

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

BADJI-MOKHTAR-ANNABA UNIVERSITY  
UNIVERSITE BADJI-MOKHTAR-ANNABA



جامعة باجي مختار - عنابة

Faculte des sciences de l'ingenieur

Année 2009

Département de Génie Civil

## MEMOIRE

Presentée en vue de l'obtention du diplôme de MAGISTER

**CONTRIBUTION A LA MODELISATION NUMERIQUE  
DU COMPORTEMENT DES SILOS A TREMIE LORS DU  
REPLISSAGE ET DE LA VIDANGE**

*-Evaluation numérique du chargement de la matière ensilée sur les parois  
du silo-*

Option  
Structure

Par

**LATIFA LOUETRI**

**DIRECTEUR DE MEMOIRE: KAMEL DJEGHABA MC Université de Annaba**

**DEVANT LE JURY**

**PRESIDENT : M.F HABITA Pr Université de Annaba**

**EXAMINATEURS : Y HADIDANE MC Université de Annaba**

**A AMIRAT MC Université de Annaba**

## **Dédicaces:**

*A mon père, a ma mère, a toute ma famille, a mon encadreur, a mes amis, et toute  
personne ayant collaboré à ce travail.*

## **Remerciement**

*Je remercie en premier lieu **Mon Dieu** qui ma donné le courage et la volonté afin de terminer ce travail.*

*Je remercie mes parents qui se sont sacrifiés pour notre bien, ma sœur Nadjet qui nous a toujours encouragé et poussé pour étudier.*

*Je remercie également mon encadreur M<sup>r</sup> K. Djeghaba qui a orienté efficacement ce travail. Merci beaucoup pour vos conseils avisés, vos idées pertinentes, votre patience et votre soutien pendant ces années.*

*Je tiens à exprimer ma gratitude à l'ensemble des membres du jury d'avoir accepté d'examiner mon travail.*

*Je tien à remercier toutes les personnes qui ont contribué a l'accomplissement de ce travail. Mes profondes reconnaissances à M<sup>r</sup> Y. Hadidane pour son encouragement et son aide.*

*Un très grand merci pour mes collègues, mes amis sameh, nawel et zakaria, et a l'ensemble des travailleurs de département de génie civil.*

## Liste des figures

<b>Figure</b>	<b>Titre</b>	<b>Pages</b>
01	Silos verticaux	01
02	Des accidents des silos	01
03	Silos de stockage des grains	04
04	Schéma élémentaire des silos	05
05	Détermination de la valeur de $p/q$	10
06	Variation de $1/K$ en fonction de la profondeur du stockage	12
07	Dimensions du silo cylindrique	13
08	Variation de la force du frottement en fonction de la profondeur	14
09	Types d'écoulement pendant la décharge	21
10	Chute de la trémie	22
11	Les parties constituent le silo	23
12	Éclatement d'un silo à assemblage mal détaillé	23
13	Flambement d'une coque cylindrique sous compression axiale	23
14	Flambement de pied d'éléphant dans un réservoir	24
15	Flambement de parois ondulées d'un silo non raidie sous compression verticale	24
16	Flambement au dessus de support des parois des silos à bague raidie	24
17	Trémie fend sur les joints méridionaux	24
18	Compression de la bague de la transition à cause de la tension supérieure de la trémie	25
19	Modes de chute plastique pour les toits coniques à coque mince	25
20	Toit conique après claquement à travers le flambement	25
21	Flambement de paroi cylindrique et toit conique sous le vent	26
22	Représentation des modes d'écoulement	29
23	les différentes zones d'écoulement	30
24	Les régimes d'écoulement	31
25	Les composantes symétriques des pressions de remplissage et de la vidange dans les silos	32

26	Modèles de remplissage	35
27	Directions des contraintes principales majeures et des contraintes normales sur la paroi $\sigma_w$	37
28	Modèle schématique de la décharge	40
29	Flambement du a l'écoulement excentrique	43
30	Ecoulement excentrique des grains solides dans un silo	43
31	Un cycle d'une saccade dans un silo de grande hauteur	44
32	Poussée latérale et pression verticale	46
33	Angle de talus naturel, $\varphi$	46
34	Courbe de la Pression verticale	46
35	Courbe de la Poussée latérale	46
36	Calcul des pressions horizontales et verticales à la partie trémie	50
37	Les pressions unitaires	50
38	Décomposition des pressions	50
39	Décomposition de poids	51
40	Détermination de coefficient de majoration sur la partie trémie	54
41	Différents types d'éléments disponibles dans la bibliothèque d'ABAQUS	58
42	Discrétisation de la surface maîtresse	60
43	Modèle de Coulomb pour le frottement	61
44	Pression normale à la paroi par les deux logiciels Abaqus et Ansys en utilisant les lois de comportement LE et LEDP	65
45	Modèles de comportement élastoplastique	66
46	Surface de rupture dans l'espace des contraintes principal	67
47	Surface de rupture pour deux paramètres du modèle dans le plan diviatorique	68
48	Surface de rupture de Drucker Prager	68
49	Ecroûissage: a) Par Drucker Prager et b) Préféré	69
50	Model Drucker Prager linéaire	70
51	La surface limite par Drucker Prager dans le plan déviatorique	70
52	La surface limite et la direction d'écoulement plastique dans le plan p-t	71
53	Remplissage progressif avec une augmentation graduelle de la charge gravitationnelle	72

54	Remplissage progressif avec une augmentation graduelle de la matière entreposée	73
55	Courbe de la pression normale à la paroi avec les différentes méthodes de remplissage	73
56	Dimensions du silo utilisé	74
57	Pression normale à la paroi avant majoration «Méthode de Reimbert»	78
58	Pression latérale - Remplissage du silo- «méthode de Reimbert»	81
59	Contraintes circonférentielles « Méthode Reimbert»	82
60	Contraintes méridionales « Méthode Reimbert»	83
61	Pression normale à la paroi par les deux méthodes de remplissage de la M.E.F	87
62	Pression normale à la paroi en fonction de la profondeur par la M.E.F	88
63	Contraintes circonférentielles en fonction de la profondeur par la M.E.F	89
64	Contraintes méridionales en fonction de la profondeur par la M.E.F	89
65	Pression normale à la paroi par la méthode du remplissage pour les deux valeurs de coefficient de poisson	91
66	Pression normale à la paroi par les deux méthodes de calcul Reimbert et la M.E.F	92
67	Contraintes circonférentielles obtenues par les deux méthodes de calcul : Reimbert et la M.E.F	92
68	Contraintes méridionales obtenues par les deux méthodes de calcul : Reimbert et la M.E.F	93
69	Pression normale à la paroi en fonction de la profondeur du silo par l'analyse dynamique par la MEF	96
70	Comparaison entre résultats d'analyse statique et dynamique par la MEF	96
71	Zones de plasticité sur les parois du silo«analyse dynamique».	97
72	Parois du silo dans le domaine linéaire «analyse statique».	98
73	Variation de nombre des couches de remplissage dans l'analyse dynamique par la M. E.F.	99
74	Variation du temps du remplissage	100

75	Variation de l'angle de frottement interne en analyse dynamique par la M.E.F	101
76	Pression normale à la paroi en variant l'angle de frottement interne avec une analyse statique	102
77	Pression normale à la paroi en fonction de $\frac{1}{10}\gamma$ dans une analyse de la vidange	103

## Liste des tableaux

N°	Titre	Pages
01	Classe des silos en fonction de la capacité et d'excentricité de décharge ou remplissage	19
02	Classification des silos d'après la rugosité des parois	20
03	Combinaisons des propriétés de la matière dans la détermination des différents types d'actions	20
04	Valeurs des coefficients dynamiques $K_d$	53
05	Valeurs des coefficients de surpressions $K_b$	53
06	Détermination des coefficients $K_{a-2}$	54
07	Coefficients de majoration d'une trémie à 45° d'inclinaison sur différentes matières	55
08	Les dimensions de silo utilisé	74
09	Caractéristiques d'acier utilisé	74
10	Propriétés mécaniques du blé utilisé	75
11	Propriétés mécaniques du blé utilisé pour la méthode de Reimbert	76
12	Pression et frottement sur les parois de la partie cylindrique du silo	77
13	Pression et frottement sur les parois de la trémie	78
14	Pression, frottement sur la partie cylindre du silo	80
15	Pression, frottement, poids de la matière sur la partie de la trémie du silo	80
16	Propriétés mécaniques du blé utilisé pour la méthode des éléments finis	85

## Résumé:

Les silos sont les structures les plus utilisées dans le monde pour le stockage des produits destinés à la vente ou à l'utilisation sur place. Face à l'importance de ce type de structure, et face aux accidents augmentant chaque année lors de l'exploitation de ce type d'ouvrage il a été clair qu'il faut avoir un règlement définitif qui fixe leur mode de calcul.

En générale il existe trois méthodes pour le calcul des silos, les méthodes analytiques basées sur la théorie de Janssen ou Reimbert, les méthodes numériques basées généralement sur la méthode des éléments finis, et les méthodes expérimentales.

*Mais parmi celles-ci quelle est la méthode qui donne l'évaluation des charges la plus correcte ?*

Les travaux de recherche menés dans le cadre de cet mémoire fournissent une analyse d'un silo cylindrique à paroi métallique et à trémie centrée par les deux méthodes de calcul: analytique (la méthode de Reimbert) et numérique (la méthode des éléments finis) dans le but de déterminer parmi celles-ci l'évaluation des charges exerçants les parois du silo la plus proche de la réalité. On s'intéresse en particulier à la comparaison entre les résultats obtenues par les deux méthodes, les effets des principaux paramètres par la méthode des éléments finis sont analysés, comme la variation de coefficient de poisson, l'effet de l'analyse dynamique, le nombre des couches de remplissage, le temps de remplissage, l'effet de variation de l'angle de frottement interne, ainsi qu'une étude de la vidange du silo est réalisée.

## Mots clés:

Silo, théorie de Janssen, théorie de Reimbert, méthode numérique, méthode des éléments finis, trémie centrée, coefficient du poisson, analyse dynamique, nombre des couches de remplissage, angle de frottement interne, normes de calcul.

## ملخص:

المطمورات هي المنشأة الأكثر استعمالاً في العالم لتخزين المحاصيل بغرض تسويقها أو استعمالها. نظراً لأهمية هذه المنشآت و لمواجهة الحوادث المتزايدة أثناء استعمالها وجب إيجاد قوانين نهائية تحدد أبعادها. عموماً توجد ثلاث طرق لحساب المطمورات: الطرق التحليلية، الطرق الحسابية و الطرق تجريبية. السؤال المطروح هو: من بين هذه الطرق ما هي الطريقة التي تعطي تقييماً اصح للقوى؟ في هذه المذكرة قمنا بدراسة مضمورة اسطوانية ذات جدران معدنية و منخل مركزي بالطريقة التحليلية (Reimbert)، و الطريقة الحسابية المبنية على نظرية العناصر المحدودة بهدف تحديد الطريقة التي تعطينا تقييماً للقوى الضاغطة على جدران المضمورة الأقرب إلى الواقع. نهتم بالخصوص بإجراء مقارنة النتائج التي حصلنا عليها بالطريقتين، بالإضافة إلى دراسة بارامترية بالطريقة الحسابية تتضمن تأثير معامل (Poisson)، تحليل ديناميكي للمضمورة، عدد طبقات التعبئة، تأثير وقت اللزوم للتعبئة، و تأثير معامل الاحتكاك الداخلي، بالإضافة إلى دراسة لتفريغ المضمورة و تأثير زيادة الضغط.

## كلمات المفاتيح:

المطمورات، الطرق التحليلية، الطرق الحسابية، الطرق تجريبية، منخل مركزي، نظرية العناصر المحدودة، دراسة بارامترية معامل (Poisson)، ل ديد امكيطبقه للتعبئة معاه ل الاحتكاك الداخلي.

## **Abstract:**

Silos are the most used structures in the world for storing goods for sale or use. Face to the importance of this type of structures, and face to the accidents increasing every year at the time of the exploitation of this type of structure, it was clear that it is necessary to have a regulation that fixes their fashion of analysis and design .

Generally three methods exist for the analysis of the silos, the analytical methods based on the theories of Janssen or Reimbert, the numerical methods based on the finite element method, and the experimental methods .

*But what method among these gives the most correct assessment of loads?*

This research work led to the setting of an analysis of a cylindrical steel silos having concentric hopper, by the two methods: the analytical (based on the theory of Reimbert) and numerical (the finite element method) in the goal to determine from these methods the one whose gives the assessment of the loads exerted on the silo wall the most close to the reality. We are interested practically on the comparison between the results obtained by the two methods, the effects of the main parameters using the finite element method are analyzed, as the variation of Poisson ratio, the effect of the dynamic analysis, the number of the layers used to simulate the filling of the silo, the time of the filling, the effect of variation of the internal friction angle, as well as a study of the discharging of the silo is achieved.

### **Key words:**

Silos, analytical methods, theory of Janssen, theory of Reimbert, numerical methods, finite element method, centric hopper, Poisson ratio, dynamic analysis, layers, filling, internal friction angle, discharging.

## SOMMAIRE

<b>Liste des figures</b> .....	III
<b>Liste des tableaux</b> .....	VII
<b>Introduction générale</b> .....	01
<b>CHAPITRE 1 : Définition et classification</b> .....	
<b>I.1 Définition</b> .....	04
<b>I.2 Classification</b> .....	05
I.2.1 Les silos agricoles .....	05
A. Les silos de fermes .....	05
B. Les silos de coopérations .....	06
C. Les silos portuaires.....	06
I.2.2 Les silos industriels .....	06
I.2.3 Les silos verticaux.....	07
I.2.4 Silos horizontaux.....	08
<b>CHAPITRE II : Théories et normes de calcul des silos</b> .....	09
<b>II.1 Théories classiques de calcul des silos</b> .....	09
II.1.1 Théorie de Janssen et koenen .....	09
II.1.2 Théorie des frères Reimbert.....	12
<b>II.2 Les normes de calcul de silos</b> .....	15
II.2.1 Introduction .....	15
II.2.2 L'Eurocodes ENV 1991.....	16
<b>CHAPITRE III : Actions entrant en jeu dans le comportement des silos</b> .....	22
<b>III.1 Introduction</b> .....	22
<b>III.2 Sollicitations provoquant les parties principales du silo</b> .....	22
III.2.1 Parois cylindriques .....	23
III.2.2 La trémie conique .....	24
III.2.3 La jonction - transition .....	24

III.2.4 Le toit conique .....	25
<b>III.3 Pression dans les silos .....</b>	<b>26</b>
III.3.1 Matière granulaire .....	26
III.3.1.1 La densité (ou poids volumique).....	28
III.3.1.2 Le frottement interne.....	28
III.3.1.3 Le frottement sur les parois.....	28
III.3.2 L'écoulement.....	29
III.3.2.1 Influence de type d'écoulement.....	32
III.3.2.2 Influence de la vitesse d'écoulement.....	32
III.3.3 Composantes de silo .....	33
III.3.3.1 Nature des parois.....	33
III.3.3.2 Sollicitations exceptionnelles des fonds.....	33
III.3.4 Les sollicitations externes .....	34
III.3.4.1 Les sollicitations.....	34
III.3.4.2 Variation de température.....	34
<b>CHAPITRE IV : Actions particulières lors de remplissage et de la vidange des silos .....</b>	<b>35</b>
<b>IV.1 Généralité.....</b>	<b>35</b>
<b>IV.2 Le remplissage et la vidange.....</b>	<b>35</b>
<b>IV.3 Particularité de la vidange.....</b>	<b>36</b>
<b>IV.4 Distribution des contraintes lors de la vidange.....</b>	<b>36</b>
<b>IV.5 Phénomènes observés lors de vidange.....</b>	<b>37</b>
<b>IV.6 Surpression due a la vidange.....</b>	<b>38</b>
<b>IV.7 Influence de la forme des silos sur la vitesse de la vidange.....</b>	<b>41</b>
<b>IV.8 Vidange excentrique.....</b>	<b>41</b>
<b>IV.9 Vibrations .....</b>	<b>43</b>
<b>CHAPITRE V : ASPECT DEVELOPPEMENT .....</b>	<b>45</b>
<b>V.1 Méthode de Reimbert .....</b>	<b>45</b>
V.1.1 Introduction.....	45

V.1.2	Expérience .....	45
V.1.3	Théorie de Reimbert.....	47
V.1.3.1	Efforts statique.....	49
V.1.3.2	Effet dynamique de la vidange.....	51
<b>V.2</b>	<b>Méthode des éléments finis.....</b>	<b>56</b>
V.2.1	Introduction.....	56
V.2.2	Présentation du code de calcul ABAQUS.....	57
V.2.2.1	ABAQUS CAE.....	57
V.2.2.2	ABAQUS STANDARD.....	57
V.2.2.3	ABAQUS EXPLICIT.....	57
V.2.2.4	Présentation des différents types d'éléments ABAQUS....	58
V.2.3	Interactions de contact.....	59
V.2.3.1	Définition des modèles d'interaction de surfaces....	60
V.2.3.2	Gestion des contacts sous ABAQUS.....	62
V.2.4	Lois de comportement de la matière entreposée.....	62
V.2.4.1	Introduction.....	62
V.2.4.2	Lois de comportement utilisé dans des anciens travaux	63
V.2.4.3	Loi élastique –plastique.....	65
V.2.4.4	Rupture du model .....	66
V.2.4.5	Model Drucker Prager dans ABAQUS .....	69
V.2.5	Modélisation du remplissage.....	71
<b>CHAPITRE VI</b>	<b>: Validation des résultats .....</b>	<b>74</b>
<b>VI.1</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>74</b>
<b>VI.2</b>	<b>Méthode Reimbert .....</b>	<b>75</b>
VI.2.1	Calcul des efforts statiques.....	75
VI.2.1.1	Partie cylindriques du silo .....	75
VI.2.1.2	La trémie du silo .....	77
VI.2.1.3	Courbe de la pression latérale sur le silo entier.....	78
VI.2.2	Calcul des efforts dynamique«état de remplissage et de la vidange du silo» .....	79

VI.2.2.1 Résultat de la pression et le frottement sur la partie cylindre de silo après l'application de coefficients de majorations.....	80
VI.2.2.2 Résultat de la pression et le frottement sur la partie trémie de silo après l'application de coefficients de majorations.....	80
VI.2.3 Présentation des courbes obtenue et l'interprétation des résultats.	81
VI.2.3.1 Pression latérale normale à la paroi.....	81
VI.2.3.2 Contraintes circonférentielles (Horizontales) .....	81
VI.2.3.3 Contraintes méridionales (verticales) .....	83
<b>VI.3 Analyse Numérique par la méthode des éléments finis</b>	<b>84</b>
VI.3.1 Etapes de création du model par la méthode des éléments finis ...	84
VI.3.2 Résultats de l'analyse statique .....	86
VI.3.2.1 Comparaison des deux méthodes de remplissage	87
VI.3.2.2 Etude paramétrique .....	90
A. Coefficient de poisson.....	90
B. Comparaison entre les deux méthodes de calcul « Reimbert et M.E.F » .....	91
C. Analyse dynamique par la méthode des éléments finis.....	94
C.1 Résultats de l'analyse dynamique.....	95
C.1.1 Comparaison entre analyse statique et dynamique .....	96
C.1.2 Variation de nombre des couches du remplissage .....	98
C.1.3 Effet de variation du temps de remplissage.....	100
C.1.4 Effet de variation de l'angle de frottement interne.....	101
C.1.5 Surpression due a la vidange des silos.....	103
<b>Conclusion sur l'analyse dynamique</b> .....	<b>104</b>
<b>Conclusion générale</b> .....	<b>105</b>
<b>Perspectives et recommandations</b> .....	<b>108</b>
<b>Références bibliographiques</b> .....	<b>109</b>

# Introduction générale

## **Introduction générale :**

Les unités de stockage de céréales sont devenues à l'heure actuelle plus que nécessaires. Ceci est dû essentiellement à la production de volumes importants qui nécessitent de les adapter au besoin des marchés et de ce fait de les stocker. Leur utilisation n'est pas nouvelle, mais jusqu'en 1800, le stockage enterré fut la méthode la plus développée pour la conservation à long terme des grains. [1]. En Amérique du nord et en Europe, ce type de silo fut abandonné au début du XVII<sup>ème</sup> siècle, au profit des greniers à grains et des premiers silos verticaux de surface. De moindre coût d'installation, ils facilitent aussi les opérations de manutention et d'inventaire des denrées stockées. Au XIX<sup>ème</sup> siècle la révolution industrielle a permis une nette augmentation des volumes de production de céréales ainsi que d'autres matériaux granulaires stockés en vrac. C'est à ce moment là, à cause de l'utilisation de silos de plus en plus importants que les différents phénomènes et problèmes intervenants dans ce type de conservation commencent à être étudiés. [2]



**Fig 1:** Silos verticaux [3]

Ainsi des accidents graves et parfois mortels se produisent chaque année lors du chargement ou au cours des activités d'exploitation sur les silos et autres locaux de stockage d'aliments. [4]



**Fig 2 :** Des accidents des silos. [5]

A cet effet, beaucoup des recherches ainsi que des théories et des normes de calcul sont apparus pour l'amélioration, et le dimensionnement fiables de ce type de structures.

La première théorie était celle de Janssen (1895), qui est à la base de la plupart des normes de calculs existants. Vient ensuite, la théorie des frères Reimbert (1956), qui ont proposés de nouvelles méthodes de calcul des pressions suite à des essais effectués sur des silos à échelle réelles et d'autres réduits. Par la suite, le développement rapide des outils de calcul a permis l'apparition de méthodes numériques à la seconde moitié de XX<sup>ème</sup> siècle. Ces méthodes sont actuellement les plus utilisées, car en plus de leur puissance de calcul elles sont devenues avec le développement des codes de calcul d'une relative facilité. Simplement, s'il s'agissait de ne modéliser et de calculer le silo lui-même, cela est effectivement relativement simple avec ces codes de calculs. En fait le problème réside dans le comportement des milieux granulaires et des effets de chargements qu'ils engendrent sur les parois des silos. En effet ils présentent des comportements très divers, car selon les forces externes qui leur sont appliquées, ils peuvent se comporter comme un solide (un milieu granulaire compacté est indéformable), un liquide (car ils peuvent s'écouler), ou un gaz (on peut même définir une «température granulaire» pour les milieux granulaires agités). [6]. L'idée qui prédomine actuellement est de modéliser non seulement les parois du silo (ce qui est comme nous l'avons déjà signalé relativement assez simple) mais de modéliser aussi la matière ensilée afin de se rapproche le plus de l'évaluation des actions qu'elle peut créer sur les parois du silo.

De manière générale il existe actuellement deux méthodes de calcul des silos, la première est *analytique* et la deuxième est *numérique*.

Concernant la première, elle est utilisée pour la conception des silos, et en raison de sa simplicité et de son efficacité pour le dimensionnement elle est adoptée dans les codes et normes de calcul. Dans cette méthode la pression latérale sur les parois est établie en utilisant l'une des deux théories classiques, *Janssen* (1895) ou celle de *Reimbert* (1956). *La théorie de Janssen* est préférée dans les états unis d'Amérique, alors que celle de *Reimbert* est préférée dans quelques parties de l'Europe.[7]. Ces méthodes restent quand même d'une utilisation courante et ne permet pas de répondre efficacement à certains problèmes spécifique : vidange, remplissage etc...

La deuxième est *numérique* basée sur la méthode des éléments finis. Les possibilités de cette méthode sont largement supérieure à la précédente, elle est bien plus efficace pour donner par exemple des solutions pour des problèmes dynamique dans le processus de vidange ou de remplissage, pour modéliser des géométries arbitraires, pour modéliser le

comportement non linéaire, pour modéliser le comportement incluant une interaction du contact entre les grains et les parois des silos etc. [8]

### **Position de problème :**

Nous nous proposons dans ce travail d'utiliser la méthode des éléments finis pour aboutir à une démarche de modélisation pour analyser le calcul d'un silo en évaluant au mieux les actions de la matière ensilée sur les parois du silo. Cette approche sera comparée aux méthodes analytiques classiques utilisées

Pour approcher la problématique posée, nous avons adopté la démarche suivante :

- 1- Choisir des dimensions de silos métalliques a parois cylindriques, et trémie concentrée
- 2- Calcul du silo par la méthode classique de Reimbert ;
- 3- Modélisée le silo par la méthode des éléments finis;
- 4- Comparer les résultats des deux méthodes ;
- 5- Etude paramétrique du silo.

## Chapitre : I

### Définition et classification des silos

## **I. Définition et classification des silos:**

En tant que structures importantes pour le stockage des récoltes, les silos constituent un investissement important pour les produits qui sont, soit destinés à la vente ou à une utilisation sur place. Ainsi des installations inadéquates et une mauvaise gestion peuvent causer des pertes importantes par la détérioration du grain, par les insectes, les rongeurs, par le feu (allumage par combustion spontanée), ainsi que par ruine du silo lors d'instabilité suite à un mauvais dimensionnement. Avant de construire de nouvelles installations de stockage, il faut concevoir un système complet de stockage et de manutention qui satisfasse à la fois les besoins actuels et éventuels. Le nombre et les dimensions des bâtiments de stockage dépendent de la quantité et des types de grain à stocker. En plus de la structure cylindrique à fonction unique, on peut également envisager différents bâtiments rectangulaires polyvalents; ces derniers permettent un stockage plus économique pour les grandes quantités.



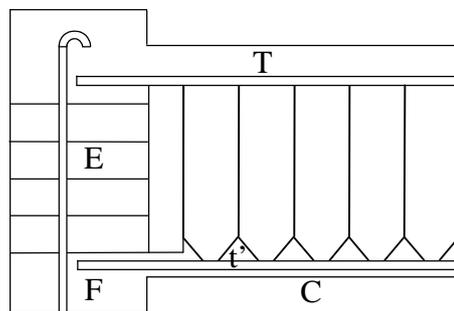
**Fig 3** : Silos de stockage des grains. [9]

### **I.1 Définition :**

Un silo est un réservoir de grandes capacités prévues pour le stockage commercial ou industriel de grandes quantités de produit (plusieurs milliers de tonnes). [10] Généralement ils sont de forme cylindrique et destinés à entreposer, à conserver, et à stocker des récoltes (dans la plupart des cas il s'agit de céréales, soit pour les consommer, soit pour les faire germer et les semer en suite). [11]. Les silos sont construits en métal ou en béton armé. Ils comportent généralement des cellules juxtaposées de sections variables et de grande hauteur. Ils sont terminés à leur base par les mamelles de vidange, mais fermés à leur partie supérieure par un plancher sur lequel sont installés les appareils de remplissage.

Le schéma élémentaire présenté sur la figure (**Fig 4**) d'une installation de silo comporte :

- ❖ Une fosse F de réception dans laquelle sont versés les céréales à leur arrivée ;
- ❖ Un élévateur E soulevant les grains de la fosse vers l'étage situé au dessus des cellules ;
- ❖ Une bande transporteuse T supérieure acheminant les grains depuis leur déversement de l'élévateur jusqu'à l'orifice de remplissage des cellules ;
- ❖ Les cellules proprement dites ;
- ❖ Une bande transporteuse t inférieure reprenant les grains lors de la vidange des cellules.



**Fig 4:** Schéma élémentaire des silos. [12]

## **I.2 Classification:**

- ❖ On peut classer les silos suivant la matière ensilée, alors on aura :

### **I.2.1 Les silos agricoles :**

Ils sont destinés à stocker des céréales parmi ceux-là on a :

#### **A. Les silos de fermes:**

De nombreuses fermes sont maintenant équipées d'un ou plusieurs silos pour stocker les céréales en supprimant la sacherie. Ces silos peuvent être de plusieurs types:

Silos (extérieur) comprenant une ou plusieurs cellules de 50, à 100 tonnes, avec leur propre toit, généralement attenant à une grange où a un magasin. Ces silos sont quelque fois en béton armé, très souvent métalliques.

Silos (intérieur), c'est-à-dire à l'abri dans un magasin et équipant celui-ci avec des cellules de 15 à 50 tonnes en métal, à lamelles, ou en bois, ou d'autres matériaux appropriés. Ces silos sont généralement composés d'éléments préfabriqués en ateliers, faciles à assembler ou à démonter.

### B. Les silos de coopératives:

Leur capacité varie d'une installation à l'autre et suivant les régions, de 1.000 à 10.000 tonnes, et parfois davantage. Ces silos sont indifféremment en béton armé ou en tôle d'acier. Le choix du matériau est souvent fait en considération du prix de revient ou par simple préférence des utilisateurs: les uns exigeant des cellules en béton qui ne nécessitent aucun entretien extérieur (mais qui doivent être équipées d'appareils assurant la ventilation artificielle du grain), les autres préférant des cellules en tôle d'acier qui doivent être repeintes régulièrement, mais qui permet le stockage en atmosphère confinée et d'autres encore recherchant soit des cellules lamellaires qui doivent être également entretenues mais qui permettent une large aération naturelle et artificielle du grain, soit enfin certains utilisateurs stockent les céréales courantes dans des silos en bois.

Les cellules de ces silos sont, en général, de moyenne capacité unitaire, de l'ordre de 80 à 1.000 tonnes, mais chaque installation comporte des cellules de moindre capacité unitaire, de céréales secondaires.

### C. Les silos portuaires:

Leur capacité est généralement supérieure à 5.000 tonnes et dépasse souvent 10.000, 20.000 tonnes, pour atteindre même parfois 50.000 tonnes ou davantage. Ils sont généralement en béton armé et rarement métalliques, en raison de l'agressivité de l'atmosphère marine qui nécessite un entretien très soigné des tôles.

Les cellules de ces silos sont de grande capacité unitaire, de l'ordre de 400 à 1.000 tonnes afin de stocker des quantités massives de céréales importées ou exportées. Cependant, chaque silo comporte dans la plupart des cas des cellules de petite capacité permettant le stockage de céréales secondaires, telles que colza, orge, etc...

### I.2.2 Les silos industriels:

Ces silos sont en béton armé ou en métal. Ils doivent être particulièrement robustes. En effet, il y a lieu de se méfier des effondrements de voûtes qui se produisent bien souvent dans la masse ensilée. De telles voûtes se forment dans la masse de céréales ensilées, souvent dues à la fermentation des céréales. Maintenant elles sont évitées, grâce à la détection des échauffements et par la ventilation judicieusement assurée de la masse ensilée.

Des matériaux tels que le coke, le charbon, la chaux, ciment et phosphate n'exigent pas les mêmes précautions, mais cependant des voûtes se forment fréquemment dans les couches

inférieures de la masse ensilée, sous la pression transmise par les couches supérieures qui les compriment en les agglomérant.

Dans certains silos à charbon, afin de permettre le glissement de la masse ensilée, on ne se contente pas de lisser l'enduit intérieur et l'on vitrifie les parois des cellules en scellant sur celle-ci des plaques de verre. [12]

❖ *Suivant la forme des silos on a :*

### **I.2.3 Les silos verticaux:**

Ces Silos sont constitués par plusieurs cellules de stockage à développement vertical, en tôle ou en béton armé. Cette catégorie comprend les silos composés de:

- Cellules rondes en tôle galvanisée, plane ou ondulée;
- Cellules polygonales en panneaux métalliques peints ou galvanisés;
- Cellules rondes en béton armé.

Ils possèdent des capacités de 10 à 2.000 tonnes par cellule. Il existe par ailleurs des silos plus petits au niveau de la ferme. Les silos à grande capacité, qui comportent de nombreuses cellules, peuvent contenir plus de 100.000 tonnes de céréales.

Les silos de petite à moyenne capacité (jusqu'à 250 tonnes environ) sont pour la plupart d'une construction assez légère, en grillage métallique doublé par une toile métallique ou plastique, en tôles métalliques, en fibrociment ou en bois. Les petits silos sont habituellement placés sous abri. La manutention se fait généralement par vis sous tube.

Les silos à grande capacité peuvent être en métal ou en béton armé. La construction doit satisfaire aux normes définies afin de pouvoir supporter les pressions énormes exercées par les denrées contre les parois, en particulier lors du remplissage et de la vidange. Ces pressions sont la conséquence du frottement des grains entre eux et sur la paroi et peuvent même causer des pulsations violentes. Afin d'éviter que les structures ne soient endommagées, il existe différentes solutions techniques, telles que l'introduction de tubes antidynamiques dans les cellules. Ces silos sont toujours équipés des installations nécessaires pour la pesée, la manutention, le nettoyage, le séchage, la ventilation et la supervision, ce qui permet la gestion de grandes quantités de grains par des équipes très réduites. Les silos donnent des résultats satisfaisants pour le stockage sur de courtes périodes. Dans les pays tropicaux, il n'est pas rare

que l'on rencontre des problèmes dus à la condensation dans des silos métalliques mal entretenus. Les causes les plus fréquentes sont l'emmagasiner de grains trop humides, le manque de ventilation et le stockage prolongé dans ces conditions.

#### **I.2.4 Les silos horizontaux:**

Il s'agit généralement de vastes magasins construits en béton armé, en brique ou en tôle métallique. Ces silos appelés magasins-*vrac* occupent une surface plus importante que les silos verticaux. Ils doivent être équipés de murs suffisamment résistants pour soutenir la pression causée par le poids des grains. [13]. Ils sont aussi en tôle ou en béton, et sont formés de cellules juxtaposées, carrées ou rectangulaires, à développement horizontal.

❖ Les silos peuvent être aussi classer suivant :

- La forme en plan des cellules (carré, rectangulaire, .....);
- Le regroupement des cellules;
- Le matériau de fabrication (Bois, béton armée, métallique).

## Chapitre : II

Théories et normes de calcul des silos

## **II. Théories et normes de calcul des silos :**

### **II.1 Théories classiques de calcul des silos :**

Les silos sont les structures les plus utilisées dans le monde pour le stockage de nombreux produits agricoles tel que les grains, la farine, le fourrage, ou le sucre, ou bien des produits industrielles comme le sable, ciment, phosphate etc....

Les silos prennent plusieurs formes géométriques, carrées, rectangulaires, polygonales. La forme la plus utilisée est la forme cylindrique, ils peuvent être fabriqués soit en béton soit en acier, à parois lisses ou rugueuses. Les fonds des silos peuvent être plat ou à trémie centrée ou excentrée.

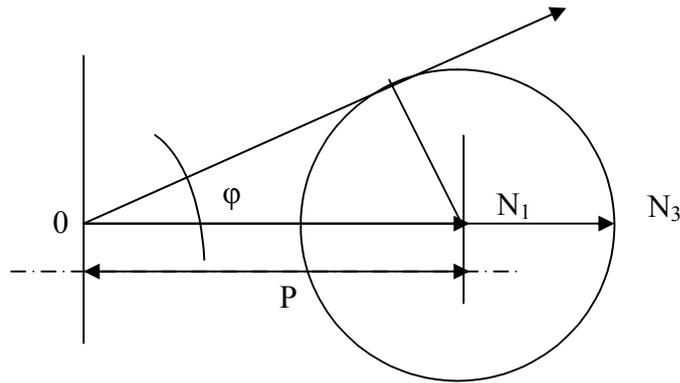
Pour parer aux quantités importantes produites de matières destinées à la vente ou au stockage, de nombreux silos ont été construits. La construction de silos de plus en plus économiques, combinée souvent à un dimensionnement ne tenant pas compte du comportement particulier de ce genre d'ouvrages a inévitablement conduit à des accidents souvent spectaculaire et provoquant des pertes tant humaines qu'économiques. Ceci a amené à la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle à des études dans le but de déterminer des méthodes analytiques permettant de calculer les pressions latérales qui s'exercent sur les parois du silo et celles verticales sollicitant le fond et ceci afin de mieux dimensionner ces silos. Parmi celle-ci la théorie de Janssen (1895) complétée plus tard par Koenen sert de base à la plupart des normes de calcul existantes. D'autres plus récentes dus aux frères Reimbert (1956) à permis de mieux affiner ces analyses.

#### **II.1.1 Théorie de Janssen et koenen :**

La détermination des pressions est un problème qui a été longtemps étudié, la première méthode proposée par Janssen connue sous le nom de méthode de tranche élément [8], qui consiste à trouver des solutions pour les équations différentielles correspondant à l'équilibre vertical dans la tranche horizontale des grains de silo [8].

Le rapport de pression horizontale à celle verticale  $p/q$  est fixé égale à  $\frac{1 - \sin\varphi}{1 + \sin\varphi}$

Avec :  $\varphi$  : angle de frottement interne



**Fig 5 :** Détermination de la valeur de  $p/q$ . [12]

Køenen a montré que c'était là le rapport des contraintes principales extrêmes dans le massif pulvérulent en équilibre limite, en considérant les matières pulvérulentes assimilables à un milieu isotrope auquel on peut étendre la théorie suivante laquelle l'équilibre du milieu a lieu lorsque le cercle de Mohr, ayant pour points diamétraux les extrémités des contraintes principales extrêmes, est tangent à la courbe intrinsèque alors réduite à une droite inclinée de l'angle  $\varphi$  sur la normale à la surface de l'élément considéré.

On appelant  $p$  la moyenne des contraintes, le rayon de cercle de Mohr est : «  $P \sin \varphi$  » d'où :

$$ON_1 = p(1 - \sin \varphi)$$

$$ON_3 = p(1 + \sin \varphi)$$

$$\frac{ON_1}{ON_3} = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$$

Janssen et Køenen ont donc écrit que, le rapport étant égale à  $K = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}$  à la limite, on

avait :

$$q_{\max} = p_{\max} \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)} = \frac{\delta \cdot r}{\operatorname{tg} \varphi' \operatorname{Tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)}$$

$q_{\max}$  : la pression verticale moyenne maximale exercée par la matière granulaire ensilée sur la tranche horizontale ;

$p_{\max}$  : la poussée latérale maximale exercée sur les parois par la matière ensilée.

$\varphi'$  : angle de frottement sur les parois ; [12].

La pression horizontale s'écrit :

$$p_h = \frac{\delta}{\mu} \cdot \frac{A}{U} \left( 1 - e^{\left(\frac{U}{k\mu}\right)z} \right)$$

Avec k : le rapport de pression horizontale à la verticale, égale à celui de coefficient de Rankine.

$\delta$  : la densité des grains ;

$\mu$  : coefficient de frottement des grains avec les parois ;

A : surface intérieure de la section droite de la cellule du silo ;

U : périmètre intérieure de la cellule suivant cette section ;

Une étude expérimentale sur des silos profonds a montré que la théorie de Jansen peut donner de meilleurs résultats en calculant le coefficient K par :

$$K = 1 - \sin \varphi$$

Il a été rapporté que plusieurs investigations, ont obtenu analytiquement :

$$\frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} < K < 1, [7]$$

### Conclusion :

Les hypothèses considérées par cette méthode sont que :

- Les pressions verticales, q, restent constantes dans le cas de surfaces horizontales.
- La valeur de l'angle du frottement entre la paroi et la matière entreposée, est constante.
- Le poids spécifique de la matière entreposée, ne varie pas en tout point du silo.
- la considération que les parois du silo sont totalement rigides
- Le rapport entre les pressions horizontales et verticales, k, est constant pour chaque hauteur

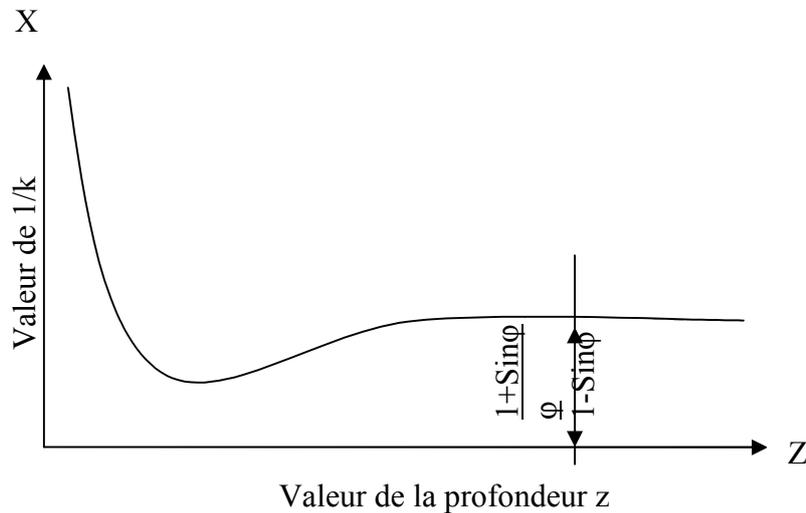
du silo:  $K = \frac{P_h}{q_v}$

- l'application de la théorie de Mohr- Coulomb et Rankine pour les matières granuleuses entreposées dans le silo. [14]

Par la suite plusieurs essais expérimentaux ont été effectués, comme ceux de Reimbert et qui ont été contrôlés par le bureau sécuritas, ont montré que le rapport p/q n'est pas constant et change selon la profondeur et la forme des silos.

### II.1.2 Théorie des frères Reimbert :

Il a été vu que la théorie classique du calcul des pressions exercées sur les parois d'un silo par la masse pulvérulente, était étayée sur l'hypothèse fondamentale de la constante du rapport  $p/q$  de la pression latérale à la pression verticale moyenne.



**Fig 6** : Variation de  $1/K$  en fonction de la profondeur du stockage. [12]

Si l'hypothèse classique de Janssen était exacte, une droite parallèle à l'axe  $z$  est donnée :

$$\frac{p}{q} = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \quad [12]$$

D'après Reimbert, la pression et la charge sur le fond sont en équilibre avec la force de frottement produite entre les grains avec la paroi,  $F_z$  dépend de la profondeur considérée.

Sur la figure (**Fig 7**), on observe les principales dimensions d'un silo cylindrique,

On note que l'axe ( $z$ ) définissant la profondeur a pour valeur initiale la cote supérieure du silo (sans le cône).

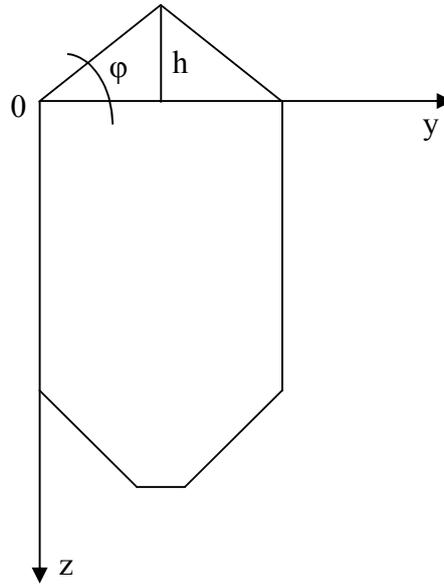
Le poids du cône supérieur d'ensilage est  $Q_0 = \delta S \cdot \frac{h}{3}$  ;

Avec :  $\delta$  est le poids spécifique de la matière ensilée;

$S$  : est la section du silo;

$h$  : est la hauteur de cône supérieure d'ensilage qui peut être exprimée comme  $h = R \operatorname{tg} \varphi$  ,

Où : R est le rayon du silo.



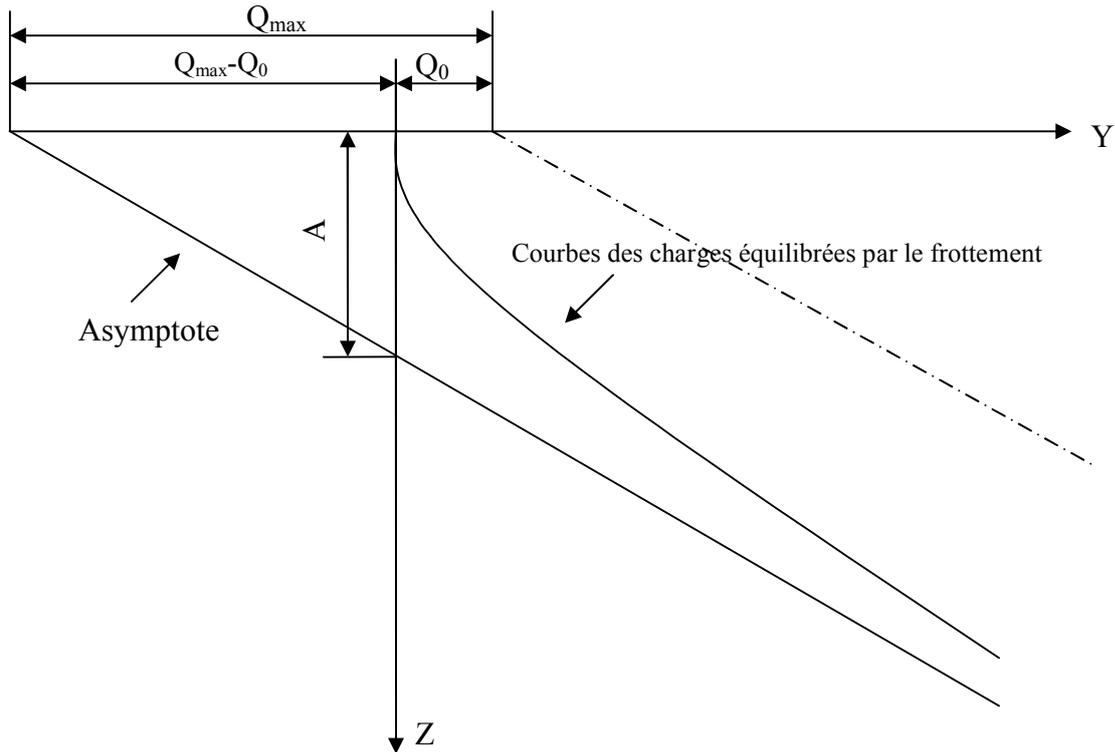
**Fig 7** : Dimensions du silo cylindrique.

De même comme Janssen, les frères Reimbert ont établi un équilibre de forces dans une section différentielle du silo,  $dz$ . Ce chemin, détermine les pressions horizontales,  $p_h$ , et verticales,  $p_v$ , à une certaine profondeur:

$$P_h = \frac{dF_z}{U \operatorname{tg}\varphi'}$$

$$P_v = \delta \left( z + \frac{h}{3} \right) - \frac{F_z}{S}$$

Le coefficient K pourrait être exprimé en divisant les deux formules précédentes, il a été montré expérimentalement que la force  $F_z$  pourrait être exprimée en fonction de la profondeur ( $z$ ) au moyen de la courbe suivante :



**Fig 8** : Variation de la force du frottement en fonction de la profondeur. [12]

$$A = \frac{Q_{\max} - Q_0}{\delta S}$$

$Q_{\max}$ : pression verticale maximale.

$Q_0$ : poids du cône supérieur d'ensilage.

La force de frottement peut être exprimée au moyen de l'équation:

$$F = \delta S \frac{Z^2}{Z + A}$$

✓ Dans le cas d'un silo cylindrique les expressions de Reimbert peuvent être exprimées  
Comme suit :

$$\text{Poussée latérale maximale : } p_{\max} = \frac{r \delta}{\text{tg} \varphi'}$$

$$\text{Abscisse caractéristique : } A = \frac{r}{\text{tg} \varphi' \text{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)} - \frac{h}{3}$$

Poussée latérale sur les parois, à la profondeur ( $z$ ) :  $p_z = p_{\max} \left[ 1 - \left( \frac{z}{A} + 1 \right)^{-2} \right]$  ;

Pression verticale unitaire moyenne sur le fond, à la profondeur  $z$  :  $q_z = \delta \left[ z \left( \frac{z}{A} + 1 \right)^{-1} + \frac{h}{3} \right]$  ;

Charge unitaire équilibrée par le frottement à la profondeur  $z$  :  $F = \delta S \frac{z^2}{z + A}$  . [12, 14]

Cette théorie a été considérée dans quelques normes (ACI 313-77, 1983; ENV 1991-4, 2003), mais analytiquement il a été démontré que les théories de Janssen et Reimbert étaient équivalentes, et qu'ils ont présenté seulement deux suppositions différentes au sujet du coefficient  $K$  (rapport de pressions). D'après des résultats présentés par des auteurs différents, la théorie de Reimbert surestime les pressions latérales par rapport à ceux prévus par Janssen. [7,14] Aussi, non seulement la géométrie du silo est fondamentale, mais il existe une influence notable des paramètres qui définissent la matière entreposée. La conclusion principale qui peut être extraite est que, dans le cas limite, la théorie de Reimbert surestime les valeurs et fournit des valeurs de pressions considérablement supérieures à celles réelles. D'après la théorie des frères Reimbert la valeur du coefficient  $K$  diminue avec la profondeur, pendant que les résultats obtenus avec des programmes des éléments finis indiquent le contraire.

## **II .2 Les normes de calcul des silos :**

### **II.2.1 Introduction :**

Les normes de calcul ont toujours fait face aux problèmes sollicitant les structures, ces derniers peuvent être parfois incertains et malheureusement mal comprise, comme ceux touchant les silos. Face à l'importance de ce type de structure, et face aux accidents augmentant chaque année lors de l'exploitation de ce type d'ouvrage il a été clair qu'il faut avoir un règlement définitif qui fixe leur mode de calcul. Le comportement du silo est très complexe, surtout au niveau de l'interaction entre les parois et la matière, le comportement des grains lui même est un problème. Leur type d'écoulement ainsi que d'autres paramètres ne peuvent pas être fixé au niveau du calcul face au manque d'information et de recherche.

Les normes de calcul actuelles des silos sont :

- La norme allemand DIN (1055-6) ;
- La norme américaine ACI 313-97 ;
- Le standard international ISO-11697
- L'anglais BMHB ;
- L'Australien ;
- La norme Française ;
- L'espagnol NBE-AE 88 ;
- L'Eurocode ENV 1991-4.

Parmi tout ces normes le plus utiliser et le plus proche pour notre cas et certainement le code européen : l'Eurocode

### **II.2.2 L'Eurocodes ENV 1991:**

Le programme des Eurocodes Structuraux comprend les normes suivantes, chacune étant en général constituée d'un certain nombre de Parties :

- EN 1990, Eurocode : Bases de calcul des structures.
- EN 1991, Eurocode 1 : Actions sur les structures.
- prEN 1992, Eurocode 2 : Calcul des structures en béton.
- prEN 1993, Eurocode 3 : Calcul des structures en acier.
- prEN 1994, Eurocode 4 : Calcul des structures mixtes acier béton.
- prEN 1995, Eurocode 5 : Calcul des structures en bois.
- prEN 1996, Eurocode 6 : Calcul des structures en maçonnerie.
- prEN 1997, Eurocode 7 : Calcul géotechnique.
- prEN 1998, Eurocode 8 : Calcul des structures pour leur résistance aux séismes.
- prEN 1999, Eurocode 9 : Calcul des structures en aluminium. [15]

- **La partie 4 de l'Eurocode 1 :**

La partie 4 de l'Eurocode 1 permet de déterminer les actions exercées sur les parois d'un silo par le produit stocké dans un large domaine d'application dont les principales limites sont rappelées ci-après :

- ❖ Le silo comporte un corps cylindrique à génératrices verticales, dont la section droite peut être circulaire, carrée, rectangulaire, en as de carreau, ou polygonale régulière à six cotés ou plus ;
- ❖ Le silo peut être à fond plat ou équipé d'une trémie ;
- ❖ La jonction entre paroi verticale et trémie est située dans un plan horizontal ;
- ❖ Le remplissage, comme la vidange, peuvent être centrés ou excentrés ;
- ❖ Les dimensions générales sont limitées comme suit :
  - ✓ Diamètre du cercle inscrit dans la section droite ( $d_c$ ) : 60 mètres,
  - ✓ Hauteur totale ( $h_t$ ) depuis le niveau du plan moyen de remplissage jusqu'à l'orifice de vidange : 100 mètres,
  - ✓ Rapport  $h_t/d_c$  limité à 0 ; aucune limitation inférieure de ce rapport n'est fixée : c'est dire que la partie 4 de l'Eurocode 1 permet de traité des silos très trapus ;
- ❖ Les parois peuvent être constituées de différents matériaux ; pour le calcul des actions locales, on distingue deux familles de parois, les parois épaisses (ex : silos en béton), les parois minces ( $d_c/t < 200$ , ex : silos métalliques) ;
- ❖ Seul le cas des matériaux à libre écoulement gravitaire est envisagé :
  - ✓ Pas de matériaux à cohésion non négligeable dans lesquels des voûtes de décharge pourraient se former ;
  - ✓ Pas d'équipement ou structure interne formant obstacle ou guidage à l'écoulement, à l'exception des tubes de vidange et à exception aussi des tirants structurels des silos à section carrée ou rectangulaire.
- ❖ Le diamètre des particules de matériaux stockés est limité à  $0.03 d_c$ .

#### Différents paramètres intervenant dans la détermination des actions :

On peut classer ces paramètres en trois catégories :

- ✓ Les caractéristiques géométriques du silo ;
- ✓ La classe de fiabilité retenue pour le silo calculé ;
- ✓ Les caractéristiques du (ou des) produit (s) ensilé (s).

a) Caractéristiques géométriques du silo:

Le premier paramètre géométrique qui intervient dans le choix de la méthode de détermination des actions exercées par le matériau stocké est l'élancement du silo, c'est – à – dire le rapport  $h_c/d_c$  de la hauteur  $h_c$  du corps cylindrique à génératrices verticales, comptée du niveau de remplissage au plan de jonction avec la trémie ou le fond plat, au même cylindre.

On distingue :

- ✓ Les silos élancés, pour lesquels  $h_c/d_c$  est supérieur ou égale à 2,0 ;
- ✓ Les silos moyennement élancés, pour lesquels  $h_c/d_c$  est compris entre 1,0 et 2,0 ;
- ✓ Les silos plats, pour lesquels  $h_c/d_c$  est compris entre 0,4 et 1,0 ;
- ✓ Les silos magasins, pour lesquels  $h_c/d_c$  est inférieur ou égal à 0,4.

Les lois de détermination des actions sur les parois verticales différentes suivant le type de silo.

La deuxième famille de paramètres géométriques qui interviennent est constitué de :

- L'excentrement du sommet du talus de remplissage, désigné  $e_f$ , par rapport à l'axe du corps cylindrique à génératrices verticales ;
- L'excentrement de l'orifice de vidange, désigné  $e_0$ , par rapport au même axe.

Le troisième paramètre géométrique qui intervient est la pente du fond du silo. C'est un élément déterminant dans le calcul des actions exercées sur ce fond. On utilise la section 6 de l'EN 1991-4 ou les règles alternatives données par son annexe H (informative).

Dans la section 6 on distingue :

- Fond plat : fond dans l'angle sur l'horizontale est limité à  $5^\circ$  ;
- Trémie à faible pente ;
- Trémie à forte pente.

La limitation entre faible et forte pente est fonction de la matière ensilée et de son coefficient de frottement sur la paroi de la trémie.

Le calcul des actions sur le fond diffère suivant la catégorie de celui-ci :

- Pour les fond plats :  $c_f$ .EN 1991-4, 6.2
- Pour les trémies à forte pente  $c_f$ .EN 1991-4, 6.3 ;
- Pour les trémies à faible pente :  $c_f$ .EN 1991-4, 6.4 ;

b) Classe de fiabilité :

La partie 4 de l'Eurocode 1 conduit à distinguer trois classe de fiabilité .l'attribution d'une classe de fiabilité 1,2 ou 3 à un ouvrage a des conséquences sur l'évaluation des actions : les méthodes d'évaluations sont d'autant plus précises que la classe retenue est élevée. En classe 1 la norme autorise des approximations qu'elle ne permet plus en classe 2 et moins encore en classe 3. [16]

<i>Classe de fiabilité</i>	<b>Description</b>
<b>Classe 3</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Tous les silos dont la capacité dépasse 10000 tonnes</li> <li>➤ Les silos dont la capacité dépasse 1000 tonnes, et ayant une des caractéristiques suivantes : <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ vidange excentrée avec <math>e_0/dc &gt; 0,25</math></li> <li>❖ silos magasins avec excentrement de surface tel que <math>e_0/dc &gt; 0,25</math></li> </ul> </li> </ul>
<b>Classe 2</b>	➤ Tous les silos qui ne sont ni de classe 3, ni de classe 1
<b>Classe 1</b>	➤ Silos dont la capacité est inférieure à 100 tonnes

**Tableau 1 :** Classe des silos en fonction de la capacité et d'excentricité de décharge ou remplissage. [17]

c) Caractéristiques des produits ensilés:

Les actions exercées sur les parois dépendent évidemment de nature du produit ensilé et donc de ses caractéristiques. Celles utilisées dans le calcul des actions suivantes :

- Le poids spécifique  $\gamma$  du produit ensilé, en  $\text{KN/m}^3$ , dont seule la valeur caractéristique supérieure est utilisée dans les calculs ;
- L'angle de frottement interne  $\emptyset_i$  : sa valeur moyenne est  $\emptyset_{im}$  et facteur de corrélation qui permet de calculer les valeurs caractéristiques supérieure et inférieure est  $a_{\emptyset}$ , soit, respectivement :  $a_{\emptyset} \emptyset_{im}$  et  $\emptyset_{im}/ a_{\emptyset}$  ;
- L'angle de talus naturel ;
- Le coefficient de frottement  $\mu$  contre la paroi : sa valeur moyenne est  $\mu_m$  et le facteur de corrélation est  $a_{\mu}$  ; les valeurs caractéristiques supérieure et inférieure sont respectivement  $a_{\mu} \mu_m$  et  $\mu_m/ a_{\mu}$  ;
- Le coefficient de frottement contre la paroi dépend à la fois du matériau ensilé et de la nature de la paroi du silo pour laquelle on distingue quatre classes de rugosités [16] :

Catégorie	Intitulé	Exemples
<b>D1</b>	Frottement faible Paroi glissante	Parois lisses en acier inoxydable poli Parois lisses en aluminium poli Parois avec revêtement glissant
<b>D2</b>	Frottement modéré Paroi lisse	Parois lisses en acier noir ou inox non poli Parois lisses en acier galvanisé Parois avec revêtement anti-corrosion ou abrasion
<b>D3</b>	Frottement fort Paroi rugueuse	Parois en acier « âgé », ou résistant à l'abrasion Parois en béton Tuiles céramiques
<b>D4</b>	Paroi irrégulière	Parois à ondes horizontales Parois non- standard avec irrégularités importantes

**Tableau 2** : Classification des silos d'après la rugosité des parois. [17]

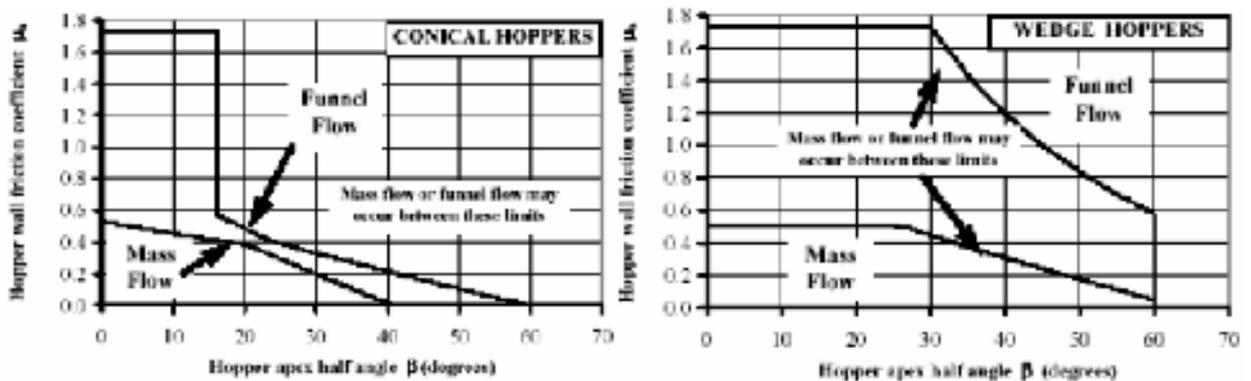
- Le coefficient de pression latérale  $K$  dont la valeur moyenne est  $K_m$  et le coefficient de corrélation  $a_K$  ; les valeurs caractéristiques supérieure et inférieure sont respectivement  $a_K K_m$  et  $K_m / a_K$  ;
- Une valeur approchée de  $K_m$  peut être obtenue par l'expression 1.1 ( $1 - \sin \phi_i$ ) ;
- Le facteur d'action locale  $C_{op}$  ;

Le tableau suivant montre la combinaison de différentes valeurs de propriétés mécaniques de la matière qui doivent être considérés pour chaque type des forces, [16] :

<b>OBJECTIF</b>		<b>Valeur caractéristique à adopter</b>		
<b>Parois verticales</b>		Coefficient de frottement sur paroi $\mu$	Rapport de pression latérale $K$	Angle de frottement interne $\phi_i$
	Pression maxi. normale à la paroi	INF	SUP	INF
	Frottement maximal sur la paroi	SUP	SUP	INF
	Pression verticale maximale sur le fond, la trémie, ou les tirants	INF	INF	SUP
<b>Trémies</b>		Sur paroi trémie	Rapport de pression pour trémie $F$	
	Actions maxi. au remplissage	SUP	INF	INF
	Actions maxi. à la vidange	INF	SUP	SUP

**Tableau 3** : Combinaisons des propriétés de la matière dans la détermination des différents types d'actions. [17]

La courbe suivante montre les types d'écoulement de la matière lors de la vidange :



**Fig 09** : Types d'écoulement pendant la décharge. [17]

Avec :

$\beta$  : l'inclinaison verticale ;

$\mu$  : le coefficient de frottement de la matière entreposé avec les parois .

Cette norme est basée sur la théorie de Janssen dont l'expression qui exprime la poussée

$$\text{latérale est : } p_h = \frac{\delta}{\mu} \cdot \frac{A}{U} \left( 1 - e^{-\left(\frac{U}{K\mu}\right)z} \right) ;$$

$$K = 1 - \sin\varphi ;$$

Avec:

$\delta$  : la densité des grains ;

$\mu$  : coefficient de frottement des grains avec les parois ;

A: surface intérieure de la section droite de la cellule du silo;

U: périmètre intérieure de la cellule suivant cette section ;

$\varphi$ : angle de frottement interne des grains. [18]

Les chercheurs qui utilisent les méthodes numériques, spécialement la méthode des éléments finis compare leurs résultats avec les normes de calcul, citons le travail de M Martinez, I Alfaro, M Doblare [8], la conclusion de ce travail en ce qui concerne les codes de calcul est que l'Eurocode, DIN, ACI, impose des coefficients de majoration important ce qui est non économique. Ainsi ce type de méthodes de calcul utilise une analyse statique ce qui revient à négliger les vitesses d'écoulement des grains lors de la vidange, les propriétés de la matière utilisée sont l'angle de frottement interne des grains, l'angle de frottement des grains sur les parois, et la densité, tandis qu'il existe beaucoup d'autres paramètres qui ont un effet marquant sur les résultats

## Chapitre : III

Actions entrants en jeu dans le comportement  
des silos

### **III. Actions entrants en jeu dans le comportement des silos**

#### **III.1 Introduction :**

Les silos métalliques sont les constructions les plus intéressantes des structures en coques, elles sont généralement cylindriques avec une trémie et une toiture conique (**Fig 10**). Il s'agit généralement de plusieurs éléments coques assemblées qui sont soumis à des charges généralement incertaines et mal comprises.



**Fig 10:** Chute de la trémie. [19]

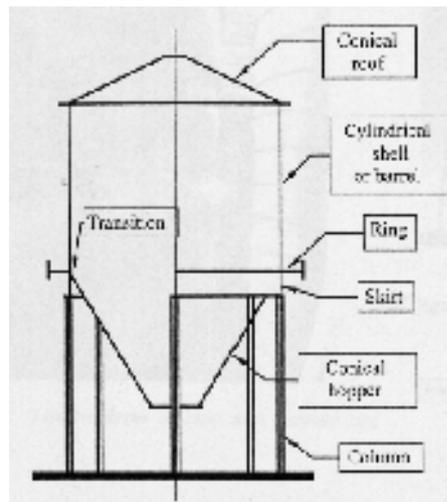
Le frottement des grains avec les parois qui cause la compression axiale, ajouté à cela la pression interne et les charges des grains solides qui parfois deviennent asymétrique, mènent à des problèmes de stabilité de coque. Il est d'usage pour ces structures d'être renforcées, ce qui crée des chargements locaux, et finalement la grande variété de solutions imaginées par les concepteurs des silos pour renforcer, et économiser en pensant à la sécurité amène à beaucoup de questions sur le comportement mécanique de ce genre de structure.

Tous ces facteurs font que les silos sont des structures à comportement assez délicat.

#### **III.2 Sollicitations provoquant les parties principales du silo :**

Les quatre parties principales constituant les silos sont :

Les parois cylindriques, la trémie conique, la bague de transition qui s'allonge entre les deux, et le toit conique (**Fig 11**). Chacune d'entre elles a son propre mode de déformation et ainsi pousse à une exigence de conception.



**Fig 11:** Les parties constituant le silo. [19]

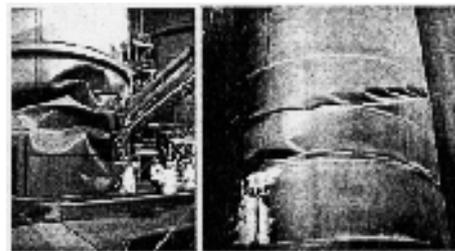
### III.2.1 Parois cylindriques :

La paroi cylindrique est soumise à la tension circonférentielle (conduit rarement à l'éclatement (**Fig 12**)), et à la compression verticale (la source des principales déformations).

Les parois cylindriques sont le sujet de majorité des recherches, leur première forme testée était une paroi fabriquée de plaque non raidie (isotrope) capable de flamber sous compression axiale (**Fig 13**).

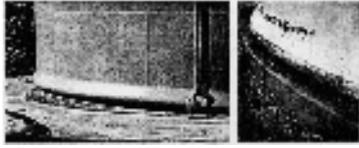


**Fig 12 :** Éclatement d'un silo à assemblage mal détaillé. [19]

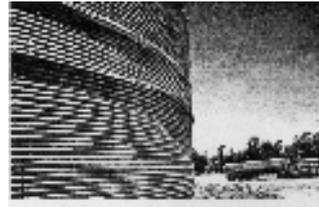


**Fig 13 :** Flambement d'une coque cylindrique sous compression axiale. [19]

- La compression axiale et la pression interne cause la flexion des parois, avec les grains entreposés à l'intérieure ce qui nécessite des supports supplémentaires. Toute cette combinaison mène au flambement de pied d'éléphant (**Fig 14**).
- Flambement au dessus de support, a des formes spéciales comme les parois ondulées (**Fig 15**), et paroi à bague raidie (**Fig 16**).



**Fig 14** : Flambement de pied d'éléphant dans un réservoir [19]



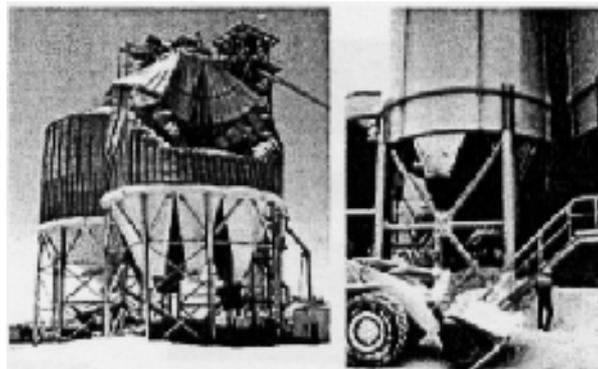
**Fig 15** : Flambement de parois ondulées d'un silo non raidie sous compression verticale. [19]



**Fig 16** : Flambement au dessus de support des parois des silos à bague raidie. [19]

### III.2.2 La trémie conique :

La trémie conique est soumise à la pression interne et la traction fractionnelle des grains qui glissent dans sa surface interne, elle est normalement en tension biaxiale.

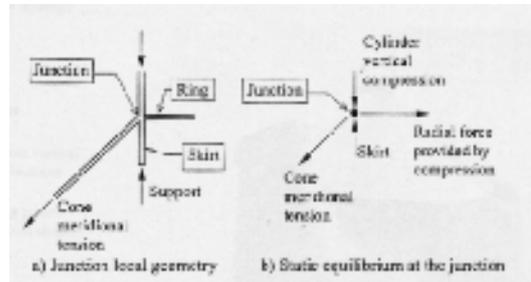


**Fig 17** : Trémie fend sur les joints méridionaux. [19]

### III.2.3 La jonction - transition :

La jonction entre la trémie conique et la paroi cylindrique (**Fig 11**) est appelée la transition. Une bague est exigée normalement à cet emplacement dans les silos à grande largeur. Cette bague sert à résister à la traction radiale de la tension de la trémie (conduit à une

compression circonférentiel dans la bague) (**Fig 18**), mais on peut aussi s'attendre à la redistribution des forces discrètes des supports de la colonne (**Fig 11**).

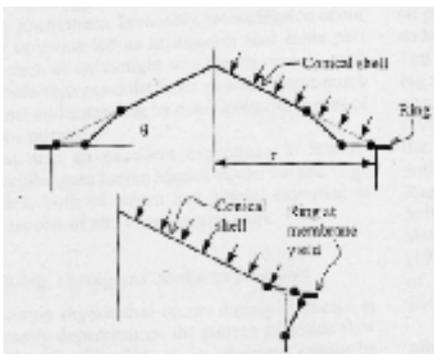


**Fig 18** : Compression de la bague de la transition à cause de la tension supérieure de la trémie.

[19]

### III.2.4 Le toit conique :

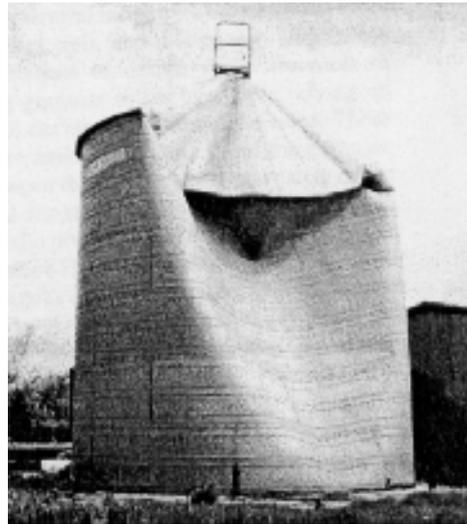
C'est la composante structurelle définitive du silo, c'est généralement une coque mince sur les silos à petit diamètre, mais c'est une structure importante sur les silos et les réservoirs de grand diamètre. Cette coque mince a différents modes de flambement et de déformation de chute plastique (**Fig 19,20**). Le toit peut participer dans le flambement des parois cylindriques sous le vent quand le silo est vide (**Fig 21**).



**Fig 19** : Modes de chute plastique pour les toits coniques à coque mince. [19]



**Fig 20** : Toit conique après claquement à travers le flambement. [19]



**Fig 21** : Flambement de paroi cylindrique et toit conique sous le vent. [19]

### **III.3 Pression dans les silos :**

Il est connu que les paramètres principaux qui jouent un grand rôle sur le comportement des silos sont la matière entreposée. Ses propriétés, son mode d'écoulement, sa vitesse d'écoulement, peuvent influencer sur les parois, ainsi que les sollicitations externes et la structure elle-même du silo, tous ces facteurs doivent être bien pris en compte pour avoir une structure capable de jouer son rôle parfaitement.

#### **III.3.1 Matière granulaire :**

##### **A- Définition :**

Un système composé d'un grand nombre de particules macroscopiques est appelé matériau granulaire. Les particules qui composent les matériaux granulaires doivent être de dimension caractéristique supérieure à  $1 \mu\text{m}$ . En dessous de  $1 \mu\text{m}$ , l'agitation thermique est importante et le mouvement Brownien peut devenir visible. Au dessus de  $1 \mu\text{m}$ , l'agitation thermique devient négligeable. [2]

##### **B- Classification:**

❖ un matériau granulaire est un matériau formé de composants solides discrets qui restent, la plupart du temps, en contact. Cette définition exclut tout ce qui concerne les lits fluidisés, les suspensions et autres milieux peu concentrés en matériaux granulaires. On définit d'ailleurs « Le contenu solide fractionnaire » d'un milieu granulaire comme le rapport

entre la densité volumique des composants élémentaires et la densité volumique réelle du matériau. Cette définition, très générale, admet un certain nombre de subdivisions ;

1- Une poudre est un matériau granulaire de particules de tailles inférieures à 100  $\mu\text{m}$ . On distingue d'ailleurs les poudres granulaires (10 à 100  $\mu\text{m}$ ) et les Poudres super fines (1 à 10  $\mu\text{m}$ ) ;

2- Un solide granulaire est un matériau composé de granulés dont la taille se situe entre 100 et 3000  $\mu\text{m}$ ;

3- Un solide brisé est un matériau granulaire dont la plupart des particules ont des tailles supérieures à 3 millimètres.

### C- Propriétés:

Les propriétés des matériaux granulaires dépendent de la nature des interactions des particules entre elles mais aussi de celles-ci avec l'environnement (gazeux ou liquide). Lorsque l'interaction des particules avec le fluide environnant est importante et ne peut être négligée, on parle de poudres (diamètre inférieur à 100  $\mu\text{m}$ ). Par contre, pour les autres matériaux granulaires, le comportement est dominé par les interactions particules/particules. Les physiciens considèrent que les risques de perturbation dus à l'humidité de l'air et les interactions électrostatiques qui engendrent des forces d'attraction, sont négligeables pour des diamètres de particule supérieurs à 100  $\mu\text{m}$ , lorsque le fluide interstitiel est de l'air. Ces matériaux sont alors appelés *matériaux granulaires secs*. [2]

### **❖ Influence de la variation des caractéristiques physiques et mécaniques de la matière ensilée:**

Il y a lieu de se soucier, pour prendre en considération dans les calculs de détermination des efforts maximaux agissant sur les éléments constitutifs des silos, des variations des caractéristiques physiques et mécaniques de la matière ensilée.

Trois paramètres importants peuvent en effet varier:

- la densité,
- le frottement interne,
- le frottement sur la paroi.

### **III.3.1.1 La densité (ou poids volumique):**

Celle-ci peut varier sensiblement sur la hauteur d'un silo, par le simple fait de la compression des couches inférieures par les couches supérieures. Cette compression n'est pas négligeable et pour donner une idée, nous évoquerons par exemple, le cas d'un silo de 6m de diamètre et de 24m de hauteur, destinée à recevoir de blé dont la densité minimal est de  $750\text{kg/m}^3$ . la pression sur le fond est de  $3000\text{kg/m}^3$ . c'est donc une contrainte de 300 grammes par  $\text{cm}^2$  que subit le grain de couches inférieures, qui, étant comprimé, va tasser plus ou moins fortement selon sa contexture. Il a été mesurée que la densité de ce grain peut alors augmenter jusqu'à dépasser  $800\text{kg/m}^3$  et même atteindre  $830\text{kg/m}^3$ .

Il est donc nécessaire de tenir compte, dans les calculs des parois, de cette augmentation de la densité, en adoptant, pour les fonds, une valeur moyenne entre la densité minimale des couches inférieures, et la densité maximale des couches supérieures. Il sera préférable de déterminer par un essai préalable, la valeur de cette densité maximale sous contrainte représentée par l'application du poids des couches supérieures.

Dans l'exemple évoqué ci- dessus, il sera prudent de retenir une densité moyenne égale au moins à  $800\text{ kg/m}^3$ .

### **III.3.1.2 Le frottement interne:**

Le frottement interne se trouve modifié exactement pour la même raison que celle évoquer ci- avant pour la densité.

Il est donc également nécessaire d'en déterminer expérimentalement la variation. Mais il y a lieu de tenir compte, dans certain cas, de la variation due à celle du pourcentage d'humidité de la matière ensilée qui influe considérablement sur son frottement interne propre et son frottement physique de chaque grain.

### **III.3.1.3 Le frottement sur les parois:**

Il y a lieu de procéder exactement à la même investigation que le frottement interne, le frottement de la matière ensilée sur la paroi pouvant se trouver modifié pour les deux même raisons: surcharge due aux couches supérieures et l'humidité ou même simplement humidification. La considération humidifiant localement la matière ensilée, risque de provoquer l'échauffement et le colmatage de celle-ci, qui forme alors des plaques. Le frottement de la matière sur la paroi s'identifie alors au frottement interne. [12]

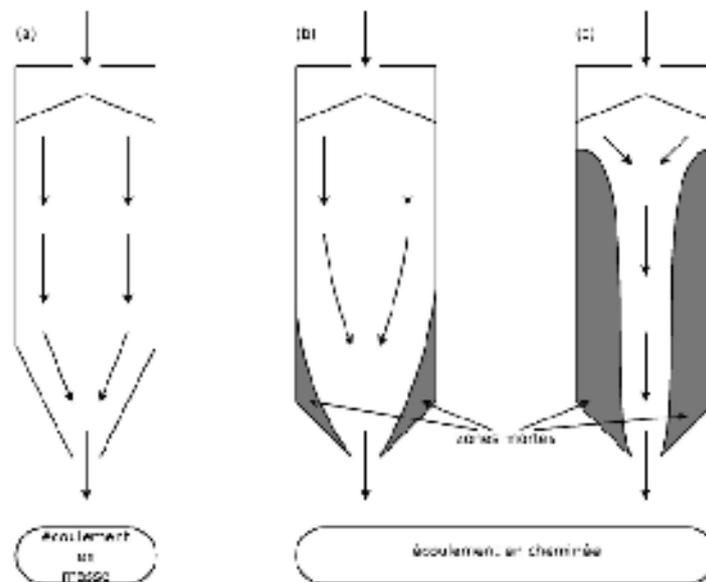
### III.3.2 L'écoulement :

#### A. Définition:

Dès que la matière commence à bouger vers la trappe, on dit qu'il y'a un écoulement.

#### B. Modèles d'écoulements types:

L'écoulement en masse et l'écoulement en cheminée sont les deux principaux modes d'écoulement rencontrés lors de la vidange d'un silo [2,20]. L'écoulement en masse (**Fig 22 (a)**) est le mode d'écoulement où toutes les particules solides sont en mouvement, mais pas nécessairement à la même vitesse. Dans l'écoulement en cheminée (**Fig 22 (b) et (c)**), le matériau situé au-dessus de l'orifice est en mouvement, laissant de part et d'autre de la trémie des zones appelées zones mortes ou zones stagnantes. Le matériau composant les zones mortes peut s'écouler une fois que le reste du silo est vidangé. [2,20].



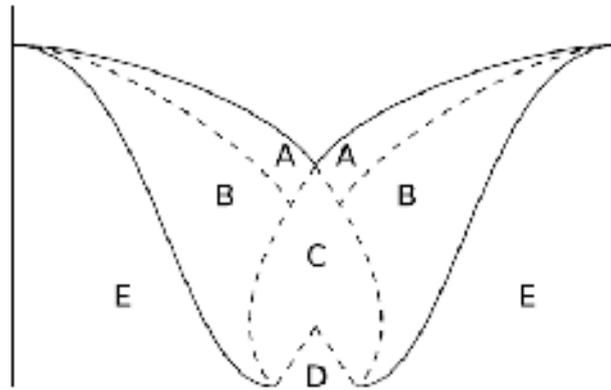
**Fig. 22** : Représentation des modes d'écoulement. (a) Écoulement en masse ; (b) Écoulement en semi- masse, et (c) écoulement interne. [2]

Le type d'écoulement rencontré au cours d'une vidange dépend de la géométrie du silo, et des propriétés mécaniques des parois et de la matière ensilée. Pour les silos à fond plats, la présence de zones mortes de part et d'autre de l'ouverture sont inévitable. En revanche, dans les silos à trémie, il est possible d'éviter la présence de ces zones stagnantes et les

inconvénients engendrés, en inclinant la trémie de façon à ce que l'angle d'inclinaison de celle-ci soit supérieur ou égal à l'angle de critère du matériau. [2,20]

### C. Zones d'écoulement:

Durant une vidange cinq zones d'écoulement peuvent être distinguées.



**Fig 23** : les différentes zones d'écoulement. [2]

Les particules roulent librement le long de la couche A, qui elle-même se déplace rapidement comme un bloc au-dessus de la couche B. La zone B se déplaçant très lentement comparée à la zone A.

La zone E ne bouge pas du tout, c'est la zone morte ou stagnante.

L'inclinaison du plan de séparation entre les zones B et E est plus importante que l'angle observé à la surface libre.

Dès que des particules atteignent la zone C elles sont accélérées.

Les particules qui composent la zone D perdent le contact avec leurs voisines et tombent librement.

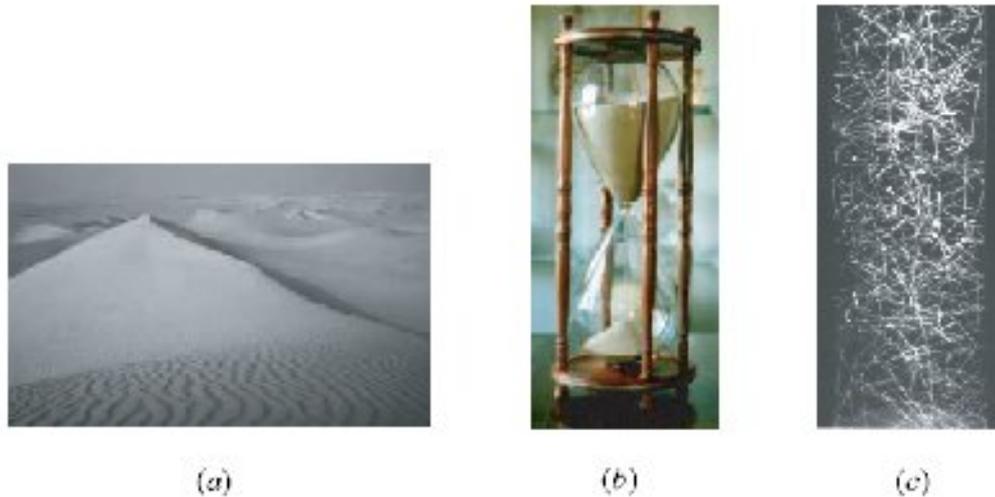
Les zones D, C, A et B se forment les unes après les autres lors de la mise en place de l'écoulement.

### **Remarque :**

Dans le cas d'un écoulement en masse le frottement se produit entre les parois et le matériau. Lors d'un écoulement en cheminée, le frottement se produit entre le matériau en mouvement et le matériau stagnant. [2]

#### D. Les différents régimes d'écoulement granulaire

Une des difficultés des matériaux granulaires est qu'ils peuvent se comporter comme un solide, un liquide ou un gaz suivant les sollicitations imposées. Aucune théorie ne permettant à l'heure actuelle de décrire l'ensemble des comportements. L'étude des écoulements granulaires est généralement divisée en trois régimes distincts : le régime quasi statique, le régime dense et le régime collisionnel (**Fig 24**). [21]



**Fig 24** : Les régimes d'écoulement : (a) régime quasi-statique, (b) écoulements denses, (c) écoulements collisionnels. [22]

##### D.1- Le régime quasi-statique:

Est obtenu lorsque les déformations sont lentes, par exemple lorsqu'une construction est posée sur un sol. Le sol se déforme alors plastiquement et les grains interagissent par contact et frottement.

##### D.2- Ecoulements denses

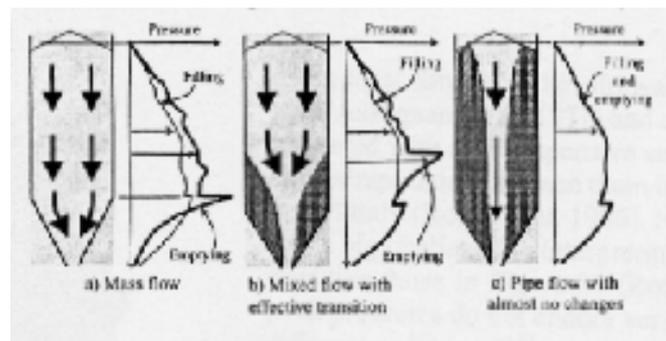
Entre le régime quasi-statique et le régime collisionnel se trouve le régime d'écoulements denses. Les grains s'écoulent comme un fluide mais restent en contact de longue durée avec leurs voisins.

##### D.3- Ecoulements rapides et collisionnels:

A l'opposé des écoulements quasi-statiques se trouve le régime collisionnel, Lorsque le milieu est très agité et dilué, les particules interagissent essentiellement par collisions. Le milieu ressemble alors fortement à un gaz. [21]

### III.3.2.1 Influence de type d'écoulement:

Le régime des pressions qui se produit pendant la vidange dépend considérablement des types d'écoulement des grains solides dans le silo (**Fig 25**), donc les pressions ne peuvent pas être prédites avant de savoir la limite entre écoulement et le stationnement des grains, cette limite cause des problèmes. [19]



**Fig 25** : Les composantes symétriques des pressions de remplissage et de la vidange dans les silos. [19]

### III.3.2.2 Influence de la vitesse d'écoulement :

Durant l'écoulement granulaire dans un silo deux régions sont observées:

-*région d'écoulement rapide* et *région d'écoulement lent*. *L'écoulement lent* est caractérisé par un taux de déformation lent et de petites forces internes. *L'écoulement rapide* est connecté à un grand taux de déformations et de grandes forces internes. Les particules se détachent souvent, leur contact et soumis à de courtes collisions impulsives et à un chevauchement. La matière se comporte plus comme un fluide dense ou gaz, durant l'écoulement lent les contraintes internes sont produites seulement de forces normales et de frottement entre les particules. Pour l'écoulement rapide, les contraintes produites sont due aux deux: forces normales et frottements entre les grains et la collision. Pour un écoulement lent, l'énergie est légèrement perdue due au frottement entre les grains, pour un écoulement, rapide l'énergie est légèrement perdue parce que la collision des particules est fondamentalement non élastique. Durant l'écoulement des grains dans le silo avec une vitesse de trappe contrôlée, généralement l'écoulement lent prend place dans les solides entiers, cependant, durant l'écoulement des grains dans le silo avec une vitesse de trappe libre, les deux types d'écoulements peuvent se produire simultanément dans différentes parties du silo. Habituellement, la matière proche de la trappe est dans un régime d'écoulement rapide, la matière de position plus haute bouge lentement. [23]

### **III.3.3 Composantes de silo :**

#### **III.3.3.1 Nature des parois:**

Pour le calcul des pressions maximales, correspondantes aux états limites qui peuvent caractériser le milieu pulvérulent, nous tiendrons compte de la nature des parois qui peuvent être classées en *parois lisses* et *parois rugueuses*. Les parois *lisses* sont celles pour lesquelles l'angle de frottement  $\phi'$  de la matière pulvérulente sur les parois est inférieure à l'angle de frottement interne maximal des grains. Les autres parois sont dites rugueuses et  $\phi'$  est au plus égal à l'angle de frottement interne maximal des grains. Le glissement se produit alors dans la masse, à une petite distance de la paroi. Par rapport aux états limites pouvant caractériser le milieu pulvérulent, *les pressions latérales sont les plus fortes* lorsque le remplissage est effectué rapidement; et dans ce cas; la densité apparente des grains est minimale ainsi que l'angle de frottement interne correspondant.

*Les pressions verticales* sur le fond sont les plus fortes *lorsque le remplissage est effectué lentement*, avec des arrêts ainsi que l'angle de frottement correspondant. Il y aura donc une pleine sécurité pour la détermination des pressions dues au remplissage en calculant:

a) *les poussées latérales* sur les parois rugueuses, en fonction de la densité *minimale* due au remplissage rapide des silos, de l'angle de frottement interne *minimal* correspondant, et l'angle de frottement *minimale* des grains sur les parois.

b) *les pressions verticales* sur le fond, en fonction de la densité *maximale* due au remplissage lent et au tassement, de l'angle de frottement interne *maximal* correspondant, et l'angle de frottement *minimal* des grains sur les parois.

Toutefois, dans le cas particulier des silos lisses, il y aura lieu d'examiner, par un calcul rapide, si les pressions latérales ne sont pas maximales dans le cas de la densité maximale de l'angle de frottement interne minimal et de l'angle de frottement minimal des grains sur les parois. [12]

#### **III.3.3.2 Sollicitations exceptionnelles des fonds**

Les fonds des silos, qu'ils soient plats ou en forme de trémies, peuvent être sollicités d'une façon exceptionnelle dans le cas de stockage de matière fortement tassées, pouvant évoluer dans le temps, au point d'acquies une certaine cohésion. Il peut s'ensuivre, lors de la vidange, des formations des voûtes dans la masse ensilée. Cette rupture- génératrice d'effondrement de la matière sur le fond- représente une action exceptionnelle dont l'effet est

difficilement estimable quantitativement. Par sécurité- dans ce cas-il peut être prévu que le fond d'un silo soit résistant non seulement au poids total de la matière ensilée, mais encore à la chute d'une quantité importante- malheureusement indéterminée- de cette matière, retenue par cohésion, tombant d'une certaine hauteur. Ce qui implique une recherche développée des efforts maximaux à prévoir. [12]

### **III.3.4 Les sollicitations externes :**

Il y a lieu d'évoquer l'influence du comportement des parois sous leurs déformations dues:

- aux sollicitations,
- aux variations de température.

#### **III.3.4.1 Les sollicitations:**

Au fur et à mesure du remplissage, la poussée horizontale agit et croît progressivement. La paroi réagit en conséquence:

- celle d'un silo polygonal fléchit et se tend;
- celle d'un silo cylindrique se tend seulement.

Dans les deux cas, il y a déformation: la paroi plane prend une flèche et s'allonge; la paroi cylindrique s'allonge. Il s'ensuit un déplacement qui provoque un tassement de la matière ensilée. L'angle de frottement interne augmente.

#### **III.3.4.2 Variation de température:**

De nombreux sinistres sont survenues dans le monde à des silos en béton armé qui ont eu à souffrir en premier temps, des fissures verticales généralisées, mais localisées également, en particulier dans le cas des silos à parois exécutées en béton armé coulé entre coffrage glissants. Il est apparu, lors de la vérification des silos endommagés, que deux raisons principales justifiaient les fissures observées. D'une part, il n'avait pas été tenu compte des efforts dynamiques dus à la vidange et, d'autre part, les effets de variation de température des parois avaient été négligés. Ces derniers effets ne sont pas négligeables car, avec une élévation de température, le périmètre des parois augmente, créant ainsi un vide par rapport à la position initiale de celles-ci. , ce vide qui est évidemment immédiatement comblé par la matière ensilée. Lorsque la paroi refroidit, elle se contracte et tend donc à revenir à sa position première, mais elle en est empêchée par la présence de la matière ensilée qui est alors comprimée. [12]

Chapitre IV :

Actions particulières lors de remplissage et de la  
vidange des silos

## **IV. Actions particulières lors de remplissage et de la vidange des silos :**

### **IV.1 Généralité :**

Les effets dynamiques dans un silo sont introduits par les phénomènes qui se produisent dans l'écoulement des grains ensilés à la *vidange* ou au *remplissage*. Une ouverture même petite de la vanne de vidange produit un écoulement vers le bas rompant l'équilibre de la masse ensilée et introduit immédiatement des surpressions sur les parois.

Dans le cas de la vidange les grains passent d'un état actif (la fin du remplissage) à un état passif (la vidange du silo), suivant quelque auteurs, cette variation est la cause des surpressions qui produisent les accidents dans les silos en service. Selon d'autres auteurs les grains de la matière ensilée ont une vitesse verticale moindre le long des parois en raison des frottements sur celle-ci ; la vitesse est au contraire accrue dans l'axe de la trémie à l'aplomb de laquelle il se forme un cône d'ébranlement dans la masse et un entonnoir à la partie supérieure. Ces phénomènes ont été étudiés de point de vue théorique et expérimentale ils ont cependant toujours été connus au moins qualitativement, et jusque à maintenant, aucun règlement ne fixe leur magnitude. D'autre part, dans le cas où l'orifice de la vidange est excentré on constate des augmentations de pression sur les parois opposées.

Enfin, les effets produits par les grains ensilés pendant le séjour en silos et les phénomènes de tassement venant de la « solidification » de la matière peuvent diminuer les poussées latérales surtout en partie basse, ce qui introduit une surpression sur les mamelles.

On peut distinguer que la surpression due à la vidange des silos est la cause de la majorité des problèmes provoquant ces structures.

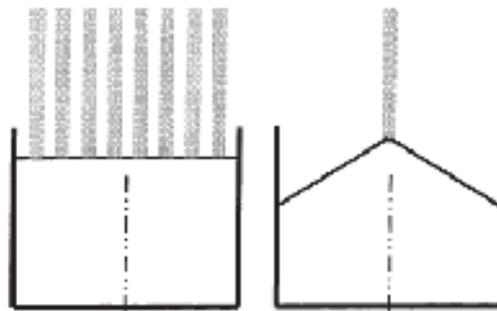
### **IV.2 Le remplissage et la vidange:**

Il existe deux modèles de remplissage:

- Remplissage distribué;
- Remplissage concentrique.

Il existe aussi deux types de vidange:

- vidange concentrique;
- vidange excentrique. [20]



**Fig 26** : Modèles de remplissage.

[20]

### **IV.3 Particularité de la vidange :**

La vidange des silos verticaux est généralement gravitaire seule, une modification des caractéristiques mécaniques de la matière ensilée peut compromettre cette vidange au point de la contrarier totalement. C'est ainsi qu'une prise de cohésion plus ou moins importante de cette matière suffit à neutraliser toutes possibilités d'écoulement naturel. Cela est le cas par exemple des silos de poudres, à farines, à coke, à sucre, etc. pour de telles matières les risques de modification de caractéristique mécanique par prise de cohésion, résultent essentiellement de trois causes :

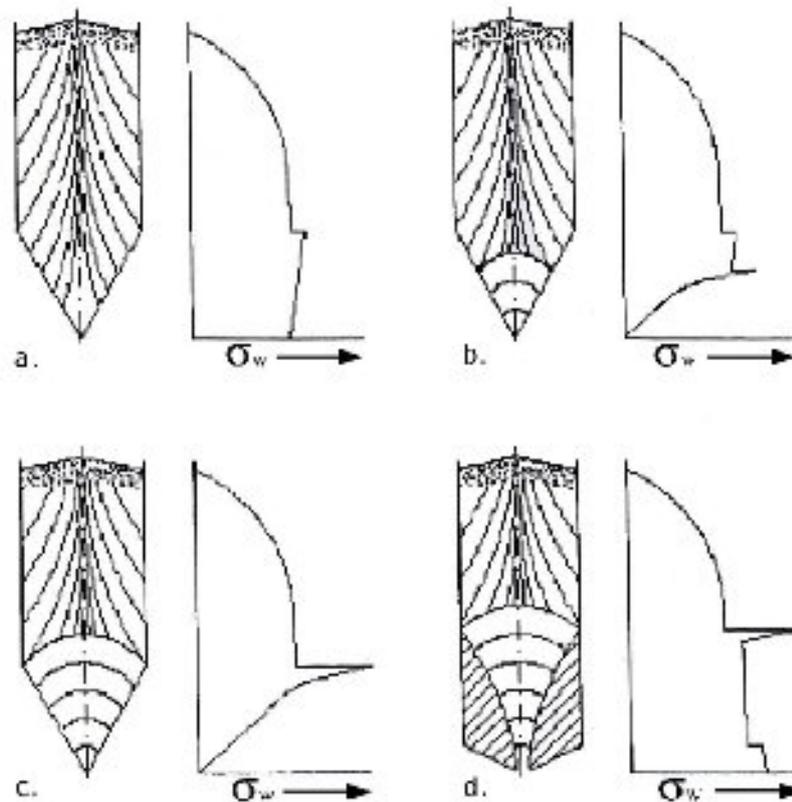
- ❖ Les couches inférieures, surchargées par le poids des couches supérieures, sont suffisamment comprimées pour devenir cohérentes (une cohésion de quelques grammes suffisant à faire varier sensiblement l'angle de frottement interne) ;
- ❖ Les migrations de l'humidité dans la masse qui par concentration plus ou moins importante suffisent à permettre une agglomération des particules entre elles ;
- ❖ L'échauffement de la matière ensilée, par défaut de bonne conservation. [12,24]

### **IV.4 Distribution des contraintes lors de la vidange:**

Une représentation des contraintes après remplissage et lors de la vidange d'un silo à trémie simple est présentée ci-après. Pour un silo rempli, le profil de contrainte normale à la paroi possède l'allure représentée sur la figure (**Fig 27 (a)**). La contrainte normale à la paroi dans la partie verticale du silo augmente avec la profondeur mais avec un gradient décroissant tendant de façon asymptotique vers zéro. Dans le silo, les contraintes verticales sont supérieures aux contraintes horizontales. La contrainte principale majeure est orientée verticalement dans l'axe du silo. Lorsqu'on se rapproche des parois à partir de l'axe du silo, la direction de la contrainte principale majeure diverge de plus en plus de la direction verticale. On peut observer une discontinuité des contraintes à la paroi à la transition cellule- trémie. Les contraintes normales à la paroi dans la trémie décroissent légèrement avec la profondeur. L'état de contrainte après remplissage du silo est appelé état de contrainte actif ou état de remplissage.

Au début de la vidange d'une trémie conçue pour être le siège d'un écoulement en masse (**Fig 27 (b)**), le matériau granulaire se met en mouvement et l'état de contrainte dans la trémie change. Il passe d'un état actif à un état passif. Quand le matériau s'écoule dans la trémie, il est comprimé horizontalement. En revanche la contrainte verticale est réduite grâce à l'écoulement. La contrainte horizontale devient la contrainte principale majeure. La figure (**Fig 27 (c)**) représente l'état de contrainte lorsque l'écoulement est établi.

Dans la trémie, l'état de contrainte est passif alors que dans la cellule du silo, l'état de contrainte reste actif. À la transition cellule- trémie, on observe un pic local de contrainte que l'on appelle « switch ».



**Fig.27** : Directions des contraintes principales majeures et des contraintes normales sur la paroi  $\sigma_w$ . [2]

Dans le cas d'un silo à écoulement en cheminée (**Fig 27(d)**), la zone morte joue le même rôle qu'une trémie : le « switch » est observé à la «transition effective ». [2]

#### **IV.5 Phénomènes observés lors de vidange:**

Les phénomènes observés lors de la vidange ne sont pas exactement les mêmes suivant que le remplissage du silo a été fait en jet ou en pluie.

##### Cas du remplissage en jet:

Dès l'amorce de la *vidange*, il se produit une véritable rupture d'équilibre de toute la masse ensilée qui s'affaissent en produisant comme *un coup de bélier*, et immédiatement après, la pression sur le fond augmente légèrement puis diminue brusquement. On observe en suite de brusques variations de pressions en augmentation ou en diminution. La courbe représentative des pressions lors de la vidange n'est donc pas régulière.

### Cas de remplissage en pluie

Dès l'amorce de la *vidange*, la pression sur le fond diminue très rapidement sans qu'il y ait de coup de bélier, et la courbe de vidange à la même allure que dans le cas précédent mais avec moins d'irrégularités.

### Cas de grand tassement de la masse ensilée:

Le tassement maximal des grains peut se produire, provoqué par les variations de la construction par suite des vibrations des machines et des appareils de nettoyage et de manutention des grains.

Dès le début de la vidange, les grains s'écoulent normalement sans que la masse se mette en mouvement, contrairement à ce qui se produit dans le cas des grains entassés naturellement, puis, au bout d'un certain temps qui varie avec le degré de tassement des grains, la masse supérieure *s'effondre brusquement en provoquant un choc important sur le fond*, puis la vidange se poursuit normalement comme dans le cas d'un ensilage courant.

Les phénomènes précédents peuvent être interprétés de la façon suivante:

La masse pulvérulente paraît tenir en équilibre par une sorte «d'effet de voûte».au moment de la vidange, la partie basse du silo est d'abord évacuée et laisse un espace vide sous la voûte inférieure sur laquelle s'appuie en partie la masse ensilée supérieure, puis une cheminée verticale s'amorce, qui rompt l'équilibre de voûte, et les grains de la partie supérieure sont précipités brusquement vers le bas pour combler la cheminée et l'espace vide créés dans la masse ensilée.

Il y a donc là un effet de choc très important qui pose problème pour le calcul exact du fond. Il s'agit, dans ce cas, de stockage de grain très fortement vibré et tassé. [12]

## **IV.6 Surpression due à la vidange:**

### **✓ Comportement structurel des silos durant la décharge:**

Il est reconnu que les problèmes structuraux principaux des silos sont l'augmentation dans les pressions horizontales lors de la vidange (début de la vidange).

Dans les calculs anciens des silos la surpression n'était pas considérée, bien que au 1950 c'était aussi bien reconnu que la surpression se produit pendant la vidange (Caquot et Kerisel 1956).cette augmentation a été mesurée dans les silos modèles et les silos réel.

Néanmoins le désaccord existe encore entre la magnitude de cette surpression et ces causes. Traditionnellement l'augmentation dans la pression a été attribuée à un changement dans l'état d'équilibre des matières granulaires, il était pensé que le silo plein dans une position

statique est dans un état actif « Rankine » et dès qu'une fois les grains commencent à bouger, il passerait à l'état passif d'équilibre. Quelques auteurs ont modifié cette simplification et ont pris en considération le frottement parois- grains et aussi le type d'écoulement pendant la décharge. Plus récemment cette surpression a été attribuée au phénomène de dilatation.

Il a été démontré que dans le cas d'un écoulement en masse le pic de la pression se trouve dans la jonction trémie-cylindre, pareil que dans un silo statique. Néanmoins dans un écoulement en cheminée, le pic de pression se produit là où la cheminée d'écoulement des grains commence, aucune variation n'a été observée au dessous de ce point par le fait que les grains face aux parois restent au repos.

Les résultats de ces recherches montrent que tous ces phénomènes ont en rapport intime avec la surpression pendant la décharge. [25]

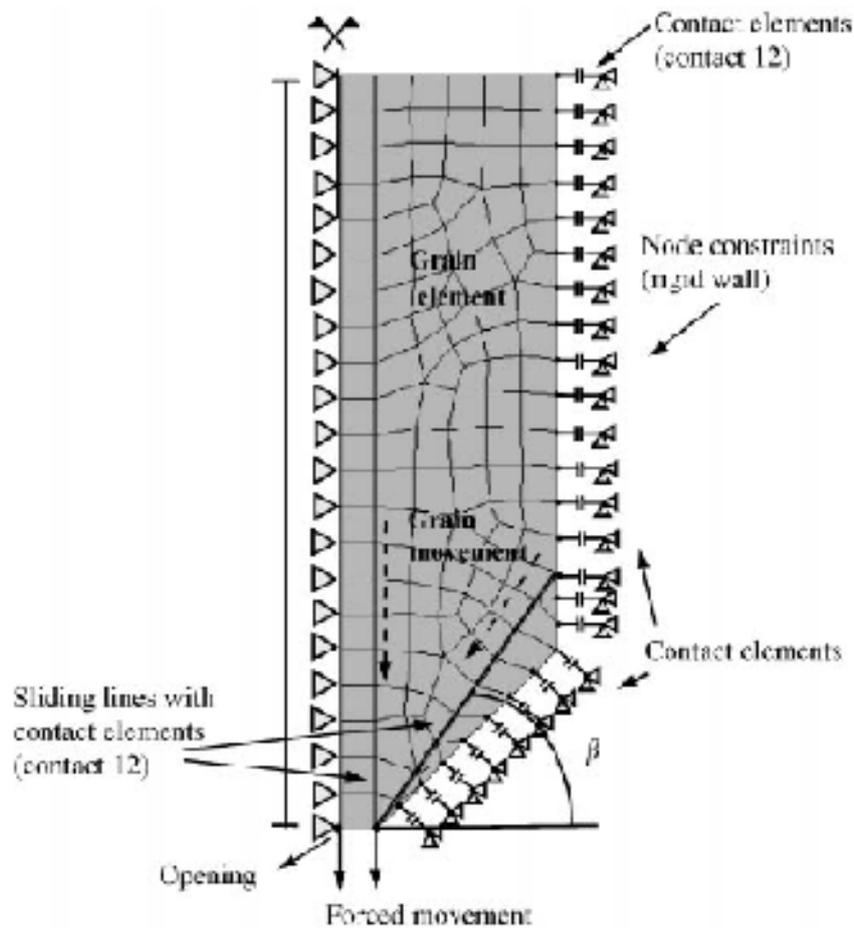
Le travail de F. Ayuga; M. Guaita; P. Aguado (2000) [25], ont justifié ces hypothèses, en se basant sur :

#### ○ La Pression maximale

Les pressions maximales sont produites pendant les moments initiaux de décharge.

#### ○ L'existence de différent type de mouvement (masse, cheminée) :

Cela implique que la ligne de rupture dans la matière granulaire peut prendre différentes directions. Dans les modèles développés pour *l'écoulement en masse*, la matière descend créant un frottement avec les parois du silo, dans *le model d'écoulement en cheminé* une nouvelle ligne de rupture est formée créant un angle appelé  $\beta$  avec l'axe horizontal (**Fig 28**) laquelle est due au critère d'axisymétrique du model, produisant un cheminée de la matière entreposée.



**Fig 28** : Modèle schématique de la décharge;  $\beta$ , angle de la rupture. [25]

o **Les effets de dilatation:**

Cela est simulé au moyen du changement dans la direction de frottement (selon l'angle de dilatation) dans les éléments en contact, il a été supposé que la matière était séparée suivant la ligne de rupture ce qui provoque l'augmentation des pressions latérales selon les caractéristiques géométriques du silo et le type de la matière granulaire entreposée, l'écoulement en masse ou en cheminée, et l'incertitude au sujet de la position de la ligne de glissement dans le dernier cas due à la rareté de la recherche et le développement limité de la méthode des éléments discrets qui avec cette méthode le comportement de la matière est simulé grain par grain. [25]

### **IV.7 Influence de la forme des silos sur la vitesse de la vidange :**

Expérimentalement il a été vérifié qu'à surface de section horizontale et volume égaux ; les silos verticaux cylindriques se vident en un temps un petit peu plus faible que les silos carrés, cela est très probablement dû au fait qu'à surface de section horizontale égale, le cercle représente une circonférence de moindre longueur que le périmètre du carré.

- ❖ Que la vidange centrée d'un silo est moins rapide que celle du même silo mais comportant un orifice de vidage excentré, l'influence de l'excentrement de la vidange est très importante sur le temps durant lequel s'effectue cette vidange. la vidange excentrée est plus rapide que la vidange centrée surtout :
  - ✓ Dans le cas de parois lisse, pour un angle de frottement de la matière ensilée plus faible ou égale à l'angle interne minimum (ou angle de talus naturel) de cette matière.
  - ✓ Dans le cas de petits grains, par exemple, expérimentalement il a été vérifié que la vidange centrée d'un silo à millet exige un temps 1,3 fois plus long que la vidange excentrée, ce rapport devenant 1,6 dans le cas du même silo rempli de riz décortiqué.

Il n'existe pas de méthode de calcul permettant de déterminer à priori le rapport entre le temps de la vidange centrée et celui de la vidange excentrée, pratiquement à chaque fois que l'on est dans l'obligation de déterminer ce rapport, il est nécessaire d'effectuer un essai de confirmation en tenant en compte des diminutions du silo et de la granulométrie (outre les autres caractéristiques physique et mécaniques) de la matière à stocker. [12 ,24]

### **IV.8 Vidange excentrée :**

#### **❖ Introduction:**

Un silo métallique soumis à la vidange excentrée est particulièrement susceptible de rupture de flambement de coque de paroi sous pression axiale compressive, donc les calculateurs de silo ont souvent conseillé d'éviter la vidange excentrique s'il est possible, cependant, les considérations pratiques telle que le coût et la facilité d'accès souvent exige l'usage de la vidange excentrique. En revanche, même pour un silo conçu pour une vidange concentrique, les effets de décharge excentrique sont difficiles à éviter à cause des facteurs tel que la ségrégation de la matière et le séquentielle d'ouverture et de la fermeture de la trappe. [26]

❖ **Actions due à la vidange excentrée:**

La conséquence la plus connue de la vidange excentrique est le développement de pression horizontal non uniforme.

Cette non uniformité de pression produit la tension circonférentielle aussi bien que les cintrages méridional, et les actions membrane associe, Dans les termes de possibilité de mode de rupture. [26]

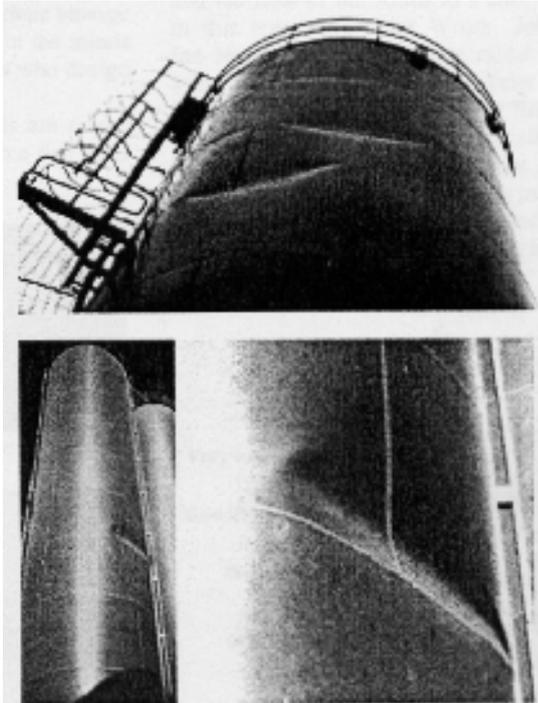
✓ **Les causes de flambement:**

Les ruptures de flambements sont généralement dues au développement de grandes contraintes compressives axiales locales, qui surviennent des pressions de frottement de paroi et de l'action de cintrage complexe. [26]

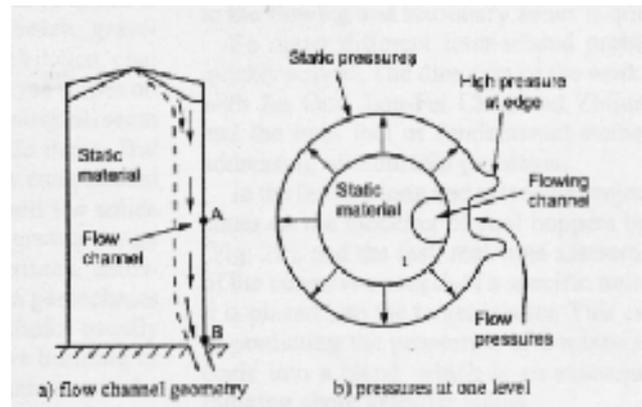
❖ **Composantes de pression des parois durant la décharge excentrée:**

*Composante axisymétrique:* elles incluent les pressions horizontales et les pressions de frottements verticaux sur les parois.

*Composante non axisymétrique:* elle est dans la forme de pressions horizontales partielles. [26] Lors d'un écoulement en cheminé une pression lente est exercée sur les parois du silo (**Fig 30**), cette pression non symétrique est probablement la plus dangereuse pour les deux types de silos métallique et en béton (**Fig 29**).En plus, l'écoulement excentrée cause de plus le flambement dans les silos métallique plus que d'autres phénomènes. Il a été constaté que la pression lente dans les zones d'écoulement est la cause de ces problèmes. [19]



**Fig 29** : Flambement du a l'écoulement excentrée. [19]



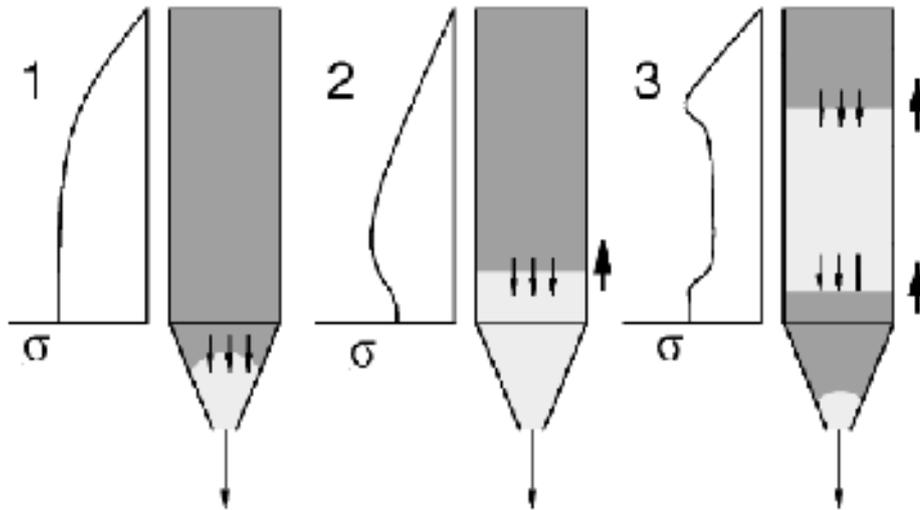
**Fig 30** : Ecoulement excentrée des grains solides dans un silo. [19]

#### **IV.9 Vibrations :**

La vidange de matériaux granulaires est souvent caractérisée par des vibrations ou des pulsations du silo. Ce phénomène est connu sous le nom de «silo quaking », et le bruit sourd qui peut les accompagner est appelé musique de silo. Ce bruit est dû à une résonance sonore produite par les vibrations [2 ,27]. Ces deux phénomènes sont indésirables, car les vibrations peuvent engendrer une détérioration de la structure du silo, des fissures dans les parois, et parce que la musique de silo est source de nuisance sonore. Ces vibrations apparaissent essentiellement dans deux types de silo :

- ✓ Les silos de grande hauteur ayant des écoulements en masse ;
- ✓ Les réservoirs générant des écoulements en masse ou semi- masse.

Dans les silos de grande hauteur, chaque tremblement se compose de deux grandes ondes de compression (**Fig 31**). La raréfaction du matériau dans la trémie due à la vidange engendre une onde de décompression, et une onde de compression qui amène de nouveau le matériau granulaire au repos. L'onde de décompression est générée par le processus de stick-slip dans la trémie ou la section inférieure du silo, et celle-ci passe au travers de l'onde de compression librement.



**Fig. 31** : Un cycle d'une saccade dans un silo de grande hauteur. [2]

Des études réalisées ont montré que le mouvement de stick-slip produit la musique de silo et le «silo quaking ». La musique de silo est générée par le mouvement de pulsation engendré par le stick-slip du matériau granulaire pendant la vidange et est associée à une résonance dans la colonne d'air au-dessus de la surface libre.

Les auteurs ont aussi remarqué que, pour leur étude, la fréquence de pulsation était indépendante de la vitesse de vidange.

Ou dessous d'une certaine hauteur de matériau, les vibrations s'arrêtent instantanément. Cette hauteur critique a pu être modifiée pour certains matériaux en ajoutant un surpoids sur la surface libre. [2]

Chapitre : V

Aspect développement

## **V. Aspect développement :**

### **V.1 Méthode de Reimbert :**

#### **V.1.1 Introduction:**

La présente méthode est issue de l'interprétation mathématique d'une loi de répartition hyperbolique des pressions la plus proche de la réalité et englobant, seule, les diverses paramètres inhérents à la fois à la matière ensilée et aux caractéristiques dimensionnelles des silos. Elle a comme caractéristiques essentielles qu'à l'infini, elle donne rigoureusement les mêmes valeurs de la poussée maximale que les méthodes principales antérieures, en particulier celle de *Janssen*. Une légère différence des poussées sur les parois aux faibles profondeurs des silos provient de ce que la méthode de *Janssen* admet, l'hypothèse de la valeur de constante du rapport de poussée horizontale à la pression verticale à l'intérieure des silos, alors que des essais ont montrés que le rapport n'est pas constant à ces profondeurs et que la loi de répartition hyperbolique de la présente méthode tient compte de la variation de ce rapport. Il résulte donc que si de légères différences existes aux faibles profondeurs des silos, et ce, à l'avantage de la loi hyperbolique qui traduit plus fidèlement les phénomènes réels, il n'y a pas de limitation de l'emploi de la dite loi, puisqu'aux grandes profondeurs les diverses méthodes donnent rigoureusement les mêmes résultats avec des courbes de poussées ayant toute la même asymptote. [12]

#### **V.1.2 Expérience :**

Lorsqu'on verse une matière pulvérulente sur un plan, elle s'entasse en un volume de forme conique dont les génératrices font avec l'horizontale un angle déterminé  $\varphi$ . cet angle propre a chaque matière est appelé angle du talus naturel de la matière. C'est à cet angle qu'est assimilé l'angle de frottement interne minimal.

Si cette matière est versée dans un espace clos tels qu'un silo elle exerce sur les parois et sur le fond de celui-ci, des pressions dont la résultante est la poussée qui par suite du frottement de la matière sur les parois est oblique par rapport à la surface de celle-ci. Cette poussée admet donc deux composantes l'une normale à la paroi considérée (N) et l'autre tangentielle parallèle à la paroi (T).

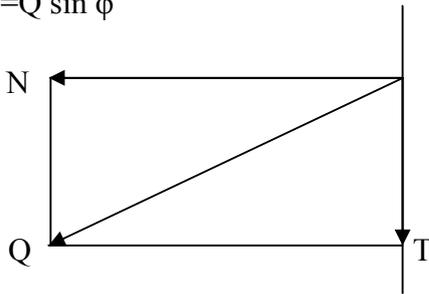
-la pression normale est appelée *poussée latérale*.

En appelant  $\varphi'$  *angle de frottement de la matière sur les parois*, le coefficient de frottement correspondant est  $\text{tg } \varphi'$ .

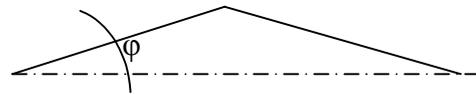
En fonction de la poussée oblique Q, nous définissons les deux composantes N et T.

$$N=Q \cos \varphi'$$

$$T=Q \sin \varphi'$$



**Fig 32** : Poussée latérale et pression verticale. [12]



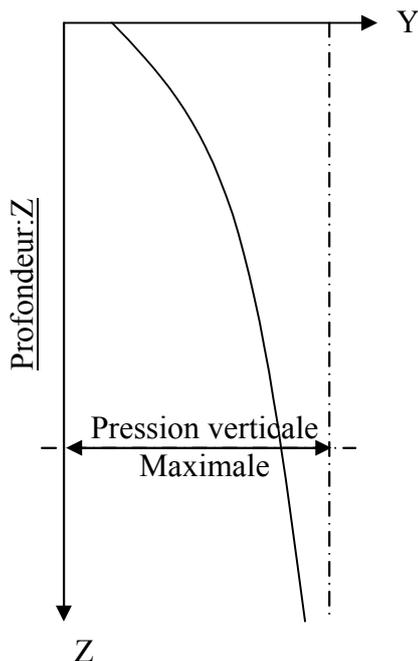
**Fig 33** : Angle de talus naturel, φ. [12]

$$T=N \operatorname{tg} \varphi'$$

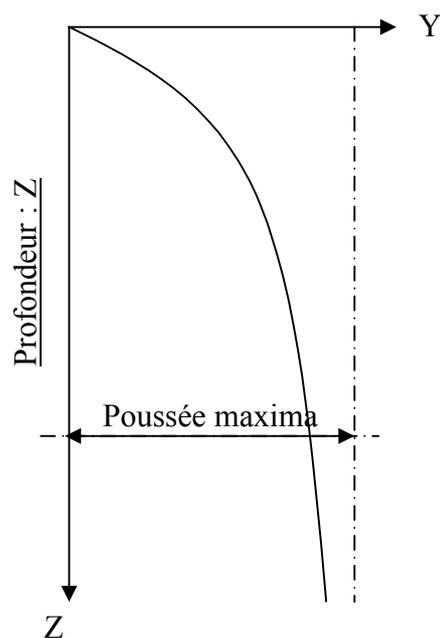
N : poussée latérale ;

T : pression verticale ou charge équilibrée par le frottement correspondant à la poussée N.

A une profondeur donnée à l'intérieur de silo, la charge sur le fond ou pression verticale totale, est la différence entre le poids total de la matière ensilée et la charge totale équilibrée par le frottement de la matière sur les parois. Or, lorsqu'on procède à des essais pour déterminer la pression verticale sur le fond d'un silo a diverses profondeurs à l'intérieur de celui-ci, on remarque que la pression va en croissant avec la profondeur, mais que par suite du frottement de la matière sur les parois, elle n'est qu'une fraction du poids de la matière ensilée, et le frottement est tel qu'aux grands profondeurs, la pression devient constante (**Fig 34**). Elle est alors maximale. La poussée latérale augmente aussi avec la profondeur (**Fig 35**). [12]



**Fig 34** : Courbe de la Pression verticale



**Fig 35** : Courbe de la Poussée latérale

### V.1.3 Théorie de Reimbert :

Les caractéristiques nécessaires à l'application de la méthode de Reimbert sont :

- $\delta_{\min}$  : poids de mètre cube de la matière ensilée lâche ; t/m<sup>3</sup>
- $\delta_{\max}$  : poids de mètre cube de la matière ensilée tassée ; t/m<sup>3</sup>
- $\phi_{\min}$  : angle de frottement interne de la matière de poids  $\delta_{\min}$  ;
- $\phi_{\max}$  : angle de frottement interne de la matière de poids  $\delta_{\max}$  ;
- D** : diamètre intérieur de section droite du silo cylindrique ;
- S** : surface de la section droite du silo ;
- L** : périmètre de cette section ;
- r** : rayon moyen hydraulique  $r=S/L$  ;
- z** : profondeur a partir du sommet d'une section droite du silo ;
- p<sub>z</sub>** : poussée latérale sur les parois, due aux grains à la profondeur z ;
- p<sub>max</sub>** : poussée latérale maximale ( $z \longrightarrow \infty$ ) ;
- q<sub>z</sub>** : pression verticale sur le fond, due aux grains a la profondeur z ;
- q<sub>max</sub>** : pression verticale unitaire moyenne maximale ( $z \longrightarrow \infty$ ) ;
- Q<sub>max</sub>** : pression verticale totale maximale  $Q_{\max}=S \cdot q_{\max}$  ;
- h** : hauteur du supérieure supérieur d'ensilage ;
- A** : abscisse caractéristique correspondant au silo.

Les essais effectués par Reimbert ont montrés que la courbe présentée sur (**Fig 08** (Chapitre II)) prouvait être représentée avec une bonne approximation par l'hyperbole :

$$Y = \frac{a z^2 + b z + c}{d z + c}$$

La discussion de cette formule générale a permis d'aboutir à la fonction :

$$Y = F(Z) = \frac{\delta S Z^2}{Z + A} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{Avec : } A = \frac{Q_{\max} - Q_0}{\delta S}$$

$$\text{Et: } Q_{\max} = S q_{\max} \Rightarrow Q_{\max} = \frac{\delta r}{\text{tg}\phi'} \cdot \frac{S}{\text{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)}$$

Il suffit alors d'appliquer les équations générales :

$$F'(z) = \Delta S \left[ 1 - \left( \frac{Z}{A} + 1 \right)^{-2} \right] \text{ Ou } F'(z) \text{ est la dérivée de la fonction (1)}$$

$$\text{On a: } P_z = \frac{F'(z)}{L \operatorname{tg}\varphi'} \Rightarrow P_z = P_{\max} \left[ 1 - \left( \frac{Z}{A} + 1 \right)^{-2} \right] \text{ avec: } P_{\max} = \frac{\delta S}{L \operatorname{tg}\varphi'}$$

$$P_z = P_{\max} \left[ 1 - \left( \frac{Z}{A} + 1 \right)^{-2} \right]$$

Pour la pression verticale sur le fond:

$$q_z = \delta \left( Z + \frac{h}{3} \right) - \frac{F(z)}{S}$$

$$q_z = \delta \left( Z + \frac{h}{3} \right) - \frac{\delta Z^2}{Z+A} \quad \text{Où } q_z = \delta \left[ Z \left( \frac{Z}{A} + 1 \right)^{-1} + \frac{h}{3} \right]$$

La poussée totale par unité de longueur périphérique de paroi à la profondeur Z.

$$p_z = \frac{\delta r}{\operatorname{tg}\varphi'} \int_0^z \left[ 1 - \left( \frac{Z}{A} + 1 \right)^{-2} \right] dz.$$

On peut arriver alors à l'expression de la poussée latérale par unité de largeur périphérique

$$\text{de paroi et sur la hauteur } z: p_z = \frac{\delta r}{\operatorname{tg}\varphi'} \frac{Z^2}{Z+A}$$

Position de point d'application de la résultante de la poussée sur la hauteur Z:

$$Z_g = \frac{\int_0^z Z p_z dz}{\int_0^z p_z dz}$$

$Z_g$ : la distance du point d'application de la résultante de la poussée a partir de sommet de la paroi.

$Z_g$  est donnée par la formule:

$$Z_g = \frac{\frac{Z^2}{2} - A^2 L \left( \frac{Z}{A} + 1 \right) - \frac{A^2}{\frac{Z}{A} + 1} + A^2}{Z + \frac{A^2}{Z+A} - A}$$

### **V.1.3.1 Efforts statique:**

#### **A. Efforts statique sollicitant les parois des silos cylindriques :**

Le calcul des parois verticales des silos cylindriques ne présente pas de difficultés particulières.

En dehors de poids propre des parois et des charges quelles peuvent être appelées à recevoir du fait même de construction, les parois sont sollicitées par deux efforts principaux : les poussées horizontales dues à la matière ensilée et qui tend à ouvrir le corps cylindrique du silo suivant ses génératrices ; et la force de frottement, verticale, due au frottement de la matière sur les parois et qui engendre des efforts de compression verticale des parois.

Soit  $p_z$  la poussée latérale et  $R$  le rayon intérieure du silo ; la paroi doit être calculée pour résister à un effort d'extension égal à :

$$R \cdot p_z$$

Dans le sens vertical, l'épaisseur de la paroi déterminée en fonction de l'effort d'extension, est généralement surabondante pour résister aux efforts de compression définis ci-dessus, mais la vérification devra en être faite dans le cas particulier de silos de grandes hauteurs. La force de frottement de la matière ensilée sur les parois et par mettre linéaire périphérique à la profondeur  $z$  est :

$$F_z = \delta r \frac{Z^2}{Z + A}.$$

#### **B. Efforts statique sollicitant les parois de la trémie du silo**

##### **❖ description des charges :**

Pour le calcul des parois des trémies, on suppose que les matières pulvérulentes ensilées transmettent aux parois des trémies la pression verticale qu'elles exercent au niveau de la naissance des parois verticales c'est à dire au niveau de la jonction des parois des cellules aux parois a ces trémie.

On considère alors les charges suivantes :

-la pression verticale exercée par la matière ensilée, au niveau inférieur des parois verticales ;

-le poids de la matière ensilée remplissant la mamelle ;

-le poids propre des parois des trémies ;

-le poids des appareils fixés aux mamelles.

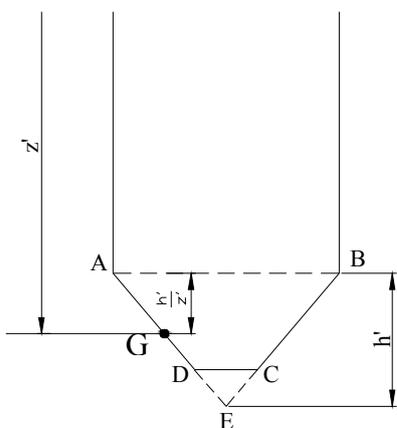
Les parois sont soumises à des tensions dirigées suivants les lignes de niveau et les lignes de la plus grande pente des faces de trémies. [12,24]

Pour le calcul des efforts statiques qui s'exercent sur les parois des trémies, on applique la méthode suivante:

❖ Pressions dues à la matière ensilée :

Soit une trémie ABCD dont la coupe verticale s'inscrit dans le triangle ABE de la hauteur  $h'$  limite par le plan horizontal au niveau inférieur AB des parois verticales de la cellule du silo, et par les deux forces inclinées des parois de la trémie (**Fig 36**) .

Soit G le centre de gravité de triangle ainsi tracé et  $z'$  la distance du point G à l'origine des coordonnées



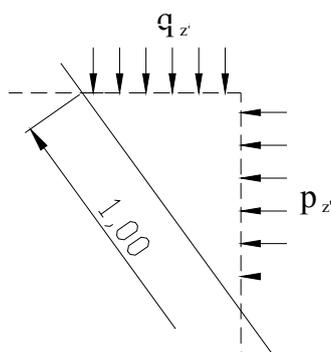
$$z' = z + h'/3$$

On calcul les pressions horizontales  $p_z$  et verticales  $q_z$  dues a la matière ensilée, comme si la paroi été verticale jusqu'en G.

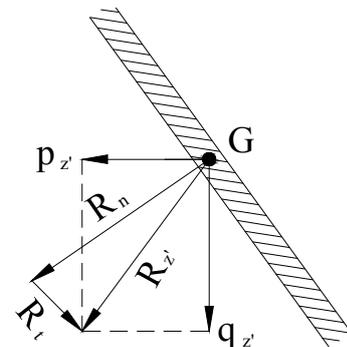
En appelant, d'une façon générale,  $i$  l'inclinaison d'une face de trémie, on a, sur l'unité de surface de paroi les pressions :

$$p'_{z'} = p_z \cdot \sin i$$

**Fig 36 :** Calcul des pressions horizontales et verticales à la partie trémie. [12]



**Fig 37 :** Les pressions unitaires. [12]



**Fig 38 :** Décomposition des pressions. [12]

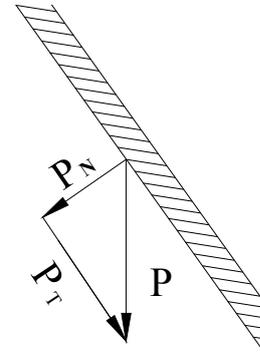
On compose  $p'_{z'}$  et  $q'_{z'}$  (**Fig 38**) et l'on obtient la résultante  $R_z$ , que l'on décompose ensuite suivant la direction de la face de la trémie et suivant la normale à cette direction et l'on obtient les composantes respectives  $R_t$  et  $R_N$ .

❖ **Poids de la matière remplissant la trémie et poids de la trémie :**

Soit  $P_1$  le poids de matière remplissant la mamelle et  $P_2$  le poids propre des parois de la trémie et des appareils qui y sont fixés.

Soit  $S'$  la surface des parois, on suppose d'une façon simplificatrice, que la charge verticale résultant par unité de surface de paroi est :

$$P = \frac{P_1 + P_2}{S'}$$



**Fig 39:** Décomposition de poids. [12]

Et l'on décompose cette charge verticale unitaire, en  $P_T$  suivant la direction de la face de la trémie et en  $P_N$  suivant la normale à cette direction (**Fig 39**).

**V.1.3.2 Effet dynamique de la vidange :**

Un silo étant plein il suffit d'une ouverture extrêmement petite de la vanne de vidange, entraînant l'écoulement d'une quantité insignifiante de grains, pour produire immédiatement dans la masse ensilée presque entière, un mouvement descendant qui rompt l'équilibre de celle-ci et provoque une augmentation importante des poussées sur les parois.

Les grains de la matière ensilée se mettent en mouvement avec une vitesse moindre près des parois en raison de frottement sur celle-ci et avec une vitesse accrue dans l'axe de la vidange à l'aplomb de laquelle il finit par se former un cône d'éboulement dans la masse, et un entonnoir à la partie supérieure. [12]

❖ **Importance de l'augmentation des poussées sur les parois au moment de la vidange :**

Certains auteurs indiquent des ordres de grandeur de l'augmentation des poussées sur les parois au moment de la vidange.

*La proposition de Reimbert concerne les coefficients de majorations des pressions latérales et des forces de frottements à prendre en compte selon la profondeur z.*

❖ Pour obtenir les pressions dynamiques normales à la paroi, la pression latérale calculée à l'état statique sera multipliée par des coefficients de majorations telles que :

Dans le cas de matières pulvérulentes :

1) a la vidange seule du silo :

$$P_{Z_{dyn}} = P_z \cdot K_d \cdot K_{a.1}$$

2) au remplissage et a la vidange simultanée :

$$P_{Z_{dyn}} = P_z \cdot K_d \cdot K_b \cdot K_{a.2}$$

Coefficients :

**K<sub>d</sub>** : *coefficient dynamique*, à un niveau donné, relatif au vidange du silo dans le seul cas du sable ensilé, d'où une pression a ce niveau, de

$$P_z \cdot K_d ;$$

**K<sub>b</sub>** : *coefficient de surpression*, multiplicateur de K<sub>d</sub>, relatif au remplissage et a la vidange simultanés du silo, dans le cas de sable ensilé, d'où une pression au niveau considéré, de

$$P_z \cdot K_d \cdot K_b ;$$

**K<sub>a</sub>** : *coefficient de matière*, particulier a chaque matière pulvérulente cohérente ensilée, autre que le sable, telle que les céréales, les grains de levure, etc. Avec la distinction suivante :

**K<sub>a.1</sub>** : *coefficient multiplicateur de K<sub>b</sub>*, pour obtenir le coefficient de majoration de la pression P<sub>z</sub> déterminée a chaque niveau pour la *matière ensilée considéré*, dans le cas de vidange seule, d'où une pression de

$$P_z \cdot K_d \cdot K_b \cdot K_{a.1} ;$$

**K<sub>a.2</sub>** : *coefficient multiplicateur de K<sub>b</sub>*, multiplicateur lui même de K<sub>d</sub> pour obtenir le coefficient de majoration de la pression P<sub>z</sub> calculer a chaque niveau pour la matière ensilée considérée, dans le cas de remplissage et de vidange simultanés, d'où une pression de

$$P_z \cdot K_d \cdot K_b \cdot K_{a.2} ;$$

**K<sub>t</sub>** : *coefficient dynamique de majoration de pression au repos*, sur parois de trémie.

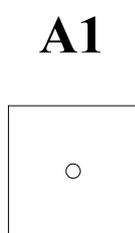
Les valeurs de ces coefficients ont été déterminé a partir des essais effectués par Riemert sur des modèles réduits, puis complétées par mesures sur des essais grandeurs réels (silos de coopératives agricoles [28] pour des cas de vidange centrée. Dans la pratique, la vidange des silos peut être *centrée ou excentrée*, et réalisée par des *orifices de positions très diverses*, suivant les dispositions imposées par les appareils de manutention. Il s'ensuit une certaine diversité dans l'observation des phénomènes accompagnant la rupture de l'équilibre statique des matières ensilées lors des vidanges.

La détermination des coefficients de majorations dans la partie cylindre ne pose pas problème, la seule difficulté est de les déterminer lorsque la vidange est excentrée pour cette raison beaucoup de recherches ont été effectuées par Reimbert pour déterminer les coefficients de majoration des pressions statiques en variant l'excentricité de l'orifice de la trémie. [28]

### **A. Détermination des coefficients de majoration à la partie supérieure du silo :**

La détermination des coefficients de majorations des pressions statiques à la partie supérieure du silo (paroi verticale) dépend, à la fois : de la nature des matières pulvérulentes ensilées, de la position des orifices de vidange des cellules, et de l'élancement des silos ( $e=H/D$  ou  $e=H/a$ ).

- Suivant la position de l'orifice de la vidange les coefficients se divisent en plusieurs classes. Les tableaux (04) et (05) montrent les valeurs de  $K_d$  et  $K_b$  pour un orifice centré (classe A1).
- Pour la détermination de coefficient de la matière  $K_a$  on utilise le tableau (06).



<b>H/a</b> <b>Niveaux</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>0,8H</b>	1,20	1,33	1,43	1,51	1,59
<b>0,6H</b>	1,44	1,58	1,70	1,79	1,86
<b>0,4H</b>	1,49	1,72	1,91	2,06	2,21
<b>0,2H</b>	1,30	1,42	1,51	1,57	1,63
<b>0,1H</b>	1,07	1,13	1,17	1,20	1,22

**Tableau 04** : Valeurs des coefficients dynamiques  $K_d$ . [28]

<b>H/a</b> <b>Niveaux</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>0,8H</b>	1,14	1,25	1,32	1,39	1,44
<b>0,6H</b>	1,18	1,26	1,33	1,38	1,42
<b>0,4H</b>	1,14	1,22	1,27	1,32	1,34
<b>0,2H</b>	1,15	1,28	1,38	1,45	1,51
<b>0,1H</b>	1,15	1,30	1,43	1,56	1,67

**Tableau 05** : Valeurs des coefficients de suppressions  $K_b$ . [28]

Matière ensilée	Coefficients	Niveaux				
		0,8H	0,6H	0,4H	0,2H	0,1H
Sable	$K_{a.1}$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	$K_{a.2}$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Millet	$K_{a.1}$	1,35	1,35	1,50	1,30	1,15
	$K_{a.2}$	1,35	1,45	1,65	1,70	1,80
Blé	$K_{a.1}$	0,90	0,95	0,95	0,95	1,05
	$K_{a.2}$	0,90	1,00	1,00	1,05	1,15
Levure	$K_{a.1}$	1,80	1,65	1,45	1,20	1,10
	$K_{a.2}$	1,80	1,70	1,50	1,30	1,15

Tableau 06 : Détermination des coefficients  $K_{a.2}$ . [28]

### B. Détermination des coefficients de majoration à la trémie du silo :

#### • Expériences :

Reimbert a effectué des mesures de pressions dynamiques et de surpressions, au remplissage et à la vidange, en trois points réparties (Fig 40), sur la longueur  $L$  de la génératrice de la trémie conique ou pyramidale d'essais : le point 1 à  $0.2 L$  du point haut de la trémie, le point 3 à  $0.1 L$  du bord de l'orifice de vidange et le point 2 à mi-distance entre les points 1 et 3.

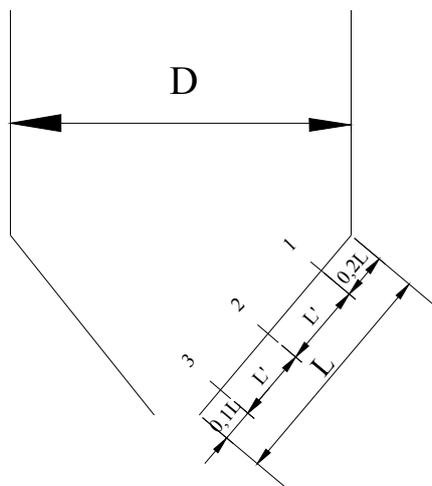


Fig 40 : Détermination de coefficient de majoration sur la partie trémie. [28]

• **Résultats d'expériences :**

Les résultats d'expériences de la détermination de la valeur du coefficient de majoration **Kt** des poussées au point 1 vert le haut de la trémie (**Fig 40**) sur les parois sont donnée sur le tableau suivant, avec une pente des parois des trémies prise égale à 45° suivant le cas le plus fréquemment rencontré. L'évolution des coefficients en fonction de la pente est présenté ci-après.

Matière ensilée	Coefficients $k_{45^\circ}$ au point 1	
	Pressions dynamiques	Surpressions
Sable fin	1,70	1,95
Millet	2,55	2,80
Blé	2,60	2,90
Levure	3,00	3,40

**Tableau 07 :** Coefficients de majoration d'une trémie à 45° d'inclinaison sur différentes matières. [28]

• **Variation du coefficient Kt en fonction de la pente des parois des trémies :**

Le coefficient Kt défini au précédemment correspond généralement a une pente de 45° des génératrices des parois des trémies.

D'autres expériences, faites avec des inclinaisons différentes, ont permis de définir l'évolution du coefficient  $Kt_{45^\circ}$  au point 1, en fonction de la pente de la paroi, et un angle  $\delta_1$  par rapport à l'horizontale, ou  $\delta_2$  par rapport à la verticale, de part et d'autre de la ligne de pente de référence, inclinée à 45°.

On peut admettre que :

-pour  $0 < \delta_1 \leq 45^\circ$  :

$$Kt_{\delta_1} = 1.02 + (Kt_{45^\circ} - 1.02) \delta_1 / 45^\circ ;$$

-pour  $0 < \delta_2 \leq 45^\circ$  :

$$Kt_{\delta_2} = K_d * K_a + (Kt_{45^\circ} - K_d * K_a) \delta_2 / 45^\circ ; [28]$$

La valeur de  $K_t$  au point «2» est la moitié de celle au point «1».

## **V.2 Méthode des éléments finis :**

### **V.2.1 Introduction :**

Les silos sont les structures les plus utilisés pour le stockage des nombreux produits agricoles et industrielles, il y'a trois méthodes principales pour les calculer:

- 1) les méthodes analytiques : comme celles de Janssen et Reimbert.
- 2) les méthodes expérimentales : de grande importance, leur inconvénient est le coût et le facteur d'échelle.
- 3) les méthodes numériques : de coût moindre et de grande utilisation ces méthodes sont largement utilisées dans les dernières années.

Parmi les méthodes numériques, on distingue les plus importantes :

La méthode des éléments finis, la méthode des éléments discrets, et la combinaison entre les deux.

La méthode des éléments finis est l'une des plus importantes méthodes parmi celles citées ci avant.

A la fin de l'année (1970), les modèles des éléments finis réalisés par Mahmoud (1975) et celui de Joffriet et Al (1977) ont proposé l'origine d'une nouvelle étape d'investigation des silos.

Le perspective de cette méthode est de voir la matière granulaire comme continu, grâce a ses caractéristiques, il est possible aussi d'analyser des phénomènes comme l'interaction entre la matière granulaire et les parois, les effets thermiques, les modèles d'écoulements, l'influence de plusieurs paramètres de la matière ainsi que l'influence de l'épaisseur des parois sur les pressions.

Le plus grand avantage de la méthode est la possibilité d'appliquer des différentes théories de comportement de la matière.

Parmi les travaux effectuer par le biais de cette méthode on peut citer :

- ✓ Le travail de R.J Goodey, C.J Brown, J .M Rotter [29] et [30]
- ✓ C.J Brown et R.I Goodey [31]
- ✓ M.Gaita, A.Couto, F.Ayuga [32] en basée sur l'excentricité de trémie.
- ✓ M.A Martinez, I. Alfaro, M.Doblaré [8].
- ✓ P.Vidal, E.Goodey, M.Guaita, F.Ayuga [33]: Dans ce travail le comportement des grains est élastique avec le critère de Drucker Prager de plasticité, le silo est classée comme silo à parois flexibles ces résultats sont comparés avec le travail d'un silo à paroi rigide [34].

Il est important dans cette méthode de choisir la loi de comportement convenable à la matière utilisée, il existe des logiciels importants qui ont montré leur efficacité dans ce type de calcul comme ANSYS et ABAQUS.

### **V.2.2 Présentation du code de calcul ABAQUS :**

Le code de calcul ABAQUS est un code commercial généraliste. Il se distingue par son grand champ d'action qui varie de la thermomécanique à l'acoustique en passant par la mécanique des fluides. La version 6.5 que nous avons utilisé se compose de 3 modules différents.

#### **V.2.2.1 ABAQUS CAE.**

Ce module permet la définition et la visualisation des différentes simulations. Initialement, les problèmes sont définis par des entités géométriques pour lesquelles seront définies les propriétés physiques, les différentes étapes de calcul : les contacts, les chargements, les conditions initiales et les conditions aux limites. Ensuite intervient la phase de discrétisation où les différentes entités selon leurs définitions respectives seront maillées ou non avec la définition des éléments. Finalement, pour pouvoir réaliser les calculs, la synthèse d'un fichier d'analyse est nécessaire, ce dernier sera alors appelé par l'un des deux modules de calcul (STANDARD ou EXPLICIT).

#### **V.2.2.2 ABAQUS STANDARD.**

Ce module représente le code de calcul implicite dédié aux calculs quasi-statiques, linéaires ou non, thermiques, acoustiques, ... . L'algorithme de calcul se base sur des calculs itératifs visant à atteindre l'équilibre global du système à chaque incrément de temps.

#### **V.2.2.3 ABAQUS EXPLICIT :**

Le module explicite est souvent utilisé pour les calculs dynamiques. Contrairement au code implicite, l'algorithme explicite n'est pas itératif. Cet algorithme se base sur un très grand nombre d'incrémentes très courts définis par la vitesse de propagation d'une onde élastique  $C_a$  (qui est une propriété des matériaux constitutifs «équation (2)»). La notion de propagation d'onde présente l'avantage de limiter la résolution aux éléments atteints par l'onde ce qui présente une économie par rapport au code implicite (qui résout sur tout le système à chaque incrément). Ceci lui confère la capacité de réaliser des calculs rapides. Le module explicite est toutefois confronté à deux difficultés qui sont la stabilité des calculs et les

modes vibratoires. En effet, cet algorithme n'est pas aussi stable que l'algorithme itératif du module implicite, ce qui nous impose de bien choisir les dimensions des éléments. Pour pouvoir assurer la convergence du calcul, l'incrément minimal utilisé doit être inférieur ou égale au temps défini par l'équation (3). Ceci dit, la possibilité de laisser au code le choix de l'incrément minimal existe, ce qui permet à l'utilisateur de ne pas se soucier de ces détails. [35,36]

$$C_d = \sqrt{\frac{\lambda + 2\nu}{\rho}} \dots\dots\dots (2)$$

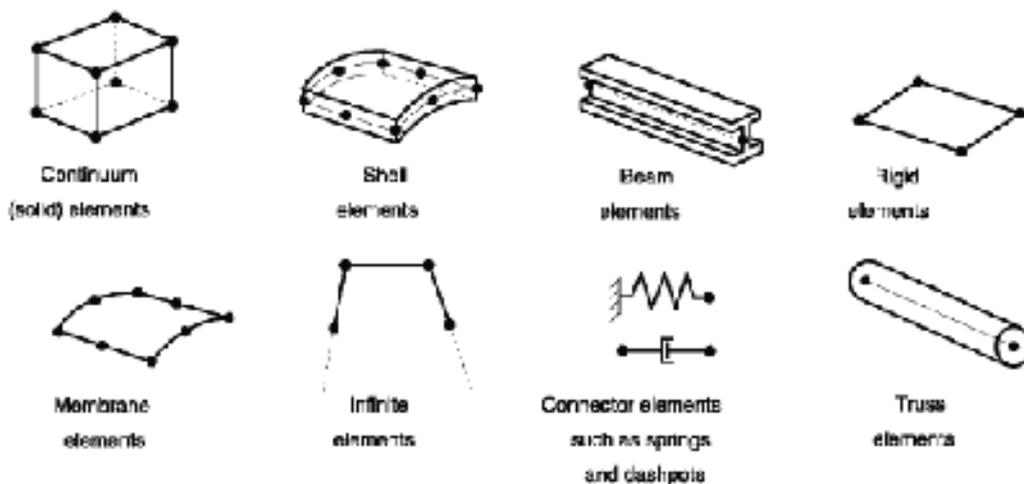
Où  $\lambda$ ,  $\nu$  et  $\rho$  étant respectivement les coefficients de Lamé et la densité du matériau.

$$\Delta t_{\text{Stable}} \approx \frac{L_{\text{min}}}{C_d} \dots\dots\dots (3)$$

Avec  $\Delta t_{\text{stable}}$  : incrément minimal,  $L_{\text{min}}$  : la plus petite dimension du plus petit élément.

**V.2.2.4 Présentation des différents types d'éléments ABAQUS :**

Comme tout code de calcul, ABAQUS dispose d'une multitude de types d'éléments qui diffèrent par leurs propriétés d'interpolation, de symétrie, et leurs propriétés physiques. Ainsi, le code propose des éléments à 3 dimensions (3D), à 2 dimensions (2D), des éléments linéaires (1D) et les connecteurs (**Fig 41**). Le choix entre ces différentes dimensionnalités dépend de la maîtrise du problème à simuler. Ce qui permet de tenir compte des symétries de géométrie, des chargements, des conditions aux limites et des propriétés des matériaux.



**Fig 41** : Différents types d'éléments disponibles dans la bibliothèque d'ABAQUS. [35,36]

### V.2.3 Interactions de contact

On peut séparer deux grands types de modélisation du contact avec Abaqus :

- Modélisation du contact basée sur l'interaction des surfaces
- Modélisation base sur l'utilisation d'éléments de contact

Les éléments de contact sont utilisés lorsqu'il est impossible de gérer l'interaction de surfaces et intègrent directement les propriétés de contact d'un point de vue global. Nous cherchons à décrire le contact aussi finement que possible, nous utiliseront donc toujours l'interaction de surfaces. La définition de la simulation du contact se résume alors en trois étapes :

- Définir toutes les surfaces qui seront potentiellement en contact ;
- Définir parmi celles-ci quelle surface interagit avec quelle autre ;
- Définir les modèles mécaniques et thermiques qui régissent le comportement des

surfaces lorsqu'elles sont en contact. Définir les paires de surfaces en contact Abaqus définit le contact entre deux corps comme deux surfaces qui peuvent interagir ; ces surfaces sont appelées « contact pair ». L'option INTERACTION est obligatoire et permet d'associer à la paire de contact, une des interactions définies dans le modèle (**Fig 38**). L'ordre dans lequel les surfaces sont spécifiées est capital du fait de la discrétisation qui s'en suit. En effet, Abaqus utilise un algorithme « maître -esclave » strict dans lequel les deux surfaces ne jouent pas le même rôle : pour chaque noeud de la surface esclave, Abaqus en cherche le point le plus proche sur la surface maîtresse (**Fig 42**). L'interaction est alors discrétisée entre les points obtenus sur la surface maîtresse et les noeuds de la surface esclave. De plus les noeuds esclaves sont contraints à ne pas pénétrer la surface maîtresse, la réciproque étant fausse. La direction du contact est quand a elle toujours perpendiculaire à la surface maîtresse. On en déduit que la surface esclave, sera toujours la surface déformable dans le cas d'une paire incluant une surface rigide. Si le contact est entre deux solides déformables, c'est le corps le plus rigide qui fournira la surface maîtresse. Si les rigidités sont comparables, la surface la plus finement maillée constituera la surface esclave.

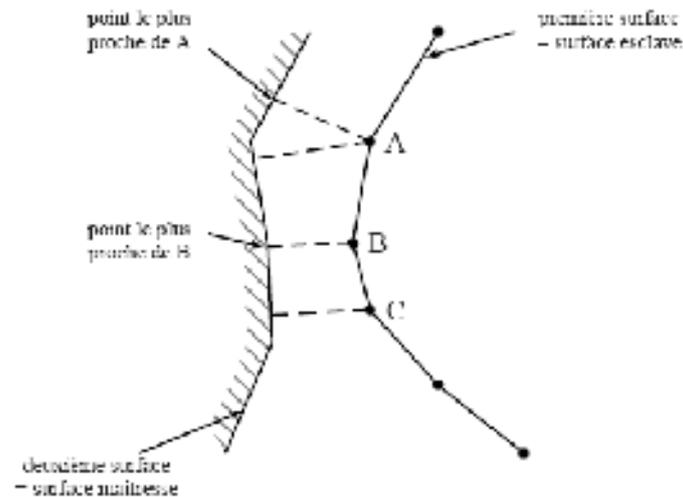


Fig 42: Discrétisation de la surface maîtresse. [35,36]

### **V.2.3.1 Définition des modèles d'interaction de surfaces:**

On développe ici comment définir les lois d'interaction entre les différentes surfaces. La déclaration se fait toujours par le mot clé \*SURFACE INTERACTION en spécifiant le nom de l'interaction. Ce nom sera utilisé dans l'affectation à la paire de contact.

\*SURFACE INTERACTION, NAME=interaction -name

Ensuite vient la définition de la loi à proprement parler. Il faut définir à la fois les interactions normales et tangentielles à la surface de contact. Pour les interactions normales à la surface, plusieurs modèles existent mais il faut se limiter (cas des métaux en contact) au « hard » contact (modèle par défaut). Pour les interactions tangentielles à la surface, il s'agit de définir le coefficient de frottement, constant ou non et le critère de glissement. On utilise essentiellement le modèle de Coulomb mais de nombreuses options existent ainsi que plusieurs formulations de résolution des problèmes de contact.

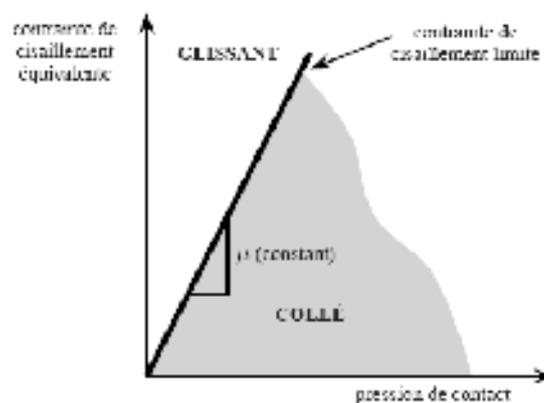
#### **A. Interactions normales à la surface de contact**

Les modèles d'interactions normales consistent à définir la loi de pression en fonction de l'interpénétration des surfaces. Lorsque les surfaces sont en contact, n'importe quelle pression peut-être transmise par elles et si la pression chute à zéro, les surfaces se séparent. Deux surfaces entrent en contact lorsque leur séparation (définie par la distance entre les plans tangents, clearance dans Abaqus) devient nulle.

## **B. Interactions tangentielles à la surface de contact :**

### Modèle de Coulomb pour le frottement

Ce modèle constitue la base de l'interaction tangentielle et il est obligatoire pour une analyse intégrant le contact. Dans le modèle de frottement de Coulomb, une force de cisaillement peut être transmise entre deux surfaces en contact jusqu'à une certaine amplitude à partir de laquelle elles commencent à glisser l'une par rapport à l'autre. En deçà de cette limite, le régime est dit collé. Le modèle de frottement de Coulomb définit cette contrainte de cisaillement limite  $\tau_{crit}$  à laquelle le glissement des surfaces se produit proportionnellement à la pression de contact ( $\tau_{crit} = \mu p$ ). Le paramètre  $\mu$  est appelé coefficient de frottement. Le calcul collé/glissant détermine lorsqu'un noeud passe du régime collé vers le régime glissant ou inversement (**Fig 43**). Dans le cas d'une surface esclave constituée par des noeuds, la pression de contact est égale à la force normale de contact divisé par l'épaisseur de la section contenant la surface de contact.



**Fig 43:** Modèle de Coulomb pour le frottement. [35, 37]

Le modèle est isotrope ( $\mu$  est le même dans toutes les directions) ; dans le cas général, il y a deux composantes orthogonales de cisaillement  $\tau_1$  et  $\tau_2$ . Le calcul du régime collé/glissant se fait avec une contrainte de cisaillement équivalente définie par :  $\tau_{eq} = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2}$ . De même, ABAQUS combine les deux vitesses de glissement pour calculer une vitesse équivalente,  $\gamma_{eq} = \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}$ . Si on se focalise sur le modèle 2D, il n'y a qu'une seule direction de glissement ( $\tau_{eq} = \tau$  et  $\gamma_{eq} = \gamma$ ), la frontière de glissement définit une ligne. [35,37]

### **V.2.3.2 Gestion des contacts sous ABAQUS**

ABAQUS dispose de plusieurs algorithmes de gestion de contact. Il dispose d'un algorithme de contact généralisé qui identifie les surfaces susceptibles d'interagir.

#### *Algorithme de contact de type cinématique.*

Cet algorithme procède par un avancement de l'état cinématique du modèle sans tenir compte des contacts. Ainsi, il estime les enfoncements des noeuds esclaves dans la surface maître puis, en intégrant la pénétration prévue et la masse associée à chaque noeud esclave, il estime une force résistante à la pénétration qui empêchera le noeud en question de pénétrer dans la surface maître. Cet algorithme ne permet pas la gestion des tous les cas de contact, en particuliers ceux faisant intervenir des surfaces rigides.

#### *Algorithme de contact de type « penalty ».*

Cet algorithme présente l'avantage d'être moins contraignant au niveau des surfaces à mettre en contact. En effet, il complète l'algorithme précédent au niveau des contacts rigides. Cet algorithme évalue la force pénétrante du noeud esclave et lui oppose une force résistante, de plus la surface maître subit la même force de sorte qu'elle ne pénètre pas la surface esclave en ce point. Alors que dans l'algorithme cinématique aucune force n'est opposée aux noeuds maîtres. La différence entre les deux cas se voit dans la part dissipée de l'énergie cinétique des noeuds en contact. En effet, pour un contact cinématique nous aurons une perte d'énergie qui dépend de la finesse du maillage de la surface cible, ce qui n'est pas le cas du contact type penalty. Pour mieux illustrer la différence entre les deux algorithmes nous pouvons citer le cas d'une masse ponctuelle impactant un mur rigide. Si nous choisissons le contact cinématique dur la bille se collera au mur, alors que si nous avons choisi l'algorithme de type penalty nous aurons un rebond. [35,36]

## **V.2.4 Lois de comportement de la matière entreposée :**

### **V.2.4.1 Introduction :**

Les grains et les céréales que l'on stocke habituellement en silos, constituent un milieu pulvérulent ou pseudo -solide sans cohésion, dont les lois d'équilibre sont encore mal définies et pour lesquelles on cherche une solution basée sur la théorie de l'équilibre d'un milieu élastique, homogène, isotrope et indéfini, étendu au milieu pulvérulent par une transposition appuyée sur des observations expérimentales. Malheureusement, aucune de ces

hypothèses ne concerne le milieu pulvérulent. En outre, cette transposition ne tient pas compte de la plupart de nombreux autres facteurs à considérer.

Il apparaît en effet que, pour l'équilibre d'une masse pulvérulente ensilée, le facteur temps, la vitesse de remplissage, la façon dont les grains sont entassés, la hauteur de chute des grains pour le remplissage des silos, et la compressibilité de la matière ont une grande importance, car ils influent sur les caractéristiques principales du milieu pulvérulent : densité, angle de frottement interne, coefficient de frottement sur les parois.

Le problème posé par l'équilibre d'une masse pulvérulente ensilée est donc des plus complexes : il échappe à la théorie de l'élasticité et n'a jamais été complètement résolu. [12]

#### **V.2.4.2 Lois de comportement utilisé dans des anciens travaux :**

Pour avoir de bons résultats des contraintes et des pressions sur les parois du silo, beaucoup de travaux ont été fait en variant soit les conditions aux limites, soit l'épaisseur des parois, soit la loi de comportement de la matière ou d'autre:

- Cinq lois de comportements de la matière entreposée ont été utilisés dans le travail de R.J Goodey, C.J Brown, J .M Rotter [29]:

-Linéaire élastique ;

-Poreux élastique -non linéaire ;

-Linéaire élastique avec le critère de plasticité de Mohr Coulomb ;

-Linéaire élastique avec le critère de plasticité de Drucker Prager ;

-Poreux élastique avec le critère de plasticité de Drucker Prager.

La conclusion de l'étude était : un simple model constitutif poreux élastique avec le critère de plasticité Drucker Prager était choisi parce qu'il demande moins de paramètres (le nombre des propriétés de la matière connu est utilisé).

La loi poreux élastique pour la modélisation des grains solides est basée sur la réponse de compression isotropique utilisée dans les états de mécanique de sol .elle diffère de la loi linéaire élastique dans la mise de la rigidité de la matière qui dépende de niveau de contrainte et de l'histoire.

Le model de plasticité de Mohr Coulomb défini le comportement plastique (critère plastique et loi d'écoulement) il est donc nécessaire d'avoir une loi élastique reliant les deux. Le critère Drucker Prager diffère de celui de Mohr Coulomb par la définition de la surface de plasticité comme un cone circulaire [25,29] dans l'espace de contrainte déviatorique, ce qui augmente la performance numérique.

- Ayuga et Guaita, [25] ont utilisé un comportement de la matière basé sur le critère de plasticité Drucker Prager, ce dernier est utilisé lorsqu'on considère l'effet de l'expansion volumique de la matière (Drucker- Prager 1952).
- Le critère de plasticité de Drucker Prager avec celui élastique permet de modéliser les grains avec plus d'adaptation à la réalité que celui d'un comportement élastique seul. Guaita, Couto. [32]
- Les pressions de remplissage dans un solide en vrac sont modélisées en utilisant une loi de comportement couplée de model poreux élastique avec celui de plasticité «Drucker Prager». Cette loi a été appliquée avec succès aux problèmes des silos. [29,31]
- Les grains entreposés sont calculés en considérant la loi de comportement élastique isotopique avec le critère de plasticité de Drucker Prager, ce model est basé sur la surface de plasticité :

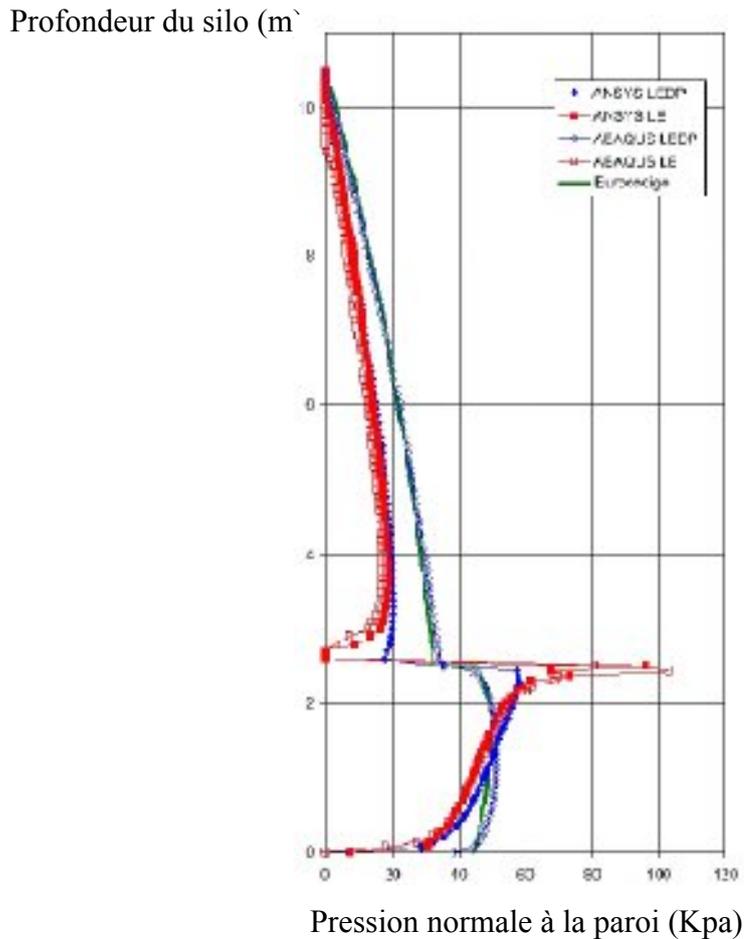
$F = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} = k$  Ou  $\alpha$  et  $k$  sont les constantes dépendent de l'angle de frottement interne et la cohésion de la matière,  $I_1$  est le premier invariant de tenseur des contraintes et  $J_2$  est le second invariant déviatorique. [33]

Il y'a d'autres models complexes, le modèle Drucker Prager est *suffisamment précis* pour le calcul pratique des silos, comme il a été vérifié par les test empirique et les résultats numérique.

### Conclusion :

Pour de bons résultats les chercheurs utilisent un comportement élastique- plastique de la matière granulaire.

La courbe de la pression normale à la paroi en fonction de la profondeur présentée sur la figure (**Fig 44**) du travail de M Gallego [14] montre la différence entre un comportement élastique linéaire et un comportement linéaire élastique avec le critère de plasticité de Drucker Prager.



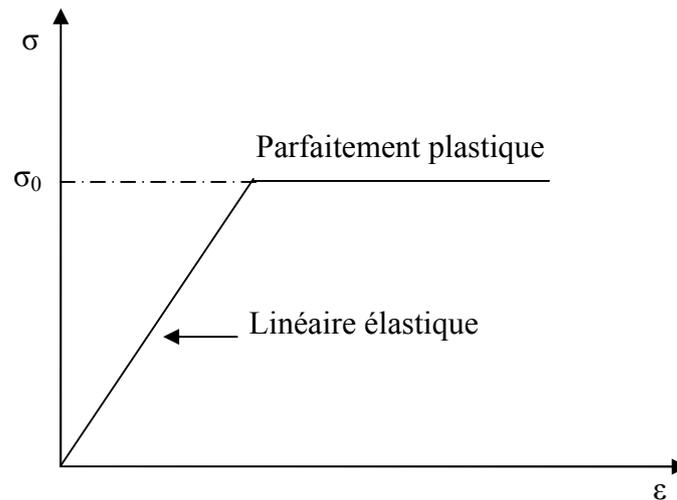
**Fig 44** : Pression normale à la paroi par les deux logiciels Abaqus et Ansys en utilisant les lois de comportement LE et LEDP

Le comportement élastique- plastique est très proche de l'eurocode alors que le linéaire élastique est loin ;

- ✓ *Pour notre travail on va utiliser le comportement élastique linéaire avec le critère de plasticité de Drucker Prager pour la modélisation des grains solides.*

#### V.2.4.3 Loi élastique -plastique :

Le modèle du comportement des grains élastique-plastique est de la forme d'une région élastique et une région plastique comme il est représenté sur la figure (**Fig 45**) (diagramme contrainte- déformation). La région élastique, dont le comportement classique utilisé est le linéaire isotrope, pour cette raison, nous avons besoin seulement de deux paramètres pour définir cette région: le module d'élasticité,  $E$ , et le coefficient de Poisson,  $\nu$ .



**Fig 45 :** Modèles de comportement élastoplastique.

A propos du domaine plastique, le modèle le plus utilisé parmi ceux dans les programmes (Ansys et Abaqus) est l'approche de Drucker Prager, Deux paramètres seulement de la matière sont exigés pour sa formulation: l'angle de frottement interne,  $\phi$ , et la cohésion,  $c$ .

La formulation de l'approche de Drucker Prager est rendu effectif dans (Ansys et Abaqus) elle permet la considération des règles d'écoulement non associe (qui tien compte de changement dans la direction de frottement des grains), c'est pour quoi on a besoin d'un troisième paramètre: l'angle de dilatation,  $\psi$ . [14]

#### **V.2.4.4 Rupture du model :**

La fonction d'écoulement pour le model Drucker Prager y compris l'influence hydrostatique sur la résistance au cisaillement est donné par :

$$f = \sqrt{J_2} - \alpha \cdot I_1 - k = 0 \dots\dots\dots(4)$$

$\alpha$  et  $k$  : constante du modèle dépendant respectivement de l'angle de frottement et la cohésion.

$J_2$  : 2<sup>em</sup> invariant du tenseur déviateur des contraintes;

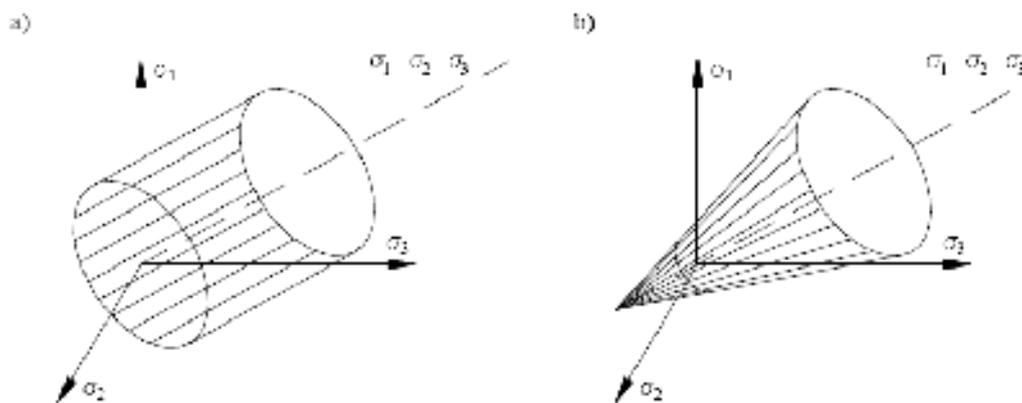
$I_1$  : 1<sup>er</sup> invariant du tenseur des contraintes.

Les paramètres de Drucker Prager peuvent être déterminés a partir des paramètres des résultats des essais de laboratoire (oedometre et appareil triaxial) il faut au moins deux essais triaxiaux pour déterminer tout les paramètres.

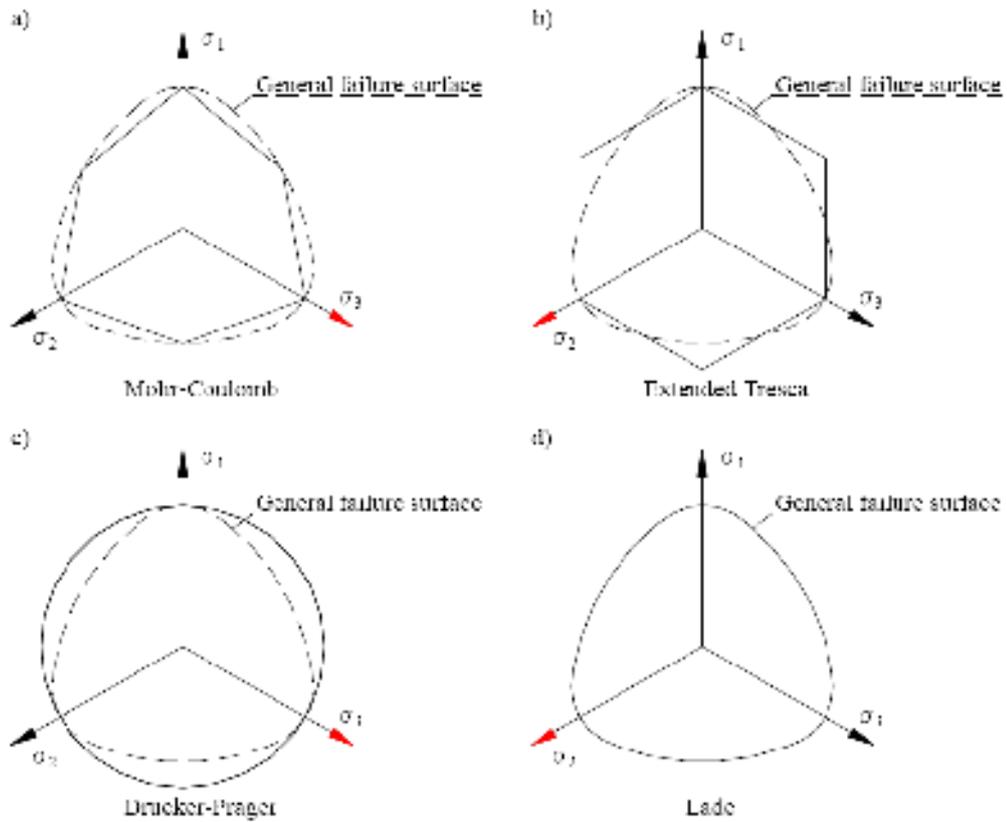
Les critères de plasticité (d'écoulement) du modèle sont classés comme suit :

- Critère à un seul paramètre (angle de talus naturel) (Fig 46.a) caractériser par le fait que la charge du sol n'augmente pas avec l'augmentation des contraintes effectives ;
- Critère à deux paramètres (angle de talus naturel et cohésion) illustrés sur (Fig 46.b)

Et dans le plan de contraintes principales et le plan déviateur (Fig 47.c) caractériser par l'augmentation de la charge de sol avec l'augmentation des contraintes effectives. [35, 38,39]



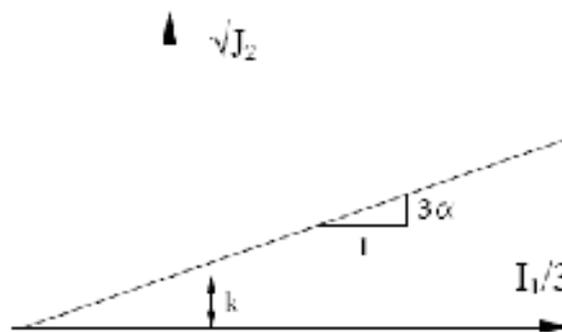
**Fig 46** : Surface d'écoulement dans l'espace des contraintes principal. a) Un paramètre du modèle et b) deux paramètres du modèle. [35,38, 39]



**Fig 47 :** Surface de plasticité pour deux paramètres du modèle dans le plan diviatorique.

Pour comparer le critère de plasticité 2D de Mohr Coulomb et le model du sol 3D du Drucker Prager ce dernier est exprimé dans les thermes invariants.

Le modèle Drucker Prager est linéaire dans l'espace invariant  $\sqrt{J_2}, I_1/3$  comme il est présenté sur (Fig 48). [35, 38,39]



**Fig48 :** Surface d'écoulement de Drucker Prager. [35 ,38]

Quand l'équation (4) est inférieure à zéro, le matériau subit seulement des déformations élastiques et quand  $f$  est zéro le matériau s'écoulera plastiquement et subira les deux déformations élastique et plastique;

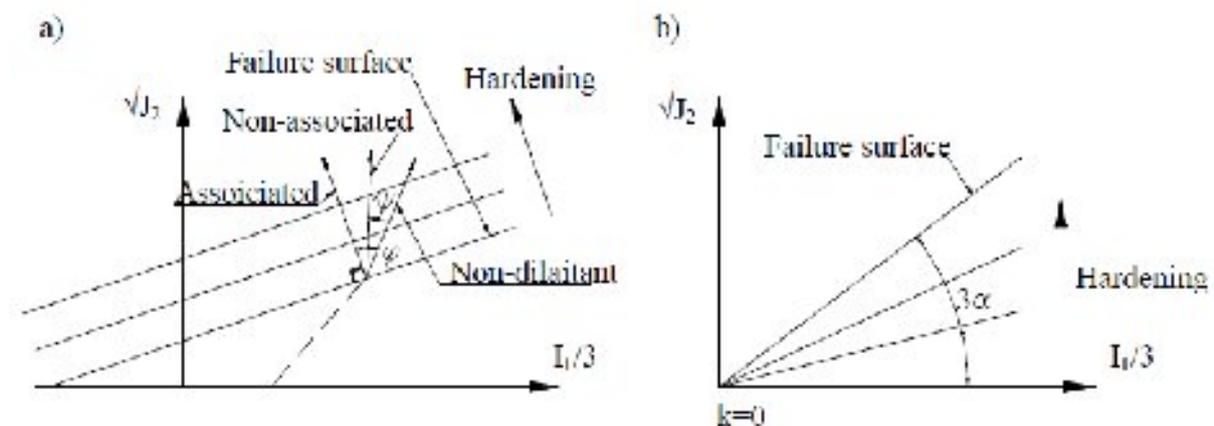
$f < 0$  comportement élastique idéal ;

$f = 0$  comportement élasto- plastique.

Lorsque le comportement élasto-plastique est considéré il est contrôlé par les règles d'écoulement plastique (**Fig 49 (a)**) qui est contrôlé par l'écrouissage de matériau. Une déformation plastique accompagne l'expansion volumique du matériau de Drucker Prager qui représente une dilatation uniforme, alors le critère utilise l'écrouissage isotropique (**Fig 49 (a)**).

Ce n'est pas une bonne description pour un comportement d'écrouissage quand le matériau frictionnel est non cohésif de nature. Lorsque le comportement est élasto plastique on a besoin de la cohésion pour définir les contraintes plastiques.

Dans la nature le comportement élasto- plastique existe dans toutes les périodes de chargement, cela implique que l'écrouissage doit être définie comme il est représenté sur (**Fig 49 (b)**). L'influence de la cohésion sur les surfaces d'écoulement est exclut. [35 ,38]



**Fig 49** : Ecrouissage: a) Par Drucker Prager et b) Préféré [35 ,38]

#### **V.2.4.5 Model Drucker Prager dans ABAQUS :**

Cette section contient la description du model Drucker Prager sur ABAQUS. La terminologie et les signes de définition utilisé dans la section suivante sont identique a ceux donnés par le manuels ABAQUS. Dans ABAQUS il est possible d'illustrer le model Drucker Prager soit : linéaire, hyperbolique ou exponentiel. [35 ,38]

✓ **Model linéaire de Drucker Prager :**

Dans ABAQUS le critère linéaire de Drucker Prager est écrit dans l'équation suivante et donnée sur (Fig 50)

$$f = t - p \cdot \text{tg}(\beta) - d = 0$$

P : contrainte équivalente (moyenne) ;  $\beta$  et d représentent l'angle de frottement et la cohésion définie par la formule :

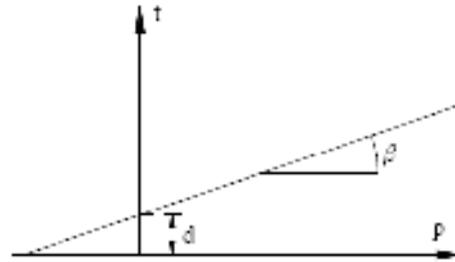


Fig 50: Model Ducker Prager linéaire

$$t = \frac{1}{2} \cdot q \cdot \left[ 1 + \frac{1}{k} - \left( 1 - \frac{1}{k} \right) \cdot \left( \frac{r}{q} \right)^3 \right]$$

D'où q : la contrainte équivalente de Von Mises ;

r : le troisième invariant de la contrainte déviatrice ;

k : coefficient qui définit le rapport entre la contrainte plastique dans la compression triaxiale et la tension.

La cohésion « d » est définie par :  $d = \left( 1 - \frac{1}{3} \cdot \text{tg}(\beta) \right) \cdot \sigma_c$  Si l'érouissage est défini par la contrainte plastique  $\sigma_c$  de compression uniaxiale ;

$d = \left( 1 - \frac{1}{3} \cdot \text{tg}(\beta) \right) \cdot \sigma_t$  Si l'érouissage est défini par la contrainte plastique  $\sigma_t$  de tension uniaxiale ;

$d = d$  si l'érouissage est défini par la contrainte plastique de cisaillement (cohésion), d.

Le coefficient k définit le rapport entre la contrainte plastique triaxiale de compression et de tension. Quand la tension triaxiale est égale à la compression triaxiale, alors  $k=1$  et  $t=q$  et la surface plastique est égale au cercle de Von Mises dans le plan principal déviateur.

Il est exigé que  $0.778 \leq k \leq 1$  pour assurer que la surface est convexe.

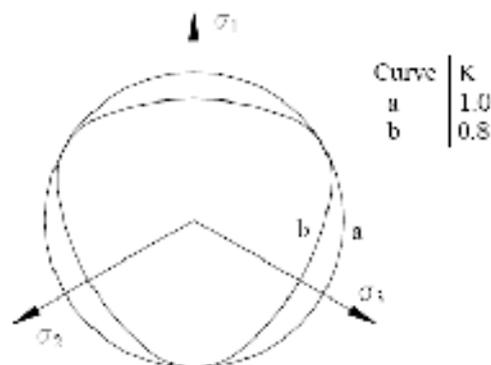


Fig 51 : La surface limite par Drucker Prager dans le plan déviatorique.

Pour les matériaux granulaires et le sable, le model Linéaire est utilisé normalement avec l'écoulement non associier  $\psi = \varphi$ , cela implique que l'écoulement n'est pas normal à la surface plastique dans le plan p-t (**Fig 52**)

### Remarque

Si les données expérimentales ne sont pas disponibles et les seuls paramètres sont l'angle de frottement et la cohésion, le modèle de Mohr Coulomb peut être utilisé pour calculer les paramètres nécessaires du model linéaires de Drucker Prager.

Les paramètres dont on a besoin pour définir le model linéaire de Drucker Prager sur ABAQUS sont données par les équations suivantes :

$$\text{tg}(\beta) = \frac{6 \cdot \text{Sin}(\varphi)}{3 - \text{Sin}(\varphi)};$$

$$k = \frac{3 - \text{Sin}(\varphi)}{3 + \text{Sin}(\varphi)};$$

$$\sigma_c^0 = 2 \cdot c \cdot \frac{\text{Cos}(\varphi)}{1 - \text{Sin}(\varphi)}.$$

Ou  $\beta$  est l'angle de frottement, k rapport d'écoulement et  $\sigma_c^0$  est la contrainte plastique. [35, 38,40]

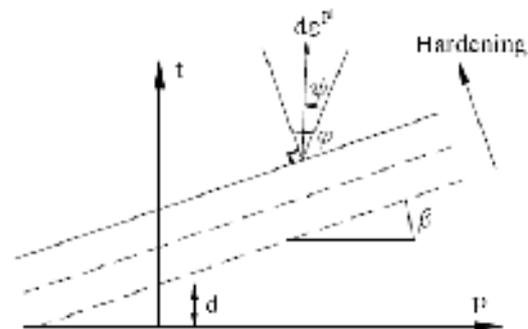
### **V.2.5 Modélisation du remplissage :**

Il existe deux méthodes de remplissage du silo :

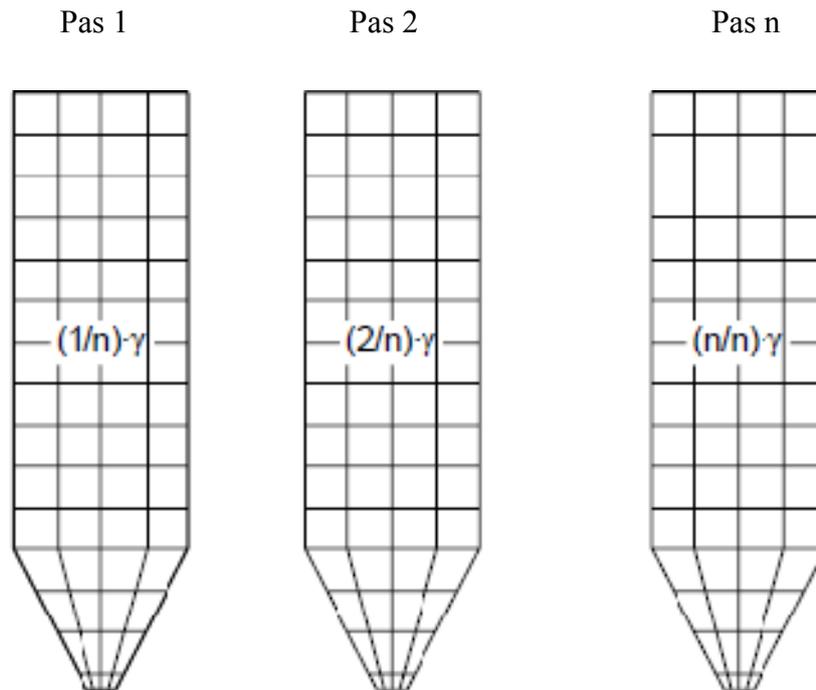
1-La méthode de l'augmentation de la charge gravitationnelle ;

2-La méthode de remplissage par couche (augmentation de la matière) « layered fill method ». [29, 30, 31, 33,41]

Dans le premier cas (**Fig 53**) la matière est supposée active dès le commencement de la simulation. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle ne considère pas les effets de consolidation de la matière due à la disposition des couches supérieures.



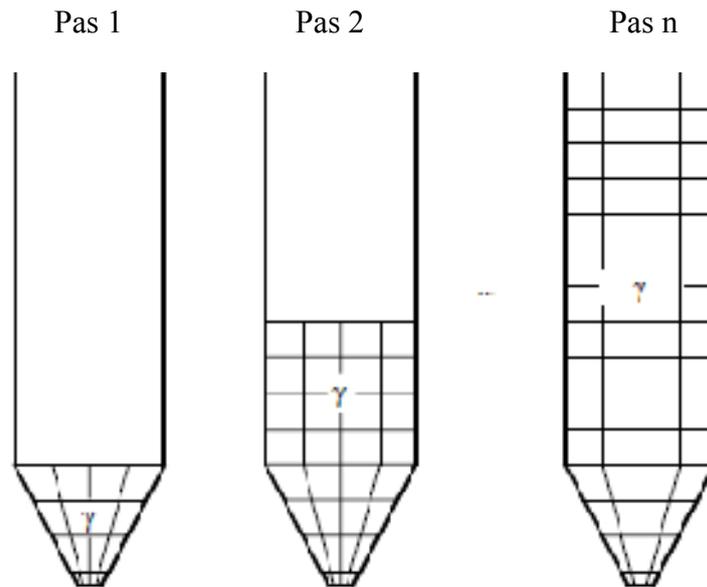
**Fig 52 :** La surface limite et la direction d'écoulement plastique dans le plan p-t



**Fig 53** : Remplissage progressif avec une augmentation graduelle de la charge gravitationnelle

Dans la deuxième méthode (**Fig 54**) le silo est rempli en ajoutant des couches de la matière de poids spécifique ( $\gamma$ ) qui correspond à la couche, c'est une méthode plus proche de la réalité.

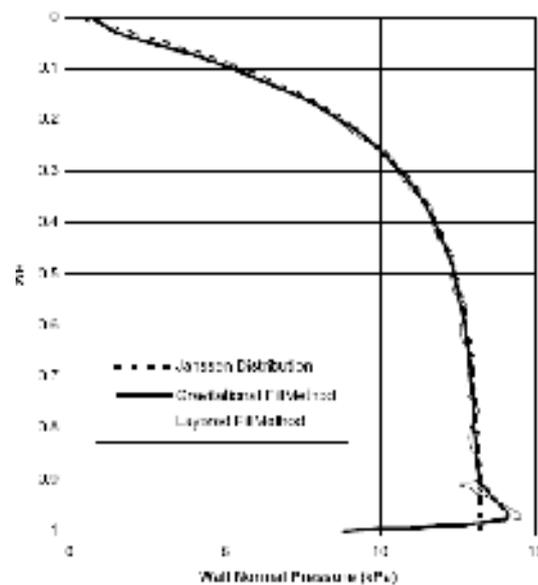
L'inconvénient de cette méthode est que Lorsqu'on obtient pour le premier pas (pas 1) une solution il est difficile de remailler la matière déjà calculée pour aller au pas 2 de charge, qui implique crée un nouveaux maillage et raffiner le maillage existant, ce processus est facile a appliquée dans certains programmes commerciaux (ABAQUS et ANSYS).



**Fig 54** : Remplissage progressif avec une augmentation graduelle de la matière entreposée.

Désactiver des éléments et plus tard les réactiver implique un grand niveau de difficulté, il est difficile d'obtenir une solution convergente à cause de l'apparition des problèmes numériques. [14]

-Goodey et Brown (2003) [31] ont réalisé une courbe de comparaison entre les deux méthodes de remplissage dans le but d'obtenir la pression normale à la paroi.



**Fig 55**: Courbe de la pression normale à la paroi avec les différentes méthodes de remplissage. [31]

La courbe montre que les résultats obtenus par la méthode de remplissage par couches sont très proches de celle de l'augmentation de la charge gravitationnelle.

## Chapitre : VI

### Validation des résultats

## VI. Validation des résultats

### VI.1 Introduction:

Dans ce chapitre nous allons présenter les résultats obtenus des pressions normales à la paroi, ainsi que celles des contraintes circonférentielles et méridionales, en analysant un silo métallique à trémie centrée par les deux méthodes de calculs:

- ❖ La méthode analytique Reimbert.
- ❖ La méthode numérique par éléments finis.

Pour effectuer nos tests numériques et analytiques, nous avons pris l'exemple d'un silo métallique de forme cylindrique déjà traité par d'autres auteurs (résultats expérimentaux, analytiques et numériques) et ceci dans le but d'avoir à disposition des résultats de comparaison. Il s'agit d'un silo circulaire métallique dont les caractéristiques géométrique et physique sont présentées dans les tableaux (08), (09) et (**Fig 56**).

Paramètres	Valeurs
Hauteur total	16.75m
Hauteur de la trémie	4.75m
Rayon du silo	1.75m
Rayon de la trappe du silo	0.375 m

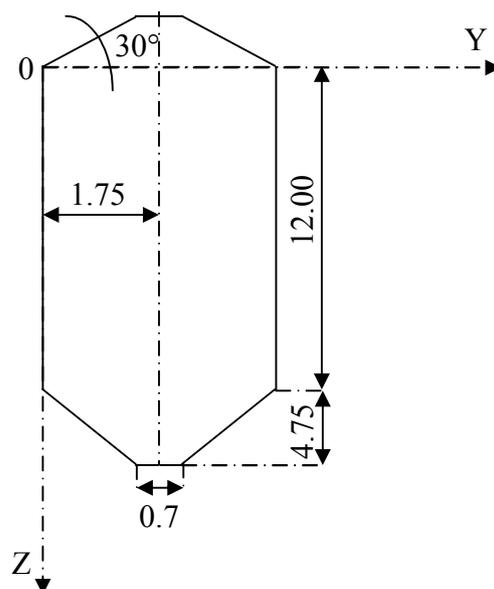
**Tableau 08** : Les dimensions du silo utilisé. [29]

Caractéristique d'acier	Valeurs
Epaisseur des parois	$2.5 \cdot 10^{-3}$ m
Module de Young	$210 \cdot 10^5$ T/m <sup>2</sup>
Coefficient de poisson	0.3
pois volumique	7.85 T/m <sup>3</sup>

**Tableau 09**: Caractéristiques d'acier utilisé

- La forme du silos est cylindrique, il est de classe "2" suivant l'Eurocode ou la capacité dépasse 100 tonnes [34].

- On note que l'axe (z) définissant la profondeur utilisé pour les deux méthodes a pour valeur initiale la cote supérieure du silo (sans le cône) (**Fig 56**).



**Fig 56** : Dimensions du silo utilisé

La matière utilisée pour la simulation est le blé car c'est la matière la plus fréquemment ensilée. Ses propriétés sont présentées sur le tableau (10).

Propriété	Valeurs
Angle de dilatation	$\psi=17.6^\circ$
Angle de frottement de blé sur les parois	$\rho'=18^\circ$
Angle de frottement interne minimal	$\rho_{\min}=21^\circ$
Angle de frottement interne maximal	$\rho_{\max}=31^\circ$
Angle de talus naturel	$\theta=25^\circ$
Coefficient de poisson	$\gamma=0.32$
Coefficient de frottement des grains sur les parois	$\mu=0.2$
Cohésion	$C=0.3 \text{ T/m}^3$
Module de Young	$E=512.9 \text{ T/m}^2$
Poids volumique max	$\delta=0.84 \text{ T/m}^3$
Poids volumique min	$\delta=0.75 \text{ T/m}^3$

**Tableau 10** : Propriétés mécaniques du blé utilisé. [12,33]

Dans ce travail le silo est calculé dans les deux états statique et dynamique (remplissage et la vidange). Pour la méthode analytique l'état dynamique est obtenu en appliquant des coefficients de majorations, tandis que pour la méthode numérique l'état dynamique est obtenu quand la vitesse d'écoulement est considérée.

Les résultats des deux méthodes seront comparés et complété par une étude paramétrique par la méthode des éléments finis concernant: le coefficient de poisson, le nombre de couche de remplissage, vitesse d'écoulement, angle de frottement interne, et la vidange du silo.

## **VI.2 Méthode Reimbert :**

### **VI.2.1 Calcul des efforts statiques :**

#### **VI.2.1.1 Partie cylindriques du silo :**

Les formules utilisées pour le calcul de pression latérales et le frottement (déjà présentées dans le chapitre précédent) sont les suivantes:

$$\text{Poussée latérale maximale : } p_{\max} = \frac{r\delta}{\text{tg}\varphi'}$$

$$\text{Abscisse caractéristique : } A = \frac{r}{\text{tg}\varphi' \text{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)} - \frac{h}{3}$$

Poussée latérale sur les parois, à la profondeur  $z$  :  $p_z = p_{\max} \left[ 1 - \left( \frac{z}{A} + 1 \right)^{-2} \right]$

Pression verticale unitaire moyenne sur le fond, à la profondeur  $z$  :  $q_z = \delta \left[ z \left( \frac{z}{A} + 1 \right)^{-1} + \frac{h}{3} \right]$

Charge unitaire équilibrée par le frottement à la profondeur  $z$  :  $F = \delta S \frac{z^2}{z + A}$

- ✓ *Pour la méthode analytique de Reimbert, seules les propriétés suivantes du blé sont utilisées :*

Propriété	Valeurs
Angle de frottement de blé sur les parois	$\rho' = 18^\circ$
Angle de talus naturel	$\theta = 25^\circ$
Poids volumique max	$\delta = 0.84 \text{T/m}^3$
Poids volumique min	$\delta = 0.75 \text{T/m}^3$
Angle de frottement interne minimal	$\rho_{\min} = 21^\circ$
Angle de frottement interne maximal	$\rho_{\max} = 31^\circ$

**Tableau 11** : Propriétés mécaniques du blé utilisé pour la méthode de Reimbert. [12]

Par application des expressions analytiques présentées précédemment, nous obtenons sur le tableau (12) les Résultats de la pression et du frottement sur la partie cylindre du silo :

<b>z</b>	<b>Pz (T/m<sup>2</sup>)</b>	<b>Fz (T/ml)</b>
<b>0,5</b>	0,3263	0,0213
<b>1</b>	0,5794	0,0804
<b>1,5</b>	0,7798	0,1715
<b>2</b>	0,9411	0,2899
<b>2,5</b>	1,0728	0,4317
<b>3</b>	1,1818	0,5937
<b>3,5</b>	1,2731	0,7734
<b>4</b>	1,3502	0,9686
<b>4,5</b>	1,4159	1,1774
<b>5</b>	1,4724	1,3983
<b>5,5</b>	1,5213	1,6299
<b>6</b>	1,5640	1,8711
<b>6,5</b>	1,6014	2,1210
<b>7</b>	1,6344	2,3786
<b>7,5</b>	1,6636	2,6433
<b>8</b>	1,6897	2,9143
<b>8,5</b>	1,7129	3,1911
<b>9</b>	1,7338	3,4732
<b>9,5</b>	1,7527	3,7602
<b>10</b>	1,7697	4,0515
<b>10,5</b>	1,7851	4,3470
<b>11</b>	1,7992	4,6463
<b>11,5</b>	1,8120	4,9490
<b>12</b>	1,8238	5,2549

**Tableau 12 :** Pression et frottement sur les parois de la partie cylindrique du silo.

### **VI.2.1.2 La trémie du silo**

Pour le calcul des efforts sollicitant les parois de la trémie du silo, on a suivi la démarche présenté dans le chapitre précédent (chapitre V «trémie du silo»). Dans ce cas nous obtenons les valeurs des pressions normales à la paroi de la trémie ( $R_n$ ) et celle tangentielle ( $R_t$ ).

Le poids appliqué dans cette partie est le poids de la matière ensilée seulement, le poids des parois est pris en compte automatiquement par le calcul éléments finis.

- ✓ Résultats des pressions, frottement, poids exercées sur les parois de la trémie du silo :

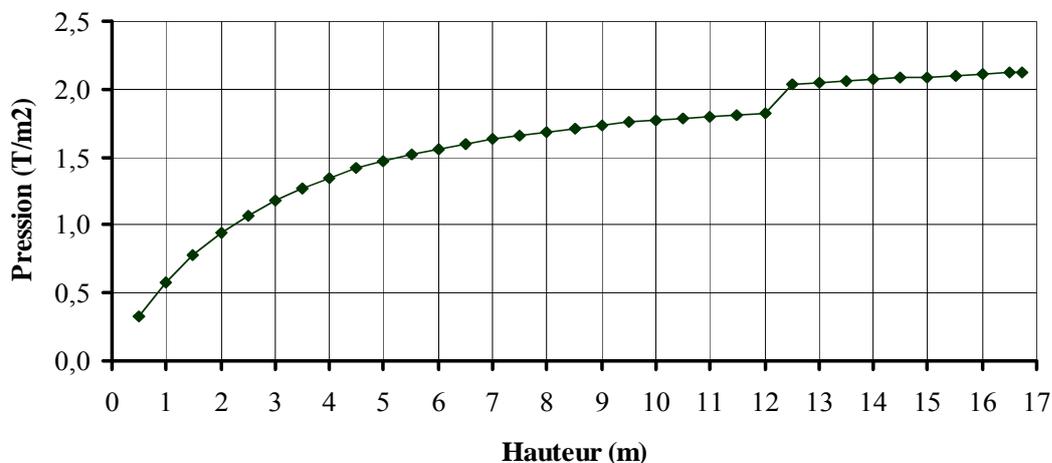
Z	RN	RT	P mat
12,5	2,0296	0,6770	0,1162
13	2,0437	0,6914	0,0971
13,5	2,0568	0,7052	0,0770
14	2,0691	0,7184	0,0639
14,5	2,0806	0,7312	0,0500
15	2,0914	0,7434	0,0377
15,5	2,1015	0,7552	0,0272
16	2,1111	0,7666	0,0184
16,5	2,1201	0,7775	0,0113
16,75	2,1244	0,7828	0,0035

**Tableau 13 :** Pression et frottement sur les parois de la trémie.

### VI.2.1.3 : Courbe de la pression latérale sur le silo entier :

La courbe de la pression normale à la paroi en fonction de la profondeur est présentée sur la figure (Fig 57);

- ✓ dans le cylindre la pression à une valeur de  $0.326 \text{ T/m}^2$  à la profondeur  $0.5\text{m}$  est elle augmente jusqu'à une valeur  $1.824 \text{ T/m}^2$  à la profondeur  $12\text{m}$  ;
- ✓ dans la trémie la pression continue à augmenter, la valeur est de  $2.029 \text{ T/m}^2$  à la profondeur  $12.5 \text{ m}$ , elle arrive jusqu'à  $2.124 \text{ T/m}^2$  à la profondeur  $16.75\text{m}$



**Fig 57 :** Pression normale à la paroi avant majoration «Méthode de Reimbert»

### VI.2.2 Calcul des efforts dynamique «état de remplissage et de la vidange du silo»

La modélisation de remplissage et de la vidange par la méthode de Reimbert est simulée par la majoration des efforts statiques par des coefficients. Le cas étudié dans ce travail est le cas de remplissage et de vidange simultanée (cas des plus fortes sollicitations) [28] dans ce cas nous avons :

$$P_{z_{dyn}} = P_z \cdot K_d \cdot K_b \cdot K_{a,2}$$

Le silo est de classe  $A_1$  dont les coefficients  $K_d$ ,  $K_b$  peuvent être tirés des tableaux (04) et (05), (Orifice de vidange centré, et l'élanement  $H/a$  égale à 5).

Le coefficient  $K_{a,2}$ : coefficient de la matière ensilée (blé) pour le cas de remplissage et de la vidange simultanée est obtenue à partir du tableau (06).

À propos des coefficients de majoration dans la partie trémie, la méthode diffère à cause de l'inclinaison de celle dernière, on a suivi la démarche suivante:

- ❖ le coefficient  $K_{t45}$  est tiré de tableau (07), ce coefficient concerne une inclinaison de  $45^\circ$  de la trémie;
- ❖ calcul de coefficient  $K_{t\delta_2}$  à partir de la formule :

$$K_{t\delta_2} = K_d * K_a + (K_{t45} - K_d * K_a) \delta_2 / 45^\circ ; [28]$$

Le coefficient  $K_{t\delta_2}$  concerne le coefficient dynamique qui correspond à l'inclinaison  $\delta_2$  de notre silo;

$\delta_2$ : est calculé à partir de l'axe vertical, avec  $0 < \delta_2 \leq 45^\circ$  ;

- ❖ la pression dynamique dans la trémie au point 1 (**Fig 40**) est calculée par la formule:  $P_{z_{dyn}} = P_z * K_t$ ,

Au point 2 la valeur de la pression est la moitié de la précédente.

**VI.2.2.1 Résultat de la pression et le frottement sur la partie cylindre de silo après****L'application de coefficients de majorations:**

<b>z</b>	<b>COEF</b>	<b>PZ REM</b>	<b>Fz REM</b>
0,5	1	0,3263	0,0234
1	1,186	0,6872	0,0241
1,5	1,372	1,0699	0,0430
2	1,558	1,4662	0,0634
2,5	1,743	1,8700	0,0849
3	1,929	2,2798	0,1074
3,5	2,36	3,0044	0,1457
4	2,403	3,2444	0,1611
4,5	2,446	3,4633	0,1755
5	2,49	3,6663	0,1890
5,5	2,55	3,8794	0,2029
6	2,587	4,0461	0,2144
6,5	2,625	4,2037	0,2254
7	2,668	4,3606	0,2362
7,5	2,716	4,5184	0,2470
8	2,764	4,6702	0,2574
8,5	2,812	4,8168	0,2675
9	2,816	4,8825	0,2730
9,5	2,885	5,0564	0,2845
10	2,953	5,2259	0,2957
10,5	2,908	5,1912	0,2952
11	2,851	5,1296	0,2931
11,5	2,794	5,0629	0,2906
12	2,737	4,9917	0,2877

**Tableau 14** : Pression, frottement sur la partie cylindre du silo.**VI.2.2.2 Résultat de la pression et le frottement sur la partie trémie de silo après****L'application de coefficients de majorations:**

<b>z</b>	<b>COEF</b>	<b>RN REM</b>	<b>RT REM</b>	<b>P mat</b>
12,5	2,732	0,1113	5,5449	0,1162
13	2,685	0,1039	5,4873	0,0971
13,5	2,271	0,0930	4,6710	0,0770
14	1,858	0,0876	3,8443	0,0639
14,5	1,446	0,0788	3,0085	0,0500
15	1,296	0,0695	2,7104	0,0377
15,5	1,211	0,0599	2,5449	0,0272
16	1,126	0,0500	2,3771	0,0184
16,5	1,042	0,0396	2,2091	0,0113
16,75	1	0,0158	2,1244	0,0035

**Tableau 15** : Pression, frottement, poids de la matière sur la partie de la trémie du silo.

### VI.2.3 Présentation des courbes obtenue et l'interprétation des résultats :

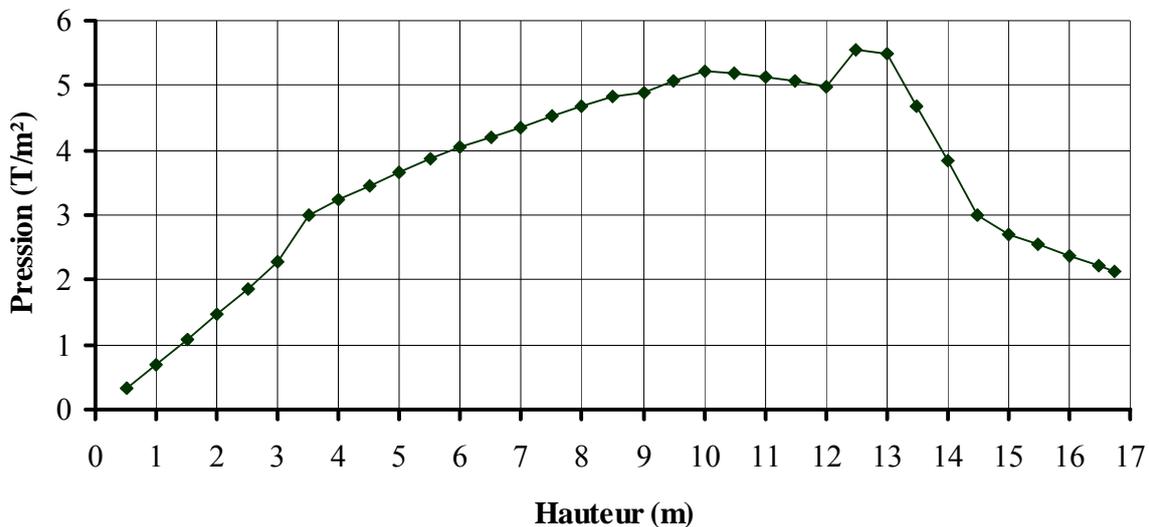
#### VI.2.3.1 Pression latérale normale à la paroi :

Les pressions latérales prennent l'allure présentée sur la figure (Fig 58) en fonction de la profondeur du silo

- Dans la partie supérieure du cylindre les valeurs de la pression sont maximales, la valeur à la profondeur 0.5m est égale à 0.326 T/m<sup>2</sup>, elle augmente jusqu'à la valeur de 5.062 T/m<sup>2</sup> à la profondeur 11.5m.

Une petite diminution à la profondeur de 12m ou la pression est égale à 4.99 T/m<sup>2</sup>.

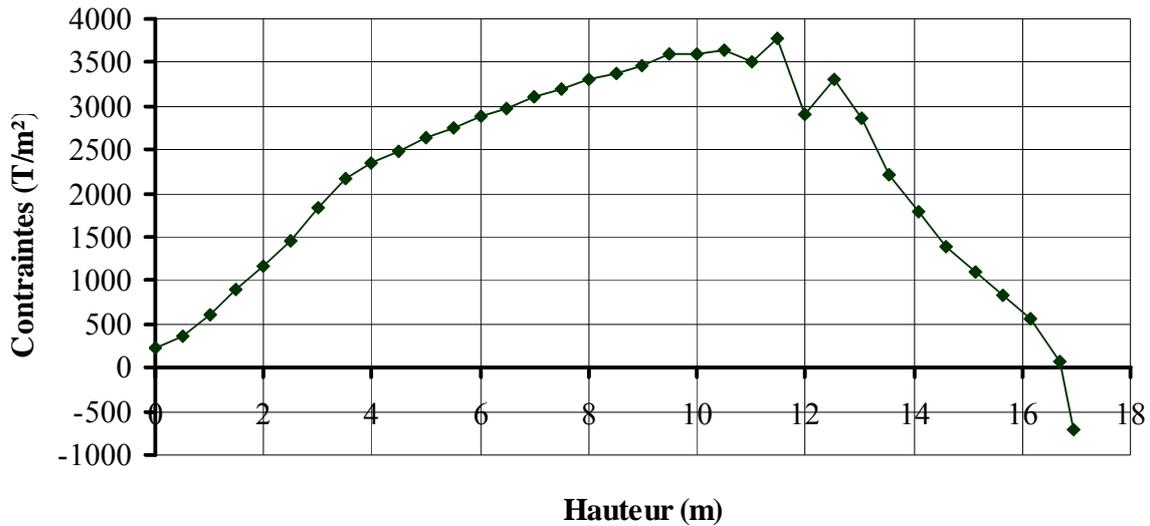
- dans la trémie la valeur maximale est de 5.54 T/m<sup>2</sup> à la profondeur de 12.5 m. Cette valeur diminue jusqu'à la valeur de 2.12 T/m<sup>2</sup> à la profondeur 16.75m.



**Fig 58** : Pression latérale - Remplissage du silo- «méthode de Reimbert»

#### VI.2.3.2 Contraintes circonférentielles (Horizontales) :

Les valeurs des pressions et de frottement présentées sur les tableaux 14 et 15 seront utilisées pour le calcul des contraintes horizontales et verticales exercé sur les parois du silo en utilisant un calcul par éléments finis et en ajoutant en plus les poids propre des parois et de la toiture, les résultats obtenus sont pris sur une génératrice du silo.

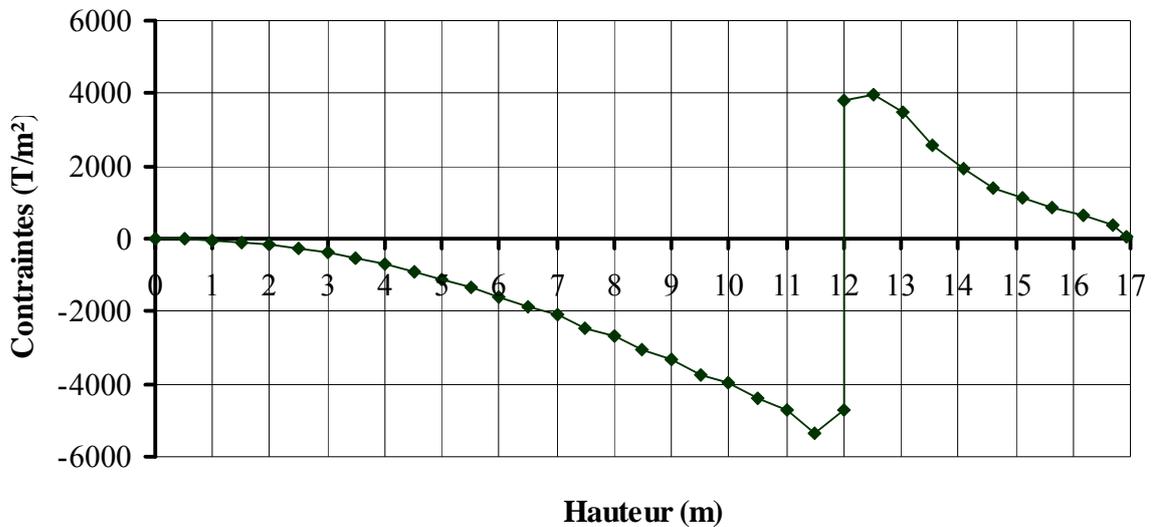


**Fig 59** : Contraintes circonférentielles « Méthode Reimbert»

La contrainte circonférentielle est égal à  $235.53 \text{ T/m}^2$  à la profondeur  $z=0\text{m}$ , cette valeur augmente jusqu'à  $3777.38 \text{ T/m}^2$  à la profondeur  $11.5\text{m}$ , après elle diminue à la profondeur  $12\text{m}$  pour prendre une valeur de  $2900.67 \text{ T/m}^2$  dans la trémie, elle augmente une autre fois pour prendre la valeur de  $3317.77 \text{ T/m}^2$  à la profondeur de  $12.5 \text{ m}$ , puis elle diminue jusqu'à la valeur de  $-700.348 \text{ T/m}^2$  à la profondeur de  $16.75\text{m}$ .

- ❖ Le signe positif des contraintes veut dire que les parois sont sollicitées en traction, on en conclu alors que *la contrainte circonférentielle engendre le cintrage et l'ouverture des parois*, qui peut parfois, suite à cette augmentation faire exploser le silo s'il est n'est pas renforcer.

### VI.2.3.3 Contraintes méridionales (verticales) :



**Fig 60 :** Contraintes méridionales « Méthode Reimbert ».

La première valeur de la contrainte verticale est de  $19.25 \text{ T/m}^2$  à la profondeur  $z=0\text{m}$ , cela montre que la paroi est tendue à cet endroit. En changeant la profondeur ( $z$ ), les valeurs vont ensuite diminuées et tout de suite changées de signe pour arriver à la valeur  $-5332.1 \text{ T/m}^2$  à la profondeur  $11.5\text{m}$ . La paroi est alors comprimée. À la profondeur  $z=12\text{m}$ , on remarque le changement de signes des contraintes, en effet la contrainte passe d'une valeur négative de  $-4694.94$  à une valeur positive de  $3780.24 \text{ T/m}^2$ , puis elle augmente à la profondeur  $12.5\text{m}$  elle prend une valeur de  $3956.52 \text{ T/m}^2$  et elle diminue jusqu'à la valeur de  $55.38 \text{ T/m}^2$  à la profondeur  $16.75\text{m}$ .

### Conclusion :

On peut conclure que la contrainte méridionale est la résultante de la force de frottement des grains sur les parois, celle-ci sont sollicités en compression dans la partie cylindre ce qui engendre le flambement, et en traction dans la trémie.

La méthode de Reimbert utilise une analyse statique est majeure pour le cas dynamique les pressions et le frottement. Son calcul simple permet de n'utiliser que l'angle de frottement sur les parois, l'angle de frottement interne, et la densité. Il reste par contre plusieurs autres paramètres qui peuvent influencer sur les résultats, tel que le coefficient de poisson, ainsi que la

vitesse d'écoulement, la durée du remplissage et d'autre, qui ne peuvent pas être étudié par cette méthode.

Nous proposons dans ce qui suit de comparer les résultats par cette méthode à une approche plus précise basée sur un calcul numérique par éléments finis. Il s'agit de proposer une méthode plus détaillée, rapide et fiable de calcul basé sur une évaluation correcte de l'action de la matière ensilée obtenue en procédant à sa modélisation en même temps que le silo.

### **VI.3 Analyse Numérique par la méthode des éléments finis :**

La méthode des éléments finis concerne la modélisation de la matière granulaire comme un solide en lui donnant une loi de comportement plus réaliste et en réalisant l'interaction entre les deux éléments (paroi du silo et matière granulaire).

#### **VI.3.1 Etapes de création du model par la méthode des éléments finis :**

L'analyse numérique proposée consiste à modéliser les deux parties formant le silo : le silo lui-même et la matière qu'il contient. La partie structure est le silo lui-même, il sera modélisé en 3D par des éléments de coques à 4 nœuds. L'action des charges dues à la matière ensilée ne sera pas évaluée et introduite comme donnée comme cela se fait d'habitude, mais elle sera déduite directement en procédant à la modélisation de cette matière granulaire par des éléments volumique à 8 nœuds qui par l'intermédiaire de leurs poids propre et donc de leurs action créeront le chargement sur les parois du silo.

Concernant le comportement de déformation, on a considéré un comportement élastique linéaire pour les parois et un comportement élastique- plastique avec une loi de comportement de Drucker Prager pour la matière granulaire. Cette manière de faire est utilisée par plusieurs auteurs parce que cela permet de modéliser les grains avec plus d'adaptation à la réalité.

Le tableau (16) présente les paramètres utilisés pour définir les propriétés de la matière granulaire, ces valeurs sont issues d'analyses expérimentales de Moya et Al (2002) et Moya (2001). [33 ,34] Les paramètres nécessaires pour définir la partie élastique du comportement de la matière sont le module de Young, et le coefficient de poisson. Concernant la cohésion, l'angle de frottement interne et l'angle de dilatation, ils sont nécessaires pour définir le comportement plastique par la loi de comportement de Drucker Prager. Ces paramètres sont aussi tirés d'expériences de Moya et Al (2002) et Moya (2001).

Propriété	Valeurs
Poids volumique	$\delta=0.84 \text{ T/m}^3$
Module de Young	$E=512.9 \text{ T/m}^2$
Coefficient de poisson	$\nu=0.32$
Coefficient de frottement des grains sur les parois	$\mu=0.2$
angle de frottement interne	$\rho=25^\circ$
Cohésion	$C=0.3 \text{ T/m}^3$
Angle de dilatation	$\psi=17.6^\circ$

**Tableau 16** : Propriétés mécaniques du blé utilisé pour la méthode des éléments finis. [33 ; 34]

### Remarques concernant les propriétés de la matière

#### ❖ Cohésion :

Les grains de céréales sont de nature non cohésif, mais la modélisation numérique de la plasticité par la M.E.F ne permet pas l'utilisation de la valeur zéro, parce elle provoque une singularité dans le calcul numérique. Ainsi on tient compte d'une certaine cohésion qui est due généralement à l'humidité des grains et leur attribue une valeur basse. Cette valeur a été toujours estimée dans les tests de cisaillement direct préparé par Moya et Al (2001).

Ayuga et Al (2001) ont analysée la pression statique dans un silo cylindrique axisymétrique avec un fond plat en prenant deux valeurs pour la cohésion ( $1.42$  et  $0.71 \text{ KN/m}^2$ ) et un angle de frottement de  $22^\circ$ , les auteurs ont obtenus pratiquement les même résultats de la pression pour ces deux valeurs de cohésions et ont conclues qu'il est préférable de prendre la valeur basse, cette valeur respectera les propriétés de la matière granulaire.

#### ❖ Angle de dilatation :

L'angle de dilatation est l'un des données nécessaire pour le critère de plasticité Drucker Prager, elle défini la loi d'écoulement plastique.

#### ❖ Angle de frottement interne :

L'angle de frottement interne fixé pour la modélisation est égal à  $25^\circ$ . Une étude paramétrique sera utilisée dans ce mémoire en variant cet angle pour voir son effet sur la pression normale à la paroi. [32]

#### ❖ Type d'analyse utilisé et chargement :

Dans notre cas deux analyses seront utilisées, l'une est statique générale et l'autre est dynamique, la seule charge appliquée est le poids du silo et de la matière granulaire.

- Pour contrôler l'interaction entre la matière granulaire et les parois du silo le model Mohr Coulomb est utilisé.

### **VI.3.2 Résultats de l'analyse statique :**

L'étape essentielle dans la méthode des éléments finis est la modélisation du remplissage.

- Méthode du remplissage :

Comme il a été déjà défini il existe deux méthodes de remplissage : méthode de l'augmentation de la matière granulaire, et la méthode de l'augmentation de la charge gravitationnelle ;

- *Méthode de l'augmentation de la matière* : cette méthode concerne l'ajout des couches égales de la matière successivement l'une après l'autre dans des étapes différentes et successive. Chaque couche est conçue à frotter sur les parois au début de l'interaction.
- *Méthode de l'augmentation de charge gravitationnelle* : Dans la simulation du remplissage par la méthode de l'augmentation de la charge gravitationnel, la totalité de la matière est activée dès le commencement du processus. Ce qui change à chaque fois c'est la valeur de la masse volumique ce qui permet de simuler une portion de la charge. Dans ce cas la charge est divisée en « n » états correspondant à « n » fois  $(\frac{\gamma}{n})$

1-Le model est crée, en prenant compte de tous les éléments de la matière et ceux utilisée pour la création des parois du silo ;

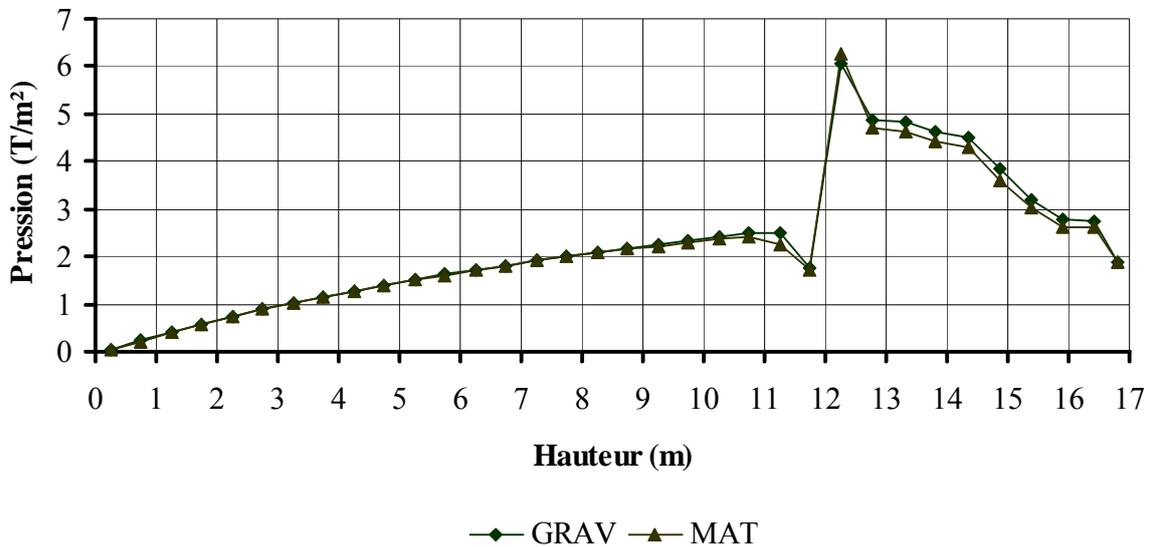
2- Au premier état (n=1) on applique une charge gravitationnelle égale à  $\frac{1\gamma}{n}$  du poids spécifique de la matière.

3-À l'état (n=2), aux les résultats de l'état (1) sont obtenus, on applique une charge  $\frac{2\gamma}{n}$  ;

Et ainsi de suite jusqu'à « n » états ou on arrive au poids total de la matière entreposée. [14]

### VI.3.2.1 Comparaison des deux méthodes de remplissage :

Une modélisation du silo par les deux méthodes de remplissage en vue de calculer la pression normale à la paroi donne les résultats présentés sur les courbes (**Fig 61**)



**Fig 61** : Pression normale à la paroi par les deux méthodes de remplissage de la M.E.F.

Les deux courbes obtenues par les deux méthodes de remplissage sont confondues, la valeur maximale par la méthode de l'augmentation de la matière est de  $6,26 \text{ T/m}^2$  tandis que la valeur obtenue par la deuxième méthode est de  $6,06 \text{ T/m}^2$  pour la même profondeur de 12,26m.

❖ Cette remarque est la même que celle de Goodey et Brown (2003). [31]

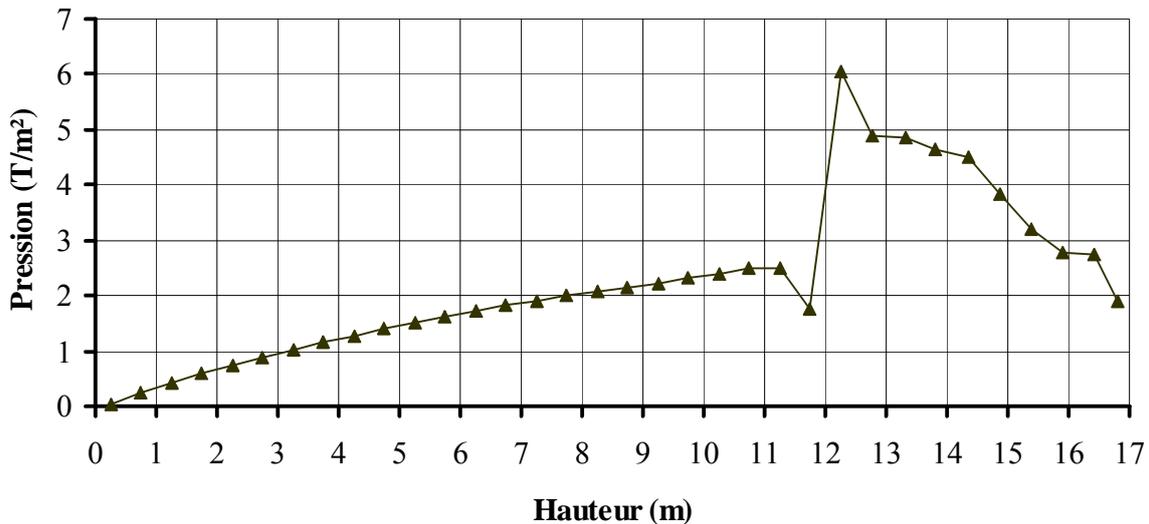
**Conclusion** : les courbes de la pression normale à la paroi sont confondues pour les deux méthodes de remplissage par une analyse statique.

- **Représentation des courbes de pressions, contraintes circonférentielles, et méridionales de la méthode EF :**

Pour la suite des analyses que nous nous proposons d'effectuer, nous choisissons la méthode de calcul par *l'augmentation de la charge gravitationnelle*, car elle donne des résultats proche de celle expérimentales [29,31].elle est aussi utilisée dans plusieurs travaux citons par exemple: les travaux de Goodey et Brown [29,31], Vidal, Gallego, Guaita et Ayuga [33], Brown et Rotter [30], Vidal, Guaita et Ayuga [34].

➤ Pression normale à la paroi :

La pression normale à la paroi prend l'allure présentée sur la courbe de la figure (Fig 62), la valeur est de  $0.05 \text{ T/m}^2$  à la profondeur  $0.25\text{m}$ , elle augmente avec la profondeur jusqu'à la valeur de  $2.49 \text{ T/m}^2$  à la profondeur de  $11.25 \text{ m}$ , puis une petite diminution est obtenue à la profondeur  $11.75 \text{ m}$  pour avoir une pression de  $1.76 \text{ T/m}^2$ .



**Fig 62 :** Pression normale à la paroi en fonction de la profondeur par la M.E.F

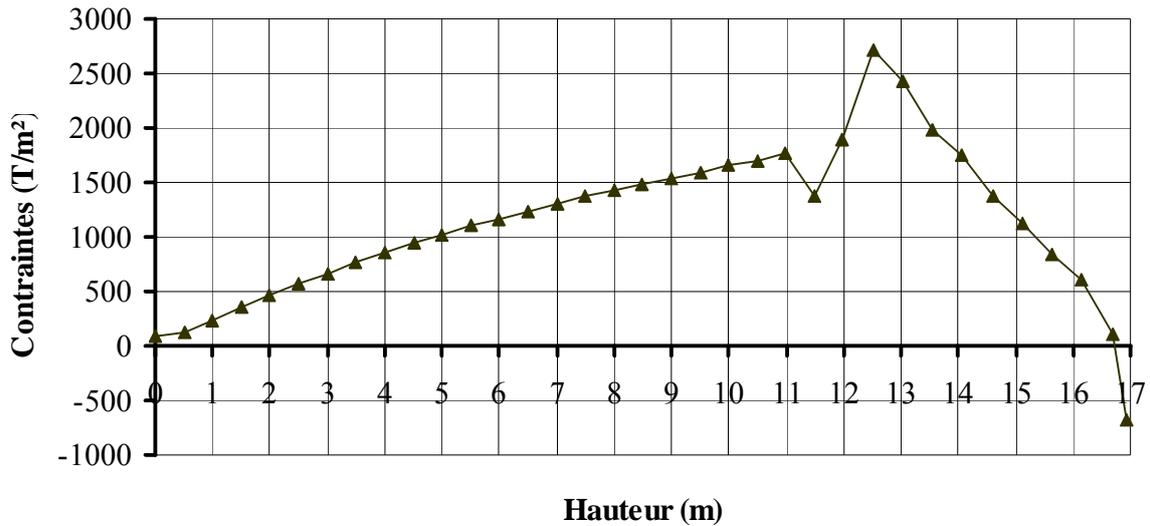
Dans la trémie la valeur maximale au niveau de la transition à la profondeur  $12.26 \text{ m}$  est de  $6.06 \text{ T/m}^2$ , c'est la valeur maximale dans tout le silo. Ces valeurs vont diminuer jusqu'à la valeur de  $1.89 \text{ t/m}^2$  au dernier point du silo.

➤ Contraintes circonférentielles et méridionales :

A. Contraintes circonférentielles :

L'allure de la courbe des contraintes circonférentielles est présentée sur la figure (Fig 63), la valeur de la contraintes à la profondeur  $z= 0 \text{ m}$  est de  $87.27 \text{ T/m}^2$  cette valeur augmente jusqu'à la valeur de  $1776.06 \text{ T/m}^2$  à la profondeur  $11\text{m}$ , une petite diminution prend la valeur de  $1373.63 \text{ T/m}^2$  à la profondeur  $11.5\text{m}$ , puis elle continue à augmenter.

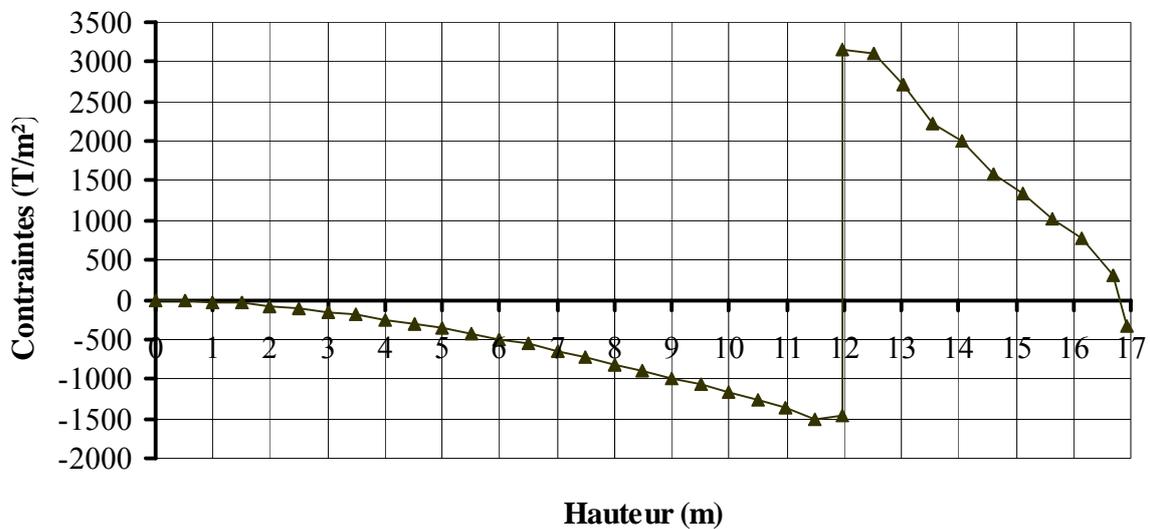
A la trémie la valeur maximale de la contrainte est de  $2717.1 \text{ T/m}^2$  à la profondeur  $12.5\text{m}$ , cette valeur est la valeur maximale dans tout le silo, puis elle diminue jusqu'à  $-681.67 \text{ T/m}^2$  à au dernier point de la génératrice.



**Fig 63:** Contraintes circonférentielles en fonction de la profondeur par la M.E.F.

*B. Contraintes méridionales :*

La courbe représentée dans la figure (Fig 64) présente l'allure des contraintes méridionales en fonction de la profondeur du silo.



**Fig 64:** Contraintes méridionales en fonction de la profondeur par la M.E.F

La valeur de la contrainte à la profondeur  $z = 0\text{m}$  est de  $1.06 \text{ T/m}^2$ , les valeurs diminuent ensuite jusqu'à la valeur de  $-1500.52 \text{ T/m}^2$  à la profondeur  $11.5\text{m}$ , à la trémie ou les parois sont tendues les valeurs des contraintes sont alors positives, on aura alors le changement de signe à la profondeur de  $12\text{m}$  de la valeur de  $(-1461.65 \text{ T/m}^2)$  (parois comprimés) à la valeur

3159.77 T/m<sup>2</sup> (parois tendues), la diminution continue jusqu'à -332.15 T/m<sup>2</sup> à la profondeur 16.75m.

### VI.3.2.2 Etude paramétrique :

D'après F. Ayuga, M. Gaita, P. Guado [25], il faut prendre en compte que les théories traditionnelles et les standards internationales ne considère que : l'angle de frottement interne, l'angle de frottement avec les parois et la densité de la matière ensilé.

C'est pour cette raison qu'on a choisi de varier d'autres paramètres afin de voir leur influence sur les résultats des pressions sur les parois.

#### A. Coefficient de poisson :

Il est connue qu'il existe deux coefficients de poisson, l'un est expérimentale qui peut être déterminé des essais triaxiaux, dans notre cas  $\nu = 0.32$  présenter dans le tableau (15), et l'autre analytique qui peut être calculé des formules proposée par l'Eurocode (ENV, 2001).

- En calculant  $k_0$ , rapport de pression à l'état statique ;

$k_0 = 1.1 (1 - \sin \varphi)$  avec  $\varphi$  est l'angle de frottement interne, on aura un coefficient de

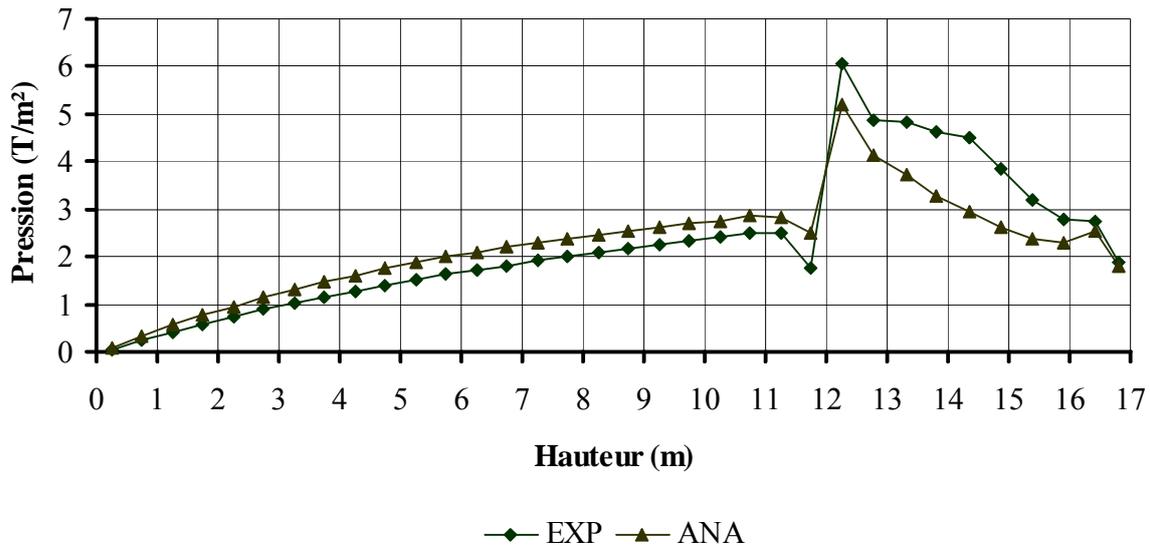
$$\text{poisson } \nu = \frac{k_0}{1 + k_0}$$

Gaita (2001) a fait une variation de coefficient de poisson de la valeur de 0.2 à 0.4, il a conclu qu'il produit plus de 90% de changement de la pression.

Le rapport entre les pressions latérales et verticales "k" n'est pas le même proche des parois et à l'intérieure des grains, c'est pourquoi on utilise la valeur de  $k_0$  pour le calcul de  $\nu$  à l'état statique.

*En calculant le coefficient analytique dans notre cas on aura une valeur de  $\nu = 0.388$ .*

- La courbe présentée sur la figure (**Fig 65**) présente la pression normale à la paroi pour les deux valeurs de coefficient de poisson.



**Fig 65** : Pression normale à la paroi par la méthode du remplissage pour les deux valeurs de coefficient de poisson.

### Conclusion :

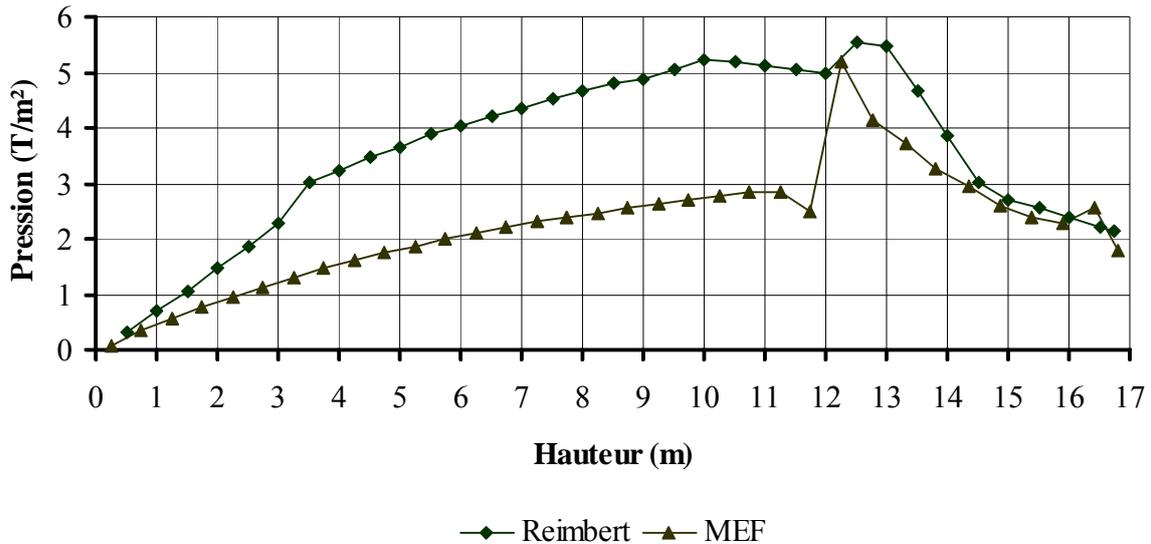
La pression normale à la paroi augmente en augmentant le coefficient de poisson dans la partie cylindre, et c'est l'inverse dans la trémie.

### B. Comparaison entre les deux méthodes de calcul « Reimbert et M.E.F » :

Comme il a été déjà dit les méthodes traditionnelles utilisent seulement l'angle de frottement interne, l'angle de frottement sur les parois et la densité des grains. Dans le cas de la méthode des éléments finis il est possible de faire une étude plus détaillée en utilisant en utilisant d'autres paramètres comme l'angle de dilatation et le coefficient de poisson qui peuvent effectuer un changement clair sur les résultats de la pression normale à la paroi et les contraintes. Pour cette raison on a fait une comparaison entre les résultats analytiques et numériques.

#### B.1 pression normale à la paroi :

La courbe de la pression normale à la paroi obtenue par les deux méthodes de calcul et présentée sur la figure (**Fig 66**) :

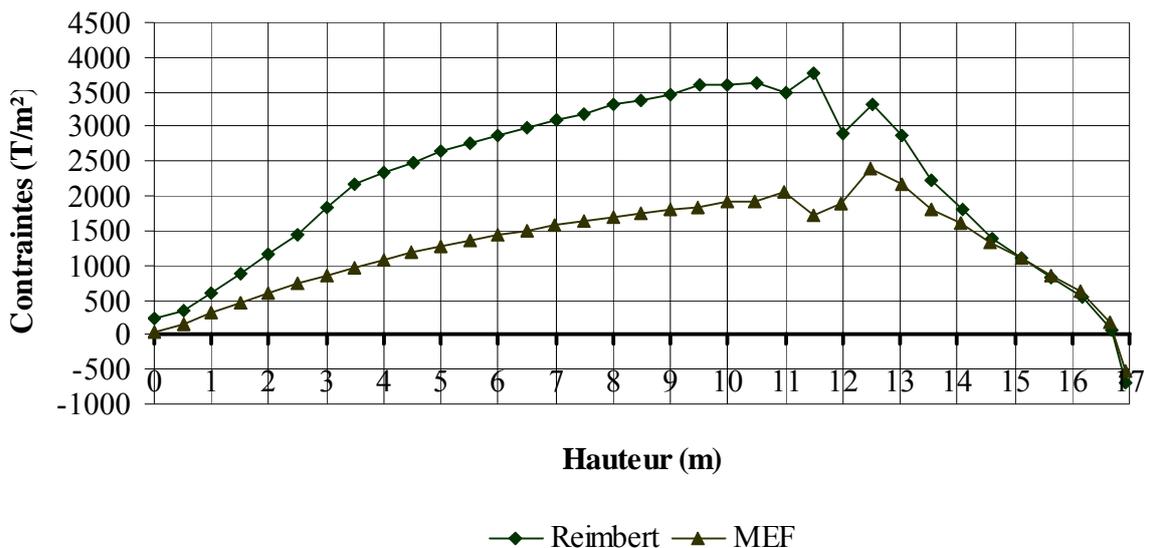


**Fig 66** : Pression normale à la paroi par les deux méthodes de calcul Reimbert et la M.E.F.

Les pressions normales à la paroi obtenues par la méthode de Reimbert sont supérieures à celles obtenues par la méthode des éléments finis surtout dans la partie cylindre.

### B.2 contraintes circonférentielles :

La courbe représentée sur la figure (**Fig 67**) présente l'allure de la courbe des contraintes circonférentielle en fonction de la profondeur du silo par les deux méthodes de calcul Reimbert et la M.E.F :

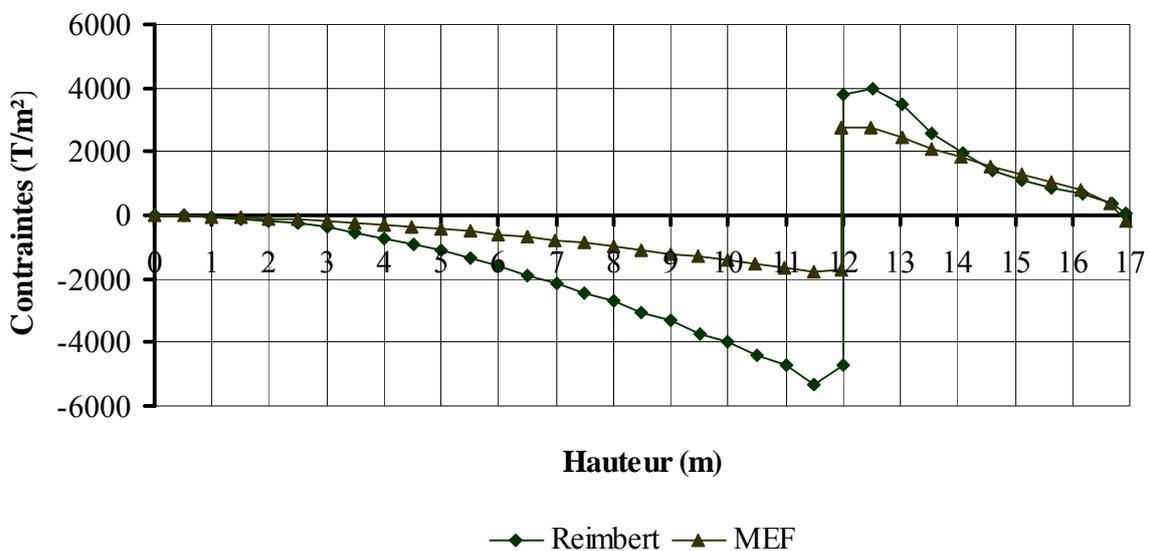


**Fig 67** : Contraintes circonférentielles obtenues par les deux méthodes de calcul : Reimbert et la M.E.F.

La même remarque précédente est observée pour les contraintes circonférentielle. La valeur de contrainte maximale pour la méthode de Reimbert est égale à 3777.37 T/m<sup>2</sup> par rapport à la valeur de 1887.35 T/m<sup>2</sup> à la profondeur 12m, la plus grande valeur de la contrainte circonférentielle obtenue par la méthode des éléments finis est de 2396 T/m<sup>2</sup> à la profondeur 12.5 m par rapport à celle de 2900 T/m<sup>2</sup> par la méthode de Reimbert.

### B.3 contraintes méridionales :

La courbe présentée sur la figure (**Fig 68**) donne les valeurs des contraintes méridionales en fonction de la profondeur du silo par les deux méthodes de calcul Reimbert et la M.E.F :



**Fig 68:** Contraintes méridionales obtenues par les deux méthodes de calcul : Reimbert et la M.E.F.

En comparant les contraintes méridionales, la valeur maximale est de (-5332.1 T/m<sup>2</sup>) par la méthode de Reimbert à la profondeur 11.5m par rapport à celle de (-1530.41 T/m<sup>2</sup>) par la M.E.F. A la profondeur 12m les valeurs des contraintes par la méthode de Reimbert sont de (-4694.94 T/m<sup>2</sup>) (Compression des parois) qui changent ensuite à la valeur de 3780.24 T/m<sup>2</sup> (traction des parois de la trémie) par rapport à celle de (-1742.03 T/m<sup>2</sup>) qui changent à la valeur de 2730.67 T/m<sup>2</sup> par la M.E.F. la valeur maximale est de 3956.52 T/m<sup>2</sup> par la méthode de Reimbert par rapport à celle de 2735.49 T/m<sup>2</sup> par la M.E.F à la profondeur 12.5m.

### Remarque:

Plusieurs auteurs qui ont effectués des travaux en comparant leurs résultats numériques avec celles des théories classiques (Reimbert) [32], ou des codes de calculs basé sur la les théories classiques (ex: Eurocode qui est basé sur la théorie de Janssen et Reimbert) [8], ont conclues

que la théorie de Reimbert et l'Eurocode surestime les pressions en utilisant des coefficients de majorations importants. Nous confirmons dans notre travail ces conclusions.

- Dans notre travail les courbes de la pression et les contraintes obtenues par la M.E.F sont dans l'enveloppe de sécurité des courbes de la pression et des contraintes de la méthode de Reimbert. On peut dire que *la méthode de Reimbert surestime les pressions en utilisant des coefficients des majorations importants, ce qui rend la méthode non économique.*

### **Conclusion :**

- ✓ *La méthode de Reimbert surestime les pressions en utilisant des coefficients de majoration important ce qui rend la méthode non économique par rapport aux méthodes numériques.*

### **C. Analyse dynamique par la méthode des éléments finis :**

Si on tient compte de la vitesse et l'accélération des couches de remplissage, on aura alors besoin d'une analyse dynamique dont l'expression et la suivante :

$$K u + C \dot{u} + M \ddot{u} = F$$

Où K, C, et M sont respectivement les matrices de rigidité, amortissement, et de masse, et u,  $\dot{u}$ ,  $\ddot{u}$  : Représentent les vecteurs après assemblage de déplacement, vitesse et accélération et finalement F est le vecteur force extérieur appliquer sur la structure. [14]

Dans cet état une analyse dynamique explicite en tenant compte de la non linéarité de la matière granulaire et le frottement sur les parois, est utilisée.

#### **• Analyse dynamique explicite :**

Notre étude *dynamique* concerne l'écoulement des grains soit à la vidange ou au remplissage. L'algorithme utilisé est basé sur un nombre d'incrémentes très courts. Plusieurs auteurs ont conclu après leurs travaux que l'algorithme explicite est le mieux adapté aux problèmes complexes. La dimension de l'incrément du temps dans la technique explicite est seulement dépendante des dimensions de l'élément et les propriétés de la matière. [40]

Le principe de calcul par cet algorithme est présenté comme suit:

#### **❖ Intégration du temps en explicite :**

L'intégration des équations du mouvement explicite à travers le temps est réalisée en utilisant une règle de différence centrale. En utilisant les conditions à une incrémentation pour

calculer les conditions cinématique à la prochaine incrémentation. Au commencement de l'incrément le programme résout pour un équilibre dynamique l'équation suivante :

$$M \ddot{U} = P - I$$

Avec :  $M$  : matrice de masse nodale,  $\ddot{U}$  : Accélération nodale,  $P$  : force extérieure et  $I$  : force interne de l'élément. Les accélérations au commencement de l'incrément courant (temps  $t$ ) sont calculées comme suit :

$$\ddot{u}_{(t)} = (M)^{-1} \cdot (P - I)_{(t)}$$

Les accélérations sont intégrées à travers le temps en utilisant la règle des différences centrale, qui calcul le changement de la vitesse en supposant que l'accélération est constante.

Ce changement est ajouté à la vitesse de l'incrément précédent pour déterminer la vitesse de l'incrément courant.

$$\dot{u}_{(t+\frac{\Delta t}{2})} = \dot{u}_{(t-\frac{\Delta t}{2})} + \frac{(\Delta t_{(t+\Delta t)} + \Delta t_{(t)})}{2} \ddot{u}_{(t)}$$

Les vitesses sont intégrées a travers le temps et ajouter aux déplacements au commencement de l'incrément pour déterminer le déplacement a la fin de ce dernier :

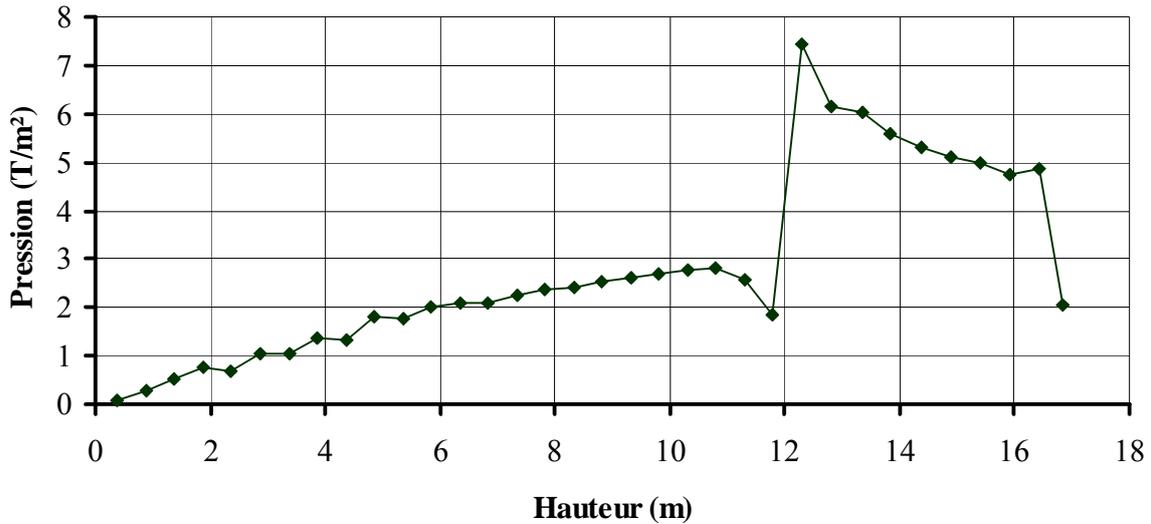
$$u_{(t+\Delta t)} = u_{(t)} + \Delta t_{(t+\Delta t)} \dot{u}_{(t+\frac{\Delta t}{2})}$$

Pour produire des résultats exacte, les incréments du temps doivent être assez petites afin que l'accélération soit presque constante pendant l'incrément. [35]

### **C.1 Résultats de l'analyse dynamique :**

Pour voir l'influence de l'analyse dynamique, où plus précisément l'influence de la vitesse et le temps de remplissage sur les pressions normales provoquant les parois du silo. Une analyse dynamique avec la méthode de l'augmentation de la charge gravitationnelle est effectuée.

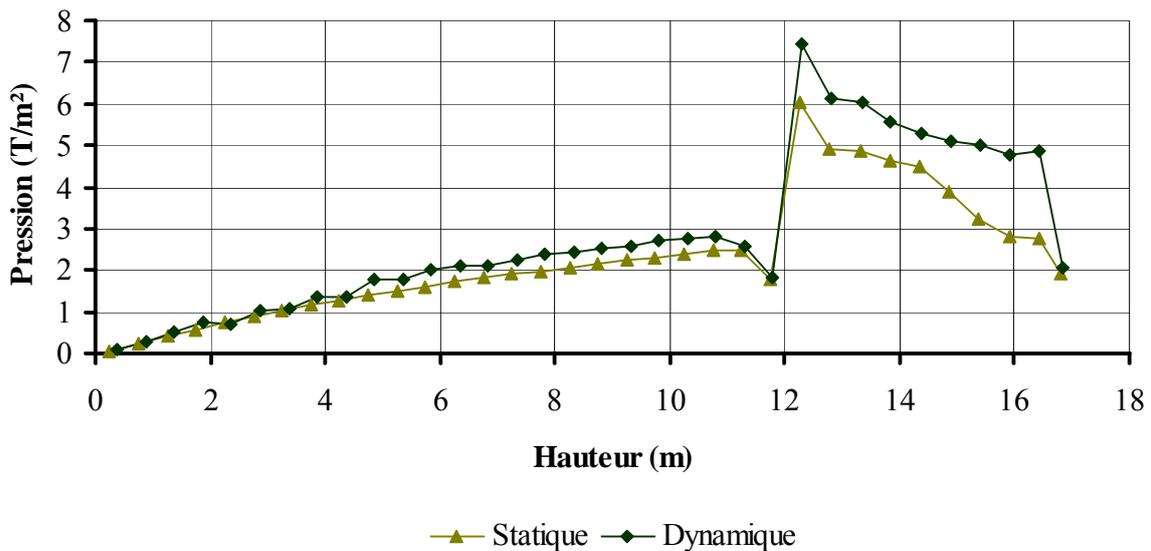
- La courbe de la pression normale à la paroi en fonction de la profondeur est présentée sur la figure (**Fig 69**):



**Fig 69:** Pression normale à la paroi en fonction de la profondeur du silo par l'analyse dynamique par la MEF

La valeur de la pression à la profondeur  $Z=0.25\text{m}$  est égale à  $0.085\text{ T/m}^2$ , elle augmente avec la profondeur jusqu'à la valeur maximale à  $Z=12.26\text{m}$  ou elle est égale à  $7.44\text{ T/m}^2$ . A partir de la cote  $Z=12.26\text{ m}$  la pression diminue jusqu'à la partie basse pour avoir une valeur de  $2.06\text{ T/m}^2$  à  $Z= 16.75\text{ m}$ .

**C.1.1 Comparaison entre analyse statique et dynamique :**



**Fig 70 :** Comparaison entre les résultats de l'analyse statique et dynamique par la MEF

En comparant les deux courbes on peut observer qu'elles ont la même allure sauf que les pressions obtenues par l'analyse *dynamique* sont *supérieures* à celles de l'analyse *statique*, surtout dans la trémie.

A la jonction cellule- trémie la valeur de la pression par l'analyse dynamique est maximale égale à  $7.44 \text{ T/m}^2$  par rapport à  $6.03 \text{ T/m}^2$  par l'analyse statique.

### Conclusion :

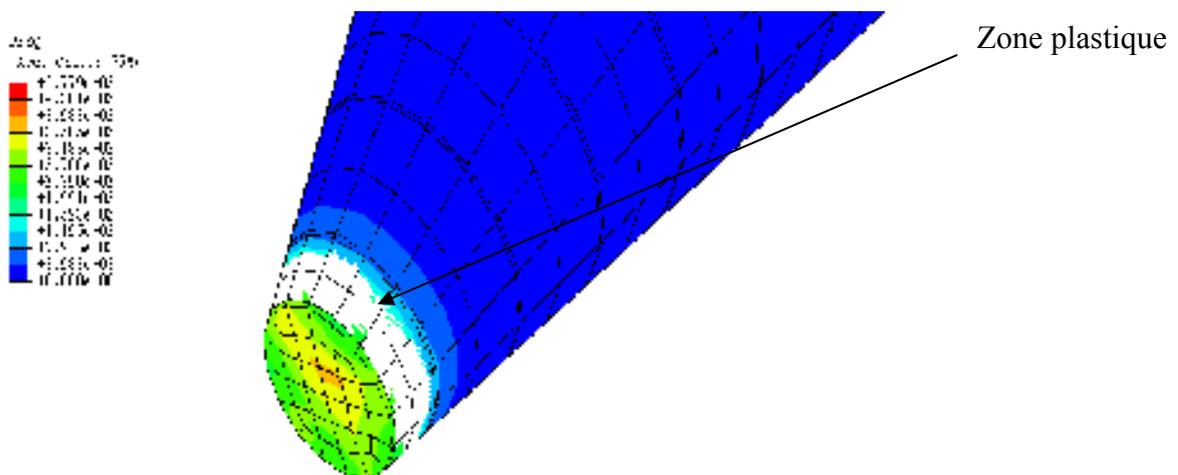
L'analyse statique est un cas spécial de l'analyse dynamique, on peut dire aussi que l'analyse statique est une analyse dynamique où le *temps* de remplissage est *supposé très long*, dans ce cas on se retrouve dans la remarque déjà dite dans la partie (influence de vitesse d'écoulement du chapitre III).

- ❖ *Les pressions obtenues par une analyse dynamique sont supérieures à celles obtenues par l'analyse statique, alors le calcul ou le dimensionnement du silo doit être fait par une analyse dynamique.*

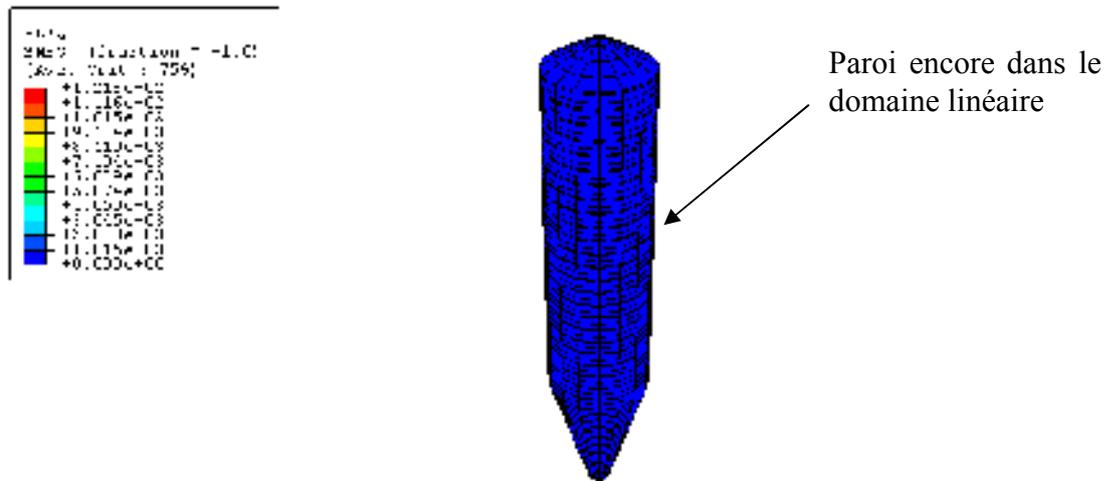
- La vitesse d'écoulement est un paramètre principal à étudier et à bien choisir pendant une analyse ou un dimensionnement des silos.

La figure (**Fig 71**) présente les déformations équivalentes plastiques obtenues par l'analyse dynamique du silo, on peut remarquer que les parois du silo peuvent arriver à la non linéarité matérielle, cela n'est pas observé lors de l'utilisation de l'analyse statique (**Fig 72**).

- ✓ L'analyse statique ne représente pas le vrai comportement des parois ;



**Fig 71** : Zones de plasticité sur les parois du silo «analyse dynamique».

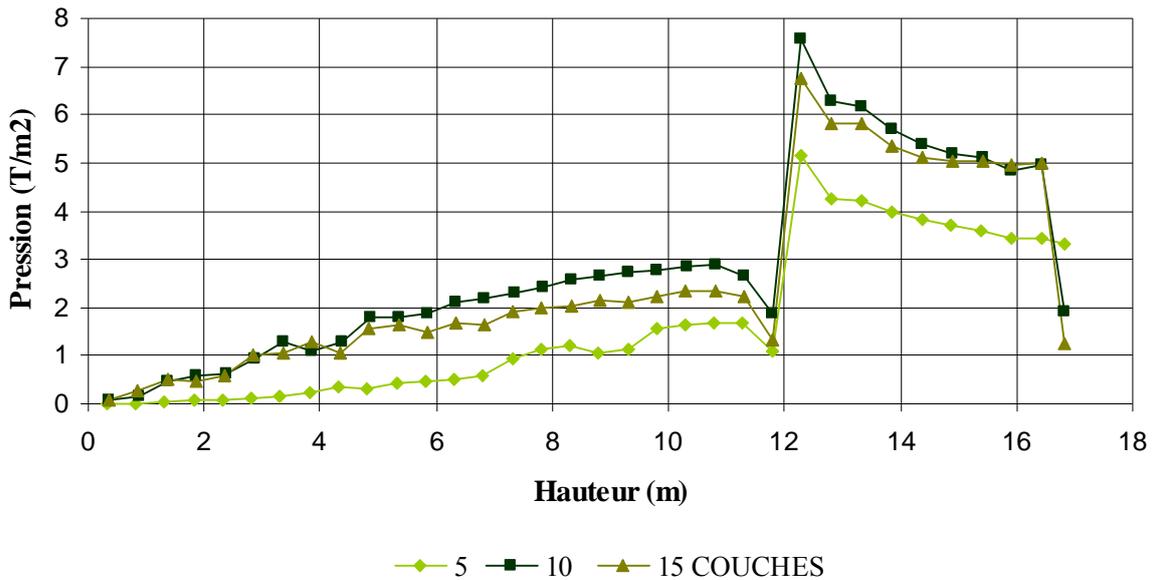


**Fig 72** : Parois du silo dans le domaine linéaire «analyse statique».

### **C.1.2 Variation de nombre des couches du remplissage :**

Les méthodes de modélisation de remplissage utilisent un certain nombre des couches afin d'obtenir le poids totale de la matière à la fin de remplissage, la modélisation de ces couches par la méthode de l'augmentation de la charge gravitation est effectué en utilisant un certain nombre de division du poids, et pour voir l'influence de ce nombre, une analyse dynamique est effectuée en le variant de 5, 10,15.

La figure (**Fig 73**) présente l'allure de la courbe de pression normale à la paroi en fonction de la profondeur du silo.



**Fig 73** : Variation de nombre des couches de remplissage dans l'analyse dynamique par La M. E.F.

Les pressions normales à la paroi augmentent en augmentant le nombre des couches de remplissage. Cet aspect est vérifié jusqu'à à 10 couches, au dessus de ce nombre cela n'est plus vrai.

La pression obtenue avec 10 couches à la zone de la transition est égale à  $7.44 \text{ T/m}^2$  tandis que les pressions  $6.9$  et  $4.29 \text{ T/m}^2$  sont respectivement obtenues pour 15 et 5 couches.

### Conclusion :

Les pressions augmentent en augmentant le nombre des couches du remplissage jusqu'à une certaine limite ou elles diminuent, pour notre cas cette limite est de 10 couches.

Cette valeur de modélisation de 10 couches semble être la plus utilisée selon notre calcul et vue les références consulté.

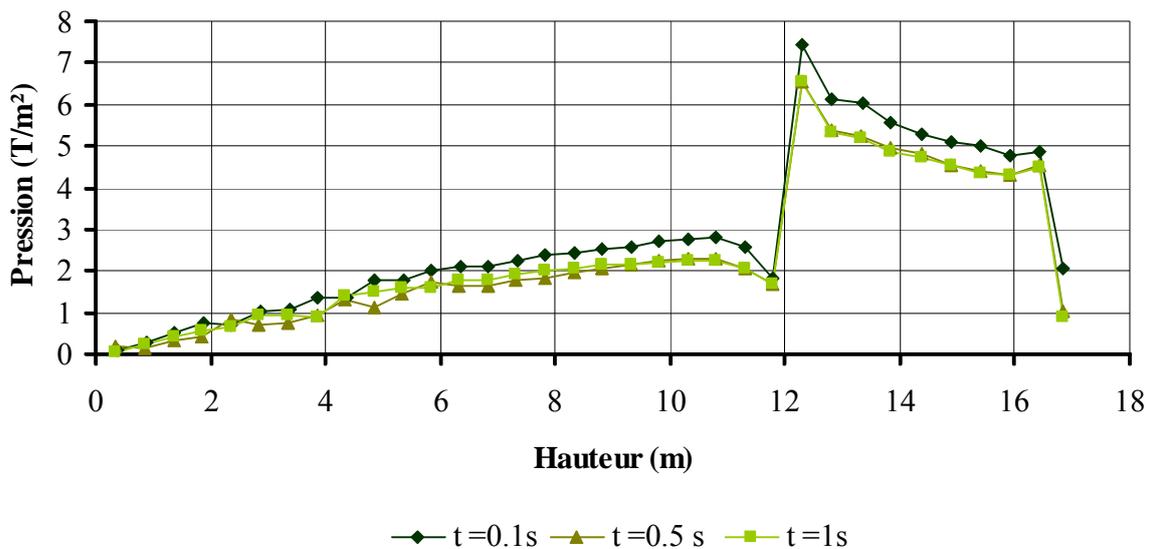
### Remarque :

La variation du nombre de couches de remplissage dans une analyse statique n'a aucun sens, les courbes sont confondues à l'état linéaire statique, alors, les pressions sont les mêmes à la fin de remplissage.

### C.1.3 Effet de variation du temps de remplissage :

Pour voir l'effet de variation du temps de remplissage, on a effectué une analyse dynamique du remplissage du silo, le nombre des couches est fixé égale à 10 couches et en variant le temps de  $t=0.1, 0.5, 1$  seconde par état.

La courbe représenter sur la figure (Fig74) présente l'allure de la courbe des pressions normales à la paroi en fonction de la profondeur.



**Fig 74 :** Variation du temps du remplissage.

On remarque que les pressions diminuent en augmentant le temps du remplissage jusqu'à ce qu'elles deviennent constantes.

A  $t=0.1s$  on a une pression égale à  $7.44 \text{ T/m}^2$  dans la zone de trémie alors qu'une pression de  $6.56 \text{ T/m}^2$  est obtenue pour  $t=0.5$  et  $1$  seconde.

### Conclusion :

- ❖ La pression diminue en augmentant le temps de remplissage, on distingue alors que les pressions maximales sont obtenues pendant un écoulement rapide.

### C.1.4 Effet de variation de l'angle de frottement interne :

L'angle de frottement interne est un paramètre principal pour définir le comportement élastoplastique de Drucker Prager, il est aussi employé dans les théories classique et les standards.

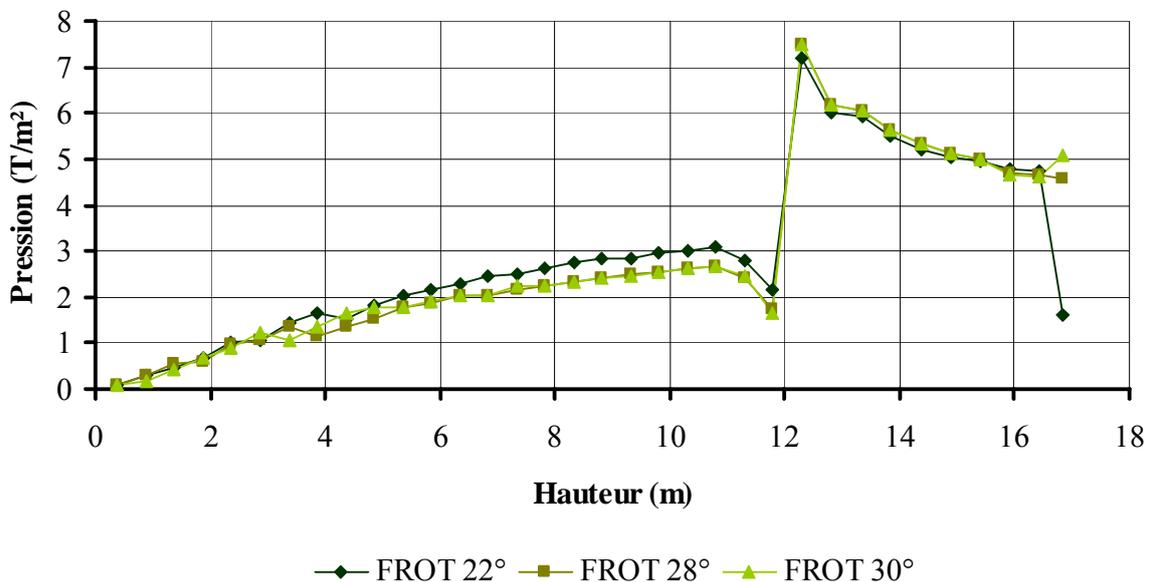
L'angle de frottement interne peut varier pour le fait de la compressibilité par les couches supérieur ou par le fait de l'humidité (frottement interne : chapitre III).

Quand on considère des milieux pulvérulents dont les particules sont peu compressibles, on constate que les paramètres qui interviennent sont le frottement de la matière constitutive des grains sur eux-mêmes, et l'enchevêtrement des grains qui croit avec la compacité de milieu.

Dans le cas des grains étant donné leur faible poids spécifique, la vibration est pratique pour la vidange mais la compressibilité des grains influe beaucoup. [12]

- Pour voir l'effet de variation de l'angle de frottement trois autres angles sont considérés pour le calcul du silo. Ces angles sont dans la plage des valeurs pour une matière de type blé : 22, 28, et 30°.

La courbe représentée dans la figure (**Fig 75**) présente la variation de la pression normale à la paroi en variant l'angle du frottement par rapport à la profondeur du silo.



**Fig 75** : Variation de l'angle de frottement interne en analyse dynamique par la M.E.F.

Les pressions obtenues par un angle de 22° sont supérieures à celles de 28° et 30° dans le cylindre et c'est l'inverse dans la trémie.

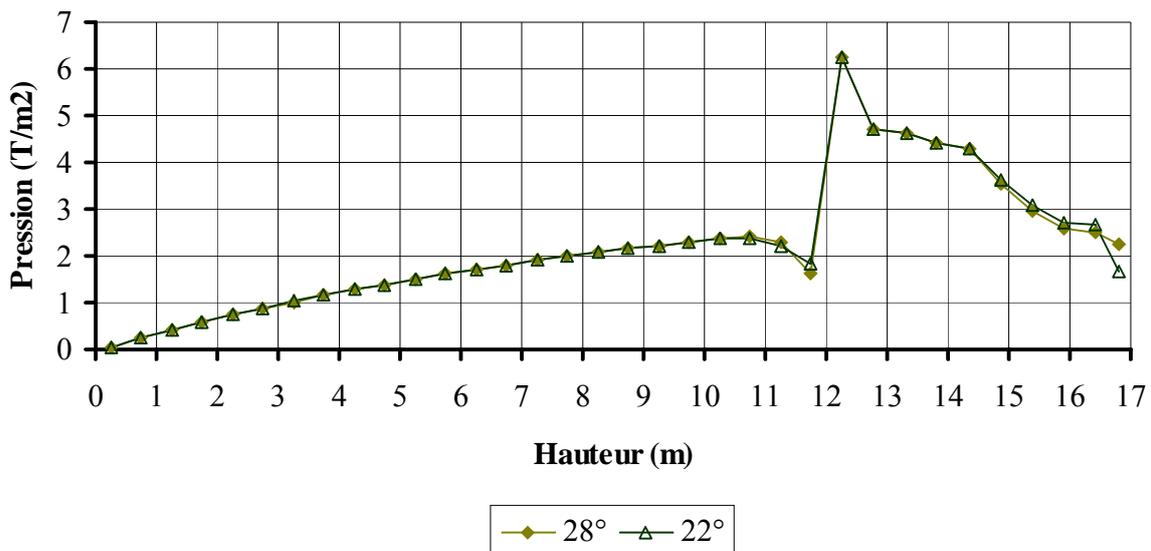
Dans la zone de la transition la pression est égale à 7.21, 7.48, 7.50 T/m<sup>2</sup> pour 22°,28°,30° respectivement.

### Conclusion :

On peut conclure que les matières à grand angle de frottement interne comme le blé provoquent des pressions importantes dans la trémie. On sait aussi que l'angle de frottement interne augmente par le fait de l'humidification de la matière et la compressibilité par les couches supérieures, dans ce cas la variation de ce paramètre devient très importante dans l'étude.

### Remarque :

La variation de ce paramètre dans une analyse statique ne donne aucun changement, les courbes de la pression sont confondues.



**Fig 76:** Pression normale à la paroi en variant l'angle de frottement interne avec une analyse statique

### C.1.5 Surpression due a la vidange des silos :

La rupture de l'état d'équilibre statique obtenue au remplissage, engendre, dès le début de la vidange, des surpressions qui sont fonction des caractéristiques physiques et mécaniques de la matière ensilée, de l'élanement de silo, de la disposition de l'orifice de la vidange, et de la forme des cellules.

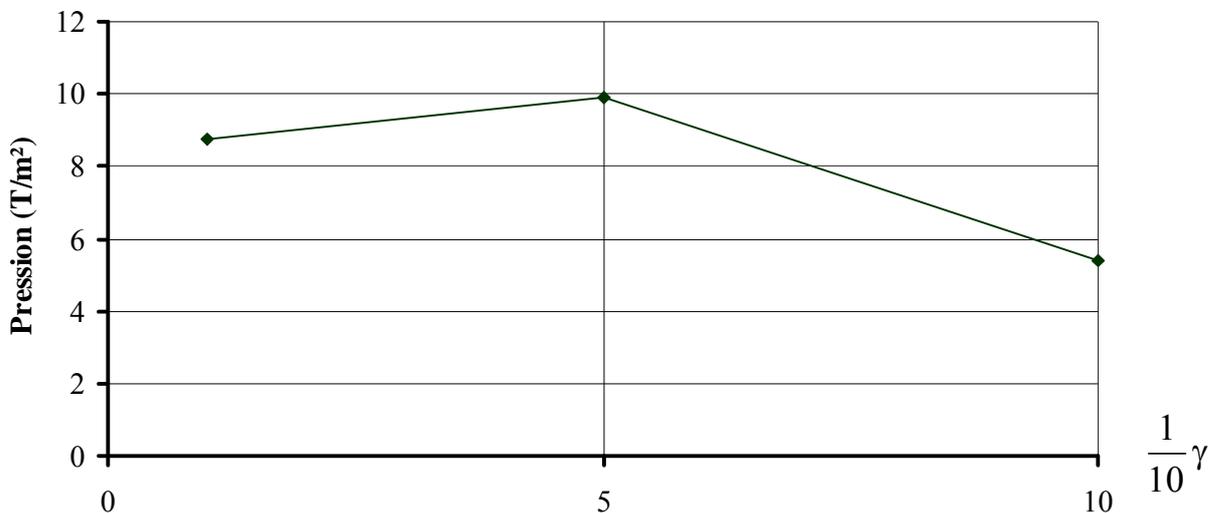
Des expériences ont montré que la vidange des silos constitue la phase la plus critique de leur utilisation, car elle provoque des réactions de la masse ensilée, qui peuvent mettre en cause la stabilité de ceux –ci.

Les efforts correspondant à ces réactions, sont fonction des paramètres cités avant.

La pratique des travaux a mis en évidence que les nombreux et plus spectaculaires accidents qui se sont produits et se produisent dans les silos sont dus aux effets pernicieux de cette vidange. [28]

- ❖ La surpression est obtenue alors dans les moments initiaux de la vidange, pour cela une analyse dynamique est effectuée, le silo étant plein puis le poids de la matière diminue jusqu'à la vidange totale du silo.

La figure (**Fig 77**) présente les pressions maximales obtenues dans la zone de transition en fonction du poids de la matière sortant :



**Fig 77:** Pression normale à la paroi en fonction de  $\frac{1}{10}\gamma$  dans une analyse de la vidange.

La pression obtenue quand le premier poids est descendu est de 8.74 T/m², cette pression augmente et peut même arriver à 9.92 T/m² lorsque la moitié de la matière sort, puis elle diminue à la fin de la vidange.

**Conclusion :**

La surpression est l'augmentation de la pression dès le début de la vidange, elle est un paramètre principal qui doit être pris en compte dans le calcul des silos.

Le calcul du silo doit être vérifié pour les deux effets dynamiques « remplissage et vidange », le dimensionnement doit se faire alors par le fait le plus dangereux.

**Conclusion sur l'analyse dynamique :**

L'analyse dynamique par la méthode des éléments finis nous a permis de montrer l'effet de plusieurs paramètres qui peuvent influencer sur les résultats des pressions normales à la paroi et par suite sur le dimensionnement du silo.

Les résultats obtenus par cette méthode sont importantes par rapport à un calcul statique utilisé habituellement par les méthodes classiques et les normes du calcul, pour cela le dimensionnement du silo doit prendre compte de la vitesse d'écoulement, la variation de l'angle de frottement interne, le nombre des couches avec lequel le remplissage est effectué, et d'autres paramètres qui ne sont pas analysés dans ce travail comme par exemple les différentes lois de comportements, pour la modélisation de la matière granulaire, le type d'écoulement, etc.....

Il est évident qu'après ces tests que le dimensionnement d'un silo passe obligatoirement par une analyse dynamique sérieuse.

Conclusion générale

### **Conclusions générales :**

La présente étude concerne l'analyse numérique 3D d'un silo à trémie centrée et plus particulièrement l'évaluation des efforts due à la matière ensilée sollicitant les parois du silo et l'analyse des pressions le long de sa génératrice. En effet un des problèmes majeurs dans le calcul des silos apparaît lors des phases délicates du remplissage et de la vidange. Cette étude est menée en comparant l'évaluation des efforts sollicitant le silo par une méthode analytique due généralement à des conclusions suite à des essais expérimentaux sur des silos réels, et des méthodes numériques basées sur une modélisation par éléments finis.

#### ❖ Méthodes Analytiques :

Les méthodes les plus utilisées sont celles Janssen ou de Reimbert ou simplement l'utilisation de l'Eurocode qui s'en inspirent. Les approches analytiques sont inspirées de résultats expérimentaux et agissent de manière générale sur des paramètres comme l'angle de frottement interne de la matière ensilée, l'angle de frottement de la matière sur les parois du silo, le poids spécifique de la matière ensilée. Les résultats sont donnés pour des analyses statiques.

Concernant les résultats dans le cas dynamique (remplissage et vidange) ces méthodes se basant sur des essais expérimentaux proposent une majoration des résultats des pressions par des coefficients.

Ces méthodes qui restent des méthodes approchées de calcul permettent de dimensionner les silos avec un effet surdimensionné, et parfois a cause de l'impossibilité de prendre en compte certains phénomènes (comme par exemple l'humidification de la matière conduisant lors de la vidange à la rupture brusque de l'équilibre) amènent à des situations d'instabilité.

#### ❖ Méthodes numériques :

Les méthodes numériques sont proposées pour palier à l'incertitude des analyses analytiques. Leur puissance réside dans la variété de paramètres sur lesquels on peut agir afin d'optimiser l'analyse. Mais l'atout primordial à tirer de ces méthodes et la possibilité non seulement de modéliser les parois du silo en tant que structure à calculer, mais surtout la possibilité pour pouvoir évaluer directement l'action de la matière granulaire en la modélisant aussi. Mieux encore, cette évaluation de l'action de la matière ensilée peut être effectuée en la modélisant en tenant compte de son caractère non linéaire (élastoplastique)

*L'étude de notre silo nous a permis de sortir avec les principales conclusions suivantes :*

- ✓ Les courbes de pression latérale, contraintes circonférentielles, et les contraintes méridionales obtenues par la méthode classique Reimbert enveloppe les courbes obtenues par la méthode des éléments finis, alors on a une grande zone de sécurité qui peut être non économique.
- ✓ La pression normale à la paroi augmente en augmentant le coefficient de poisson dans la partie cylindre, et c'est l'inverse dans la trémie
- ✓ Les deux méthodes de modélisation du remplissage du silo, la méthode de l'augmentation de la charge gravitationnelle et l'ajout des couches de la matière, donnent dans une analyse statique *les mêmes résultats*
- ✓ L'analyse statique n'est qu'un cas spécial de l'analyse dynamique dont le temps de remplissage est très long, les pressions obtenues par l'analyse dynamique sont supérieures à celles obtenues par l'analyse statique, et dans ce cas la paroi sera sollicitée en dynamique plus qu'en statique.
  - En cherchant le cas le plus défavorable pour le calcul ou le dimensionnement, *le silo doit être calculé par une analyse dynamique.*
- ✓ Les pressions les plus grandes sont obtenues pendant un écoulement rapide
- ✓ L'utilisation d'une analyse dynamique nous a permis d'observer les zones des parois du silo vulnérables à la plasticité, ces zones ne peuvent pas être observées par l'analyse statique, alors *l'analyse statique ne représente pas le vrai comportement des parois.*
- ✓ Les pressions augmentent en augmentant le nombre des couches du remplissage jusqu'à une certaine limite ou elles diminuent, en générale cette limite est égale à 10 couches.
- ✓ La pression diminue en augmentant le temps de remplissage.

- ✓ La pression normale à la paroi est supérieure lorsque l'angle de frottement est petit dans le cylindre et l'inverse dans la trémie.
  - La pression normale à la paroi augmente avec l'humidification et la compressibilité de la matière par les couches supérieures.
- ✓ Il faut sécher les grains avant de remplir le silo ou prendre en considération cette humidité dans le calcul et le dimensionnement (la variation de l'angle de frottement).

### La vidange des silos :

- ✓ Par la méthode des éléments finis, la vidange des silos doit être réalisée par une analyse dynamique et non statique, pour prendre en considération la vitesse d'écoulement des grains, et voir la surpression due à ce fait.
- ✓ Les pressions normales à la paroi obtenues par la vidange du silo augmentent considérablement dès le début de cette vidange, ce fait est nommé : surpression. la cause de la surpression et sa magnitude est encore mal définis à cause de la rareté des recherches, quelque auteurs ont expliquée ce fait à la rupture de l'état d'équilibre statique obtenue au remplissage, d'autres au types d'écoulements, et d'autres encore à la dilatation de la matière.
- ✓ Le développement de la magnitude des pressions durant la vidange est important, dans ce cas le silo doit être calculé au remplissage et à la vidange, et dimensionner par le fait dynamique le plus important.

Perspectives et recommandations

**Perspectives et recommandations:**

Notre travail a permis de faire une contribution pour la mise au point d'une méthode de calcul numérique des silos.

Nous pensons que ce travail peut être étendu aux aspects suivants:

1-La réalisation d'un modèle 3D du silo en étudiant les différents types d'écoulement (écoulement en masse, écoulement en cheminée) par la MEF.

2-La modélisation des différents types d'écoulement en présence des tubes antidynamiques pour voir et améliorer leur fonctionnement.

3-Etude du silo par la méthode des éléments finis sous le vent, et le séisme.

4-Utiliser la méthode des éléments discrets pour le remplissage et la vidange du silo pour mieux voir le comportement de la matière ensilée en la comparant avec un modèle élément fini.

5-Réaliser un modèle du comportement de la matière entreposée qui autorise la considération de la viscosité et le changement de la densité.

## Références bibliographiques:

- [1] **M Gilliquet, J.C Verbrugge** «le stockage enterrée:réponse aux problème du tiers monde».Céréales en région chaudes. AUPELF-UREF, Edition John Libbey Eurotext.1989, pp. 39-46
- [2] **Cédric Degouet** « Caractérisation de matériaux granulaires et de leurs écoulements dans les silos verticaux».Thèse de Doctorat. Université de Bretagne.2005.
- [3] <http://www.framespa.it/portal/default.asp?id=973&land=eg&sez=prodotti>
- [4] <http://draf.bretagne.agriculture.gouv.fr>
- [5] **G Mavrot, I Sochet, P Bailly, M Moisescot** «Silo vulnerability: structural aspects».Journal of Loss Prevention in the Process Industries. 2003. Vol 16:165–172.
- [6] <http://fisica.unav.es/~angel/gran/liens.html>
- [7] **M.T Abdel-Fattah, Ian D Moore, T.T Abdel-Fattah** «A numerical investigation into the behavior of ground-supported concrete silos filled with saturated solids».solids and structures 2006. Vol 43: 3723–3738.
- [8] **M.A Martinez, I Alfaro, M Doblare** «Simulation of axisymmetric discharging in metallic silos. Analysis of the induced pressure distribution and comparison with different standards».Engineering Structures2002. Vol 24:1561–1574.
- [9] <http://www.cps.gov.on.ca/french/g7000/g7000.htm>
- [10] **A Bounceur, MD.L Mammasse.** «Gestion optimale des silos au niveau de l'entreprise Cevital ».Rapport de stage. Université. A.Mira. Bidjaia.
- [11] <http://inormac.free.fr/propo.htm>
- [12] **M Reimbert, A Reimbert** «Silos, Théorie et pratique».Edition Eyrolles.1982.Paris.
- [13] [http://www.fao.org/inpho/content/documents//vlibrary/move\\_rep/x0298f/x0298F10.htm](http://www.fao.org/inpho/content/documents//vlibrary/move_rep/x0298f/x0298F10.htm)
- [14] **E Gallego** «Numerical simulation of loads exerted by stored materials in silos with non-elastic material ».PHd These. Université de Madrid.2006.
- [15] **Norme européenne, Norme française NF EN 1991-1-1** «action sur les structures».2003.
- [16] **J Morraeu, J.A Cargaro** «Les Eurocodes conception des bâtiments et des ouvrages de génie civil».Edition:Le Moniteur.2005.
- [17] **Norme européenne ENV 1991-4**«Action sur les structures, partie 4, Silos et réservoir» .2003.

- [18] **P Knoedel**. «Recent silo codes-and still structural failure? ».Structure and granular solids. Edit par: J.F Chen, J.Y Ooi, J.G Teng. Edition Taylor and Francis. 2008. London.P113-122.
- [19] **J.M Rotter** «structures, stability, silos and granular solids: a personal adventure».Structure and granular solids. Edit par: J.F Chen, J.Y Ooi, J.G Teng. Edition Taylor and Francis. 2008. London.P1-17
- [20] **Z Zhong, J.Y Ooi, J.M Rotter** « The sensitivity of silo flow and wall stresses to filling method».Engineering Structures 2001. Vol 23:756–767.
- [21] **O Pouliquen**« Ecoulements granulaires secs».Mémoire pour Obtenir L'habilitation a diriger des recherches. Université de Provence.2004.
- [22] **Y Bertho** « Dynamiques d'écoulements gaz- particules en conduite verticale».Thèse de Doctorat. Ecole Polytechnique.2003.
- [23] **J, Tejchman, M, Klisinski** «FE-studies on rapid flow of bulk solids in silos».Granular Matter 2001. Vol 3: 215–229.
- [24] **I Slimani, H Chaib** «étude d'un silo».Mémoire d'ingénieur. Université d'annaba.2005.
- [25] **F Ayuga<sup>1</sup>, M Guaita, P Aguado** « Static and Dynamic Silo Loads using Finite Element Models».J. agric. Engng Res 2001. Vol 78 (3): 299-308.
- [26] **C.Y Song, J.G Teng** « Buckling of circular steel silos subject to code-specified eccentric discharge pressures».Engineering Structures 2003. Vol 25:1397–1417.
- [27] **J Tejchman, G Gudehus** «Silo-music and silo-quake experiments and a numerical Cosserat approach».Powder Technology 1993. Vol 76: 201-212.
- [28] **M Reimbert, A Reimbert** «Silos, Pressions et surpressions de vidange des silos».Edition Eyrolles.1979.Paris.
- [29] **R.J Goodey, C.J Brown, J.M Rotter**« Verification of a 3-dimensional model for filling pressures in square thin-walled silos».Engineering Structures 2003. Vol 25: 1773–1783.
- [30] **R.J Goodey, C.J Brown, J.M Rotter**« Predicted patterns of filling pressures in thin-walled square silos».Engineering Structures 2006. Vol 28: 109–119.
- [31] **R.J Goodey, C.J Brown** « The influence of the base boundary condition in modeling filling of a metal silo».Computers and Structures 2004. Vol 82: 567–579.
- [32] **M Guaita<sup>1</sup>, A Couto<sup>1</sup>, F Ayuga** «Numerical Simulation of Wall Pressure during Discharge of Granular Material from Cylindrical Silos with Eccentric Hoppers».Biosystems Engineering 2003. Vol 85 (1): 101–109.

- [33] **P Vidala, E Gallego, M Guaita, F Ayuga** «finite element analysis under different boundary conditions of filling of cylindrical steel silos having an eccentric hopper».Journal of Constructional Steel Research 2007. Article in press.
- [34] **P Vidal, M Guaita, F Ayuga** «Analysis of Dynamic Discharge Pressures in Cylindrical Slender Silos with a Flat Bottom or with a Hopper: Comparison with Eurocode 1».Biosystems Engineering 2005.Vol 91 (3): 335–348.
- [35] Abaqus/Standard Theory Manual, Abaqus/Standard User's Manual et Abaqus/Explicit User's Manual. Version 6.5. Hibbit, Karlsson et Sorensen, Inc, 2004.
- [36] **I Chaib** « Analyse et simulation des contraintes résiduelles induites par des traitements mécaniques de précontrainte en grenailage et choc laser».Thèse de Doctorat. Université de Reims Champagne-Ardenne.2004.
- [37] **H Proudhon** « Identification des mécanismes de fissuration dans un alliage d'aluminium sollicité en fretting et en fatigue».Thèse de Doctorat. Ecole centrale de Lyon.2005.
- [38] <http://www.ce.edu.tr/~ce564/dos>
- [39] **E Davalle** «Propriétés élasto-plastiques des matériaux».Cours de bachelor. Laboratoire de simulation en mécanique des solides .Ecole polytechnique Fédérale de Lausanne.
- [40] **E Susila, R.D Hryciw** « Large displacement FEM modeling of the cone penetration test (CPT) in normally consolidated sand».Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech 2003. Vol 27:585–602.
- [41] **G.A Rombach, F Ayuga, F Neumann, E Gallego** «Modeling of granular flow in silos based on finite element method "Ansys, SILO"». Powder and Grains 2005. Vol 18-12: 469-473.