} = (\hat{i}_{s\alpha}, \hat{i}_{s\beta}, \hat{\phi}_{r\alpha}, \hat{\phi}_{r\beta}, \hat{\omega})^T$ et le vecteur des paramètres $\hat{\rho} = (\hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2)^T$ qui sont utilisés directement

pour l'élaboration de la loi commande u_a qui peut être réécrite en fonction des grandeurs estimées comme suit :

$$u_a = \left(G(\hat{z}, \hat{\zeta}) \right)^+ \left(\dot{z}_d^2 - g(z_d, \hat{\zeta}) + v(e_a) \right) \quad (4.4a)$$

$$v(e_a) = -(\Gamma A_1)^{-1} K_{ac} \left(\lambda^4 B_a^T \bar{S}_a \Delta_{a\lambda} \Lambda e_a \right) \quad (4.4b)$$

avec :

$$u_a = \begin{pmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{pmatrix}, \quad \left(G(\hat{z}, \hat{\zeta}) \right)^+ = -\frac{\sigma L_s L_r}{pM \hat{z}_2^1} \begin{pmatrix} \hat{\phi}_{r\beta} & -\frac{pM}{L_r} \hat{\phi}_{r\alpha} \\ -\hat{\phi}_{r\alpha} & -\frac{pM}{L_r} \hat{\phi}_{r\beta} \end{pmatrix}, \quad \dot{z}_d^2 = \begin{pmatrix} J \ddot{z}_{1d}^1 + \dot{\hat{\tau}}_l \\ \frac{1}{2M \hat{\rho}_2} \ddot{z}_{2d}^1 + \frac{1}{M} \dot{z}_{2d}^1 \end{pmatrix},$$

$$g(z_d, \hat{\zeta}) = \begin{pmatrix} -\mu \frac{p^2 M}{L_r} z_{1d}^1 z_{2d}^1 - (\gamma(\hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2) + \hat{\rho}_2) z_{1d}^2 - \frac{p^2 M}{L_r} z_{1d}^1 z_{2d}^2 \\ \frac{M \hat{\rho}_2}{z_{2d}^1} \left(\left(\frac{L_r}{pM} z_{1d}^2 \right)^2 + (z_{2d}^2)^2 \right) - (\gamma(\hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2) + \hat{\rho}_2) z_{2d}^2 + \frac{L_r}{M} z_{1d}^1 z_{1d}^2 + \mu \hat{\rho}_2 z_{2d}^1 \end{pmatrix},$$

$$(\Gamma A_1)^{-1} = \begin{pmatrix} \tau_1 J & 0 \\ 0 & \frac{\tau_2}{2M \hat{\rho}_2} \end{pmatrix}, \quad e^1 = \begin{pmatrix} \hat{z}_1^1 - z_{1d}^1 \\ \hat{z}_2^1 - z_{2d}^1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad e^2 = \begin{pmatrix} \hat{z}_1^2 - z_{1d}^2 \\ \hat{z}_2^2 - z_{2d}^2 \end{pmatrix}.$$

Les matrices $B_a^T \bar{S}_a$, $\Delta_{a\lambda}$, Λ et K_{ac} ont été définies précédemment. Pour les scalaires constants qui intervient dans l'algorithme de commande on a pris cette fois-ci les valeurs suivantes : $\tau_1 = \tau_2 = 5$, $\lambda = 7$, et $K_{cmd} = 800$.

Dans ce qui suit, nous allons présenter l'expérience qui a été réalisée dans des conditions de fonctionnement critique, spécifiées par une trajectoire approprié de la vitesse de référence. Le module de flux de référence est maintenu constant et égal à 0.75 Wb tout au long de l'expérience, tandis que la trajectoire de la vitesse de référence du moteur a subit plusieurs modifications relativement escarpées. La figure 4.8 montre l'évolution des variables magnétiques et mécaniques de la machine avec leurs estimations. Sur cette figure on peut voir clairement les bonnes performances de l'algorithme proposé et ses aptitudes à fournir des estimations précises, même pendant des opérations de fonctionnement critique, à savoir, l'augmentation et la diminution rapide de la vitesse, les variations brusques du couple de charge, l'exploitation de la machine à basse vitesse et les passages à zéro effectués par la vitesse. Tandis que la figure 4.9 montre les valeurs réelles et estimées des résistances statoriques et rotoriques déduites à partir des paramètres estimés $\hat{\rho}_1$ et $\hat{\rho}_2$. On peut voir aussi que ces valeurs convergent

vers leurs valeurs réelles en dépit des conditions initiales erronées. A partir de ces deux figures, nous pouvons dire que les paramètres de réglage de l'observateur et de la loi de commande, donnés précédemment, corroborent le résultat fondamental concernant l'exactitude des grandeurs estimées par l'observateur adaptatif. On peut aussi noter l'efficacité de la procédure qui a été adoptée pour sa mise en œuvre, de la même que pour la commande à base de cet observateur, où nous avons vu ses qualités de poursuite.

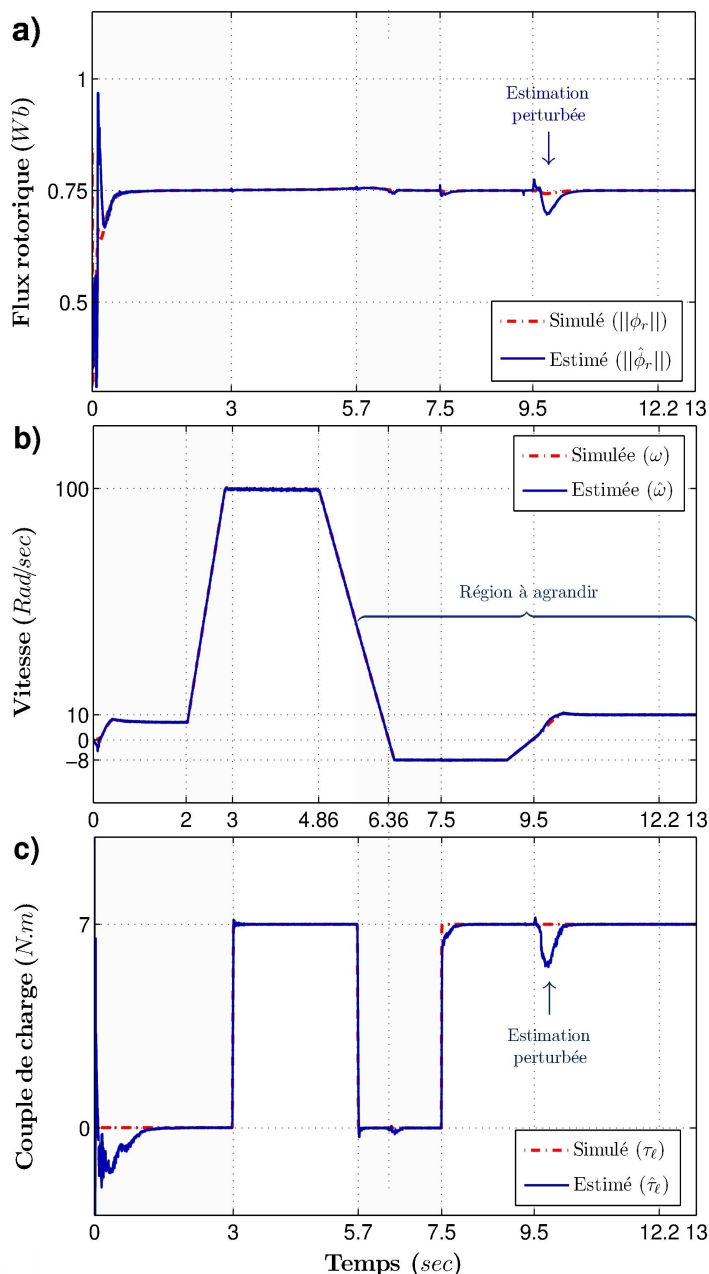


Figure 4.8 : Les variables d'état estimées avec l'observateur adaptatif : (a) module de flux rotorique $\|\hat{\phi}_r\|$, (b) vitesse du rotor $\hat{\omega}$, et (c) couple de charge $\hat{\tau}_\ell$.

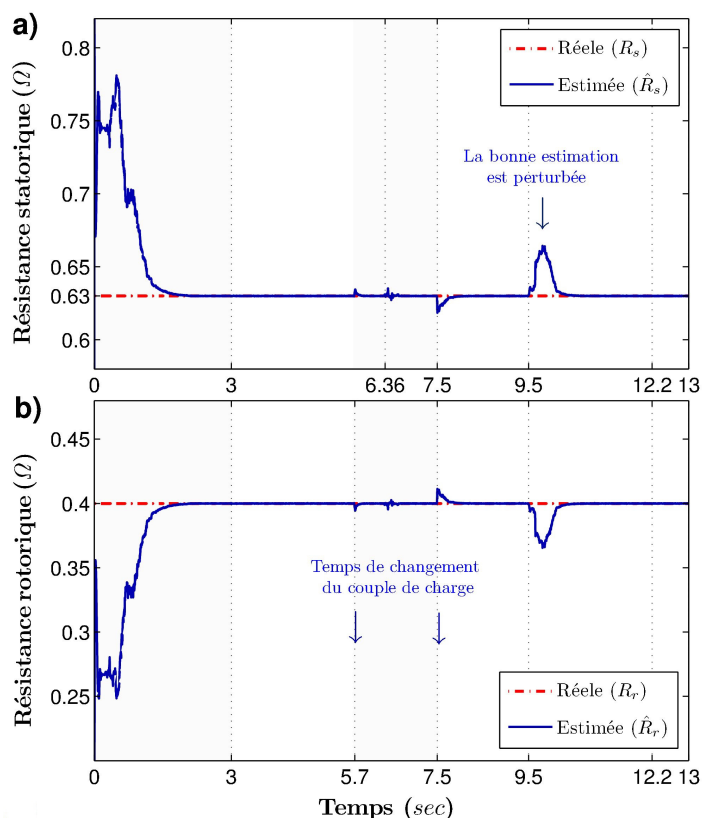


Figure 4.9 : Résistances statoriques et rotoriques estimées, \hat{R}_s et \hat{R}_r .

Le système de commande offre des très bonnes performances en termes de poursuite, malgré les variations brusques effectuées sur la vitesse de référence, le couple de charge, et malgré le fonctionnement critique de l'observateur avec de faibles vitesses proches de zéro. Notons qu'une séquence riche en fréquences, de faibles amplitudes et de moyenne nulle (signal centré) a été ajoutée à la vitesse de référence pour assurer une condition d'excitation persistante déclarée par l'hypothèse 2.4 pendant la conception de l'observateur adaptatif.

Un autre examen plus approfondi pour l'observateur adaptatif est effectué afin de voir ses performances lorsque l'observabilité de son modèle est affectée sur un horizon de temps relativement important. Dans ce cas, nous avons modifié l'essai précédent spécialement sur l'horizon de temps [9.5s, 12.5s] en réduisant simplement la vitesse de rotation du moteur à 4 *Rad* /sec, (deuxième test) comme le montrent les figures 4.10 et 4.11. En conséquence, l'observabilité est réellement biaisée sur cet horizon temporel et nous remarquons aussi, pendant le fonctionnement à faible vitesse dans les deux tests, que les grandeurs estimées ont subi des perturbations importantes justifiées par l'état critique sous lequel l'observabilité de la machine à été mise à l'épreuve à partir de l'instant 9.5 seconds, ce qui rend le fonctionnement de l'observateur dans un état critique.

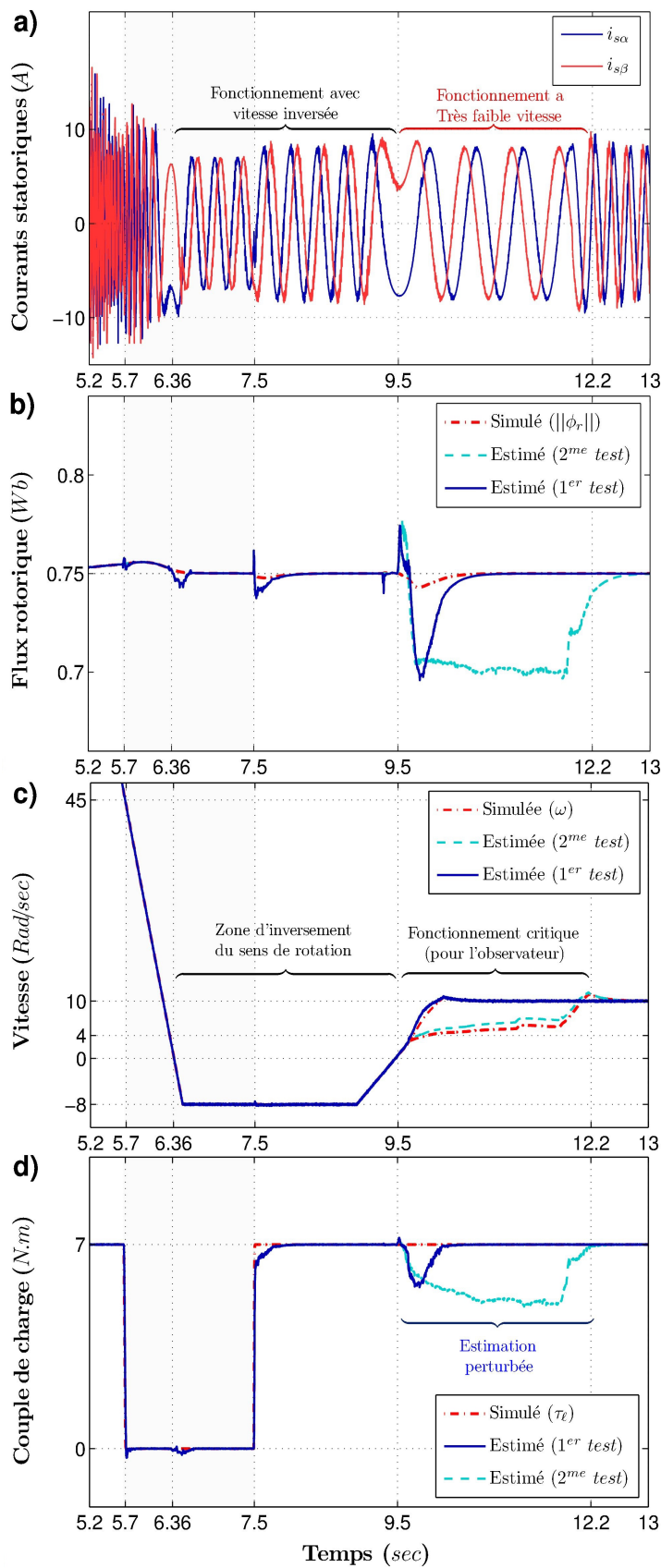


Figure 4.10 : Zoom sur la région de fonctionnement critique à basse vitesse : (a) Courant mesuré pendant le test 2, (b) flux rotorique $\|\hat{\phi}_r\|$, (c) vitesse du rotor $\hat{\omega}$, et (d) couple de charge $\hat{\tau}_l$.

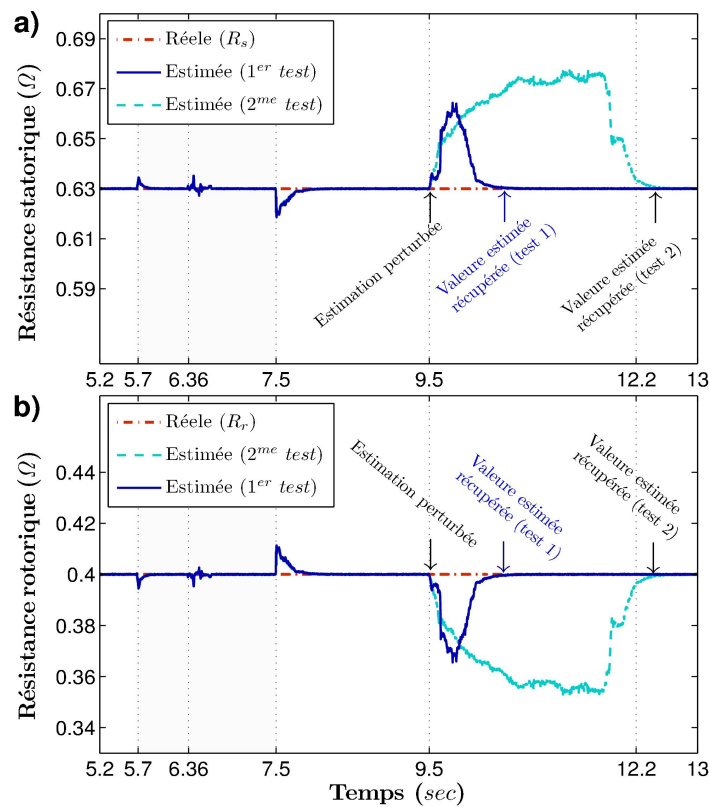


Figure 4.11 : Les paramètres estimés \hat{R}_s et \hat{R}_r pour les deux tests.

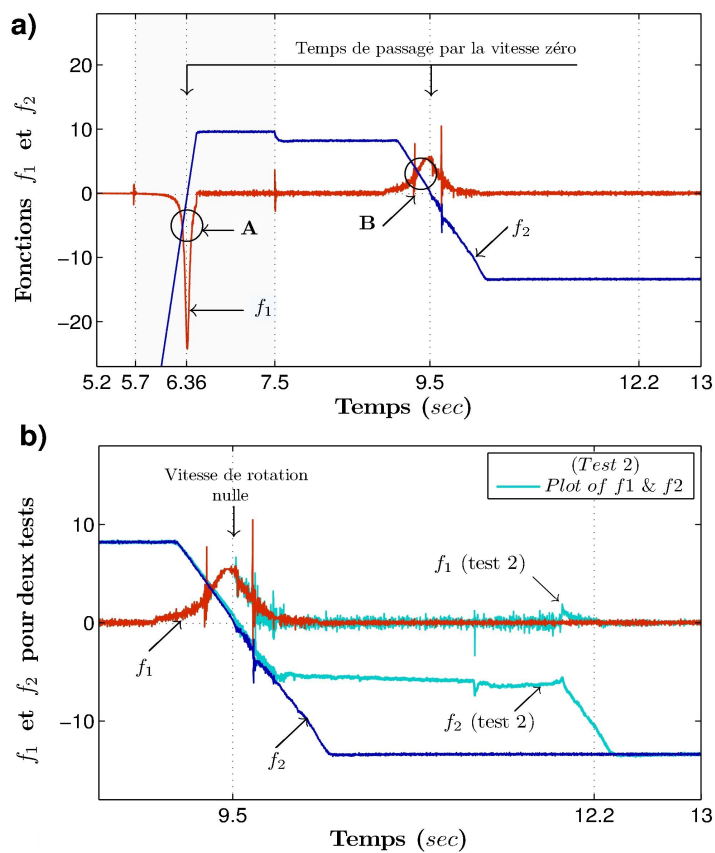


Figure 4.12 : Les deux termes de la condition d'observabilité donnée par l'équation (1.39), (a) pour le 1^{er} test, et (b) pour les deux tests (Zoom).

Il est important de noter que l'observabilité de la machine est menacée quand les deux fonctions f_1 et f_2 de l'équation (1.39) ont les mêmes valeurs (ce qui correspond à une annulation de la force contre électromotrice f.c.e.m) ou si elles sont très proches l'une de l'autre. Pour mettre en évidence cette situation, nous avons fait un zoom sur les séquences $\{f_1(t)\}$ et $\{f_2(t)\}$ sur l'horizon de temps [5.2s, 13s] et sur l'horizon [8.5s, 13s] pour deux tests comme on peut le voir sur la figure 4.12. Rappelons que l'observabilité est affectée chaque fois que les fonctions f_1 et f_2 ont les mêmes valeurs, ce qui est le cas pour les instants 6.15 et 9.35 secondes qui correspondent aux points (A) et (B) sur la figure 4.12.

A partir de toutes les figures présentées, nous concluons que l'observateur adaptatif a réussi de continuer à effectuer son rôle même quand l'observabilité de son modèle est affectée pendant des intervalles de temps relativement espacées et malgré les changements brusques du couple de charge. Notons toutefois que la perte d'observabilité détériore le processus d'estimation, comme il a été souligné à travers le zoom effectué autour des 9.35 secondes, où, la vitesse de rotation du rotor chargé (avec un couple de charge) a été renversée pour atteindre une valeur très faible (4 Rad/sec) traversant la vitesse zéro. Il convient de noter, après avoir effectué ces tests critiques, que l'utilisation de la très petite constante δ (définie positive comme donné précédemment) est très important pour éviter l'effet des éventuels points de singularité et de permettre à l'observateur de survire dans ces situations critiques qui peuvent avoir lieu surtout pendant le fonctionnement à faible vitesse.

A présent, et dans cette première partie de simulation, nous nous sommes intéressés à l'étude d'un contrôleur à grand gain à base d'observateur dans le but de la poursuite de vitesse et la régulation de flux rotorique d'une machine asynchrone. Deux situations ont été envisagées selon que les résistances statoriques et rotoriques sont considérés connus ou pas. Dans chacune de ces deux situations, deux observateurs à grand gain ont été utilisés, le premier est un observateur d'état, tandis que, le deuxième est un observateur adaptatif. Les performances de la structure de commande à base d'observateurs proposée ont été illustrés en simulation et les résultats obtenus se sont montrés très satisfaisants, et ce même en présence des variations brusques du couple de charge, des forte variations et de la vitesse de référence et surtout pendant le fonctionnement à basse vitesse qui est un vrai challenge pour l'observabilité.

Dans ce qui suit et bien que l'objectif principal de l'utilisation d'un observateur adaptatif dans une boucle de commande ou de surveillance est l'estimation des paramètres inconnus en plus de l'estimation des variable d'état du système, il est intéressant de montrer des résultats

d'estimation lorsque les paramètres à estimer sont variables. Pour cela, nous allons effectuer une étude de surveillance des variations paramétriques dont l'objectif est de suivre leur variation et de vérifier le comportement, les performances et les capacités de l'observateur adaptatif et de la loi de commande dans ces situations.

4.4. Surveillance des variations paramétriques dans la machine asynchrone

La machine asynchrone est un système non linéaire complexe, dans lequel, ses paramètres varient avec le temps et dépendent de la température, ce qui rend la conception et l'amélioration des stratégies de contrôle et d'observation un véritable challenge qui exige et nécessite de donner plus d'importance à la surveillance et au suivi des variations paramétriques de la machine. Pour faire cela, nous avons plusieurs manières pour procéder à l'étude des variations paramétriques et surtout de tester les performances du schéma de commande et d'observation dans ces conditions :

4.4.1. Variations brusques des paramètres

Dans ce cas, on peut simplement faire des variations libres aux valeurs des paramètres qui sont dans notre cas les résistances statoriques et rotoriques sans donner d'importances aux explications physiques ou au modèle mathématique de ces variations. Pour illustrer le cas et mettre l'accent sur les performances de la loi de commande et de voir la capacité de l'observateur adaptatif à donner une bonne estimation, un test est effectué lorsque les paramètres de la machine varient brusquement dans les instants de temps 4.5, 6, 10 et 11.5 secondes comme le montre la figure 4.13. A partir de cette figure, c'est possible de remarquer que les paramètres estimés convergent de manière exponentielle vers les vraies valeurs en dépit de leur initialisation erronée, et surtout de remarquer que la convergence a été réalisée sur des intervalles de temps relativement petits malgré le fonctionnement avec un profil de vitesse variable (comme le montre la figure 4.14) et malgré l'application d'un couple de charge sur l'intervalle de temps [3s, 8s].

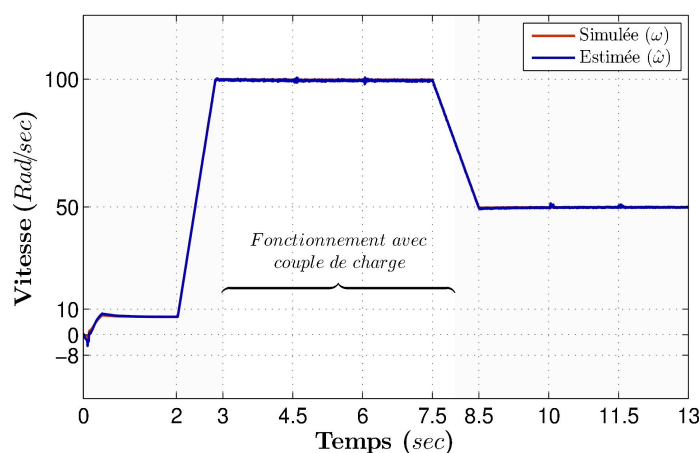


Figure 4.13 : Vitesse de rotation de la machine estimée pendant des variations paramétriques.

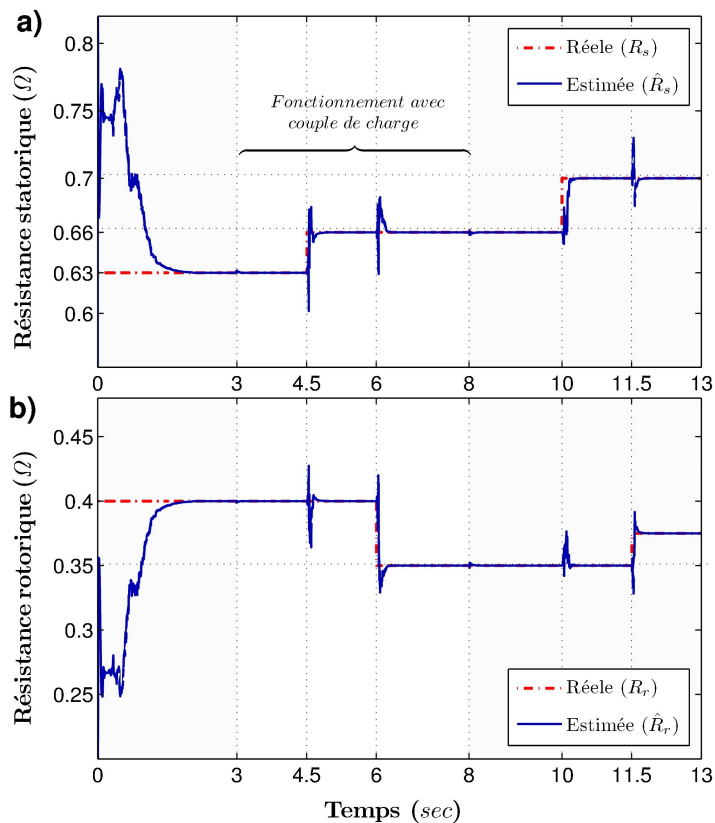


Figure 4.14 : Estimation des résistances statoriques et rotoriques avec variations.

L'objectif principal de ce test est, d'un côté, de voir les capacités de l'observateur adaptatif en estimation des paramètres brusquement variables, et de l'autre côté, d'exciter la loi de commande avec ces variations paramétriques afin de conclure sur sa robustesse. Les résultats de simulation obtenus sont très satisfaisants vue la poursuite presque parfaite de la référence de vitesse, à part de très faibles perturbations qui correspondent aux instants des variations des résistances visibles sur les deux figures 4.13 et 4.14.

4.4.2. Variations des paramètres tenant compte de l'effet thermique

Dans la deuxième possibilité on peut considérer un cas réel, où, les paramètres physiques (les résistances) varient en fonction du modèle thermique de la machine, qui a été traité par plusieurs auteurs dont le but de perfectionner les boucles de contrôle et les stratégies de surveillance ou bien pour améliorer la conception de la machine, voir [1, 2, 67-72] à titre d'exemples. Le modèle thermique d'une machine électrique dépend de sa structure, des matériaux et des caractéristiques thermiques des différents éléments qui la constituent. Le modèle thermique que nous allons considérer est obtenu en considérant les différentes pertes de puissance associées aux matériaux utilisés, où, le cuivre pour les enroulements statoriques et rotoriques (l'aluminium pour le rotor à cage d'écurie) et le fer (pour l'arbre, l'armature et

d'autre composants) sont inhérentes à la conception de base des machines électriques [67, 68]. Le rapport strictement linéaire entre une résistance R et la température d'un conducteur doit être pris en compte (cette dépendance est détaillée en Annexe E), on peut écrire :

$$R = R_0 (1 + \alpha \Delta T^o) \quad (4.5)$$

où R_0 , α et ΔT^o sont respectivement la valeur de la résistance initiale (à la température ambiante), le coefficient de température (dépend du matériau utilisé, Annexe E) et la variation de température avec $\Delta T^o = (T^o - T_{ini}^o)$ où T^o et T_{ini}^o désignent respectivement la température actuelle et initiale.

Dans la littérature, plusieurs approches ont été trouvées pour décrire la relation entre les résistances statoriques (rotoriques) et les températures correspondantes. La première approche correspond aux essais effectués par EDF (French Electricity Board) qui précise que la température dans les enroulements rotoriques est supérieur de $10^\circ C$ par rapport à celle des enroulements statoriques. La deuxième approche est basée sur le travail de Kubota [73], dans ce cas, la valeur de la résistance statorique est déduite de celle de la résistance rotorique en utilisant la relation linéaire $R_s(t) = K.R_r(t)$ où la constante $K = R_s / R_r$ avec R_s et R_r sont les valeurs nominales des résistances statoriques et rotoriques qui correspondent à la température ambiante. L'autre approche est basée sur la relation (4.5) pour déduire les résistances indépendamment l'une de l'autre, on écrit :

$$R(T^o) = R_{ini} (1 + \alpha \Delta T^o) \quad (4.6)$$

où

$$R(T^o) = \begin{pmatrix} R_s(T^o) \\ R_r(T^o) \end{pmatrix}, \quad R_{ini} = \begin{pmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_r \end{pmatrix}, \quad \text{et} \quad (1 + \alpha \Delta T^o) \Leftrightarrow \begin{pmatrix} (1 + \alpha \Delta T_s^o) \\ (1 + \alpha \Delta T_r^o) \end{pmatrix}$$

avec R_s et R_r sont les valeurs initiales des résistances statoriques et rotoriques, ΔT_s^o et ΔT_r^o représentent les augmentations des températures des enroulements statoriques et rotoriques qui dépendent des pertes de puissance par effet joule, des principes du transfert de chaleur et du cycle de service sous lequel la machine fonctionne [1, 2, 70-72]. Les pertes statoriques incluent les pertes par effet joules statoriques (notés $P_s(t)$) et les pertes dans le fer qui dépendent de la fréquence de rotation (à cause de la ventilation de la machine), tandis que pour le rotor, les pertes par effet joules rotoriques (notés $P_r(t)$) sont dominantes, on écrit :

$$P_{ls}(t) = R_s(T^o)i_s^2 + k_{ir}\omega^2 \quad (4.7a)$$

$$P_{lr}(t) = R_r(T^o)i_r^2 \quad (4.7b)$$

où i_s et i_r sont les courants normalisés, avec $i_s = \sqrt{i_{s\alpha}^2 + i_{s\beta}^2}$ et $i_r = \sqrt{i_{r\alpha}^2 + i_{r\beta}^2}$. Le paramètre k_{ir} est le coefficient des pertes fer. Ici, il est important de noter que chacune des équations (4.7) ne donne que les pertes sur une seule phase, donc nous devons calculer ces pertes pour chaque phase indépendamment des autres phases.

Dans notre travail, nous procédons comme dans [1, 2, 71]. Pour caractériser la dynamique thermique de la machine, nous optons pour une représentation d'état linéaire de la forme:

$$\dot{T}^o(t) = A_p T^o(t) + B_p P_{loss}(t) \quad (4.8a)$$

$$y(t) = T^o(t) \quad (4.8b)$$

où $T^o(t) = \begin{pmatrix} T_s^o(t) \\ T_r^o(t) \end{pmatrix}$ représentent les températures statoriques et rotoriques en degrés Celsius, ces variables sont initialisés avec la température ambiante.

L'entrée du système est $P_{loss}(t) = \begin{pmatrix} P_{ls}(t) \\ P_{lr}(t) \end{pmatrix}$ qui représente les pertes de puissance en Watts dans le stator et le rotor. A_p et B_p représentent la matrice d'évolution et d'entrées du système (4.8), ces matrices dépendent de la conductance thermique λ_{th} (en Watts/degrés Celsius) et de la capacitance thermiques C_{th} (en Joules/degrés Celsius). Ces deux coefficients sont liés au type de matériaux utilisés pour les conducteurs du stator et rotor. Les deux matrices A_p et B_p sont

$$\text{données par : } A_p = \begin{pmatrix} -\frac{\lambda_{th,s}}{C_{th,s}} & 0 \\ 0 & -\frac{\lambda_{th,r}}{C_{th,r}} \end{pmatrix} \text{ et } B_p = \begin{pmatrix} \frac{1}{C_{th,s}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_{th,r}} \end{pmatrix}.$$

Le schéma bloc donné par la figure 4.15 donne le principe du test à faire en introduisant ce modèle thermique. Notons que, l'algorithme d'observation adaptatif et la loi de commande associée ont les mêmes expressions et paramètres de réglage utilisés dans la section 4.3.2.

Comme annoncé précédemment, les variations des températures et des résistances dépendent du cycle de service dans lequel la machine fonctionne. Tenant compte de la norme **IEC 60034-1** de la Commission Internationale d'Electrotechnique, une machine asynchrone peut fonctionner selon 10 cycles de services possibles. Les plus répandues sont les cycles S1, S2 et S3 ainsi que les cycles S6, S9 et S10. Dans ce travail, nous avons simuler les trois cycles de service

S3, S6 et S9 sur des intervalles de temps allant jusqu'à 30 minutes vue la dynamique lente qui caractérise les variations de la température. Les caractéristiques thermiques de la machine utilisées en simulation (sachant que les deux enroulements sont en cuivre) sont : le coefficient de conductance thermique et le coefficient de la capacitance thermique pour les bobinages du stator et rotor sont $\lambda_{th,s} = \lambda_{th,r} = 0.75 \text{ W / } ^\circ\text{C}$, $C_{th,s} = C_{th,r} = 0.5 \text{ J / } ^\circ\text{C}$. Le coefficient de température est $\alpha = 0.00393$ et en fin la température ambiante est supposée $20 \text{ } ^\circ\text{C}$.

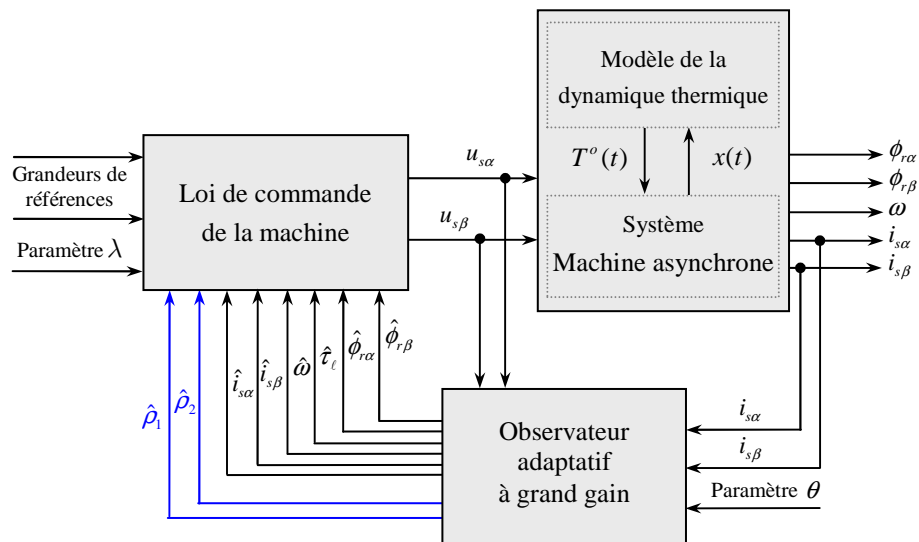


Figure 4.15 : Commande à base d'observateur adaptatif en tenant compte de l'effet thermique.

Les figures 4.16 et 4.17 donnent les grandeurs estimées aux premiers instants de simulation. Nous remarquons à partir de la figure 4.16 que les performances de la loi de commande en terme de poursuite sont les mêmes, comme nous pouvons aussi remarquer que l'observateur adaptatif à continuer de fournir des très bonnes estimations malgré les variations thermiques. La figure 4.17 montre les résistances estimées statoriques et rotoriques. Nous pouvons remarquer la convergence exponentielle de des variables estimées vers les valeurs nominales malgré leur initialisation erronée, mais après un certain temps, elles commencent à glisser et subir de très faibles variations sous l'effet de l'augmentation de la température. Ces très petites variations sont beaucoup plus visibles à travers les deux zooms ajoutés, où, nous pouvons remarquer même les effets des variations brusques du couple de charge sur les grandeurs estimées. Comme nous avons dit précédemment, la dynamique thermique est lente par rapport à la dynamique de l'observateur, donc, pour pouvoir suivre son effet nous devons prolonger les temps de simulation, et c'est ce qu'il a été fait à travers une simulation qui dure 30 minutes. Dans ce qui suit, nous allons montrer les résultats des cycles de services S3 (cycle périodique intermittent) et S6 (cycle périodique avec opération continue) sur les mêmes figures.

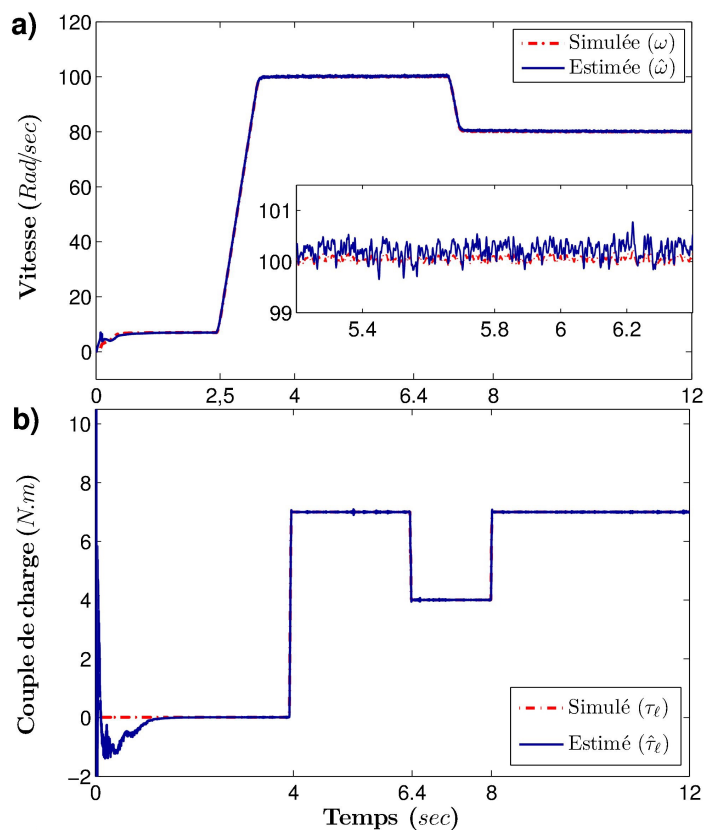


Figure 4.16 : Vitesse et couple de charge de la machine en tenant compte de l'effet thermique.

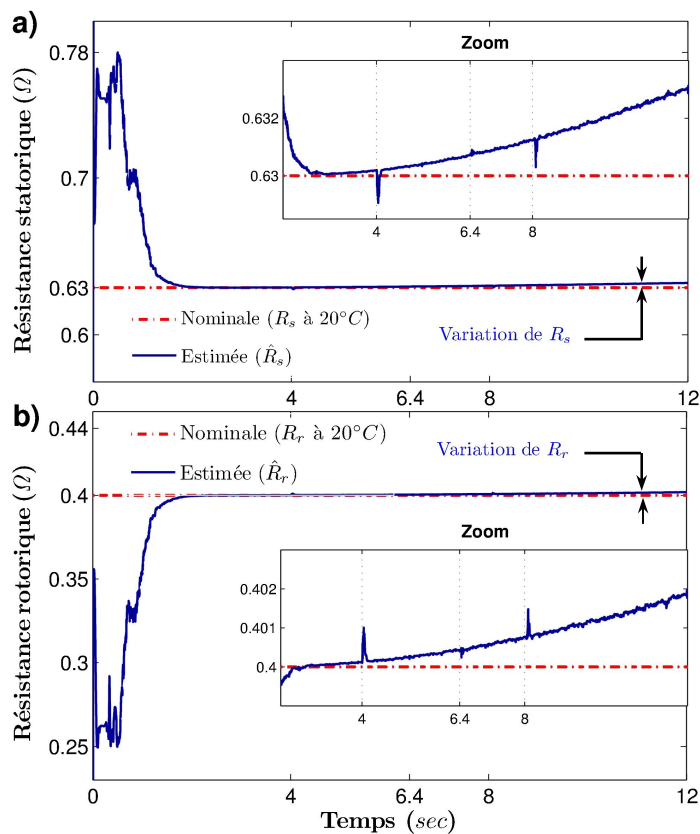


Figure 4.17 : Les résistances \hat{R}_s et \hat{R}_r estimés en tenant compte de l'effet thermique.

La figure 4.18 montre les puissances mécaniques utiles P_{out} de sortie pour les deux cycles de services (calculées à partir des estimations de vitesse $\hat{\omega}$ et du couple de charge $\hat{\tau}_l$) ainsi que les températures statoriques et rotoriques qui correspondent au cycle S3, obtenues en résolvant l'équation du système dynamique (4.8). Notons que la température maximale supportée est déduite à partir de la classe de la machine, dans notre cas, c'est une machine de classe E, ce qui correspond à 115 °C.

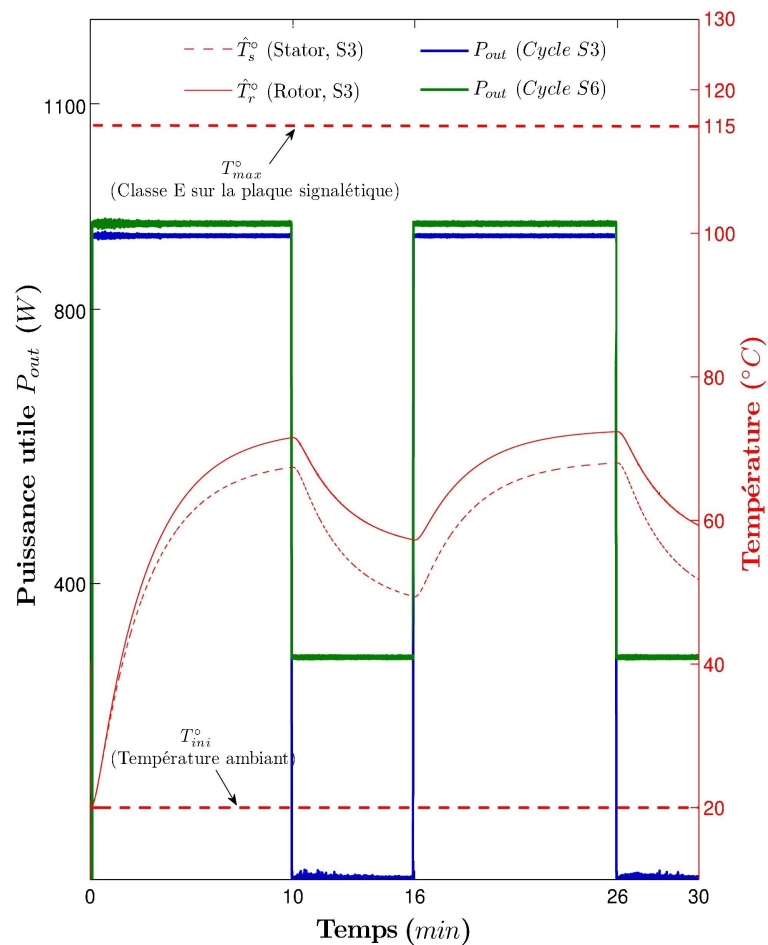


Figure 4.18 : Tracés des puissances et températures pendant les cycles S3 et S6.

La figure 4.19 représente les résistances statoriques et rotoriques estimées pour les deux cycles simulés. Nous remarquons, d'une part, qu'elles ont subi des augmentations importantes d'environ 20% de leur valeur, et d'autre part, que leurs diminutions prennent deux allures différentes à cause des différences entre les deux tests. Nous remarquons également que, cette fois-ci, les régimes transitoires des grandeurs estimées n'apparaissent pas clairement le long des expériences vu que le temps de simulation important, ce qui n'est pas le cas des figures 4.16 et 4.17.

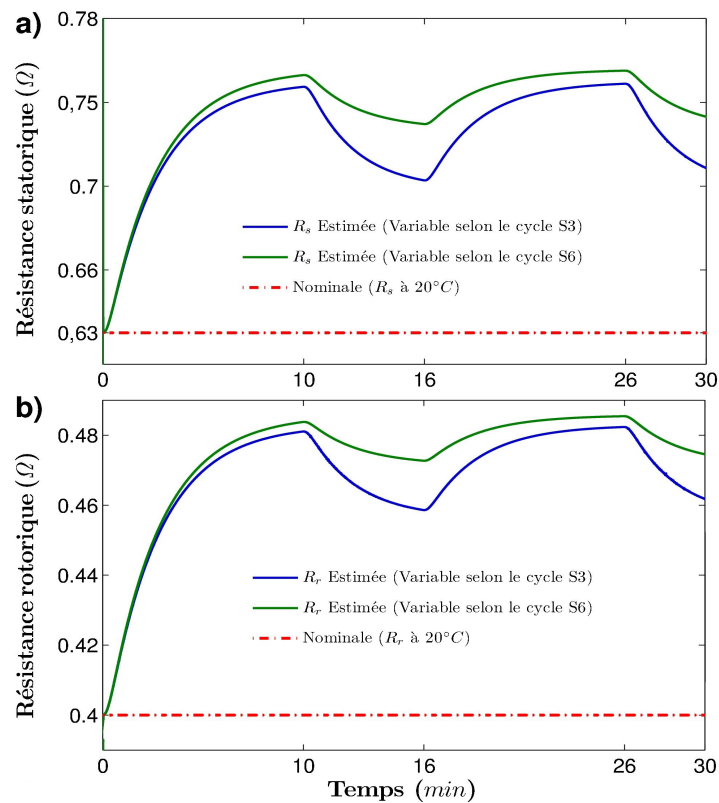


Figure 4.19 : Variations des résistances estimés \hat{R}_s et \hat{R}_r pendant les cycles S3 et S9.

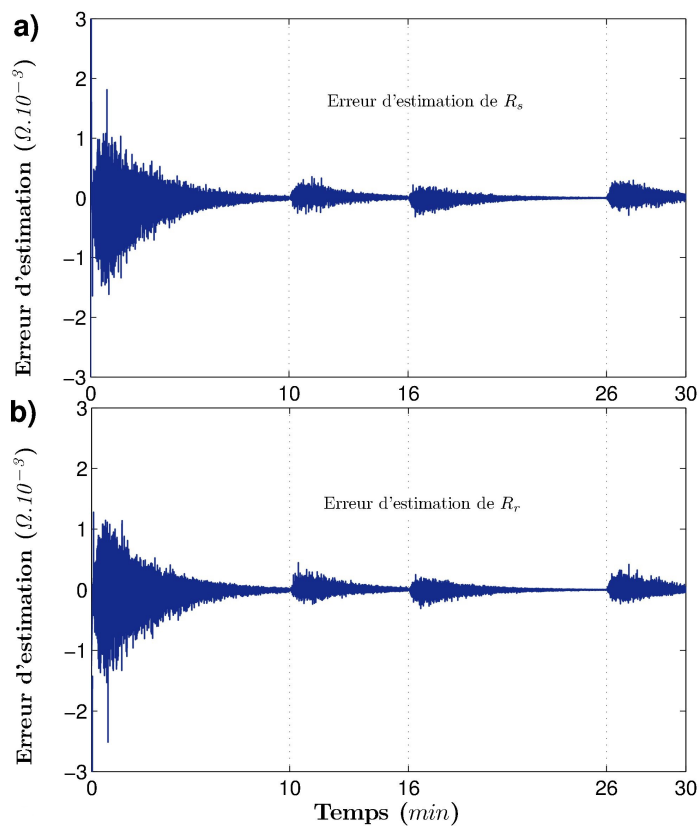


Figure 4.20 : Les erreurs d'estimation des résistances \hat{R}_s et \hat{R}_r (Cycle de service S3).

La figure 4.20 donne les tracés des erreurs commises en estimation des résistances qui sont en réalité très faibles, elles sont obtenues en comparant les valeurs simulées et leurs estimations (qui sont variables sous l'effet thermique). De cette dernière figure on peut tirer une conclusion importante : les erreurs d'estimation des paramètres seront plus significatives (mais toujours acceptables) si les variations des résistances sont rapides et elles seront moins importantes dans le cas contraire.

Il est important, à travers ces deux tests, de dire que les performances de la loi de commande et de l'observateur adaptatif sont maintenues très satisfaisantes. Pour insister sur ça, nous allons effectuer un troisième test plus consistant. Il s'agit d'une simulation du cycle de service S9 qui est un cycle de fonctionnement non périodique où la vitesse de la machine et le couple de charge peuvent varier selon notre volonté (selon les objectifs désirés) ce qui nous permet de faire des conditions de fonctionnement plus rigoureuses. Par conséquent, les différentes puissances de la machine peuvent avoir des variations consistantes sur un intervalle de temps déterminé, ce qui implique que nous aurons le même effet sur les pertes par effet joule dans les enroulements statoriques et rotoriques de la machine sous l'effet des variations des températures dans ces enroulements qui peuvent être, à son tour, des variations consistantes. Et comme nous avons dit précédemment au sujet de la relation linéaire entre la température et la résistance, nous devons avoir les mêmes variations sur les valeurs des résistances statoriques et rotoriques.

Afin de visualiser le cycle de service S9, nous avons opté pour un profil de vitesse particulier représenté sur la figure 4.21(a) où nous avons également varié le couple de charge pour prendre les valeurs 7, 0, 10 en suite 7 N.m. Notons que, la figure 4.21 montre les grandeurs mécaniques estimées par l'observateur adaptatif sur un intervalle de temps de 30 minutes (comme pour le cas précédent) et à partir de ces deux grandeurs, nous avons calculé la puissance mécanique utile, qui est représentée sur la figure 4.22, en tenant compte des températures des enroulements statoriques et rotoriques simulées T_s^o et T_r^o . Les résultats obtenus sont présentés dans la figure 4.23, où, nous pouvons distinguer facilement l'effet de la dépendance linéaire qui existe entre elles, cela à partir des formes des variations des deux résistances estimées et des températures des deux enroulements statoriques et rotoriques simulés. En fin, la figure 4.24 montre les erreurs commises en l'estimation des résistances de la machine, et il est possible de voir et conclure que ces erreurs sont très faibles en amplitude malgré les variations presque continues des valeurs des résistances à estimer, sauf que, ces erreurs semblent plus (mais restent toujours des erreurs faibles) lorsque la variation des résistances sont rapides.

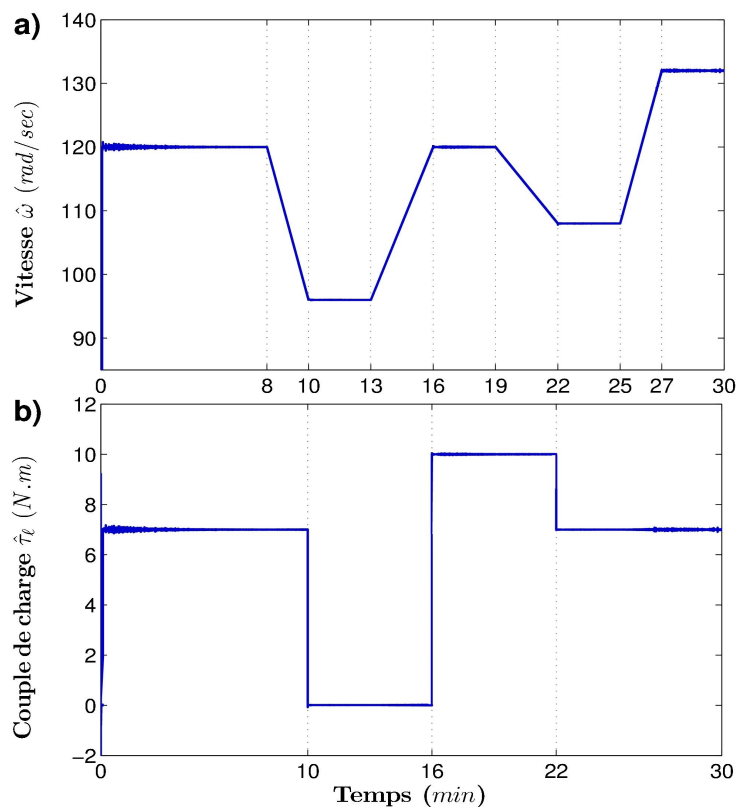


Figure 4.21 : Vitesse et couples de charge estimés pendant le cycle S9.

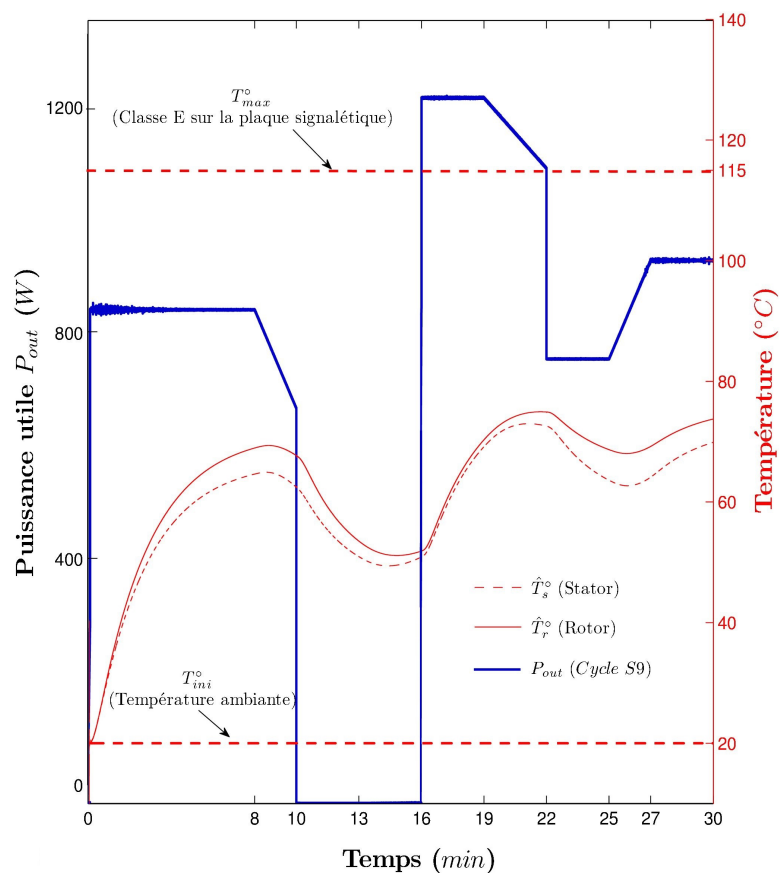


Figure 4.22 : Tracés de puissance et des températures pendant le cycle de service S9.

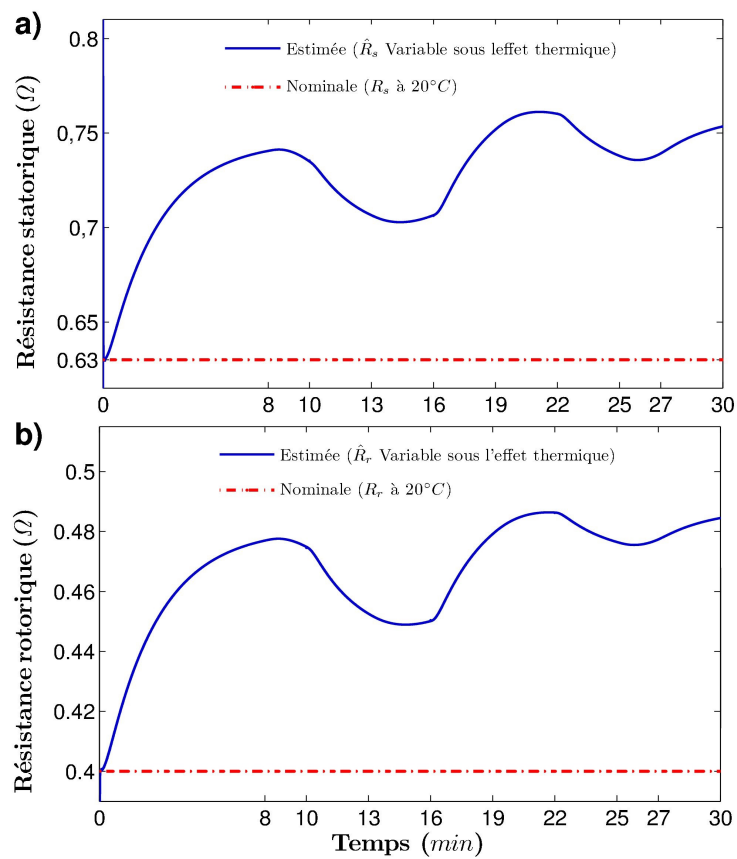


Figure 4.23 : Variations des résistances estimées \hat{R}_s et \hat{R}_r pendant le cycle S9.

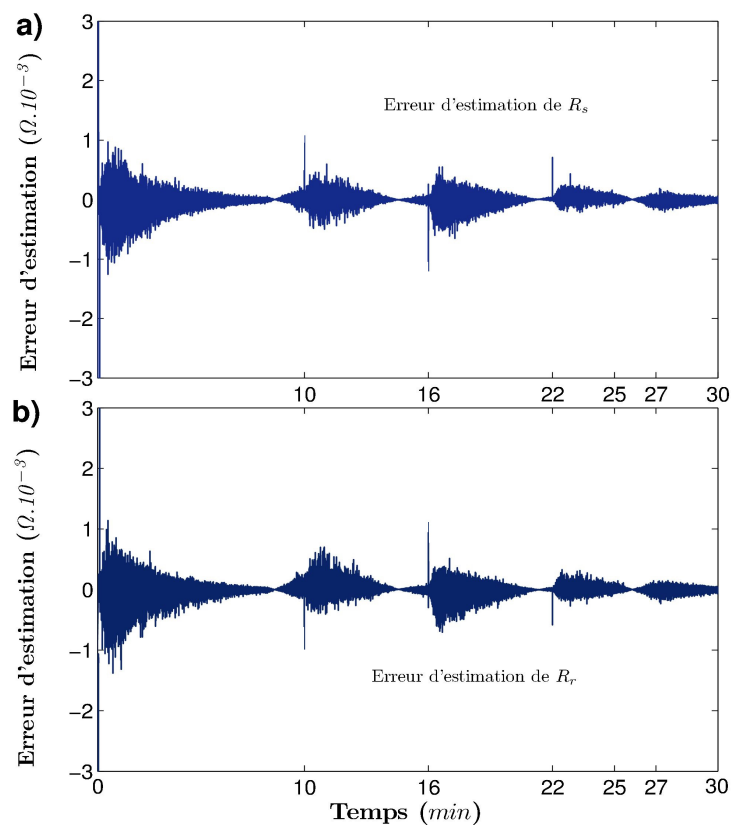


Figure 4.24 : Les erreurs d'estimation des résistances \hat{R}_s et \hat{R}_r (Cycle de service S9).

Il est important de dire, encore une fois et à travers les différents tests de simulation effectués, que les performances de la loi de commande à base d'observateur utilisant, bien sur, un minimum de capteurs sont très corrects, ce qui subventionne les résultats théoriques présentés aux chapitres précédents. En ce qui concerne la surveillance de la machine, il suffit de dire que toutes les grandeurs données ci-dessus sont déterminées à l'aide de l'observateur adaptatif qui nous a permis vraiment de suivre l'évolution de beaucoup de paramètres interne de la machine, à savoir, les résistances variables, les températures des enroulements et les puissances.

4.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons simulé le système de commande à base d'observateur à grand gain pour montrer les performances de la loi de commande, de l'observateur et de l'association observateur-commande. Rappelons que nous nous sommes situés dans un contexte de commande sans la mesure de la vitesse. Ensuite, et vu la possibilité de l'estimation conjointe des variables d'état et des paramètres de la machine à travers le deuxième observateur proposé, nous avons effectué une autre série de tests pour la simulation de l'association commande-observateur adaptatif. Ce schéma adaptatif a été mis sous différentes contraintes de fonctionnement, à savoir, les variations brusques de vitesse et couple, fonctionnement à faible vitesse, variations brusques des résistances statoriques et rotoriques et en fin l'introduction de l'effet thermique qui a causé des variations presque continues des paramètres de la machine. Ce dernier test nous a permis également de surveiller les variations des résistances selon un modèle thermique. Les résultats de commande, de surveillance et d'observation obtenus lors des différents tests sont très satisfaisants.

Conclusion Générale

Conclusion Générale

Dans ce travail de thèse, nous nous sommes intéressés à la modélisation, à l'observabilité, à la commande sans capteur de vitesse et à la surveillance de la machine asynchrone en se basant sur la synthèse d'un observateur d'état et d'un observateur d'état et des paramètres adaptatif applicable pour certaine classe des systèmes non linéaires dont le modèle de la machine asynchrone fait partie. Par transformation du modèle de la machine sous une forme particulière constituée de plusieurs blocs en cascade dont le premier bloc décrit la dynamique de toutes les sorties choisies et de telle façon que les non linéarités intervenant dans chaque bloc ne dépendent que des variables des blocs supérieurs ou de manière triangulaire de celles du bloc lui-même. Les paramètres inconnus interviennent dans l'état et plus précisément dans les non linéarités (triangulaires). Pour ce faire, nous avons tout d'abord présenté un modèle non linéaire de la machine asynchrone sous forme de représentation d'état dans un repère fixe lié au stator, en suite nous avons recherché les conditions nécessaires sous lesquelles le modèle de la machine reste toujours observable. Tenant compte de ces conditions d'observabilité, le modèle non linéaire uniformément observable présenté est a été utilisé, dans un premier lieu, pour la synthèse d'un observateur de type grand pour l'estimation des flux rotoriques, du couple de charge et de la vitesse de rotation à partir des seules mesures des courants statoriques disponibles. Notons que, le concept de grand gain est particulièrement motivé par des considérations de simplicité de l'observateur sous-jacent. Dans un deuxième lieu, le modèle non linéaire particulier et uniformément observable de la machine a été utilisé pour synthétiser un observateur adaptatif à grain gain qui fait une estimation conjointe des flux rotoriques, du couple de charge et de la vitesse et en plus des paramètres physiques inconnus de la machine, toujours en utilisant uniquement la mesure des courants statoriques. Cet observateur adaptatif présente une convergence globale exponentielle, qui a été prouvée théoriquement, sous une certaine condition d'excitation persistante.

Ensuite, nous sommes intéressés à la commande sans capteur mécanique et à la surveillance de la machine en exploitant les observateurs proposés précédemment. Nous avons présenté une loi de commande avec retour de sortie pour une classe particulière de systèmes non linéaires uniformément commandable et observable. La technique à grand gain a été choisie pour ses avantages cités plus haut et elle a permis de satisfaire les propriétés requises. Par la suite, l'observateur d'état présenté a été utilisé dans la boucle de commande du type grand gain de la

machine asynchrone sans capteur mécanique. Par ailleurs, nous avons montré que l'on peut incorporer facilement une action intégrale filtrée dans la boucle de commande sans capteur mécanique de la machine pour réaliser un rejet asymptotique des perturbations d'état et/ou des sorties. Les résultats obtenus en simulation pour l'observateur, l'observation adaptative et la commande à base d'observateurs sont très satisfaisants malgré les différents tests effectués. L'observateur adaptatif a été également utilisé dans la boucle de commande pour mettre en évidence sa propriété de robustesse et ses performances en termes de poursuite de la loi de commande si les paramètres inconnus de la machine sont variables. La réussite de la conception et de l'incorporation dans la loi de commande de l'observateur adaptatif nous a permis de faire un essai de surveillance du fonctionnement de la machine à partir de l'exploitation des grandeurs d'état et des paramètres variables estimés. Notons que les paramètres physiques de la machine, tels que les résistances statoriques et rotoriques, varient continuellement sous divers raisons, à savoir, sous l'effet thermique, sous l'effet des variations de la charge ou bien dans les cas de fonctionnement avec défauts (Commande tolérante aux fautes). Les performances des différents observateurs proposés, de la loi de commande et ont été illustrés en simulation à travers des exemples académiques ainsi que sur le modèle du moteur asynchrone donné au quatrième chapitre.

Plusieurs perspectives des travaux présentés dans le cadre de ce travail seront envisagées. Tout d'abord, nous proposons d'étendre l'application de toutes ces techniques sur d'autres types de machines, malgré que, notre travail est déjà consacré à la machine électrique dominante dans le milieu industriel. Il est important aussi de faire d'autres études pour augmenter le nombre de paramètres physique inconnus à estimer par l'observateur adaptatif, en particulier, en considérant la vitesse de rotation de la machine. Nous proposons également de reprendre la conception des deux observateurs avec un gain d'observation variant dans le temps pour réduire la sensibilité de l'observateur et du système de commande par rapport aux bruits de mesure inévitables. Et finalement de tester expérimentalement et en temps réel ces techniques, qui en réalité est un de nos objectifs et de faire une étude comparative de la loi que nous proposons avec d'autres lois de type Backstepping par exemple.



Bibliographie

Bibliographie

- [1] Z. Gao, T. Habetler, R. Harley et R. A. Colby, "Sensorless adaptive stator winding temperature estimator for mains-fed induction machines with continuous-operation periodic duty cycles," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 44, no. 5, pp. 1533-42, 2008.
- [2] C. Mastorocostas, I. Kioskeridis et N. Margaris, "Thermal and slip effects on rotor time constant in vector controlled induction motor drives," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 21, pp. 495-504, 2006.
- [3] J. Lesenne, F. Notelet et G. Séguier, "Introduction à l'électrotechnique approfondie," *Technique et Documentation*, Paris, 1981.
- [4] J. P. Caron et J. P. Hautier, "Modélisation et commande la machine asynchrone,"-Edition *Technip*, 1995.
- [5] G. Grellet, G. Clerc, "Les actionneurs électriques, Principes, Modèles et Commande," *Editions Eyrolles*, 2000.
- [6] B. Bensaker, H. Kherfane, A. Maouche et R. Wamkeue, "Nonlinear modelling of IM drives for nonlinear sensorless control purposes," *Proc. of the 6th IFAC Symposium on nonlinear control systems NOLCOS*, vol. 3, pp. 1474-1480, 2004.
- [7] A. Maouche, "Conception de capteurs logiciels pour la commande et la surveillance des systèmes motorisés," *Mémoire de magister, Université de Annaba*, 2005.
- [8] B. Bensaker, H. Kherfene, A. Maouche et R. Wamkeue, "Sensorless monitoring of induction motor drive systems," *Preprints of the 11th IFAC Symposium MMM*, Nancy, France, 2004.
- [9] S. Bachir, "Contribution au diagnostic de la machine asynchrone par estimation paramétrique," *Thèse de doctorat, Ecole Supérieur d'Ingénieurs de Poitiers*, France, 2002.
- [10] E. G. Strangas, H. K. Khalil et S. Jurkovic, "Speed observer and reduced nonlinear model for sensorless control of induction motors," *IEEE Trans on Automatic Control Systems Technology*, vol. 17, no. 2, pp. 327-339, 2009.
- [11] C. Canudas De Wit, A. Youssef, J. P. Barbot, P. Martin et F. Malrait, "Observability conditions of induction motors at low frequencies," *Proc. of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 3, pp. 2044-2049, 2000.
- [12] S. Ibarra-Rojas, J. Moreno et G. Espinosa-Pérez, "Global observability analysis of sensorless induction motors," *Automatica*, vol. 40, pp. 1079-1085, 2004.
- [13] M. Ghanes, "Observation et Commande de la Machine Asynchrone sans Capteur Mécanique," *thèse de doctorat, IRCCyN (Ecole Centrale de Nantes)*, Novembre 2005.
- [14] M. Ghanes, J. De Leon et A. Glumineau, "Novel Controller for Induction motor without mechanical Sensor and Experimental Validation," *CDC, San Dieg California USA*, pp. 4008-4013, Décembre 2006.

- [15] A. Dib, M. Farza, M. M'Saad, P. Dorleans et J. F. Massieu, "High Gain Observer for Sensorless Induction Motor," *Proc. of the 18th IFAC World Congress*, vol. 18, pp. 674-679, 2011.
- [16] A. Maouche, M. M'Saad, B. Bensaker et M. Farza, "High Gain Adaptive Observer Design for Sensorless State and Parameter Estimation of Induction," *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 13, no. 5, pp. 1106-1117, Octobre 2015.
- [17] H. Hammouri et M. Farza, "Nonlinear observers for locally uniformly observable systems," *ESAIM, COCV*, vol. 9, pp. 353-370, 2003.
- [18] M. Farza, M. M'Saad et L. Rossignol, "Observer design for a class of MIMO nonlinear systems," *Automatica*, vol. 40, pp. 7134-7143, Janvier 2004.
- [19] M. Farza, M. M'Saad, T. Maatoug et M. Kamoun, "Adaptive observers for nonlinearly parameterized class of nonlinear systems," *Automatica*, vol. 45, no. 10, pp. 2292-2299, Octobre 2009.
- [20] R. Hermann and A. Krener. Nonlinear controllability and observability. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 22:728-740, 1977.
- [21] M. Ghanes, J. De Leon et A. Glumineau, "Cascade and high-gain observers comparison for sensorless closed-loop induction motor control," *IET Journal of Control Theory and Applications*, vol. 2, no. 2, pp. 133-150, Février 2008.
- [22] M. Ghanes, J. P. Barbot, J. De Leon et A. Glumineau, "A robust sensorless output feedback controller of the induction motor drives: new design and experimental validation," *International Journal of Control*, vol. 83, no. 3, pp. 484-497, Mars 2010.
- [23] N. Djeghali, M. Ghanes, S. Djennoune et J. P. Barbot, "Sensorless fault tolerant control for induction motors," *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 11, no. 3, pp. 563-576, Juillet 2013.
- [24] S. Hadj Saïd, F. M'Sahli, M. F. Mimouni et M. Farza, "Adaptive high gain observer based output feedback predictive controller for induction motors," *Computers and Electrical Engineering*, vol. 39, no. 2, pp. 151-163, Février 2013.
- [25] R. Marino, P. Tomei et C. M. Verrelli, "An adaptive tracking control from current measurements for induction motors with uncertain load torque and rotor resistance," *Automatica*, vol. 44, no. 10, pp. 2593-2599, Octobre 2008.
- [26] H. K. Khalil, E. G. Strangas et S. Jurkovic, "Speed observer and reduced nonlinear model for sensorless control of induction motors," *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol. 17, no. 2, pp. 327-339, Mars 2009.
- [27] E. G. Shehata, "Speed sensorless torque control of an IPMSM drive with online stator resistance estimation using reduced order EKF," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 47, pp. 378-386, Mai 2013.
- [28] V. G. Guerrero Ramírez, L. G. Vela Valdés, M. A. Medina, C. D. García Beltrán et C. A. Villanueva, "Adaptive nonlinear control of induction motor," *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 9, no. 1, pp. 176-186, Février 2011.

- [29] C. Canudas De Wit, A. Youssef, J. P. Barbot, P. Martin et F. Malrait, "Observability conditions of induction motors at low frequencies," *Proc. of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 3, pp. 2044-2049, 2000.
- [30] A. Maouche, M. R. Mekideche et B. Bensaker, "A stochastic failure compensation controller of IMs based state estimation technique," *Proc. of the 5th International Conference on Systems, Signals and Devices IEEE SSD*, pp. 1-6, 2008.
- [31] H. K. Khalil, "High-gain observers in nonlinear feedback control," *In Proc. of the International Conference on Control, Automation and Systems, COEX, Seoul, Korea UK*, 2008.
- [32] H. Hammouri, G. Bornard et K. Busawon, "High gain observer for structured multi-output nonlinear systems," *IEEE Trans. Auto. Control*, vol. 55, no. 4, 2010.
- [33] M. Farza, M. M'Saad, M. Triki et T. Maatoug, "High gain observer for a class of non-triangular systems," *Sys. Control. Letter*, vol. 60, no 1, pp. 27-35, 2010.
- [34] M. Farza, M. Oueder, R. Ben abdennour et M. M'Saad, "High gain observer with updated gain for a class of mimo nonlinear systems," *Int. Journal of Control*, vol. 48, no. 2, pp. 270-280, 2011.
- [35] T. Menard, A. Maouche, B. Targui M. M'Saad et M. Farza, "Adaptive high gain observers for a class of nonlinear systems with nonlinear parametrization," *Proc. of the 13th European Control Conference*, pp. 1735-1740, 2014.
- [36] S. Hajji, M. M'Saad et M. Farza, "Output feedback controller for a class of nonlinear system," *In Proc. of the 17th IFAC World Congress on Automatic Control*, Seoul, Korea, Juillet 2008.
- [37] M. Farza, M. M'Saad, et M. Sekher, "A set of observers for a class of nonlinear systems," *In Proceedings of the 16th IFAC World Congress*, Praha, Czech Republic, Juillet 2005.
- [38] J. Gauthier et G. Bornard, " Observability for any $u(t)$ of a class of nonlinear systems," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 26, pp. 922-926, 1981.
- [39] J. P. Gauthier, H. Hammouri et S. Othman, "A simple observer for nonlinear systems - Application to bioreactors," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. AC-37, pp. 875-880, Aout 1992.
- [40] J. P. Gauthier et I. Kupka, " Observability and observers for nonlinear systems," *SIAM J. Control. Optim*, vol. 32, pp. 975-994, 1994.
- [41] T. Maatoug, "Synthèse d'observateurs adaptatifs pour les systèmes non linéaires," *Thèse de doctorat, Université de Caen Basse-Normandie, France*, 2009.
- [42] J. P. Gauthier et G. Bornard, "Observability for any $u(t)$ of a class of nonlinear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 26, pp.922-926, 1981.
- [43] F. Karami, J. Poshtan et M. Poshtan, "Detection of broken rotor bars in induction motors using nonlinear Kalman filters," *ISA Transactions*, vol. 49, no. 2, pp. 189-195, Avril 2010.
- [44] M. Barut, S. Bogosyan et M. Gokasan, "Switching EKF technique for rotor and stator resistance estimation in speed sensorless control of IMs," *Energy Conversion and*

- Management*, vol. 48, no. 12, pp. 3120-3134, Juillet 2007.
- [45] S. Hadj Saïd, M. F. Mimouni, F. M'Sahli et M. Farza, "High gain observer based on-line rotor and stator resistances estimation for IMs," *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 19, no. 7, pp. 1518-1529, Aout 2011.
- [46] D. Traore, J. De Leon, A. Glumineau et L. Loron, "Adaptive interconnected observer for sensorless induction motor," *International Journal of Control*, vol. 82, no. 9, pp. 1627-1640, Septembre 2009.
- [47] A. Tiçlea et G. Besançon, "Observer scheme for state and parameter estimation in asynchronous motors with application to speed control," *European Journal of Control*, vol. 12, no. 4, pp. 400-412, Juillet 2006.
- [48] A. Tiçlea et G. Besançon, "Observer design for state and parameter estimation in induction motors with simulation and experimental validation," *Proc. of the 32nd IEEE Annual Conference on Industrial Electronics*, pp. 5075-5080, 2006.
- [49] M. Oueder, M. Farza, R. Ben Abdennour et M. M'Saad, "A high gain observer with updated gain for a class of MIMO non-triangular systems," *Systems & Control Letters*, vol. 61, no. 2, pp. 298-308, Février 2012.
- [50] V. Andrieu, L. Praly et A. Astolfi, "High gain observers with updated gain and homogeneous correction terms," *Automatica*, vol. 45, no. 2, pp. 422-428, Février 2009.
- [51] N. Boizot, E. Busvelle et J. P. Gauthier, "An adaptive high gain observer for nonlinear systems," *International Journal of Control*, vol. 46, no. 9, pp. 1483-1488, Janvier 2010.
- [52] L. Zhao, J. Huang, H. Liu, B. Li et W. Kong, "Second-order sliding mode observer with online parameter identification for sensorless IM drives," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 10, pp. 5280-5289, Octobre 2014.
- [53] S. M. Kim, W. Y. Han et S. J. Kim, "Design of a new adaptive sliding mode observer for sensorless induction motor drive," *Electric Power Systems Research*, vol. 70, no. 1, pp. 16-22, Juin 2004.
- [54] Y. H. Park, K. H. Park, S. C. Baek et Y. A. Kwon, "Sliding mode observer with parameter estimation for sensorless IM," *Proc. of the IEEE Region 10 Conference TENCON*, pp. 37-41, 2010.
- [55] K. S. Narendra et A. Annaswamy, "Stable adaptive systems," *NJ: Prentice Hall Int.* 1989.
- [56] R. Perret, "Etat de l'art de la commande à flux orienté," *L'école d'automatique de Grenoble*, Grenoble, France, pp. 1-55, 1997.
- [57] R. A. Salas, "Développement de lois de commandes avec observateurs pour machine asynchrone," *Thèses PhD, Institut National Polytechnique de Grenoble*, Janvier 2002.
- [58] M. Kostenko et L. Piotrovski, "Machines électriques," *volume tome II. Moscou (Mir)*, 1969.
- [59] F. Blaschke, "A new method for the structural decoupling of A.C. induction machine," *IFAC - Duesseldorf (Germany)*, Octobre 1971.

- [60] C. Canudas De Wit, "Commande des moteurs, Modélisation, Contrôle Vectoriel et DTC," *Hermès Science Publication*, France, 2000.
- [61] J. Chiasson, "Nonlinear controllers for an induction motor," *Elsevier - Pergamon*, Vol. 4, no. 7, pp. 977-990, 1996.
- [62] C. Canudas De Wit et S. I. Seleme, "Robust torque control design for induction motors: the minimum energy approach," *Proc. of the IFAC'93, Australie*, Juillet 1993.
- [63] H. Ouadi, F. Giri et F. Ikhouane, "Backstepping control of saturated induction motors," *Proc. of the 15th Triennial World Congress, IFAC 2002, Barcelona, Espagne*, 2002.
- [64] L. Praly, "Asymptotic stabilization via output feedback for lower triangular systems with output dependent incremental rate," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 48, no. 6, pp. 1103-1108, 2003.
- [65] P. Krishnamurthy, F. Khorrami et R. S. Chandra, "Global high-gain-based observer and backstepping controller for generalized output-feedback canonical form," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 48, no.12, pp. 2277- 2283, décembre 2003.
- [66] S. Hajji, M. M'Saad et M. Farza, "Output feedback controller for a class of nonlinear system," *Proc. of the 17th European Control Conference, Kos, Greece*, Juillet 2007.
- [67] K. Yamazaki, Y. Haruishi, "Stray load loss analysis of induction motor comparison of measurement due to ieee standard 112 and direct calculation by finite-element method," *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 40, no. 2, pp. 543-9, 2004.
- [68] A. Fasquelle, J.L. Besnerais, S. Harmand, M. Hecquet, S. Brisset, P. Brochet, et al, "Coupled electromagnetic acoustic and thermal-flow modelling of an induction motor of railway traction," *Applied Thermal Engineering*, Vol.30, no. (17-18), pp.2788-95, 2010.
- [69] PM. de la Barrera, GR. Bossio, J.A. Solsona et GO. Garca, "On-line iron loss resistance identification by a state observer for rotor-flux-oriented control of induction motor," *Energy Conversion and Management*, Vol. 49, no. 10, pp. 2742-7, 2008.
- [70] Z. Gao, R. Colby, T. Habetler et R. Harley, "A model reduction perspective on thermal models for induction machine overload relays," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 55, no.10, pp. 3525-34, 2008.
- [71] P. Gnacinski, "Prediction of windings temperature rise in induction motors supplied with distorted voltage," *Energy Conversion and Management*, Vol. 49, no. 4, pp. 707-17, 2008.
- [72] J. K. Al-Tayie, "Estimation of speed, stator temperature and rotor temperature in cage induction motor drive using the extended Kalman filter algorithm," *IEE in Proc. of Electronic Power Applications*, Vol.144, no. 5, Septembre 1997.
- [73] H. Kubota, K. Matsuse et T. Nakano, "Dsp-based speed adaptive flux observer of induction motor," *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 29, no. 2, pp. 344-8, 1993.

A horizontal purple banner with a scroll effect on the left and right sides. The word "Annexes" is written in the center in a white, italicized, serif font with a drop shadow.

Annexes

Annexe A : Analyse de convergence de l'observateur (2.3)

Soit $\tilde{z} = \hat{z} - z$ l'erreur d'observation obtenue en soustrayant les équations (2.3a) de (2.1a) du chapitre 2. Nous avons :

$$\dot{\tilde{z}} = A\tilde{z} + \varphi(u, \hat{z}) - \varphi(u, z) - \theta \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \tilde{z}, \quad (1)$$

Nous introduisons maintenant le changement de variable suivant : $\bar{z} = \Delta_\theta \tilde{z}$. On obtient :

$$\dot{\bar{z}} = \Delta_\theta A \Delta_\theta^{-1} \bar{z} + \Delta_\theta (\varphi(u, \hat{z}) - \varphi(u, z)) - \theta S^{-1} C^T C \bar{z}, \quad (2)$$

En appliquant le théorème de la valeur moyenne à la fonction φ , l'équation (2), devient :

$$\begin{aligned} \dot{\bar{z}} &= \theta A \bar{z} + \Delta_\theta \frac{\partial \varphi}{\partial z}(u, \zeta) \tilde{z} - \theta S^{-1} C^T C \Delta_\theta \tilde{z}, \\ &= \theta A \bar{z} + \Delta_\theta \frac{\partial \varphi}{\partial z}(u, \zeta) \Delta_\theta^{-1} \bar{z} - \theta S^{-1} C^T C \bar{z}, \end{aligned} \quad (3)$$

Nous introduisons maintenant la fonction de Lyapunov candidate : $V(\bar{z}) = \bar{z}^T S \bar{z}$ où S est la solution de l'équation algébrique de Lyapunov (2.6) pour $\theta = 1$. Nous avons :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 2\bar{z}^T S \dot{\bar{z}}, \\ &= 2\theta \bar{z}^T S A \bar{z} + 2\bar{z}^T S \Delta_\theta \frac{\partial \varphi}{\partial z}(u, \zeta) \Delta_\theta^{-1} \bar{z} - 2\theta \bar{z}^T C^T C \bar{z}. \end{aligned} \quad (4)$$

En utilisant l'égalité, on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \theta (-\bar{z}^T S \bar{z} + \bar{z}^T C^T C \bar{z}) + 2\bar{z}^T S \Delta_\theta \frac{\partial \varphi}{\partial z}(u, \zeta) \Delta_\theta^{-1} \bar{z} - 2\theta \bar{z}^T C^T C \bar{z}, \\ &= -\theta V - \theta \bar{z}^T C^T C \bar{z} + 2\bar{z}^T S \Delta_\theta \frac{\partial \varphi}{\partial z}(u, \zeta) \Delta_\theta^{-1} \bar{z} \\ &\leq -\theta V + 2\bar{z}^T S \Delta_\theta \frac{\partial \varphi}{\partial z}(u, \zeta) \Delta_\theta^{-1} \bar{z}, \\ &\leq -\theta V + 2 \|\bar{z}^T S\| \left\| \Delta_\theta \frac{\partial \varphi}{\partial z}(u, \zeta) \Delta_\theta^{-1} \right\| \|\bar{z}\|, \\ &\leq -\theta V + 2 \|S\| \|\bar{z}\| \left\| \Delta_\theta \frac{\partial \varphi}{\partial z}(u, \zeta) \Delta_\theta^{-1} \right\| \|\bar{z}\|, \\ &= -\theta V + 2 \lambda_M(S) \|\bar{z}\|^2 \left\| \Delta_\theta \frac{\partial \varphi}{\partial z}(u, \zeta) \Delta_\theta^{-1} \right\|, \\ &\leq -\theta V + 2 \frac{\lambda_M(S)}{\lambda_m(S)} \left\| \Delta_\theta \frac{\partial \varphi}{\partial z}(u, \zeta) \Delta_\theta^{-1} \right\| V. \end{aligned} \quad (5)$$

où $\lambda_M(\cdot)$ et $\lambda_m(\cdot)$ désignent la plus grande (resp. la plus petite) valeur propre de (\cdot) .

Finalement, comme la matrice φ est globalement lipschitzienne et elle à une structure triangulaire, nous avons pour tout $\theta \geq 1$:

$$\left\| \Delta_\theta \frac{\partial \varphi}{\partial z}(u, \zeta) \Delta_\theta^{-1} \right\| \leq c, \quad (6)$$

où c est une constante positive qui ne dépend pas de θ .

Combinant (5) et (6), nous obtenons :

$$\dot{V} \leq -(\theta - c)V, \quad (7)$$

Il suffit de prendre $\theta = \max(1, c)$. Ceci termine la preuve.

Annexe B : Caractéristiques de la machine asynchrone utilisée

Les principales caractéristiques de la machine A-3 LS 6J12363 qui est une machine de la classe thermique E sont regroupé par le tableau suivant :

Tableau B.1 : Caractéristiques de la machine asynchrone utilisée

Valeurs nominales	Puissance	4	Kw
	Fréquence	50	Hz
	Tension statorique Δ/Y	220/380	V
	Courant statorique Δ/Y	14.7/8.5	A
	Courant rotorique	14	A
	Vitesse	1430	Rpm
Valeurs constantes	Paire de Pôle (p)	2	-
	Inertie (J)	0.032	Kg/m^2

Pour les paramètres physiques de la machine, nous avons trouvé que des testes expérimentales ont été déjà faites afin de les identifier, ils ont aboutit aux résultat suivantes :

Tableau B.2 : Paramètres physiques de la machine asynchrone utilisée

Paramètres	Résistance statorique	0.63	Ω
	Résistance rotorique	0.4	Ω
	Inductance statorique	0.0977	H
	Inductance rotorique	0.091	H
	Mutuelle stator-rotor	0.091	H

Cette machine est montrée par la figure suivante :



Figure B.1 : Machine asynchrone A-3 LS 6J12363, Laboratoire GREYC, ENSICAEN, France

Annexe C : Modélisation de l'onduleur de tension

Les onduleurs sont les convertisseurs statiques permettant la conversion de l'énergie de la forme continue à la forme alternative. On les dit statiques car ils ne font intervenir aucun mouvement. Les onduleurs de tension sont alimentés par une source de tension continue, avec ou sans neutre raccordé. L'onduleur à neutre isolé, est le montage le plus répandu, car l'isolement de neutre permet de supprimer la composante homopolaire.

1. Structure de l'onduleur

Un onduleur de tension est constitué à des composants semi-conducteurs contrôlables, généralement il s'agit des transistors ou des thyristor GTO pour les grandes puissances. Le schéma structurel d'un onduleur triphasé est représenté dans le quatrième chapitre par la figure 4.2. Il est constitué de trois bras, de deux interrupteur pour chacun. Chaque interrupteur est monté en parallèle inverse avec une diode pour assurer la continuité des courants alternatifs et éviter le court-circuit de la source. Il existe deux conditions pour le bon fonctionnement de ces onduleurs :

- Les interrupteurs montés sur le même bras ne doivent pas conduire en même temps afin d'éviter le court-circuit et d'assurer la continuité de courant alternatif dans la charge.
- Les tensions générées pour l'onduleur doivent être triphasées et décalées entre elles de l'angle $\frac{2\pi}{3}$.
- Les diodes représentées sur la figure 4.2 sont des diodes à roue libre assurant la protection des transistors.

2. Principe de fonctionnement

Les interrupteurs d'un bras sont complémentaires l'un à l'autre donc il y a deux cas:

- K_{12} est ouvert, donc K_{11} est en état de conduction, la tension appliquée à la charge est égale à $\frac{U_{dc}}{2}$. Si le courant est positif, il traversera K_{11} et l'énergie se transfère de la source vers la charge, et si le courant est négatif, traversera la diode en parallèle avec K_{11} , donc, l'énergie retourne à la source continue.
- K_{11} est ouvert, donc K_{12} est en état de conduction, la tension appliquée à la charge est égale à $-\frac{U_{dc}}{2}$. Si le courant est positif, il passera la diode en parallèle avec K_{12} et on aura

un retour de l'énergie à la source continue, et si le courant est négatif, il traversera K_{12} donc, l'énergie se transfère de la source vers la charge.

3. Modèle mathématique de l'onduleur de tension

Cette modélisation sera effectuée en considérant l'association de l'onduleur triphasé à deux niveaux avec une charge triphasée couplée en étoile avec neutre isolé. L'état des interrupteurs, supposé parfaits, peut être défini par trois grandeurs de commande : S_i où $(i = a, b, c)$, sachant que S_i peut prendre deux valeurs:

- $S_i = 1$: Le cas où l'interrupteur de haut est fermé (K_{i1} fermé) et celui d'en bas est ouvert (K_{i2} ouvert).
- $S_i = 0$: Le cas où l'interrupteur de haut est ouvert (K_{i1} ouvert) et celui d'en bas est fermé (K_{i2} fermé).

Dans ces conditions on peut écrire les tensions u_{io} (tensions u_{ao} , u_{bo} et u_{co} entre les trois sorties de l'onduleur et le point milieu d'alimentation continue) en fonction des signaux de commande S_i et en tenant compte du point fictif "o" représenté au quatrième chapitre sur la figure 4.2.

$$u_{io} = U_{dc} \left(S_i - \frac{1}{2} \right) \quad (1)$$

Les tensions composées u_{ab} , u_{bc} et u_{ca} (tensions entre phases de sortie de l'onduleur) sont obtenues à partir de cette relation :

$$\begin{cases} u_{ab} = u_{ao} + u_{ob} = u_{ao} - u_{bo} \\ u_{bc} = u_{bo} + u_{oc} = u_{bo} - u_{co} \\ u_{ca} = u_{co} + u_{oa} = u_{co} - u_{ao} \end{cases} \quad (2)$$

On veut connaître la forme des tensions de phase par rapport au neutre de la charge n , alors :

- Si: le neutre de la charge n est connecté au neutre de la source "o" on a : $u_{on} = 0$ (u_{on} représente la tension entre le point neutre de la charge 'n' et le point milieu de la source continue) alors :

$$\begin{cases} u_{an} = u_{ao} + u_{on} = u_{ao} \\ u_{bn} = u_{bo} + u_{on} = u_{bo} \\ u_{cn} = u_{co} + u_{on} = u_{co} \end{cases} \quad (3)$$

- Si: le neutre de la charge est isolé de celui de la source "o" on aura :

$$\begin{cases} u_{an} = u_{ao} + u_{on} \\ u_{bn} = u_{bo} + u_{on} \\ u_{cn} = u_{co} + u_{on} \end{cases} \quad (4)$$

Le système u_{an}, u_{bn} et u_{cn} (représente les tensions alternatives u_a, u_b et u_c qui sont les tensions des trois phases de la charge) étant équilibré, il en découle :

$$u_{an} + u_{bn} + u_{cn} = 0 \quad (5)$$

La substitution de (5) dans (4) aboutit à :

$$u_{on} = -\frac{1}{3}(u_{ao} + u_{bo} + u_{co}) \quad (6)$$

En remplaçant (6) dans (4), on obtient :

$$\begin{cases} u_{an} = \frac{2}{3}u_{ao} - \frac{1}{3}u_{bo} - \frac{1}{3}u_{co} \\ u_{bn} = -\frac{1}{3}u_{ao} + \frac{2}{3}u_{bo} - \frac{1}{3}u_{co} \\ u_{cn} = -\frac{1}{3}u_{ao} - \frac{1}{3}u_{bo} + \frac{2}{3}u_{co} \end{cases} \quad (7)$$

On peut écrire l'équation (7) sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} u_{an} \\ u_{bn} \\ u_{cn} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{ao} \\ u_{bo} \\ u_{co} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Les équations des tensions simples en fonction des grandeurs de commande S_a, S_b et S_c :

$$\begin{bmatrix} u_{an} \\ u_{bn} \\ u_{cn} \end{bmatrix} = \frac{v_{dc}}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix} \quad (9)$$

ANNEXE D : Le principe de la modulation vectorielle SVPWM

1. Le principe de la modulation vectorielle

Le principe de la MLI vectorielle consiste à projeter le vecteur de tension de référence u^* désiré sur les deux axes du plan $(\alpha\beta)$. Ces projections sont utilisées dans le calcul des temps de commutations désirées de deux états non nuls de l'onduleur. Si on désigne par t_i et t_{i+1} , les deux temps commutation en question, leur somme doit être forcément inférieure à la période de commutation de l'onduleur T_h . Pour maintenir la fréquence de commutation constante, un état nul de l'onduleur est appliqué durant le reste de la période T_h . A fin de connaître dans quel secteur se trouve le vecteur de tension u^* , une série de teste sur u_α^* et u_β^* assure la localisation de celui-ci.

A l'intérieur d'une période de commutation de l'onduleur, il existe différentes stratégies d'application des vecteurs assurant l'obtention de la tension désirée.

A fin de réduire les harmoniques, il est préférable de générer des tensions centrées sur la période de commutation de l'onduleur.

2. Représentation vectorielle

Le Tableau 1 représente les huit états de l'onduleur et les coordonnées du vecteur de tension de sortie u_i correspondant à chaque état. Comme on peut le voir, les combinaisons (111) et (000) donnent toujours des vecteurs nuls. La Figure 1 montre la représentation dans le plan complexe des six vecteurs non nuls, qui peuvent être générés par l'onduleur et forment le diagramme vectoriel de l'onduleur à deux niveaux ou l'hexagone de commutation.

L'objectif de la commande de l'onduleur est rendre les tensions de sortie u_a, u_b et u_c aussi proches que possible des trois tensions de référence sinusoïdale u_a^*, u_b^* et u_c^* , ces vecteurs peuvent être représentées dans le plan $(\alpha\beta)$ par un seul vecteur de référence noté u^* son amplitude notée E est constante et égale à l'amplitude souhaitée des tensions simples, et tournant autour du centre de l'hexagone avec une vitesse angulaire $\omega_e = \frac{d\theta_e}{dt}$ constante correspondant à la pulsation électrique souhaitée. Ce vecteur est défini par :

$$u^* = E \cdot e^{j\theta} \quad (1)$$

Tableau D.1 : Etats de l'onduleur et les coordonnées du vecteur u_i

S_a	S_b	S_c	u_α	u_β	u_i
0	0	0	0	0	u_0
1	0	0	$\sqrt{\frac{2}{3}}U_{dc}$	0	u_1
1	1	0	$\sqrt{\frac{1}{6}}U_{dc}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}U_{dc}$	u_2
0	1	0	$-\sqrt{\frac{1}{6}}U_{dc}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}U_{dc}$	u_3
0	1	1	$-\sqrt{\frac{2}{3}}U_{dc}$	0	u_4
0	0	1	$-\sqrt{\frac{1}{6}}U_{dc}$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}U_{dc}$	u_5
1	0	1	$\sqrt{\frac{1}{6}}U_{dc}$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}U_{dc}$	u_6
1	1	1	0	0	u_7

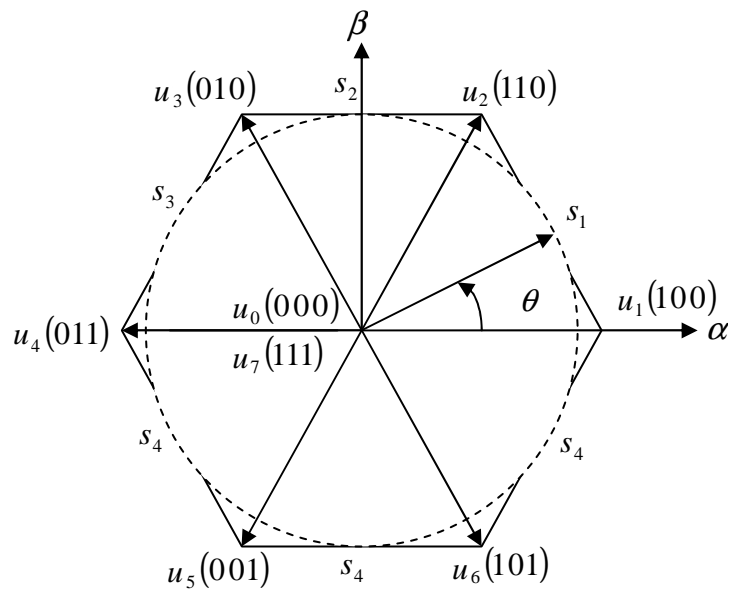


Figure D.1 : Diagramme vectoriel de l'onduleur à deux niveaux.

Si on attribue au vecteur de référence u^* uniquement les six positions discrètes de la Figure D.2, la tension de sortie sera riche en harmoniques. Afin de réduire le taux d'harmoniques de la tension de sortie résultante de la forme non circulaire de cet hexagone, on impose au

vecteur u^* de se positionner à l'intérieur du cercle délimité par l'hexagone. Ainsi, le module maximal admissible du vecteur u^* est :

$$u_{max}^* = \sqrt{\frac{2}{3}} U_{dc} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{\frac{1}{2}} U_{dc} \quad (2)$$

L'équation (1) devient :

$$u^* = r u_{max}^* e^{j\theta} \quad (3)$$

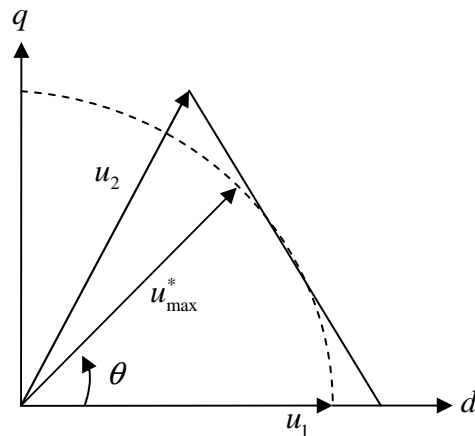


Figure D.2 : Limite du vecteur u^* .

avec r est le taux de modulation qui a une valeur entre 0 et 1 et défini par la relation suivante :

$$r = \frac{\sqrt{2} \cdot E}{U_{dc}} \quad (4)$$

θ : La position angulaire du vecteur u^* calculée comme suit :

$$\theta = \arctg\left(\frac{u_{\alpha}^*}{u_{\beta}^*}\right) \quad (5)$$

3. Localisation du vecteur de référence :

L'hexagone de commutation peut être divisé en six secteurs, chaque secteur étant formé d'un triangle dont les sommets sont le point milieu, et les fins des deux vecteurs consécutifs (u_i et u_{i+1}). Le vecteur u_s^* , où S indique le numéro de secteur, tourne dans le plan $(\alpha\beta)$ à une vitesse angulaire égale à la pulsation des tensions u_a^* , u_b^* et u_c^* . Sur le diagramme de la Figure D.2, on a représenté une position arbitraire du vecteur u^* et on a indiqué l'angle θ correspondant

à cette position. A partir de l'angle θ , on déduit le secteur triangulaire contenant ce vecteur de la manière suivante:

$$S = \begin{cases} 1 & si & 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3} \\ 2 & si & \frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{2\pi}{3} \\ 3 & si & \frac{2\pi}{3} \leq \theta \leq \pi \\ 4 & si & \pi \leq \theta \leq \frac{4\pi}{3} \\ 5 & si & \frac{4\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{3} \\ 6 & si & \frac{5\pi}{3} \leq \theta \leq 2\pi \end{cases}, \quad (6)$$

4. Calcul des temps de commutation :

Dans le cas général, l'onduleur n'est pas capable de générer directement le vecteur u^* , car il ne peut prendre que les huit états discrets illustrés précédemment. On doit donc construire u^* à l'aide d'une combinaison des vecteurs nuls (u_0 ou u_7) et des deux vecteurs adjacents u_i et u_{i+1} du secteur qui contient le vecteur de référence ($i = s$). Ces vecteurs sont appliqués individuellement pendant certaines durée t_0, t_i et t_{i+1} de sorte que u^* soit égale à la valeur moyenne de ces vecteurs pendant une période de découpage :

$$u^* = u_i + u_{i+1} + u_0 \quad (7)$$

avec :

$$u^* = \frac{1}{T_h} \int_t^{t+T_h} u^* dt \quad (8)$$

Puisque la période de découpage T_h est très faible, la valeur moyenne de tension u^* peut être considérée comme constante.

Et puisque les vecteurs u_i et u_{i+1} sont des vecteurs fixes on a :

$$u_i = \frac{1}{T_h} \int_t^{t+t_i} u_i dt = \frac{1}{T_h} u_i t_i \quad (9)$$

et

$$u_{i+1} = \frac{1}{T_h} \int_t^{t+t_{i+1}} u_{i+1} dt = \frac{1}{T_h} u_{i+1} t_{i+1} \quad (10)$$

L'équation (7) devient :

$$T_h u^* = t_{i+1} u_{i+1} + t_i u_i + t_0 u_0 \quad (11)$$

Par comparaison des parties réelles et imaginaires des deux membres on obtient :

$$\begin{aligned} T_h v_\alpha^* &= t_{i+1} u_{i+1}^\alpha + t_i u_i^\alpha \\ T_h v_\beta^* &= t_{i+1} u_{i+1}^\beta + t_i u_i^\beta \end{aligned} \quad (12)$$

Connaissons les valeurs des coordonnées des vecteurs de sortie $u_{i\alpha}$ et $u_{i\beta}$ (Tableau D.1). On peut calculer les temps de commutation t_i et t_{i+1} en fonction des coordonnées du vecteur de référence par la résolution du système d'équation (12).

Pendant le reste de la période de commutation on applique les vecteurs nuls chacun pendant ce temps, donc :

$$t_0 = t_7 = T_h - t_i - t_{i+1} \quad (13)$$

Afin de simplifier l'analyse, on définit les trois variables e , l et k suivants :

$$\begin{cases} e = T_h \frac{\sqrt{3}u_\alpha^* + u_\beta^*}{\sqrt{2}U_{dc}} \\ l = T_h \frac{\sqrt{3}u_\alpha^* - u_\beta^*}{\sqrt{2}U_{dc}} \\ k = T_h \frac{\sqrt{2}u_\beta^*}{U_{dc}} \end{cases} \quad (14)$$

Les temps t_i et t_{i+1} pour chaque secteur sont exprimés en fonction du variables e , l et k suivant le Tableau D.2 :

Tableau D.2 : Temps de commutation pour chaque secteur

Secteur	1	2	3	4	5	6
t_i	l	e	k	$-l$	$-e$	$-k$
t_{i+1}	k	$-l$	$-e$	$-k$	l	e

Si le vecteur de référence dépasse les limites de l'hexagone, la somme des durées d'applications des vecteurs adjacents sont supérieurs à la période de modulation qui produira des erreurs. Pour éviter ceci il est nécessaire de limiter le vecteur de référence à l'intérieur de l'hexagone par l'algorithme ci-dessous (saturation).

5. Génération des impulsions de commande

L'application des vecteurs d'états durant une période de décodage doit tenir en compte de deux critères:

1. minimisation des harmoniques, par la génération d'une tension de sortie la plus proche que possible de la tension de référence, par l'application du vecteur d'état u_i pendant une durée t_i , le vecteur u_{i+1} pendant une durée t_{i+1} et le vecteur nul pendant le reste de la période. On applique u_0 aux extrémités de la période de décodage et u_7 au centre de cette période.
2. minimisation des pertes dans les interrupteurs par la réduction du nombre de commutation de chaque interrupteur, par l'application du vecteur d'indice impair avant l'application du vecteur d'indice pair pendant la demi période de découpage et inversement durant l'autre demi période.

A partir de la figure 4, on déduit la durée de fermeture de l'interrupteur durant la période T_h , dans cette interrupteur les durées sont résumés dans le tableau D.3.

6. Schéma bloc da la MLI vectorielle

Si on veut résumer la méthode de calcul de la MLI vectorielle, on peut énumérer les points suivants :

1. A partir des tensions de référence u_a^* , u_b^* et u_c^* on déduit les composantes du vecteur référence u_α^* et u_β^* dans le repère de $(\alpha \beta)$.
2. Calcul du numéro du secteur S où se situe le vecteur de référence.
3. Calcul des temps (t_i , t_{i+1} et t_0) d'application des vecteurs (u_i , u_{i+1} et u_0).
4. Génération des impulsions de commande des interrupteurs.

Sur la figure D.3, il est représenté le schéma bloc da la MLI vectorielle.

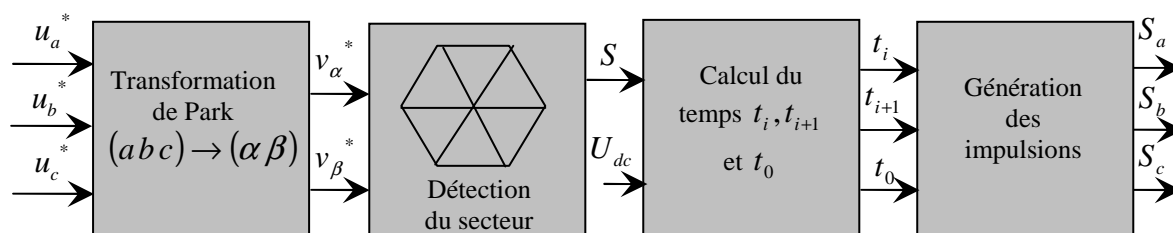


Figure D.3 : Schéma bloc de la MLI vectorielle.

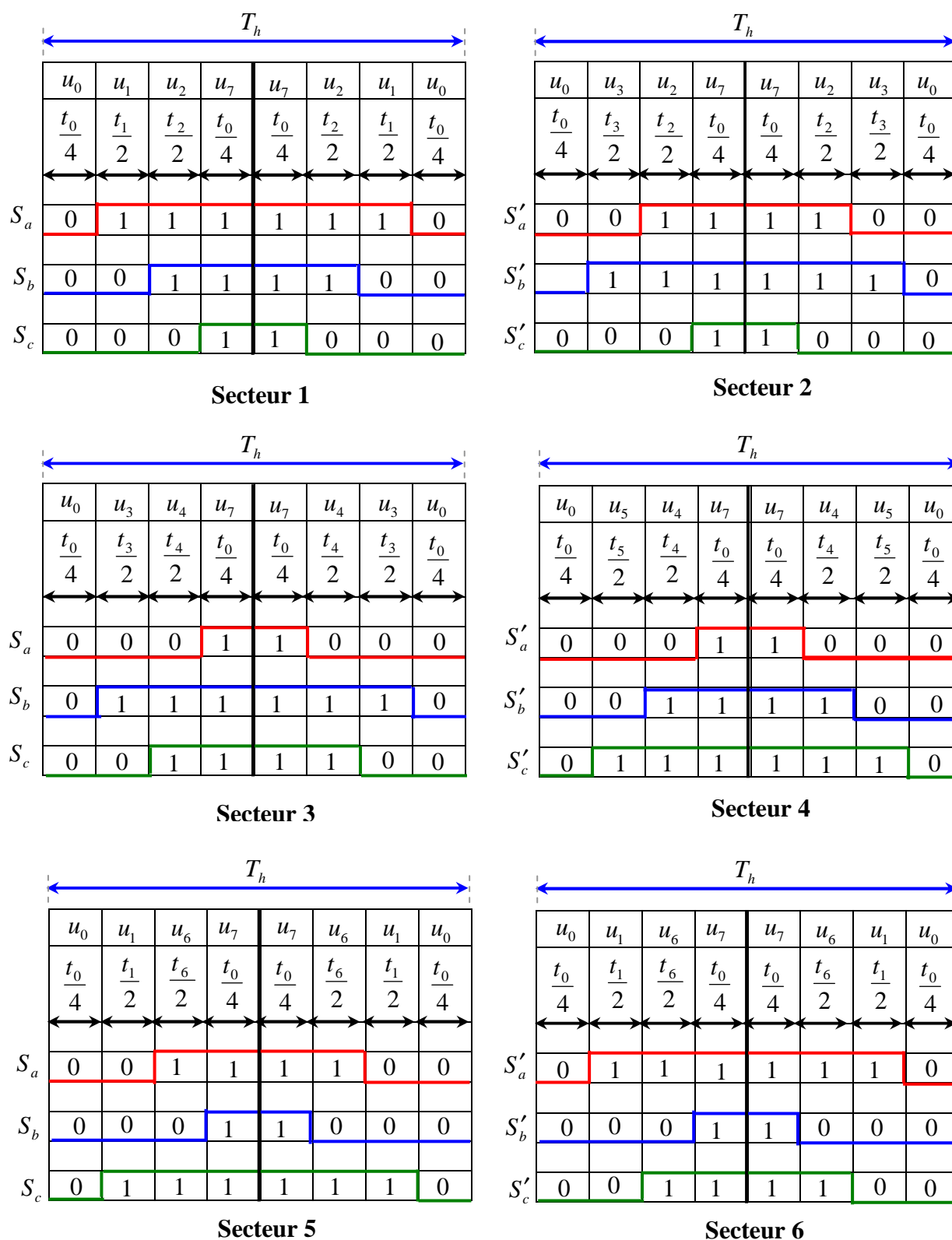


Figure D.4 : Principe de génération des impulsions de commande par MLI vectorielle.

Tableau D.3 : Durée de fermenteur des interrupteurs par secteur

Secteur	Interrupteur du haut S_a, S_b, S_c	Interrupteur S'_a, S'_b, S'_c
1	$S_a = t_1 + t_2 + \frac{t_0}{2}$ $S_b = t_2 + \frac{t_0}{2}$ $S_c = \frac{t_0}{2}$	$S'_a = \frac{t_0}{2}$ $S'_b = t_1 + \frac{t_0}{2}$ $S'_c = t_1 + t_2 + \frac{t_0}{2}$
2	$S_a = t_2 + \frac{t_0}{2}$ $S_b = t_2 + t_3 + \frac{t_0}{2}$ $S_c = \frac{t_0}{2}$	$S'_a = t_3 + \frac{t_0}{2}$ $S'_b = \frac{t_0}{2}$ $S'_c = t_2 + t_3 + \frac{t_0}{2}$
3	$S_a = \frac{t_0}{2}$ $S_b = t_3 + t_4 + \frac{t_0}{2}$ $S_c = t_4 + \frac{t_0}{2}$	$S'_a = t_3 + t_4 + \frac{t_0}{2}$ $S'_b = \frac{t_0}{2}$ $S'_c = t_3 + \frac{t_0}{2}$
4	$S_a = \frac{t_0}{2}$ $S_b = t_4 + \frac{t_0}{2}$ $S_c = t_4 + t_5 + \frac{t_0}{2}$	$S'_a = t_4 + t_5 + \frac{t_0}{2}$ $S'_b = t_5 + \frac{t_0}{2}$ $S'_c = \frac{t_0}{2}$
5	$S_a = t_6 + \frac{t_0}{2}$ $S_b = \frac{t_0}{2}$ $S_c = t_5 + t_6 + \frac{t_0}{2}$	$S'_a = t_5 + \frac{t_0}{2}$ $S'_b = t_5 + t_6 + \frac{t_0}{2}$ $S'_c = \frac{t_0}{2}$
6	$S_a = t_6 + t_1 + \frac{t_0}{2}$ $S_b = \frac{t_0}{2}$ $S_c = t_6 + \frac{t_0}{2}$	$S'_a = \frac{t_0}{2}$ $S'_b = t_6 + t_1 + \frac{t_0}{2}$ $S'_c = t_1 + \frac{t_0}{2}$

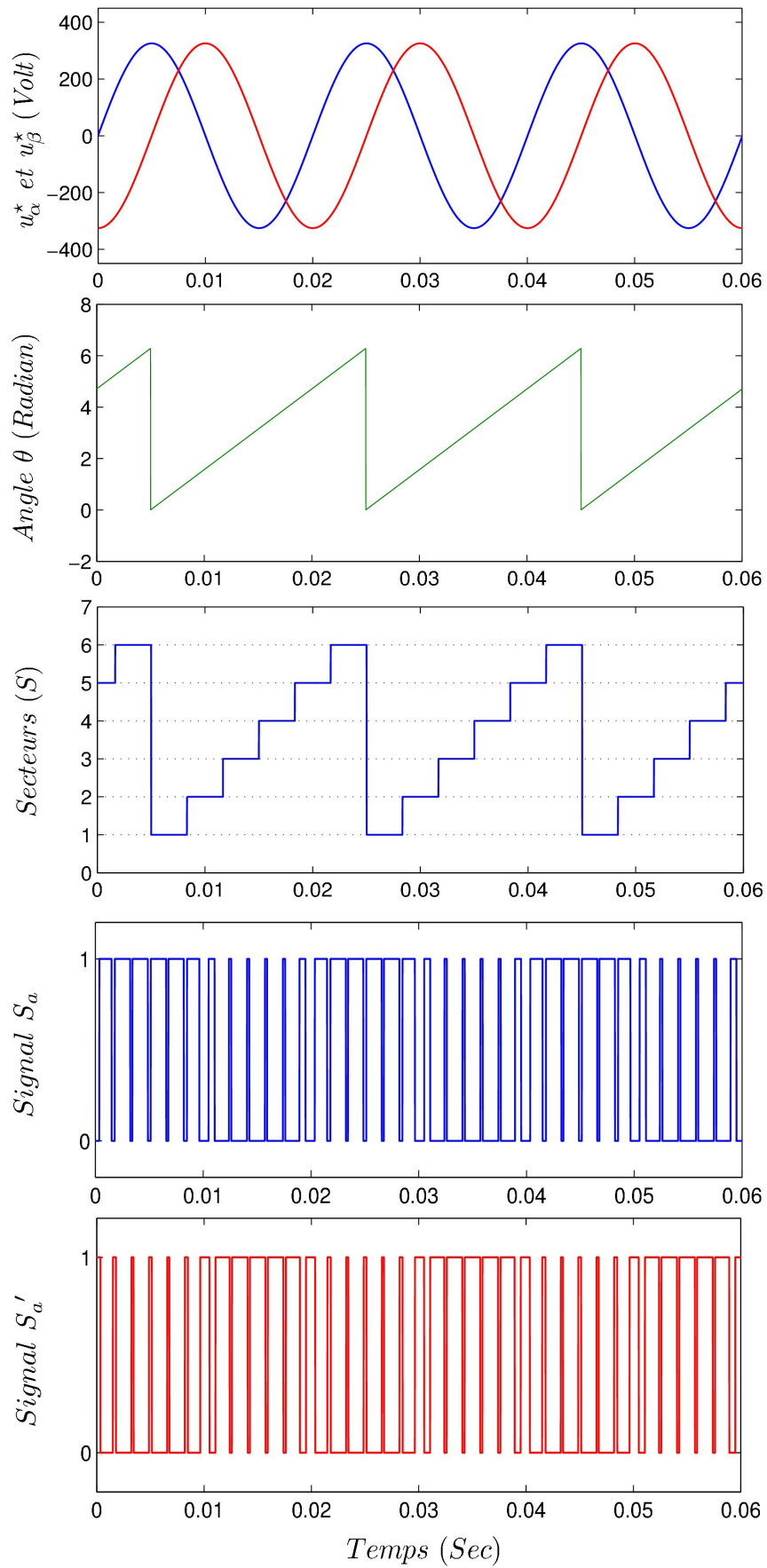


Figure D.5 : Les tensions u_α^* , u_β^* , l'angle θ , les secteurs S et les impulsions S_a et S'_a .

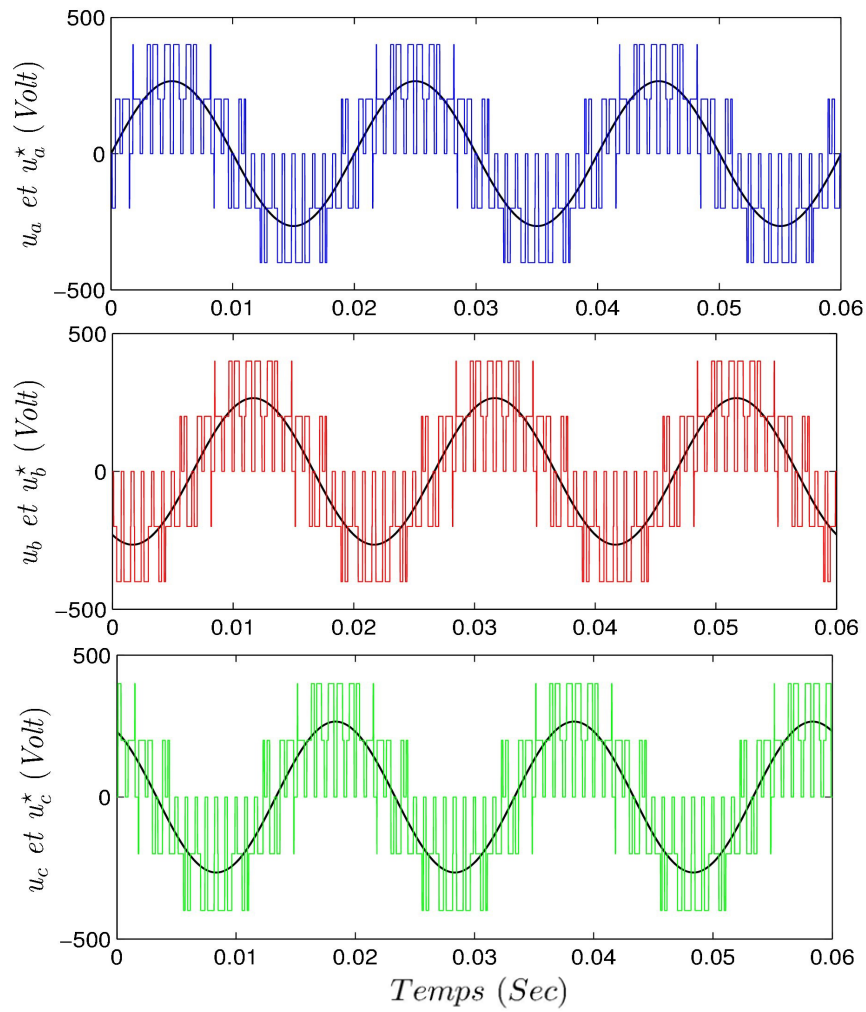


Figure D.6 : Les trois tensions de sortie de l'onduleur avec leurs références.

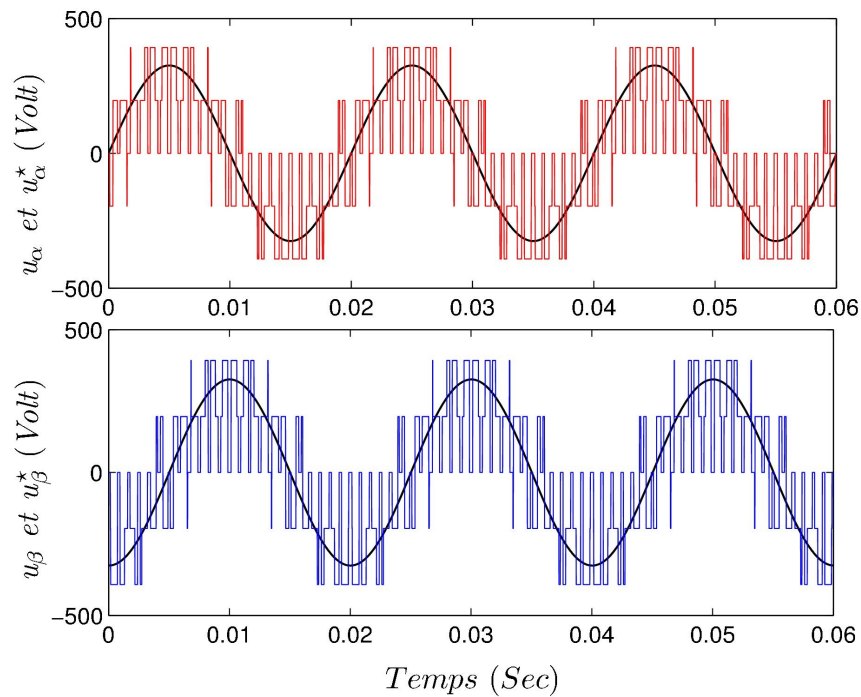


Figure D.7 : Tensions de sortie de l'onduleur représentées en biphasé avec leurs références.

Annexe E : Effet thermique sur la résistance d'un conducteur

La résistance de la plupart des matériaux conducteurs augmente avec la température, en raison de l'agitation accrue des molécules du matériau qui gêne le passage des charges. La figure ci-dessous indique que la résistance du cuivre augmente de façon presque linéaire avec la température.

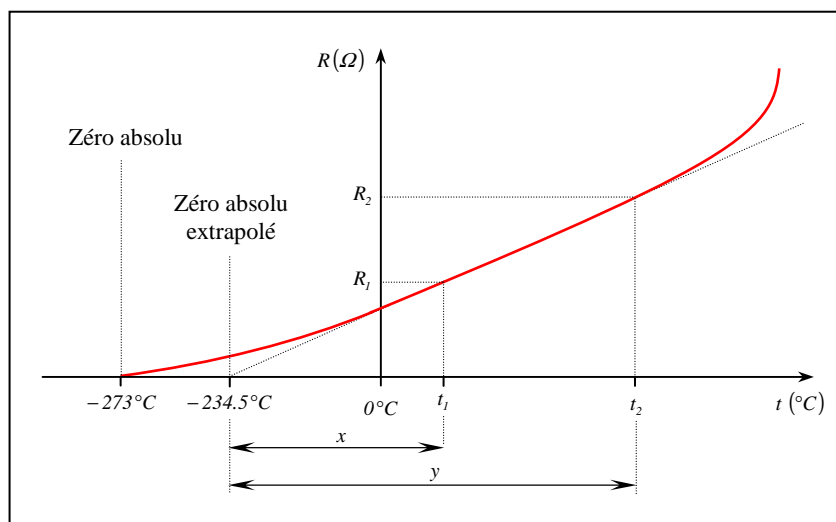


Figure E.1 : Caractéristique résistance température d'un conducteur en Cuivre

Par contre, la résistance des matériaux semi-conducteurs employés pour la fabrication des transistors, des diodes, etc. chute lorsque la température augmente. Les effets thermiques étant si prononcés, il est important de se doter d'une méthode permettant de déterminer la résistance du conducteur à toute température dans sa gamme de service. A cette fin, nous pouvons écrire l'équation approximative de la courbe de la figure ci-dessus en supposant qu'il s'agisse d'une droite coupant l'échelle des températures au point -234.5°C . Bien que la courbe réelle croise cette échelle au zéro absolu -273°C , l'approximation de la ligne droite est suffisamment précise dans la gamme des températures normales de service.

Il a été indiqué sur la courbe la résistance R_1 et R_2 du cuivre à deux températures différentes, t_1 et t_2 . En faisant appel à une propriété des triangles semblables, nous pouvons écrire une relation mathématique donnant la résistance du cuivre en fonction de sa température. Soit x la distance du point -234.5°C au point t_1 et y la distance du point -234.5°C au point t_2 , comme l'illustre le dessin ci-dessus. Les triangles étant semblables, on peut écrire :

$$\frac{x}{R_1} = \frac{y}{R_2} \Leftrightarrow \frac{234.5 + t_1}{R_1} = \frac{234.5 + t_2}{R_2}$$

Le point où le prolongement de la partie linéaire de la courbe coupe l'échelle des températures -234.5°C est le zéro absolu extrapolé du cuivre. Le zéro absolu extrapolé de deux matériaux différents n'est évidemment pas le même. Le tableau ci-dessous donne le zéro absolu extrapolé de certains matériaux communément employés.

Tableau E.1 : Le zéro absolu extrapolé de certains matériaux communément employés

Matériaux	Température ($^{\circ}\text{C}$)
Argent	-243
Cuivre	-234,5
Or	-274
Aluminium	-236
Tungstène	-204
Nickel	-147
Fer	-162
Constantan	-125 000
Nichrome	-2250

L'équation donnée précédemment est évidemment valable pour tout matériau, à condition qu'on y utilise le zéro absolu extrapolé de ce matériau. On peut donc généraliser :

$$\frac{|T| + t_1}{R_1} = \frac{|T| + t_2}{R_2}$$

où $|T|$ représentant la valeur absolue du zéro absolu extrapolé.

Voici enfin une deuxième équation bien connue qui permet de calculer la résistance d'un conducteur à diverses températures. Définissons :

$$\alpha = \frac{1}{|T| + t_1}$$

comme étant le coefficient de température de la résistance à la température t_1 ; nous avons par conséquent :

$$R_2 = R_1 (1 + \alpha(t_2 - t_1))$$

On a déterminé les valeurs de α à 20°C pour un assez grand nombre de matériaux; nous donnons le coefficient de certains matériaux au tableau ci-dessous :

Tableau E.2 : Le coefficient de température de certains matériaux

Matériaux	Coefficient de température α
Argent	0,0038
Cuivre	0,00393
Or	0,0034
Aluminium	0,00391
Tungstène	0,005
Nickel	0,006
Fer	0,0055
Constantan	0,000 008
Nichrome	0,000 44
Carbone	-0,0005

A noter dans ce tableau que le carbone a un coefficient de température négatif ; c'est aussi le cas des matériaux semi-conducteurs. En d'autres termes, la résistance de ces matériaux chute lorsque la température augmente, et vice versa.

On retiendra aussi que plus grande est la valeur de α , plus grande est la variation de la résistance avec la température.

