

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

BADJI MOKHTAR UNIVERSITY-ANNABA -
UNIVERSITE BADJI MOKHTAR-ANNABA-



جامعة باجي مختار
- عنابة -

Année : 2016

Faculté des Sciences de l'Ingénierat
Département d'Electrotechnique

THESE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de *DOCTORAT en sciences*

Etude Comparée des Estimateurs de Vitesse pour la Commande de la Machine Asynchrone

Option

Commande Electrique

Par

Bourbia Wafa

Devant le Jury

Président:	Omeiri Amar	Pr,	Université de Annaba
Directeur de Thèse:	Bensaker Bachir	Pr,	Université de Annaba
Co-Directeur :	Melouah Nouredine	MCA	Université de Annaba
Examineurs:	Benalla Hocine	Pr,	Université de Constantine
	Boulouh Messaoud	MCA,	Université de Guelma
	Toufouti Riad	MCA,	Université de Souk Ahras

الخلاصة

في هذا العمل نقدم تركيب الملاحظات بالطرق الخطية و اللاخطية لمحرك دوار لا متزامن. ويعرف المحرك اللامتزامن بأنه نظام معقد لاخطي وغير ثابت. وهذا يطرح العديد من المشاكل لتمثيله على شكل معادلات رياضية من حيث التحكم فيه و مراقبته. المقاربات الخطية تبقى غير كافية لحل هذه المشاكل. لأجل ذلك كان من الضروري اللجوء لاستعمال تقنيات لاخطية من أجل تركيب ملاحظات لتقدير متغيرات الحالة غير المقاسة في المحرك اللامتزامن. هناك عدة هياكل مختلفة للملاحظات لمراقبة المحرك اللامتزامن تم تطويرها و مناقشتها. في البداية، تمت دراسة الملاحظين الخطيين مثل مراقب Luenberger لتقدير تدفق الدوار و مراقب المربعات الصغرى لتقدير السرعة الزاوية. بعد ذلك، فإننا نقدم وصف ثلاثة ملاحظات لاخطية مثل الملاحظ المكيف، ملاحظ الحالة اللاخطي الذي يعتمد على معيار الدائرة وملاحظ Luenberger اللاخطي. في هذين المراقبين الاخيرين، التحصل على ثابت الملاحظ يحسب بحل مترجمات المصفوفات الخطية (LMI)، والتي تضمن شروط الاستقرار الديناميكي لملاحظ الحالة حسب نظرية Lyapunov. الاداء المثالي للملاحظات المقترحة تم توضيحه باستعمال برنامج المحاكاة (Matlab/simulink).

الكلمات المفتاحية : المحرك اللامتزامن، الملاحظات لاخطية، الملاحظات خطية، معيار الدائرة،

(LMI)

Abstract

In this work we present the synthesis of linear and nonlinear observers for the asynchronous machine. It is well known that the induction motor is a nonlinear and non-stationary complex system. This poses many problems for its modeling, its control and monitoring. Linear approaches are insufficient to solve these problems. This is why it is essential to use nonlinear techniques for the synthesis of observers to estimate non-measurable variables of the asynchronous machine state. Different observer's structures for the machine are developed and discussed. Initially, linear observers are studying such as the Luenberger observer to estimate the rotor flux and the recursive method of least squares to estimate the angular velocity. Then, we present the synthesis of three nonlinear observers such as, the adaptive method, the nonlinear observer based circle criterion approach and the observer for Luenberger nonlinear observer. In the last two observers, the gain matrices are computing as a solution of linear matrix inequalities (LMI) that ensure the stability conditions of the state observer error dynamics in the sense of Lyapunov concepts. The performance of the proposed observers is illustrated using simulation software (Matlab / Simulink).

Key-words: Asynchronous Machine, Linear Observer, Nonlinear Observer, Circle Criterion, LMI

Résumé

Dans ce travail nous présentons la synthèse des observateurs linéaires et non linéaires pour la machine asynchrone. Il est bien connu que la machine asynchrone est un système complexe non linéaire et non stationnaire. Ceci pose beaucoup de problèmes pour sa modélisation, sa commande et sa surveillance. Les approches linéaires restent insuffisantes pour résoudre ces problèmes. C'est pourquoi il est indispensable de recourir aux techniques non linéaires pour la synthèse d'observateurs permettant d'estimer les variables d'état non mesurables de la machine asynchrone. Différentes structures d'observateurs pour la machine sont établies et discuter. Dans un premier temps, les observateurs linéaires sont étudiés tel que l'observateur de Luenberger pour estimé le flux rotoriques et l'observateur des moindres carrées pour estimer la vitesse angulaire rotorique. Ensuite, nous présentons la synthèse de trois observateurs non linéaires tel que l'estimateur adaptatif, l'observateur d'état non linéaire basé sur le critère du cercle et l'observateur de Luenberger non linéaire. Dans les deux derniers observateurs, l'optimisation de calcul des gains des observateurs sont calculées d'après la solution des matrices inégalités linéaires (LMI), ce qui assure les conditions de stabilité dynamique de l'observateur d'état dans le sens de Lyapunov. Les performances des observateurs proposés sont illustrées en simulation en utilisant le logiciel (Matlab/simulink).

Mots clés : Machine asynchrone, Observateur linéaire Observateur non linéaire, Critère du cercle, LMI

Remerciements

Je tiens tout particulièrement à exprimer mes sincères remerciements à monsieur **Bensaker Bachir** , Professeur à l'université d'Annaba pour m'avoir encadré pendant ces longues années de thèse et surtout les conseils avisés qu'il m'a prodigué, témoignant de ses qualités scientifiques et humaines.

Je tiens aussi à remercier monsieur **Melouah Noureddine** Maître de conférence classe A à l'université d'annaba pour avoir co-dirigé ce travail ainsi que ses nombreux conseils.

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à Monsieur **Omeiri Amar** Professeur à L'université d'Annaba, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de présider le jury de cette thèse.

Mes remerciements vont également aux membres du jury qui m'ont fait l'honneur de participer au jury et pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu porter à ce travail, en acceptant de l'examiner en l'occurrence :

- Monsieur **Benalla Hocine** , Professeur à l'Université de Constantine.
- Monsieur **Boulouh Messaoud**, Maître de conférence classe A à l'université de Guelma.
- Monsieur **Toufouti Riad** Maître de conférence classe A à l'université de Souk Ahras.

Liste des tableaux

N	Titre de Tableau	page
2.1	Comparaison des différentes représentations	25
4.1	Caractéristiques de la machine asynchrone en simulation	75

Liste des figures

N	Titre de figure	Page
1.1	Représentation schématique des enroulements d'une machine asynchrone	5
1.2	La transformée de Park	9
1.3	Interprétation de la transformation de Clarke	11
2.1	Commande et surveillance à base d'observateurs.	22
2.2	Décomposition de Kalman	25
2.3	Principe de l'observateur d'état	26
2.4	Principe de la commande par l'observateur d'état	30
2.5	Principe de filtre de Kalman	32
3.1	Théorème de Cauchy	51
3.2	Illustration du principe du théorème de Cauchy	52
3.3	Contour de Nyquist	52
3.4	Bloc diagramme de système de Lur'e	54
3.5	Déplacement de pôle et zéro	58
3.6	Le secteur hyperbolique	59
4.1	Tensions d'alimentation	75
4.2	Tensions de commande $u_{s\alpha}$, $u_{s\beta}$	76
4.3	Courants statoriques mesurables	77
4.4	Position des pôles et des zéros dans le plan complexe	78
4.5	Position des pôles de l'observateur par rapport à ceux de la machine	79
4.6	Variables d'état estimées	80
4.7	Vitesse angulaire rotorique estimée	82
4.8	Bloc d'estimateur adaptatif	83
4.9	Estimation du flux rotorique $\varphi_{r\alpha}$ (Estimateur adaptatif)	84
4.10	Estimation du flux rotorique $\varphi_{r\beta}$ (Estimateur adaptatif)	84
4.11	Estimation de la vitesse rotorique angulaire (Estimateur adaptatif)	85
4.12	Estimation du couple électromagnétique (Estimateur adaptatif)	85

4.13	Bloc de simulation	88
4.14	Estimation du courant statorique $i_{s\alpha}$ (Critère du cercle)	89
4.15	Estimation du courant statorique $i_{s\beta}$ (Critère du cercle)	89
4.16	Estimation du flux rotorique $\varphi_{r\alpha}$ (Critère du cercle)	90
4.17	Estimation du flux rotorique $\varphi_{r\beta}$ (Critère du cercle)	90
4.18	Estimation de la vitesse angulaire rotorique (Critère du cercle)	91
4.19	Erreur d'estimation de la vitesse rotorique (Critère du cercle)	91
4.20	Estimation du couple électromagnétique (Critère du cercle)	92
4.21	Estimation du courant statorique $i_{s\alpha}$ (Luenberger non linéaire)	95
4.22	Estimation du courant statorique $i_{s\beta}$ (Luenberger non linéaire)	95
4.23	Estimation du flux rotorique $\varphi_{r\alpha}$ (Luenberger non linéaire)	96
4.24	Estimation du flux rotorique $\varphi_{r\beta}$ (Luenberger non linéaire)	96
4.25	Estimation de la vitesse angulaire rotorique (Luenberger non linéaire)	97
4.26	Erreur d'estimation de la vitesse rotorique (Luenberger non linéaire)	97
4.27	Estimation du couple électromagnétique (Luenberger non linéaire)	98
4.28	Comparaison les trois estimateurs non linéaires avec la vitesse de référence	99
4.29	Comparaison des trois estimateurs dans les deux sens	100
4.30	Erreur d'estimation de la vitesse dans les trois estimateurs	100
4.31	Transitoires du vecteur de Park du courant stator (Critère du cercle)	101
4.32	Transitoires du vecteur de Park du courant stator (Luenberger non linéaire)	102
4.33	Transitoires du vecteur de Park du flux rotor (Estimateur adaptatif)	102
4.34	Transitoires du vecteur de Park du flux rotor (critère du cercle)	103
4.35	Transitoires du vecteur de Park du flux rotor (Luenberger non linéaire)	103
4.36	Transitoires du vecteur de Park du flux rotor (les trois estimateurs)	104

Liste des symboles

φ_r : flux rotorique

φ_s : flux statorique

i_s : courant statorique

i_r : courant rotorique

u_s : tension statorique

n_p : nombre de paire de pole

ω_r : la pulsation angulaire rotorique

Ω_r : la vitesse angulaire rotorique

I_2 : la matrice unitaire de dimension 2

R_s : la résistance statorique

R_r : la résistance rotorique

l_s : l'inductance statorique

l_r : l'inductance rotorique

m : l'inductance mutuelle

C_e : couple électrique

C_r : couple résistant

$x(t)$: vecteur d'état

$\hat{x}(t)$: vecteur d'état estimé

B : matrice de commande

C : matrice d'observation

e : erreur d'estimation

L : matrice gain d'estimation

K : matrice gain d'estimation

P : matrice de passage de Lyapunov

Q : matrice négatif

γ : gain de Lipschitz

SOMMAIRE

Introduction générale	1
 CHAPITRE1 Modélisation de la machine asynchrone triphasée	
1.1. Introduction.....	4
1.2. Représentation schématique de la machine.....	4
1.3. Transformation de Clarke.....	8
1.4. Transformation de Park.....	8
1.5. Modélisation dans le repère α, β	10
1.6. Modélisation dans l'espace d'état.....	13
1.7. Modèle linéaire.....	14
1.8. Modèle d'état non linéaire.....	15
1.9. Conclusion.....	18
 CHAPITRE 2 Observateurs linéaires pour la machine asynchrone	
2.1. Introduction.....	21
2.2. Observabilité et Commandabilité.....	23
2.3. Observateur d'état.....	25
2.4. Observateur de Luenberger.....	26
2.5. Estimateur de Kalman.....	32
2.6. Applications à la machine asynchrone.....	34
2.7. Conclusion.....	37
 CHAPITRE 3 Observateurs non linéaires pour la machine asynchrone	
3.1. Introduction.....	40
3.2. Observabilité des systèmes non linéaires.....	41
3.3. Estimateur adaptatif.....	43
3.4. Observateur de Luenberger non linéaire à temps continu.....	46
3.4.1. Observateur basé sur la propriété de Lipschitz.....	46

3.4.2. Cas des systèmes décomposables en partie linéaire partie non linéaire.....	48
3.5. Observateur basé sur le critère du cercle.....	50
3.5.1. Critère du Nyquist	50
3.5.2. Critère du cercle.....	53
3.5.3. Propriétés du secteur de base.....	62
3.5.4. Synthèse de l'observateur non linéaire selon le critère du cercle.....	63
3.5.5. Application à la machine asynchrone.....	66
3.6. Observateur de Luenberger non linéaire à temps discret.....	67
3.7. Conclusion	72
CHAPITRE 4 Simulation Numérique	
4.1. Introduction.....	74
4.2. Simulation des estimateurs linéaires.....	76
4.2.1. Simulation de l'observateur de Luenberger.....	76
4.2.2. Simulation de l'estimateur récursif des moindres carrés.....	80
4.3. Simulation des observateurs non linéaires.....	82
4.3.1. Simulation de l'estimateur adaptatif.....	82
4.3.2. Simulation de l'observateur non linéaire basé sur le critère du cercle.....	85
4.3.3. Simulation d'observateur de Luenberger non linéaire.....	92
4.4. Simulation et surveillance.....	101
4.5. Conclusion.....	104
Conclusion générale	107
Références	110

Introduction Générale

INTRODUCTION

Les actionneurs électriques jouent un rôle très important dans l'industrie, plus particulièrement dans les systèmes de production à vitesse variable. Les machines à courant alternatif, plus particulièrement la machine asynchrone à cage, objet de notre thèse, possède de nombreux avantages. L'absence de collecteur lui permet d'avoir un encombrement réduit, une fiabilité accrue, un coût de construction plus faible et une vitesse de fonctionnement variable. Par contre sa commande et sa surveillance sont plus complexes, principalement pour le mode de fonctionnement à vitesse variable car les paramètres de la machine deviennent variables. D'autre part, à cause des contraintes techniques et/ou économiques seul un nombre limité de variables d'état de la machine (Courants statoriques) sont mesurés.

En effet, l'utilisation des capteurs de flux et de vitesse dans le domaine industriel présente trop d'inconvénients. Il est donc indispensable de synthétiser un observateur ou estimateur, appelé aussi capteur logiciel permettant de remplacer le capteur matériel, pour l'estimation des autres variables d'état non mesurables à partir des mesures des grandeurs électriques (variables d'états mesurables) disponibles. Ces grandeurs non mesurables sont souvent indispensables à la commande, à la surveillance et au diagnostic des défauts de la machine.

Dans ce contexte, l'objectif de cette thèse est de mettre en évidence l'importance des techniques d'estimation ou d'observation des variables d'état de la machine asynchrone pour remplacer le maximum de capteurs matériels par des capteurs logiciels et par conséquent en minimisant le nombre de capteurs matériels on améliore la fiabilité des systèmes de production à base de machines électriques et on augmente les connaissances nécessaires à la mise en œuvre des procédures de commande, de surveillance et diagnostic de ces systèmes.

Pour atteindre cet objectif notre thèse sera structurée comme suit :

- Le premier chapitre traite la modélisation de la machine asynchrone dans l'espace d'état après avoir rappelé les concepts de base de son fonctionnement. Différents modèles d'état linéaire et non linéaire de la machine asynchrone sont présentés selon le choix du vecteur d'état retenu pour représenter la machine.
- Le deuxième chapitre expose les techniques de l'observation d'état linéaire de la machine asynchrone. Dans ce cas, deux estimateurs sont présentés à savoir, l'observateur de Luenberger pour estimé le flux rotoriques et l'estimateur des moindres carrées pour estimer la pulsation angulaire/vitesse angulaire de la machine.
- Le troisième chapitre est consacré à quelques méthodes non linéaires d'estimation et d'observation des variables d'état de la machine asynchrone. Une méthode adaptative, l'observateur d'état non linéaire basé sur le critère du cercle et l'observateur de Luenberger non linéaire sont exposés dans ce chapitre.
- Les résultats de simulation numérique sous l'environnement Matlab/Simulink de quelques estimateurs de vitesse de la machine asynchrone sont présentés et interprétés au quatrième et dernier chapitre.

Enfin, des conclusions et perspectives sont exposées. Elles résument les avantages et les inconvénients des observateurs linéaires et non linéaires proposées dans le cadre de ce travail.

Chapitre 1

Modélisation de la Machine Asynchrone

1. Modélisation de la machine asynchrone

1.1. Introduction

La production industrielle exige, selon la demande ou la contrainte du marché, que les systèmes d'entraînement fonctionnent à vitesse variable. Ce qui a poussé les chercheurs à concentrer leurs efforts dans la recherche de nouvelles techniques de commande des machines électriques à vitesse variable. Ainsi, la technique de commande à vitesse variable a bénéficiée des progrès réalisés dans le domaine des composants de l'électronique de puissance, de l'électronique numérique et de l'informatique. Les variateurs électriques à courant alternatif sont devenus actuellement très compétitifs et concurrencent leurs homologues à courant continu. Cependant, les recherches se poursuivent pour la commande des machines alternatives triphasées dans le but d'optimiser leurs performances dynamiques et d'élargir leurs domaines d'utilisation. Dans ce contexte, la machine asynchrone se trouve la plus utilisée. Ceci est due principalement à sa construction qui est simple, à sa robustesse, sa fiabilité et aussi à sa modeste exigence en entretien. Par contre la machine asynchrone présente un modèle complexe, fortement couplé et à paramètres variables ce qui rend compliquée sa commande.

Dans ce qui suit nous allons rappeler les différents modèles de la machine asynchrone tout en soulignant leurs domaines d'applications.

1.2. Représentation schématique de la machine

La machine asynchrone triphasée comporte un stator fixe et un rotor mobile autour de l'axe de symétrie de la machine. Les phases du stator sont alimentées par un réseau triphasé de tension sinusoïdale à fréquence et amplitude constantes ou par un onduleur de tension ou de courant à

fréquence et à amplitude réglables. Dans les encoches, régulièrement réparties sur la face interne du stator, sont logés trois enroulements identiques à n_p paires de pôles, leurs axes sont distants entre eux d'un angle électrique égale à $\frac{2\pi}{3}$. La structure électrique du rotor peut être réalisée, soit par un système d'enroulements triphasé (rotor bobiné), raccordés en étoile à trois bagues sur lesquelles frottent trois balais fixes accessibles par la plaque à bornes et mis en court circuit pendant le régime permanent, soit par une cage conductrice intégrée aux tôles ferromagnétiques (rotor à cage d'écureuil) [1],[2],[3].

Le champ magnétique créé par l'enroulement du stator tourne à la vitesse $\Omega_s = \frac{\omega_s}{n_p}$, où ω_s est la pulsation du courant et de la tension d'alimentation du stator. La vitesse angulaire du rotor, notée Ω_r , est liée à celle du champ magnétique tournant par la relation, $g = \frac{\Omega_s - \Omega_r}{\Omega_s}$. Ce rapport est appelé glissement du rotor par rapport au champ tournant du stator. La figure 1.1 donne une représentation schématique des enroulements du stator et du rotor.

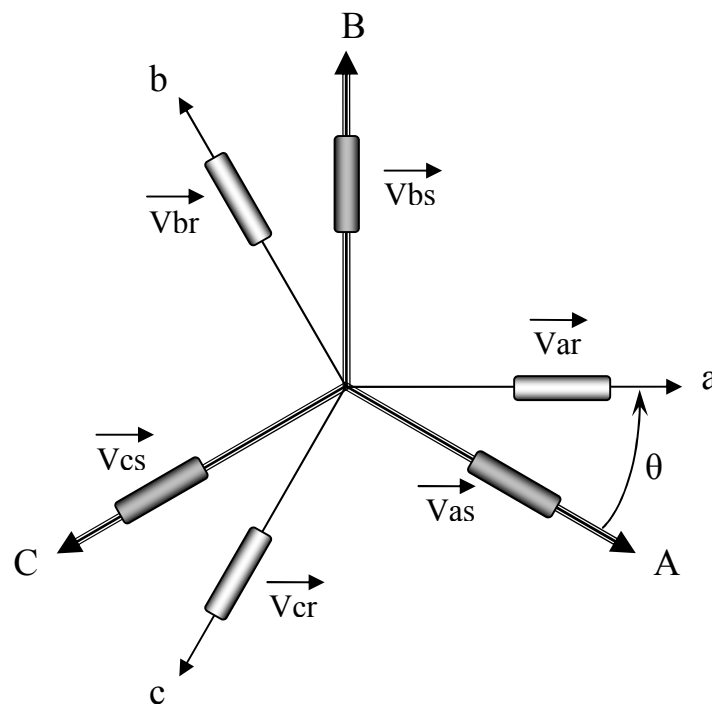


Figure 1.1 : Représentation schématique des enroulements d'une machine asynchrone

La machine asynchrone présente des phénomènes très compliqués qui interviennent dans son fonctionnement, comme la saturation magnétique, le courant de Foucault...etc. Ces

phénomènes sont difficilement modélisables quoique leurs influences sur le fonctionnement de la machine soient négligeables. Dans ce qui suit, on suppose certaines hypothèses simplificatrices satisfaites. Ces hypothèses sont généralement admises pour la modélisation de la machine asynchrone :

- Entrefer constant.
- Le bobinage statorique est reparti de manière à donner une force magnétomotrice (f.m.m) sinusoïdale et les barres du rotor sont assimilées à un bobinage triphasé en court circuit (une symétrie parfaite de la machine).
- Le niveau de la saturation est faible.
- L'hystérésis, le courant de Foucault et l'effet de peau sont négligés.

Ces hypothèses impliquent que :

- Les flux sont additifs.
- Les inductances propres sont constantes.
- La mutuelle inductance varie d'une façon sinusoïdale.

Dans ces conditions nous pouvons établir des équations mathématiques simples qui traduisent fidèlement le fonctionnement de la machine asynchrone comme suit.

$$[u_s] = [R_s][I_s] + \frac{d[\varphi_s]}{dt} \quad (1-1)$$

$$[u_r] = [R_r][I_r] + \frac{d[\varphi_r]}{dt} \quad (1-2)$$

L'indice s et r désigne respectivement les grandeurs du stator et du rotor. $[V]$, $[I]$ et $[\varphi]$ désignent respectivement les vecteurs de tensions, de courants et de flux. $[R]$ désigne la matrice de résistance des enroulements. C'est une matrice diagonale de dimension 3.

Les matrices de tensions, de courants et du flux sont données par :

$$[u_s] = [u_{sa}, u_{sb}, u_{sc}]^t, \quad [u_r] = [u_{ra}, u_{rb}, u_{rc}]^t = [0] \quad (1-3)$$

$$[i_s] = [i_{sa}, i_{sb}, i_{sc}]^t, \quad [i_r] = [i_{ra}, i_{rb}, i_{rc}]^t \quad (1-4)$$

$$[\varphi_s] = [\varphi_{sa}, \varphi_{sb}, \varphi_{sc}]^t, \quad [\varphi_r] = [\varphi_{ra}, \varphi_{rb}, \varphi_{rc}]^t \quad (1-5)$$

Puisque le rotor est en court-circuit on a: $[u_r] = [0]$.

Les relations entre flux et courants s'écrivent comme suit :

$$[\varphi_s] = [L_{ss}] \cdot [i_s] + [M_{rs}] [i_r] \quad (1-6)$$

$$[\varphi_r] = [M_{sr}] [i_s] + [L_{rr}] [i_r] \quad (1-7)$$

Le couple est donné par la formule suivante issue de considérations sur la conversion électromécanique de l'énergie :

$$Ce = P \cdot [i_{sa} \ i_{sb} \ i_{sc}] \cdot \frac{d}{d\theta} [M_{sr}] \cdot \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} \quad (1-8)$$

$$\text{Avec: } [R_s] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \quad [R_r] = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \quad (1-9)$$

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} L_s & M_s & M_s \\ M_s & L_s & M_s \\ M_s & M_s & L_s \end{bmatrix} \quad [L_{rr}] = \begin{bmatrix} L_r & M_r & M_r \\ M_r & L_r & M_r \\ M_r & M_r & L_r \end{bmatrix} \quad (1-10)$$

L'angle (θ) représente l'écart angulaire entre les phases du stator et du rotor.

$$[M_{sr}] = [M_{rs}]^T = M \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos \theta & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1-11)$$

- L_s et L_r sont les inductances propre d'une phase statorique et rotorique.
- $[M_{sr}]$ est la matrice des inductances mutuelles entre phases statoriques et rotoriques.
- M_r et M_s sont les inductances mutuelles respectivement dans le rotor et dans le stator.
- $[L_{ss}]$ est la matrice des inductances propres et mutuelles entre phases statoriques.
- $[L_{rr}]$ est la matrice des inductances propres et mutuelles entre phases rotoriques.
- M est le maximum de l'inductance mutuelle entre une phase du stator et une phase de rotor.

En combinant les différentes relations précédentes on obtient finalement le modèle mathématique de la machine asynchrone dans le repère triphasé comme suit :

$$\begin{cases} [u_{sabc}] = [R_s][i_{sabc}] + \left(\frac{d}{dt}\right)\{[L_s][i_{sabc}] + [M_{sr}][i_{rabc}]\} \\ [u_{rabc}] = [R_r][i_{rabc}] + \left(\frac{d}{dt}\right)\{[M_{rs}][i_{sabc}] + [L_r][i_{rabc}]\} \end{cases} \quad (1-12)$$

La relation fondamentale de la dynamique permet d'écrire :

$$C_{em} - C_r = J \cdot \frac{d\Omega_r}{dt} + f \cdot \Omega_r \quad (1-13)$$

1.3. Transformation de Clarke

La modélisation du fonctionnement de la machine asynchrone sous forme d'équations mathématiques ou relations reliant les variables d'entrées aux variables de sorties reste cependant très complexe. D'où la nécessité de rechercher des transformations mathématiques permettant de simplifier cette modélisation. L'idée de Clarke repose sur le fait qu'un champ créé par un système triphasé peut être identique à celui créé par un système biphasé composé de deux bobines décalées l'une par rapport à l'autre d'un angle de $\frac{\pi}{2}$ dans l'espace. Dans ces conditions, il est nécessaire pour cette transformation que le champ ou les forces électromotrices et la puissance instantanée soient conservés. On peut donc remplacer le système triphasé de courant i_{as} , i_{bs} , i_{cs} parcourant N spires par un système biphasé $i_{\alpha s}$, $i_{\beta s}$ parcourant N^1 spires. La relation de transformation est donnée par [4] :

$$\begin{pmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \end{pmatrix} = \frac{N}{N^1} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{pmatrix} \quad (1-14)$$

1.4. Transformation de Park

La structure symétrique et équilibrée de la machine permet le passage d'une représentation triphasée à une autre représentation biphasée équivalente. Il existe plusieurs transformations permettant le passage d'une représentation vectorielle d'une grandeur triphasée à une autre représentation vectorielle biphasée équivalent, ce qui réduit considérablement la complexité

du modèle en vue de commande. L'une des transformations la plus utilisée est la transformation de Park. Dans cette transformation toutes les grandeurs électromagnétiques de la machine, statoriques ou rotoriques, sont ramenées à un seul référentiel biphasé comme le montre la figure 1.2.

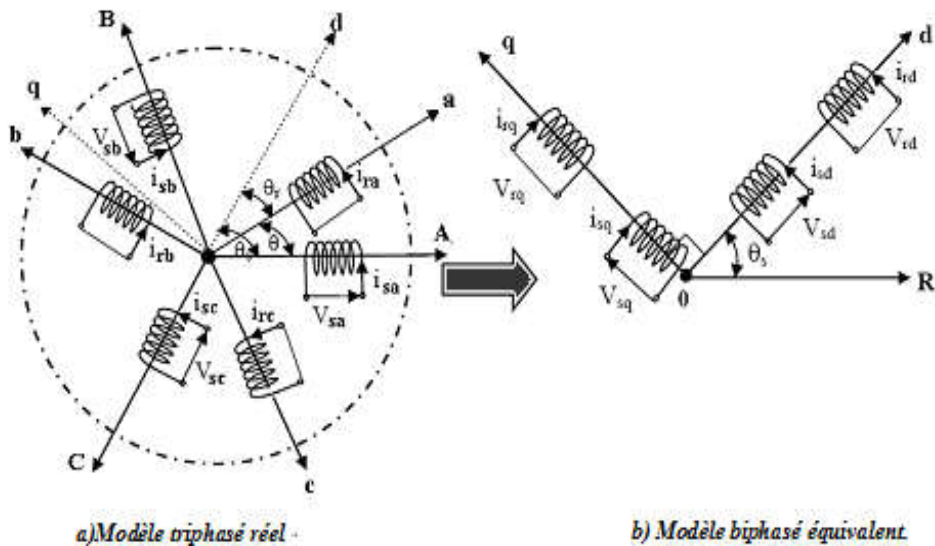


Figure 1.2: Transformation de Park.

Dans cette figure θ_s est l'angle entre l'axe direct et l'axe statorique, θ_r est l'angle entre l'axe direct et l'axe rotorique et θ est l'angle entre l'axe de référence statorique et rotorique.

La transformation de Park a pour objectif de rendre les inductances mutuelles du modèle indépendantes de l'angle de rotation, par le passage directe d'un système triphasé au système biphasé équivalent $((a, b, c) \rightarrow (d, q))$ à travers la matrice de passage de Park $P(\theta)$ [4]:

$$\begin{bmatrix} X_d \\ X_q \end{bmatrix} = P(\theta) \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix} \quad (1-15)$$

La transformation inverse est donnée par:

$$\begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix} = P(\theta)^{-1} \begin{bmatrix} X_d \\ X_q \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_d \\ X_q \end{bmatrix} \quad (1-16)$$

Pour simplifier le modèle de la machine asynchrone, plusieurs choix pour le positionnement du repère de Park existent, parmi lesquels nous pouvons citer :

Repère liée au stator : La position des axes d et q du repère de Park par rapport aux axes statoriques assure que les relations suivantes soient vérifiées : $\frac{d\theta_s}{dt} = 0$, $\frac{d\theta_r}{dt} = -\omega_r$.

Ce repère est choisi dans le cas des applications nécessitant des variations importantes de la vitesse de rotation associées ou non à des variations de la fréquence d'alimentation.

Repère lié au rotor : La position des axes d, q du repère de Park par rapport aux axes rotoriques assure que les relations suivantes soient vérifiées: $\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_s$ et $\frac{d\theta_r}{dt} = 0$.

Ce choix est nécessaire dans l'étude des régimes transitoires où la vitesse de rotation est constante.

Repère lié au champ tournant : Ce type de référentiel est caractérisé par les relations suivantes : $\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_s$; $\frac{d\theta_r}{dt} = \omega_s - \omega_r$.

Dans ce qui suit, on retiendra le modèle de la machine qui est défini par rapport au référentiel lié au stator.

1.5. Modélisation dans le repère α, β

La transformation de Clarke, introduite précédemment, consiste à appliquer aux courants, tensions et flux de la machine un changement de variable, laissant intervenir l'angle entre les axe a, b, et c des enroulements du rotor et les axes α et β du repère biphasé (α, β) équivalent. La figure 1.3 schématise la transformation de Clarke. C'est une transformation qui dépend du repère lié au stator. L'application de la transformation de Clarke aux équations de la machine asynchrone aboutit au modèle suivant :

$$u_{s\alpha} = R_s \cdot i_{s\alpha} + \frac{d\varphi_{s\alpha}}{dt} - \frac{d\theta_s}{dt} \cdot \varphi_{s\beta} \quad (1-17)$$

$$u_{s\beta} = R_s \cdot i_{s\beta} + \frac{d\varphi_{s\beta}}{dt} + \frac{d\theta_s}{dt} \cdot \varphi_{s\alpha} \quad (1-18)$$

$$0 = R_r \cdot i_{r\alpha} + \frac{d\varphi_{r\alpha}}{dt} - \frac{d\theta_r}{dt} \cdot \varphi_{r\beta} \quad (1-19)$$

$$0 = R_r \cdot i_{r\beta} + \frac{d\varphi_{r\beta}}{dt} + \frac{d\theta_r}{dt} \cdot \varphi_{r\alpha} \quad (1-20)$$

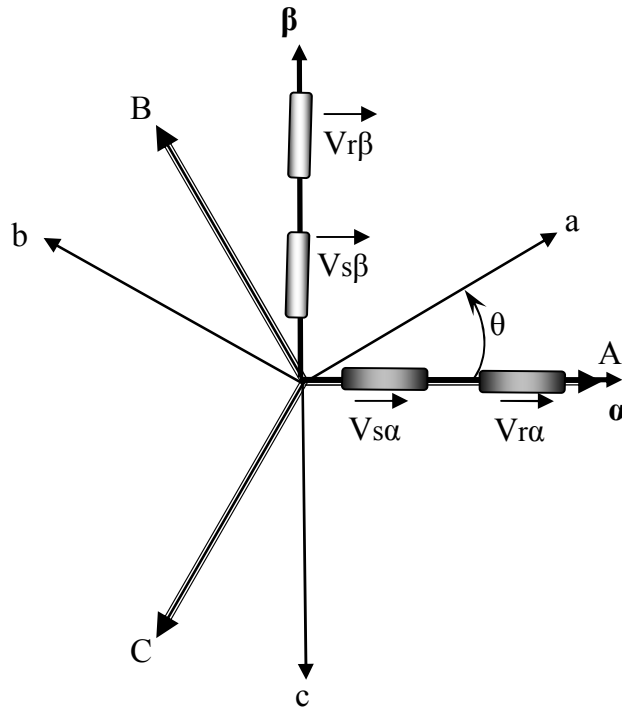


Figure 1.3: Interprétation de la transformation de Clarke

Les relations entre courants, flux statoriques et rotoriques, faisant intervenir les trois inductances cycliques de la machine l_s , l_r et m , deviennent alors :

$$\varphi_{r\alpha} = l_r i_{r\alpha} + m i_{s\alpha} \quad (1-21)$$

$$\varphi_{r\beta} = l_r i_{r\beta} + m i_{s\beta} \quad (1-22)$$

$$\varphi_{s\alpha} = l_s i_{s\alpha} + m i_{r\alpha} \quad (1-23)$$

$$\varphi_{s\beta} = l_s i_{s\beta} + m i_{r\beta} \quad (1-24)$$

Avec $l_s = L_s - M_s$, $m = \frac{3}{2} M$ et $l_r = L_r - M_r$.

Où l_s est l'inductance cyclique statorique, l_r l'inductance cyclique rotorique et m l'inductance mutuelle cyclique stator-rotor.

Le couple électromagnétique peut être exprimé par l'équation suivante :

$$C_e = p \frac{m}{T_r} (\varphi_{r\alpha} i_{s\beta} - \varphi_{r\beta} i_{s\alpha}) \quad (1-25)$$

Ce modèle dynamique de la machine développé par rapport à un repère arbitraire est difficile à exploiter. Pour obtenir un modèle beaucoup plus simple et facile à exploiter il faut réécrire l'ensemble des équations par rapport à un repère de référence de telle sorte que la matrice d'évolution comporte un nombre maximum de termes nuls [5].

Dans le cas du référentiel lié au stator le modèle de machine asynchrone s'écrit alors :

$$u_{s\alpha} = R_s i_{s\alpha} + \frac{d}{dt} \varphi_{s\alpha} \quad (1-26)$$

$$u_{s\beta} = R_s i_{s\beta} + \frac{d}{dt} \varphi_{s\beta} \quad (1-27)$$

$$u_{r\alpha} = R_r i_{r\alpha} + \frac{d}{dt} \varphi_{r\alpha} + \omega_r \varphi_{r\beta} \quad (1-28)$$

$$u_{r\beta} = R_r i_{r\beta} + \frac{d}{dt} \varphi_{r\beta} - \omega_r \varphi_{r\alpha} \quad (1-29)$$

A ces relations il faut ajouter l'équation électromécanique de mouvement du rotor suivante :

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{n_p^2 m}{l_s} (\varphi_{r\alpha} i_{s\beta} - \varphi_{r\beta} i_{s\alpha}) - f_r \omega_r - n_p T_l \quad (1-30)$$

Il faut remarquer que ce modèle simplifié reste non linéaire et fortement couplé. Ceci est dû au produit des variables d'état dans le premier cas et que la variation d'une variable d'état dépend des autres variables d'état de la machine. Ces contraintes compliquent les procédures d'estimation des paramètres de la machine et aussi les algorithmes de commande et de surveillance de la machine.

Dans le but d'appliquer les techniques modernes de l'automatique, à savoir les techniques d'estimation adaptatives et récursives des paramètres et de l'état ou les techniques de commande avancées il est nécessaire d'utiliser la représentation du modèle de la machine dans l'espace d'état combinée à un choix adéquat des variables pertinentes qui représenteront l'état de la machine à chaque instant tout en tenant compte des possibilités de mesure.

1.6. Modélisation dans l'espace d'état

La modélisation de la machine asynchrone dans l'espace d'état est une représentation moderne et générale qui est directement utilisable par les techniques d'estimation ou d'observation des systèmes notamment les techniques utilisant l'observateur de Luenberger ou le filtre de Kalman. Le modèle d'état de la machine asynchrone est un modèle multivariable, non linéaire et non stationnaire, qui reste suffisamment compliqué ce qui à inciter plusieurs équipes de recherche à le lever le défi pour l'application des techniques non linéaires. Selon l'application considérée différentes structures de modèle peuvent être obtenus en fonction des variables d'état choisies. En général, quatre de vecteurs d'état de la machine asynchrone peuvent être choisis selon l'objectif de l'application considérée [6], [7].

- **Modèle à flux statoriques, rotoriques et pulsation angulaire comme vecteur d'état**

Ce type de modèle nécessite un capteur de flux statorique pour estimer directement le flux rotorique par application d'une technique d'observation et par la suite estimer la vitesse. Les autres grandeurs ou variables d'état de la machine asynchrone comme le courant statorique et le courant rotorique sont estimés indirectement en utilisant les relations de liaison ce qui permettra aussi d'estimer indirectement le couple électromagnétique.

- **Modèle à courants statoriques, rotoriques et pulsation angulaire comme vecteur d'état**

Ce modèle permet l'application des techniques d'estimation des grandeurs non mesurables à partir des grandeurs mesurables (courants statoriques). Il est généralement utilisé pour le diagnostic de la rupture des bars du rotor en se basant sur la signature du courant rotorique estimé.

- **Modèle à courants et flux statoriques et pulsation angulaire comme vecteur d'état**

Ce modèle est très utilisé dans les techniques de commande de flux. Il peut être aussi utilisé dans les techniques de diagnostic ou de surveillance des systèmes en se basant sur la mesure du courant statorique généralement disponible dans la majorité des boucles de commande.

- **Modèle à courants statoriques, flux rotoriques et pulsation angulaire comme vecteur d'état [8]**

Dans ce cas le modèle présente l'avantage de modéliser toutes les dynamiques de la machine asynchrone. Il est utilisé généralement dans la commande sans capteur mécanique de vitesse. Il peut aussi être utilisé dans des procédures de surveillance en se basant sur l'analyse de la signature du flux rotorique. L'objectif de ce modèle est d'estimer le flux rotorique et la vitesse

de rotation angulaire de la machine à partir des mesures de courant disponibles par l'intermédiaire d'un observateur d'état non linéaire.

Il est à noter (on constate) que tous les modèles de la machine dépendent de la résistance rotorique (statorique) qui peut être considérée comme un paramètre variable pour les grandes vitesses.

Dans ces conditions la résistance rotorique (statorique) peut être ajoutée aux variables d'état de la machine et estimée en même temps que la vitesse. Dans ce travail, on a choisi ce dernier type de modèle. Par conséquent, en utilisant les équations de (1-20) jusqu'à (1-29), nous obtenons le modèle suivant de la machine asynchrone lié au stator avec les courants statoriques, flux rotoriques et pulsation angulaire comme vecteur d'état [9]:

$$\frac{d}{dt}i_{s\alpha} = -\gamma i_{s\alpha} + \frac{\beta}{T_r}\varphi_{r\alpha} + \beta \omega_r \varphi_{r\beta} + \frac{1}{\sigma l_s}u_{s\alpha} \quad (1-31)$$

$$\frac{d}{dt}i_{s\beta} = -\gamma i_{s\beta} - \beta \omega_r \varphi_{r\alpha} + \frac{\beta}{T_r}\varphi_{r\beta} + \frac{1}{\sigma l_s}u_{s\beta} \quad (1-32)$$

$$\frac{d}{dt}\varphi_{r\alpha} = \frac{m}{T_r}i_{s\alpha} - \frac{1}{T_r}\varphi_{r\alpha} - \omega_r \varphi_{r\beta} \quad (1-33)$$

$$\frac{d}{dt}\varphi_{r\beta} = \frac{m}{T_r}i_{s\beta} + \omega_r \varphi_{r\alpha} - \frac{1}{T_r}\varphi_{r\beta} \quad (1-34)$$

$$\frac{d}{dt}\omega_r = \alpha(\varphi_{r\alpha}i_{s\beta} - \varphi_{r\beta}i_{s\alpha}) - k_f\omega_r - k_l T_l \quad (1-35)$$

$$\text{Où : } \Omega_r = \frac{\omega_r}{n_p} \quad (1-36)$$

$$\alpha = \frac{n_p^2 m}{J l_r}, \quad \beta = \frac{1}{m} \left(\frac{1-\sigma}{\sigma} \right) = \frac{1}{\sigma} \frac{m}{l_s l_r}, \quad \gamma = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{1}{T_s} + \frac{1-\sigma}{T_r} \right), \quad \sigma = 1 - \frac{m^2}{l_s l_r}, \quad k_f = \frac{f_r}{J},$$

$$k_l = \frac{n_p}{J}, \quad T_r = \frac{L_r}{R_r}.$$

Ce modèle peut être mis sous plusieurs formes de structures de représentation d'état. Le choix d'une structure de modèle dépend aussi de la technique d'estimation (observation) ou de commande retenue. Dans ce qui suit nous donnerons les structures les plus utilisées.

1.7. Modèle linéaire

Le modèle d'état linéaire est obtenu en supposant que la vitesse de rotation est constante ou varie très lentement. Dans ce cas le modèle s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_{s\alpha} \\ \frac{d}{dt} i_{s\beta} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{r\alpha} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma & 0 & \frac{\beta}{T_r} & \beta\omega_r \\ 0 & -\gamma & -\beta\omega_r & \frac{\beta}{T_r} \\ \frac{m}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} & -\omega_r \\ 0 & \frac{m}{T_r} & \omega_r & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (1-37)$$

$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} \quad (1-38)$$

Ce modèle est utilisé pour l'observation des flux à une vitesse constante en se basant sur les mesures des courants et tensions du stator. Il peut être aussi utilisé dans la technique de commande par orientation du flux rotorique.

1.8. Modèle d'état non linéaire

Lorsque la vitesse angulaire du rotor n'est plus constante ou lorsque l'application considérée exige une vitesse variable alors le modèle n'est plus linéaire, il devient non linéaire. Dans ce cas l'ordre du modèle passe de quatre à cinq. Selon l'application envisagée, la forme du modèle change.

Première forme : Dans ce cas le modèle est un ensemble d'équations différentielles du premier ordre dont la structure est la suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (1-39)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_{s\alpha} \\ \frac{d}{dt} i_{s\beta} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{r\alpha} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{r\beta} \\ \omega_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma i_{s\alpha} + \frac{\beta}{T_r} \varphi_{r\alpha} + \beta\omega_r \varphi_{r\beta} + \frac{1}{\sigma L_s} u_{s\alpha} \\ -\gamma i_{s\beta} - \beta\omega_r \varphi_{r\alpha} + \frac{\beta}{T_r} \varphi_{r\beta} + \frac{1}{\sigma L_s} u_{s\beta} \\ \frac{m}{T_r} i_{s\alpha} - \frac{1}{T_r} \varphi_{r\alpha} - \omega_r \varphi_{r\beta} \\ \frac{m}{T_r} i_{s\beta} + \omega_r \varphi_{r\alpha} - \frac{1}{T_r} \varphi_{r\beta} \\ \alpha(\varphi_{r\alpha} i_{s\beta} - \varphi_{r\beta} i_{s\alpha}) - k_f \omega_r - k_l T_l \end{bmatrix} \quad (1-40)$$

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \\ \omega_r \end{bmatrix} \quad (1-41)$$

Cette représentation est une représentation générale dans l'espace d'état du système non linéaire multivariable (multi-entrée et multi-sortie). Ce type de représentation est utilisé dans la synthèse d'observateur non linéaire qui utilise le théorème auxiliaire de Lyapunov [10] ou la commande par linéarisation entrée-sortie ou encore la commande par backstepping [61], [62], [63], [64], [65].

Deuxième forme: Dans ce cas l'équation d'état est constituée d'une partie linéaire et une fonction non linéaire dépendant de l'état et de l'entrée ou de la commande de la machine. Ce type de modèle est utilisé dans le cas de la synthèse de l'observateur non linéaire de Luenberger et aussi dans les applications mettant en œuvre la technique de la norme H-infini (H_∞) pour la synthèse des observateurs robuste [11]. Dans ce cas la forme du modèle est la suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + f(x, u) \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (1-42)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_{s\alpha} \\ \frac{d}{dt} i_{s\beta} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{r\alpha} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{r\beta} \\ \omega_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma & 0 & \frac{\beta}{T_r} & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma & 0 & \frac{\beta}{T_r} & 0 \\ \frac{m}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \\ \omega_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta\omega_r\varphi_{r\beta} + \frac{1}{\sigma_s}u_{s\alpha} \\ -\beta\omega_r\varphi_{r\alpha} + \frac{1}{\sigma_s}u_{s\beta} \\ -\omega_r\varphi_{r\beta} \\ \omega_r\varphi_{r\alpha} \\ \alpha(\varphi_{r\alpha}i_{s\beta} - \varphi_{r\beta}i_{s\alpha}) - k_l T_l \end{bmatrix} \quad (1-43)$$

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \\ \omega_r \end{bmatrix} \quad (1-44)$$

Troisième forme: Dans cette forme, en plus de la séparation du modèle en partie linéaire et partie non linéaire on exige de la partie non linéaire de satisfaire les propriétés dites du secteur que nous définirons plus loin dans le chapitre réservé à la technique des observateurs non linéaires. La forme générale de ce modèle est la suivante [12], [13] :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + \phi(u, y) + Gf(H.x) \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (1-45)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_{s\alpha} \\ \frac{d}{dt} i_{s\beta} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{r\alpha} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{r\beta} \\ \omega_r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\gamma & 0 & \frac{\beta}{T_r} & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma & 0 & \frac{\beta}{T_r} & 0 \\ \frac{m}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \\ \omega_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ T_l \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \beta \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} (\omega_r \varphi_{r\beta}) + \begin{bmatrix} 0 \\ -\beta \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} (\omega_r \varphi_{r\alpha}) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \alpha \end{bmatrix} (\varphi_{r\alpha} i_{s\beta}) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\alpha \end{bmatrix} (\varphi_{r\beta} i_{s\alpha}) \end{aligned} \quad (1-46)$$

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \\ \omega_r \end{bmatrix} \quad (1-47)$$

Ce type de modèle sera utilisé dans la synthèse de l'observateur non linéaire selon le critère du cercle basé sur les propriétés du secteur que doit vérifier la partie non linéaire du modèle. Tout ceci sera détaillé au chapitre 3.

Quatrième forme : Une autre structure du modèle peut être établie en considérant que le modèle peut être vu comme étant une interconnexion entre deux sous-modèles. Dans ce cas, le modèle non linéaire est divisé en de deux sous-modèles interconnectés sous la forme générale suivante [4] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + g_1(x_1, x_2, u) \\ y_1 = C_1 x_1 \end{cases} \quad (1-48)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = A_2 x_2 + g_2(x_1, x_2, u) \\ y_2 = C_2 x_2 \end{cases} \quad (1-49)$$

Dans le cas de la machine asynchrone la forme obtenue est la suivante :

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_{s\alpha} \\ \frac{d}{dt} \omega_r \\ \frac{d}{dt} T_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma & 0 & 0 \\ 0 & k_f & -k_l \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ \omega_r \\ T_l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\beta}{T_r} \varphi_{r\alpha} + \beta \omega_r \varphi_{r\beta} + \frac{1}{\sigma_s} u_{s\alpha} \\ \alpha(\varphi_{r\alpha} i_{s\beta} - \varphi_{r\beta} i_{s\alpha}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1-50)$$

$$y_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ \omega_r \\ T_l \end{bmatrix} \quad (1-51)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_{s\beta} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{r\alpha} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma & 0 & \frac{\beta}{T_r} \\ 0 & -\frac{1}{T_r} & 0_l \\ \frac{m}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\beta} \\ \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\beta \omega_r \varphi_{r\alpha} + \frac{1}{\sigma_s} u_{s\beta} \\ \frac{m}{T_r} i_{s\alpha} - \omega_r \varphi_{r\beta} \\ \omega_r \varphi_{r\alpha} \end{bmatrix} \quad (1-52)$$

$$y_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\beta} \\ \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} \quad (1-53)$$

Ce type de modèle est utilisé généralement dans le cas de la synthèse d'observateur selon la technique des grands gains. Ici on a ajouté une équation qui tient compte du couple de charge comme variable d'état de la machine.

1.9. Conclusion

La modélisation dans l'espace d'état des machines électriques est nécessaire pour pouvoir appliquer les techniques modernes d'observation non linéaire et de commande, essentiellement la commande sans capteurs ou plus exactement la commande utilisant un minimum de capteur dans un objectif d'augmenter la robustesse et la fiabilité des systèmes

utilisant la machine asynchrone et par conséquent de réduire le coût des systèmes d'entraînement et de commande. En effet, la réduction du nombre de capteurs élimine les éventuelles défaillances qui seraient dues à ces capteurs. De plus, pour les systèmes d'entraînement embarqués l'encombrement se trouve réduit.

Chapitre 2

Observateurs Linéaires pour la Machine Asynchrone

Chapitre 2. Observateurs linéaires pour la machine asynchrone

2.1. Introduction

La machine asynchrone est toujours très appréciée du monde industriel en raison de son faible coût, sa robustesse et de sa fiabilité. Sa simple conception s'accompagne toutefois d'une grande complexité du modèle physique. Cette complexité est liée principalement aux interactions électromagnétiques entre le stator et le rotor et le non accessibilité de certaines grandeurs d'état essentielles pour l'élaboration de la commande de la machine. Les raisons évoquées peuvent être techniques (absence de capteurs ou placement impossible) ou économiques (coût très élevé des capteurs).

Le problème posé ici est donc de déterminer, à partir des grandeurs déjà mesurées, telles que les courants et les tensions du stator, les grandeurs non mesurables telles que les flux rotoriques, la vitesse angulaire rotorique et le couple. L'utilisation des informations sur l'ensemble des grandeurs d'état de la machine devrait améliorer l'efficacité des procédures de commande et de surveillance.

Les techniques d'estimation ou d'observation des variables d'état, sont des outils qui ont été développés dans cet objectif pour fournir (reconstruire) les variables d'état non mesurables par l'utilisation d'une représentation de la machine sous forme d'équations d'état définie dans le repère de Park ou dans le repère de Clarke.

Un observateur ou estimateur est un système dynamique, appelé aussi capteur logiciel, qui à partir des mesures disponibles des entrées et des sorties du système considéré, est capable de fournir une estimation de l'ensemble des composantes du vecteur d'état et plus principalement les composantes non mesurables. On dit alors que l'observateur d'état permet alors de reconstituer ou d'estimer en temps réel l'état courant d'un système. L'utilisation de

l'ensemble des informations des grandeurs mesurées et des grandeurs estimées d'état de la machine est motivée par le critère économique (réduction du coût), technique (augmentation de la fiabilité) de de prise de décision. Ceci est très important, voire indispensable pour plusieurs applications telles que :

- La commande des systèmes, qui nécessite obligatoirement la connaissance de l'état du système considéré (commande par retour d'état).
- La surveillance des systèmes, qui nécessite une redondance d'information sur les écarts entre le comportement de l'observateur et celui du système, plus particulièrement, les propriétés statistiques de l'erreur d'estimation.

La figure 2.1 donne une représentation schématique de ces deux types d'applications.

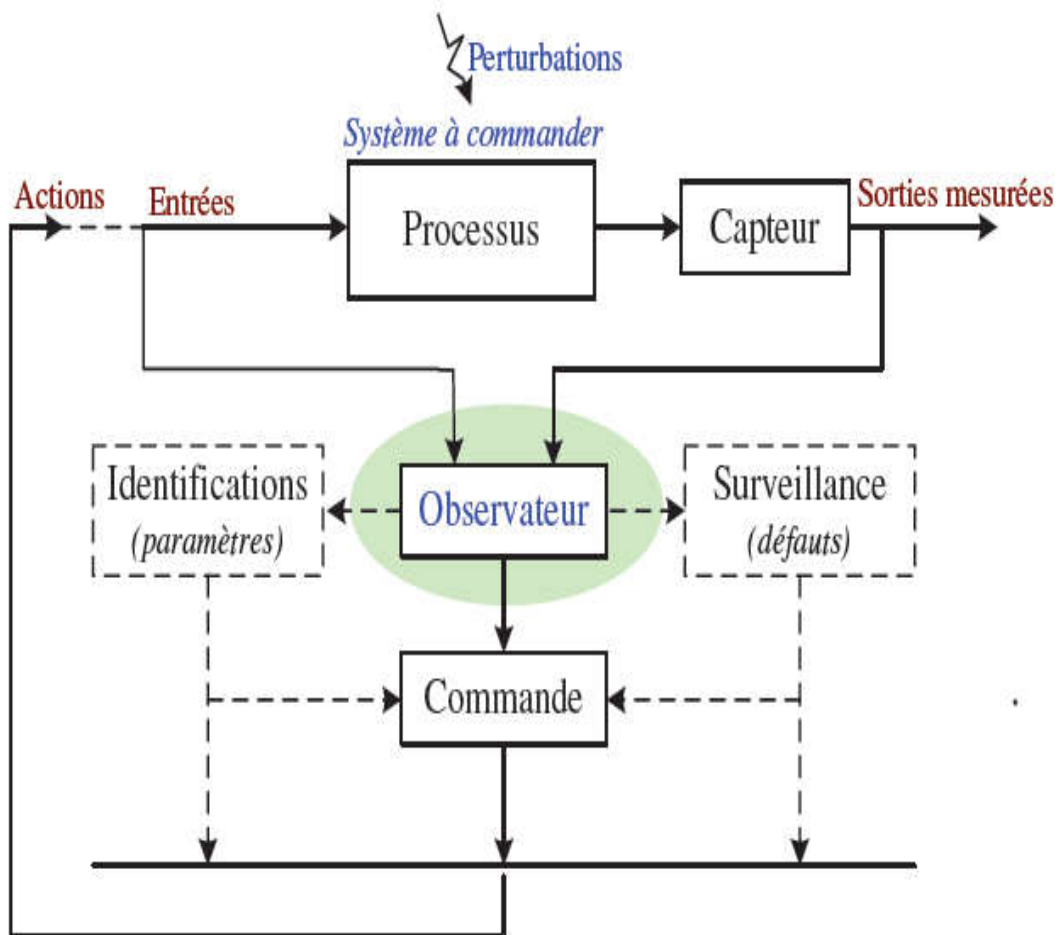


Figure 2.1 : Commande et surveillance à base d'observateurs [14].

Dans ce chapitre, nous présentons l'observateur de Luenberger destiné pour les systèmes déterministes, ensuite un aperçu théorique est consacré au filtre de Kalman. Ce type d'estimateur est utilisé pour les systèmes stochastiques. En fin de ce chapitre, on présente la

méthode récursive des moindres carrés utilisée pour estimer la vitesse de la machine asynchrone. Mais avant, nous présenterons les propriétés d'observabilité et de commandabilité d'un système qui sont des tests préliminaires permettant de savoir à l'avance les possibilités de synthèse d'un observateur ou d'un système de commande.

2.2. Observabilité et Commandabilité

Avant d'utiliser un système dans une chaîne de commande ou de surveillance il faut tout d'abord étudier les possibilités de mesure qu'on peut effectuer sur le système réel, c'est-à-dire les variables d'état qu'on peut mesurer afin d'élaborer la commande, et les possibilités de commander le système, c'est-à-dire les variables d'état qu'on peut commander. Les possibilités de mesure sur le système réel constituent les conditions d'observabilité et les possibilités de le commander déterminent les conditions de commandabilité. Ces deux notions utilisent aussi la représentation d'état des systèmes, autrement dit un modèle d'état de la machine asynchrone doit être établi. Mais avant d'aller plus loin il est nécessaire de préciser ces notions pour un système quelconque. Pour cela supposons que notre machine soit modélisée dans le domaine discret pour des raisons de simplicité des calculs, mais sans perdre la généralisation au cas continu, de la manière suivante [15] :

$$X(k+1) = AX(k) + BU(k) \quad (2-1)$$

$$Y(k) = CX(k) \quad (2-2)$$

La première équation est l'équation d'état et la deuxième est l'équation d'observation. $U(k)$ et $Y(k)$ sont respectivement les mesures d'entrées (Commande) et de sortie (Observation) du système à l'instant k . $X(k)$ est l'état du système à l'instant k . Les matrices A, B et C sont respectivement, la matrice d'évolution, de commande et d'observation du système. Elles sont de dimensions appropriées

La propriété d'observabilité d'un système peut être exprimée comme étant la possibilité de déterminer l'état initial $X(0)$ d'un système à partir des mesures prélevées sur les entrées et les sorties du système considéré. Autrement dit, les mesures disponibles. Pour cela considérons la solution de l'équation d'état qui est donnée par :

$$X(k) = A^k X(0) + \sum_{l=0}^{k-1} A^{k-l-1} B U(l) \quad (2-3)$$

L'équation d'observation s'écrit alors :

$$Y(k) = C A^k X(0) + \sum_{l=0}^{k-1} C A^{k-l-1} B U(l) \quad (2-4)$$

Cette équation peut être mise sous la forme suivante :

$$Y(k) - \sum_{l=0}^{k-1} C A^{k-l-1} B U(l) = C A^k X(0) \quad (2-5)$$

Dans cette dernière relation le terme de gauche représente les mesures des entrées et de sorties du système, tandis que le terme de droite représente l'état initial. En faisant varier l'indice k on établit une équation matricielle mettant en évidence la matrice suivante dite d'observabilité du système : $OB = [C \quad CA \quad CA^2 \quad \dots \quad CA^{n-1}]$.

Par définition, le système est dit observable si le rang de la matrice d'observabilité est égal à « n », c'est-à-dire l'ordre du système.

De la même façon, on établit la matrice de commandabilité du système $CO = [B \quad AB \quad A^2 B \quad \dots \quad A^{n-1} B]$.

Le système est dit commandable si le rang de la matrice de commandabilité est égal à « n ».

Compte tenu de ces notions de commandabilité et d'observabilité, R.E. Kalman a proposé une décomposition du système global en quatre parties, décomposition dite de Kalman, qui est représentée en figure 2.2.

Cette figure montre une partie commandable et observable (C-O), une partie commandable et non observable (C-NO), une partie non commandable et observable (NC-O) et finalement une partie non commandable et non observable (NC-NO). Ceci nous amène à discuter les possibilités d'équivalence entre les différentes représentations d'un système à savoir la représentation par équation différentielle, par équation d'état et par fonction de transfert comme l'indique le tableau 2.1.

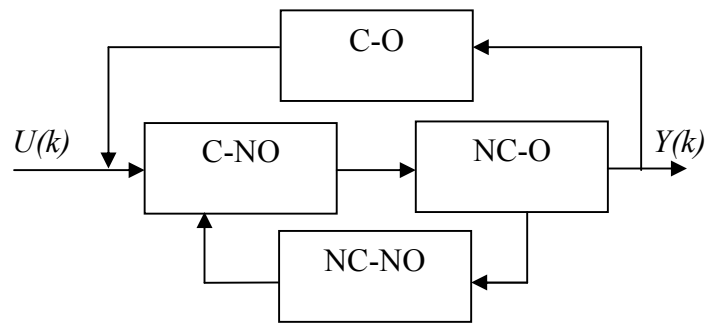


Figure 2.2 : Décomposition de Kalman [15]

Partie du Système	Commandable Observable	Non Commandable Observable	Commandable Non Observable	Non Commandable Non Observable
Equation d'Etat	Oui	Oui	Oui	Oui
Equation Différentielle	Oui	Oui	Non	Non
Matrice de Transfert	Oui	Non	Non	Non

Tableau 2.1 : Comparaison des différentes représentations

2.3. Observateur d'état

Il est souvent impossible de mesurer toutes les composantes du vecteur d'état $X(k)$, pour des raisons technologiques ou pour des raisons économiques. Dans ce cas il existe deux méthodes pour résoudre le problème de la commande [15]. La première méthode consiste à appliquer une commande qui soit une fonction linéaire du vecteur des grandeurs mesurées, c'est-à-dire, une commande par retour de sortie dont la forme est :

$$U(k) = -F(Y(k)) \quad (2-5)$$

La deuxième méthode consiste à reconstruire les variables d'état non mesurables à partir des grandeurs mesurées. Il s'agit donc de concevoir un système dynamique permettant de donner

une estimation $\hat{X}(k)$ du vecteur d'état $X(k)$ à partir de la mesure du vecteur de commande $U(k)$ et de vecteur d'observation $Y(k)$, ce système dynamique est appelé un estimateur d'état. Il est appelé aussi observateur ou reconstituteur d'état. La figure 2.3 donne le schéma de principe d'un observateur.

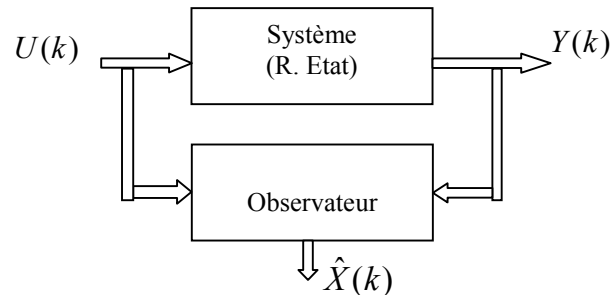


Figure 2.3 : Principe de l'observateur d'état

2.4. Observateur de Luenberger

Dans le cas déterministe où les erreurs de mesures ou de perturbations sont négligeables, l'estimateur de Luenberger permettra de résoudre le problème de l'estimation de l'état d'un système. L'observateur ou estimateur déterministe de Luenberger, permet de reconstituer l'état d'un système observable à partir de la mesure des sorties et des entrées. Il est très utilisé dans la commande des systèmes par retour d'état lorsque tout ou partie du vecteur d'état ne peut être mesurée [16]. Dans ces conditions le modèle du système est représenté comme suit :

$$X(k+1) = AX(k) + BU(k) \quad (2-6)$$

$$Y(k) = CX(k) \quad (2-7)$$

La structure d'observateur suit en général celle du système à observer à laquelle on ajoute un terme de correction qui est proportionnel à l'erreur d'estimation. Ceci s'écrit :

$$\hat{X}(k+1) = M\hat{X}(k) + BU(k) + LY(k) \quad (2-8)$$

$$\hat{Y}(k) = C\hat{X}(k) \quad (2-9)$$

Il s'agit de déterminer les matrices M et L de telle manière que l'écart défini par l'erreur d'estimation $\tilde{X}(k) = X(k) - \hat{X}(k)$ s'annule ou du moins tend vers zéro.

La différence entre les équations (2-6) et (2-8) donne :

$$\tilde{X}(k+1) = AX(k) - M\hat{X}(k) - LY(k) = (A - LC)X(k) - M\hat{X}(k) \quad (2-10)$$

Un choix de la matrice M telle que $M=A-LC$, donne pour l'erreur d'estimation :

$$\tilde{X}(k+1) = (A - LC)\tilde{X}(k) \quad (2-11)$$

Dans ce cas la dynamique de l'observateur est donnée par :

$$\hat{X}(k+1) = (A - LC)\hat{X}(k) + BU(k) + LY(k) \quad (2-12)$$

La dynamique de l'observateur peut aussi s'écrire sous la forme standard de représentation d'état suivante :

$$\hat{X}(k+1) = (A - LC)\hat{X}(k) + \begin{bmatrix} B & L \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U(k) \\ Y(k) \end{pmatrix} \quad (2-13)$$

La dynamique de l'observateur peut aussi s'écrire sous la forme suivante :

$$\hat{X}(k+1) = A\hat{X}(k) + BU(k) + L(Y(k) - \hat{Y}(k)) \quad (2-14)$$

Cette forme met en évidence la contribution de l'erreur d'estimation à l'évolution de la dynamique de l'observateur c'est-à-dire à l'estimation du vecteur d'état $\hat{X}(k)$ nécessaire à la commande du système.

On remarque que la dynamique de l'erreur d'estimation et celle de l'observateur ont la même matrice d'évolution. Un choix des éléments de la matrice L, appelé gain de l'observateur, détermine donc la dynamique de convergence de l'erreur d'estimation et la dynamique d'évolution de l'observateur. Les deux dynamiques sont donc commandées par les racines du

polynôme caractéristique des matrices d'évolution, qui sont aussi les pôles de l'observateur déterminés par :

$$\det[zI_n - (A - LC)] = 0 \quad (2-15)$$

La technique de placement de pôles permet de déterminer les éléments de la matrice L, gain de l'observateur. La méthode d'Ackerman permet de résoudre cette difficulté par utilisation du théorème de Cayley-Hamilton. Son principe est le suivant : L'équation caractéristique désirée pour l'observateur est écrite sous la forme polynomiale suivante :

$$\det[zI - (A - LC)] = 0 = z^n + \alpha_{n-1}z^{n-1} + \dots + \alpha_1z + \alpha_0 = \sum_0(z) \quad (2-16)$$

Théorème (Cayley-Hamilton) : Toute matrice carrée est solution de sa propre équation caractéristique, autrement dit $\det(\lambda I - A) = 0 = A^n + \alpha_{n-1}A^{n-1} + \dots + \alpha_1A + \alpha_0I = \sum(A)$.

L'application de théorème de Cayley- Hamilton à la matrice d'évolution de l'observateur donne :

$$\sum_0(A - LC) = (A - LC)^n + \alpha_{n-1}(A - LC)^{n-1} + \dots + \alpha_1(A - LC) + \alpha_0I_n = 0 \quad (2-17)$$

Cette relation peut s'écrire après développement sous la forme suivante :

$$\sum_0(A - LC) = \sum(A) + \alpha_1LC + \dots + \alpha_3A^2LC + \dots + \alpha_1A^{n-1}LC = 0 \quad (2-18)$$

A partir de cette relation il est facile de déterminer la matrice gain de l'observateur L

$$L = \sum(A) \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-19)$$

Cette dernière relation est la formule d'Ackerman pour la détermination du gain de l'observateur par la technique de placement de pôles. La fonction " Acker " de Matlab permet la simulation de la méthode. De la même manière la fonction " Place " peut être aussi utilisée. Le terme entre crochet n'est autre que la matrice d'observabilité du système, par conséquent le système considéré doit être observable. Une fois la matrice gain L déterminée, la fonction " Estim " de Matlab simule la dynamique de l'observateur et donc l'estimation du vecteur d'état $\hat{X}(k)$.

Il est à noter que la dynamique est commandée par les valeurs de la matrice $[A-LC]$ et par conséquent elle peut être déterminée par l'utilisation d'une technique de placement de pôles, ce qui déterminera les valeurs numériques de vecteur « L » défini comme étant le gain de Luenberger. Il suffit alors de choisir le gain L de l'observateur de telle sorte que les valeurs propres de la matrice $(A-LC)$ soient dans le demi-plan complexe gauche, c'est-à-dire des pôles à parties réelles négatives.

Pour ce type d'observateur, une grande liberté est laissée au choix des valeurs propres, mais en pratique on choisit une dynamique de l'observateur plus rapide que celle du système à observer, c'est à dire que les pôles de l'observateur seront légèrement décalés vers la gauche par rapport à ceux du système. Cependant, on ne peut les prendre infiniment grandes parce que on ne peut utiliser que des gains réalisables et l'augmentation de la bande passante du reconstruteur ne permet plus de négliger les bruits qui deviennent prépondérants en hautes fréquences.

Une fois le vecteur d'état estimé, il est possible d'appliquer la commande par observateur d'état :

$$U(k) = -K\hat{X}(k) . \quad (2-20)$$

La figure 2.4 donne le schéma de principe de la commande par observateur d'état.

Si on remplace la commande par sa valeur dans l'expression de l'observateur on aura alors l'estimation d'état en boucle fermée :

$$\hat{X}(k+1) = (A - LC - BK)\hat{X}(k) + LY(k) \quad (2-21)$$

Cette relation montre que l'estimation du vecteur d'état $X(k)$ à l'instant $(k+1)$ et une fonction de l'observation $Y(k)$ (mesuré) à l'instant k ce qui explique la dénomination de prédicteur d'état pour l'observateur.

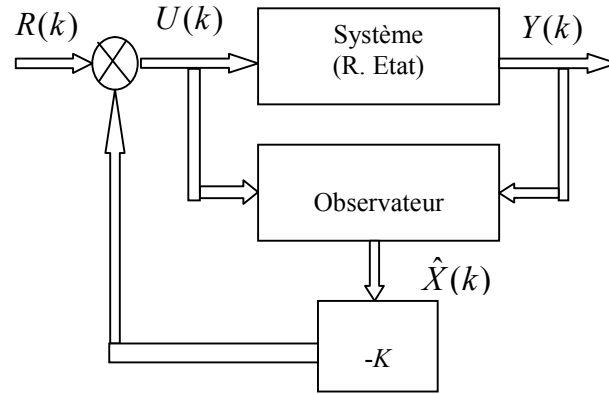


Figure 2.4 : Principe de la commande par l'observateur d'état

En remplaçant la commande par sa valeur dans l'équation d'état du système nous obtenons :

$$X(k+1) = AX(k) - BK\hat{X}(k) = AX(k) - BK(X(k) - \tilde{X}(k)) \quad (2-22)$$

$$\text{Où : } X(k+1) = (A - BK)X(k) + BK\tilde{X}(k) \quad (2-23)$$

La relation donnant la dynamique de l'erreur de reconstruction est :

$$\tilde{X}(k+1) = (A - LC)\tilde{X}(k) \quad (2-24)$$

Si on considère le vecteur d'état $\bar{X}(k) = [X(k) \quad \tilde{X}(k)]^T$ est appelé vecteur d'état augmenté.

La dynamique globale du système bouclé et de l'erreur de reconstruction peut être écrite sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} X(k+1) \\ \tilde{X}(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (A - BK) & BK \\ 0 & (A - LC) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X(k) \\ \tilde{X}(k) \end{pmatrix} \quad (2-25)$$

L'équation caractéristique de ce système est donné par :

$$\det \begin{bmatrix} zI_n - (A - BK) & -BK \\ 0 & zI_n - (A - LC) \end{bmatrix} = 0 \quad (2-26)$$

Ou encore :

$$\det [zI_n - (A - BK)] \det [zI_n - (A - LC)] = 0 \quad (2-27)$$

Toutes les racines de ces deux déterminants contribuent au comportement du système global (système + observateur). Les racines du premier déterminant concernant le système de contrôle et les racines du deuxième déterminant concernant le reconstituteur d'état (identiques à ceux de l'erreur d'estimation), c'est ce qu'on appelle le principe de séparation de la construction de l'observateur de celle du système de commande.

De la même manière on peut aussi étudier la dynamique globale, du système et de son observateur, la forme matricielle obtenue est la suivante :

$$\begin{pmatrix} X(k+1) \\ \hat{X}(k+1) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BK \\ LC & (A - LC - BK) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X(k) \\ \hat{X}(k) \end{pmatrix} \quad (2-28)$$

Dont l'équation caractéristique est :

$$\det \begin{bmatrix} zI_n - A & BK \\ 0 & zI_n - (A - LC - BK) \end{bmatrix} = 0 \quad (2-29)$$

Les racines des deux déterminants contribuent au comportement du système global (système et observateur). Les racines du premier déterminant concerne le contrôle et les racines du deuxième déterminant concerne le reconstituteur d'état.

L'observateur de Luenberger linéaire peut être utilisé pour reconstituer les variables d'état de la machine, telles que les flux rotoriques, la vitesse et le couple à partir de la mesure des

courants statoriques, sans tenir compte des éventuels bruits ou erreurs de mesures, dans le cas contraire, on utilise le filtre estimateur de Kalman.

2.5. Estimateur de Kalman

Les estimateurs modernes permettent d'estimer les variables d'état d'un système en boucle fermée ou en boucle ouverte en utilisant l'ordinateur comme outil de traitement des données concernant le fonctionnement de la machine. Parmi ces estimateurs nous avons l'estimateur de Kalman qui travaille dans un environnement stochastique, autrement dit un environnement où les erreurs de mesures ou de perturbations influencent le fonctionnement dynamique de la machine. L'estimateur de Kalman représente le cas général du problème de l'estimation de l'état d'un système. La figure 2.5 donne une représentation schématique de la procédure d'estimation de l'état d'un système [17].

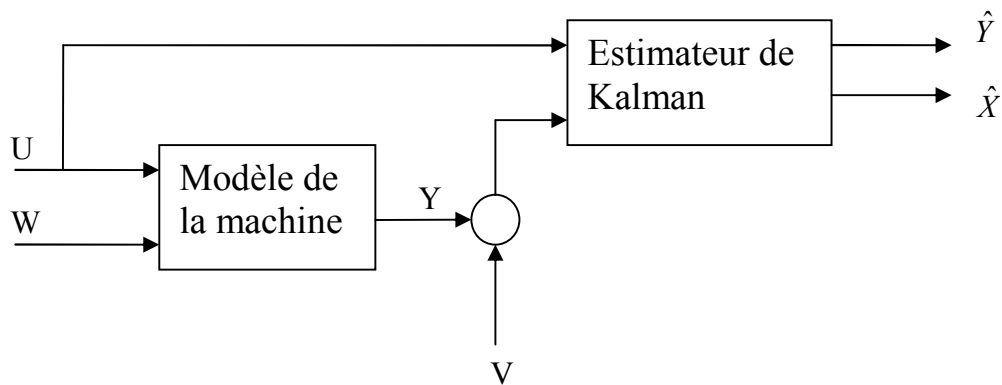


Figure 2.5 : Principe de filtre de Kalman

Le filtre de Kalman donne une réalisation de la variable aléatoire $\hat{X}(k)$ représentant l'état du système $X(k)$ à l'instant k , qui minimise la variance a priori de l'erreur d'estimation, connaissant le vecteur de mesure $Y(k) = (Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n)$ représentant les mesures d'entrées et de sorties. Pour cela on utilise un modèle stochastique d'un système d'ordre n défini par les équations d'observation et d'états suivantes :

$$Y(k) = CX(k) + DU(k) + V(k) \quad (2-30)$$

$$X(k+1) = AX(k) + BU(k) + GW(k) \quad (2-31)$$

Où $U(k)$ et $Y(k)$ sont les signaux d'entrées, $X(k)$ est le vecteur d'état du système, $W(k)$ et $V(k)$ sont les bruits d'états du système et de mesure des capteurs. Les matrices A , B , C , D et G sont de dimensions appropriées [18]. Les bruits $W(k)$ et $V(k)$ sont généralement définis par leurs propriétés statistiques comme suit:

$$E[W(k)] = E[V(k)] = 0 \quad (2-32)$$

$$Var[W(k)] = Q \quad Var[V(k)] = R \quad \text{et} \quad Cov[W(k).V^T(k)] = S \quad (2-33)$$

Dans ces relations $E[.]$ représente l'espérance mathématique. C'est-à-dire la valeur moyenne de la variable aléatoire considérée, $Var[.]$ représente sa variance et $Cov[.]$ représente sa covariance. Les matrices Q , R et S sont les matrices variances des bruits d'état, de mesure et de leur covariance.

Le problème de l'observation est de reconstruire tout ou une partie du vecteur d'état $X(k)$, lorsque toute ou une partie de ce vecteur d'état est non mesurable. Cette technique fait réduire le coût des systèmes d'entraînement et augmente leur fiabilité en utilisant moins de capteurs.

Dans le cas où une partie seulement du vecteur d'état est non mesurable l'observateur est dit d'ordre réduit. Si un système est observable, il est possible de reconstruire son état à partir des mesures d'entrées et de sorties ($U(k)$, $Y(k)$) connaissant les matrices A et C . L'intérêt de cette reconstruction est multiple. Il consiste à obtenir certaines composantes du vecteur d'état pour lesquelles la mesure est difficile, impossible ou trop coûteuse.

Dans ces conditions les équations de l'estimateur de Kalman sont les suivantes [19] :

$$\hat{X}(k+1) = A\hat{X}(k) + BU(k) + K(k)[Y(k) - \hat{Y}(k)] \quad (2-34)$$

$$\hat{Y}(k) = C\hat{X}(k) + DU(k) \quad (2-35)$$

$$K(k) = (AP(k)C^T + S)[CP(k)A^T + S^T]^{-1} \quad (2-36)$$

$$P(k+1) = AP(k)A^T + Q - K(k)[CP(k)A^T + S^T] \quad (2-37)$$

Où $K(k)$ est le gain du filtre, $P(k)$ la matrice de variance de l'erreur d'estimation. L'inconvénient majeur du filtre estimateur de Kalman est qu'il nécessite la connaissance a priori des propriétés statistiques des bruits ce qui n'est pas toujours facile et possible.

2.6. Applications à la machine asynchrone

Différents observateurs peuvent être synthétisés pour estimer les différentes variables d'état de la machine asynchrone. Le choix de la synthèse d'un observateur particulier dépend de l'application considérée.

- **Observateur des flux rotoriques :** On considère le modèle linéaire suivant de la machine asynchrone :

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_{s\alpha} \\ \frac{d}{dt} i_{s\beta} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{r\alpha} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma & 0 & \frac{\beta}{T_r} & \beta\omega_r \\ 0 & -\gamma & -\beta\omega_r & \frac{\beta}{T_r} \\ \frac{m}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} & -\omega_r \\ 0 & \frac{m}{T_r} & \omega_r & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma l_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma l_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (2-38)$$

$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} \quad (2-39)$$

$$\text{Où : } \beta = \frac{1}{m} \left(\frac{1-\sigma}{\sigma} \right) = \frac{1}{\sigma} \frac{m}{l_s l_r}, \quad \gamma = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{1}{T_s} + \frac{1-\sigma}{T_r} \right), \quad \sigma = 1 - \frac{m^2}{l_s l_r} \quad \text{et} \quad T_r = \frac{L_r}{R_r}.$$

On applique la théorie de l'observateur de Luenberger pour estimer le flux, dès que la vitesse de rotation est constante, on a donc les matrices suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} -\gamma & 0 & \frac{\beta}{T_r} & \beta\omega_r \\ 0 & -\gamma & -\beta\omega_r & \frac{\beta}{T_r} \\ \frac{m}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} & -\omega_r \\ 0 & \frac{m}{T_r} & \omega_r & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma l_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma l_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

La matrice gain d'observation L est calculée par la méthode de placement des pôles. Ces résultats obtenus sont présentés dans ce chapitre relatif à la simulation.

• **Observateur de vitesse** : L'idée de méthode repose sur le fait que la vitesse peut être considérée comme un paramètre constant ou variant très lentement, mais inconnu. La représentation d'état du moteur asynchrone est alors utilisée. Les variables d'état mesurées et calculées (u_{ds} , u_{qs} , i_{ds} , i_{qs} , di_{ds}/dt , di_{qs}/dt) sont exploitées pour estimer la vitesse selon la méthode des moindres carrés récurrents.

Reprenons le modèle d'état linéaire de la machine [20], [21] :

$$\frac{d}{dt}i_{s\alpha} = -\gamma i_{s\alpha} + \frac{\beta}{T_r}\varphi_{r\alpha} + \beta\omega_r\varphi_{r\beta} + \frac{1}{\sigma l_s}u_{s\alpha} \quad (2-40)$$

$$\frac{d}{dt}i_{s\beta} = -\gamma i_{s\beta} - \beta\omega_r\varphi_{r\alpha} + \frac{\beta}{T_r}\varphi_{r\beta} + \frac{1}{\sigma l_s}u_{s\beta} \quad (2-41)$$

$$\frac{d}{dt}\varphi_{r\alpha} = \frac{m}{T_r}i_{s\alpha} - \frac{1}{T_r}\varphi_{r\alpha} - \omega_r\varphi_{r\beta} \quad (2-42)$$

$$\frac{d}{dt}\varphi_{r\beta} = \frac{m}{T_r}i_{s\beta} + \omega_r\varphi_{r\alpha} - \frac{1}{T_r}\varphi_{r\beta} \quad (2-43)$$

Il peut s'écrire en deux sous-systèmes interconnectés comme suit :

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = \beta \begin{bmatrix} \eta & \omega_r \\ -\omega_r & \eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} - \gamma \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \frac{1}{\sigma l_s} \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (2-44)$$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} = \beta \begin{bmatrix} -\eta & -\omega_r \\ \omega_r & -\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} + \eta m \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (2-45)$$

$$\text{Où } \eta = \frac{R_r}{l_r} = \frac{1}{T_r}$$

Une seconde dérivation de la relation (2-44) donne :

$$\frac{d^2}{dt^2}\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = \beta \begin{bmatrix} \eta & \omega_r \\ -\omega_r & \eta \end{bmatrix} \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} - \gamma \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \frac{1}{\sigma l_s} \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (2-46)$$

Dans cette dernière relation, les dérivés des flux sont inconnus mais elles peuvent être calculées à partir des relations (2-44) et (2-45). D'abord on exprime les flux à partir de la relation (2-44) comme suit :

$$\begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{\beta} \begin{bmatrix} \eta & \omega_r \\ -\omega_r & \eta \end{bmatrix}^{-1} \left(\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \gamma \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} - \frac{1}{\sigma l_s} \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} \right) \quad (2-47)$$

On remplace dans la relation (2-45) les flux par leurs valeurs on obtient alors l'expression suivante pour les dérivées des flux :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{\beta} \begin{bmatrix} -\eta & -\omega_r \\ \omega_r & -\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta & \omega_r \\ -\omega_r & \eta \end{bmatrix}^{-1} \left(\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \gamma \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} - \frac{1}{\sigma l_s} \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} \right) + \eta m \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (2-48)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} = -\frac{1}{\beta} \left(\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \gamma \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} - \frac{1}{\sigma l_s} \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} \right) + \eta m \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (2-49)$$

On remplace dans la relation (2-46) la dérivée du flux par sa valeur, relation (2-49), et après arrangement des calculs on obtient :

$$\begin{aligned} \sigma l_s \frac{d^2}{dt^2} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + (R_s + \frac{l_s}{T_r}) \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \frac{R_r}{T_r} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} - \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} - \frac{1}{T_r} \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} \\ = \omega_r \left(\sigma l_s \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} -i_{s\beta} \\ i_{s\alpha} \end{bmatrix} + R_s \begin{bmatrix} -i_{s\beta} \\ i_{s\alpha} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -u_{s\beta} \\ u_{s\alpha} \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (2-50)$$

Le système d'équations (2-50) utilise des grandeurs mesurées $u_{s\alpha}$, $u_{s\beta}$, $i_{s\alpha}$, $i_{s\beta}$, et des grandeurs calculées $\frac{du_{s\alpha}}{dt}$, $\frac{du_{s\beta}}{dt}$, $\frac{di_{s\alpha}}{dt}$, $\frac{di_{s\beta}}{dt}$, $\frac{d^2 i_{s\alpha}}{dt^2}$, $\frac{d^2 i_{s\beta}}{dt^2}$. A partir des paramètres connus de la machine on peut alors estimer la vitesse de la machine considérée comme une grandeur inconnue par la méthode des moindres carrés récursifs.

En effet, le système d'équation (2-50) est de la forme linéaire suivante :

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1(t) \\ c_2(t) \end{bmatrix} \omega_r \quad (2-51)$$

Le critère des moindres carrés avec facteur d'oubli s'écrit alors :

$$J_N(\lambda, \hat{\omega}_r) = \sum_{k=0}^N \lambda^{N-k} \|y(kT) - c(kT)\hat{\omega}_r\|^2 \quad (2-52)$$

Où $\hat{\omega}_r$ est la meilleure valeur numérique prise par le paramètre ω_r . Cette valeur constitue alors le meilleur ajustement des valeurs prises à l'instant présent en oubliant les valeurs prises aux instants précédents. Le paramètre λ est le facteur d'oubli permettant de mettre en œuvre ce processus d'oubli des valeurs les plus anciennes.

La solution de (2-50), connue sous le nom d'algorithme des moindres carrés avec facteur d'oubli, est exprimée par les trois équations suivantes [20],[21]:

$$\hat{\omega}_r(k) = \hat{\omega}_r(k-1) + K(k) \begin{bmatrix} y_1(k) - c_1(k)\hat{\omega}_r(k-1) \\ y_2(k) - c_2(k)\hat{\omega}_r(k-1) \end{bmatrix} \quad (2-53)$$

$$K(k) = P(k-1) \begin{bmatrix} c_1(k) & c_2(k) \end{bmatrix} \times \left(\lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + P(k-1) \begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1(k) & c_2(k) \end{bmatrix} \right)^{-1} \quad (2-54)$$

$$P(k) = \frac{P(k-1)}{\lambda} \left(1 - K(k) \begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{bmatrix} \right) \quad (2-55)$$

$$\text{Où } \hat{\Omega}_r = \frac{\hat{\omega}_r}{n_p}$$

Et $K(k)$ est le gain de l'algorithme, $P(k)$ est la variance de l'erreur d'estimation de la vitesse. Les conditions initiales sont fixées par les valeurs de la vitesse initiale et la variance de l'erreur d'estimation initiale. Un choix pratique consiste à fixer la vitesse à une valeur nulle et la variance de l'erreur d'estimation à une petite valeur (10^{-6}). Cette dernière peut être ajustée en fonction de l'expérimentation.

2.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné d'une part quelques rappels sur des concepts relatifs à l'observabilité et la commandabilité des systèmes, d'autre part, nous avons présenté quelques observateurs utilisés dans le cas des systèmes linéaires. L'observation ou l'estimation de l'état

d'un système est une nouvelle technique pour déterminer des grandeurs non mesurables à partir des mesures des autres grandeurs disponibles. Dans le cas de la machine asynchrone, la mesure des courants statoriques permet d'estimer les flux rotoriques ainsi que la vitesse. Cette technique d'observation ou d'estimation permet de réaliser la commande de la machine asynchrone en utilisant un minimum de capteurs, c'est-à-dire, en se basant sur un algorithme d'estimation qui remplacera le capteur matériel. Ceci permet d'augmenter la fiabilité des systèmes d'entraînement par réduction du nombre de capteurs matériels.

Chapitre 3

Observateurs Non linéaires pour la Machine Asynchrone

3. Observateurs non linéaires pour la machine asynchrone

3.1. Introduction

La machine asynchrone est un système non linéaire et non stationnaire dont la commande est très compliquée. Les applications industrielles qui impliquent la machine asynchrone comme un système d'entraînement posent beaucoup de problèmes de commande et de surveillance.

A cause des contraintes techniques et/ou économiques un nombre limité de variables d'état de la machine sont mesurés, par conséquent, il est nécessaire de synthétiser un observateur pour l'estimation des autres variables d'état non mesurables et indispensables à l'élaboration des systèmes commande et de surveillance de la machine.

L'estimateur d'état est appelé aussi observateur d'état, c'est un système dynamique qui peut estimer asymptotiquement les variables d'état non mesurables à partir des mesures des variables d'entrée et de sortie du système considéré [22], [23]. C'est un capteur logiciel qui joue un rôle important non pas seulement dans les techniques de commande sans capteur mais aussi dans les procédures de surveillance, de diagnostic des défauts, de maintenance prédictive et les techniques de commande tolérante aux défauts[7], [24], [25].

Une revue de la littérature dans ce domaine montre que les approches d'observateur d'état non linéaire peuvent être approximativement divisées en trois classes :

La première classe des approches essaie de linéariser le système autour d'un point ou une trajectoire de fonctionnement et d'appliquer les méthodes linéaires de l'automatique. Ce type d'approches est connu comme étant les techniques de linéarisation [25], [22]. Cette première classe d'approches, possède un inconvénient majeur qui est liée aux conditions extrêmement restrictives qui peuvent difficilement être satisfaites par un système physique.

De plus les résultats obtenus ne sont valables qu'autour du point ou de la trajectoire de linéarisation.

La deuxième classe d'approches essaie de dominer le terme de non linéarité par l'utilisation d'un terme de correction de grande valeur. Ces techniques sont connues sous le nom de technique des grands gains [26], [27]. L'inconvénient de ces techniques c'est qu'elles exigent une structure du modèle du système sous la forme de bloc triangulaire. Les résultats obtenus présentent un effet déstabilisant dû au phénomène de pic qui se manifeste, de plus, on note la sensibilité du résultat aux bruits de mesure.

La troisième classe d'approches consiste à concevoir des observateurs non linéaires qui exploitent les non linéarités du système ce qui permet de conserver la nature non linéaire du système considéré. Les propriétés de Lipschitz et du secteur sont les principales propriétés de non-linéarité qui sont exploités [12], [13], [28], [29], [30].

Dans l'objectif de bénéficier de certaines avancées récentes dans le domaine de la commande sans capteur basé sur la technique de l'observateur non linéaire, nous nous concentrons dans ce chapitre sur l'application des méthodes d'estimations non linéaire exploitant les propriétés de non linéarité des systèmes, c'est-à-dire, la troisième classe de méthodes pour la synthèse d'un observateur non linéaire. Mais avant d'introduire cela il est nécessaire de rappeler la notion de base d'observabilité pour les systèmes non linéaires, qui comme dans le cas linéaire, permet de savoir à l'avance s'il est possible ou non d'estimer les variables d'intérêt.

3.2. Observabilité des systèmes non linéaires

Les systèmes physiques, dans leur état naturel ont un comportement non linéaire. Par conséquent il est préférable de les représenter par des modèles non linéaires de façon à se rapprocher le plus de leur comportement naturel. Les modèles non linéaires sont décrits d'une manière générale, sous la forme suivante (représentation d'état explicite) [31] :

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{3-1}$$

$$y = h(x) \tag{3-2}$$

Où $x \in R^n$ représente le vecteur d'état, $u \in R^m$ est le vecteur d'entrée ou la commande, supposé localement borné et mesurable, $y \in R^p$ dénote le vecteur de sortie. Les fonctions f et h sont des fonctions vectorielles supposées continues et continuellement dérivables.

L'observabilité du système non linéaire (3-1)-(3-2) est caractérisée par le fait qu'à partir des mesures sur l'entrée et la sortie, il faut être capable de discerner les différents états initiaux que peut prendre le système [14]. L'observabilité est donc définie à partir de la notion d'indiscernabilité dont voici la définition.

Définition 1 : Deux états initiaux $x(t_0) = x_1$ et $x(t_1) = x_2$ du système non linéaire sont dits indiscernables sur l'intervalle de temps $[t_0, t_1]$ si, pour toute entrée $u(t)$, leurs sorties respectives $y_1(t)$ et $y_2(t)$ sont identiques sur cet intervalle.

Cette notion d'indiscernabilité de deux états initiaux nous permet de donner une deuxième définition de l'observabilité d'un système [14].

Définition 2 : Le système (3-1)-(3-2) est dit observable s'il n'existe pas de couple d'états initiaux distincts $x(t_0) = x_1$ et $x(t_1) = x_2$ indiscernables.

Il faut noter aussi que l'observabilité dépend souvent de l'entrée, car certaines entrées ne permettent pas de discerner tout couple d'états initiaux distincts, cela est le cas de l'exemple suivant [32]. Considérons le système décrit comme suit :

$$\dot{x} = ux \tag{3-3}$$

$$y = x \tag{3-4}$$

Le système (3-3), (3-4) est observable pour toute entrée constante différente de l'entrée nulle. Donc on ne peut pas construire un observateur qui fonctionne avec ou au voisinage de l'entrée nulle. La conception d'un observateur nécessite sans doute un regard sur les entrées du système. Il existe en général des entrées dites singulières, pour lesquelles le système n'est pas observable. La recherche de ces entrées pour un système donné est encore un problème largement ouvert. Dans le cas où le système est dépourvu d'entrées singulières, il est appelé système uniformément observable [14].

Définition 3 : Un système dont toutes les entrées sont universelles est dit uniformément observable, c'est à-dire, observable pour toute entrée u .

En général, contrairement aux systèmes linéaires, l'observabilité d'un système non linéaire ne suffit pas pour la synthèse d'un observateur. Une telle synthèse doit prendre en compte le problème des entrées. On constate que l'étude des propriétés des entrées pour un système physique donné est de grande importance pour la synthèse d'un observateur.

Définition 4: L'espace d'observabilité O , est défini par le plus petit espace vectoriel contenant les sorties h_1, h_2, \dots, h_p qui soit fermé sous l'opération de la dérivation de Lie par rapport au champ de vecteur f , u étant fixe [33].

Définition 5 : Le système non linéaire est dit satisfaisant la condition de rang d'observabilité en x_0 si $\dim O(x_0) = n$. Il satisfait la condition de rang d'observabilité en x si, pour tout $x \in R^n$ $\dim O(x) = n$.

3.3. Estimateur adaptatif

L'estimateur adaptatif est un estimateur appartenant à la première classe d'observateur non linéaire. Dans son application à la machine asynchrone, la vitesse est considérée comme un paramètre constant, inconnu ou qu'il varie très lentement par rapport aux variations des variables électriques et magnétiques [20], [34].

Dans ces conditions le modèle de la machine dans le repère (α, β) peut être décomposé en deux sous-modèles comme suit :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = -\gamma \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} \eta & \omega_r \\ -\omega_r & \eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} + \frac{1}{\sigma l_s} \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} = \beta \begin{bmatrix} -\eta & -\omega_r \\ \omega_r & -\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} + \eta m \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

$$\text{Où : } \beta = \frac{1}{m} \left(\frac{1-\sigma}{\sigma} \right) = \frac{1}{\sigma} \frac{m}{l_s l_r}, \quad \gamma = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{1}{T_s} + \frac{1-\sigma}{T_r} \right), \quad \sigma = 1 - \frac{m^2}{l_s l_r} \quad \text{et} \quad T_r = \frac{L_r}{R_r}.$$

À partir des deux équations électriques suivantes du stator :

$$u_{s\alpha} = R_s i_{s\alpha} + \sigma l_s \frac{di_{s\alpha}}{dt} + \left(\frac{m}{l_r} \right) \frac{d\varphi_{r\alpha}}{dt} \quad (3-7)$$

$$u_{s\beta} = R_s i_{s\beta} + \sigma l_s \frac{di_{s\beta}}{dt} + \left(\frac{m}{l_r}\right) \frac{d\varphi_{r\beta}}{dt} \quad (3-8)$$

On pose :

$$v_{m\alpha} = \frac{m}{l_r} \frac{d\varphi_{r\alpha}}{dt} = -R_s i_{s\alpha} - \sigma l_s \frac{di_{s\alpha}}{dt} + u_{s\alpha} \quad (3-9)$$

$$v_{m\beta} = \frac{m}{l_r} \frac{d\varphi_{r\beta}}{dt} = -R_s i_{s\beta} - \sigma l_s \frac{di_{s\beta}}{dt} + u_{s\beta} \quad (3-10)$$

Où $v_{m\alpha}$ et $v_{m\beta}$ sont des quantités (mesurées / calculées) supposées connues.

$$\frac{d}{dt} \varphi_{r\alpha} = \frac{m}{T_r} i_{s\alpha} - \frac{1}{T_r} \varphi_{r\alpha} - \omega_r \varphi_{r\beta} \quad (3-11)$$

$$\frac{d}{dt} \varphi_{r\beta} = \frac{m}{T_r} i_{s\beta} + \omega_r \varphi_{r\alpha} - \frac{1}{T_r} \varphi_{r\beta} \quad (3-12)$$

En multipliant les équations (3-11) et (3-12) par $\left(\frac{m}{l_r}\right)$ et puis on différencie par rapport au

temps on trouve :

$$\frac{dv_{m\alpha}}{dt} = -\eta v_{m\alpha} - \omega_r v_{m\beta} + \eta \frac{m^2}{l_r} \frac{di_{s\alpha}}{dt} \quad (3-13)$$

$$\frac{dv_{m\beta}}{dt} = -\eta v_{m\beta} + \omega_r v_{m\alpha} + \eta \frac{m^2}{l_r} \frac{di_{s\beta}}{dt} \quad (3-14)$$

Où $\frac{d\omega_r}{dt} = 0$, car la vitesse est prise comme constante ou variant très lentement.

L'estimation des quantités $v_{m\alpha}$ et $v_{m\beta}$ (dérivés des flux) est défini comme suit :

$$\frac{d\hat{v}_{m\alpha}}{dt} = -\eta \hat{v}_{m\alpha} - \hat{\omega}_r \hat{v}_{m\beta} + \eta \frac{m^2}{l_r} \frac{di_{s\alpha}}{dt} \quad (3-15)$$

$$\frac{d\hat{v}_{m\beta}}{dt} = -\eta \hat{v}_{m\beta} + \hat{\omega}_r \hat{v}_{m\alpha} + \eta \frac{m^2}{l_r} \frac{di_{s\beta}}{dt} \quad (3-16)$$

On pose comme erreur d'estimation la quantité $e_{m\alpha} = v_{m\alpha} - \hat{v}_{m\alpha}$ et $e_{m\beta} = v_{m\beta} - \hat{v}_{m\beta}$. La dynamique de l'erreur d'estimation est obtenue par la soustraction des relations (3-13), (3-14) et (3-15), (3-16) comme suit:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} e_{m\alpha} \\ e_{m\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\eta & -\omega_r \\ \omega_r & -\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{m\alpha} \\ e_{m\beta} \end{bmatrix} - (\hat{\omega}_r - \omega_r) \begin{bmatrix} -\hat{v}_{m\alpha} \\ \hat{v}_{m\beta} \end{bmatrix} \quad (3-17)$$

On remarque que la dynamique de l'erreur d'estimation est non linéaire. Une des possibilités de résolution de ce problème consiste à utiliser la technique des fonctions de Lyapunov [35].

On choisit alors, comme fonction de Lyapunov, la fonction $V(e_{m\alpha}, e_{m\beta}) = \frac{1}{2}(e_{m\alpha}^2 + e_{m\beta}^2)$.

La dérivée de cette fonction est alors :

$$\frac{dV}{dt} = -\eta(e_{m\alpha}^2 + e_{m\beta}^2) - (\hat{\omega}_r - \omega_r)(e_{m\alpha}\hat{v}_{m\beta} - e_{m\beta}\hat{v}_{m\alpha}) \quad (3-18)$$

Cette dérivée doit être définie négative pour assurer la convergence de l'algorithme. Un choix pratique consiste à retenir un estimateur de vitesse qui donne une réponse très proche de celle que donnerait un régulateur PI classique [20], c'est-à-dire:

$$\hat{\omega}_r = -K_P(e_{m\alpha}\hat{v}_{m\beta} - e_{m\beta}\hat{v}_{m\alpha}) - K_I \int_0^t (e_{m\alpha}\hat{v}_{m\beta} - e_{m\beta}\hat{v}_{m\alpha}) d\tau \quad (3-19)$$

$$\text{Où : } \hat{\Omega}_r = \frac{\hat{\omega}_r}{n_p}$$

Vérification de ce résultat :

$$\frac{dV}{dt} = -\eta(e_{m\alpha}^2 + e_{m\beta}^2) - K_P(e_{m\alpha}\hat{v}_{m\beta} - e_{m\beta}\hat{v}_{m\alpha})^2 - K_I^{-1} f(t) f'(t) \quad (3-20)$$

$$\text{Où } f(t) = K_I \int_0^t (e_{m\alpha}\hat{v}_{m\beta} - e_{m\beta}\hat{v}_{m\alpha}) d\tau + \omega_r$$

$$\text{Et : } \int_0^t f(t) f'(t) \geq -\frac{1}{2} f^2(0)$$

Où :

$f'(t)$: est la dérivée de $f(t)$

$$V(e_{m\alpha}, e_{m\beta}) = \frac{1}{2}(e_{m\alpha}^2 + e_{m\beta}^2) = \frac{1}{2}((v_{m\alpha} - \hat{v}_{m\alpha})^2 + (v_{m\beta} - \hat{v}_{m\beta})^2) \rightarrow 0 \quad (3-21)$$

En résumé, l'algorithme adaptatif utilisant la technique des fonctions de Lyapunov consiste à calculer les quantités $v_{m\alpha}$ et $v_{m\beta}$ à partir de (3-9), (3-10) et $\hat{v}_{m\alpha}, \hat{v}_{m\beta}$ à partir (3-15), (3-16). Puis utiliser la relation (3-19) pour estimer la vitesse. Cette méthode exige aussi la connaissance des paramètres R_s, σ_s de la machine pour calculer $v_{m\alpha}$ et $v_{m\beta}$.

3.4. Observateur de Luenberger non linéaire à temps continu

3.4.1. Observateur basé sur la propriété de Lipschitz

Considérons un système non linéaire de la forme générale suivante :

$$\dot{x}(t) = F(x(t), u(t)) \quad (3-22)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (3-23)$$

La fonction non linéaire $F(x(t), u(t))$ est supposée continue et Lipschitz par rapport à son argument $x(t)$, par conséquent, nous avons la propriété de Lipschitz suivante :

$$\forall x(t), \hat{x}(t), \quad \exists \gamma / \|F(x(t), u(t)) - F(\hat{x}(t), u(t))\| \leq \gamma \|x(t) - \hat{x}(t)\|$$

En se basant sur le fait qu'un observateur est une copie du système considéré, plus un terme de correction proportionnel à l'erreur d'estimation, alors un observateur non linéaire peut être synthétisé de la manière suivante [36] :

$$\dot{\hat{x}}(t) = F(\hat{x}(t), u(t)) + LC(x(t) - \hat{x}(t)) \quad (3-24)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad (3-25)$$

En posant $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ comme erreur d'estimation, la dynamique de l'erreur d'estimation est alors donnée par :

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) = F(x(t), u(t)) - F(\hat{x}(t), u(t)) - LCe(t) \quad (3-26)$$

En choisissant une fonction de Lyapunov candidate de la forme $V = e^T P e$, la dérivée de cette fonction de Lyapunov s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = \dot{e}^T(t) P e(t) + e^T(t) P \dot{e}(t) = \\ - e^T(t) [C^T L^T P + PLC] e(t) + 2e^T(t) P (F(x(t), u(t)) - F(\hat{x}(t), u(t))) \end{aligned}$$

En utilisant la propriété de Lipschitz, le second terme de droite s'écrit :

$$2e^T(t) P \|F(x, u) - F(\hat{x}, u)\| \leq 2e^T(t) P \gamma \|e(t)\|$$

En remplaçant ce résultat dans l'expression de la dérivée de la fonction de Lyapunov on obtient :

$$\dot{V}(t) = \dot{e}^T(t) P e(t) + e^T(t) P \dot{e}(t) \leq -e^T(t) [C^T L^T P + PLC - 2P\gamma] e(t) \quad (3-27)$$

Pour que cette dérivée soit négative il faut que le terme entre crochet soit positif.

Lemme de Schur : Pour toute matrice carrée A, B et C telles que : A positive et $A - BC^{-1}B^T$ positive alors on a l'inégalité linéaire matricielle (LMI) suivante qui est aussi positive :

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B^T & C \end{bmatrix} \succ 0$$

Ce lemme, appelé aussi complément de Schur, peut être aussi exprimé sous la forme

$$\text{équivalente suivante : } C \text{ positive et } C - B^T A^{-1} B \text{ positive alors } \begin{bmatrix} A & B \\ B^T & C \end{bmatrix} \succ 0$$

En utilisant le complément de Schur, on transforme l'inégalité algébrique (terme entre crochet), relation (3-27), en une inégalité linéaire matricielle (LMI) comme suit :

$$\begin{bmatrix} PLC + C^T L^T P & P \\ P & \frac{1}{2\gamma} P \end{bmatrix} \succ 0 \quad (3-28)$$

Pour le calcul de la constante de Lipschitz la relation suivante, appelée relation de Schwartz, est utilisée :

$$\lambda_{\min}(P)\|e(t)\|_2^2 \leq e^T(t)Pe(t) \leq \lambda_{\max}(P)\|e(t)\|_2^2$$

Dans ces conditions la dérivée de la fonction de Lyapunov s'écrit sous la forme suivante:

$$\dot{V}(t) = -e^T Qe(t) + 2e^T(t)P\gamma\|e(t)\| \leq -\lambda_{\min}(Q)\|e(t)\|_2^2 + 2\gamma\lambda_{\max}(P)\|e(t)\|_2^2$$

$$\text{Avec : } [PLC + C^T L^T P] = -Q$$

La négativité de la fonction de Lyapunov est assurée par la négativité de l'expression suivante :

$$\dot{V}(t) < 0 \Leftrightarrow -\lambda_{\min}(Q) + 2\gamma\lambda_{\max}(P) < 0 \Rightarrow \gamma < \frac{1}{2} \frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)} \quad (3-29)$$

3.4.2. Cas des systèmes décomposables en partie linéaire partie non linéaire

Le système non linéaire (3-22), (3-23) peut être aussi décomposé en une partie linéaire et une partie non linéaire selon la forme suivante :

$$\dot{x}(t) = F(x(t), u(t)) = Ax(t) + F_1(x(t), u(t)) \quad (3-30)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (3-31)$$

Si nous considérons le cas où la partie linéaire est sous la forme standard :

$$\dot{x}(t) = F(x(t), u(t)) = Ax(t) + Bu(t) + F_2(x(t), y(t)) \quad (3-32)$$

Alors l'observateur non linéaire peut être synthétisé de la manière suivante :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + F_2(\hat{x}(t), y(t)) + LC(x(t) - \hat{x}(t)) \quad (3-33)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad (3-34)$$

En posant $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ comme erreur d'estimation, la dynamique de l'erreur d'estimation est alors donnée par :

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) = \\ &= Ae(t) + F_2(x(t), y(t)) - F_2(\hat{x}(t), y(t)) - LCe(t) \\ &= (A - LC)e(t) + F_2(x(t), y(t)) - F_2(\hat{x}(t), y(t))\end{aligned}\quad (3-35)$$

En choisissant une fonction de Lyapunov candidate de la forme $V = e^T P e$, la dérivée de cette fonction de Lyapunov s'écrit alors :

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) &= \dot{e}^T(t) P e(t) + e^T(t) P \dot{e}(t) = \\ &= e^T(t) \left[(A - LC)^T P + P(A - LC) \right] e(t) + 2e^T(t) P (F(x(t), y(t)) - F(\hat{x}(t), y(t)))\end{aligned}$$

En utilisant la propriété de Lipschitz comme dans le cas précédent la dérivée de la fonction de Lyapunov s'écrit :

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) &= \dot{e}^T(t) P e(t) + e^T(t) P \dot{e}(t) \\ &\leq e^T(t) \left[(A - LC)^T P + P(A - LC) + 2P\gamma \right] e(t)\end{aligned}\quad (3-36)$$

Pour que cette dérivée soit négative il faut que le terme entre crochet soit négatif.

$$(A - LC)^T P + P(A - LC) + 2P\gamma = -Q \quad (3-37)$$

En utilisant le complément de Schur, on transforme l'inégalité algébrique (terme entre crochet) en une inégalité linéaire matricielle (LMI) comme suit :

$$\begin{bmatrix} (A^T - C^T L^T)P + (A - LC)P & P \\ P & -\frac{1}{2\gamma}P \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3-38)$$

Pour le calcul de la constante de Lipschitz dans ce cas la dérivée de la fonction de Lyapunov s'écrit sous la forme suivante:

$$\dot{V}(t) = -e^T Q_1 e(t) + 2e^T(t) P \gamma \|e(t)\| \leq -\lambda_{\min}(Q_1) \|e(t)\|_2^2 + 2\gamma \lambda_{\max}(P) \|e(t)\|_2^2$$

$$\text{Où } (A - LC)^T P + P(A - LC) = -Q_1$$

La négativité de la fonction de Lyapunov est assurée par la négativité de l'expression suivante :

$$\dot{V}(t) < 0 \Leftrightarrow -\lambda_{\min}(Q_1) + 2\gamma \lambda_{\max}(P) < 0 \Rightarrow \gamma < \frac{1}{2} \frac{\lambda_{\min}(Q_1)}{\lambda_{\max}(P)} \quad (3-39)$$

3.5. Observateur basé sur le critère du cercle

L'approche du critère du cercle est un nouvel axe de recherche introduit pour les systèmes continus elle permet de manipuler les non linéaires directement et avec des restrictions moins sévères que les approches de linéarisation et des grands gains où l'on essaye d'éliminer les non linéarités du système en utilisant la transformation d'état non linéaire ou dominer ces non linéarités par le terme de correction à grand gain [12].

L'approche de critère du cercle a été introduite pour la première fois par Arckak et Kokotovich [12], [37], pour les systèmes continus qui peuvent être décomposés en une partie linéaire et une partie non linéaire. Le principal avantage de cette approche est qu'elle permet de manipuler directement les non linéarités du système avec un minimum de conditions, et en exploitant les propriétés des non linéarités. Avant d'introduire la théorie de ce type observateur, on présente d'abord un rappel sur le critère de Nyquist.

3.5.1. Critère du Nyquist [38] : Pour étudier la stabilité des systèmes, en fait appel au critère de Nyquist-Cauchy. Ce critère a pour but d'utiliser la fonction de transfert $kG(s)$ en boucle ouverte représentant les mesures en régime sinusoïdal entretenu pour s'assurer que le polynôme caractéristique $F(s) = 1 + k.G(s)$ de la fonction de transfert en boucle fermée n'a pas de racines dans la partie droite du plan complexe ou sur l'axe imaginaire.

$$T(s) = k \frac{(s - z_1)(s - z_2) \dots}{(s - p_1)(s - p_2) \dots} \quad (3-40)$$

Ce paramètre désigne la transmittance en chaîne ouverte d'un asservissement à retour unitaire, où les z_i sont des zéros et les p_i sont les pôles du système. On peut énoncer le théorème de Cauchy comme suit :

- a) $T(s)$ étant une fonction rationnelle de s , si le point s décrit dans le plan des s un contour γ dans un sens donné alors le plan représentatif de $T(s)$ décrit un contour fermé Γ dans le plan de $T(s)$.
- b) Si le contour γ embrasse dans le sens trigonométrique les zéros et les pôles de la fonction $T(s)$, le contour correspondant entoure l'origine $N = Z - P$ fois dans le sens trigonométrique. Où Z est le nombre de zéros et P le nombre de pôles.

Pour mieux comprendre le théorème, il est intéressant de raisonner sur le cas particuliers suivants :

- 1- $T(s)$ possède seulement un zéro.

Soit m l'affixe de s et M celle de $T(s)$, on a :

$$T(s) = k(s - z_1) = k\rho e^{j\varphi} \quad (3-41)$$

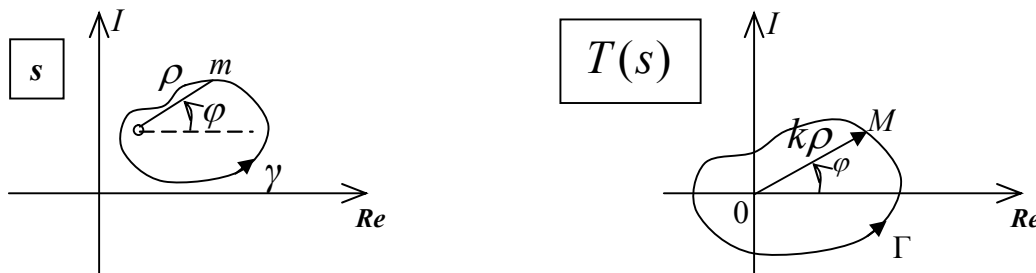


Figure.3.1 Théorème de Cauchy

Si l'on décrit un tour du contour γ qui entoure z_1 , $T(s)$ décrit également un tour du contour Γ qui entoure l'origine.

Le même raisonnement s'applique également à un pôle mais le sens de rotation est alors inversé, car on a :

$$T(s) = \frac{k}{s - p_1} = \frac{k}{d} e^{-j\varphi} \quad (3-42)$$

- 2- $T(s)$ possède deux zéros.

$$T(s) = k(s - z_1)(s - z_2) = k\rho_1\rho_2 e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)} \quad (3-43)$$

Quand l'affixe de s effectue un tour, φ_1 et φ_2 varient respectivement de 0 à 2π ; aussi $\varphi_1 + \varphi_2$ varie de 0 à 4π , ce qui correspond à deux tours de l'affixe M .

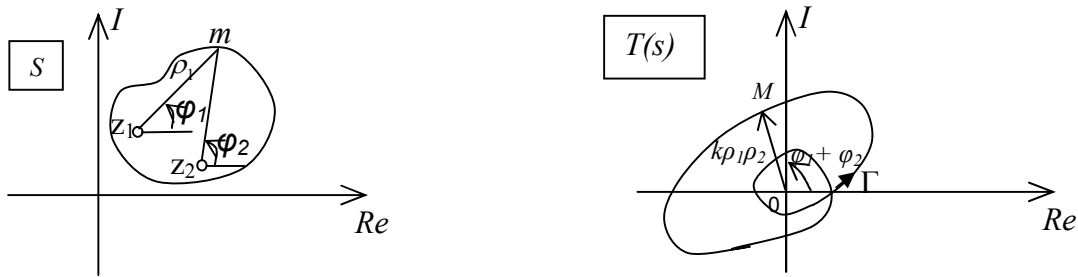


Figure 3.2 : Illustration du principe du théorème de Cauchy

Enfin, si l'on remplace les zéros par des pôles, le sens de rotation de M est alors inversé.

3- Cas général : Il est alors facile d'étendre le raisonnement précédent à un nombre quelconque de zéros Z et de pôles P .

Pour Z zéros, l'origine est embrassée Z fois dans le sens direct.

Pour P pôles, elle est embrassée P fois dans le sens inverse.

➤ **Choix du contour**

Comme nous l'avons déjà expliqué, un asservissement n'est stable que si le polynôme $F(s) = 1 + kG(s)$ n'a pas de zéro dans la partie droite du plan complexe ou sur l'axe imaginaire.

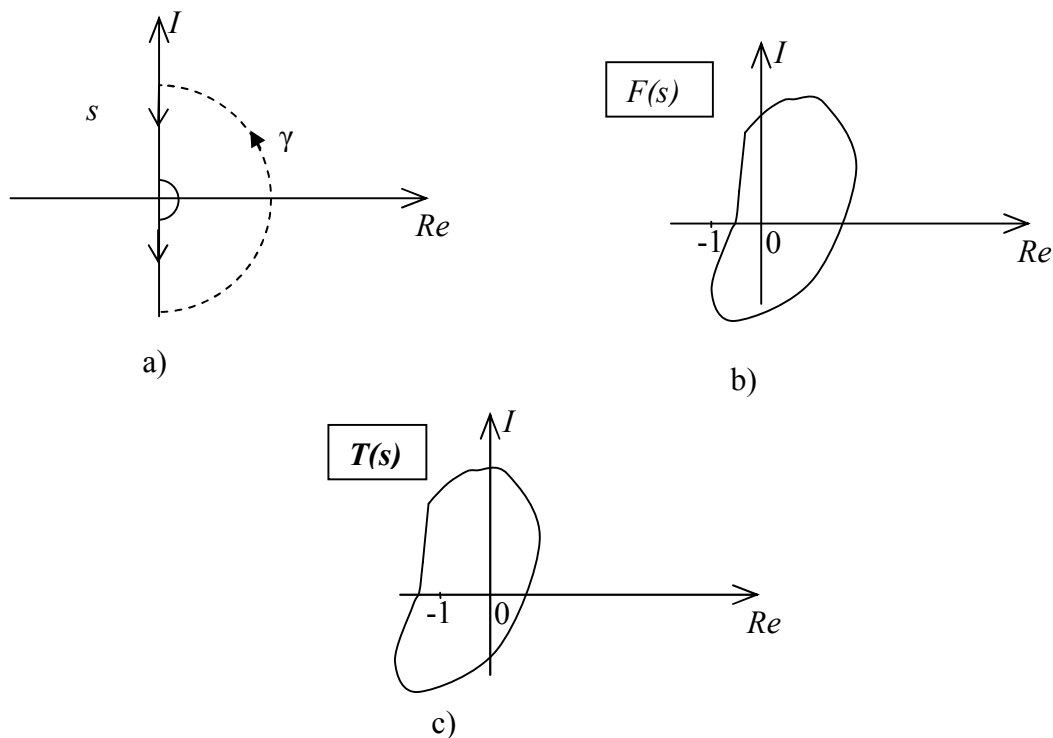


Figure 3.3 : Contour de Nyquist

Pour s'en assurer, nous allons choisir dans le plan s un contour γ assez grand pour que l'on soit certain d'entourer dans le plan s les zéros de $F(s)$ situés dans la partie droite du plan. Ce tracé du contour γ que l'on appelle contour de Nyquist comporte d'une part, l'axe imaginaire, d'autre part un demi-cercle de rayon infini.

On vérifie facilement qu'il n'y a pas de pôles de $F(s)$ à l'intérieur de ce contour car les pôles de $F(s)$ sont les mêmes que ceux de la transmittance en chaîne ouverte $T(s) = k G(s)$. Dans le cas particulier où il y aurait un pôle à l'origine, ce qui est fréquent, on isole ce pôle par un demi-cercle de rayon infiniment petit, centré en O. D'autre part, quand le point d'affixe $F(s) = 1 + k G(s)$ tourne autour de l'origine O dans le plan $F(s)$, le point d'affixe $T(s) = k G(s)$ décrit la même courbe autour du point critique $(-1+0)$ dans le plan $T(s)$ cette courbe étant obtenue par la translation précédente. Ainsi peut-on énoncer le critère de Nyquist-Cauchy sous la forme suivante :

Critère de Nyquist-Cauchy : Une condition nécessaire et suffisante pour qu'un système asservissement soit stable est que sa transmittance en boucle ouverte entoure le point critique dans le sens trigonométrique un nombre de fois égal au nombre de pôles existant à l'intérieur du contour d'exclusion.

Dans le cas particulier où il n'y a pas de pôle à l'intérieur du contour γ la courbe représentative de $T(s)$ ne doit pas entourer le point critique.

3.5.2. Critère du cercle

Bien que les modèles linéaires peuvent être employés avec succès pour décrire les comportements des systèmes physiques, souvent ils échouent de donner une caractérisation globale satisfaisante [39]. Une classe importante de modèles non linéaires est donnée par l'interconnexion d'un retour d'état non linéaire $N(t, y(t))$ avec un système linéaire de fonction de transfert $G(s)$. Le système ainsi obtenu est appelé système de Lur'e, ou système décomposable en partie linéaire et partie non linéaire ou encore système séparable. La figure 3.4 donne une représentation schématique [40],[41]

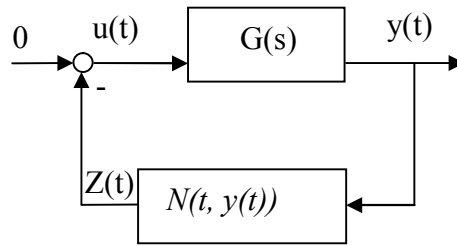


Figure 3.4 : Bloc diagramme d'un système de Lur'e

Les systèmes de ce type sont connus dans la littérature comme un système de Lur'e dont les propriétés ont été étudiées extensivement dans les dernières décennies [42]. Ce type de systèmes représente une large classe de systèmes non linéaires, dont il peut montrer une large variété de comportements (par exemple : la présence de l'isolation équilibré, les cycles limité,...etc).

D'après cette perspective, les systèmes de Lur'e peuvent être considérés comme une classe très attirante qui essaye de donner une description complète et plus juste des systèmes physiques[43]. Cette considération nous permet d'utiliser des outils analytiques permettant de montrer leurs propriétés qualitative et quantitative. Un des résultats significatif pour les systèmes de Lur'e est le critère de cercle qui doit être employé pour établir la stabilité globale asymptotique à l'origine où le bloc de retour d'état non linéaire satisfait la condition de secteur [42], [44].

D'abord, on propose une forme étendue du critère de cercle qui garantit seulement les bornes quantitative pour toutes les solutions après un temps fini, mais sous des conditions plus faciles à réaliser. Ce résultat peut être considéré comme un outil d'analyse très utilisé. Il peut être aussi employé pour trouver les bornes quantitatives de tout système. Il a été exploité aussi pour développer les critères de stabilité absolue d'un ensemble de non linéarités plus grand que la classe d'un secteur simple.

Dans ce qui suit considérons l'interconnexion d'un système linéaire de fonction du transfert $G(s)$ et un bloc non linéaire N définie éventuellement par une fonction du transfert en temps variable (en fonction de temps). On suppose que la fonction non linéaire $N(t,.)$ est assez régulière pour garantir l'existence des solutions. $u(t)$ et $y(t)$ soient respectivement les signaux d'entrée et de sortie de sous-système linéaire. La relation $u(t) = -N(t, y(t))$ est ajoutée pour assurer le bouclage ou l'interconnexion entre les deux blocs comme le montre la figure 3.4.

Définition 6 : La fonction de transfert rationnelle propre $G(s)$ est dite réelle positive (RP) si elle satisfait les conditions suivantes :

- Tout les pôles de $G(s)$ sont tels que $\{s \mid \text{Re}[s] \leq 0\}$
- Si $s = jw$, ($w \in \mathfrak{R}$) n'est pas un pôle de $G(s)$ alors $\text{Re}[G(jw)] > 0$,
- Si $s = jw$, ($w \in \mathfrak{R}$) est un pôle de $G(s)$ donc il est un pôle simple avec un résidu positif.

Définition 7 : La fonction rationnelle propre $G(s)$ est dite réelle positive si $\exists \varepsilon > 0$ et $G(s - \varepsilon)$ est réelle positive.

Lemme 1 : Un système de Lur'e, est construit d'un bloc linéaire de fonction de transfert $G(s)$ et un bloc non linéaire $N(t, y(t))$, on suppose que :

- $G(s)$ est réelle positive
- $\exists M > 0 : -M < N(t, y(t))y(t)$

(A, B, C, D) sont la réalisation minimale de $G(s)$ avec l'état x . (P, L, J) sont les matrices satisfaisant les conditions de Kalman-Yakubovich-Popov (KYP) pour la réalisation de (A, B, C, D) , donc pour tout $\eta > 0$ l'état x de système S est portée dans la région $\Omega_{2M/\varepsilon+\eta} := \{s \mid x^T P x \leq 2M / \varepsilon + \eta\}$ dans un temps fini, cet ensemble aussi est invariante positive.

Théorème 1 : Kalman-Yakubovich-Popov (KYP) : Pour le système linéaire décrit dans l'espace d'état par :

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$\text{Et } y = Cx + Du$$

$$\text{Et de fonction de transfert : } G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

Si ils existent les matrices P, L et J symétriques et définies positives telles que les relations suivantes soient vérifiées :

$$PA + A^T P = -L^T L - \frac{\varepsilon}{2} P \quad (3-44)$$

$$PB = C^T - L^T J \quad (3-45)$$

$$J = \sqrt{2D} \quad (3-46)$$

Alors ce type de système est dit réel positif (RP) autrement dit stable.

Le théorème de KYP permet d'établir les conditions de stabilité dans le domaine fréquentiel et temporel, autrement dit l'équivalence entre les conditions de stabilité dans les deux domaines de représentation des systèmes.

(A, B, C, D) sont la réalisation minimale de $G(s)$ avec l'état x et (P, L, J) sont les matrices satisfaisant les conditions de Kalman-Yakubovich-Popov (KYP) pour la réalisation minimale (A, B, C, D) , donc pour tout $\eta > 0$ l'état x de système est porté dans la région $\Omega_{2M/\varepsilon+\eta} := \{s \mid x^T P x \leq 2M/\varepsilon + \eta\}$ dans un temps fini, cet ensemble est aussi invariant positif.

➤ **Démonstration :** Comme (P, L, J) est la solution de problème KYP, les relations (3-44), (3-45) et (3-46) sont satisfaites.

On considère la fonction de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2} x^T P x$$

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \dot{x}^T P x + \frac{1}{2} x^T P \dot{x}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= -\frac{\varepsilon}{2} V(x) - \frac{\varepsilon}{2} (Lx + Ju)^T (Lx + Ju) - N(t, y(t))y \leq \\ &\leq -\frac{\varepsilon}{2} V(x) - N(t, y(t))y < M - \frac{\varepsilon}{2} V(x) \end{aligned} \quad (3-47)$$

Si $V(x) > \frac{2M}{\varepsilon}$ donc \dot{V} est strictement négative. On utilise les arguments standards pour montrer que si la condition initiale $x(0)$ est hors du domaine $\Omega_{2M/\varepsilon+\eta}$ donc l'état x dans le domaine $\Omega_{2M/\varepsilon+\eta}$ en un temps fini.

Suppose que $x(t)$ reste hors du domaine $\Omega_{2M/\varepsilon+\eta}$ pour tout le temps (t) , donc

$V(x(t)) \geq \frac{2M}{\varepsilon} + \eta$ pour tout (t) , $V(x(t))$ est une fonction monotone croissante bornée en

dessous par $\frac{2M}{\varepsilon} + \eta$. Ainsi $V(x(t))$ converge vers : $\underline{V} \geq \frac{2M}{\varepsilon} + \eta > 0$

$$V(x(t)) = V(x(0)) + \int_0^t \dot{V}(\tau) d\tau \leq V(x(0)) + Mt - \frac{\varepsilon}{2} \underline{V} t \leq V(x(0)) - \frac{\varepsilon n}{2} t \rightarrow -\infty \quad (3-48)$$

Ainsi, on a une contradiction. On peut conclure que pour tout $\eta > 0$ il existe un temps t_η tel que $x(t_\eta) \in \Omega_{2M/\varepsilon+\eta}$, peut être présenté par l'exploitation des continuités de $V(x(t))$ telle que la solution $x(t)$ ne peut pas sortir de la région $\Omega_{2M/\varepsilon+\eta}$ une fois qu'elle y est entrée.

Comme une conséquence directe du lemme précédent on a eu le théorème suivant qu'il peut être interprété comme une forme légère de critère de cercle.

On introduit la notation $[G(s) \cup \alpha]$ qui indique la fonction de transfert de système défini par $G(s)$ avec le statique linéaire de gain de retour d'état négatif α .

$$[G(s) \cup \alpha] := \frac{G(s)}{1+\alpha G(s)} \quad (3-49)$$

Théorème 2 : (Critère du cercle avec moins de contraintes).

Si un système de Lur'e est composé d'un bloc linéaire mono-entrée et mono-sortie de fonction de transfert $G(s)$ et un bloc non linéaire $N(t, y(t))$; où α, β sont deux scalaires réels.

On suppose que :

$$[G(s) \cup \alpha] + \frac{1}{\beta - \alpha} \text{ est réel positif} \quad (3-50)$$

Et il existe $M > 0$ tel que :

$$-M < \frac{1}{\beta - \alpha} (N(t, y(t)) - \alpha y(t)) (\beta y(t) - N(t, y(t))) \quad (3-51)$$

Alors (A, B, C, D) est une réalisation minimale de $G(s)$ avec l'état x et (P, L, J) est une solution de l'association de problème KYP à la matrice suivante:

$$(\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}) = \left((A - \alpha BC), B, \frac{C}{1 + \alpha D}, \frac{D}{1 + \alpha D} + \frac{1}{\beta - \alpha} \right)$$

Donc, pour tout $\eta > 0, \varepsilon > 0$ l'état $x(t)$ de système recherche une région $\Omega_{2M/\varepsilon+\eta} := \{s \mid x^T P x \leq 2M/\varepsilon + \eta\}$ dans un temps fini. La figure 3.5 donne une représentation schématique.

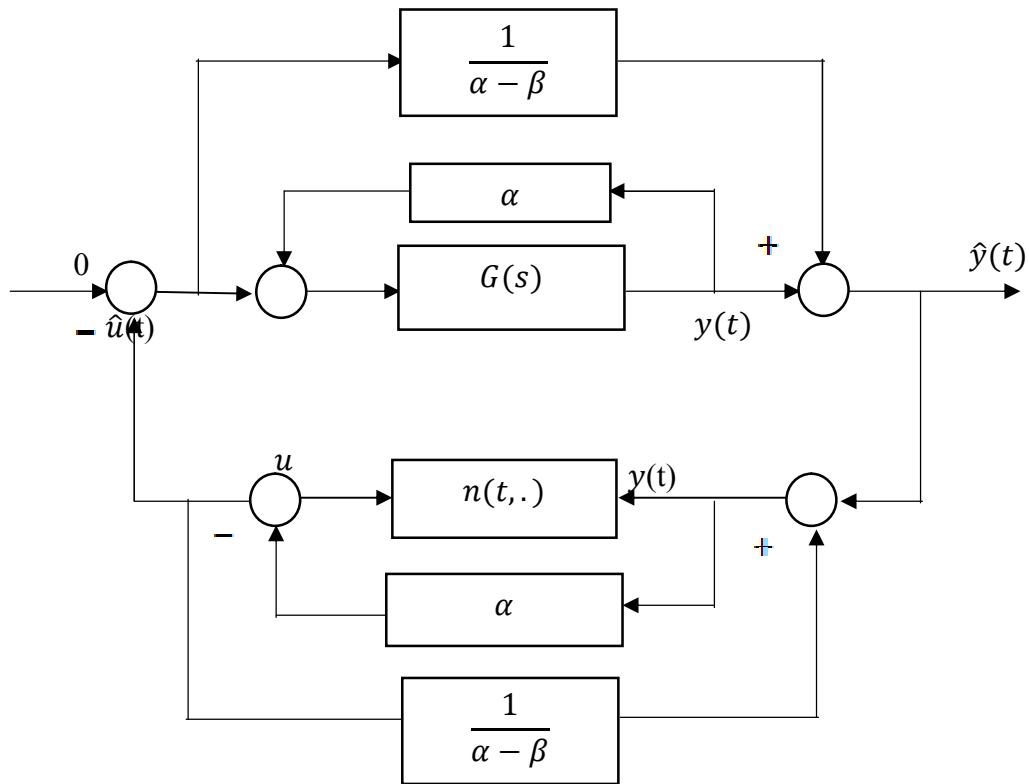


Figure 3.5 : Déplacement de pôle et zéro

➤ **Démonstration :** On applique séquentiellement au système initial S un décalage de pôles de α et $\frac{1}{\beta - \alpha}$ pour le décalage de zéros. Le nouveau système de Lur'e \hat{S} est composé d'un

système linéaire $\hat{G} := \llbracket G(s) \cup \alpha \rrbracket + \frac{1}{\beta - \alpha}$ avec un retour d'état nonlinéaire

$$\hat{N}(t, y(t)) := [N(t, y(t)) - \alpha y(t)].$$

Il est simple de noter que $(\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D})$ est la réalisation de $\hat{G}(s)$ et que la nouvelle sortie $\hat{y}(t)$

est égale à $\frac{1}{\beta - \alpha}(\beta y(t) - N(t, y(t)))$. Maintenant on peut appliquer le lemme 1 pour conclure

qu'il existe t_η tel que l'état $x(t)$ est dans la région $\Omega_{2M/\varepsilon + \eta}$ pour tout $t > t_\eta$.

La condition (3-50) est la condition de critère du cercle.

Lemme 2 : Il existe $\epsilon > 0$ tel que $[G(s) \cup \alpha] + \frac{1}{\beta - \alpha}$ est réel positif (RP), si seulement si étant donné, dans le plan complexe, le cercle Γ dont le diamètre de segment $\left[\min \left\{ -\frac{1}{\alpha}, -\frac{1}{\beta} \right\}, \max \left\{ -\frac{1}{\alpha}, -\frac{1}{\beta} \right\} \right]$

On a alors :

- pour $\alpha < \beta$, la partie intérieure de Γ se trouve dans la région de stabilité de diagramme de Nyquist de $G(j\omega)$.
- pour $\beta < \alpha$, la partie extérieure de Γ se trouve dans la région de stabilité de diagramme de Nyquist de $G(j\omega)$.

L'inégalité (3-51) est une condition avec moins de contraintes que la condition du secteur habituelle. Cependant, il est important de remarquer que l'interprétation graphique reste possible. Pour le point fixe M , la condition (3-51) est satisfaite pour toutes les fonctions posées dans « le secteur hyperbolique » qui contient le secteur linéaire $[\alpha, \beta]$ (voir Figure 3.6).

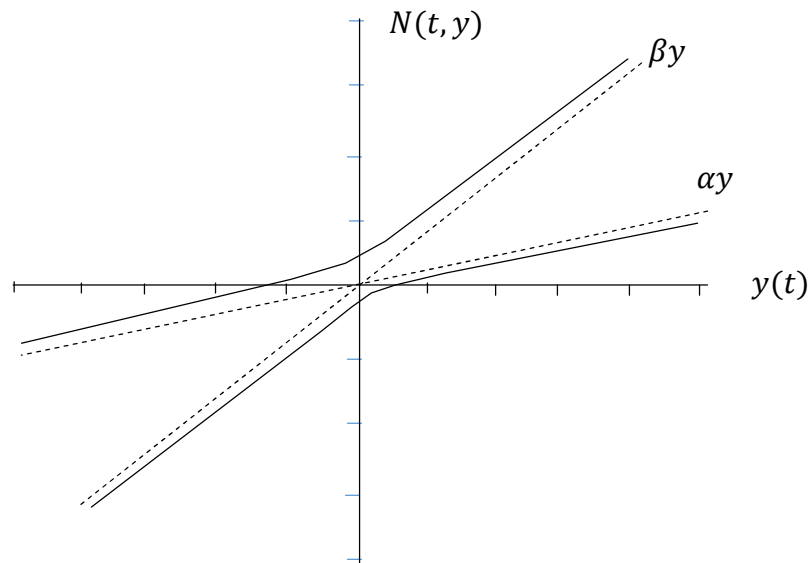


Figure 3.6 : Le secteur hyperbolique

Il est clair de noter que dans (3-51) si $M = 0$, donc la condition réduite à la condition habituelle du secteur et le théorème devient équivalent au critère du cercle.

Il est intéressant de trouver les bornes de signal $|y(t)|$ où $x(t)$ est assuré de rester dans la région $\Omega_{2M / \epsilon + \eta}$. Ceci peut être accompli par le lemme 3 suivant :

Lemme 3 : Considérant P une matrice définie positive qui peut être supposée symétrique sans perte de généralité. Le problème d'optimisation suivant:

$$\begin{aligned} & \max |y(t)| \\ & \begin{cases} y(t) = Cx(t) \\ \frac{1}{2} x^T P x \leq \gamma \end{cases} \end{aligned} \quad (3-52)$$

$$A \text{ pour solution } Y := \sqrt{2\gamma C P^{-1} C^T} \Rightarrow \max |y(t)| = Y \quad (3-53)$$

Corollaire 1 : Sous les hypothèses de théorème 2 et si $G(s)$ est strictement propre le système de sortie est borné par :

$$Y := 2\sqrt{\frac{M}{\varepsilon} C P^{-1} C^T} \quad (3-54)$$

$$\forall \eta > 0 \quad \exists t_\eta : t > t_\eta \Rightarrow |y(t)| < Y + \eta$$

En résumé, le Théorème 2 donne une condition analytique suffisante pour prouver les bornes globales de tous les orbites du système de Lur'e après un temps suffisant. La région bornée peut être facilement évaluée. La résolution du problème KYP conduit à borner la sortie du système si sa fonction $G(s)$ est strictement propre.

Pour une non linéarité donnée fixe, la borne obtenue Y sur $|y(t)|$ dépend du choix des paramètres α , β et M . Puisque le choix n'est pas unique, dans l'objectif d'obtenir une meilleure borne par le théorème 2, on peut considérer le problème d'optimisation suivant:

$$\min Y := \sqrt{\frac{2M}{\varepsilon} C P^{-1} C^T} \quad (3-55)$$

Sous les conditions ou contraintes suivantes

$$\begin{cases} \frac{1}{\beta - \alpha} (N(t, y) - \alpha y)(\beta y - N(t, y)) > -M \\ P\hat{A}(\alpha, \beta) + \hat{A}(\alpha, \beta)P = -L^T L - \frac{\varepsilon}{2} P \\ P\hat{B}(\alpha, \beta) = \hat{C}(\alpha, \beta)^T - L^T J \\ J = \sqrt{2D} \end{cases} \quad (3-56)$$

Malheureusement, le problème (3-56) est difficile à aborder, parce qu'il concerne la fonction non linéaire $N(t, \cdot)$. L'approche possible est de trouver la partie supérieure de la borne au problème ci-dessus. La détermination de la borne en $y(t)$, peut être utilisé pour réduire la conservativité de critère du cercle. Dans tous les cas, la possibilité d'obtenir une borne pour $\max |y(t)|$ (même si sous-optimale ou non-optimale) il faut suggérer une idée pour élargir l'ensemble des non linéarités qui permettent de réaliser la stabilité absolue, dans ce cas, l'application de critère de cercle canonique est possible.

Théorème 3 : Pour un système S de Lur'e construit de SISO bloc linéaire, il possède une fonction de transfert strictement propre $G(s)$ et un bloc non linéaire $N(t, y(t))$. $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$ sont quatre scalaires tels que :

$$(a) [G(s) \cup \alpha] + \frac{1}{\beta_i - \alpha_i} \text{ est } \epsilon_i\text{-réel positif pour } i=1,2$$

$$(b) \text{ il existe } M_1 > 0 \text{ tel que } M_1 < \frac{1}{\beta_1 - \alpha_1} (N(t, y(t)) - \alpha_1 y)(\beta_1 y - N(t, y(t)))$$

$$(c) \text{ il existe } \eta_1 > 0 \text{ tel que}$$

$$|y| < 2\sqrt{\frac{M_1}{\epsilon_1} CP^{-1}C^T} + \eta_1 \Rightarrow 0 < \frac{1}{\beta_2 - \alpha_2} (N(t, y(t)) - \alpha_2 y)(\beta_2 y - N(t, y(t))) \quad (3-57)$$

Donc on peut conclure que la stabilité du système est asymptotique globale

➤ **Démonstration :** En utilisant (a) et (b) du Théorème 3, alors il existe un temps t_1 après lequel la sortie de système $y(t)$ est telle que $\max |y(t)|$ sera borné par $Y_1 + \eta_1$ avec

$$Y_1 := \sqrt{\frac{2M_1}{\epsilon_1} CP^{-1}C^T}$$

Pour tout $t > t_1$ la dynamique du système "explore" la non linéarité $N(t, \cdot)$ seulement dans le secteur linéaire $[\alpha_2, \beta_2]$.

En utilisant (c), alors le système suit la forme standard de critère du cercle de tel sorte que le système est absolument stable. Le Théorème 3 peut être immédiatement étendu à couvrir un cas plus général.

Théorème 4 : S est un système de Lur'e composé d'un bloc linéaire avec la fonction de transfert strictement propre $G(s)$ et un bloc non linéaire $N(t, y(t))$. Vérifiant les relations suivantes.

- $[G(s) \cup \alpha] + \frac{1}{\beta_i - \alpha_i}$ pour ε_i - réel positif pour $i = 1, k$
 - $M_1 > 0 - M_1 < \frac{1}{\beta_1 - \alpha_1} (N(t, y(t)) - \alpha_1 y(t)) (\beta_1 y(t) - N(t, y(t)))$
 - $\eta_i > 0$ tel que : $|y| < 2 \sqrt{\frac{M_i}{\varepsilon_i} C P_i^{-1} C^T} + \eta_i$
- $$\Rightarrow -M_{i+1} < \frac{1}{\beta_{i+1} - \alpha_{i+1}} (N(t, y(t)) - \alpha_{i+1} y(t)) (\beta_{i+1} y(t) - N(t, y(t)))$$
- $\eta_{k-1} > 0$ tel que : $|y| < 2 \sqrt{\frac{M_{k-1}}{\varepsilon_{k-1}} C P_{k-1}^{-1} C^T} + \eta_{k-1}$
- $$0 \leq \frac{1}{\beta_k - \alpha_k} (N(t, y(t)) - \alpha_k y(t)) (\beta_k y(t) - N(t, y(t)))$$

Alors on peut conclure que le système non linéaire est globalement asymptotiquement stable.

Pour la démonstration une extension du théorème 4 est utilisée. On a présenté la forme étendue pour le critère du cercle dans l'ordre pour prouver les bornes globales de trajectoires de système de Lur'e. Le résultat généralise le critère du cercle classique.

Considérons les secteurs hyperboliques à la place des autres secteurs linéaires. Cet outil peut être employé pour étendre la classe des non linéarités que le critère du cercle peut déduire de la stabilité absolue.

3.5.3. Propriétés du secteur de base

La fonction non linéaire $N(t, z)$ tel que $N(t, z) : [0 + \infty[\times R^p \rightarrow R^p$ est placée dans le secteur $[0 + \infty[$ si $zN(t, z) \geq 0$.

Cette relation est connue comme étant la propriété du secteur de la fonction non linéaire. Elle est équivalente à la relation suivante :

$$(v_1 - v_2)[N(t, v_1) - N(t, v_2)] \geq 0 \quad \forall v_1, v_2 \in R^+ \quad (3-58)$$

Ici $v_1 - v_2 = z$ et $[N(t, v_1) - N(t, v_2)] = N(t, z)$ où v_1 et v_2 sont deux nombres réels positives. La relation (3-58) affirme que la fonction non linéaire $N(t, z)$ est une fonction non décroissante. D'autre part si $N(t, z)$ est une fonction différentiable continue, cette relation est aussi équivalente de suivante [12],[29],[45]:

$$\frac{dN(t, z)}{dz} \geq 0, \quad \forall z \in R. \quad (3-59)$$

Si la fonction $N(t, z)$ ne vérifie pas la condition de positivité (3-59) on peut introduire une nouvelle fonction tel que $G(t, z)$ telle que:

$$G(t, z) = N(t, z) + \rho z, \quad \rho > \left\| \frac{d}{dz} N(t, z) \right\|, \quad \forall z \in R \quad (3-60)$$

On alors vérifier que :

$$\frac{d}{dz} G(t, z) = \frac{d}{dz} N(t, z) + \rho \geq 0 \quad \forall z \in R \quad (3-61)$$

Dans le cas multivariable la propriété de secteur peut être écrite comme : $z^T N(t, z) \geq 0$.

Ici z et $N(t, z)$ sont des vecteurs à dimension appropriée.

3.5.4. Synthèse de l'observateur non linéaire selon le critère du cercle

Comme on a dit précédemment, l'observateur non linéaire basé sur le critère du cercle est plus performant pour une classe de systèmes non linéaires qui peuvent être décomposés en une partie linéaire et une autre partie non linéaire. Pour cela soit un système modélisé par l'équation d'état non linéaire et l'équation d'observation suivantes [29], [46], [48], [49], [50], [51]:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + \phi[u(t), y(t)] + GN[H..x(t)] \quad (3-62)$$

$$y(t) = Cx(t). \quad (3-63)$$

Où : A, C et G sont des matrices constantes connues à dimension appropriée, le couple (A, C) est supposé être observable, le terme $\phi[y(t), u(t)]$ est une fonction arbitraire dépendant éventuellement de l'entrée $u(t)$ et de la sortie $y(t)$ du système. La partie non linéaire du système est modélisée par le terme $N[H..x(t)]$ qui est une fonction vérifiant la propriété du secteur.

Dans ce qui suit, on rappelle le théorème principal et les conditions qui sont utilisés dans ce travail pour étudier la faisabilité d'un observateur non linéaire pour la commande sans capteur d'un moteur asynchrone avec le respect de la propriété du secteur.

Théorème 5 [29],[45],[52],[53],[54],[55],[56]: Considérons le système non linéaire dans la forme (3-62) et (3-63) vérifiant les relations (3-58), (3-59), (3-60) et (3-61). S'il existe une matrice symétrique définie positive $P \in R^{n \times n}$, une matrice constante $Q \in \mathfrak{R}^{n \times p}$ et un vecteur ligne $K \in \mathfrak{R}^p$ tel que les inégalités matricielles linéaires (LMI) suivantes soient satisfaites :

$$(A - LC)^T P + P(A - LC) + Q \leq 0, \quad (3-64)$$

$$PG + (H - KC)^T = 0. \quad (3-65)$$

Avec $Q = \varepsilon I_n$ et $\varepsilon > 0$ une constante. I_n est la matrice unitaire à n^{eme} ordre et ε est un petit nombre réel positif. Alors un observateur non linéaire peut être synthétisé comme suit :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + \phi[u(t), y(t)] + L[y(t) - \hat{y}(t)] + G N[H\hat{x}(t) + K(y(t) - \hat{y}(t))] \quad (3-66)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t). \quad (3-67)$$

Et $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{x}(t) - x(t) = 0$, où $\hat{x}(t)$ est l'état estimé du vecteur d'état $x(t)$ du système non linéaire (3-62), (3-63).

Cette approche introduit des contraintes du type inégalités matricielles linéaires (LMI) à résoudre et qui sont nécessaires pour calculer les matrices P , L , et K .

On peut voir que la structure d'observateur non linéaire est composée d'une partie linéaire qui est similaire à l'observateur de Luenberger et une partie non linéaire qui est un terme additionnel représentant les non linéarités dépendant du temps.

Dans ce qui suit, on donne une démonstration sur la convergence et la stabilité de l'observateur non linéaire basé sur le critère du cercle.

➤ **Démonstration :**

L'erreur d'estimation d'état est donnée comme $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ où $\hat{x}(t)$

La dynamique de l'erreur d'estimation d'état est alors [13]:

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) + G[N(H.x(t)) - N(H.\hat{x}(t) + K(y(t) - \hat{y}(t)))] \quad (3-68)$$

Soient $v_1 = H.x(t)$ et $v_2 = H.\hat{x}(t) + K(y(t) - \hat{y}(t))$.

D'autre part on a : $z = v_1 - v_2 = (H - KC)e(t)$ et $[N(v_1) - N(v_2)] = N(t, z)$

La dynamique de l'erreur, relation (3-68), peut récrire:

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) + G.N(t, z) \quad (3-69)$$

$$z = (H - KC)e(t) \quad (3-70)$$

On note que la dynamique d'erreur dans les relations (3-69) et (3-70) une fois encore peut être considérée comme un système contrôlable par une fonction non linéaire à temps variable $N(t, z)$ satisfaisant la propriété du secteur. Ce qui prouve donc que, la dynamique de l'erreur d'observation est l'interconnexion d'un système linéaire et une non linéarité de type secteur dépendant du temps.

La fonction candidate de Lyapunov $V = e^T P e$ est considéré. La dérivée de la fonction de Lyapunov s'écrit alors [13],[52],[57] :

$$\dot{V} = e^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)]e + N^T(z, t)G^T P e + e^T P G N(z, t) \quad (3-71)$$

Cette dérivée est négative si les conditions suivantes sont satisfaites :

$$(A - LC)^T P + P(A - LC) \leq -Q \quad (3-72)$$

$$\text{Et } P G = -(H - KC)^T \quad (3-73)$$

Dans ces conditions la dérivé de la fonction de Lyapunov peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\dot{V} \leq -e^T Q e - 2.z^T .N(z, t) \quad (3-74)$$

La synthèse de l'observateur non linéaire basé sur critère du cercle présente l'avantage de l'élimination des restrictions de Lipschitz sur les non linéarités du système et évite les

inconvenients de l'approche des grands gains. Cependant, cette approche introduit des contraintes du type inégalités matricielles linéaires (LMI) à résoudre.

Les systèmes non linéaires à état borné constituent une large classe de systèmes qui incluse les systèmes faisant intervenir les machines électriques. Le modèle de la machine asynchrone considérée implique les flux magnétiques comme étant des variables d'état bornées qui sont combinés avec d'autres variables d'état de la machine, tel que la vitesse angulaire rotorique/pulsation rotorique.

3.5.5. Application à la machine asynchrone

Le modèle de la machine asynchrone cité dans le chapitre 1 doit être mis sous la forme partie linéaire partie non linéaire, pour qu'on puisse appliquer le critère du cercle, suivante [13] :

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_{s\alpha} \\ \frac{d}{dt} i_{s\beta} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{r\alpha} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{r\beta} \\ \omega_r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\gamma & 0 & \frac{\beta}{T_r} & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma & 0 & \frac{\beta}{T_r} & 0 \\ \frac{m}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \\ \omega_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ T_l \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} \beta \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} (\omega_r \varphi_{r\beta}) + \begin{bmatrix} 0 \\ -\beta \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} (\omega_r \varphi_{r\alpha}) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \alpha \end{bmatrix} (\varphi_{r\alpha} i_{s\beta}) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\alpha \end{bmatrix} (\varphi_{r\beta} i_{s\alpha})
 \end{aligned} \tag{3-75}$$

$$\text{Où : } \Omega_r = \frac{\omega_r}{n_p}$$

Le modèle de moteur asynchrone considéré est composé de trois entrées et cinq variables d'état et deux variables d'état mesurables (courants statorique directe et en quadrature) qui constituent les sorties du système.

La non linéarité du modèle est introduite principalement par le produit de la pulsation rotorique et les composantes du flux ainsi que par l'expression du couple électromagnétique.

Un modèle beaucoup plus complet prend aussi en considération la variation des résistances du stator et du rotor ainsi que couple de charge.

Dans ce chapitre, on considère seulement les non linéarités introduite par la variation de la pulsation rotorique, ce type de modèle non linéaire est généralement utilisé pour étudier les performances de la commande non linéaire, les conditions de surveillance et de diagnostic des défauts des systèmes de la machine électrique. Ces techniques demandent donc l'estimation des flux rotoriques non mesurables et la vitesse angulaire rotorique, en se basant sur les mesures des tensions et courants statoriques. Dans ce contexte, l'application de l'approche de critère du cercle est capable de construire un observateur non linéaire pour la commande sans capteur de moteur asynchrone vérifiant les conditions de secteur. Les non linéarités de modèle de la machine sont en fonction des variables d'états flux qui sont des variables d'état bornés. Les non linéarités de modèle sont sous la forme $\omega_r \varphi_{r\alpha}$ peuvent s'écrire sous l'expression suivante [13] :

$$\omega_r \varphi_{r\alpha} = (\omega_r \varphi_{r\alpha} + \rho \omega_r) - \rho \omega_r \quad (3-76)$$

On peut donc vérifier que :

$$\frac{\partial}{\partial \omega_r} (\omega_r \varphi_{r\alpha} + \rho \omega_r) = \varphi_{r\alpha} + \rho \geq 0 \quad (3-77)$$

avec $\|\varphi_{r\alpha}\| \leq 2$, donc on peut choisir $\rho = 2$.

Alors le modèle de la machine asynchrone est un système non linéaire composé d'une partie linéaire et une non linéarité satisfaisant la propriété de secteur.

3.6. Observateur de Luenberger non linéaire à temps discret

La synthèse des observateurs à temps-discret a été un sujet important dans ces dernières années. L'étude des observateurs est importante au moins pour deux raisons. La première est que plusieurs systèmes continus possèdent des approches de commande qui sont implémentés digitalement. Dans la plus part des cas pratiques, il est impossible de mesurer toutes les variables d'état du système en temps réel, dans ces conditions les systèmes de commande nécessitent la reconstruction (ou l'estimation) des variables non mesurables [58],[59].

La deuxième raison est qu'il y a des systèmes de nature à temps-discret, dont le modèle n'est pas obtenu par une discrétisation d'un système à temps continu. C'est pour cela, les observateurs à temps discret pour les systèmes continus présentent un défi particulier. La principale raison est que le discrétisation exacte d'un modèle non linéaire continu est d'habitude n'est pas facile à obtenir. D'autre part, les modèles approximatifs à temps discret sont affectés par l'erreur approximative conséquente [11].

Dans ce chapitre, on cite un observateur non linéaire à temps discret pour la classe des systèmes non linéaire de Lipschitz. Cet observateur est appelé l'observateur de Luenberger non linéaire basé sur l'approche de LMI, cette méthode d'observation s'appuie sur des résultats récents de Arcak and Nešić [60]. Pour cela on considère le système discret suivant:

$$x_{k+1} = A_d x_k + F(x_k, u_k) \quad (3-78)$$

$$y_k = C_d x_k \quad (3-79)$$

Où $x \in R^n$, $u \in R^m$, $y \in R^p$ et $F(x_k, u_k)$ est une fonction non linéaire, éventuellement fonction de l'entrée et de l'état. Ce système, peut être aussi un système de nature à temps discret ou obtenu par une discrétisation exacte d'un système continu. On suppose que la fonction $F(x_k, u_k)$ est une fonction localement de Lipschitz par rapport à son argument x_k soit dans la région D , et uniformément par rapport à la commande u , ce qui veut dire :

$$\forall x_k, \hat{x}_k \in D : \|F(x_k, u^*) - F(\hat{x}_k, u^*)\| \leq \gamma_d \|x_k - \hat{x}_k\| \quad (3-80)$$

Où $\|\cdot\|$ est la norme Euclidienne (d'ordre 2), u^* est une séquence de commande admissible, $\gamma_d > 0$ est appelée la constante du Lipschitz. Si la fonction non linéaire F satisfait la condition de continuité globale de Lipschitz dans R^n , alors tous les résultats seront valables.

L'observateur proposé prend la forme suivante :

$$\hat{x}_{k+1} = A_d \hat{x}_k + F(\hat{x}_k, u_k) + L(y_k - C_d \hat{x}_k) \quad (3-81)$$

L'erreur d'observateur est définie comme suite: $e_k = x_k - \hat{x}_k$, la dynamique de l'erreur s'écrit :

$$e_{k+1} = (A_d - LC_d)e_k + F(x_k, u_k) - F(\hat{x}_k, u_k) \quad (3-82)$$

Notre objectif dans cette partie s'explique en deux points. Le premier est de trouver le gain d'observateur L tel que l'erreur dynamique d'observateur soit asymptotiquement stable. Le

second point est de maximiser γ_d , la constant de Lipschitz admissible de système non linéaire. Le théorème suivant aborde le premier but.

Théorème 6 : On considère le système (3-78), (3-79) en supposant donnée la constante de Lipschitz γ_d . La dynamique de l'erreur d'observateur (3-82) est globalement asymptotiquement stable s'il existe un scalaire $\varepsilon > 0$, une matrice fixe $Q > 0$ et les matrices $P > 0$ et G telles que l'ensemble des LMIs suivantes soient satisfaites:

$$\begin{bmatrix} P - Q - \varepsilon I & A_d^T P - C_d^T G^T \\ P A_d - G C_d & P \end{bmatrix} > 0 \quad (3-83)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 I & P \\ P & \Psi_1 I \end{bmatrix} > 0 \quad (3-84)$$

Avec :

$$\Psi_1 = \frac{-\lambda_{\max}(Q) + \sqrt{\lambda_{\max}^2(Q) + \frac{1}{\gamma_d^2} \lambda_{\max}^2(Q)}}{\gamma_d + 2} \quad (3-85)$$

Une fois le problème est résolu alors : $L = P^{-1}G$

➤ **Démonstration :** On considère la fonction de Lyapunov candidate définie par :

$V_k = e_k^T P e_k$, alors la dérivée de la fonction de Lyapunov est :

$$\begin{aligned} \Delta V = V_{k+1} - V_k = & e_k^T (A_d - LC_d)^T P (A_d - LC_d) e_k + 2e_k^T (A_d - LC_d)^T P (F_k - \hat{F}_k) \\ & + (F_k - \hat{F}_k)^T P (F_k - \hat{F}_k) - e_k^T P e_k \end{aligned} \quad (3-86)$$

Avec $F_k = F(x_k, u_k)$ et $\hat{F}_k = \hat{F}(\hat{x}_k, u_k)$.

On Suppose qu'il existe $P, Q > 0$ tel que l'équation de Lyapunov à temps discret suivante ait une solution :

$$(A_d - LC_d)^T P (A_d - LC_d) - P = -Q \quad (3-87)$$

Alors (3-86) devient :

$$\Delta V = -e_k^T Q e_k + 2e_k^T (A_d - LC_d)^T P (F_k - \hat{F}_k) + (F_k - \hat{F}_k)^T P (F_k - \hat{F}_k) \quad (3-88)$$

En utilisant les inégalités de Rayleigh et Schwarz, on aura :

$$\|e_k^T Q e_k\| \geq \lambda_{\min}(Q) \|e_k\|^2, \quad (3-89)$$

$$\begin{aligned}
\|2e_k^T (A_d - LC_d)^T P(F_k - \hat{F}_k)\| &\leq \|2e_k^T P(F_k - \hat{F}_k)\| \cdot \|A_d - LC_d\| \\
&\leq 2\gamma_d^2 \lambda_{\max}(P) \|e_k\|^2 \|A_d - LC_d\| \\
&= 2\gamma_d \lambda_{\max}(P) \|e_k\|^2 \bar{\sigma}(A_d - LC_d)
\end{aligned} \tag{3-90}$$

$$\|(F_k - \hat{F}_k)P(F_k - \hat{F}_k)\| \leq \lambda_{\max}(P) \|(F_k - \hat{F}_k)\| \leq \gamma_d^2 \lambda_{\max}(P) \|e_k\|^2 \tag{3-91}$$

Donc pour $\Delta V < 0$ il suffit d'avoir :

$$-\lambda_{\min}(Q) + \lambda_{\max}(P) [2\gamma_d \bar{\sigma}(A_d - LC_d) + \gamma_d^2] < 0 \tag{3-92}$$

Les conditions (3-87), (3-92) sont des conditions suffisantes pour la stabilité asymptotique pour la dynamique de l'observateur. On essaye maintenant de convertir ces inégalités non linéaires en inégalités linéaires (LMIs). Pour cela, il existe une solution pour (3-79) s'il existe un scalaire $\varepsilon > 0$ tel que :

$$\begin{aligned}
(A_d - LC_d)^T P(A_d - LC_d) - P &< -Q - \varepsilon I \\
\Rightarrow (P - Q - \varepsilon I) - (A_d - LC_d)^T P P^{-1} P (A_d - LC_d) &> 0
\end{aligned} \tag{3-93}$$

En utilisant le lemme complément de Schur, en posant $G = PL$ et sachant que $P^T = P$, la première LMI du théorème 1 est alors obtenue. L'équation de Lyapunov dans (3-87) peut être réécrite comme suit :

$$P = (A_d - LC_d)^T P (A_d - LC_d) + Q \tag{3-94}$$

Et en tenant compte que : $|\bar{\sigma}(A) - \bar{\sigma}(B)| \leq \bar{\sigma}(A+B) \leq \bar{\sigma}(A) + \bar{\sigma}(B)$

On a alors :

$$|\bar{\sigma}[(A_d - LC_d)^T P (A_d - LC_d)] - \bar{\sigma}(Q)| \leq \bar{\sigma}(P)$$

Ce qui implique :

$$\Rightarrow \bar{\sigma}[(A_d - LC_d)^T P (A_d - LC_d)] \leq \bar{\sigma}(Q) + \bar{\sigma}(P) \tag{3-95}$$

En utilisant l'inégalité de Schwarz on aura :

$$\bar{\sigma}[(A_d - LC_d)^T P(A_d - LC_d)] \leq \bar{\sigma}^2(A_d - LC_d) \bar{\sigma}(P) \quad (3-96)$$

On comparant les relations (3-95) et (3-96), la condition satisfaisante est alors :

$$\bar{\sigma}^2(A_d - LC_d) \bar{\sigma}(P) \leq \bar{\sigma}(P) + \bar{\sigma}(Q) \Rightarrow \bar{\sigma}(A_d - LC_d) \leq \sqrt{1 + \frac{\bar{\sigma}(Q)}{\bar{\sigma}(P)}} \quad (3-97)$$

Comme les matrices P et Q sont définies positives alors, leurs valeurs propres coïncident avec leurs valeurs singulières. Maintenant, on veut trouver une condition suffisante pour l'équation (3-92). En utilisant l'inégalité (3-97) on peut écrire :

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}(A_d - LC_d) \lambda_{\max}(P) &\leq \sqrt{1 + \frac{\bar{\sigma}(Q)}{\bar{\sigma}(P)}} \bar{\sigma}(P) \\ &= \sqrt{\bar{\sigma}^2(P) + \bar{\sigma}(Q) \bar{\sigma}(P)} \end{aligned} \quad (3-98)$$

Pour une matrice Q donnée, soit $g(\bar{\sigma}(P)) \triangleq \sqrt{\bar{\sigma}^2(P) + \bar{\sigma}(Q) \bar{\sigma}(P)}$. On suppose que la fonction $g(\bar{\sigma}(P))$ est strictement croissante, alors il n'y a pas de limite supérieure constante pour cette fonction, mais nous pouvons encore borner cette fonction non linéaire avec une fonction linéaire. On a donc :

$$g(\bar{\sigma}(P)) < \sqrt{\bar{\sigma}^2(P) + \bar{\sigma}(Q) \bar{\sigma}(P)} + \left[\frac{\bar{\sigma}(Q)}{2} \right]^2 = \bar{\sigma}(P) + \frac{\bar{\sigma}(Q)}{2} \quad (3-99)$$

En substituant (3-98) dans (3-92), une condition suffisante pour l'équation (3-92) est :

$$\gamma_d \lambda_{\max}(P) \left[2 \sqrt{1 + \frac{\lambda_{\max}(Q)}{\lambda_{\max}(P)}} + \gamma_d \right] < \lambda_{\min}(Q) \quad (3-100)$$

Ainsi, en élevant au carré les deux côtés de l'inégalité ci-dessus, en remplaçant à partir de (3-99) et après un arrangement, nous obtenons la condition suffisante que satisfait l'équation (3-100) :

$$(\gamma_d + 2) \lambda_{\max}^2(P) + 2 \lambda_{\min}(Q) \lambda_{\max}(P) < \frac{\lambda_{\min}^2(Q)}{\gamma_d^2(\gamma_d + 2)} \Rightarrow \lambda_{\max}(P) < \Psi_1 \quad (3-101)$$

Ou d'une façon équivalente : $\Psi_1^2 I - PP^T > 0$, ou Ψ_1 est le même que celui dans l'équation (3-85). En utilisant le complément de Schur, ceci est alors équivalent à la seconde LMI du théorème 1.

3.7. Conclusion

Dans ce chapitre trois observateurs non linéaires ont été présentés. L'observateur non linéaire basé sur le critère du cercle est le plus performant pour les systèmes non linéaires qui peuvent être décomposé en une partie linéaire et une autre partie non linéaire. L'avantage principal de cette l'approche est qu'il nous permet d'exploiter directement les non linéarité de système sans essayer de les éliminer. Cependant, il introduit des inégalités matricielles linéaires (LMI) comme conditions de convergence de l'observateur et de l'erreur d'estimation d'état. La résolution de LMI, détermine les matrices gain de l'observateur non linéaire.

Chapitre4

Simulation Numérique

4. Simulation Numérique

4.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons expérimenter en simulation les observateurs linéaires et non linéaires. Dans le premier type, nous utilisons l'observateur de Luenberger linéaire pour estimer les flux rotoriques puis l'estimateur récursif des moindres carrés pour estimer la vitesse angulaire rotorique. En ce qui concerne le deuxième type, nous avons choisis trois observateurs non linéaires à savoir, l'estimateur adaptatif, l'observateur non linéaire basé sur le critère du cercle et en fin, l'observateur de Luenberger non linéaire. Tous ces observateurs non linéaires sont utilisés pour estimer tout le vecteur d'état (courants statoriques, flux rotoriques et vitesse angulaire rotorique). Avant d'implanter les observateurs cités auparavant, nous allons tester le modèle de la machine asynchrone qui sera utilisé dans ce travail. Enfin, nous faisons une comparaison entre les différents estimateurs et observateurs non linéaires citer dans ce travail. Les simulations ont été effectuées sous Matlab.

Les caractéristiques de la machine asynchrone bipolaire de puissance 1.5 Kw considérée dans cette simulation sont présentées dans le tableau (4.1) :

Grandeur	Valeur	Unité
Fréquence	50	Hertz (Hz)
Tension	220	Volts (V)
Résistance statorique	4.85	Ohms (Ω)
Résistance rotorique	3.805	Ohms (Ω)
Inductance statorique	0.274	Henry (H)
Inductance rotorique	0.274	Henry (H)
Inductance mutuelle	0.258	Henry (H)
Coefficient de frottement	$1.14 \cdot 10^{-3}$	N.s/rd
Moment d'inertie	0.031	Kg^2/s
Pulsation rotorique	297.25	rd/s

Tableau 4.1 : Caractéristiques de la machine asynchrone en simulation

Avant de passer à la technique d'observation et d'estimation des grandeurs non mesurables de notre machine, il est nécessaire de faire une étude sur sa dynamique. La figure 4.1 présente la tension d'alimentation des trois axes a, b, c. La figure 4.2 présente les tensions de commande suivant les deux axes α , β .

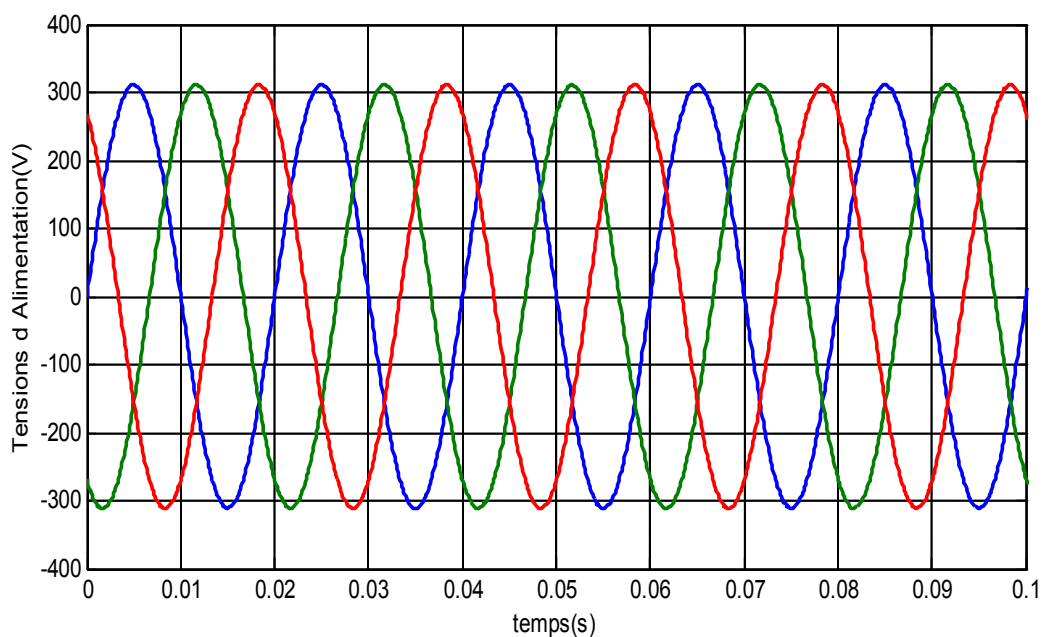
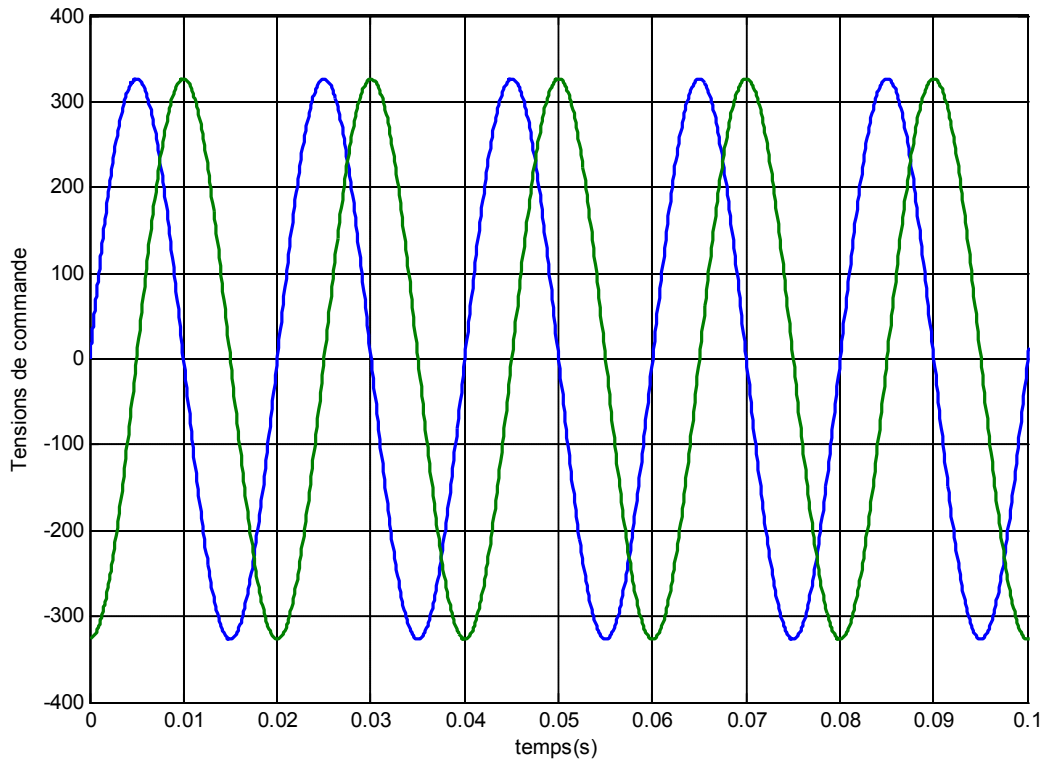


Figure 4.1 : Tensions d'alimentation

Figure 4.2 : Tensions de commande $u_{s\alpha}$, $u_{s\beta}$

4.2. Simulation des estimateurs linéaires

4.2.1. Simulation de l'observateur de Luenberger

Dans ce cas, nous allons expérimenter l'observateur de Luenberger linéaire pour estimer les flux rotoriques. Le modèle de la machine asynchrone utilisée possède les courants statoriques et les flux rotoriques comme vecteur d'état, la vitesse rotorique est considérée constante.

Le modèle d'état de notre machine dans le repère lié au stator s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_{s\alpha} \\ \frac{d}{dt} i_{s\beta} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{r\alpha} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma & 0 & \frac{\beta}{T_r} & \beta\omega_r \\ 0 & -\gamma & -\beta\omega_r & \frac{\beta}{T_r} \\ \frac{m}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} & -\omega_r \\ 0 & \frac{m}{T_r} & \omega_r & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (4-1)$$

La sortie du système est donnée par l'équation :

$$\begin{pmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{pmatrix}$$

La forme numérique correspondante est donnée par :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \Phi_{r\alpha} \\ \Phi_{r\beta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -264.72 & 0 & 420.91 & 9014.4 \\ 0 & -264.72 & -9014.4 & 420.91 \\ 3.5828 & 0 & -13.887 & -297.4 \\ 0 & 3.5828 & 297.4 & -13.887 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \Phi_{r\alpha} \\ \Phi_{r\beta} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 32.19 & 0 \\ 0 & 32.19 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{pmatrix} \quad (4-2)$$

La figure 4.3 présente les deux courants statoriques mesurables

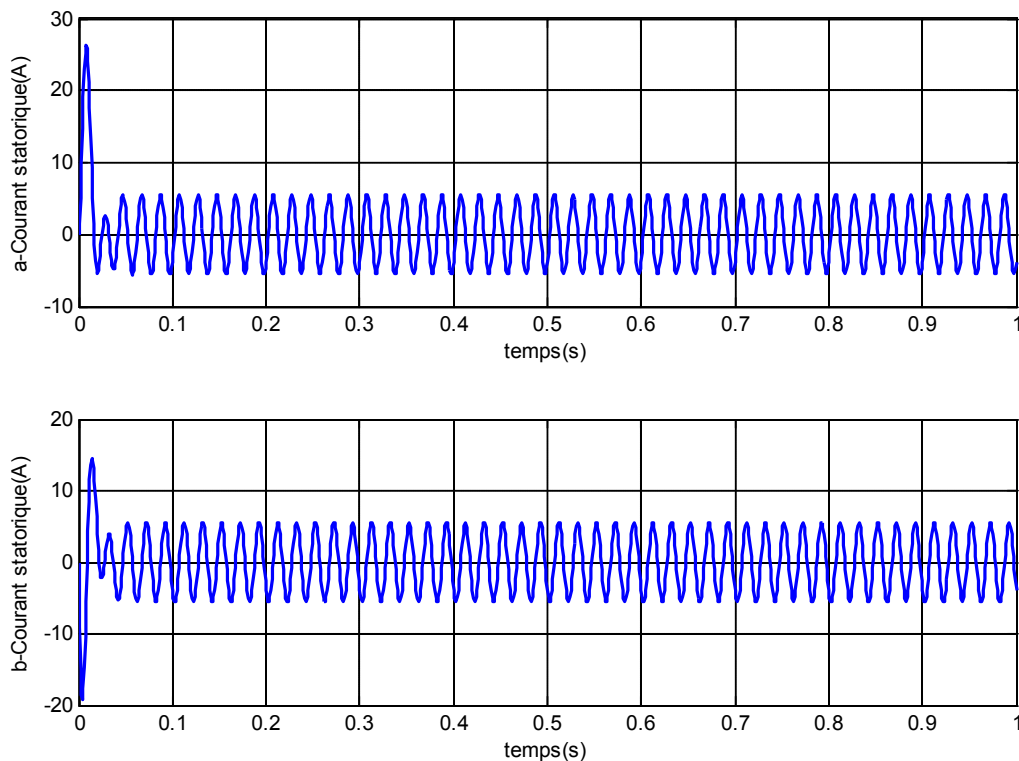


Figure 4.3 : Courants statoriques mesurables

La figure 4.4 présente la position des pôles et des zéros de la machine asynchrone dans le plan complexe. On peut voir qu'il y a quatre pôles complexes conjugués et deux zéros complexes conjugués. Les parties réelles des pôles sont négatives donc le système est stable. Les valeurs numériques des pôles et des zéros sont données par :

$$P_{\text{sys}} = 1.0\text{e}+002 *$$

$$-1.0682 + 2.2571i$$

$$-1.0682 - 2.2571i$$

$$-1.7178 + 0.7169i$$

$$-1.7178 - 0.7169i$$

$$Z_{\text{sys}} = 1.0\text{e}+002 *$$

$$-0.1389 + 2.9740i$$

$$-0.1389 - 2.9740i$$

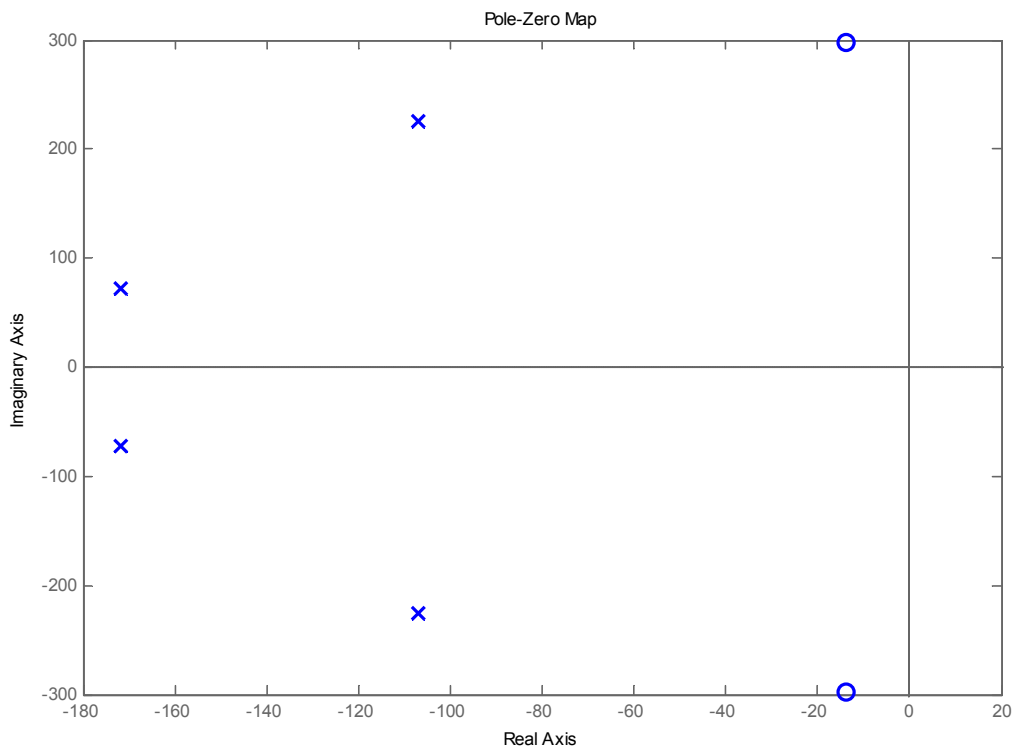


Figure 4.4 : Position des pôles et des zéros dans le plan complexe

L'observateur d'un système doit donner une réponse légèrement plus rapide que celle du système à observer comme il est indiqué sur la figure 4.5.

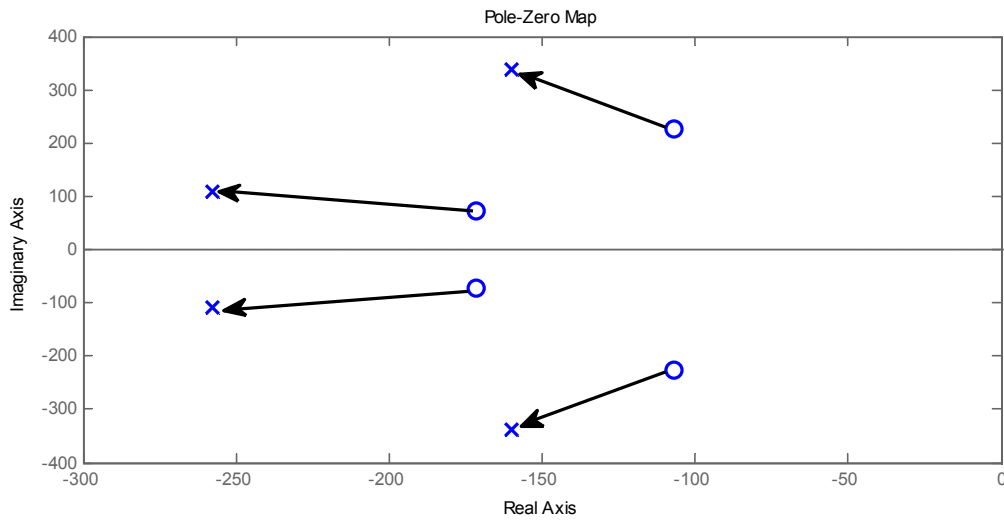


Figure 4.5: Position des pôles de l'observateur par rapport à ceux de la machine

Dans cette figure, les pôles du système sont présentés par le symbole « o » et les zéros de l'observateur par le symbole « x ». Les valeurs numériques des pôles de l'observateur sont les suivantes :

Pobs = 1.0e+002 *

$$-1.6024 + 3.3857i$$

$$-1.6024 - 3.3857i$$

$$-2.5767 + 1.0754i$$

$$-2.5767 - 1.0754i$$

.

L'observateur de Luenberger est caractérisé par un vecteur de gain L déterminé par la méthode de placement de pôles. La valeur numérique de ce gain matriciel est donnée par :

$$L = \begin{bmatrix} 42.0650 & -296.3986 \\ 286.9769 & 236.5382 \\ -5.7006 & 1.1674 \\ 6.0514 & -12.1594 \end{bmatrix}$$

L'observateur de Luenberger, tenant compte de ce placement de pôles fournit le vecteur d'état estimé nécessaire. La figure 4.6 présente le vecteur d'état (courants statoriques, flux rotoriques) estimés.

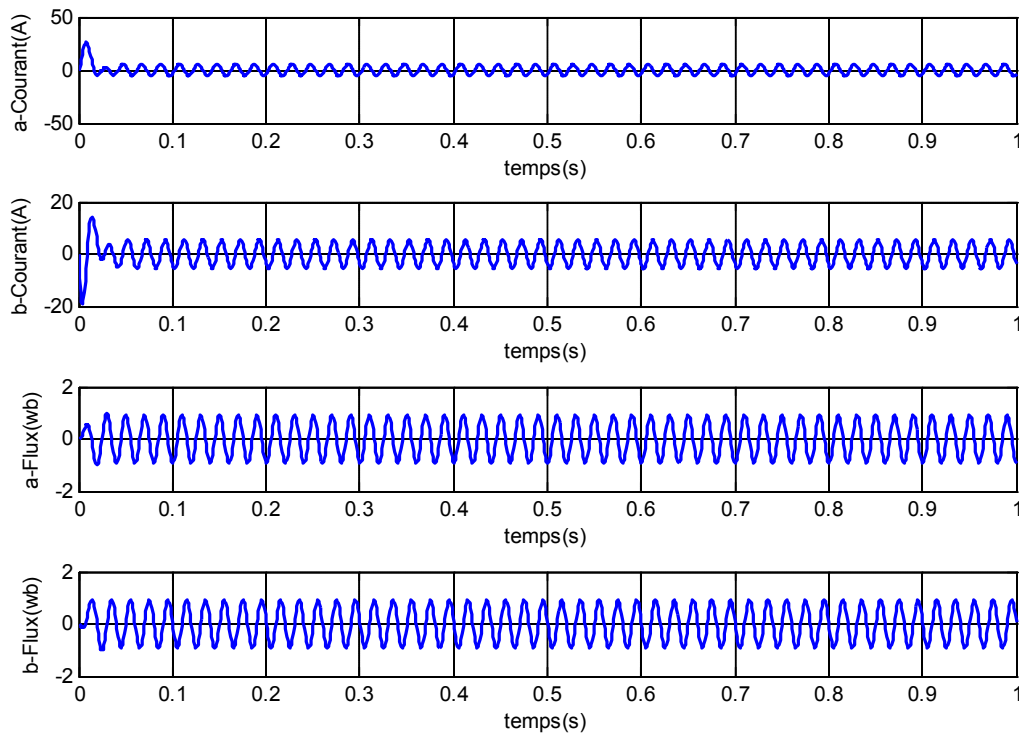


Figure 4.6 : Variables d'état estimées

Les résultats de simulation de l'observateur de Luenberger obtenus montrent que ce type d'observateur fonctionne correctement.

4.2.2. Simulation de l'estimateur récursif des moindres carrés

Pour élaborer cet estimateur, on utilise le modèle de la machine asynchrone écrit sous la forme de deux sous-systèmes, le premier sous système ayant le vecteur des courants

statoriques et le deuxième ayant le vecteur des flux rotoriques. Les courants statoriques sont mesurables et sont considérés comme le vecteur de sortie.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = \beta \begin{bmatrix} \eta & \omega_r \\ -\omega_r & \eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} - \gamma \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \frac{1}{\sigma l_s} \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (4-3)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} = \beta \begin{bmatrix} -\eta & -\omega_r \\ \omega_r & -\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} + \eta m \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (4-4)$$

La forme numérique correspondante est :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = 30.3102 \begin{bmatrix} 13.8869 & \omega_r \\ -\omega_r & 13.8869 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} - 121.4970 \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + 32.1898 \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (4-5)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} = 30.3102 \begin{bmatrix} -13.8869 & -\omega_r \\ \omega_r & -13.8869 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} + 3.5828 \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (4-6)$$

Suivant les étapes citées dans le chapitre 2, l'estimation de vitesse angulaire rotorique est faite par l'utilisation de l'algorithme des moindres carrés avec le vecteur d'oubli $\lambda = 0.98$; $p = 1e - 6 * eye(2)$.

Le résultat de simulation est présenté la figure 4.7.

Après simulation, on remarque que l'allure de vitesse estimée suit La forme de la vitesse réelle et elle se stabilise à la consigne.

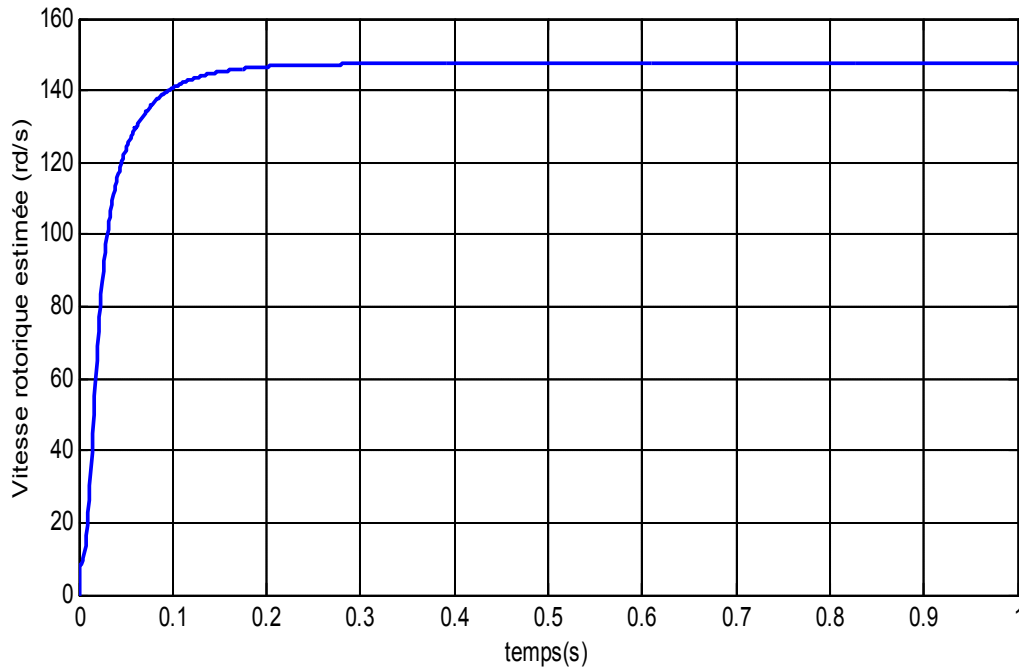


Figure 4.7 : Vitesse angulaire rotorique estimée

4.3. Simulation des observateurs non linéaires

4.3.1. Simulation de l'estimateur adaptatif

Dans cette partie, on utilise le logiciel Matlab Simulink, Le modèle précédent de la machine asynchrone est divisé en deux sous système. La simulation de cet estimateur est réalisée en suivant les étapes décrites dans le chapitre 3. On détermine les vecteurs des flux estimés selon les équations (3-7) et (3-8). La vitesse est alors estimée selon l'algorithme adaptatif présenté dans le même chapitre. L'estimation du couple est obtenue en utilisons les courants statoriques et les résultats des flux rotoriques estimés. La simulation est faite par l'utilisation des blocs S-function. Le schéma sous Simulink de l'estimateur est donné par la figure 4.8.

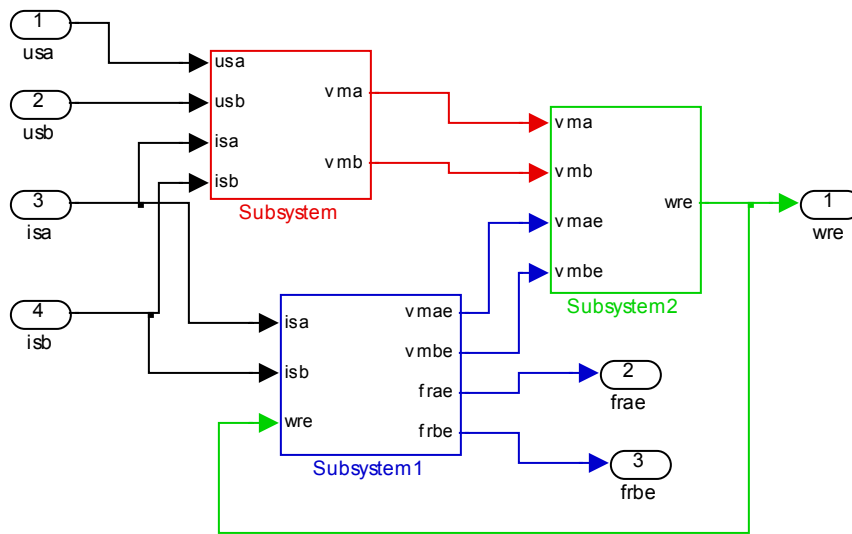


Figure 4.8 : Bloc d'estimateur adaptatif

Les résultats de simulation de cet estimateur sont présentés dans les figures 4.9 à 4.12.

A partir de cet estimateur, on peut estimer les variables d'état non mesurables tels que les flux rotoriques et la vitesse angulaire rotorique à l'aide des variables mesurables tels que la tension et les courants de sortie, mais il n'a pas besoin de connaître la valeur de couple de charge.

Après l'estimation des variables d'état non mesurables, on passe à l'estimation du couple électromagnétique.

Les figures 4.9, 4.10, 4.11 et 4.12 représentent respectivement les vecteurs d'états estimés à savoir : les flux rotoriques, la vitesse angulaire rotorique et le couple électromagnétique.

L'analyse des résultats obtenus montre que les variables d'état estimés suivent leurs références en régime établi et restent très proches de ses références dans le régime transitoire. Ceci confirme que l'observateur adaptatif non linéaire estime convenablement les variables d'état non mesurables de la machine asynchrone considérée.

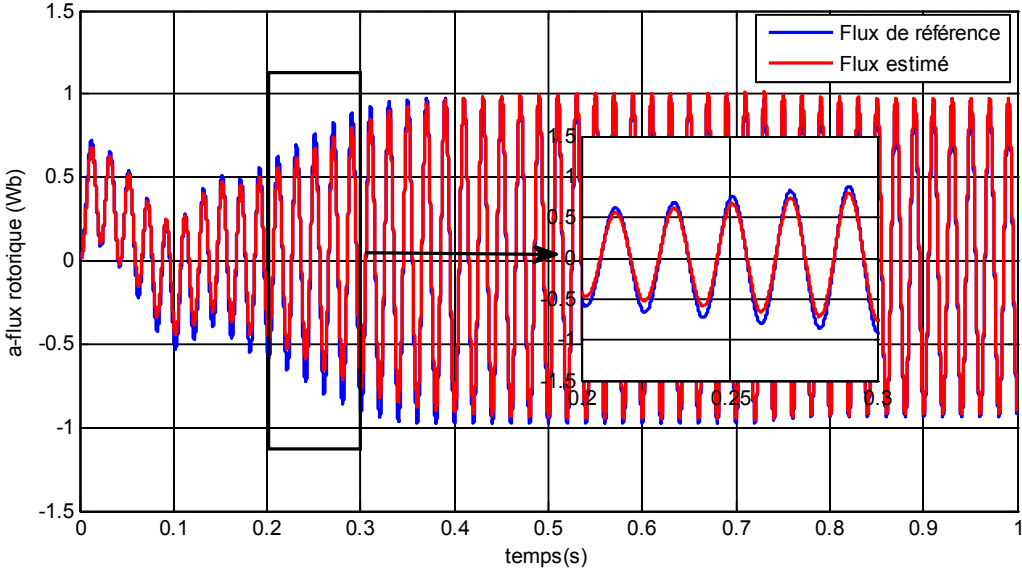


Figure 4.9 : Estimation du flux rotorique φ_{ra}

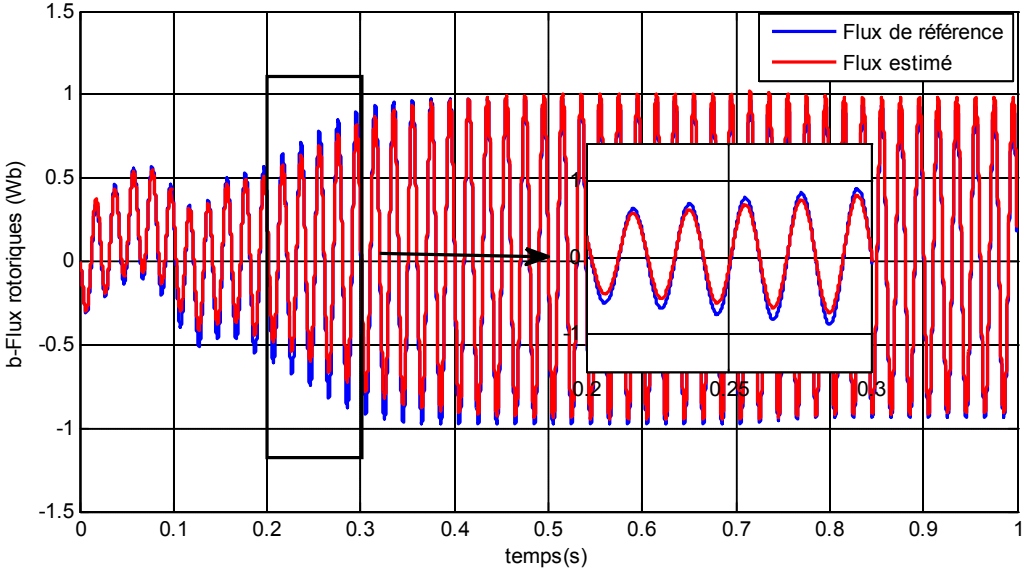


Figure 4.10 : Estimation du flux rotorique φ_{rb}

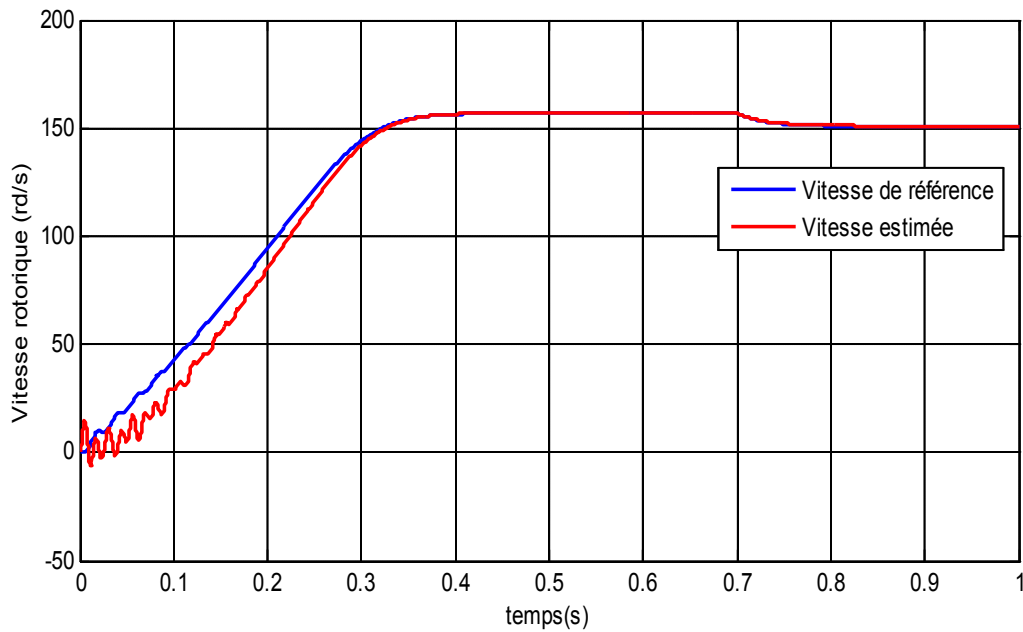


Figure 4.11: Estimation de la vitesse angulaire rotorique

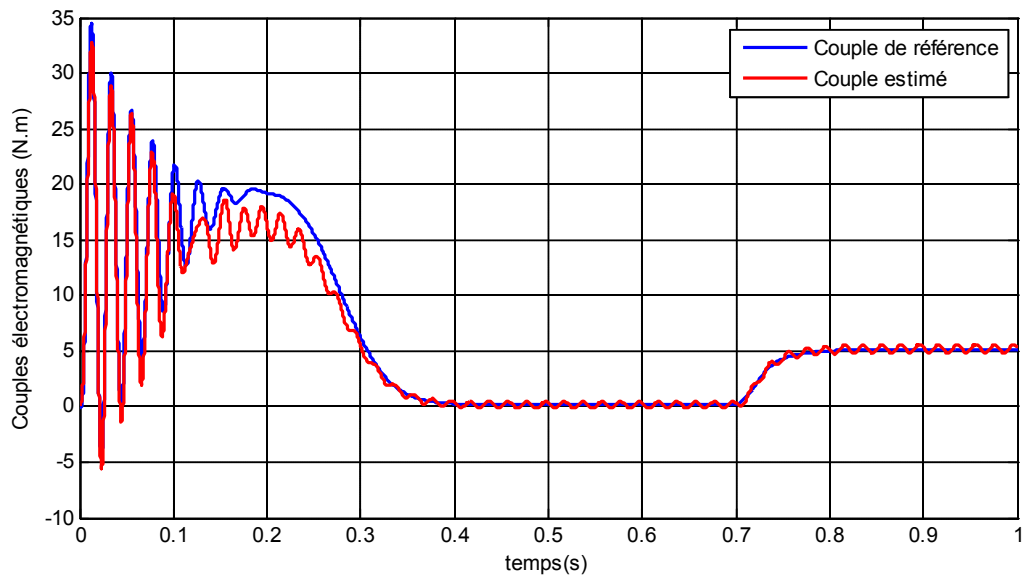


Figure 4.12 : Estimation du couple électromagnétique

4.3.2. Simulation de l'observateur non linéaire basé sur le critère du cercle

Dans cette étape, nous utilisons l'observateur non linéaire basé sur le critère de cercle. L'ordre de l'implantation de l'approche de critère du cercle est fondé sur les relations (1-30)-(3-34) de

modèle de moteur asynchrone. Ces relations sont écrites sous la forme (3-54) et (3-55) en tenant compte des propriétés (3-50) et (3-51) le terme non linéaire suivant :

$$Gf(H.x) = \sum_{i=1}^4 G_i f_i(H_i x(t)) \quad (4-7)$$

Les fonctions non linéaires sont définies comme :

$$f_1(H_1 x(t)) = \omega_r \cdot (\varphi_{r\beta} + \rho) \quad (4-8)$$

$$f_2(H_2 x(t)) = \omega_r \cdot (\varphi_{r\alpha} + \rho) \quad (4-9)$$

$$f_3(H_3 x(t)) = i_{s\beta} \cdot (\varphi_{r\alpha} + \rho) \quad (4-10)$$

$$f_4(H_4 x(t)) = i_{s\alpha} \cdot (\varphi_{r\beta} + \rho) \quad (4-11)$$

$x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]^T = [i_{s\alpha}, i_{s\beta}, \varphi_{r\alpha}, \varphi_{r\beta}, \omega_r]^T$: Le vecteur d'état de la machine asynchrone

La fonction entrée-sortie est définie comme :

$$\phi[u(t), y(t)] = Bu(t) ,$$

Où $u(t) = [u_{s\alpha}, u_{s\beta}, T_l]^T$: le vecteur de commande de la machine.

B : Matrice constante.

$y(t) = [i_{s\alpha}, i_{s\beta}]^T$: Le vecteur mesurable de sortie.

En tenant compte des valeurs numériques des différents paramètres de la machine cités dans le tableau 1, on peut obtenir facilement les matrices numériques suivantes du modèle de la machine asynchrone.

$$A = \begin{bmatrix} -264.7163 & 0 & 420.9129 & 0 & -60.6204 \\ 0 & -264.7163 & 0 & 420.9129 & 60.6204 \\ 3.5828 & 0 & -13.8869 & 0 & 2 \\ 0 & 3.5828 & 0 & -13.8869 & -2 \\ 242.994 & -242.994 & 0 & 0 & -0.0366 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 32.1898 & 0 & 0 \\ 0 & 32.1898 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -64.5161 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} 30.3102 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad G_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -30.3102 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad G_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 121.4970 \end{bmatrix}, \quad G_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -121.4970 \end{bmatrix}$$

$$H_1 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1], \ H_2 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1], \ H_3 = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0], \ H_4 = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$\rho = 2$$

Le premier pas de simulation consiste à la résolution des conditions de LMIs (3-56) et (3-57), En utilisant l'outil LMI existant dans le LMI toolbox de logiciel Matlab, nous obtenons les matrices des gains K et L de d'observateur non linéaire :

$$L = \begin{bmatrix} -1.6749 & 0.1188 \\ 0.1188 & -1.6749 \\ -0.7172 & -0.1075 \\ -0.1075 & -0.7172 \\ 1.6201 & -1.6201 \end{bmatrix}$$

$$K_1 = [-1.6037 \quad -0.7381], \quad K_2 = [0.7381 \quad 1.6037],$$

$$K_3 = [0.3948 \quad -0.9193], \quad K_4 = [-0.9193 \quad 0.3948]$$

La matrice de Lyapunov correspondante de ce test de faisabilité LMI avec $\varepsilon = 0.04$ est :

$$P = \begin{bmatrix} 0.1550 & -0.0710 & 0.0514 & 0.1486 & 0.0274 \\ -0.0710 & 0.1550 & 0.1486 & 0.0514 & -0.0274 \\ 0.0514 & 0.1486 & 5.6010 & 0.4659 & -0.0505 \\ 0.1486 & 0.0514 & 0.4659 & 5.6010 & 0.0505 \\ 0.0274 & -0.0274 & -0.0505 & 0.0505 & 0.0173 \end{bmatrix}$$

La deuxième étape de simulation consiste à l'injection des valeurs numériques obtenues des matrices gain L et les vecteurs K_i dans l'expression de l'observateur (3-58) et (3-59), dans ce cas le terme non linéaire prend la forme suivante :

$$G f[H\hat{x}(t) + K(y(t) - \hat{y}(t))] = \sum_{i=1}^4 G_i f_i[H_i \hat{x}(t) + K(y(t) - \hat{y}(t))],$$

A l'aide de la fonction S-function et Matlab simulink. Le système non linéaire de la machine et l'observateur non linéaire basé sur le critère du cercle sont simulés comme il est indiqué dans la figure 4.13, en tenant compte des conditions initiales de la machine $x_0 = [4,0,0,0]^T$.

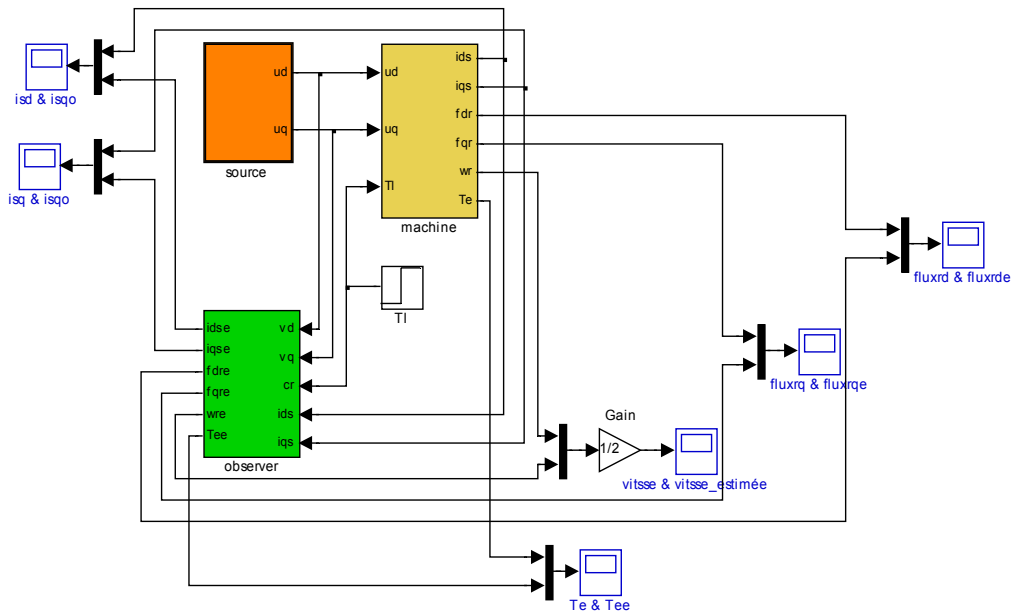


Figure 4.13 : Bloc de simulation

Les figures 4.14 à 4.20 représentent respectivement les variables d'états estimées à savoir : les courants statoriques, les flux rotoriques, la vitesse de rotation et le couple électromagnétique. Il est clair que dans les parties zoomées ajoutées à chaque figure, présente la différence entre la valeur mesurée et la valeur estimée de la variable d'état de la machine, on peut voir que l'erreur d'estimation est nulle après le régime transitoire, ceci confirme que l'observateur non linéaire de critère du cercle estime parfaitement les variables d'état non mesurables de la machine asynchrone considérée.

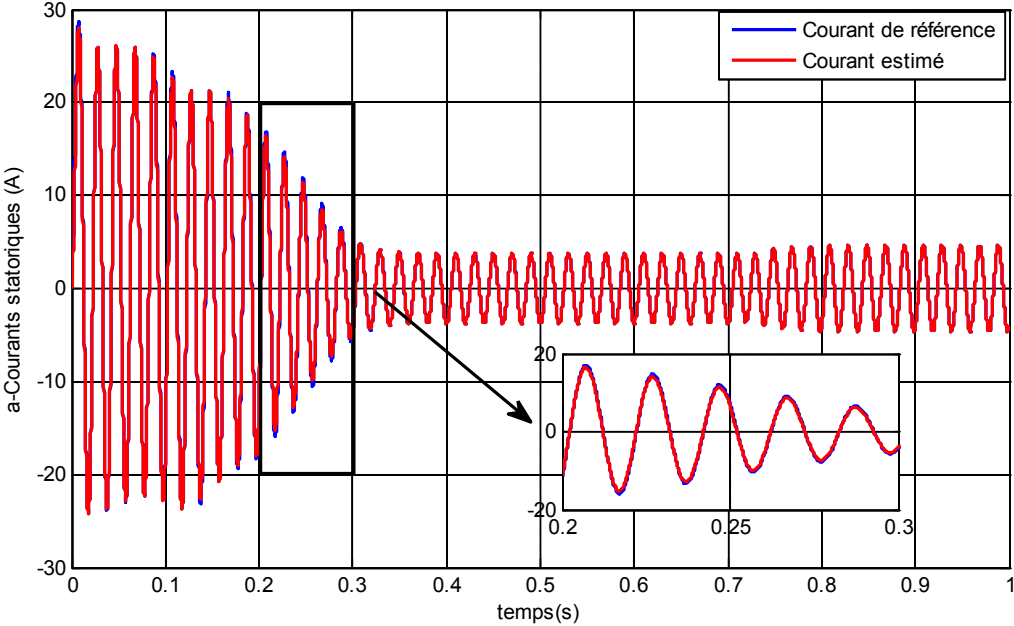


Figure 4.14 : Estimation du courant statorique $i_{s\alpha}$

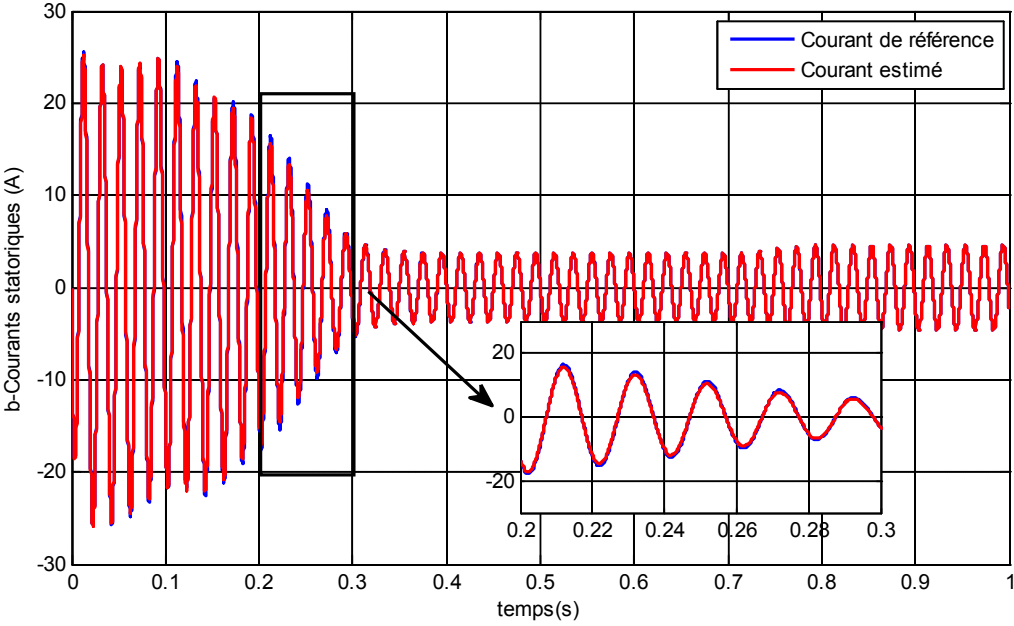


Figure 4.15 : Estimation du courant statorique $i_{s\beta}$

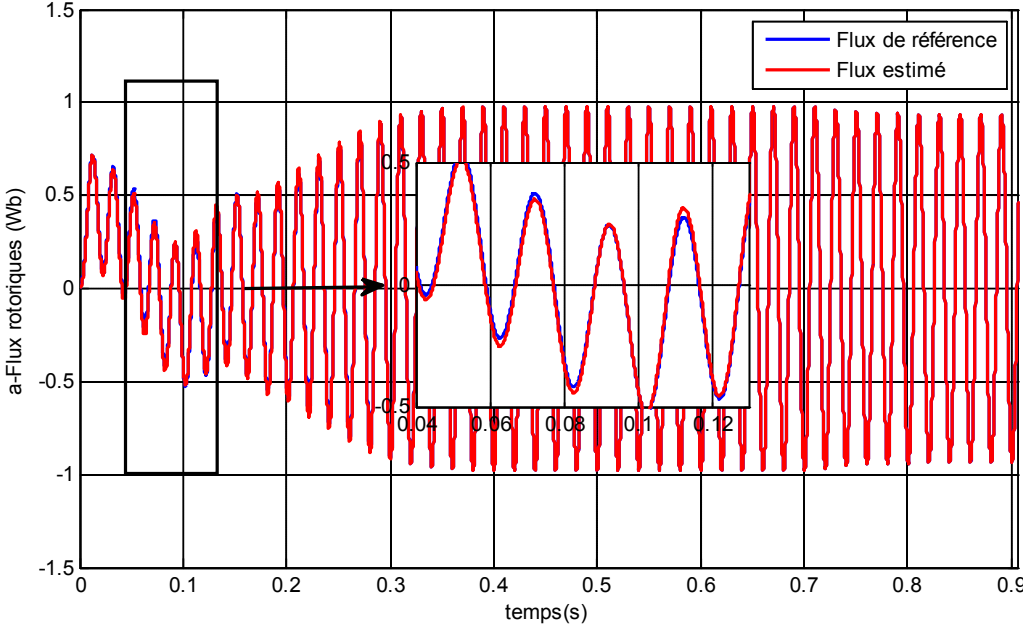


Figure 4.16 : Estimation du flux rotorique φ_{ra}

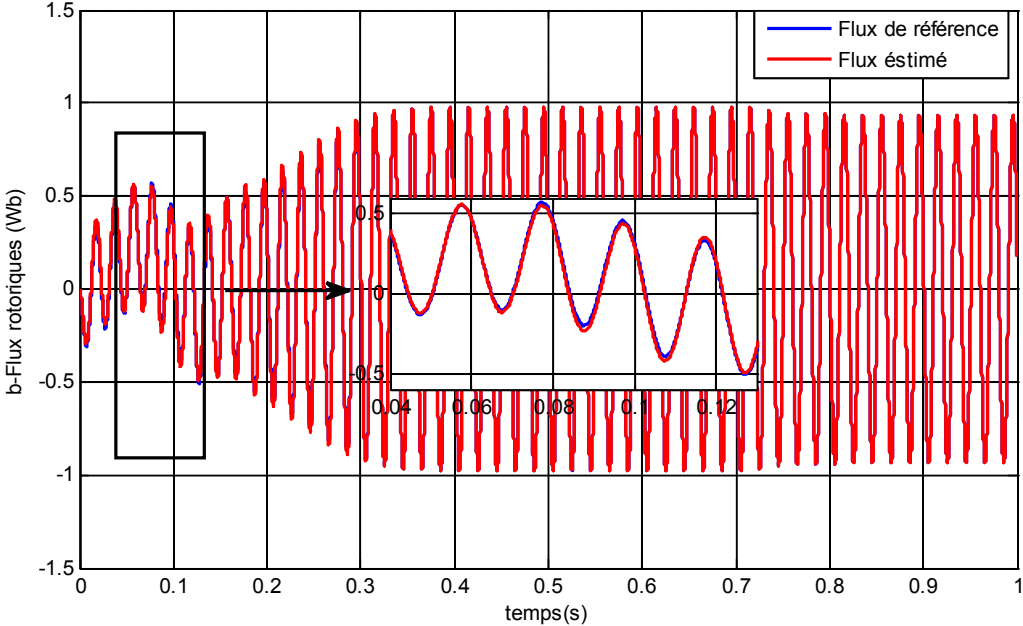


Figure 4.17 : Estimation du flux rotorique φ_{rb}

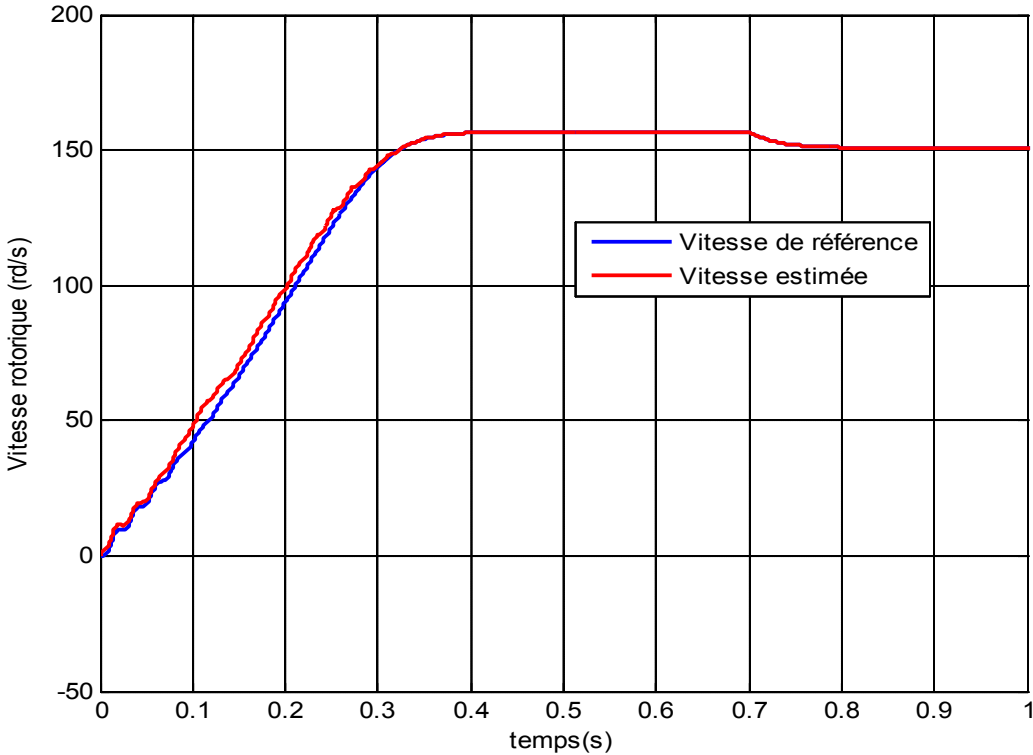


Figure 4.18 : Estimation de la vitesse angulaire rotorique

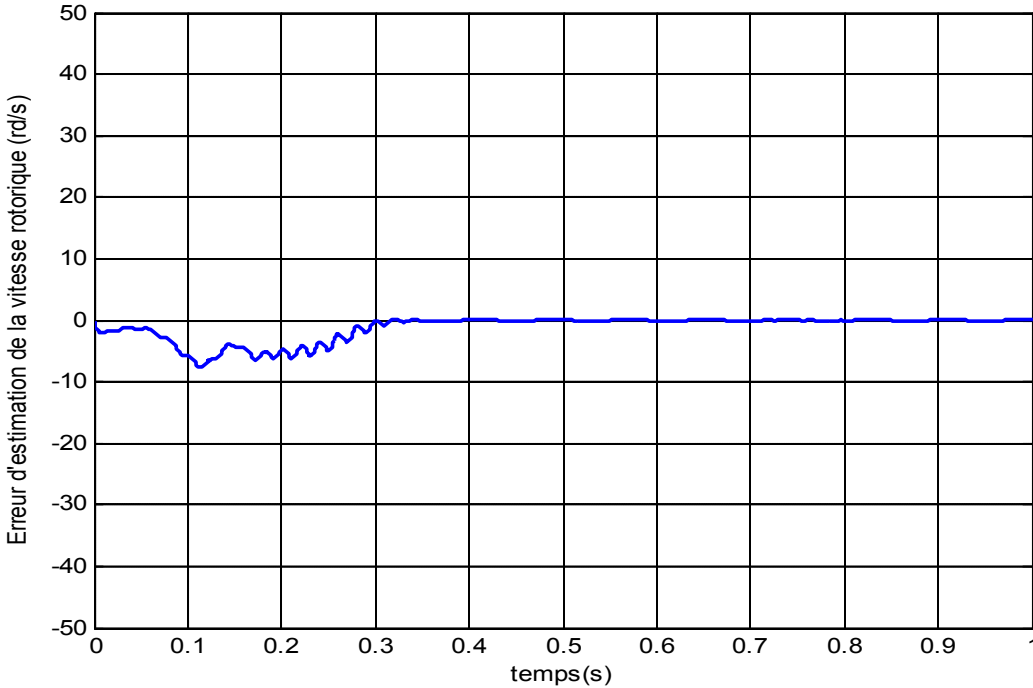


Figure 4.19 : Erreur d'estimation de la vitesse angulaire rotorique

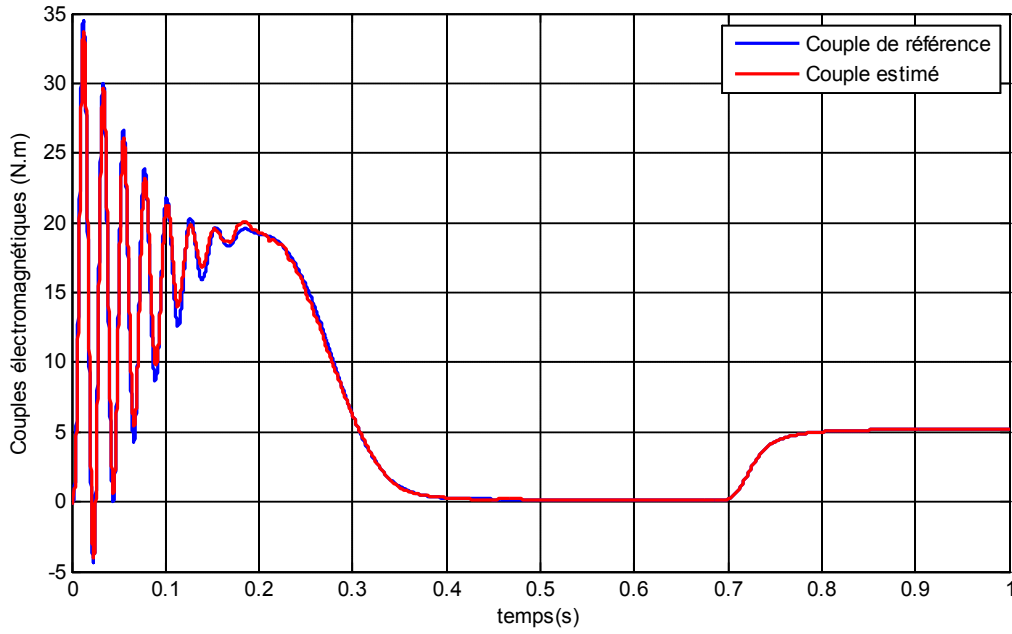


Figure 4.20 : Estimation du couple électromagnétique

4.3.3. Simulation d'observateur de Luenberger non linéaire

Dans l'ordre de l'implantation de l'approche de Luenberger non linéaire, le modèle de la machine est réécrit sous la forme discrète de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_{s\alpha} \\ \frac{d}{dt} i_{s\beta} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{r\alpha} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{r\beta} \\ \omega_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma & 0 & \frac{\beta}{T_r} & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma & 0 & \frac{\beta}{T_r} & 0 \\ \frac{m}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \\ \omega_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta\omega_r\varphi_{r\beta} + \frac{1}{\sigma l_s} u_{s\alpha} \\ -\beta\omega_r\varphi_{r\alpha} + \frac{1}{\sigma l_s} u_{s\beta} \\ -\omega_r\varphi_{r\beta} \\ \omega_r\varphi_{r\alpha} \\ \alpha(\varphi_{r\alpha}i_{s\beta} - \varphi_{r\beta}i_{s\alpha}) - k_l T_l \end{bmatrix} \quad (4-12)$$

Où : $\Omega_r = \frac{\omega_r}{n_p}$

Et :

$x_k = [i_{s\alpha}, i_{s\beta}, \varphi_{r\alpha}, \varphi_{r\beta}, \omega_r]^T$: Le vecteur d'état de la machine asynchrone.

$u_k = [u_{s\alpha}, u_{s\beta}, T_l]^T$: Le vecteur d'entrée et de commande de la machine.

$y_k = [i_{s\alpha}, i_{s\beta}]^T$: Le vecteur mesurable de sortie.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} i_{s\alpha}(k+1) \\ i_{s\beta}(k+1) \\ \varphi_{r\alpha}(k+1) \\ \varphi_{r\beta}(k+1) \\ \omega_r(k+1) \end{bmatrix} &= (I + \delta) \cdot \begin{bmatrix} -\gamma & 0 & \frac{\beta}{T_r} & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma & 0 & \frac{\beta}{T_r} & 0 \\ \frac{m}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha}(k) \\ i_{s\beta}(k) \\ \varphi_{r\alpha}(k) \\ \varphi_{r\beta}(k) \\ \omega_r(k) \end{bmatrix} \\
&+ \delta \begin{bmatrix} \beta\omega_r(k)\varphi_{r\beta}(k) + \frac{1}{\sigma'_s} u_{s\alpha}(k) \\ -\beta\omega_r(k)\varphi_{r\alpha}(k) + \frac{1}{\sigma'_s} u_{s\beta}(k) \\ -\omega_r(k)\varphi_{r\beta}(k) \\ \omega_r(k)\varphi_{r\alpha}(k) \\ \alpha(\varphi_{r\alpha}(k)i_{s\beta}(k) - \varphi_{r\beta}(k)i_{s\alpha}(k)) - k_l T_l(k) \end{bmatrix} \tag{4-13}
\end{aligned}$$

En tenant compte des valeurs numériques des différents paramètres de la machine cités dans le tableau 1 et avec un pas d'échantillonnage $\delta = 0.0001$, on peut obtenir facilement la matrice numérique A suivante :

$$A = \begin{bmatrix} 0.9735 & 0 & 0.0421 & 0 & -0.0061 \\ 0 & 0.9735 & 0 & 0.0421 & 0.0061 \\ 0.0004 & 0 & 0.9986 & 0 & 0.0002 \\ 0 & 0.0004 & 0 & 0.9986 & -0.0002 \\ 0.0243 & -0.0243 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

la fonction non linéaire de Lipschitz $F(x_k, u_k)$ est écrite sous la forme :

$$F(x_k, u_k) = \begin{bmatrix} 0.0030.\omega_r\varphi_{r\beta} + 0.0032.u_{s\alpha} \\ -0.0030.\omega_r\varphi_{r\alpha} + 0.0032.u_{s\beta} \\ -0.0001.\omega_r\varphi_{r\beta} \\ 0.0001.\omega_r\varphi_{r\alpha} \\ 0.0121.(\varphi_{r\alpha}i_{s\beta} - \varphi_{r\beta}i_{s\alpha}) - 0.0065.T_l \end{bmatrix}$$

Comme dans l'approche de critère du cercle la simulation de l'approche de Luenberger non linéaire est réalisée en deux étapes, la première étape de simulation consiste à la résolution des conditions de LMIs (3-75) - (3-77). En utilisant l'outil LMI satisfaisant tel que LMI toolbox dans le logiciel Matlab, les matrices des gains G et L de d'observateur non linéaire sont les suivantes :

$$G = \begin{bmatrix} 2.0418 & 0 \\ 0 & 2.0418 \\ -0.0104 & 0 \\ 0 & -0.0104 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} 0.8611 & 0 \\ 0 & 0.8611 \\ 0.0099 & 0 \\ 0 & 0.0099 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La matrice de Lyapunov correspondante de ce test de faisabilité LMI avec $\varepsilon=0.05*I_5$ est :

$$P = \begin{bmatrix} 2.3715 & 0 & -0.0338 & 0 & 0 \\ 0 & 2.3715 & 0 & -0.0338 & 0 \\ -0.0338 & 0 & 1.8762 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0338 & 0 & 1.8762 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.8739 \end{bmatrix}$$

Avec le choix de matrice $Q=5*I_5$; $\Psi=0.56*I_5$

La deuxième étape de simulation consiste à l'injection des valeurs numériques obtenues de la matrice gain L dans l'expression (3-73) de l'observateur,

A l'aide de la fonction S-function Matlab et Matlab Simulink. Le système non linéaire de la machine et l'observateur de Luenberger non linéaire est simulé comme indiqué dans la figure 4.13, en tenant compte des conditions initiales de la machine $x_0 = [4,0,0,0,0]^T$

Les figures 4.21 à 4.27 représentent respectivement les variables d'états estimées à savoir : les courants statoriques, les flux rotoriques, la vitesse de rotation et le couple électromagnétique.

L'analyse des résultats de simulation montre clairement que chaque variable d'état estimée est très proche de la variable d'état mesuré correspondante, dans le régime transitoire et superposée dans le régime permanent, il nous laisse conclure que l'observateur de Luenberger non linéaire estime effectivement les variables d'état non mesurables de la machine asynchrone considéré.

Ces variables d'état mesurés et estimés de la machine asynchrone peuvent être utilisés pour commander le système de la machine par une technique de commande par retour d'état satisfaisante.

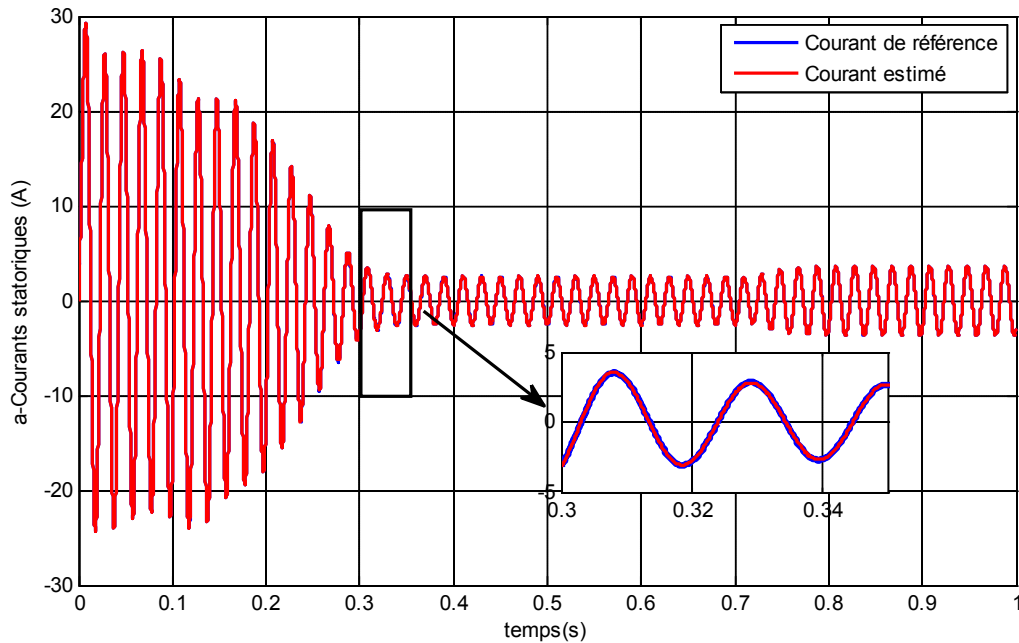


Figure 4.21 : Estimation du courant statorique $i_{s\alpha}$

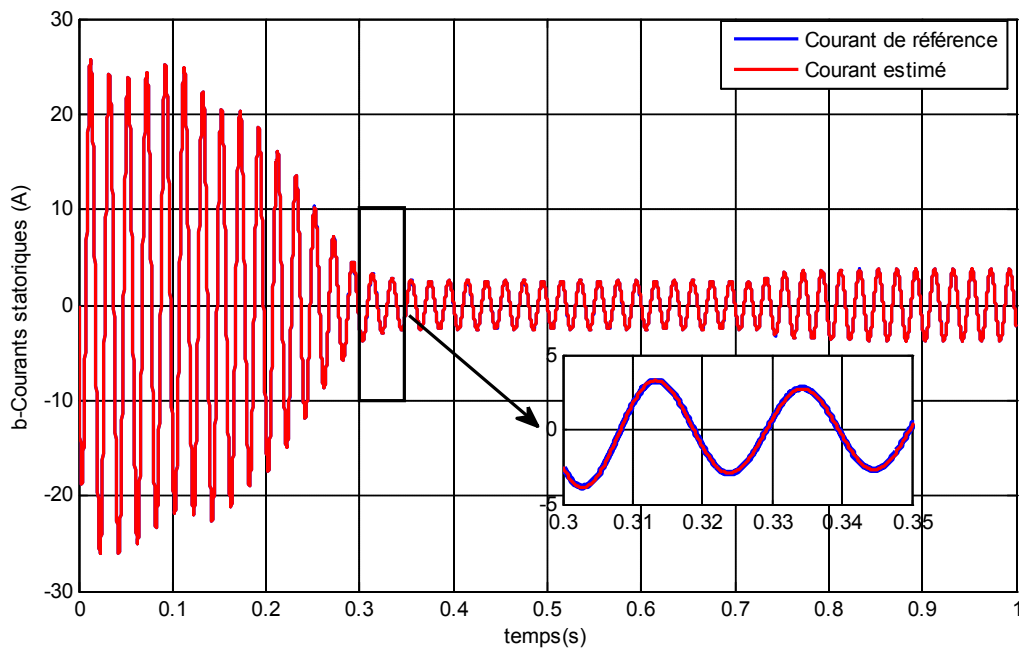


Figure 4.22 : Estimation du courant statorique $i_{s\beta}$

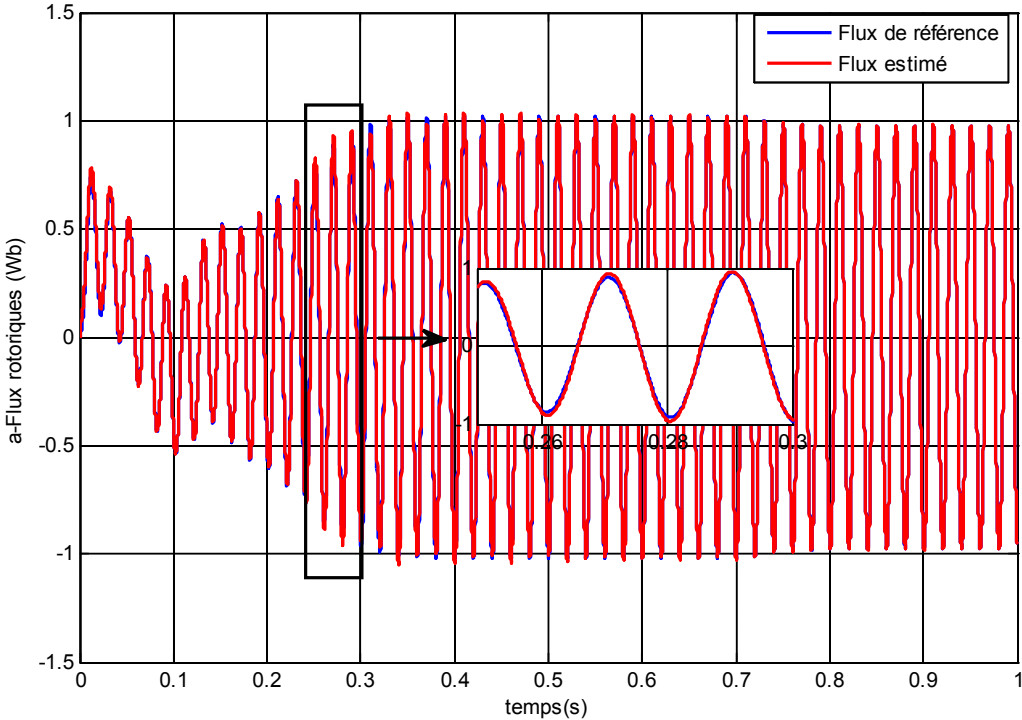


Figure 4.23 : Estimation du flux rotorique φ_{ra}

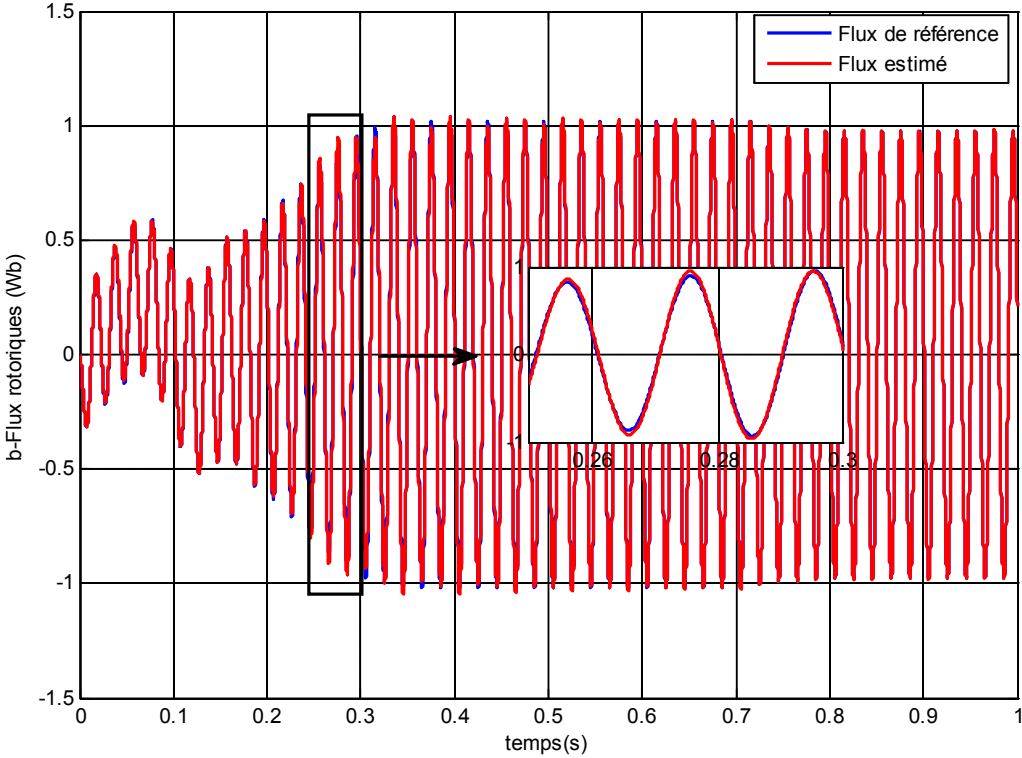


Figure 4.24 : Estimation du flux rotorique φ_{rb}

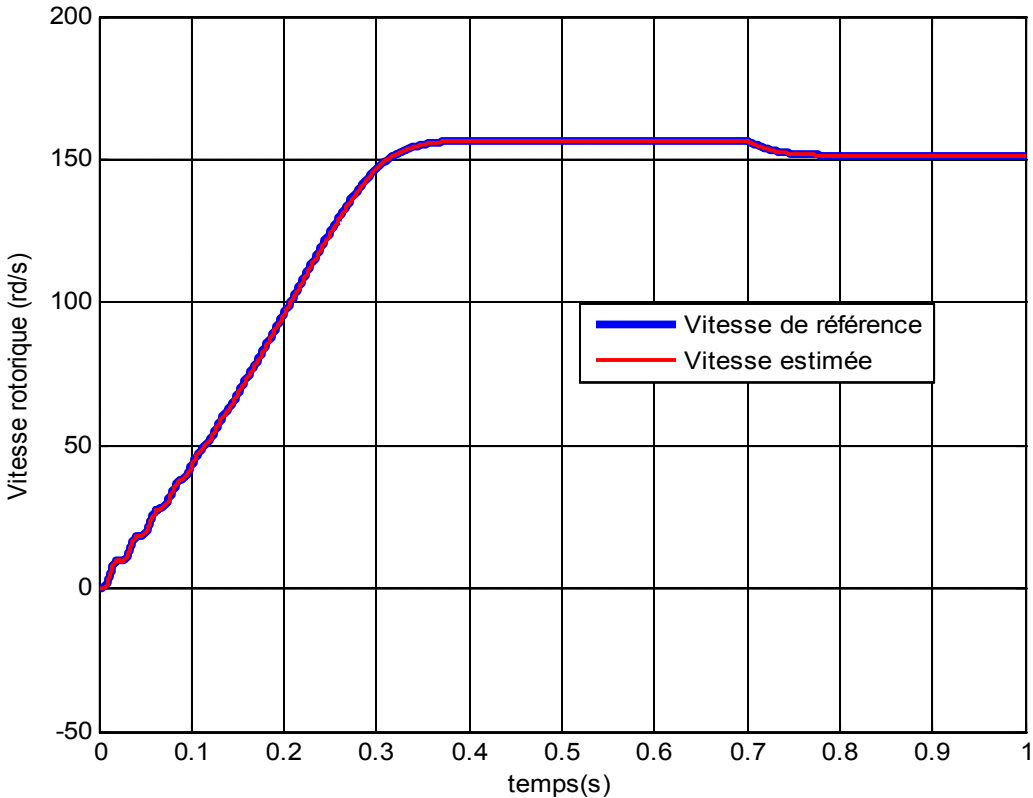


Figure 4.25 : Estimation de la vitesse angulaire rotorique

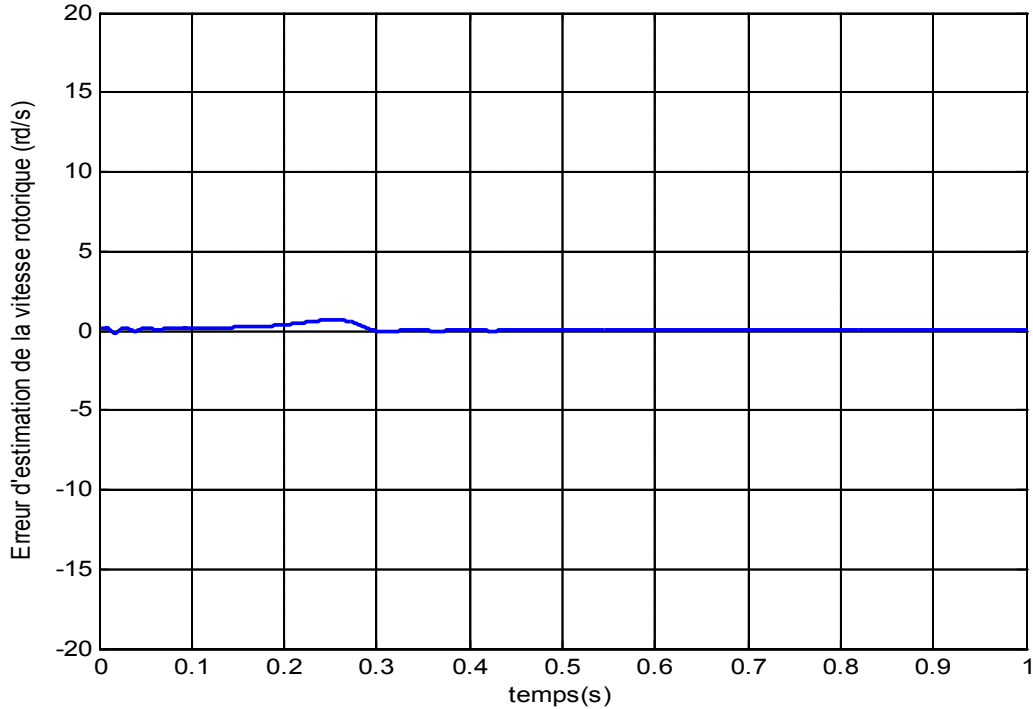


Figure 4.26 : Erreur d'estimation de la vitesse rotorique

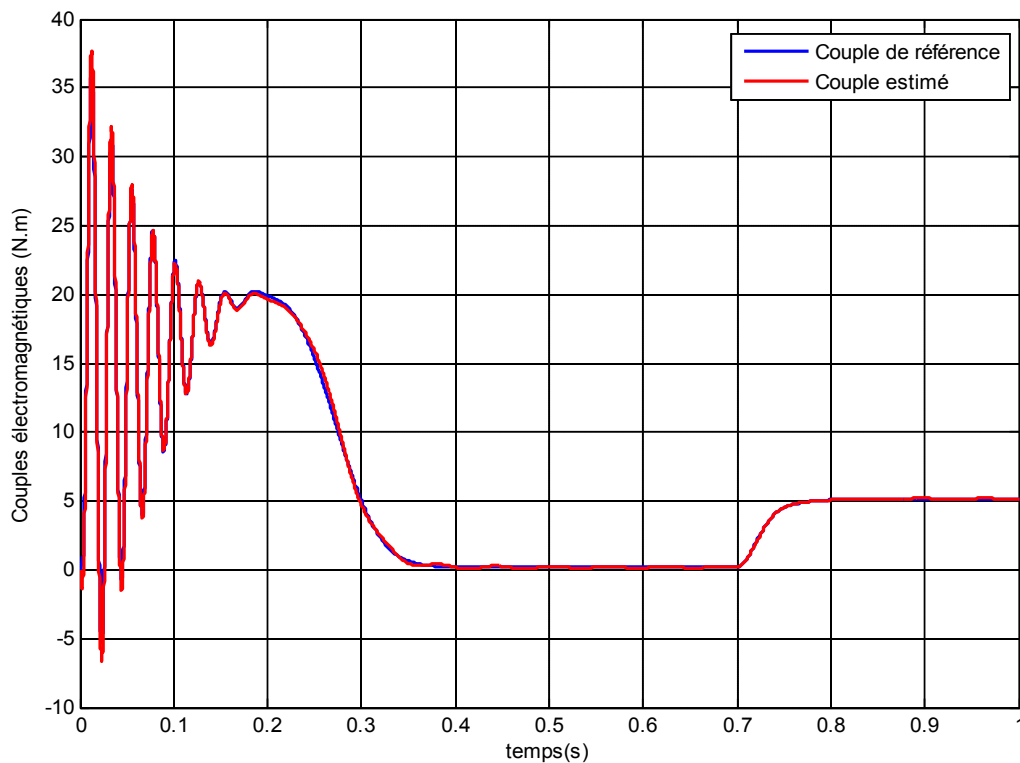


Figure 4.27 : Estimation du couple électromagnétique

Dans l'objectif de tirer une étude comparative des observateurs non linéaires, nous avons représenté dans une même courbes les résultats obtenus pour la vitesse rotorique estimée figure 4.28, 4.29, 4.30.

L'analyse de ces résultats montre que :

- la vitesse estimée par l'algorithme de l'estimateur adaptatif est oscillatoire dans la région de petite vitesse où l'erreur d'estimation est assez grande par rapport aux autres observateurs, l'avantage de cet estimateur est qu'il estime les variables d'état non mesurables sans connaître le couple de charge.
- La vitesse estimée par l'approche de critère du cercle est très proche de la vitesse mesurée dans le régime transitoire et identique dans le régime permanent, pour le calcul des matrices gain d'observateur, on résout les LMIs ce qui donne facilement le résultat.
- La vitesse estimée par l'approche de l'observateur Luenberger non linéaire est très proche de la vitesse mesurée dans le régime transitoire et identique dans le régime permanent cet observateur donne un résultat mieux que les autres observateurs mais il

demande de choisir une matrice Q et un constant de Lipschitz pour résoudre les LMIs pour le calcul des matrices gain d'observateur.

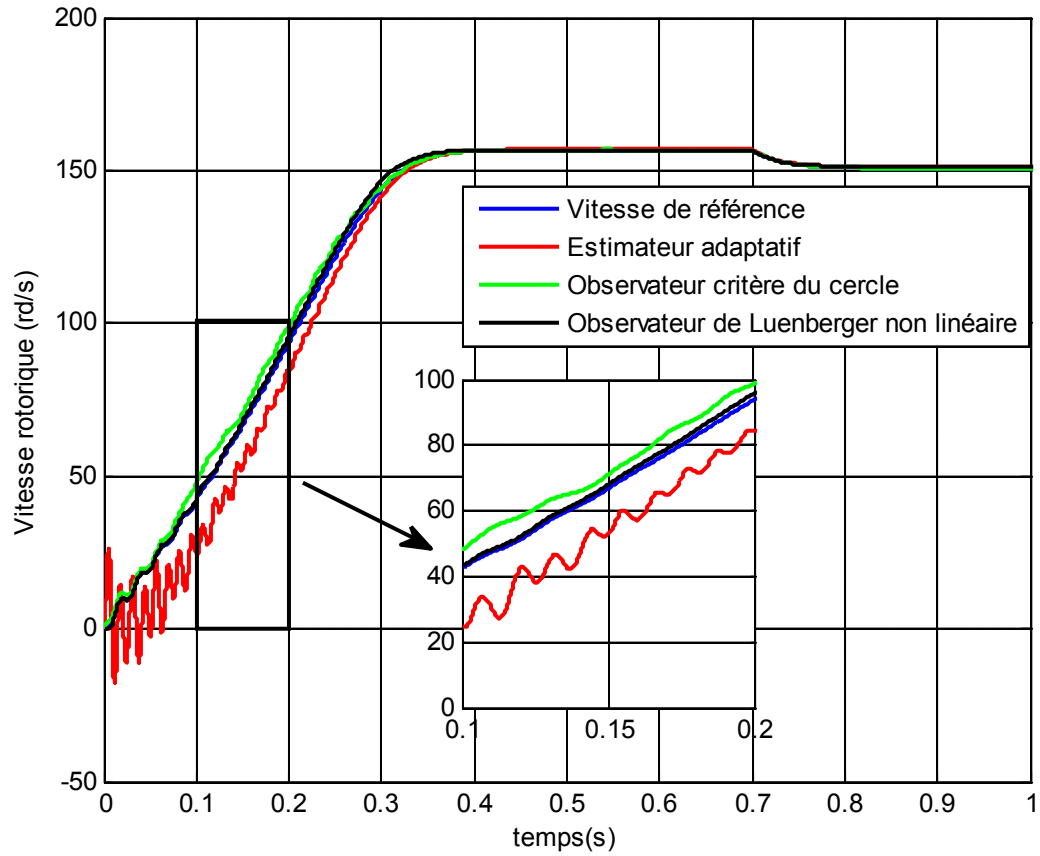


Figure 4.28 : Comparaison les trois estimateurs non linéaires avec la vitesse de référence

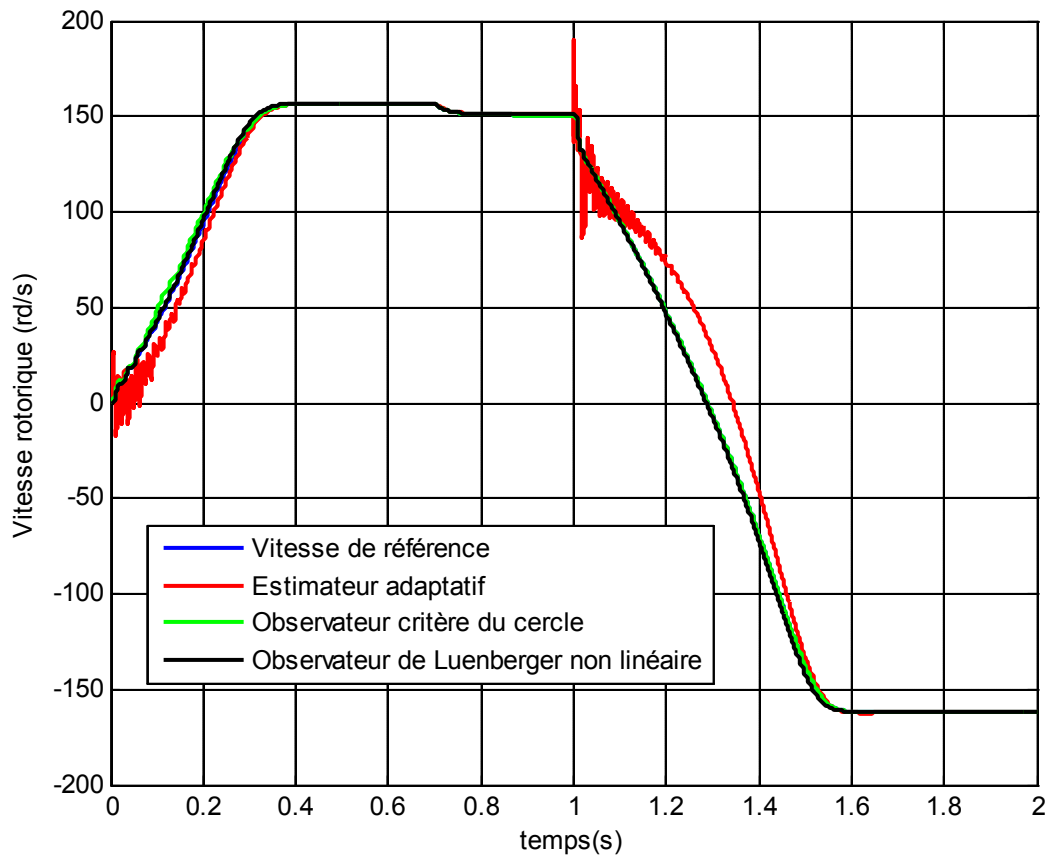


Figure 4.29 : Comparaison des trois estimateurs dans les deux sens

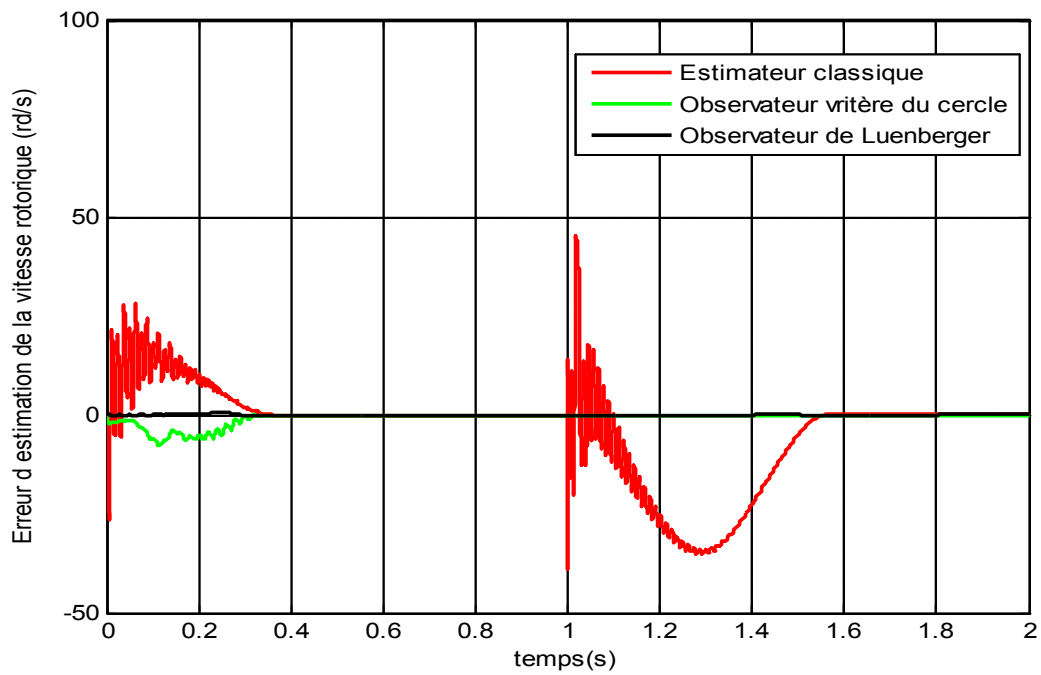


Figure 4.30 : Erreur d'estimation de la vitesse dans les trois estimateurs

4.4. Simulation et surveillance

Les figures (4.32, 4.33), montrent les variations des régimes transitoires des composantes directes et en quadratures du courant du stator pour l'observateur basé sur le critère de cercle, l'observateur non linéaire.

Les figures (4.33, 4.34, 4.35), montrent les variations des régimes transitoires des composantes directes et en quadratures du flux de rotor pour l'estimateur adaptatif, l'observateur basé sur le critère de cercle et l'observateur non linéaire.

La figure (4.36), présente une étude comparative entre les trois estimateurs.

L'analyse de ces courbes montre que la méthode du vecteur de Park est efficace pour le suivi et la surveillance du fonctionnement de la machine asynchrone.

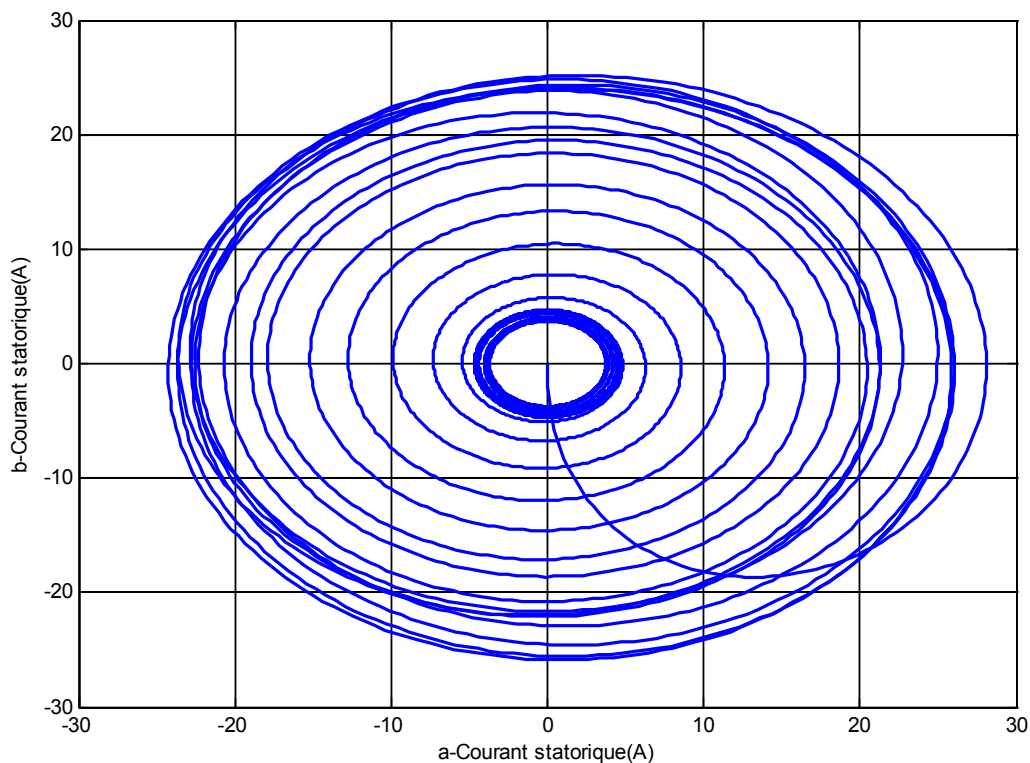


Figure 4.31 : Transitoires du vecteur de Park du courant stator (Critère du cercle)

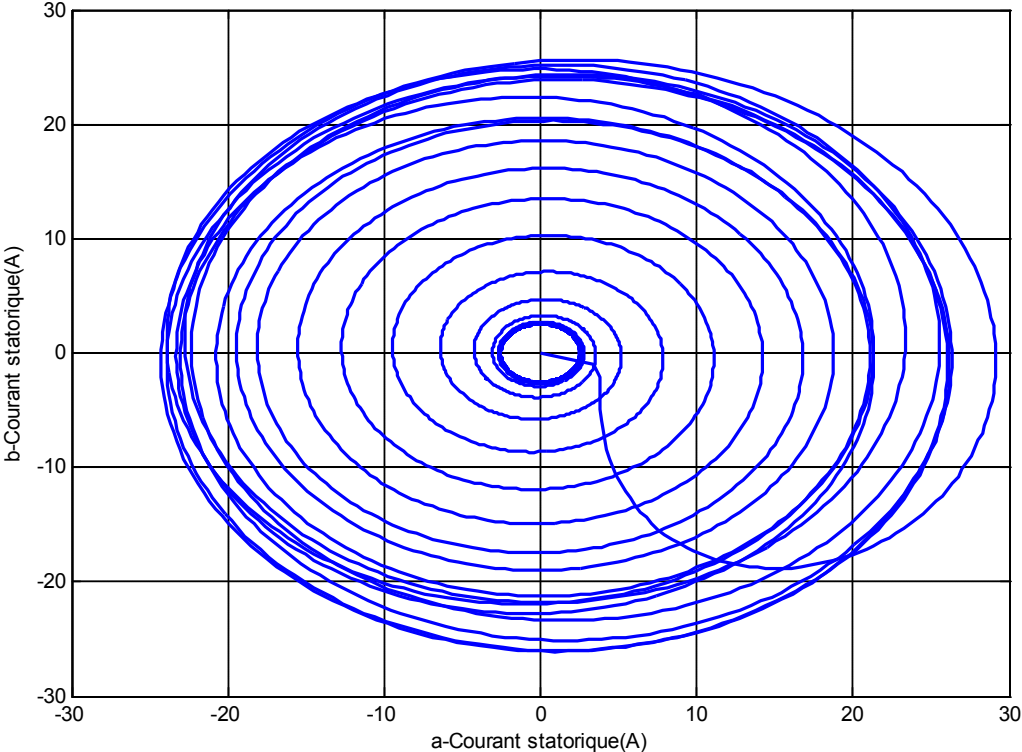


Figure 4.32 : Transitoires du vecteur de Park du courant stator (Luenberger non linéaire)

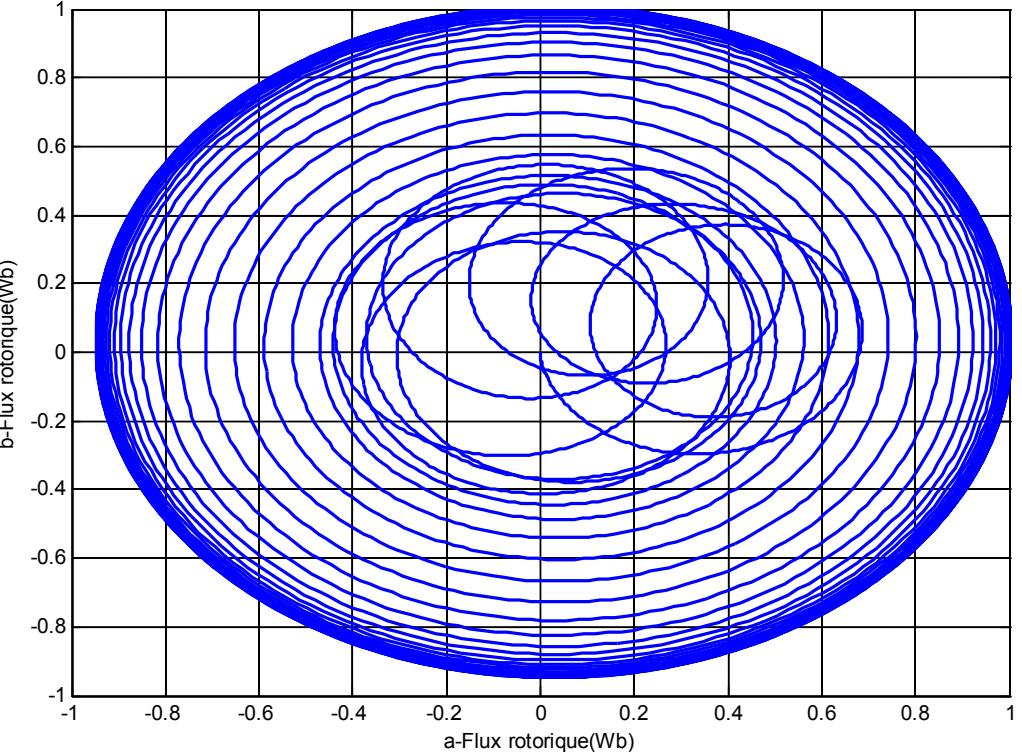


Figure 4.33 : Transitoires du vecteur de Park du flux rotor (Estimateur adaptatif)

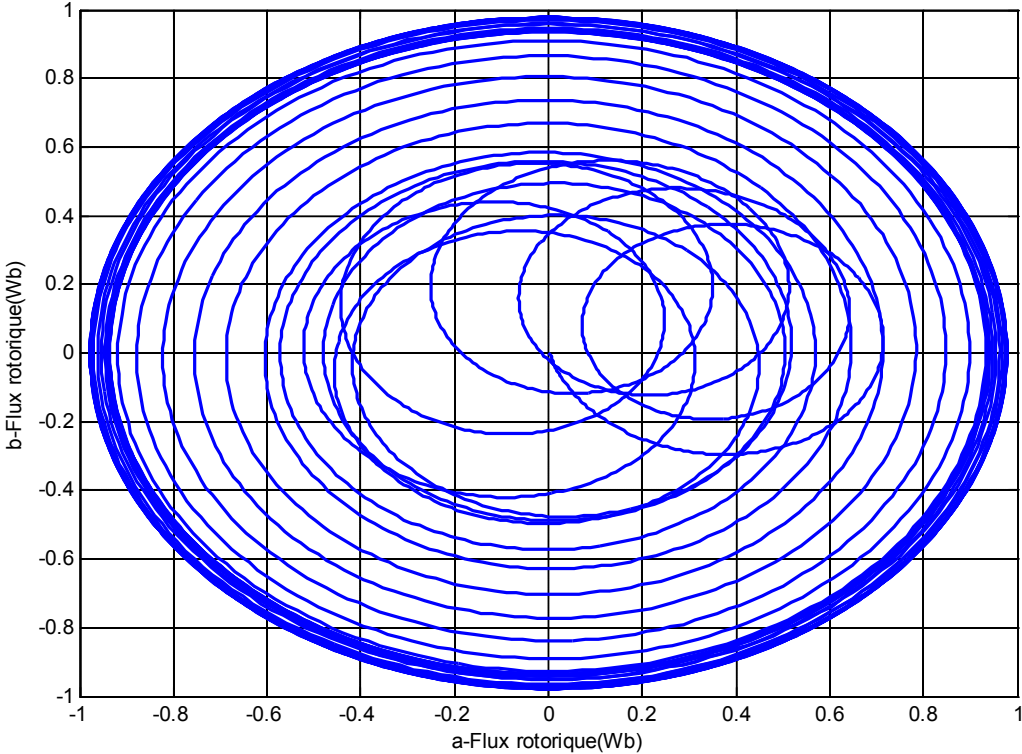


Figure 4.34 : Transitoires du vecteur de Park du flux rotor (critère du cercle)

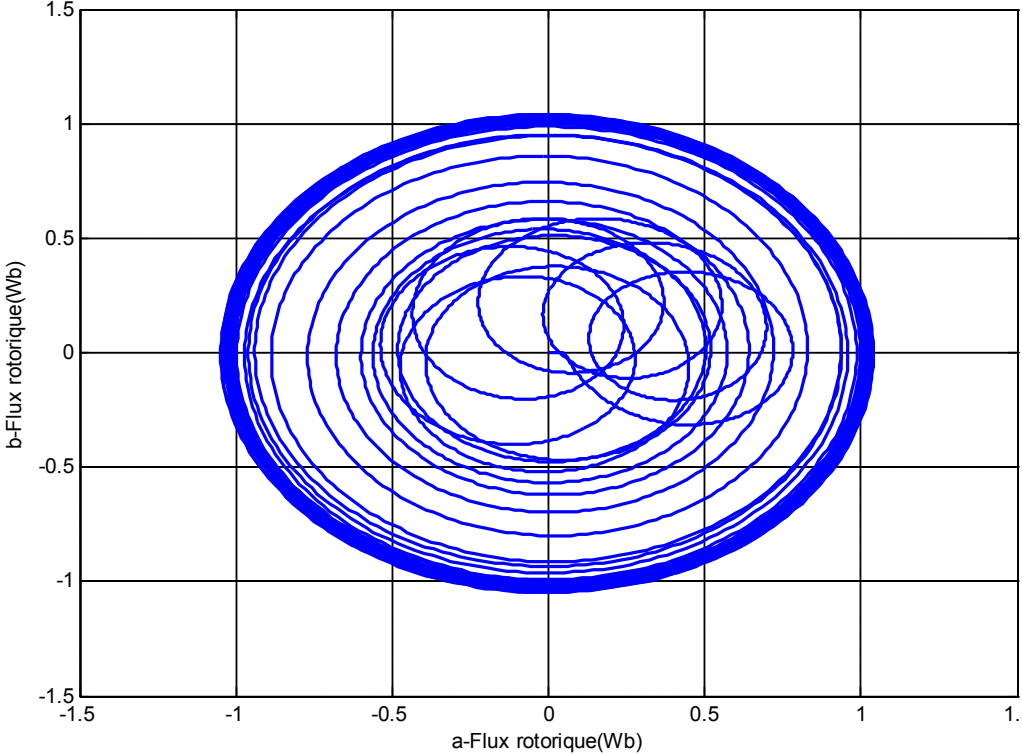


Figure 4.35 : Transitoires du vecteur de Park du flux rotor (Luenberger non linéaire)

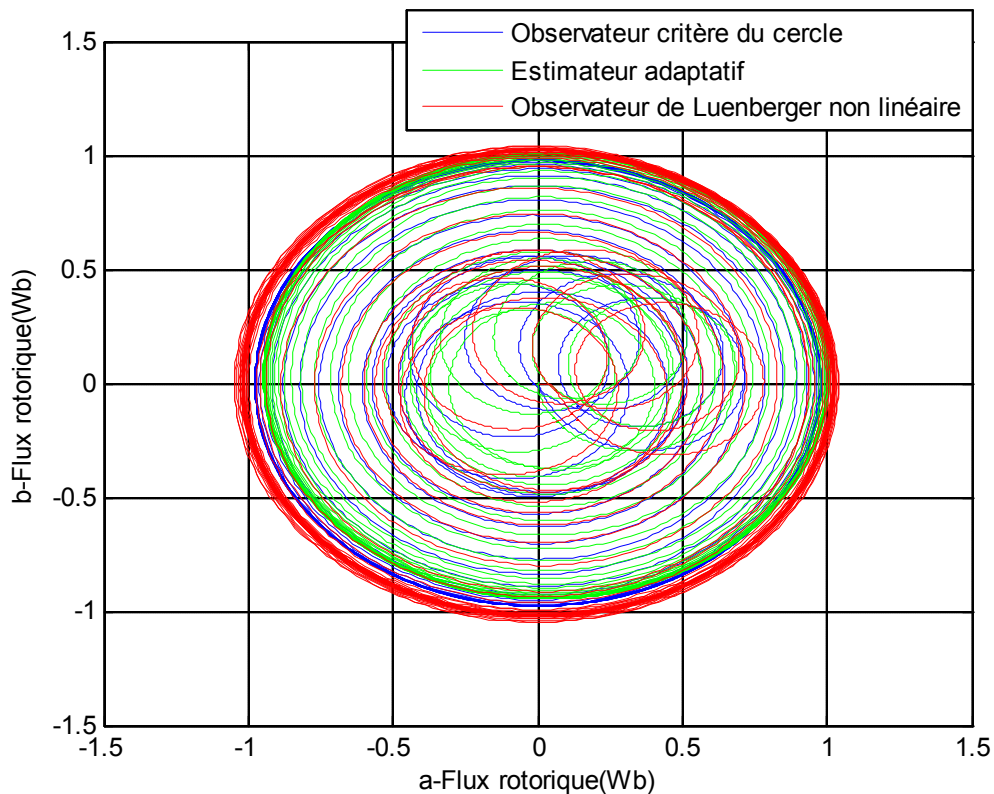


Figure 4.36 : Transitoires du vecteur de Park du flux rotor (les trois estimateurs)

4.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons testé par simulation quelques estimateurs/observateurs linéaires et des observateurs non linéaires. Les résultats de simulation de l'observateur de Luenberger linéaire et l'estimateur récursif des moindres carrés montrent que ces deux types fonctionnent correctement, mais ces approches linéaires restent insuffisantes pour résoudre les problèmes de commande et de surveillance de la machine asynchrone, car cette machine est un système complexe dont le modèle est non linéaire et à paramètres variables. Le recours aux approches non linéaire devient donc indispensable.

Dans La deuxième partie de ce chapitre, nous avons testé l'estimateur adaptatif, l'observateur non linéaire basé sur le critère du cercle est l'observateur de Luenberger non linéaire. L'analyse des résultats obtenus par les différents observateurs non linéaires, montre que les variables d'état estimés suivent leurs références en régime établi et restent très proches de ses références dans le régime transitoire. L'étude comparative entre les observateurs non linéaire mené dans ce travail montre que la vitesse estimée par l'algorithme de l'estimateur adaptatif est oscillatoire dans la région de petite vitesse où l'erreur d'estimation est assez grande par

rapport aux autres observateurs, l'avantage de cet estimateur est qu'il estime les variables d'état non mesurables sans connaître le couple de charge. D'autre part, malgré que la vitesse estimée par l'approche de critère du cercle et l'observateur de Luenberger non linéaire sont presque similaires, mais l'avantage principal de l'approche de critère du cercle est qu'il permet d'exploiter directement les non linéarités de système sans essayer de les éliminer. Cependant, il introduit des matrices inégalités matricielles linéaires LMIs comme conditions de convergence de l'observateur, la résolution des LMIs détermine les matrices gain de l'observateur non linéaire.

Finalement, l'utilisation des observateurs non linéaire à travers la méthode du vecteur de Park est efficace pour le suivi et la surveillance du fonctionnement de la machine asynchrone.

L'analyse des différentes figures met en évidence que les observateurs non linéaire synthétisés, estiment de façon efficace les variables d'état non mesurées et s'adapte aux variations du couple de charge. Par conséquent ils peuvent être exploités pour le choix d'une stratégie de commande sans capteur de la machine asynchrone ou le choix d'une procédure de surveillance de son fonctionnement.

Conclusion Générale

Conclusion

Le travail exposé dans cette thèse est une contribution aux techniques de commande, de surveillance et de diagnostic des machines électriques avec un minimum de capteurs pour la mesure des variables nécessaires à leur mise en œuvre. Lors de cette thèse on a montré que les capteurs matériels peuvent être remplacés par des estimateurs ou capteurs logiciels. Cette approche, en plus de l'estimation des mesures des variables d'intérêt, elle contribue à l'amélioration de la fiabilité du système global qu'il soit linéaire ou non linéaire.

Comme exemple d'application nous avons choisi le moteur asynchrone. Cette machine est un système non linéaire et multivariable, qui peut être soumis à des variations paramétriques qui conduisent à des incertitudes sur l'ensemble des mesures des variables d'état disponibles.

Pour aborder notre étude, nous avons commencé par la modélisation de la machine asynchrone dans l'espace d'état qui a été utilisée tout au long de ce travail. Ensuite, nous avons présenté deux types d'observateurs pouvant s'appliquer dans le cas linéaire. Le premier est l'observateur de Luenberger utilisé dans le cas déterministe pour l'estimation des variables d'état de la machine. Le deuxième est un estimateur de vitesse basé sur la méthode récursive des moindres carrés qui peut être mis en œuvre dans les procédures de commande adaptative et temps réel et éventuellement les techniques de surveillance.

Les techniques linéaires d'estimation sont bien établies. Notre contribution se situe au niveau des techniques non linéaires. Dans ce cas, l'estimateur adaptatif qui essaye d'estimer la non linéarité des systèmes par la technique de linéarisation, l'observateur non linéaire basé sur le critère de cercle qui permet de manipuler directement les non linéarités du système en exploitant leurs propriétés et l'observateur de Luenberger non linéaire à temps discret ont été présentés du point de vue théorique et mis en œuvre en simulation.

Les conclusions suivantes ont été obtenues:

- L'utilisation de l'observateur linéaire de Luenberger pour l'estimation du flux de la machine asynchrone donne des résultats très encourageants. L'application de la méthode des moindres carrés pour l'estimation de la vitesse donne aussi un résultat

très significatif. L'application séquentielle de ces deux estimateurs permettra d'estimer le flux et la vitesse de la machine asynchrone.

- Comme la modélisation linéaire ne représente pas réellement la machine asynchrone, un modèle non linéaire est utilisé pour l'estimation adaptative des grandeurs d'état de la machine tel que flux et la vitesse donne des résultats performants sans la nécessité de connaître la valeur de couple résistant. Par contre, l'utilisation de l'observateur synthétisé selon le critère du cercle donne de meilleurs résultats. L'avantage de cet observateur réside dans le calcul du gain d'estimation qui est obtenu à l'aide de la résolution des LMIs. La mise en œuvre, en simulation de l'observateur non linéaire de Luenberger donne des résultats très performants par rapport aux précédents résultats.
- L'étude comparative des estimateurs présentés dans cette thèse montre la supériorité de l'observateur non linéaire de Luenberger par rapport aux deux estimateurs cités auparavant. Le gain d'estimation de cet observateur est calculé aussi par la résolution des LMIs selon un choix judicieux des constantes impliquées.

Enfin on peut dire que ces techniques d'observation ou d'estimation linéaire ou non linéaire permettent de réaliser la commande de la machine asynchrone en utilisant un minimum de capteurs, c'est-à-dire, en se basant sur un algorithme d'estimation qui remplacera le capteur matériel. Ceci permet d'augmenter la fiabilité des systèmes d'entraînement par réduction du nombre de capteurs matériels.

Références

Références

- [1] **G. Grellet, G. Clerc** : Actionneurs électriques, Editions Eyrolles, 1997.
- [2] **Carlos Canudas de Witt** : modélisation contrôle vectorielle et DTC » Paris Hermès Sciences publication, 2000.
- [3] **Canudas de Wit** : C. Commande des moteurs asynchrones 2- Optimisation, discrétisation et observateurs, Hermès Science Publication, France, 2000.
- [4] **Malek ghanes** : Observation et commande de la machine asynchrone sans capteur mécanique, Thèse de Doctorat, le 03 Novembre 2005 à l'Ecole Centrale de Nantes.
- [5] **T.Ourth.** : Commande vectorielle d'un moteur asynchrone sans capteurs, Journal de physique III, Vol. 3,n°, p.1123-1133. 1993.
- [6] **B. Bensaker, H. Kherfane, M. Metatla and R. Wamkeue**: State space modelling of induction motors for sensorless control and monitoring purposes. *Electromotion International Journal on Advanced Electromechanical Motion Systems*. Vol. 10 n°4, pp.483-488. 2003.
- [7] **B. Bensaker, H. Kherfane, A. Maouche. and R. Wamkeue** : Nonlinear Modelling of Induction Motor Drives for Nonlinear Sensorless Control Purposes. *Preprints of 6-thIFAC Symposium "Nonlinear Control Systems"*, Vol. 3, pp. 1475-1480, September 1-3, 2004. Stuttgart, Germany.
- [8] **J. Holtz** :Sensorless control of induction motor drives. *Proceedings of the IEEE Conf*, Vol. 90, N°8, pp.1359-1394. 2002.
- [9] **Chang-Woo Park · SungryulLee**:Nonlinear observer based control of induction motors. *Springer – Verlag, Electr. Eng* Vol. 90, pp.107–113. 2007. DOI 10.1007/s00202-007-0060-8.
- [10] **NikolaosKazantzis, Costas Kravaris**: Nonlinear observer design using Lyapunov's auxiliary theorem. *Elsevier Systems & Control Letters* Vol.34, pp. 241-247. 1998.
- [11] **MasoudAbbaszadeh, Horacio J. Marquez**: Robust H_∞ observer design for sampled-data Lipschitz nonlinear systems with exact and Euler approximate models, *Automatica* Vol.44, pp.799– 806. 2008.
- [12] **M. Arcak, P. Kokotovic**: Nonlinear observers: A circle criterion design and robustness analysis. *Automatica*, vol. 37, no. 12, pp. 1923–1930, 2001.
- [13] **Bourbia W , Berrezak F, Bensaker B** : Circle-criterion Based Nonlinear Observer Design for Sensorless Induction Motor Control, *International Journal of Automation and Computing*, vol. 11(6), pp 598-604, Décembre 2014.
- [14] **Tian Yang**, "Une contribution à l'observation et à l'estimation des systèmes linéaires "Thèse de doctorat. Ecole Centrale de Lille. 2010.
- [15] **B. Bensaker**: Régulation multivariable de systèmes. Cours de Magister en électrotechnique. Département Electrotechnique. Université d'Annaba. (2005)

- [16] **D. G. Luenberger** .An induction to observer, *IEEE trans. Aut. Control*, AC-16, p.596-603..(december 1971).
- [17] **Grewal M.S. and P. Andrews:** Kalman filtering: theory and practice, Prentice Hall Information and System Sciences Series, 1993.
- [18] **B. Bensaker.** Parameter estimation for an electromechanical system via a continuous-time model. *Proceeding of the 3rd international symposium on advanced electromechanical motion systems* pp. 759-762. University of patras, Greece. 1999.
- [19] **A. Metatla, A. Maouche, B. Bensaker.** (2003) Application des techniques d'observation à la commande sans capteur du moteur à induction. *SNSEM Université d'Annaba*
- [20] **M. Bodson and J. Chaisson.** Comparison of sensorless speed estimation methods for induction motor. *Proceeding of the ACC.* pp. 3076-3081. 2002.
- [21] **M. Vélez-Reyes and G.C.Vergheese** . “Decomposed algorithms for speed and parameter estimation in induction machines” *IFAC Symposium on “Nonlinear Control System Design”*, Bordeaux France. 1992.
- [22] **A. J. Krener and A. Isidori** : Linearization by output injection and nonlinear observers. *Systems & Control Letters*, no.3, pp. 47-52, 1983.
- [23] **A. Isidori** : Nonlinear control systems: An introduction. *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Springer-Verlag, pp.178-253, 1985.
- [24] **Campbell M. G., Chiasson. J, Bodson. M, Tolbert. L. M.:** Speed sensorless identification of the rotor time constant in induction machines. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 52, no. 4, pp. 758–763, 2007.
- [25] **Yazdanpanah. R, Soltani. J, Markadeh. G. R. A:** Nonlinear torque and stator flux controller for induction motor drive based on adaptive input-output feedback linearization and sliding mode control. *Energy Conversion and Management*, vol. 49, pp. 541–550, 2008.
- [26] **Atassi. A. N, Khalil. H. K:** Separation results for the stabilization of nonlinear systems using different high-gain observer designs. *Systems & Control Letters*, vol. 39, no. 3, pp. 183–191, 2000.
- [27] **Boizot. N, Busvelle. E, Gauthier. J. P:** An adaptive high gain observer for nonlinear systems. *Automatica*, vol. 46, no. 9, pp. 1483–1488, 2010.
- [28] **A. Zemmouche, M. Boutaieb:** On LMI conditions to design observers for Lipschitz nonlinear systems. *Automatica*, vol. 49, no. 2, pp. 585–591, 2013.
- [29] **M. Arcak:** Certainty-equivalence output-feedback design with circle-criterion observers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 50, no. 6, pp. 905–909, 2005.
- [30] **W. Bourbia, F. Berrezzek, B. Bensaker:** A Circle-criterion based nonlinear observer design for induction motor conditions monitoring. In *Proceedings of the 7th European Nonlinear Dynamics Conference*, Roma, Italy, 2011.
- [31] **A.J.Fossad and D. Normand-Cyrot,** "Nonlinear systems", Masson. Paris. 1993.

- [32] **Frédéric Rotella**, "Observation", Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tarbes.
- [33] **Marwa Mohamed Moustafa EZZAT**, "Commande non linéaire sans capteur de la Machinesynchrone à aimants permanents", thèse de doctorat. Université de Nantes.2011.
- [34] **C. Shauder**:Adaptative speed identification scheme for vector control of induction motors without rotational transducers *IEEE Trans. On Industry Applications*, Vol. 28, n° .5, pp. 1054-1061. (September/ October 1992).
- [35] **Kapila.V, Haddad. W. M**: A multi-variable extension of the Tsytkin criterion using a Lyapunov-function approach. *IEEE Transactionson Automatic Control*, vol.41(1), pp149–152.1996
- [36] **NikolaosKazantzisa, CostasKravarisb** : Discrete-time nonlinear observer design using functional equations, *Systems & Control Letters(Elsevier)* vol.42 (2001) 81-94.
- [37] **Wu. S. H**: A circle criteria for a class of discrete systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol.12, pp.114–115.1967.
- [38] **F. Milsant**. Asservissementslinéaire, Tome1, *EditionEyrolles*, 1986.
- [39] **H. Nijmeijer, A. J. van der Schaft**: Nonlinear Dynamic Control System, *Springer-Verlag, New York*, 1990
- [40] **D. Materassi, M. Salapaka, M. Basso**: A Less Conservative Circle Criterion, *IEEE Proceedings of the 2006 American Control Conference*,pp. 824-827, 2006.
- [41] **R. Genesio, A. Tesi, F. Villoresi** : Models of complex dynamics in nonlinear systems, *System & Control Letters*, vol. 25, no.11,pp. 185-192, 1995.
- [42] **H. K. Khalil**,*Nonlinear Systems*, Second Edition, Prentice-Hall, Upper Saddle River, 1996.
- [43] **M. Basso, R. Genesio, A. Tesi e G. Torrini**: On describing systems with periodic behaviour in terms of simple nonlinear models, *Control of Oscillations and Chaos*, St. Petersburg, 1997
- [44] **M. Vidyasagar**, Nonlinear System Analysis Prentice-Hall, *Englewood Cliffs*, NJ, 1978.
- [45] **S. Ibrir**: Circle-criterion approach to discrete-time nonlinear observer design. *Automatica*, vol. 43, no. 8, pp. 1432–1441, 2007.
- [46] **X. Fan, M. Arcak** :Observer design for systems with multivariable monotone nonlinearities, *Systems and Control Letters, Elsevier*, vol.50, pp319 – 330, (2003).
- [47] **M.Arcak** : Circle-Criterion Observers and Their Feedback Applications: An Overview, springer, pp 3-14, 2006.
- [48] **M. Arcak,PetarKokotovi** : Feasibility conditions for circle criterion designs, *systems and control letters (Elsevier)* . vol. 42 .pp 405–412 ;2001
- [49] **M. Arcak, P. Kokotovich** : Nonlinear observers: a circle criterion design and robustness analysis, *Automatica*. vol.37.pp1923-1930 ; 2001
- [50] **A. Glumineau, C.H. Moog, F. Plestan** : New algebrogeometric conditions for the linearization by input–output injection. *IEEETransactions on Automatic Control*, vol.41(4), pp.598–603.1996

- [51] **W.M. Haddad, D.S. Bernstein**: Explicit construction of quadratic Lyapunov functions for the small gain, positivity, circle, and Popov theorems and their application to robust stability. Part ii: Discretetime theory. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol.4, pp 249–265.
- [52] **Ibrir. S, Xie. W. F., Su. C.-Y**: Observer-based control of discretetimeLipschitzian nonlinear systems: Application to one-link flexible joint robot. *International Journal of Control*, vol. 78(6), pp.385–395.2005.
- [53] **Kazantzis. N, Kravaris. C**: Nonlinear observer design using Lyapunov’s auxiliary theorem. *Systems and Control Letters*, vol.34(5), pp.241–247.1998
- [54] **Krener. A. J, Respondek. W**: Nonlinear observers with linearizable error dynamics. *SIAM Journal on Control and Optimization*, vol.23(2), pp.197–216.1985
- [55] **Moraal. P. E, Grizzle. J. W**: Observer design for nonlinear systems with discrete-time measurements. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol.40(3), 395–404.1996
- [56] **Lee. W, Nam. K**: Observer design for autonomous discrete-time nonlinear systems. *Systems and Control Letters*, vol.17, pp.49–58.1991.
- [57] **S. Ibrir** : On-line exact differentiation and notion of asymptotic algebraic observers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol.48(11), pp.2055–2060. 2003.
- [58] **Oliveira. M. C, Bernussou. J, Geromel. J. C**: A new discrete-time robust stability condition. *Systems and Control Letters*, vol.37(4), pp.261–265.1999
- [59] **Edwin EnginYaza, Chung SeopJeonga ,AdilBahakeemb, Yvonne IlkeYaz** : Discrete-time nonlinear observer design with general criteria, *Journal of the Franklin Institute,Elsevier*, vol 344. pp 918–928.2007.
- [60] **Arcak, M., &Nešić**: A framework for nonlinear sampled-data observer design via approximate discrete-time models and emulation. *Automatica*, 40(11), 1931–1938. , D. (2004).
- [61] **A. Meroufel, M. Massoum, B. Belabbes and A. Bentaallah** : Linéarisation entrée/sortie et réglage flou d’une machine asynchrone alimentée en courant. *ACTA Electrotehnica* , Volume 48, pp. 15-21, 2007 .
- [62] **A. Fekih and F.N. Chowdhury** : On Nonlinear Control of Induction Motors: Comparison of two Approaches. *Proceeding of the 2004 American Control Conference Boston*, Massachusetts June 30 - July 2, 2004.
- [63] **A. Merabet** : Commande non linéaire a modèle prédictif pour une machine asynchrone. *Thèse de Doctorat*. Université du Québec 2007.
- [64] **F. Mehazzem1, A. Reama1 and H. Benalla** : Sensorless nonlinear adaptive backstepping control of induction motor; *ICGST-ACSE Journal*, ISSN 1687-4811, Volume 8, Issue III, January 2009.

- [65] **M Ghanes.** Tracking Performances of Backstepping and High Gain Observers for Sensorless Induction Motor Control Against low Frequencies Benchmark. *IEEE International Conference on Control Applications, CCA.* 2007; 652–657.