

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

BADJI MOKHTAR - ANNABA UNIVERSITY
UNIVERSITE BADJI MOKHTAR - ANNABA



جامعة باجي مختار - عنابة

Faculté: Sciences de l'Ingénieur
Département: Electronique

Année : 2008

MEMOIRE

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de MAGISTER

Intitulé

**COMMANDE ROBUSTE PAR H_{∞}
DES SYSTEMES MULTIVARIABLES**

Option : Commande Avancée

Par : NAIM Radouène

DIRECTEUR DE MEMOIRE : Dr. YAHMEDI Said Professeur en Automatique

Devant le JURY

PRESIDENT: Dr. BENSACKER Bachir, Professeur en Automatique

EXAMINATEURS : Dr. KHADIR Mohamed Tarek, Maître de Conférences en Automatique

Dr. BENACER Layachi, Maître de Conférences en Electronique

Dr. BOUCHAMI Tidjani, Maître de Conférences en Génie Chimique

DEDICACES

Je dédie ce travail à :

ma chère mère,

mon cher père,

ma chère sœur,

*en n'oubliant pas tous mes amis et
collègues ...*

REMERCIEMENTS

Je tiens d'abord à remercier Dr. S. YAHMEDI pour avoir bien voulu me proposer ce sujet et m'encadrer, et pour sa précieuse contribution dans ce travail. Qu'il soit assuré de mon profond respect.

Mes remerciements pour le Président et les Membres du Jury pour avoir bien voulu examiner ce travail. Qu'ils trouvent en ceci l'Expression de ma profonde gratitude.

Enfin, je ne manquerais pas de remercier mes amis et mes collègues de la promotion, à qui je leurs souhaite beaucoup de réussites.

TABLE DES MATIERES

Introduction générale	1
Chapitre 1 : Commande robuste des systèmes multivariables	3
1.1 Introduction.....	3
1.2 Configuration des systèmes multivariables.....	3
1.3 Classe de modèles considérés.....	5
1.3.1 Modèle nominal.....	5
1.3.2 Classe de modèles.....	6
1.4 Incertitudes.....	6
1.4.1 Incertitudes structurées.....	6
1.4.2 Incertitudes non structurées.....	7
1.5 Valeurs singulières.....	8
1.6 Conditions de robustesse.....	9
1.6.1 Condition de robustesse sur la stabilité.....	9
1.6.2 Condition de robustesse sur les performances.....	10
1.7 Conclusion.....	11
Chapitre 2 : Synthèse de contrôleurs robustes par H_∞	12
2.1 Introduction.....	12
2.2 Formulation du problème standard.....	12
2.3 Problème d'optimisation par H_∞	16
2.4 Sensibilité mixte.....	18
2.5 Procédure d'optimisation par H_∞	20
2.6 Conclusion.....	22
Chapitre 3 : Commande robuste d'une machine asynchrone	23
3.1 Présentation du procédé de la machine asynchrone.....	23
3.2 Etude du procédé en boucle ouverte.....	25
3.3 Détermination des spécifications sur la robustesse.....	28
3.3.1 Spécification sur la stabilité $W_t(s)$	28
3.3.2 Spécification sur les performances $W_p(s)$	28

3.4 Synthèse H_∞	31
3.4.1 Résultats fréquentiels.....	32
3.4.2 Résultats temporels.....	35
3.4.3 Régime perturbé.....	37
3.5 Conclusion.....	39
Chapitre 4 : Commande robuste d'un Aircraft.....	40
4.1 Présentation du procédé Aircraft.....	40
4.2 Etude du procédé en boucle ouverte.....	41
4.3 Détermination des spécifications sur la robustesse.....	44
4.3.1 Spécification sur la stabilité $W_t(s)$	44
4.3.2 Spécification sur les performances $W_p(s)$	44
4.4 Synthèse H_∞	47
4.4.1 Résultats fréquentiels.....	49
4.4.2 Résultats temporels.....	52
4.4.3 Régime perturbé.....	55
4.5 Conclusion.....	58
Conclusions générales.....	59
Références bibliographiques.....	60

TABLE DES FIGURES

Chapitre 1

Figure (1.1) : Configuration des systèmes multivariables.....	4
Figure (1.2) : Perturbation additive.....	7
Figure (1.3) : Perturbation multiplicative en entrée.....	8
Figure (1.4) : Perturbations multiplicatives à la sortie.....	8

Chapitre 2

Figure (2.1) : Schéma synoptique du problème standard.....	13
Figure (2.2) : Formulation du problème Standard.....	13
Figure (2.3) : Problème standard (représentation LFT).....	14
Figure (2.4) : Problème de sensibilité mixte sous forme standard.....	19
Figure (2.5) : Organigramme de la procédure d'optimisation par H_∞	21

Chapitre 3

Figure (3.1) : Conditionnement en boucle ouverte.....	26
Figure (3.2) : Gains principaux en boucle ouverte.....	26
Figure (3.3) : Réponses temporelles en boucle ouverte.....	27
Figure (3.4) : Système multivariable bouclé avec incertitudes multiplicatives en sortie.....	28
Figure (3.5) : Valeur singulière maximale de $W_t(s)$	29
Figure (3.6) : Valeur singulière maximale de $W_p(s)$	30
Figure (3.7) : Conditions de robustesse.....	30
Figure (3.8) : Gains principaux de $T(s)$ et de $S(s)$ et conditions de robustesse.....	33
Figure (3.9) : Valeurs singulières de la fonction coût.....	34
Figure (3.10) : Conditionnement en boucle fermée.....	34
Figure (3.11) : Réponses temporelles en boucle fermée.....	35
Figure (3.12) : Commandes en boucle fermée.....	36
Figure (3.13) : Réponses temporelles en boucle fermée du régime perturbé.....	37
Figure (3.14) : Commandes en boucle fermée du régime perturbé.....	38

Chapitre 4

Figure (4.1) : Conditionnement en boucle ouverte.....	42
Figure (4.2) : Gains principaux en boucle ouverte.....	42
Figure (4.3) : Réponses temporelles en boucle ouverte.....	43
Figure (4.4) : Système multivariable bouclé avec incertitudes multiplicatives en sortie.....	44
Figure (4.5) : Valeur singulière maximale de $W_t(s)$	45
Figure (4.6) : Valeur singulière maximale de $W_p(s)$	46
Figure (4.7) : Conditions de robustesse.....	46
Figure (4.8) : Gains principaux de $T(s)$ et de $S(s)$ et conditions de robustesse.....	50
Figure (4.9) : Valeurs singulières de la fonction coût.....	51
Figure (4.10) : Conditionnement en boucle fermée.....	52
Figure (4.11) : Réponses temporelles en boucle fermée.....	53
Figure (4.12) : Commandes en boucle fermée.....	54
Figure (4.13) : Réponses temporelles en boucle fermée du régime perturbé.....	56
Figure (4.14) : Commandes du régime perturbé.....	57

TABLE DES NOTATIONS

s	Variable de Laplace
$I_{n \times n}$	Matrice Identité de dimensions n
A^T	Transposée de la matrice A
A^*	Transposée conjuguée de la matrice A
A^{-1}	Inverse de la matrice A
$\lambda_{\max}(G(s))$	Valeur propre maximale d'une matrice de transfert $G(s)$
$\lambda_{\min}(G(s))$	Valeur propre minimale d'une matrice de transfert $G(s)$
$\bar{\sigma}(G(s))$	Valeur singulière maximale d'une matrice de transfert $G(s)$
$\underline{\sigma}(G(s))$	Valeur singulière minimale d'une matrice de transfert $G(s)$
$\ G(s)\ _{\infty}$	Norme H_{∞} d'une matrice de transfert $G(s)$

**INTRODUCTION
GENERALE**

INTRODUCTION GENERALE

Depuis quelques décennies, le milieu de l'Industrie subit des changements considérables, par l'intervention à grande échelle de l'Automatique sur les processus de production. Ceci a été possible grâce aux importants développements dans les domaines électroniques et informatiques, permettant l'application des théories de commandes avancées établies auparavant. L'utilisation des techniques modernes de commande a conduit à une meilleure productivité, tout en diminuant les coûts. On observe alors la multiplication des structures de contrôle des systèmes industriels, dans l'unique but d'améliorer le fonctionnement des procédés.

Assurer aux procédés industriels un fonctionnement optimal s'avère être une tâche difficile. En effet, des variations peuvent apparaître et modifier les dynamiques des systèmes, entraînant la détérioration du fonctionnement des systèmes. Ces variations seront considérées comme des perturbations du fait qu'elles sont nuisibles, donc indésirables.

Les contrôleurs classiques type PID ne sont pas aptes à assurer un fonctionnement optimal lors de l'apparition des diverses perturbations (internes, externes...). On observe alors une dégradation des performances des procédés, risquant même de provoquer leur instabilité. Il est donc nécessaire de recourir à des techniques de commandes avancées, capables de prendre en considération les perturbations, et permettre d'avoir un bon comportement des procédés. Parmi les solutions existantes, l'utilisation de commandes dites « Robustes » est une solution envisagée.

Il s'agit de prendre dans la synthèse des commandes les perturbations sous forme de modèles mathématiques. Dans ce cas il est fondamental de déterminer le modèle de fonctionnement, plus précisément une classe de modèles autour du modèle nominal. La classe de modèles est formée par un modèle nominal (de référence) et un modèle pour les perturbations.

Le but d'une loi de commandes robuste est d'assurer la stabilité du procédé. On dit que la stabilité robuste est réalisée si les écarts entre le modèle utilisé pour la synthèse le régime réel n'altèrent pas la stabilité. De plus, un contrôleur robuste doit veiller à atteindre des objectifs de performances fixés au préalable dans le cahier des charges. On cite quelques caractéristiques pour les performances : le découplage des Entrées/Sorties du procédé, le temps de réponse, les erreurs statiques ...etc.

Il existe de nombreuses méthodes de synthèse de contrôleurs robustes. On s'intéressera à la technique de synthèse basée sur la norme H_∞ , où il faut trouver un contrôleur capable d'assurer la stabilité et de satisfaire des performances, sous la condition de minimiser la norme H_∞ du transfert en boucle fermée.

Nous avons structuré ce document en quatre chapitres, de la manière suivante :

Le premier chapitre traitera de quelques rappels des notions sur les systèmes multivariables en boucle fermée. On définira les différents signaux et matrices de transfert pour la description des systèmes. Ensuite, on énoncera les différents types d'incertitudes. Enfin, on abordera le sujet de la robustesse avec les conditions à satisfaire sur la stabilité et sur les performances ainsi que le choix des spécifications pour la robustesse.

Le deuxième chapitre sera consacré à la synthèse par la méthode H_∞ . On donnera une description pour le problème standard de la commande robuste, elle est liée à la notion de système augmenté qui a pour rôle d'associer le modèle de synthèse avec les modèles des incertitudes et les objectifs sur la stabilité et sur les performances. Puis on exposera la méthode de synthèse H_∞ avec la théorie qu'elle comprend. Pour finir, on proposera un algorithme d'optimisation par H_∞ pour l'obtention des contrôleurs robustes.

Les troisièmes et quatrièmes chapitres feront l'objet d'application de la synthèse des contrôleurs robuste par H_∞ sur deux procédés multivariables, respectivement une machine asynchrone et un Aircraft. On commencera par effectuer une étude pour la connaissance du comportement des procédés en boucle ouverte. Puis on entamera la synthèse par H_∞ . Les contrôleurs obtenus seront appliqués sur les régimes perturbés afin de comparer les résultats avec ceux des modèles nominaux et de juger sur leur robustesse.

CHAPITRE

1

**COMMANDE ROBUSTE
DES SYSTEMES
MULTIVARIABLES**

1.1 Introduction :

Le principal objectif d'un correcteur est de garantir aux systèmes multivariables la stabilité en boucle fermée. Ceci dit, les exigences de plus en plus fortes de l'Industrie font qu'il est devenu également important de garantir de bonnes performances, donc d'avoir un fonctionnement optimal. Les principaux correcteurs classiques ne peuvent faire faces à ce genre problèmes.

L'utilisation de techniques de synthèse de contrôleurs garantissant une « robustesse » est une caractéristique non négligeable. Les commandes devront assurer la stabilité d'une gamme de modèles, défini par le modèle de synthèse (appelé aussi modèle nominal) et par les incertitudes entre les différents modèles considérés. La stabilité assurée, il faut aussi veiller à satisfaire un fonctionnement optimal, c'est-à-dire, offrir les meilleures performances possibles pour le procédé en boucle fermée. On rappelle que les contraintes rencontrées lors de la synthèse des contrôleurs robustes sont :

- La synthèse s'effectue sur le modèle nominal du système, mais il est essentiel de garantir la stabilité de tous les régimes.
- Satisfaire le compromis « Stabilité / Performances » pour un fonctionnement optimal.

1.2 Configuration des systèmes multivariables :

On présente la configuration de base des systèmes multivariables bouclés, ainsi que les rappels sur les matrices de transfert. La configuration des systèmes multivariables en boucle fermée avec perturbations est illustrée sur la figure ci-dessous (figure 1.1).

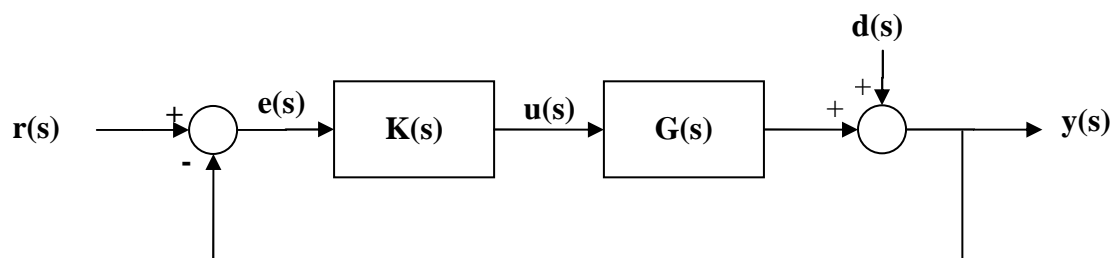


Figure (1.1) : Configuration des systèmes multivariables

Avec : $y(s)$: sorties

$r(s)$: entrées (références)

$u(s)$: commandes

$e(s)$: erreurs

$d(s)$: perturbations

Le but de toute commande $u(s)$ -obtenue à partir d'un contrôleur $K(s)$ - est d'essayer de toujours avoir un signal d'erreurs $e(s)$ le plus faible possible (nul dans le cas idéal).

Au préalable, on présente les différents signaux avec leurs expressions. Ils seront utiles pour le problème de commande des systèmes multivariables.

Le signal de sorties du procédé en boucle fermée :

$$y(s) = G(s)u(s) + d(s) \quad (1.1)$$

Le signal de commandes $u(s)$ se met sous la forme :

$$u(s) = K(s)e(s) \quad (1.2)$$

Le signal d'erreurs $e(s)$ est déduit à partir de l'expression :

$$e(s) = r(s) - y(s) \quad (1.3)$$

En remplaçant le signal d'erreurs $e(s)$ par l'expression (1.3), les commandes $u(s)$ deviennent :

$$u(s) = K(s)(r(s) - y(s)) \quad (1.4)$$

On substitue le signal de commandes $u(s)$ par l'expression (1.4), le signal de sorties sera :

$$y(s) = G(s)K(s)(r(s) - y(s)) + d(s) \quad (1.5)$$

Après simplification de l'expression du signal de sorties $y(s)$, on aboutit à :

$$y(s) = (I + G(s)K(s))^{-1}G(s)K(s)r(s) + (I + G(s)K(s))^{-1}d(s) \quad (1.6)$$

On définit les matrices de transfert suivantes :

– Boucle ouverte : $L(s) = G(s)K(s) \quad (1.7)$

– Sensibilité : $S(s) = (I + L(s))^{-1} \quad (1.8)$

– Sensibilité complémentaire (Transfert) : $T(s) = L(s)(I + L(s))^{-1} \quad (1.9)$

– Complémentarité Sensibilité - Transfert : $S(s) + T(s) = I \quad (1.10)$

– Transfert par rapport à la commande : $R(s) = K(s)(I + L(s))^{-1} \quad (1.11)$

Dans le cas où le signal des perturbations est nul ($d = 0$) :

$$y(s) = (I + G(s)K(s))^{-1}G(s)K(s)r(s) = T(s)r(s) \quad (1.12)$$

$$u(s) = K(s)(r(s) - y(s)) = K(s)(I - T(s))r(s) = K(s)S(s)r(s) = R(s)r(s) \quad (1.13)$$

$$e(s) = (r(s) - y(s)) = (I - T(s))r(s) = S(s)r(s) \quad (1.14)$$

1.3 Modèles considérés :

On désigne par les modèles considérés toute formulation mathématique pour la description des dynamiques des systèmes multivariables. Le procédé possèdera un modèle, soit par une représentation temporelle (équations d'état) ou par une représentation fréquentielle (matrice de transfert).

En réalité les procédés sont sujets à diverses perturbations, entraînant la variation de leurs dynamiques. On observe alors plusieurs modèles possibles pour la description des systèmes. Ce qui amène à effectuer un choix précis du modèle nominal. Les autres modèles sont fonction du modèle nominal et des incertitudes entre les modèles. L'ensemble des modèles tolérés désigne la classe de modèles ou les modèles considérés.

1.3.1 Modèle nominal :

On s'intéresse à la commande de systèmes multivariables dont le fonctionnement est défini une classe de modèles. Les modèles sont sous forme de systèmes d'équations différentielles linéaires à coefficients constants, définissant le comportement nominal du procédé et un modèle pour les incertitudes. Le modèle nominal $G(s)$ et le modèle des d'incertitudes $\Delta(s)$ incluent l'ensemble des dynamiques possibles du procédé dans le cadre d'un fonctionnement normal.

Le modèle nominal (ou de référence) admet une réalisation dans l'espace d'état. Il est possible d'écrire le modèle d'état sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}\tag{1.15}$$

Où : x : vecteur d'état

y : vecteur d'observation

A, B, C, D : matrices d'état

Le modèle nominal peut également prendre une représentation fréquentielle, sous la forme d'une matrice de transfert $G(s)$, obtenue par l'expression ci-dessous :

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D\tag{1.16}$$

1.3.2 Classe de modèles :

L'ensemble des modèles « nominal – incertitudes » constitue la classe de modèles considérés pour la description du système multivariable.

Après avoir défini le modèle nominal qui servira de référence pour le système multivariable, on cherche à déterminer les incertitudes tolérées. Les incertitudes sont les écarts entre le comportement nominal du modèle et le comportement réel du procédé.

Les incertitudes sont de deux types : les incertitudes définies par une borne supérieure de l'écart de modèles dans le plan fréquentiel, et les incertitudes définies par les variations des paramètres du modèle nominal.

1.4 Incertitudes :

On vient de voir que les modèles utilisés pour la commande robuste se constituent d'un modèle nominal $G(s)$ et d'un modèle pour les incertitudes $\Delta(s)$. Le modèle mis en place traduit les relations existantes entre les commandes et les sorties. La qualité du modèle dépend du faible écart avec les dynamiques du régime réel.

Les origines de provenances des incertitudes sont multiples : incertitudes sur des paramètres physiques, dynamiques négligées, fonctionnements sous des conditions extrêmes

Les incertitudes sont représentées par deux types : structurées et non structurées [10].

- Les incertitudes structurées sont dues aux variations des paramètres du modèle du système.
- Les incertitudes non structurées ont pour origine la non prise en compte de certaines dynamiques dans la modélisation, ou la linéarisation autour d'un point de fonctionnement.

Nous précisons dans ce qui suit les différentes formes d'incertitudes des modèles, nous déterminerons pour chaque type la matrice de transfert du modèle perturbé associée.

1.4.1 Incertitudes structurées :

En général, un système possède des incertitudes multiples et localisées. Le problème d'analyse de la stabilité robuste avec ce type d'incertitudes peut alors se ramener à une matrice d'incertitudes sous forme diagonale formée de blocs réels ou complexes, parfois répétés.

Les incertitudes structurées concernent les variations paramétriques des dynamiques des procédés et les coefficients des équations différentielles du procédé, elle engendre une forme de structuration dans la matrice des incertitudes Δ [3].

1.4.2 Incertitudes non structurées :

Les perturbations peuvent être rassemblées sous forme d'un seul et unique bloc Δ , qui représente les dynamiques en hautes fréquences. Ceci est dû au fait que des dynamiques sont négligées au cours de la modélisation. Cette représentation des incertitudes est dite « non structurée ».

Dans le cas des systèmes linéaires, le bloc d'incertitudes est symbolisé sous la forme d'une matrice de transfert. On représente cette matrice de transfert en fonction du procédé réel $G_p(s)$ et du modèle nominal $G(s)$. Les différents types d'incertitudes non structurées sont au nombre de trois : additives, multiplicatives en entrée et multiplicatives à la sortie ([6], [10]).

– Incertitudes additives :

Les formes additives se définissent comme des incertitudes absolues vis à vis du modèle nominal. Elles peuvent se représenter à l'aide du schéma bloc suivant :

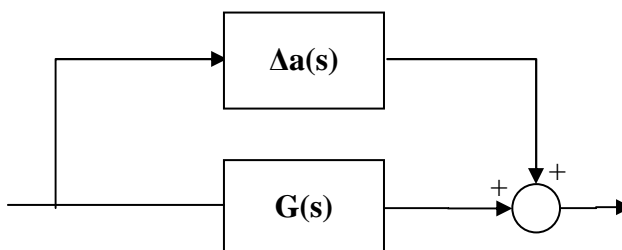


Figure (1.2) : Perturbation additive

L'expression des régimes perturbés est :

$$G_p(s) = G(s) + \Delta a(s) \quad (1.17)$$

Telles que : $G(s)$: modèle nominal du système.

$G_p(s)$: modèle réel du système.

$\Delta a(s)$: incertitude additive.

– Incertitudes multiplicatives en entrée :

Les formes multiplicatives en entrée se définissent comme des incertitudes relatives vis à vis de l'entrée du modèle nominal. Elles sont représentées par le schéma bloc ci-dessous :

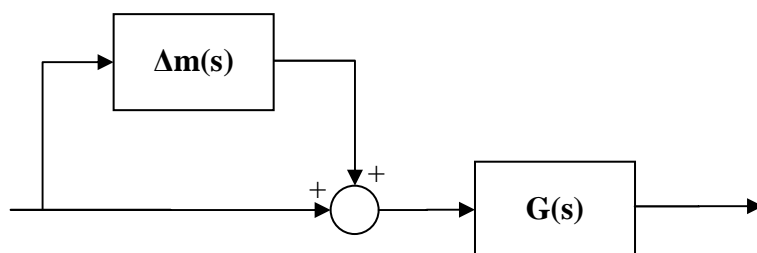


Figure (1.3) : Perturbation multiplicative en entrée

L'expression des régimes perturbés est :

$$G_p(s) = G(s)[I + \Delta m(s)] \quad (1.18)$$

Telles que : $G(s)$: modèle nominal du système.

$G_p(s)$: modèle réel du système.

$\Delta m(s)$: incertitude multiplicative.

– Incertitudes multiplicatives à la sortie :

Les formes multiplicatives en sortie se définissent comme des incertitudes relatives vis à vis de la sortie du modèle nominal. Elles peuvent se représenter à l'aide du schéma bloc suivant :

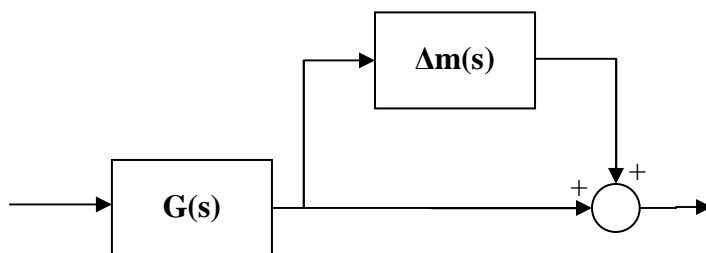


Figure (1.4) : Perturbation multiplicative à la sortie

L'expression des régimes perturbés est :

$$G_p(s) = [I + \Delta m(s)]G(s) \quad (1.19)$$

Telles que : $G(s)$: modèle nominal du système.

$G_p(s)$: modèle réel du système.

$\Delta m(s)$: incertitude multiplicative.

1.5 Valeurs singulières :

Les valeurs singulières quantifient les énergies des sorties, elles mesurent les gains principaux dans le plan fréquentiel [6]. Les gains principaux sont définis par les formules suivantes :

Soit A une matrice de transfert, ses gains principaux maximum et minimum sont données par :

$$\bar{\sigma}(A) \stackrel{\Delta}{=} \max_{\|x\|=1} \|Ax\| = \sqrt{\lambda_{\max}(A^* A)} \quad (1.20)$$

$$\underline{\sigma}(A) \stackrel{\Delta}{=} \min_{\|x\|=1} \|Ax\| = \sqrt{\lambda_{\min}(A^* A)} \quad (1.21)$$

Où : $\|\cdot\|$ désigne la norme Euclidienne, $\lambda[\]$ sont les valeurs propres et $[\]^*$ est le conjugué.

1.6 Conditions de robustesse :

La stabilité et les bonnes performances des systèmes multivariables en boucle fermée sont les priorités pour la commande robuste. Afin de connaître si une loi de commandes est robuste, des contraintes sur la stabilité et sur les performances sont introduites, ceci engendre la vérification de conditions, dites de robustesse sur la stabilité et sur les performances. Pour rappels, les considérations pour la synthèse de commandes robuste sont les suivantes [15] :

- a. poursuite des grandeurs de sorties ;
- b. rejet de l'effet des perturbations ;
- c. sensibilité aux incertitudes de modèles ;
- d. bonnes marges de stabilité ;
- e. sensibilité aux bruits de mesures.

1.6.1 Condition de robustesse sur la stabilité :

Un système multivariable est considéré comme stable s'il possède de bonnes marges de stabilité (marges de gain et de phase) : c'est le principal objectif de tout type de commande des systèmes multivariables. Toutefois, la synthèse pour l'obtention des contrôleurs s'effectue sur un modèle nominal, il ne décrit pas toujours le procédé réel avec exactitudes et précisions, d'où le recours à la notion d'incertitudes (section 1.4).

Définition : ([6], [19]) Supposons que le modèle nominal $G(s)$ soit stable (avec $\Delta_m(s) = 0$), alors le régime perturbé est également stable si et seulement si :

$$\sigma_{\max}[T(j\omega)] < \frac{1}{\sigma_{\max}[W_t(j\omega)]} \quad \forall \omega \geq 0 \quad (1.22)$$

Telle que : $W_t(s)$ est la matrice des spécifications sur la stabilité.

L'expression (1.22) indique la condition de robustesse sur la stabilité.

Il reste à définir la matrice des spécifications sur la stabilité. Généralement, le choix de cette matrice est effectué de telle sorte à ce que [6] :

$$\sigma_{\max} [\Delta_m(s)] \leq \sigma_{\max} [W_r(s)] \quad (1.23)$$

L'interprétation de l'expression (1.23) est la suivante : chaque régime perturbé lui correspond un modèle de perturbations, la stabilisation du système en boucle fermée est satisfaite si les gains principaux du Transfert $T(s)$ sont inférieurs à la valeur singulière maximale de la spécification sur la stabilité $W_r(s)$, son rôle est de prendre en compte tous les régimes perturbés tolérés. Les régimes perturbés seront donc stables et on parlera alors de robustesse du contrôleur $K(s)$.

1.6.2 Condition de Robustesse sur les performances :

Ayant abordé la robustesse sur la stabilité, il est aussi important d'apporter cette propriété sur les performances. Parmi les performances que doit satisfaire le contrôleur $K(s)$, on cite [1] :

- La régulation face aux effets des perturbations : insensibilités des sorties face aux perturbations agissant sur le système ;
- le découplage des entrées / sorties des systèmes ;
- la limitation des signaux critiques : délivrer aux actionneurs des signaux acceptables et surtout tolérables.

Concrètement, la robustesse sur les performances signifie que les performances désirées sont garanties pour tous les modèles perturbés tenu en compte dans la synthèse. Le raisonnement pour l'obtention de la robustesse sur les performances est similaire à celui pour la robustesse sur la stabilité, où l'on utilise une matrice d'incertitudes fictives (fixée par le cahier des charges).

Avoir de bonnes performances passe par minimiser certains signaux, particulièrement le signal d'erreurs $e(s)$. Sachant que le signal d'erreurs est défini par l'expression (1.14), minimiser le signal d'erreurs revient à minimiser la norme de la matrice de sensibilité $S(s)$.

Définition : ([6], [19]) si la robustesse sur la stabilité est respectée, alors le régime perturbé assure les performances désirées si et seulement si :

$$\sigma_{\max} [S(j\omega)] < \frac{1}{\sigma_{\max} [W_p(j\omega)]} \quad \forall \omega \geq 0 \quad (1.24)$$

Où : $W_p(s)$ désigne la matrice des spécifications sur les performances.

L'expression (1.24) représente la condition de robustesse sur les performances.

1.7 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons rappelé des notions utiles pour la commande multivariable. Nous avons également énoncé les différents types d'incertitudes possibles. Les conditions de robustesse avec les spécifications sur la stabilité et sur les performances ont été proposées. Toutes ces notions seront utilisées pour la synthèse de contrôleurs robustes par la méthode H_∞ .

CHAPITRE

2

**SYNTHESE DE
CONTROLEURS
ROBUSTES PAR H_∞**

2.1 Introduction :

Un système multivariable est dit robuste s'il demeure stable et assure les performances souhaitées même en présence d'incertitudes. Il faut trouver un contrôleur pour un système multivariable donné, de telle sorte à ce que la robustesse en boucle fermée soit toujours garantie.

La synthèse de commande robuste basée sur la norme H_∞ , développée dans les années 80 consiste à trouver une loi de commandes qui minimise l'effet des perturbations sur le comportement du système. Sous une forme plus simple, c'est un problème de rejet des perturbations. Le problème de robustesse est posé sur la stabilité et sur les performances mises sous forme de contraintes (voir chapitre 1). La notion de « Synthèse » est utilisée pour spécifier les objectifs à atteindre pour le système en boucle fermée. L'utilisation de la norme H_∞ permet la généralisation de la notion des gains sur les systèmes multivariables. Le problème optimal de synthèse par H_∞ consiste à trouver une loi de commandes (sous forme de contrôleur) qui minimise la norme de la matrice de transfert du système augmenté.

Dans ce qui suit, nous présenterons les étapes pour la synthèse de contrôleurs robustes par H_∞ . Mais auparavant, on s'intéresse la formulation du problème standard qui constitue un outil de base pour la commande robuste.

2.2 Formulation du Problème standard :

Plusieurs représentations peuvent être employées pour les problèmes de commandes des systèmes multivariables en boucle fermée, tels que les problèmes d'optimisation par H_2 et H_∞ . Il est donc pratique d'avoir recours à une formulation générale, afin d'avoir un « problème standard » pour ce type de commandes. Nous présentons ci-après une formulation du problème standard pour la synthèse H_∞ qui reste également valable pour la synthèse par H_2 .

Sachant qu'une loi de commandes est déterminée pour contrôler les sorties du procédé, qui est soumis aux perturbations, il est logique de prendre dans la synthèse le modèle du procédé bien sûr, mais également les modèles des perturbations et un modèle pour les performances.

Le schéma synoptique de la figure (2.1) montre la configuration du problème standard.

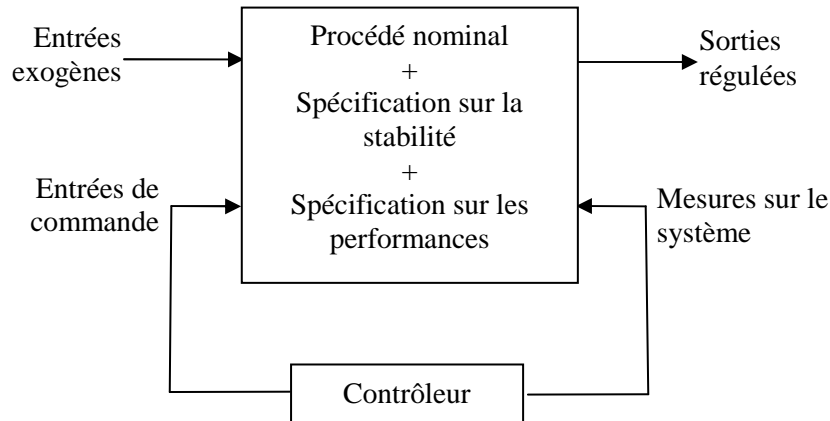


Figure (2.1) : Schéma synoptique du problème standard

La configuration du système multivariable en boucle fermée avec les différentes spécifications (ou fonctions de pondérations) est illustrée sur la figure (2.2).

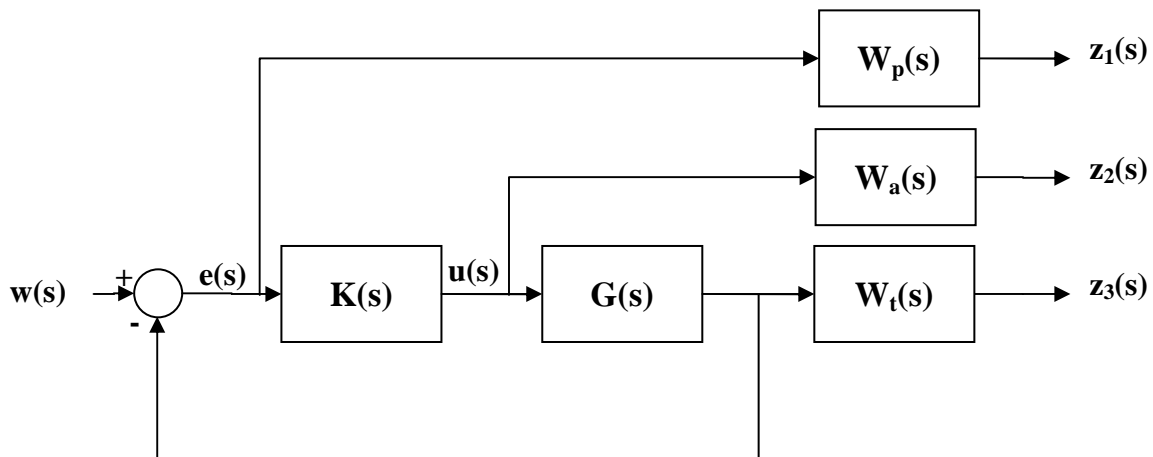


Figure (2.2) : Formulation du problème Standard

Où : $W_t(s)$: matrice de transfert de la spécification sur la stabilité.

$W_a(s)$: matrice de transfert relative à l'erreur de type additive.

$W_p(s)$: matrice de transfert de la spécification sur les performances.

Remarque : dans ce qui suit on s'intéresse uniquement au cas où les incertitudes sont de type non structurées.

La configuration générale du problème standard [5] est présentée sur la figure (2.3) (représentation LFT ou Linear Fractional Transformations ([7], [21])).

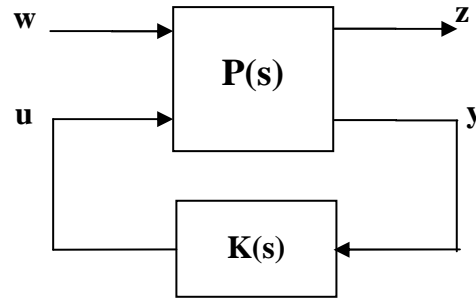


Figure (2.3) : Problème standard (représentation LFT)

- Où :
- u : commandes du système (dimension « m »)
 - w : entrées exogènes (consignes) (dimension « l »)
 - y : mesures sur le système (sorties) (dimension « q »)
 - z : sorties régulées (dimension « p »)
 - x : vecteur d'état (dimension « n »)

La résolution du problème standard (ou problème de sensibilité mixte généralisé) passe par trouver une loi de commandes u -délivrée par un contrôleur $K(s)$ - telle que : $u = K(s)y$ en minimisant l'influence du signal des perturbations w sur le signal de sorties z , soit :

$$\left\| \begin{bmatrix} W_p S \\ W_a R \\ W_t T \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (2.1)$$

Les différentes matrices sont englobées en un seul système, appelé Système Augmenté $P(s)$. Il est défini par les équations d'état suivantes ([7], [18]) :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \\ z = C_1 x + D_{12} u \\ y = C_2 x + D_{21} w \end{cases} \quad (2.2)$$

L'avantage de recourir à ces équations d'état est qu'on a une connaissance complète du système et des fonctions de pondérations ($W_i(s)$, $W_a(s)$ et $W_p(s)$).

Sous la forme d'une représentation LFT :

$$P(s) = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array} \right] \quad (2.3)$$

Sous forme de matrice de transfert :

$$P(s) = \begin{bmatrix} W_p & -W_p G \\ 0 & W_a \\ 0 & W_t G \\ I & -G \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

On associe au problème standard la fonction coût T_{zw} suivante :

$$T_{zw}(s) = p_{11}(s) + p_{12}(s)K(s) + [I - p_{22}(s)K(s)]^{-1} p_{21}(s) \quad (2.5)$$

$$\text{Avec : } P(s) = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix}$$

$$\text{D'où : } z(s) = T_{zw}(s)w(s) \quad (2.6)$$

Le problème H_∞ admet deux solutions possibles. La première solution se base sur la résolution d'équations de Riccati ([5], [8]). Elle est jugée plus rapide à mettre en œuvre. Toutefois, la résolution par les équations de Riccati requiert la vérification d'hypothèses, ce qui peut compliquer l'obtention des solutions. La deuxième solution permet de contourner la vérification de ces hypothèses mais introduit une plus grande complexité algorithmique. Cette approche est basée sur la résolution du problème d'optimisation sous contraintes d'inégalités linéaires matricielles (Linear Matrix Inequalities) (LMI) [2]. Cette technique de résolution est récente.

On optera pour le développement de la résolution par les équations de Riccati.

La solution du problème H_∞ repose sur la vérification des hypothèses suivantes [7]:

(H1) - la paire (A, B_2) est stabilisable et la paire (A, C_2) est détectable.

(H2) - D_{12} et D_{21} sont de plein rang.

$$\text{(H3) - } \text{rang} \begin{bmatrix} A - j\omega I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = n + m$$

$$\text{(H4) - } \text{rang} \begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} = n + q$$

Sous la vérification des hypothèses (H1) à (H4), nous allons exposer la résolution du problème d'optimisation par la méthode H_∞ .

2.3 Problème d'optimisation par H_∞ :

Nous allons illustrer les étapes pour l'obtention du contrôleur $K(s)$. Pour cela, nous présentons la résolution du problème H_∞ . En premier lieu on définit la norme H_∞ d'une matrice de transfert $G(s)$, tel que : $y(s) = G(s)u(s)$

$$\|G(j\omega)\|_\infty = \max_{\omega} \bar{\sigma}(G(j\omega)) \quad (2.7)$$

On désigne par H_∞ l'espace comprenant tous les systèmes linéaires et invariants (LTI), stables et par la norme H_∞ la mesure scalaire que prend le gain d'une matrice de transfert $G(j\omega)$ ([9], [13]). D'un autre point de vue, la norme H_∞ peut s'interpréter comme l'énergie maximale de la sortie du système y pour tous les signaux possibles de la commande u . La norme H_∞ est très populaire et très utilisée en commande robuste du fait qu'elle est pratique pour la représentation des modèles des incertitudes non structurées [18].

Le problème d'optimisation par H_∞ a pour objectif de trouver un contrôleur $K(s)$ stabilisant le procédé, de tel sorte à minimiser le transfert entre les entrées w et les sorties z , soit :

$$\|T_{zw}(j\omega)\|_\infty = \max_{\omega} \bar{\sigma}(T_{zw}(j\omega)) \quad (2.8)$$

Pour l'obtention de la structure du contrôleur $K(s)$ par la méthode H_∞ , deux problèmes sont considérés ([7], [16]).

- **Problème optimal :** il s'agit de trouver un contrôleur $K(s)$ tel que $\|T_{zw}(j\omega)\|_\infty$ soit minimale. Connaître la norme H_∞ minimale atteignable peut être théoriquement utile car on fixe une limite aux performances que l'on peut obtenir. Cela dit, en pratique il n'est pas obligatoire d'aboutir au contrôleur « optimal » pour le problème H_∞ .

C'est pour cela qu'on s'intéresse au problème H_∞ « sous-optimal », où l'on cherche à réduire la norme H_∞ au dessous d'un seuil positif γ .

- **Problème sous-optimal :** soit γ_{\min} le seuil minimum pour la norme $\|T_{zw}(j\omega)\|_\infty$ de tous les contrôleurs $K(s)$ stabilisant le système. Alors pour γ donné tel que : $\gamma > \gamma_{\min}$ chercher un contrôleur $K(s)$ qui assure la stabilité de manière interne et satisfait la condition suivante :

$$\|T_{zw}(j\omega)\|_\infty \leq \gamma \quad \text{pour } \gamma > 0 \quad (2.9)$$

Pour le problème standard de la figure (2.3) défini par les équations (2.2) à (2.6) et vérifiant les hypothèses (H1) à (H4), il existe un contrôleur $K(s)$ qui assure la stabilité interne [8] tel que $\|T_{zw}(j\omega)\|_\infty \leq \gamma$ si et seulement si ([7], [18]) :

$$\text{i. } H_\infty \in \text{dom}(\text{Ric}) \text{ et } X_\infty = \text{Ric}(H_\infty) \geq 0 \quad (2.10)$$

$$\text{ii. } J_\infty \in \text{dom}(\text{Ric}) \text{ et } Y_\infty = \text{Ric}(J_\infty) \geq 0 \quad (2.11)$$

$$\text{iii. } \max|\lambda(X_\infty Y_\infty)| < \gamma^2 \quad (2.12)$$

Telles que : X_∞ et Y_∞ sont les solutions des Hamiltoniens ci-dessous :

$$H_\infty : \begin{bmatrix} A & \gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T \\ -C_1^T C_1 & -A^T \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$J_\infty : \begin{bmatrix} A^T & \gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2 \\ -B_1 B_1^T & -A \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Et leurs correspondent les équations de Riccati ci-dessous :

$$A^T X + XA + C_1^T C_1 + X(\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T)X = 0 \quad (2.15)$$

$$AY + YA^T + B_1 B_1^T + Y(\gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2)Y = 0 \quad (2.16)$$

Dans ce cas, le contrôleur $K(s)$ satisfaisant la condition : $\|T_{zw}(j\omega)\|_\infty \leq \gamma$ a pour expression la représentation LFT suivante : $K(s) = F_\ell(M_\infty, Q)$ avec :

$$M_\infty = \left[\begin{array}{c|cc} A_\infty & -Z_\infty L_\infty & Z_\infty B_2 \\ \hline F_\infty & 0 & I \\ -C_2 & I & 0 \end{array} \right] \quad (2.17)$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} A_\infty = A + \gamma^{-2} B_1 B_1^T X_\infty + B_2 F_\infty + Z_\infty L_\infty C_2 \\ F_\infty = -B_2 X_\infty \\ L_\infty = -Y_\infty C_2^T \\ Z_\infty = (I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1} \end{cases} \quad (2.18)$$

$Q(s)$ est n'importe quelle fonction de transfert stable de norme H_∞ inférieure à γ , soit : $\|Q\|_\infty < \gamma$.

Un cas particulier est le contrôleur central, il est obtenu si : $Q(s) = 0$. Le contrôleur $K(s)$ s'écrit alors de la sorte :

$$K(s) = \left[\begin{array}{c|c} A_\infty & -Z_\infty L_\infty \\ \hline F_\infty & 0 \end{array} \right] \quad (2.19)$$

$$\text{Soit : } K(s) = -Z_\infty L_\infty (sI - A_\infty)^{-1} F_\infty \quad (2.20)$$

Le contrôleur obtenu est appelé contrôleur central, il possède un nombre d'états égal à celui du système augmenté $P(s)$. Ce contrôleur est séparé en deux :

$$- \text{ Estimation d'état : } \quad \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B_1\gamma^{-2}B_1^T X_\infty \hat{x} + B_2 u + Z_\infty L_\infty (C_2 \hat{x} - y) \quad (2.21)$$

$$- \text{ Retour d'état : } \quad u = F_\infty \hat{x} \quad (2.22)$$

La séparation de la structure du contrôleur rappelle la structure du contrôleur LQG. La différence est dans le terme $\omega = \gamma^{-2}B_1^T X_\infty \hat{x}$: ce terme additionnel peut être interprété comme un bruit introduit lors de l'estimation.

2.4 Sensibilité Mixte :

Le problème de sensibilité mixte est un cas spécial du problème H_∞ standard. Il consiste à trouver un contrôleur robuste $K(s)$ capable de maintenir la stabilité en boucle fermée et d'assurer les performances requises ([3], [20]) tel que :

$$\|T_{zw}(j\omega)\|_\infty = \left\| \begin{bmatrix} W_p S \\ W_t T \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (2.23)$$

Avec : W_t et W_p sont respectivement les spécifications sur la stabilité et sur les performances.

Plusieurs critères nécessaires doivent être garantis dans la commande des systèmes multivariables en boucle fermée : l'atténuation et le rejet des perturbations, la limitation de l'énergie délivrée au système, et bien sûr la robustesse [11]. En incluant la sensibilité $S(s)$ dans la synthèse, ceci aura pour conséquence l'atténuation de l'effet des perturbations, tandis que la sensibilité complémentaire $T(s)$ aura pour effet d'avoir le problème de poursuite de la sortie z sur l'entrée w [18]. L'association de la fonction de sensibilité $S(s)$ donnera lieu à un contrôleur qui assure la stabilité en boucle fermée et atténue les pics de résonances sur la valeur singulière maximale de la sensibilité $S(s)$ [12].

Dans ce cas, le problème H_∞ standard devient de la sorte :

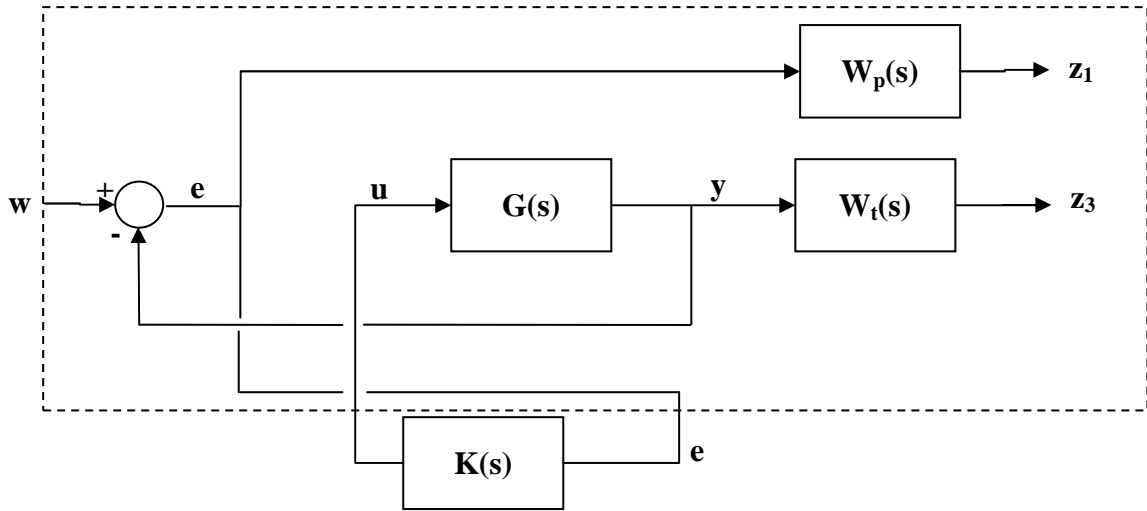


Figure (2.4) : problème de sensibilité mixte sous forme standard

D'après la configuration présentée sur la figure (2.4), on note que :

$$e = w - G(s)u \quad (2.24)$$

$$z_1 = w_p(s)e = w_p(s)(w - G(s)u) \quad (2.25)$$

$$z_3 = w_t(s)G(s)u \quad (2.26)$$

Sous forme matricielle, on écrit :

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_3 \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_p & -W_p G \\ 0 & W_t G \\ I & -G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Le système augmenté P utilisé pour la synthèse du contrôleur a pour expression :

$$P = \begin{bmatrix} W_p & -W_p G \\ 0 & W_t G \\ I & -G \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Telle que :

$$\begin{aligned} P_{11} &= \begin{bmatrix} W_p \\ 0 \end{bmatrix} & P_{12} &= \begin{bmatrix} -W_p G \\ W_t G \end{bmatrix} \\ P_{21} &= I & P_{22} &= -G \end{aligned} \quad (2.29)$$

La solution au problème d'optimisation par H_∞ précédemment énoncé sera réalisée par l'itération sur le paramètre γ et le contrôleur robuste $K(s)$ optimal devra satisfaire la condition : $\|T_{zw}(j\omega)\|_\infty < \gamma$. Donc, le paramètre γ permettra de satisfaire le compromis « Stabilité / Performances ».

2.5 Procédure d'optimisation par H_∞ :

Nous avons présenté le problème H_∞ avec les étapes pour la détermination des contrôleurs robustes. Toutes ces étapes de calculs peuvent être jugées longues avant l'obtention de la structure du contrôleur, car il faut les effectuer pour chaque valeur du paramètre γ . Il est donc préférable de recourir à un algorithme de calculs, ce qui permettra l'obtention du contrôleur robuste de façon plus rapide et plus précise.

On présente un algorithme de calcul pour la détermination du contrôleur robuste.

- 1.** choix des spécifications W_t , W_p et W_a .
- 2.** réalisation du système augmenté $P(s)$.
- 3.** prendre $\gamma = 1$, faire la synthèse du contrôleur H_∞ .
- 4.** calcul de la fonction coût T_{zw} .
- 5.** Si $\|T_{zw}(j\omega)\|_\infty \leq 1$ aller à **7.**
- 6.** sinon ajuster γ et aller à **2.**
- 7.** Evaluation des résultats fréquentiels et temporels.
- 8.** Si les résultats sont satisfaisants aller à **10.**
- 9.** Sinon ajuster γ et aller à **1.**
- 10.** Fin.

La figure (2.5) illustre l'algorithme d'optimisation par H_∞ , mis sous la forme d'un organigramme.

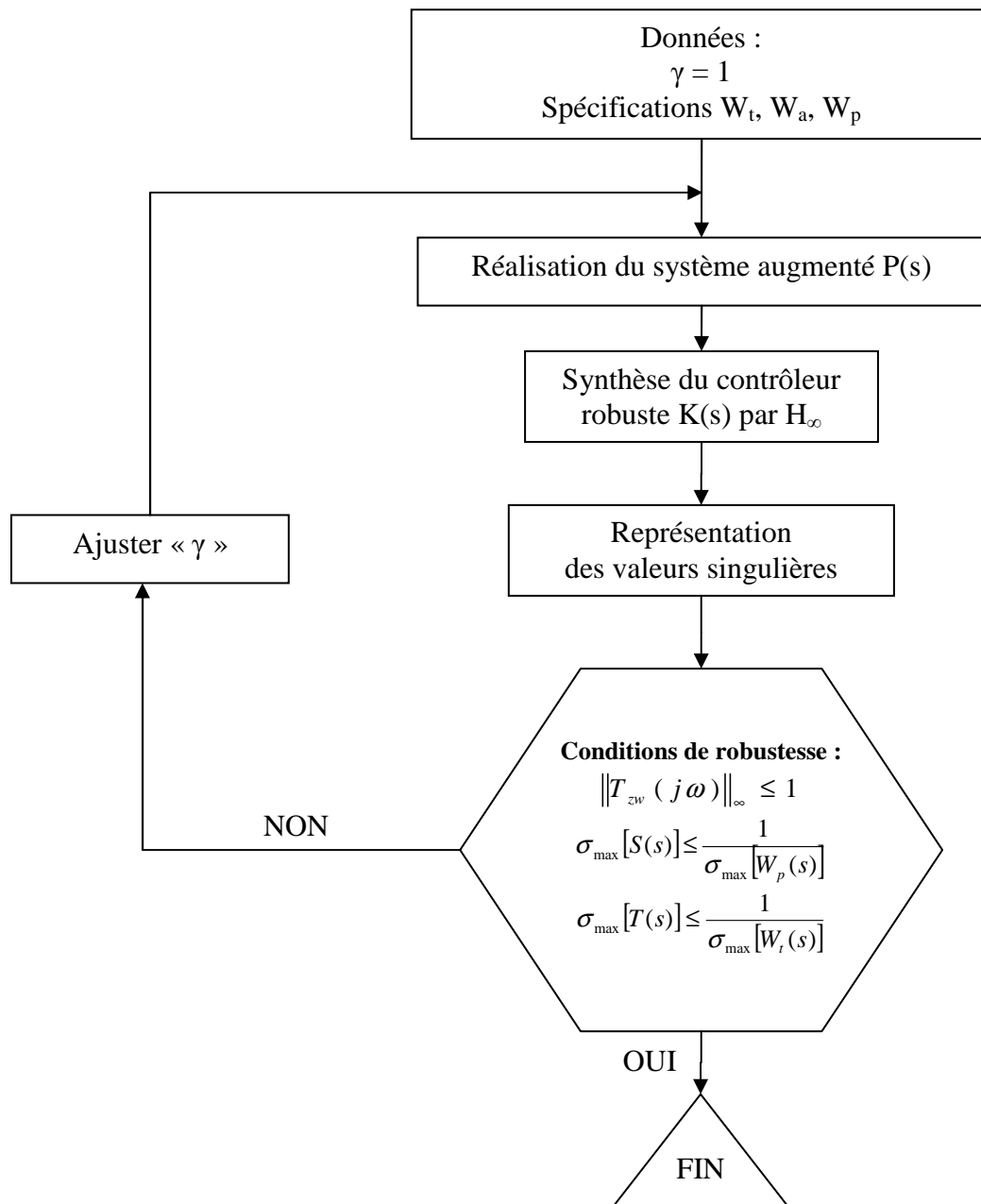


Figure (2.5) : Organigramme de la procédure d'optimisation par H_∞

Grâce à cet algorithme, il sera plus rapide d'aboutir à la structure des contrôleurs $K(s)$, en plus d'avoir la possibilité d'affiner les résultats de la synthèse avec paramètre d'ajustement γ . L'implémentation sera réalisée par les logiciels présents dans la bibliothèque Robust Control Toolbox de MATLAB [4].

2.6 Conclusion :

Ce chapitre a fait l'objet de la présentation de la synthèse de contrôleurs robustes par la technique H_∞ . Nous avons exposé la théorie pour l'obtention d'une loi de commandes robustes. Nous avons remarqué que la détermination du contrôleur robuste par la méthode H_∞ est fastidieuse, on a proposé une alternative avec un algorithme d'optimisation basé sur la minimisation de la norme H_∞ des matrices de transfert. Cet algorithme sera appliqué dans les prochains chapitres sur des systèmes multivariables pour la commande robuste.

CHAPITRE

3

**COMMANDE ROBUSTE
D'UNE
MACHINE ASYNCHRONE**

3.1 Présentation du procédé de la machine asynchrone :

Pour l'application de l'algorithme d'optimisation par H_∞ , on choisit un procédé multivariable décrivant le fonctionnement d'une machine asynchrone à double alimentation (MADA).

La dynamique du système de la machine asynchrone est décrite par les équations différentielles suivantes :

Les équations des composantes du vecteur tension statorique :

$$V_{ds} = R_s I_{ds} + \frac{d\Phi_{ds}}{dt} - \omega_s \Phi_{qs} \quad (3.1)$$

$$V_{qs} = R_s I_{qs} + \frac{d\Phi_{qs}}{dt} - \omega_s \Phi_{ds} \quad (3.2)$$

Les équations des composantes du vecteur tension rotorique :

$$V_{dr} = R_r I_{dr} + \frac{d\Phi_{dr}}{dt} - \omega_r \Phi_{qr} \quad (3.3)$$

$$V_{qr} = R_r I_{qr} + \frac{d\Phi_{qr}}{dt} - \omega_r \Phi_{dr} \quad (3.4)$$

Les équations des composantes du vecteur flux statorique :

$$\Phi_{ds} = L_s I_{ds} + M I_{dr} \quad (3.5)$$

$$\Phi_{qs} = L_s I_{qs} + M I_{qr} \quad (3.6)$$

Les équations des composantes du vecteur flux rotorique :

$$\Phi_{dr} = L_r I_{dr} + M I_{ds} \quad (3.7)$$

$$\Phi_{qr} = L_r I_{qr} + M I_{qs} \quad (3.8)$$

L'équation du couple électromagnétique :

$$C_{cm} = p \frac{M}{L_s} (\Phi_{ds} I_{qr} - \Phi_{qs} I_{dr}) \quad (3.9)$$

L'équation mécanique :

$$C_{em} = C_r + J \frac{d\Omega}{dt} + f\Omega \quad (3.10)$$

Avec :

V_{dr}, V_{qr} : Composantes du vecteur tension rotorique selon l'axe « d » et « q ».

V_{ds}, V_{qs} : Composantes du vecteur tension statorique selon l'axe « d » et « q ».

I_{ds}, I_{qs} : Composantes du vecteur courant statorique selon l'axe « d » et « q ».

I_{dr}, I_{qr} : Composantes du vecteur courant rotorique selon l'axe « d » et « q ».

Φ_{ds}, Φ_{qs} : Composantes du vecteur flux statorique selon l'axe « d » et « q ».

Φ_{dr}, Φ_{qr} : Composantes du vecteur flux rotorique selon l'axe « d » et « q ».

R_s, R_r : résistances (d'une phase) de l'enroulement statorique et rotorique.

L_s, L_r : inductances cycliques du stator et du rotor.

M : inductance mutuelle cyclique.

p : nombre de paires de pôles de la machine asynchrone.

C_r : couple résistant.

f : coefficient du frottement visqueux.

J : moment d'inertie.

Les grandeurs à commander sont les tensions de sorties V_{ds} et V_{qs} . Après quelques transformations mathématiques sur les précédentes équations et l'application des valeurs numériques des différents paramètres, on aboutit au modèle suivant :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_{dr} \\ \dot{\phi}_{qr} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -16,7157 & 146,6 \\ -146,6 & -16,7157 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{dr} \\ \phi_{qr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{dr} \\ V_{qr} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -18,5945 & 186,3924 \\ 186,3924 & -18,5945 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{dr} \\ \phi_{qr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1,1124 & 0 \\ 0 & 1,1124 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{dr} \\ V_{qr} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.11)$$

– Modes du procédé :

On souhaite déterminer les modes de ce procédé :

$$\begin{aligned} (sI - A) &= \begin{bmatrix} s+16,7157 & -146,6 \\ 146,6 & s+16,7157 \end{bmatrix} \\ \det(sI - A) &= \begin{vmatrix} s+16,7157 & -146,6 \\ 146,6 & s+16,7157 \end{vmatrix} = (s+16,7157)^2 + (146,6)^2 = (s^2 + 33,4314s + 21770,97463) \end{aligned}$$

Les modes du procédé de la machine asynchrone sont :

$$p = \{-16,7157 + 146,6i \quad , \quad -16,7157 - 146,6i\} \quad (3.12)$$

Les modes ne contiennent pas de parties réelles positives. Le système est stable.

– **Matrice de transfert du procédé « $G(s)$ » :**

On cherche la représentation fréquentielle du procédé, en déterminant sa la matrice de transfert :

$$\begin{aligned}
 G(s) &= C(sI - A)^{-1}B + D \\
 (sI - A) &= \begin{bmatrix} s + 16,7157 & -146,6 \\ 146,6 & s + 16,7157 \end{bmatrix} \\
 (sI - A)^{-1} &= \frac{1}{s^2 + 33,4314s + 21770,97463} \begin{bmatrix} s + 16,7157 & 146,6 \\ -146,6 & s + 16,7157 \end{bmatrix} \\
 G(s) &= \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \\
 G(s) &= \begin{bmatrix} \frac{1,1124(s + 8,36 - 214,4530i)(s + 8,36 + 214,4530i)}{(s + 16,72 - 146,6i)(s + 16,72 + 146,6i)} & \frac{186,3924(s + 31,34)}{(s + 16,72 - 146,6i)(s + 16,72 + 146,6i)} \\ -\frac{186,3924(s + 31,34)}{(s + 16,72 - 146,6i)(s + 16,72 + 146,6i)} & \frac{1,1124(s + 8,36 - 214,4530i)(s + 8,36 + 214,4530i)}{(s + 16,72 - 146,6i)(s + 16,72 + 146,6i)} \end{bmatrix} \quad (3.13)
 \end{aligned}$$

3.2 **Etude du procédé de la machine asynchrone en boucle ouverte :**

Avant d'entamer la synthèse de la loi de commandes robuste, il est nécessaire d'étudier le procédé en boucle ouverte, afin de connaître son comportement dynamique et statique. C'est une analyse de la machine asynchrone. Pour cela, les caractéristiques suivantes sont déterminées :

- Conditionnement : quantification du couplage du système.
- Gains principaux du procédé en boucle ouverte : représentation dans le plan fréquentiel.
- Réponses indicielles : évolution des grandeurs de sorties sur le plan temporel.

Pour la quantification du conditionnement d'un système multivariable $G(s)$, on utilise l'expression du conditionnement [17] suivante :

$$\text{Cond} = \frac{\sigma_{\max}(G(j\omega))}{\sigma_{\min}(G(j\omega))} \quad (3.14)$$

Où : $\sigma_{\max}(G(j\omega))$ et $\sigma_{\min}(G(j\omega))$ sont respectivement les gains principaux maximum et minimum de $G(s)$.

Le conditionnement du procédé de la machine asynchrone en boucle ouverte est illustré sur la figure (3.1).

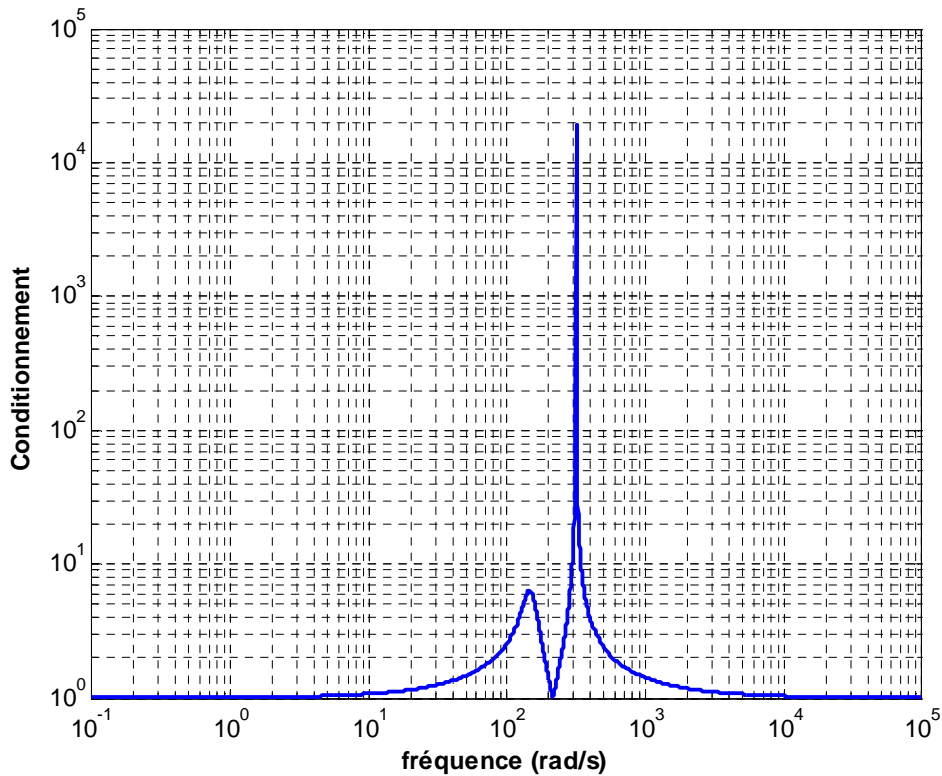


Figure (3.1) : Conditionnement en boucle ouverte

On remarque que le conditionnement a des valeurs importantes sur une plage de fréquences, de 10 rad/s à 3000 rad/s. Ceci se traduit par un fort couplage des entrées / sorties sur cette plage de fréquences. On conclut que le procédé en boucle ouverte est mal conditionné sur cette plage de fréquences. Les gains principaux en boucle ouverte sont montrés sur la figure (3.2).

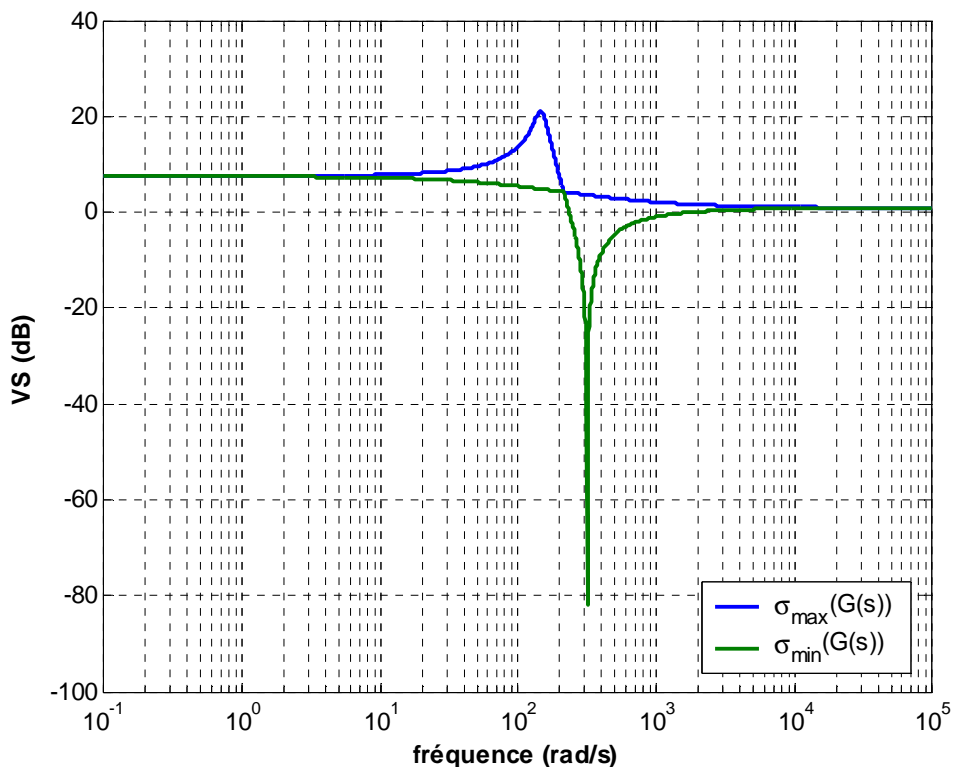


Figure (3.2) : Gains principaux en boucle ouverte

L'allure des gains principaux du procédé en boucle ouverte confirme l'existence du couplage des entrées/sorties, on observe un écart entre les gains principaux sur la plage de fréquences citée plus haut.

On présente l'évolution des sorties de la boucle ouverte pour des échelons unitaires, illustrée sur la figure (3.3).

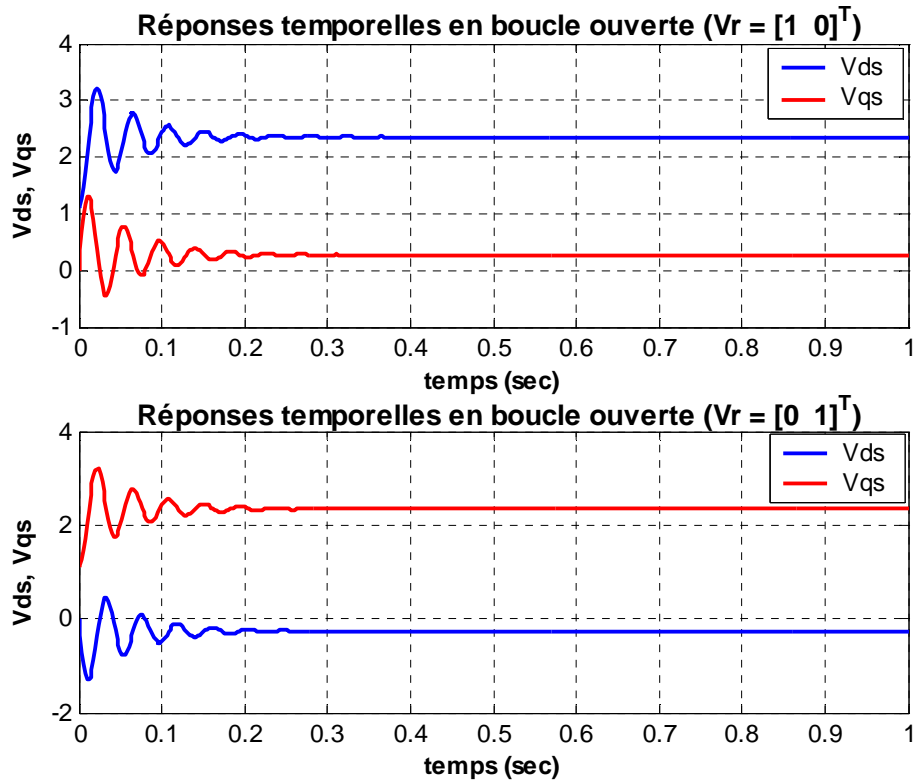


Figure (3.3) : Réponses temporelles en boucle ouverte

A partir des résultats temporels et fréquentiels, les observations sur les performances du procédé de la machine asynchrone sont :

- le couplage est observé sur une plage de fréquences (entre 10 rad/s et 3000 rad/s) ;
- la présence d'erreurs statiques ;
- l'apparition des dépassements en régime transitoire.

Au vu des résultats précédents et après avoir analysé la boucle ouverte du procédé, on peut affirmer qu'il est stable. Cependant, les performances ne sont pas satisfaisantes et requièrent des améliorations. On envisage de déterminer un contrôleur robuste basé sur la synthèse par H_∞ .

Dans la suite, on passe à la recherche des spécifications de robustesse sur la stabilité et sur les performances.

3.3 Détermination des spécifications sur la robustesse :

La détermination des spécifications sur la robustesse constitue une étape importante pour l'algorithme d'optimisation par H_∞ . Elle permettra de définir le niveau de stabilité et les performances requises pour la synthèse H_∞ .

3.3.1 Spécification sur la stabilité $W_t(s)$:

Dans un premier temps, on cherche la perturbation multiplicative à la sortie $\Delta_m(s)$. Cette perturbation est bornée par la spécification de robustesse sur la stabilité $W_t(s)$. La figure (3.4) montre la configuration du procédé de la machine synchrone en boucle fermée en présence d'incertitudes multiplicatives à la sortie.

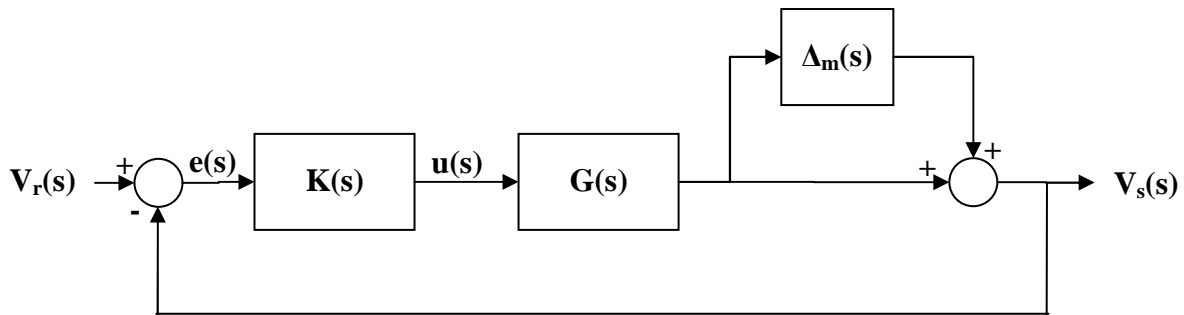


Figure (3.4) : Système multivariable bouclé avec incertitudes multiplicatives en sortie

On essaye de borner les incertitudes multiplicatives en sortie $\Delta_m(s)$ par une expression mathématique, elle doit satisfaire la condition (1.23). Le choix de la spécification de robustesse sur la stabilité $W_t(s)$ est :

$$W_t(s) = \begin{bmatrix} 0,85(1+0,0165s) & 0 \\ 0 & 0,85(1+0,0165s) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

3.3.2 Spécification sur les performances $W_p(s)$:

La spécification $W_p(s)$ est introduite pour quantifier les performances souhaitées pour la synthèse. La spécification sur les performances a pour forme :

$$W_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{1+\alpha s}{\alpha s} & 0 \\ 0 & \frac{1+\alpha s}{\alpha s} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Cette structure est validée pour plusieurs raisons : d'abord c'est une matrice de transfert à un seul paramètre, d'où une simplicité d'ajustement des performances désirées. En plus, l'utilisation de cette matrice de transfert permettra d'imposer une erreur statique nulle.

Le paramètre α est choisi égal à la constante de temps dominante, ce qui permettra d'avoir un temps de réponse de même ordre de grandeur que celui de la boucle ouverte, donc on n'aura pas d'écart avec la dynamique de la boucle ouverte.

Le paramètre α est choisi égal à : $\alpha = 0,059$.

La matrice des spécifications sur les performances $W_p(s)$ est :

$$W_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{1+0,059s}{0,059s} & 0 \\ 0 & \frac{1+0,059s}{0,059s} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Les valeurs singulières maximales des matrices des spécifications sur la stabilité et sur les performances $W_t(s)$ et $W_p(s)$ sont données sur les figures (3.5) et (3.6).

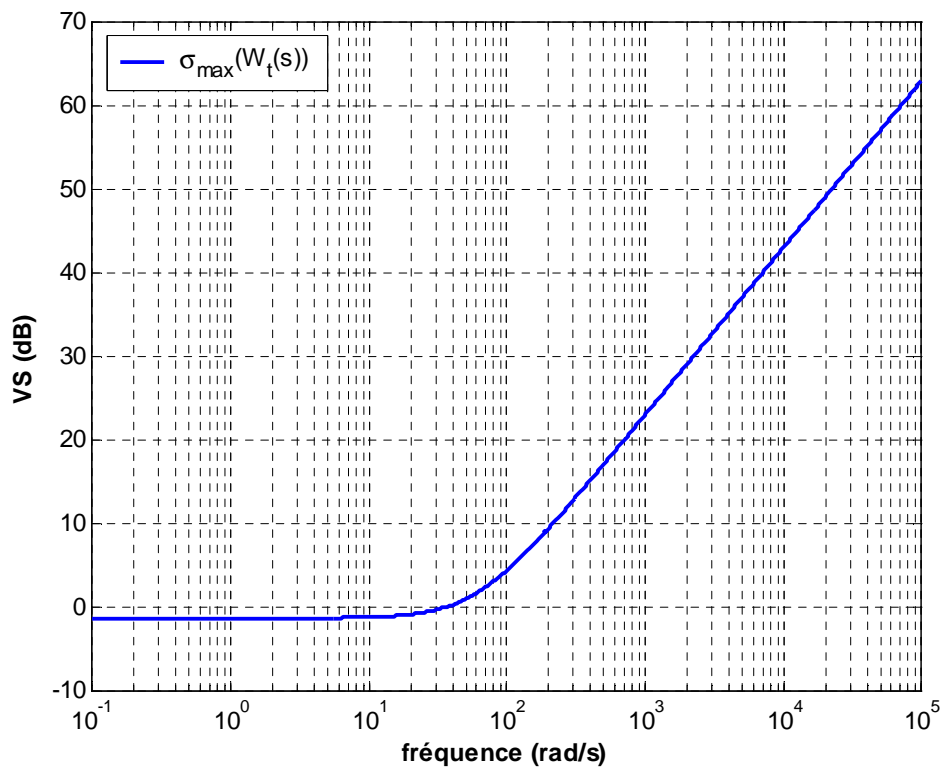


Figure (3.5) : Valeur singulière maximale de $W_t(s)$

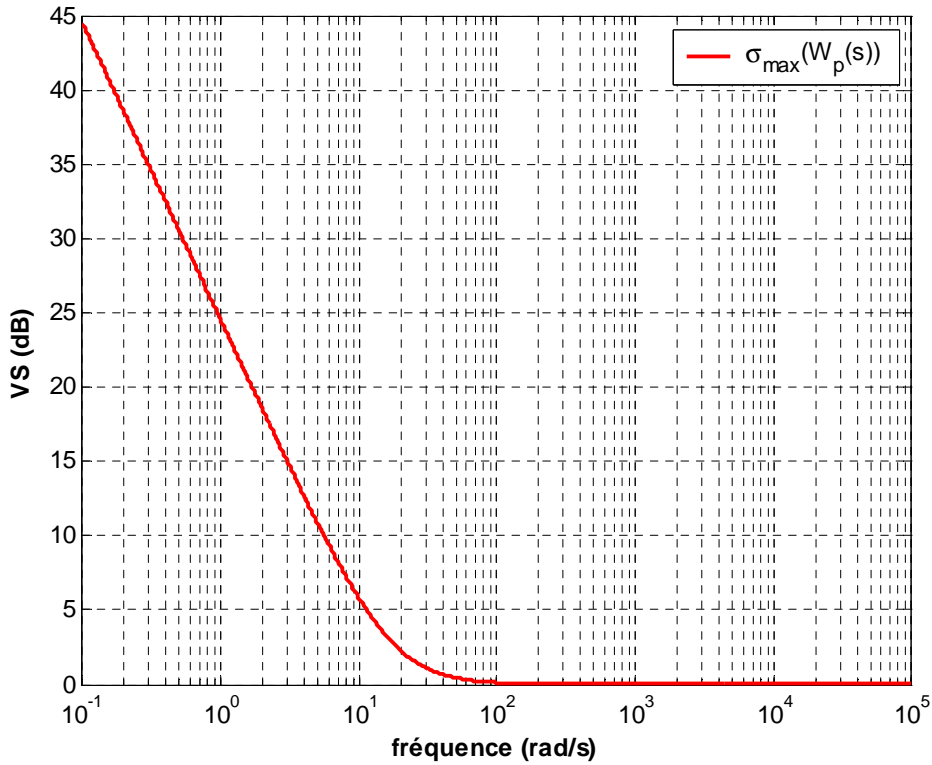


Figure (3.6) : Valeur singulière maximale de $W_p(s)$

Les conditions de robustesse sur la stabilité et les performances sont illustrées sur la figure (3.7)

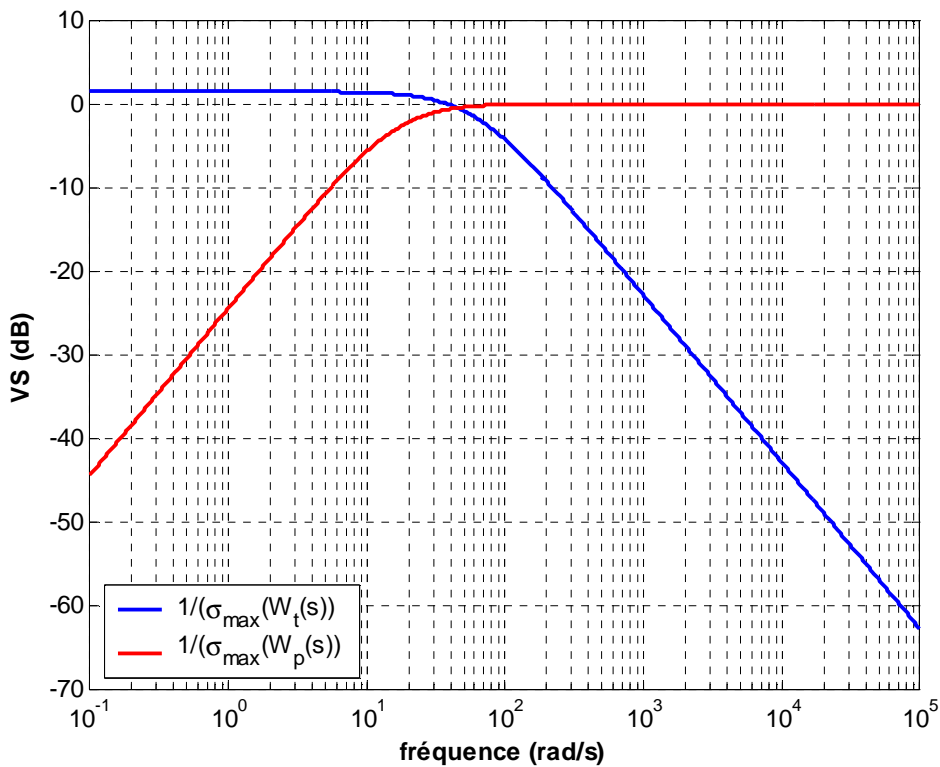


Figure (3.7) : Conditions de robustesse

A présent, on va effectuer la synthèse H_∞ pour l'obtention du contrôleur robuste. L'objectif est de garder le procédé de la machine asynchrone en boucle fermée stable et de réaliser les performances souhaitées.

3.4 Synthèse H_∞ :

L'analyse du procédé de la machine asynchrone sans correcteur a permis d'observer que le procédé de la machine asynchrone en boucle ouverte est stable. On relève tout de même des performances moyennes. On cherche un correcteur pour les améliorer. La solution proposée consiste à effectuer une synthèse de commande robuste par technique H_∞ .

Nous avons au préalable déterminé les spécifications de robustesse sur la stabilité et sur les performances, respectivement $W_i(s)$ et $W_p(s)$. On entame la phase synthèse du contrôleur basé sur l'algorithme d'optimisation par H_∞ (section 2.5). Il faut trouver le paramètre d'ajustement γ pour la minimisation de la norme H_∞ , soit : $\|T_{zw}(j\omega)\|_\infty \leq \gamma$.

La simulation du système en présence du contrôleur s'effectue en utilisant le logiciel hinf, présent dans MATLAB (Robust Control Toolbox) [4]. Les résultats de la synthèse sont présentés dans ce qui suit, ainsi que leurs commentaires.

L'utilisation de l'algorithme d'optimisation par H_∞ nécessite plusieurs essais pour aboutir au contrôleur $K(s)$. La valeur du paramètre d'ajustement γ égal à : $\gamma = 0,9089$.

Le contrôleur $K(s)$ est obtenu sous forme d'équations d'état, où les matrices d'état sont :

$$A_k = \begin{bmatrix} -0.0009348 & -314.2 & 0.8387 & -4.899 & 0.5522 & 0.3499 \\ 314.2 & -0.0009348 & 4.899 & 0.8387 & 0.3499 & -0.5522 \\ 0.03004 & -0.2375 & -36 & -0.003708 & -671.9 & -0.7501 \\ 0.2375 & 0.03004 & 0.003708 & -36 & -0.7501 & 671.9 \\ 0.4928 & 0.07363 & -565.2 & -0.6302 & -1.055 \times 10^4 & 7.263 \times 10^{-5} \\ 0.07363 & -0.4928 & -0.6302 & 565.2 & 7.263 \times 10^{-5} & -1.055 \times 10^4 \end{bmatrix}$$

$$B_k = \begin{bmatrix} 0.002189 & -0.0002619 \\ -0.0002619 & -0.002189 \\ -2.878 & 0.3281 \\ 0.3281 & 2.878 \\ 42.08 & -4.845 \\ 4.845 & 42.08 \end{bmatrix}$$

(3.18)

$$C_k = \begin{bmatrix} -165.4 & 31.5 & -4.825 & 0.5638 & -0.3147 & -0.03656 \\ 31.5 & 165.4 & 0.5638 & 4.825 & 0.03656 & -0.3147 \end{bmatrix}$$

$$D_k = \begin{bmatrix} 3.776 \times 10^{-9} & 0 \\ 0 & 3.776 \times 10^{-9} \end{bmatrix}$$

La matrice de transfert du contrôleur $K(s)$ est obtenue par :

$$K(s) = C_K (sI - A_K)^{-1} B_K + D_K \quad (3.19)$$

Les valeurs propres du contrôleur $K(s)$ sont :

$$V_{K(s)} = \begin{bmatrix} -7.1175 \times 10^{-14} \\ -1.8361 \times 10^{-12} \\ -3.0143 \times 10^{-4} + 314.1589i \\ -3.0143 \times 10^{-4} - 314.1589i \\ -1.0586 \times 10^4 + 1.4363 \times 10^{-4}i \\ -1.0586 \times 10^4 - 1.4363 \times 10^{-4}i \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

On remarque que toutes les valeurs propres sont à partie réelle négative, ceci implique que le contrôleur $K(s)$ est stable.

Une fois le contrôleur déterminé, il reste à l'implémenter sur le procédé en boucle fermée. On illustre dans la suite les résultats fréquentiels.

Avant, on présente les valeurs propres de la sensibilité complémentaire $T(s)$:

$$V_{T(s)} = \begin{bmatrix} -3.1315 \times 10^{-4} + 314.1589i \\ -3.1315 \times 10^{-4} - 314.1589i \\ -16.7157 + 146.6i \\ -16.7157 - 146.6i \\ -29.3268 + 6.8929 \times 10^{-7}i \\ -29.3268 - 6.8929 \times 10^{-7}i \\ -1.0557 \times 10^4 + 1.1952 \times 10^{-4}i \\ -1.0557 \times 10^4 - 1.1952 \times 10^{-4}i \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

On constate que les valeurs propres de la boucle fermée sont toutes à partie réelle négative, ce qui implique que le système en boucle fermée est stable.

3.4.1 Résultats fréquentiels :

On commence par illustrer les résultats fréquentiels de l'application du contrôleur $K(s)$ sur le procédé de la machine asynchrone en boucle fermée.

On représente les valeurs singulières de la sensibilité $S(s)$ et du transfert $T(s)$, ainsi que les conditions de robustesse sur la stabilité et sur les performances.

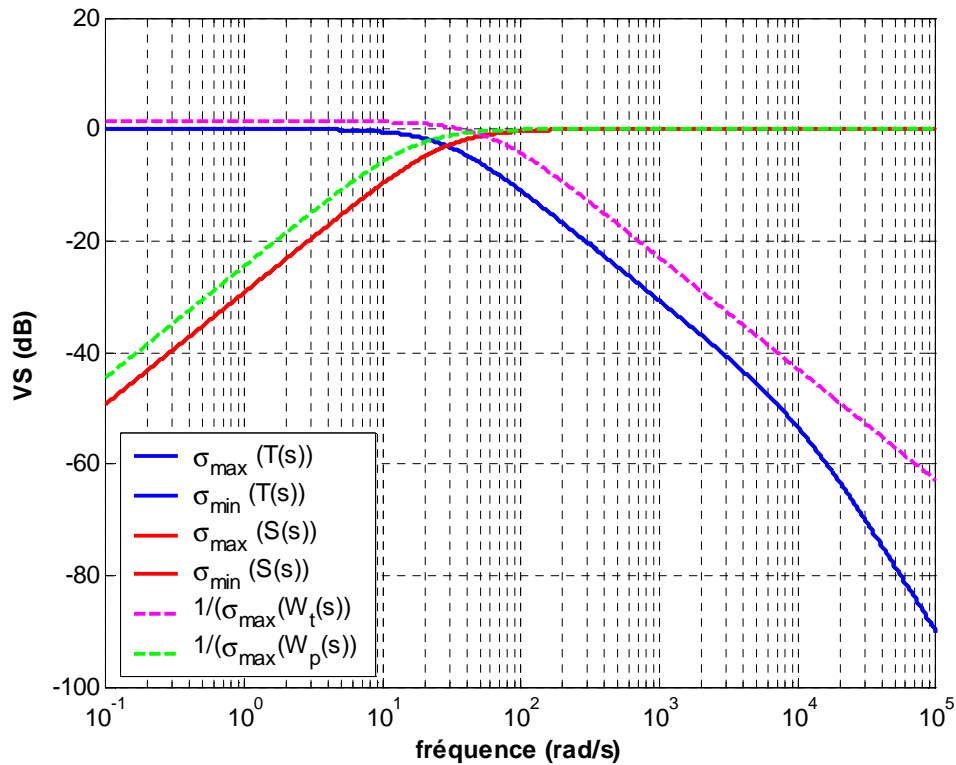


Figure (3.8) : Gains principaux de $T(s)$ et de $S(s)$ et conditions de robustesse

On constate que les conditions de robustesse sur la stabilité et sur les performances sont satisfaites : les gains principaux du transfert $T(s)$ ne coupent par la condition de robustesse sur la stabilité $1/W_t(s)$, ce qui assure la robustesse de la stabilité. Les valeurs singulières de la sensibilité $S(s)$ sont au dessous de la condition de robustesse sur les performances $1/W_p(s)$ ce qui permet le rejet des perturbations et garantit les performances souhaitées dans la synthèse.

Afin de vérifier la condition de la synthèse H_∞ , les valeurs singulières de la fonction coût sont représentées sur la figure (3.9).

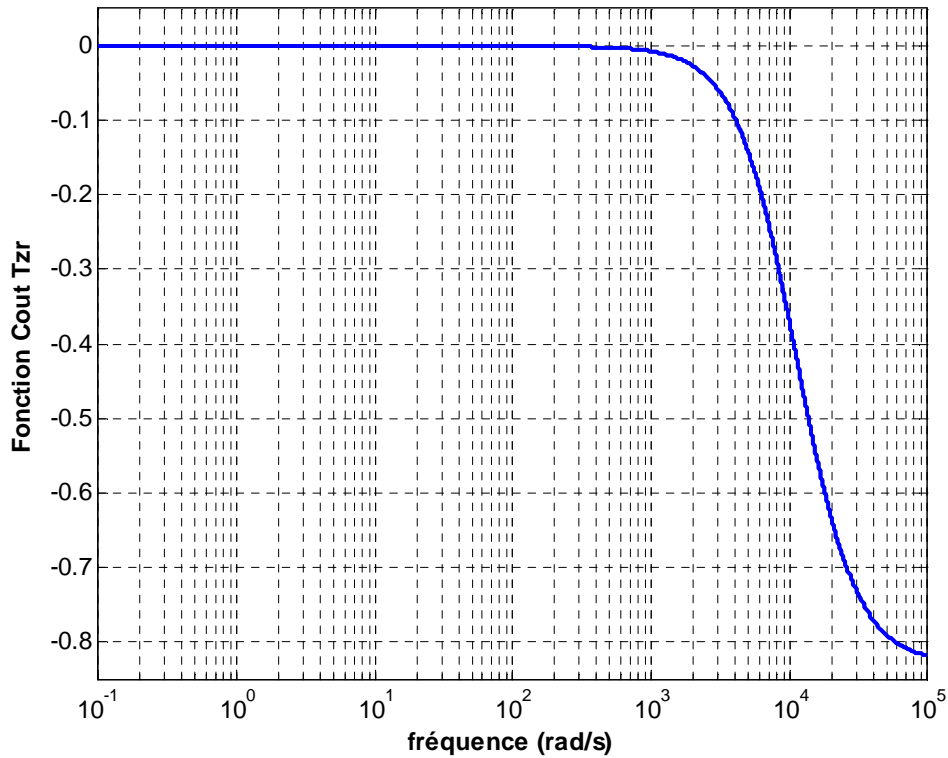


Figure (3.9) : Valeurs singulières de la fonction coût

La figure (3.9) illustre les valeurs singulières de la fonction coût et elles sont inférieures à l'unité (0 dB sur la figure), la condition de la synthèse par H_∞ est respectée (expression (2.23)).

On quantifie le couplage du système en boucle fermée en déterminant le conditionnement défini par l'expression (3.14) et on le représente dans le plan fréquentiel.

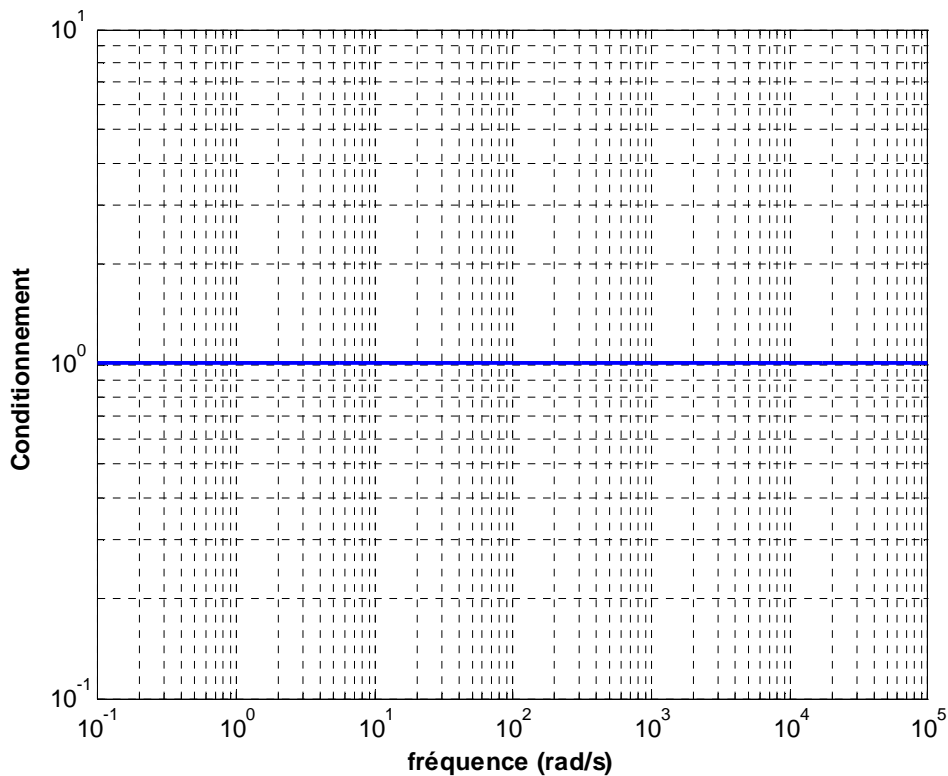


Figure (3.10) : Conditionnement en boucle fermée

Sur la figure (3.10) on constate que le conditionnement en boucle fermée est toujours égal à l'unité (0 dB), même sur la plage de fréquences entre 10 et 3000 rad/s. Les entrées/sorties sont totalement découplées. L'implémentation du contrôleur en boucle fermée a permis l'élimination du mal conditionnement remarqué avant en boucle ouverte.

3.4.2 Résultats temporels :

On s'intéresse aux résultats temporels, à savoir les réponses indicielles des sorties et les commandes du contrôleur $K(s)$.

En premier lieu, les réponses indicielles (pour un échelon unitaire) de la boucle fermée sont données par les expressions :

$$\begin{aligned} y_1(s) &= T_{11}(s)r_1(s) + T_{12}(s)r_2(s) \\ y_2(s) &= T_{21}(s)r_1(s) + T_{22}(s)r_2(s) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Où : les $T_{ij}(s)$ sont les composantes de la matrice de transfert de Sensibilité Complémentaire (Transfert). On détermine les valeurs des sorties pour une seule entrée de référence, soit : $r(t) = [1 \ 0]^T$ et $r(t) = [0 \ 1]^T$.

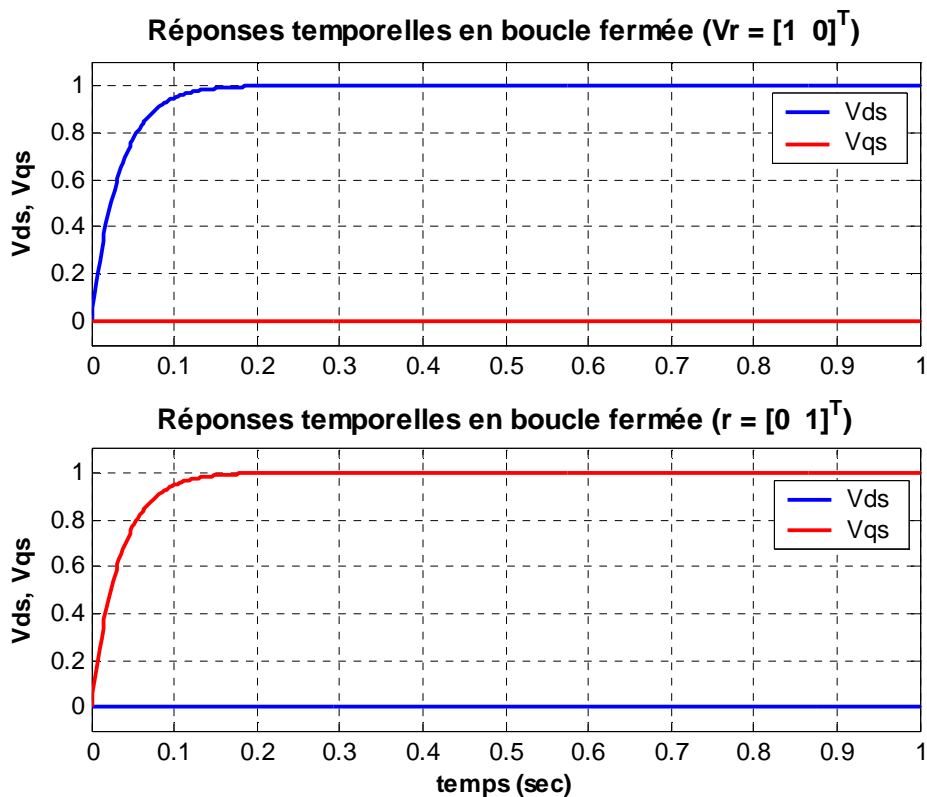


Figure (3.11) : Réponses temporelles en boucle fermée

Sur l'évolution des sorties de la figure (3.11), on remarque une amélioration des performances du procédé en boucle fermée :

- les erreurs statiques sont nulles ;
- le temps de réponse en boucle fermée à 5% est égal à 0,1022 s.
- les dépassements sont éliminés ;
- le découplage total des entrées/sorties du procédé est réalisé.

On passe à la représentation des commandes délivrées par le contrôleur $K(s)$, on cherche à savoir si les commandes tendent vers le gain statique de la matrice de transfert inverse.

Les expressions des commandes en fonction des sorties et de la matrice de transfert inverse sont données par l'expression ci-après :

$$u(s) = G^{-1}(s)y(s) \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(s) = G_{11}^{-1}(s)y_1(s) + G_{12}^{-1}(s)y_2(s) \\ u_2(s) = G_{21}^{-1}(s)y_1(s) + G_{22}^{-1}(s)y_2(s) \end{cases} \quad (3.23)$$

- Si $y_1(0) = 1$ et $y_2(0) = 0$, on a : $u_1(0) = G_{11}^{-1}(0)$ et $u_2(0) = G_{21}^{-1}(0)$
- Si $y_1(0) = 0$ et $y_2(0) = 1$, on a : $u_1(0) = G_{12}^{-1}(0)$ et $u_2(0) = G_{22}^{-1}(0)$

Les commandes délivrées par le contrôleur $K(s)$ sont illustrées sur la figure (3.12).

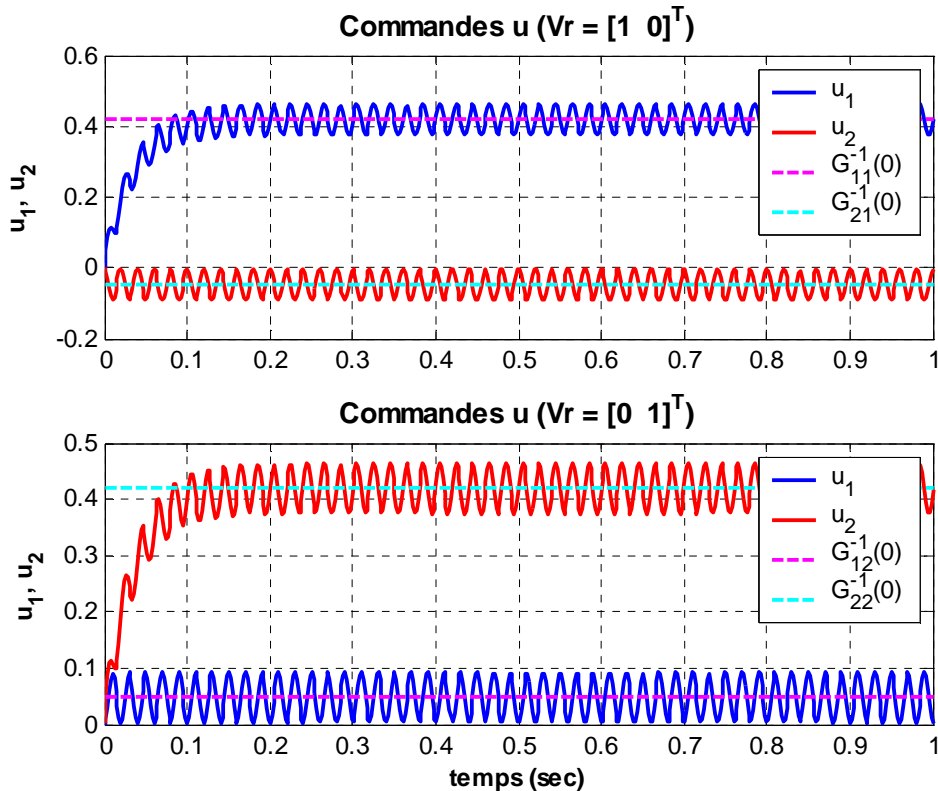


Figure (3.12) : Commandes en boucle fermée

On vérifie si les commandes tendent vers le gain statique de la matrice de transfert inverse du régime nominal. Ce dernier a pour valeur :

$$G^{-1}(0) = \begin{bmatrix} G_{11}^{-1}(0) & G_{12}^{-1}(0) \\ G_{21}^{-1}(0) & G_{22}^{-1}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.41949 & 0.04783 \\ -0.04783 & 0.41949 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Les valeurs moyennes des commandes concordent avec la valeur du gain statique de la matrice de transfert inverse.

3.4.3 Régime perturbé :

Nous avons déterminé un contrôleur $K(s)$, on doit vérifier sa robustesse en stabilité et en performances en l'implémentant en boucle fermée avec le régime perturbé $G_p(s)$. On a l'expression du régime perturbé $G_p(s)$ en fonction du modèle nominal $G(s)$ et de l'incertitude multiplicative en sortie $\Delta_m(s)$ (équation (1.19)).

Les réponses temporelles sur le régime perturbé $G_p(s)$ sont montrées sur la figure (3.13).

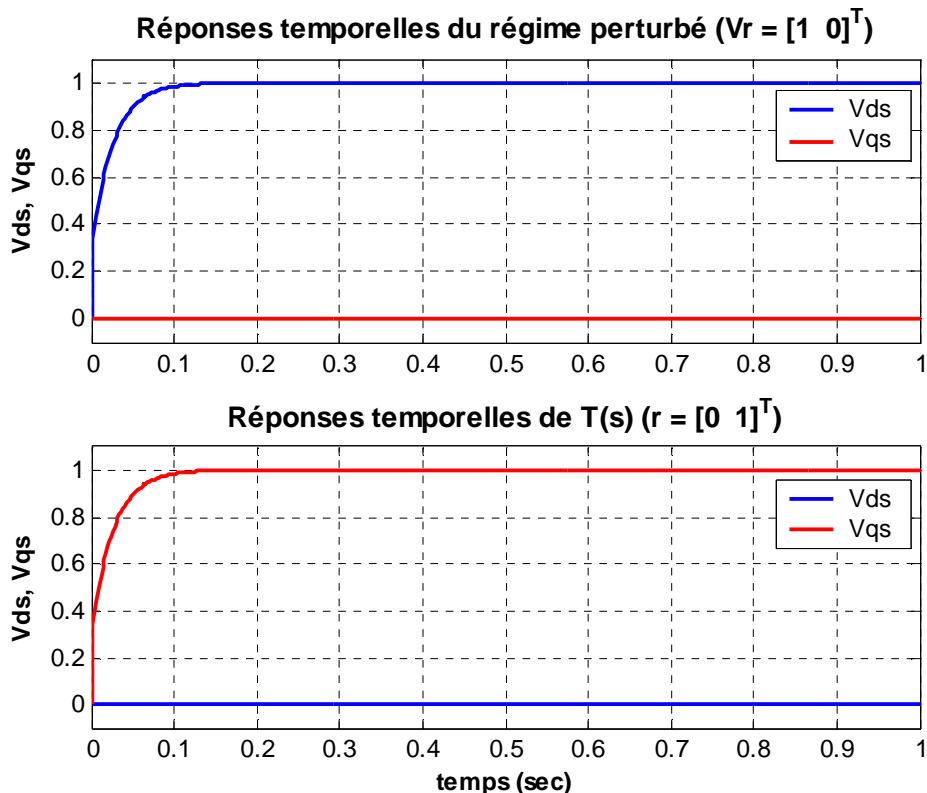


Figure (3.13) : Réponses temporelles en boucle fermée du régime perturbé

Les allures des sorties du régime perturbé en boucle fermée sont satisfaisante, on remarque que :

- les erreurs statiques sont nulles ;
- le temps de réponse en boucle fermée à 5% est égal à 0,069 s ;
- les dépassements sont éliminés ;
- le découplage total des entrées/sorties du procédé est réalisé.

Les commandes du contrôleur pour le régime perturbé sont illustrées sur la figure (3.14).

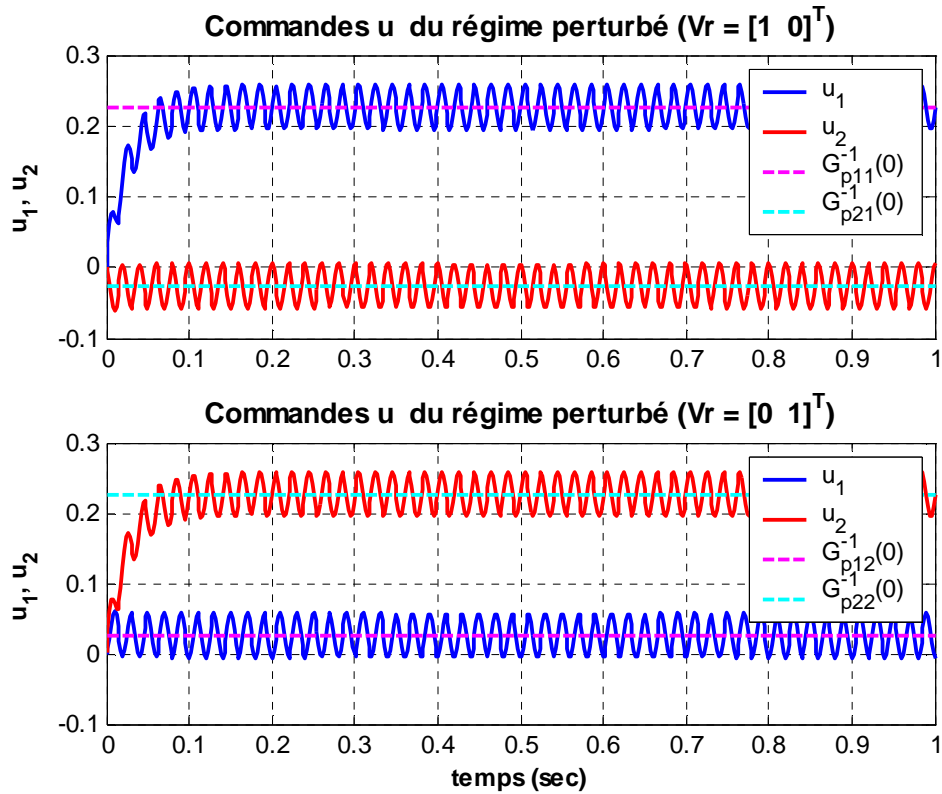


Figure (3.14) : Commandes du régime perturbé

Même chose que régime nominal, on effectue la vérification des valeurs des commandes si elles coïncident avec le gain statique de la matrice de transfert inverse du régime perturbé.

Le gain statique de la matrice inverse du régime perturbé a pour valeur :

$$G_p^{-1}(0) = \begin{bmatrix} G_{p11}^{-1}(0) & G_{p12}^{-1}(0) \\ G_{p21}^{-1}(0) & G_{p22}^{-1}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2267 & 0.0258 \\ -0.0258 & 0.2267 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Le même raisonnement sur les commandes du modèle nominal est employée ici : on constate que les valeurs moyennes des commandes coïncident avec la valeur du gain statique de la matrice de transfert inverse du régime perturbé.

3.5 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons cherché une loi de commandes robuste basée sur la méthode H_∞ , et nous l'avons appliqué sur un procédé d'une machine asynchrone. En premier lieu, nous avons étudié le système en boucle ouverte. Le système est stable mais il nécessite des améliorations au niveau des performances.

Le contrôleur obtenu pour la commande robuste a permis d'assurer la stabilité du système en boucle fermée, et d'apporter des performances désirées. L'application de ce contrôleur sur le régime perturbé a maintenu la stabilité et n'a pas dégradé les performances. On conclut donc que le contrôleur obtenu est robuste.

CHAPITRE

4

COMMANDE ROBUSTE

D'UN

AIRCRAFT

4.1 Présentation du procédé Aircraft :

En deuxième application, nous choisissons un système multivariable décrivant le procédé d'un Aircraft. La synthèse par H_∞ est très utilisée pour la commande des avions. Ce procédé est décrit par les matrices d'état suivantes [14] :

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} -4.873 & 0.758 & 9.541 & 8.763 \\ 4.673 & -5.385 & 10.94 & -435.2 \\ -0.3003 & -0.6001 & -5.334 & -20.23 \\ 0.03852 & 0.7446 & 0.5703 & -83.28 \end{bmatrix} & B &= \begin{bmatrix} 0.483 & 0.003854 & -5.2 \\ 1.498 & 0.0009072 & -39.405 \\ 9.889 & -2.865 \times 10^{-5} & 12.04 \\ 0.1282 & -13.96 & -1.0995 \end{bmatrix} \\
 C &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0.1066 & -0.0186 & -0.01059 & -4.438 \end{bmatrix} & D &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1.1165 \times 10^{-4} & -1.891 \times 10^{-5} & 2.64 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Avant d'entamer la synthèse de la commande robuste par H_∞ du procédé Aircraft, on s'intéresse à connaître son comportement en boucle ouverte, en effectuant une analyse de la stabilité et des performances.

– Modes du procédé :

On détermine les modes de ce système, ils sont présentés ci-dessous.

$$p = \{-4,8255 + 2,9901i \quad , \quad -4,8255 - 2,9901i \quad , \quad -10,5106 \quad , \quad -78,7103\} \tag{4.2}$$

Tous les modes du système sont à partie réelle négatives, donc le système est stable.

– Matrice de transfert du procédé « $G(s)$ » :

On cherche la représentation fréquentielle de ce procédé, en calculant sa matrice de transfert, on utilise l'expression :

$$\begin{aligned}
 G(s) &= C(sI - A)^{-1} B + D \\
 G(s) &= \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & G_{13}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & G_{23}(s) \\ G_{31}(s) & G_{32}(s) & G_{33}(s) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Telles que :

$$\begin{aligned}
G_{11}(s) &= \frac{0.0483 (s + 205.9) (s + 77.64) (s + 10.45)}{(s + 10.51) (s + 78.71) (s + 4.8255 - 2.9901i)(s + 4.8255 + 2.9901i)} \\
G_{12}(s) &= \frac{0.0003854 (s - 3.16 \times 10^4) (s - 49.6) (s + 0.386)}{(s + 10.51) (s + 78.71) (s + 4.8255 - 2.9901i)(s + 4.8255 + 2.9901i)} \\
G_{13}(s) &= \frac{-0.52 (s + 80.85) (s + 13.23)(s - 14.57)}{(s + 10.51) (s + 78.71) (s + 4.8255 - 2.9901i)(s + 4.8255 + 2.9901i)} \\
G_{21}(s) &= \frac{0.1498 (s + 10.7)(s + 59.65 - 28.4408i)(s + 59.65 + 28.4408i)}{(s + 10.51) (s + 78.71) (s + 4.8255 - 2.9901i)(s + 4.8255 + 2.9901i)} \\
G_{22}(s) &= \frac{9.072 \times 10^{-5} (s + 6.697 \times 10^{-6}) (s + 5.31 - 2.1849i)(s + 5.31 + 2.1849i)}{(s + 10.51) (s + 78.71) (s + 4.8255 - 2.9901i)(s + 4.8255 + 2.9901i)} \\
G_{23}(s) &= \frac{-3.9405 (s + 70.42)(s + 7.781)(s + 0.4188)}{(s + 10.51) (s + 78.71) (s + 4.8255 - 2.9901i)(s + 4.8255 + 2.9901i)} \\
G_{31}(s) &= \frac{-0.00011165 (s + 5864) (s + 54.38) (s + 10.32) (s - 7.634)}{(s + 10.51) (s + 78.71) (s + 4.8255 - 2.9901i)(s + 4.8255 + 2.9901i)} \\
G_{32}(s) &= \frac{-1.891 \times 10^{-5} (s - 3.276 \times 10^6) (s + 3.199) (s + 5.155 - 4.2832i)(s + 5.155 + 4.2832i)}{(s + 10.51) (s + 78.71) (s + 4.8255 - 2.9901i)(s + 4.8255 + 2.9901i)} \\
G_{33}(s) &= \frac{2.64 (s + 80.15)(s + 11.36) (s + 4.6175 - 3.3762i)(s + 4.6175 + 3.3762i)}{(s + 10.51) (s + 78.71) (s + 4.8255 - 2.9901i)(s + 4.8255 + 2.9901i)}
\end{aligned} \tag{4.4}$$

4.2 Etude du procédé en boucle ouverte :

Cette analyse permettra de connaître le comportement dynamique de l'Aircraft. Pour cela, les phases suivantes sont nécessaires :

- Détermination du conditionnement : quantification du couplage du système.
- représentation dans le plan fréquentiel des valeurs singulières.
- Réponses indicielles du procédé : représentation des sorties du système pour des entrées de références.

Pour quantifier le couplage des systèmes multivariables, on utilise l'expression du conditionnement [17] donnée par :

$$Cond = \frac{\sigma_{\max}(G(j\omega))}{\sigma_{\min}(G(j\omega))} \tag{4.5}$$

Où : $\sigma_{\max}(G(j\omega))$ et $\sigma_{\min}(G(j\omega))$ sont respectivement les gains principaux maximum et minimum de $G(s)$.

Le conditionnement du procédé de l'Aircraft en boucle ouverte est donné sur la figure (4.1).

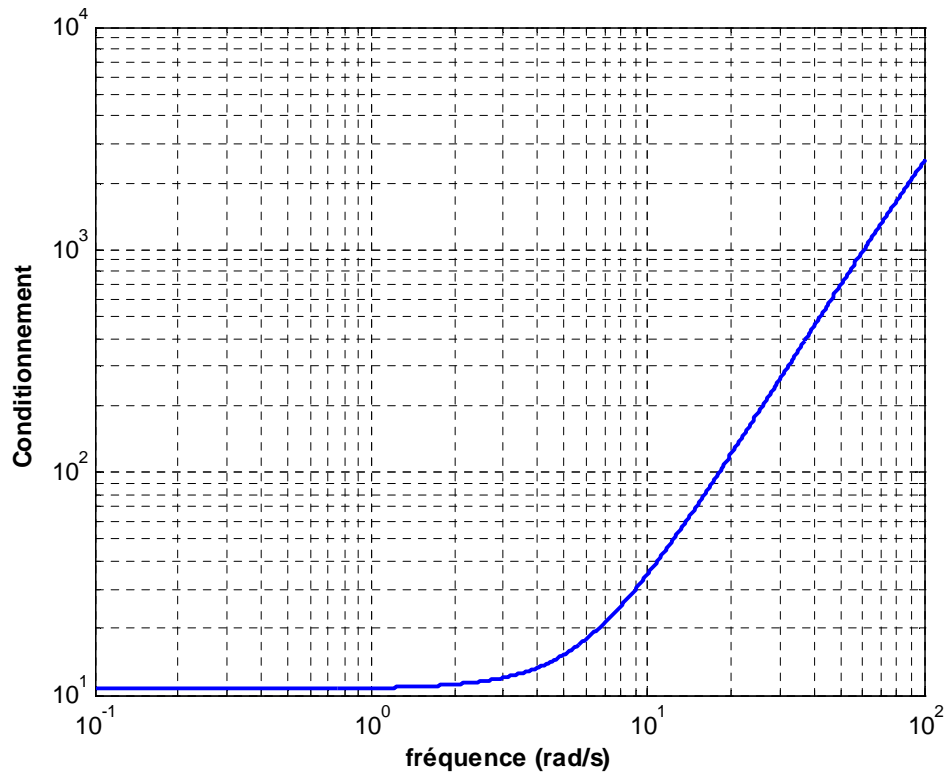


Figure (4.1) : Conditionnement en boucle ouverte

On observe sur la figure (4.1) que le conditionnement augmente à partir des fréquences avoisinant les 6 rad/s, d'où la présence d'un fort couplage des entrées/sorties du procédé en boucle ouverte.

Ensuite les gains principaux du système en boucle ouverte sont montrés sur la figure (4.2).

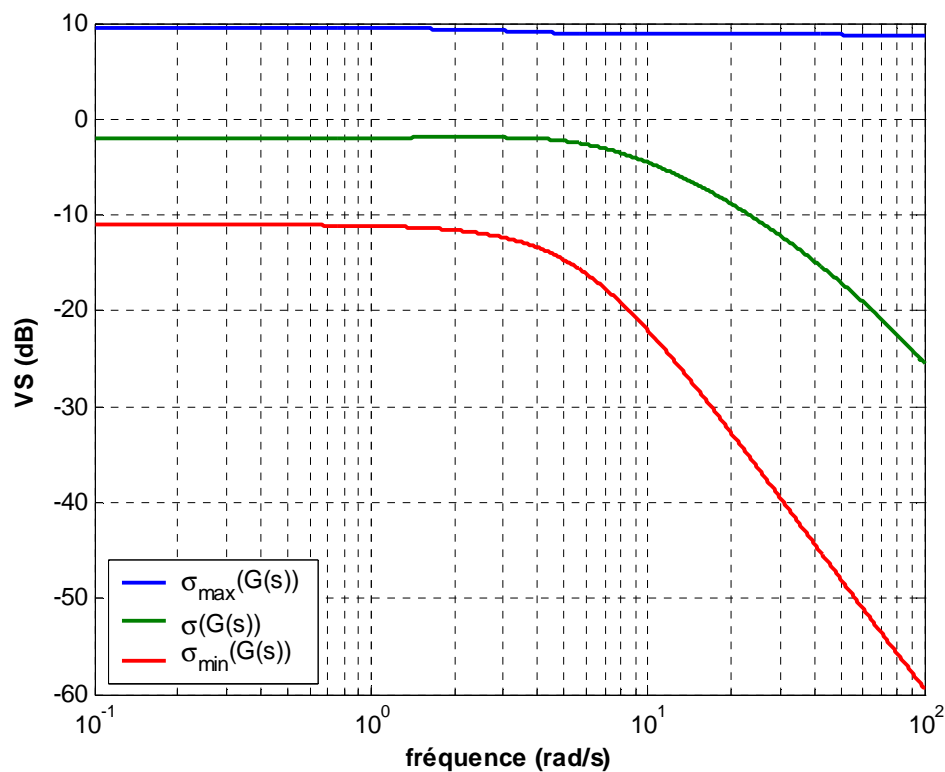


Figure (4.2) : Gains principaux en boucle ouverte

L'allure des gains principaux du système en boucle ouverte confirme l'existence d'un couplage des entrées/sorties, on observe un écart entre les gains principaux maximum et minimum.

La figure (4.3) illustre les réponses temporelles des sorties pour des échelons unitaires.

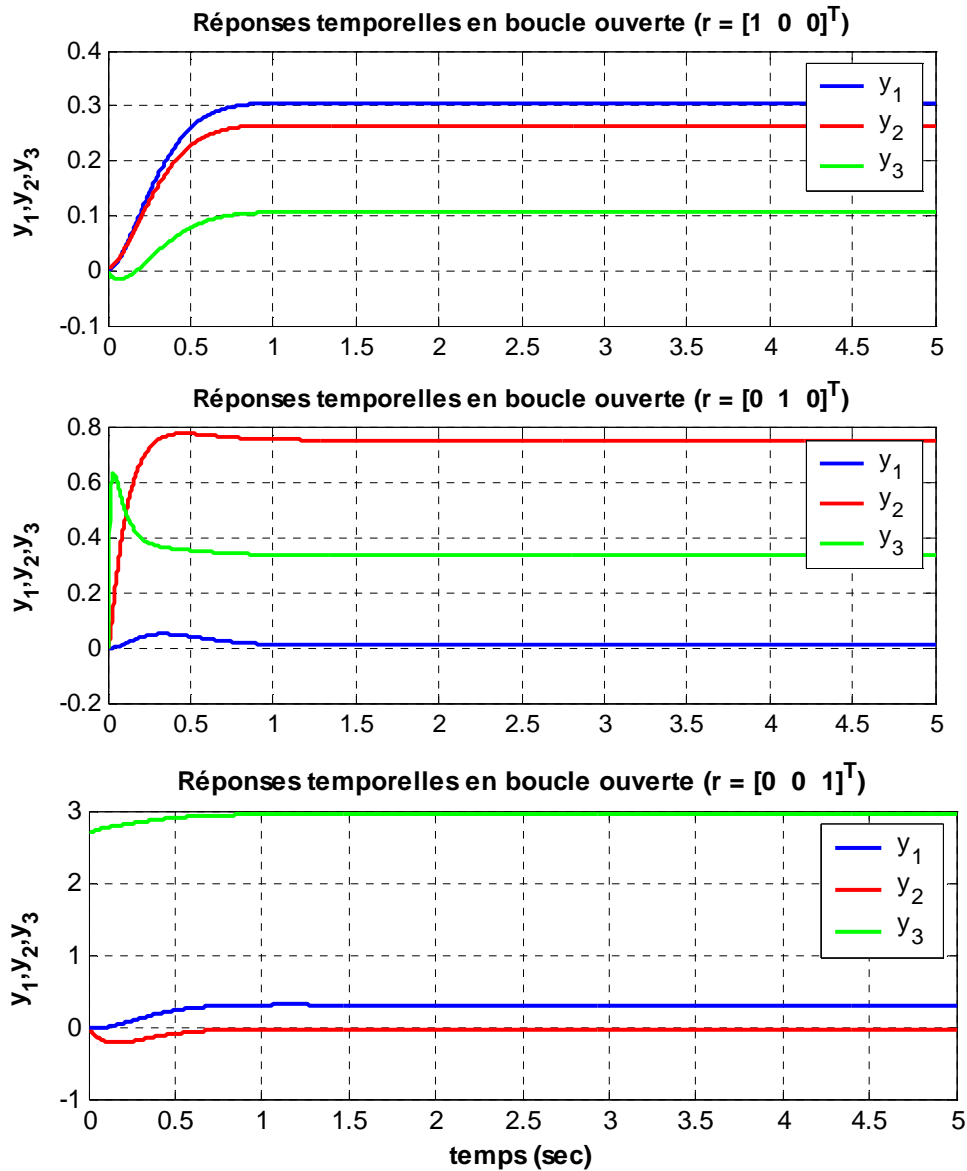


Figure (4.3) : Réponses temporelles en boucle ouverte

Sur les allures des réponses temporelles de la figure (4.3) on constate que :

- l'existence (la confirmation) d'un fort couplage entre les entrées / sorties du système ;
- la présence d'erreurs statiques.

A partir des points relevés précédemment, la stabilité est assurée, mais une amélioration des performances doit être effectuée, tout en gardant en vue de garantir la stabilité en boucle fermée.

4.3 Détermination des spécifications de la robustesse :

On engage la détermination des spécifications de robustesse, elle est nécessaire dans la synthèse des contrôleurs robustes : en effet, la robustesse du contrôleur sera « fixée » par ces spécifications, et donc les conditions de robustesse sur la stabilité et sur les performances.

4.3.1 Spécification sur la stabilité $W_t(s)$:

Dans un premier temps, on quantifie la perturbation multiplicative à la sortie $\Delta_m(s)$. Cette perturbation sera bornée par la spécification de robustesse sur la stabilité $W_t(s)$. La figure (3.4) montre la configuration d'un système multivariable bouclé en présence d'incertitudes multiplicatives à la sortie.

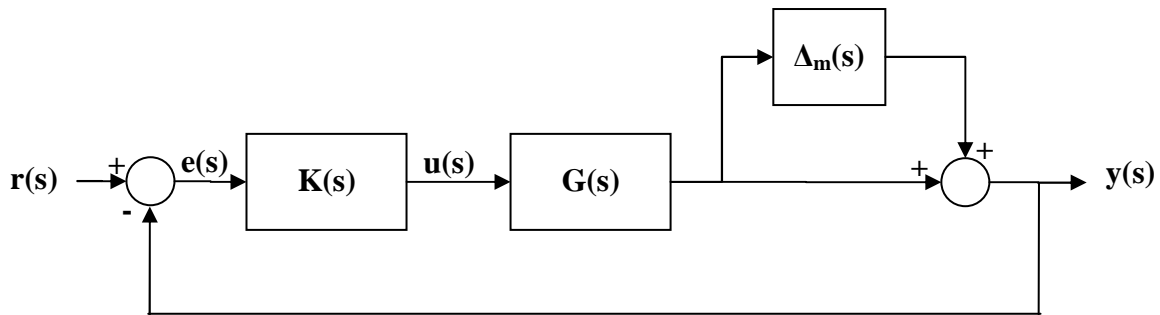


Figure (4.4) : Système multivariable bouclé avec incertitudes multiplicatives en sortie

On cherche à borner les incertitudes multiplicatives en sortie $\Delta_m(s)$ par une expression mathématique, afin de satisfaire la condition de l'expression (1.23). Le choix de la spécification de robustesse sur la stabilité est $W_t(s)$ telle que :

$$W_t(s) = \begin{bmatrix} 0,8(1+0,2s) & 0 & 0 \\ 0 & 0,8(1+0,2s) & 0 \\ 0 & 0 & 0,8(1+0,2s) \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

4.3.2 Spécification sur les performances $W_p(s)$:

La spécification sur les performances permet d'avoir une idée sur les performances souhaitées, car certes il est important d'assurer la stabilité du système en boucle fermée, mais il faut veiller à améliorer le comportement du procédé en boucle fermée.

La spécification sur les performances est représentée par la matrice de transfert $W_p(s)$ suivante :

$$W_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{1+\alpha s}{\alpha s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1+\alpha s}{\alpha s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1+\alpha s}{\alpha s} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

On choisit cette structure pour les raisons suivantes : d'abord, c'est une structure à un seul paramètre, d'où une certaine facilité pour son ajustement. De plus, on obtient des erreurs statiques nulles.

On choisit le paramètre α de même ordre que la constante de temps dominante, afin d'avoir un temps de réponse en boucle fermée égal à celui en boucle ouverte. La constante de temps dominante est : $T = 0,2$ secondes, donnant la valeur du paramètre α égal à : $\alpha = 0,2$.

La matrice de la spécification sur les performances $W_p(s)$ est la suivante :

$$W_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{1+0,2s}{0,2s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1+0,2s}{0,2s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1+0,2s}{0,2s} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Ayant déterminé les spécifications de robustesse, on illustre leurs valeurs singulières maximum sur les figures (4.5) et (4.6).

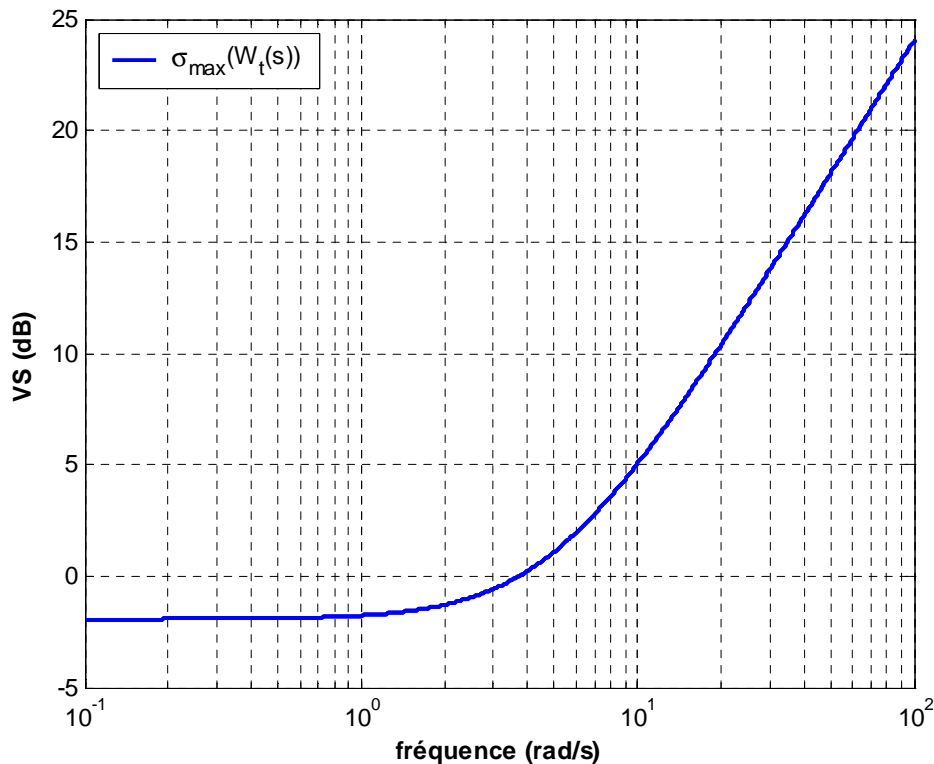


Figure (4.5) : Valeur singulière maximale de $W_t(s)$

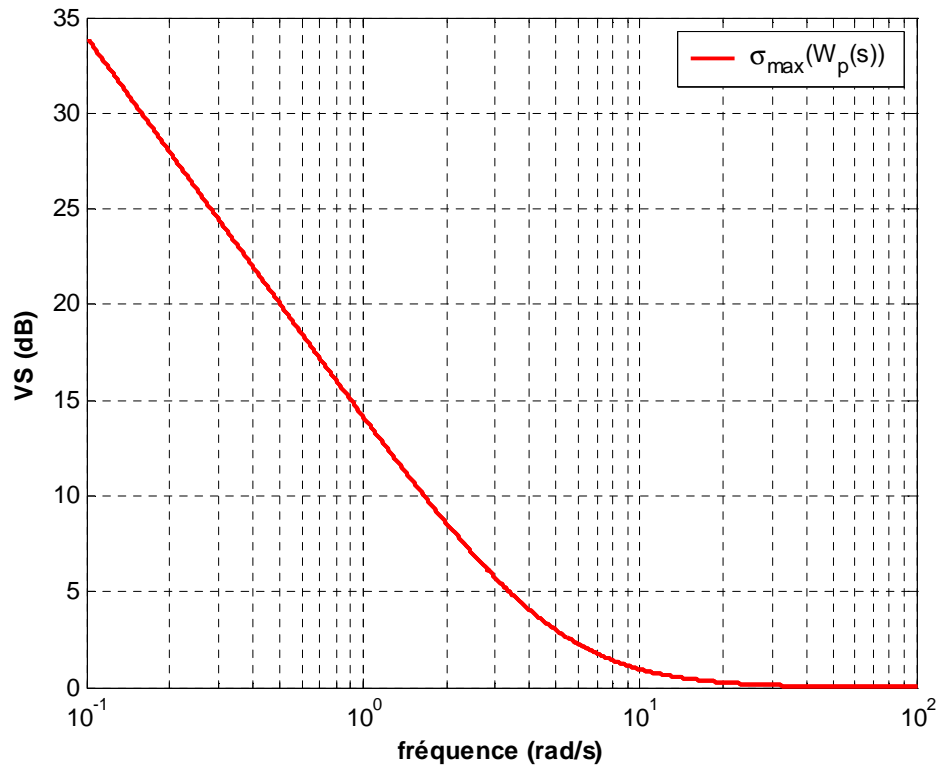


Figure (4.6) : Valeur singulière maximale de $W_p(s)$

On présente les conditions de robustesse sur la stabilité et les performances sur la figure (4.7)

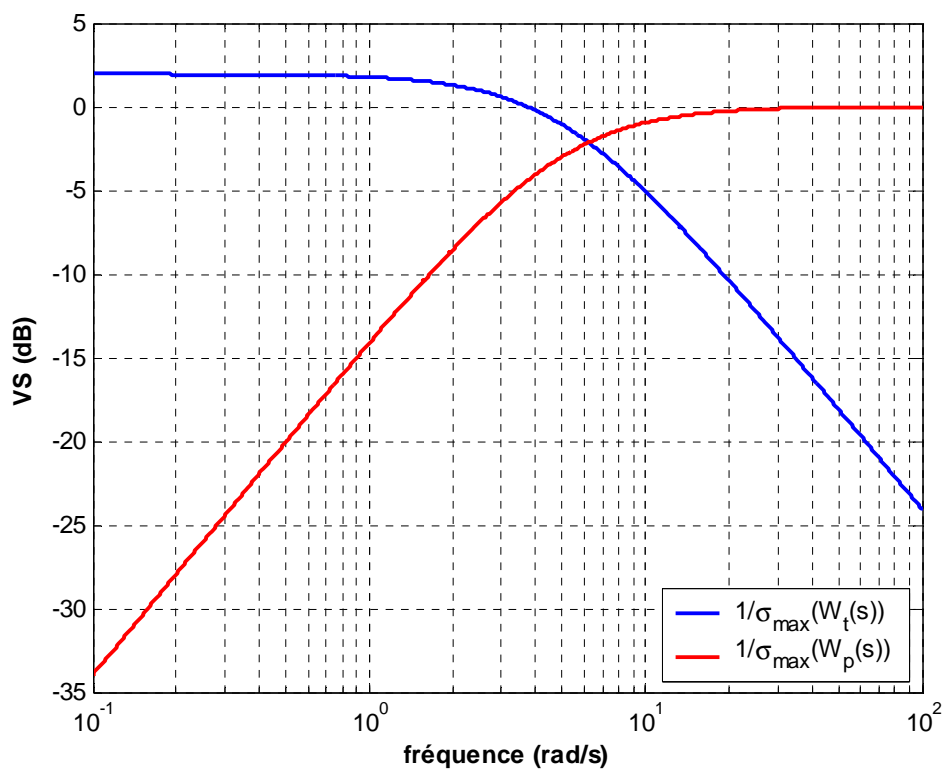


Figure (4.7) : Conditions de robustesse

A présent, on peut entamer la synthèse H_∞ de la loi de commandes, dans le but de maintenir la stabilité du procédé de l'Aircraft en boucle fermée et d'aboutir aux performances désirées.

4.4 Synthèse H_∞ :

Une loi de commandes robustes est utilisée pour assurer la stabilité du procédé de l'Aircraft en boucle fermée, et satisfaire les performances désirées. Nous avons décidé d'utiliser la synthèse de commandes basée sur la norme H_∞ .

Durant l'étude du procédé Aircraft en boucle ouverte, on a conclu qu'il faut veiller à améliorer les performances (fort couplage des entrées/sorties). Les spécifications sur la robustesse $W_i(s)$ et $W_p(s)$ ont été établies. On passe à la détermination du contrôleur robuste $K(s)$. Il doit satisfaire la minimisation de la norme H_∞ suivante : $\|T_{zw}(j\omega)\|_\infty \leq \gamma$.

Pour trouver le contrôleur robuste, on se base sur le logiciel hinf présent dans MATLAB (Robust Control Toolbox) [4]. Les résultats de l'implémentation de ce contrôleur avec le procédé en boucle fermée seront présentés ultérieurement avec leurs commentaires correspondants.

Le contrôleur par optimisation H_∞ doit satisfaire le compromis Stabilité/Performances. Il est réalisé pour une valeur du paramètre d'ajustement γ égal à : $\gamma = 0,6018$.

Le contrôleur robuste est représenté par les matrices d'état suivantes :

$$A_K = [A_{K1} \quad A_{K2}]$$

$$A_{K1} = \begin{bmatrix} -5.819 \times 10^4 & -5.777 \times 10^4 & -2.947 \times 10^5 & -3.756 \times 10^4 & 1.237 \times 10^5 \\ -4.729 \times 10^4 & -4.696 \times 10^4 & -2.395 \times 10^5 & -3.017 \times 10^4 & 1.005 \times 10^5 \\ -2.182 \times 10^5 & -2.167 \times 10^5 & -1.105 \times 10^6 & -1.376 \times 10^5 & 4.639 \times 10^5 \\ -2.007 \times 10^4 & -1.946 \times 10^4 & -9.94 \times 10^4 & -5.436 \times 10^4 & 4.179 \times 10^4 \\ 9832 & 9763 & 4.98 \times 10^4 & 6300 & -2.09 \times 10^4 \\ 1.681 \times 10^4 & 1.67 \times 10^4 & 8.515 \times 10^4 & 1.094 \times 10^4 & -3.575 \times 10^4 \\ -5.774 & 3.179 & -15.93 & 393.6 & 6.508 \\ 47.25 & 39.44 & 65.29 & -61.44 & 49.54 \\ 26.23 & -32.2 & -22.2 & -101.3 & 16.44 \\ 20.97 & 8.868 & 21.77 & -34.01 & -81.8 \end{bmatrix}$$

$$A_{K2} = \begin{bmatrix} 4.398 \times 10^6 & 1.897 \times 10^4 & 5.749 \times 10^5 & -4.605 \times 10^5 & 6.281 \times 10^5 \\ 3.575 \times 10^6 & 5.693 \times 10^4 & 4.398 \times 10^5 & -4.761 \times 10^5 & 4.575 \times 10^5 \\ 1.65 \times 10^7 & 2.5 \times 10^5 & 2.038 \times 10^6 & -2.166 \times 10^6 & 2.127 \times 10^6 \\ 1.481 \times 10^6 & -2.334 \times 10^6 & 1.745 \times 10^6 & 5.581 \times 10^6 & 3.206 \times 10^6 \\ -7.434 \times 10^5 & -1.071 \times 10^4 & -9.214 \times 10^4 & 9.624 \times 10^4 & -9.656 \times 10^4 \\ -1.271 \times 10^6 & -2.053 \times 10^4 & -1.561 \times 10^5 & 1.699 \times 10^5 & -1.622 \times 10^5 \\ -169.8 & -2.239 \times 10^4 & 1.423 \times 10^4 & 5.297 \times 10^4 & 2.763 \times 10^4 \\ -1062 & 3708 & -5271 & -9751 & -5305 \\ 337.6 & 5171 & -3700 & -1.647 \times 10^4 & -7232 \\ -356.4 & 1937 & -1484 & -5276 & -5316 \end{bmatrix}$$

$$B_K = \begin{bmatrix} 0.05577 & 0.003451 & 0.06881 \\ -0.006373 & 0.0626 & 0.06248 \\ -0.01671 & -0.01076 & -0.0243 \\ -0.002035 & -0.0001169 & -0.002424 \\ -0.009483 & 0.004044 & 3.161 \\ 4.402 & 13.7 & -0.08237 \\ -77.52 & 26.39 & 10.4 \\ 69.97 & 68.18 & 212.8 \\ 266.8 & -296.6 & 35.12 \\ 335.2 & 249 & -169.4 \end{bmatrix}$$

$$C_K = [C_1 \quad C_2]$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -2.774 \times 10^4 & -2.755 \times 10^4 & -1.405 \times 10^5 & -1.779 \times 10^4 & 5.898 \times 10^4 \\ -69.3 & -102.3 & -511.8 & 2925 & 209.9 \\ -1.146 & -1.141 & -6.08 & 0.9438 & 2.722 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 2.097 \times 10^6 & 1.519 \times 10^4 & 2.701 \times 10^5 & -2.347 \times 10^5 & 2.916 \times 10^5 \\ 7834 & 1.682 \times 10^5 & -1.104 \times 10^5 & -4.13 \times 10^5 & -2.141 \times 10^5 \\ 88.75 & 1.85 & 10.65 & -12.88 & 10.8 \end{bmatrix}$$

$$D_K = \begin{bmatrix} 1.431 \times 10^{-8} & 7.837 \times 10^{-13} & -2.204 \times 10^{-10} \\ -1.538 \times 10^{-9} & 1.327 \times 10^{-13} & -4.643 \times 10^{-11} \\ -6.163 \times 10^{-13} & 3.409 \times 10^{-17} & 5.359 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$$

Les matrices précédentes définissent le contrôleur $K(s)$ obtenu par synthèse H_∞ (équation (4.9)). La matrice de transfert $K(s)$ du contrôleur est déterminée par :

$$K(s) = C_K (sI - A_K)^{-1} B_K + D_K \quad (4.10)$$

Les valeurs propres du contrôleur $K(s)$:

$$V_K = \begin{bmatrix} -2.6649 \times 10^{-12} + 4.1807 \times 10^{-12} i \\ -2.6649 \times 10^{-12} - 4.1807 \times 10^{-12} i \\ -1.1336 \times 10^{-10} \\ -200.2498 \\ -2478.8688 \\ -2488.3129 \\ -2655.6265 \\ -41632.4340 + 41336.7254 i \\ -41632.4340 - 41336.7254 i \\ -2.5157 \times 10^6 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Toutes les valeurs propres sont à partie réelle négative. Par conséquent le contrôleur est stable.

Une fois la structure du contrôleur $K(s)$ obtenu, la prochaine étape concerne son implémentation avec le procédé en boucle fermée. On débute par illustrer les résultats fréquentiels.

Les valeurs propres suivantes sont celles du transfert $T(s)$:

$$V_T = \begin{bmatrix} -4.8255 + 2.9901i \\ -4.8255 - 2.9901i \\ -4.9999 + 1.4533 \times 10^{-9}i \\ -4.9999 - 1.4533 \times 10^{-9}i \\ -5 \\ -10.5106 \\ -78.7103 \\ -200.2498 \\ -2486.2793 \\ -2495.7993 \\ -2664.5377 \\ -41625.4784 + 41329.1195i \\ -41625.4784 - 41329.1195i \\ -2.5156 \times 10^6 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Il n'y a aucune valeur propre à partie réelle positive, le système en boucle fermée est donc stable.

4.4.1 Résultats fréquentiels :

Les résultats fréquentiels de l'application du contrôleur $K(s)$ sur le procédé de l'Aircraft en boucle fermée sont illustrées dans ce qui suit.

Sur la figure (4.8), on présente les valeurs singulières de la sensibilité $S(s)$ et les gains principaux de la sensibilité complémentaire $T(s)$, face aux conditions de robustesse sur la stabilité et sur les performances.

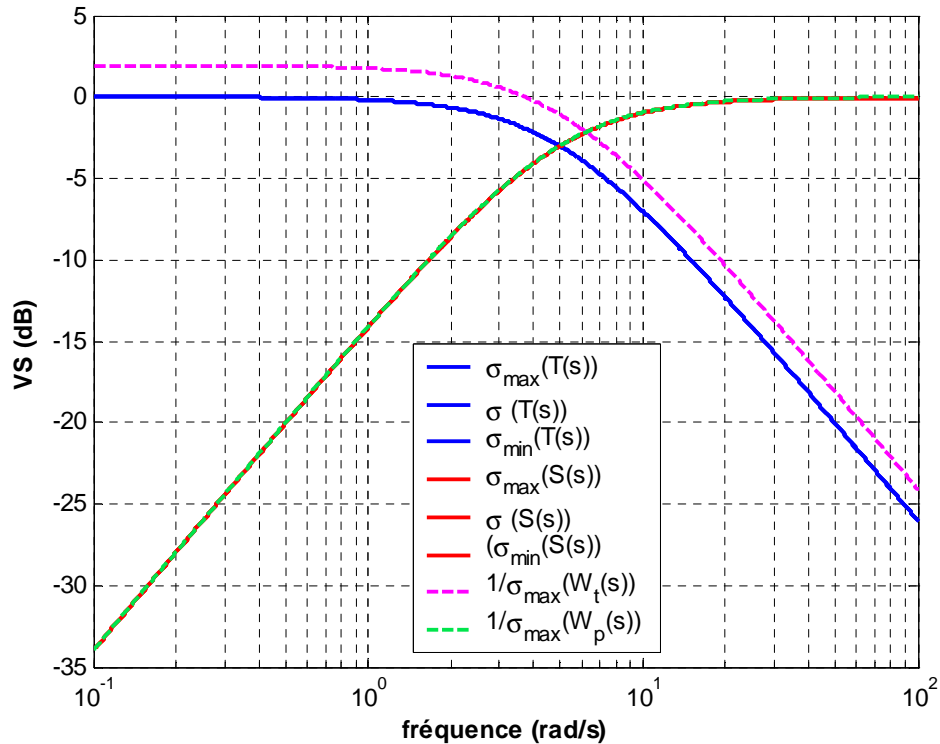


Figure (4.8) : Gains principaux de $T(s)$ et de $S(s)$ et conditions de robustesse

On constate que la condition de robustesse sur la stabilité est respectée : les gains principaux de la sensibilité complémentaire $T(s)$ sont au-dessous de la condition de robustesse sur la stabilité. La condition de robustesse sur les performances est satisfaite : les valeurs singulières de la sensibilité $S(s)$ sont au-dessous de la condition de robustesse sur les performances.

Les valeurs singulières de la fonction coût sont représentées sur la figure (4.9).

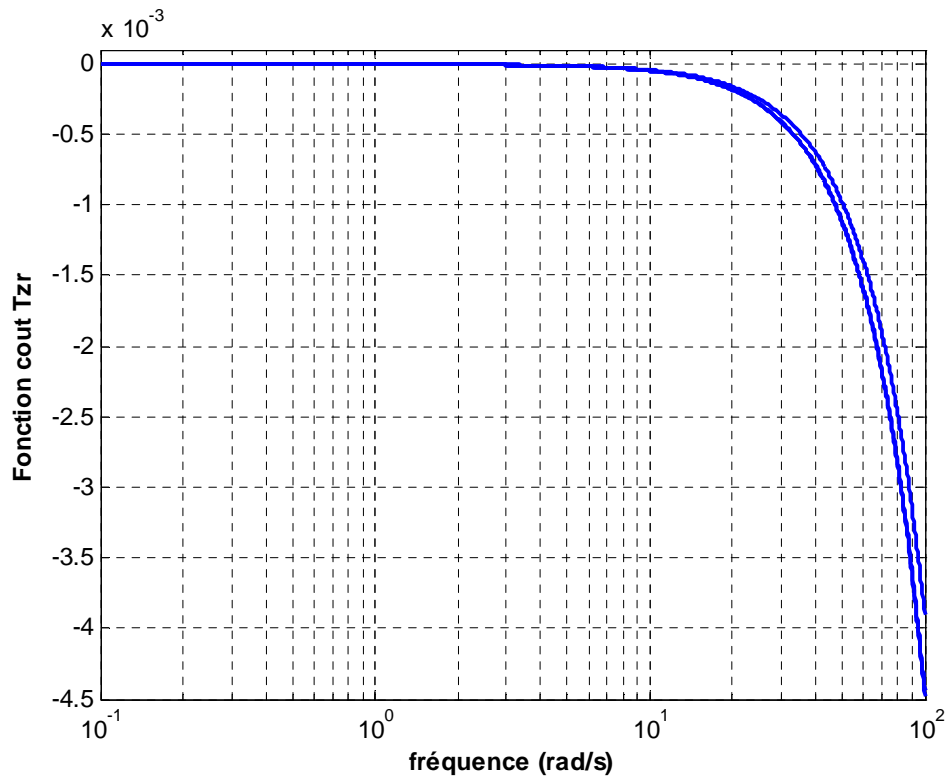


Figure (4.9) : Valeurs singulières de la fonction coût

Les valeurs singulières de la fonction coût de la figure (4.9) sont inférieures à l'unité (0 dB sur la figure), satisfaisant la condition de synthèse de contrôleurs par H_∞ (expression (2.23)).

Pour analyser le couplage du procédé en boucle fermée, on détermine le conditionnement par l'expression (4.5) et on représente son évolution sur le plan fréquentiel (figure (4.10)).

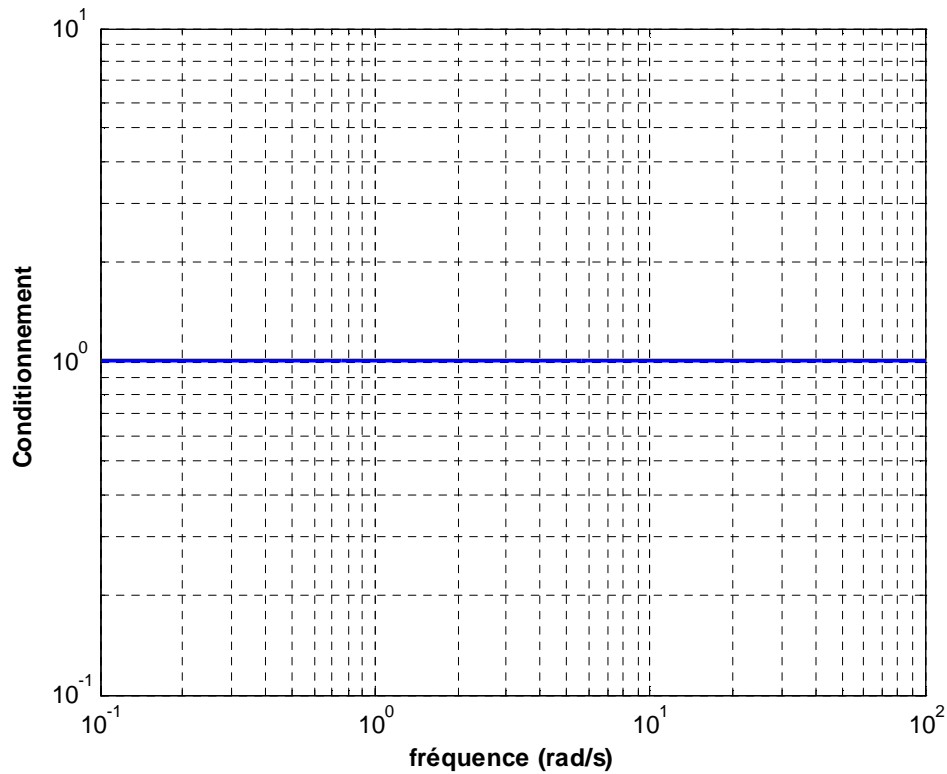


Figure (4.10) : Conditionnement en boucle fermée

Le conditionnement du système en boucle fermée illustré sur la figure (4.10), il est égal à l'unité (0 dB sur la figure), contrairement à celui en boucle ouverte, qui prend des valeurs élevées à partir de la fréquence 6 rad/s. Le conditionnement du procédé en boucle fermée montre que les entrées/sorties ont été totalement découplées (également illustré par la représentation des sorties sur le plan temporel).

4.4.2 Résultats temporels :

On représente maintenant les résultats temporels, à savoir les réponses indicielles des sorties et les commandes délivrées par le contrôleur.

Les réponses indicielles (pour un échelon unitaire) de la boucle fermée sont données par les expressions ci-dessous :

$$\begin{aligned}
 y_1(s) &= T_{11}(s)r_1(s) + T_{12}(s)r_2(s) + T_{13}(s)r_3(s) \\
 y_2(s) &= T_{21}(s)r_1(s) + T_{22}(s)r_2(s) + T_{23}(s)r_3(s) \\
 y_3(s) &= T_{31}(s)r_1(s) + T_{32}(s)r_2(s) + T_{33}(s)r_3(s)
 \end{aligned}
 \tag{4.13}$$

Telles que les $T_{ij}(s)$ sont les composantes de la matrice de transfert de sensibilité complémentaire. On détermine les valeurs des sorties pour une seule entrée de référence, soit : $r(t) = [1 \ 0 \ 0]^T$, $r(t) = [0 \ 1 \ 0]^T$ et $r(t) = [0 \ 0 \ 1]^T$.

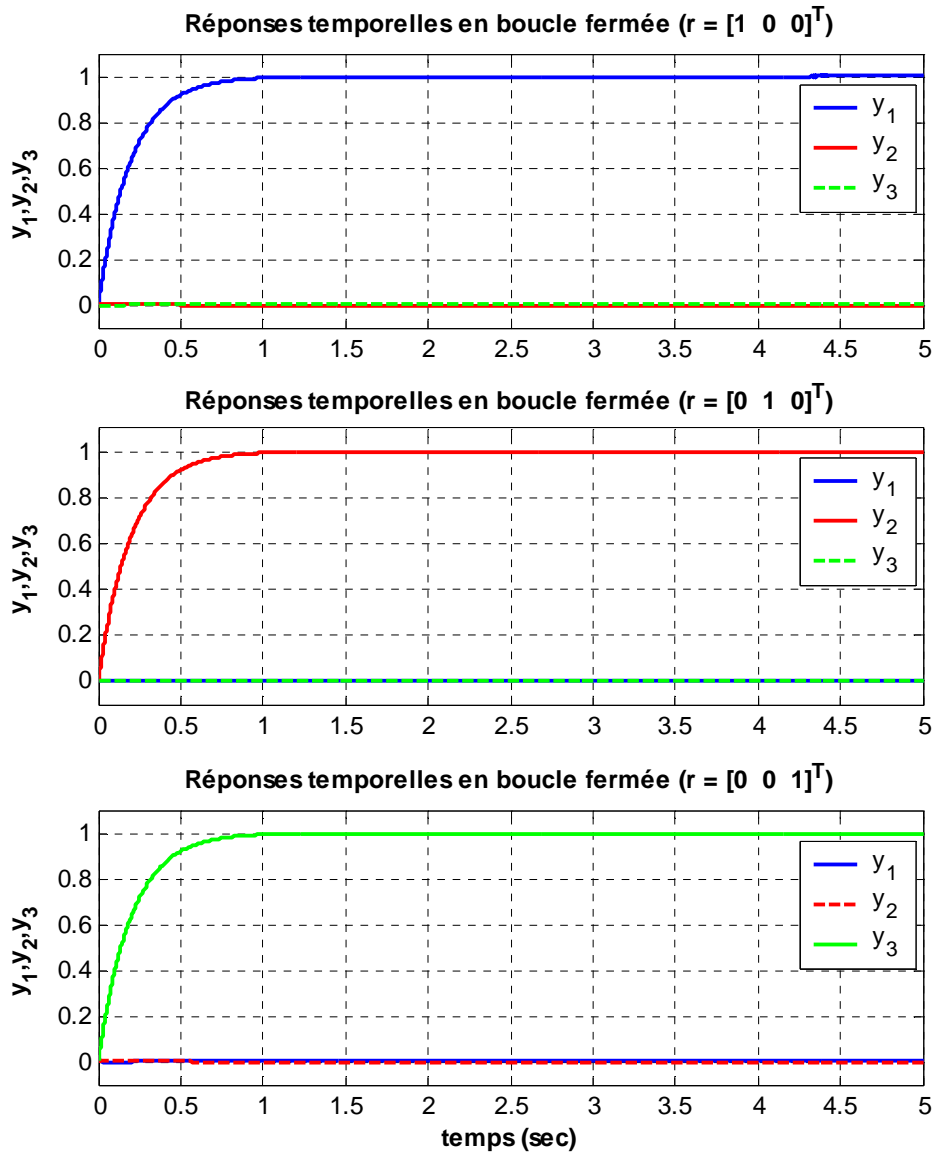


Figure (4.11) : Réponses temporelles en boucle fermée

En analysant les allures des sorties de la figure (4.11) on relève que l'apport du contrôleur $K(s)$ est significatif sur les performances du procédé. On remarque que :

- les erreurs statiques sont nulles ;
- le temps de réponse à 5% est égal à 0,598 s.
- le découplage des entrées/sorties du procédé en boucle fermée est réalisé.

On passe à la représentation des commandes du contrôleur $K(s)$, on cherche à savoir si celles-ci tendent vers le gain statique de la matrice de transfert inverse.

Les expressions des commandes en fonction des sorties et de la matrice de transfert inverse sont données par l'expression ci-après :

$$u(s) = G^{-1}(s)y(s) \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(s) = G_{11}^{-1}(s)y_1(s) + G_{12}^{-1}(s)y_2(s) + G_{13}^{-1}(s)y_3(s) \\ u_2(s) = G_{21}^{-1}(s)y_1(s) + G_{22}^{-1}(s)y_2(s) + G_{23}^{-1}(s)y_3(s) \\ u_3(s) = G_{31}^{-1}(s)y_1(s) + G_{32}^{-1}(s)y_2(s) + G_{33}^{-1}(s)y_3(s) \end{cases} \quad (4.14)$$

En régime permanent, on cherche si les commandes tendent vers le gain statique de $G^{-1}(s)$.

- Si : $y_1(0) = 1$, $y_2(0) = 0$, $y_3(0) = 0$, on a : $u_1(0) = G_{11}^{-1}(0)$, $u_2(0) = G_{21}^{-1}(0)$ et $u_3(0) = G_{31}^{-1}(0)$
- Si : $y_1(0) = 0$, $y_2(0) = 1$, $y_3(0) = 0$, on a : $u_1(0) = G_{12}^{-1}(0)$, $u_2(0) = G_{22}^{-1}(0)$ et $u_3(0) = G_{32}^{-1}(0)$
- Si : $y_1(0) = 0$, $y_2(0) = 0$, $y_3(0) = 1$, on a : $u_1(0) = G_{13}^{-1}(0)$, $u_2(0) = G_{23}^{-1}(0)$ et $u_3(0) = G_{33}^{-1}(0)$

La figure (4.12) montre l'évolution des commandes délivrées par le contrôleur $K(s)$.

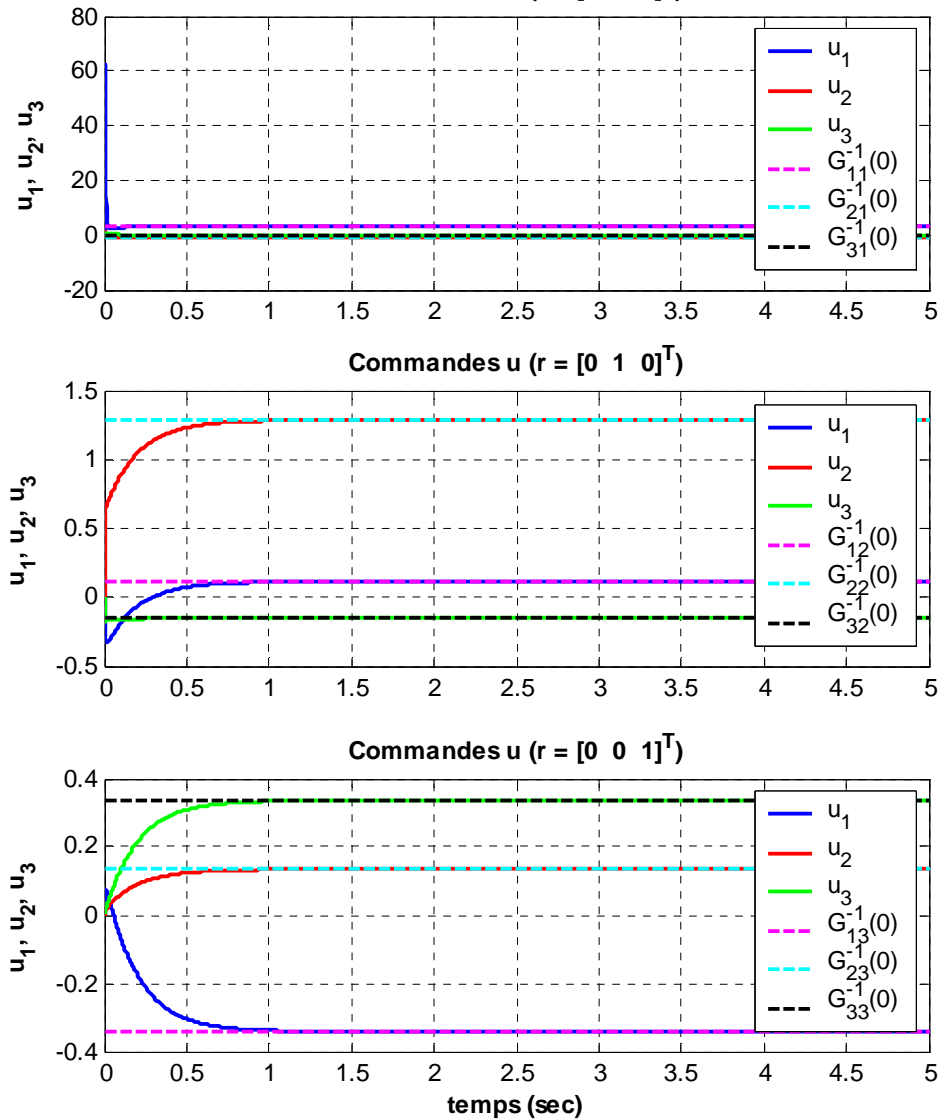


Figure (4.12) : Commandes en boucle fermée

On vérifie que les valeurs des commandes en régime permanent tendent vers le gain statique de la matrice de transfert inverse.

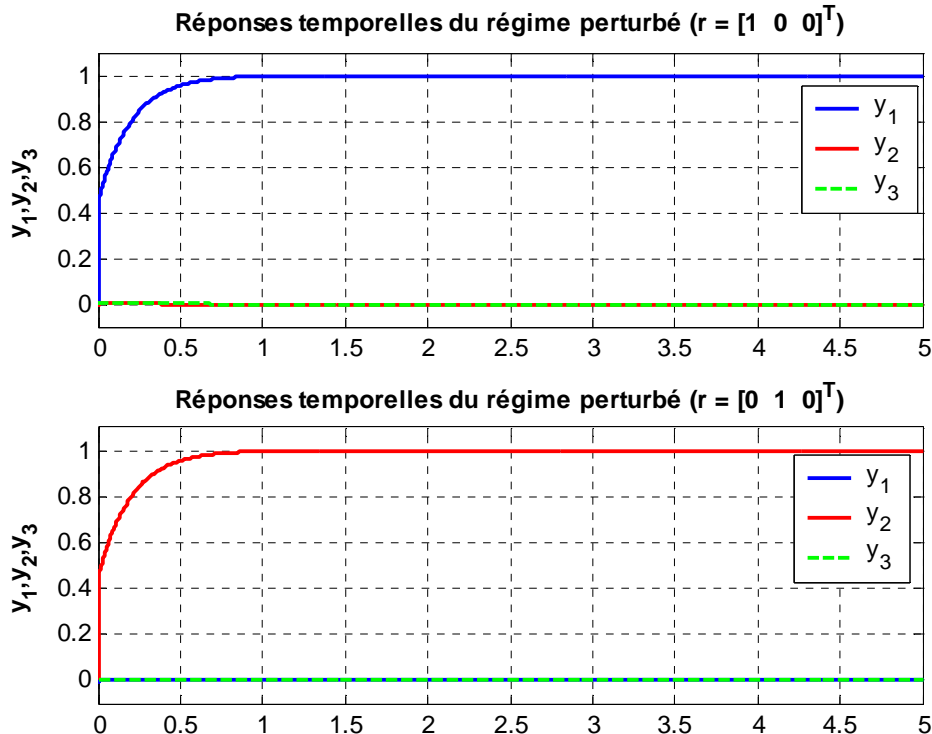
$$G^{-1}(0) = \begin{bmatrix} G_{11}^{-1}(0) & G_{12}^{-1}(0) & G_{13}^{-1}(0) \\ G_{21}^{-1}(0) & G_{22}^{-1}(0) & G_{23}^{-1}(0) \\ G_{31}^{-1}(0) & G_{32}^{-1}(0) & G_{33}^{-1}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.3228 & 0.1130 & -0.3413 \\ -1.1607 & 1.2846 & 0.1344 \\ 0.0129 & -0.1495 & 0.3360 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

D'après les valeurs des commandes de la figure précédente, on déduit que les valeurs des commandes en régime permanent concordent avec le gain statique de la matrice inverse de $G(s)$.

4.4.3 Régime perturbé :

Une fois la structure du contrôleur $K(s)$ défini, on cherche à tester si la robustesse en stabilité et en performances est satisfaite, par son implémentation en boucle fermée avec le régime perturbé $G_p(s)$,

Nous avons présenté la relation des régimes perturbés en fonction du modèle nominal et l'incertitude multiplicative en sortie (expression (1.19)). La matrice de transfert du modèle perturbé est connue, on présente ses réponses indicielles sur la figure (4.13).



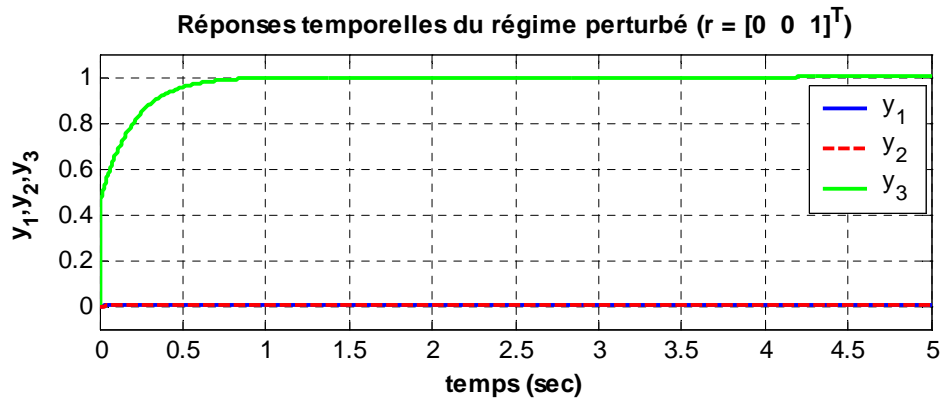
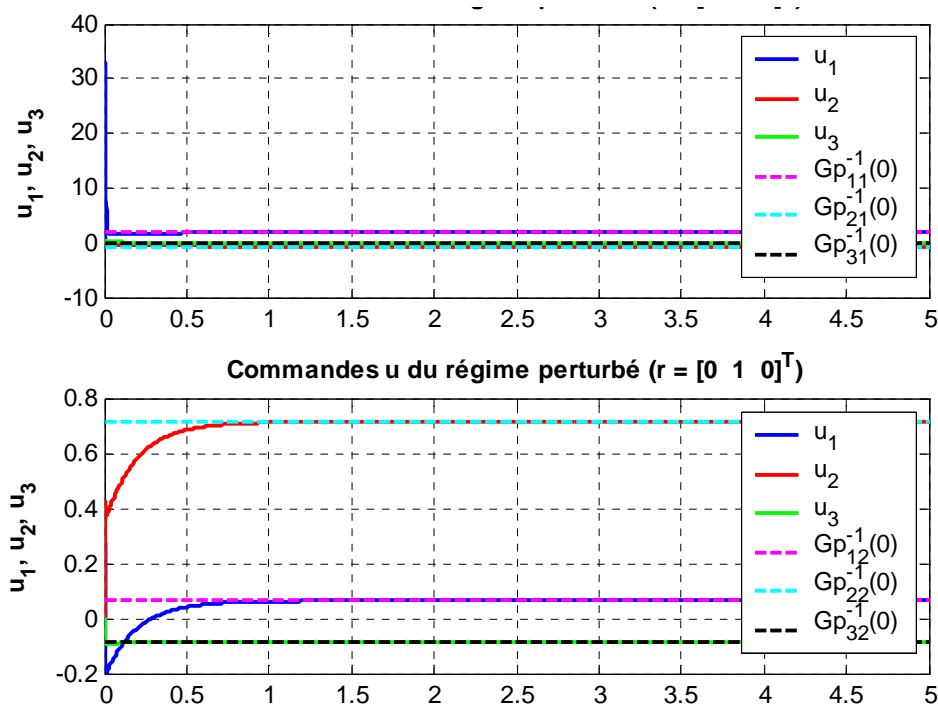


Figure (4.13) : Réponses temporelles en boucle fermée du régime perturbé

On relève de bonnes performances sur les réponses indicielles, car :

- les erreurs statiques sont nulles
- le temps de réponse à 5% est égal à 0,48 s.
- le découplage des entrées/sorties du procédé en boucle fermée est réalisé.

Les commandes pour le modèle perturbé en boucle fermée sont illustrées sur la figure (4.14).



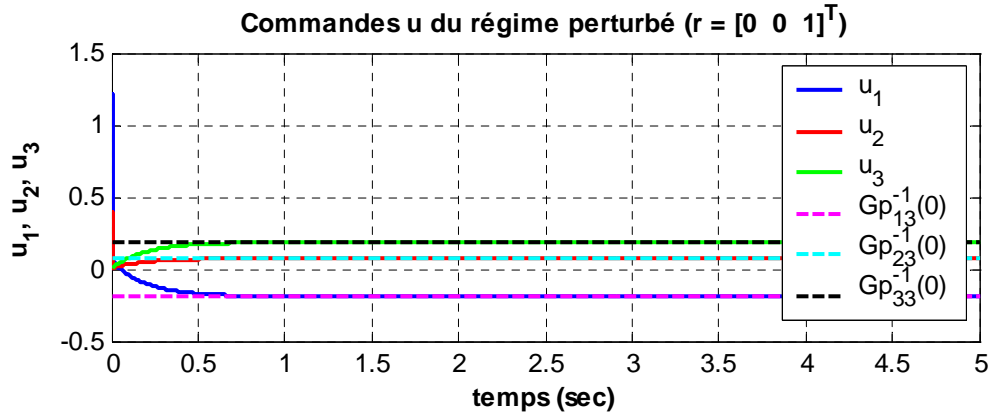


Figure (4.14) : Commandes du régime perturbé

On vérifie que les valeurs des commandes en régime permanent tendent vers le gain statique de la matrice de transfert inverse du régime perturbé :

$$G_p^{-1}(0) = \begin{bmatrix} G_{p11}^{-1}(0) & G_{p12}^{-1}(0) & G_{p13}^{-1}(0) \\ G_{p21}^{-1}(0) & G_{p22}^{-1}(0) & G_{p23}^{-1}(0) \\ G_{p31}^{-1}(0) & G_{p32}^{-1}(0) & G_{p33}^{-1}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.8460 & 0.0628 & -0.1896 \\ -0.6448 & 0.7136 & 0.0746 \\ 0.0071 & -0.0830 & 0.1866 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

En employant le même raisonnement que pour le modèle nominal et en évaluant les valeurs des commandes en régime statique, on remarque qu'elles correspondent aux valeurs du gain statique de la matrice de transfert inverse du modèle perturbé.

4.5 Conclusions :

Ce chapitre a été consacré à la synthèse par la méthode H_∞ appliquée sur le procédé d'un Aircraft. Une analyse en boucle ouverte a montré que le système en boucle ouverte est stable. Néanmoins, pour un meilleur fonctionnement, une loi de commandes est nécessaire pour l'amélioration de ses performances.

L'algorithme d'optimisation par H_∞ utilisé sur ce procédé a permis d'avoir une stabilisation de la boucle fermée en plus de la garantie des performances désirées dans la synthèse. Concernant le régime perturbé, les résultats relevés sont satisfaisants : la stabilité de la boucle fermée est assurée, avec les performances désirées. Ce qui amène à dire que loi de commandes obtenue permet de satisfaire la robustesse en stabilité et en performances.

**CONCLUSIONS
GENERALES**

CONCLUSIONS GENERALES

Il existe un grand nombre de techniques modernes pour la commande des systèmes linéaires. Une des techniques à considérer est l'utilisation de la commande robuste. La particularité de cette dernière est qu'elle permet d'assurer la stabilité des systèmes en boucle fermée, tout en ayant de bonnes performances.

C'est dans cet objectif que l'on s'est intéressé à la commande des systèmes multivariables par des contrôleurs robustes. L'une des méthodes les plus employées est l'utilisation de la norme H_∞ . La mise en œuvre d'un algorithme d'optimisation par H_∞ permet de trouver un contrôleur capable de stabiliser le système en boucle fermée, par la minimisation de la norme H_∞ du transfert en boucle fermée.

La synthèse des commandes robustes par H_∞ a été effectuée sur deux (02) systèmes multivariables : le premier est une machine asynchrone et le deuxième est un Aircraft. Le choix de deux applications se justifie afin de généraliser l'algorithme d'optimisation par H_∞ sur un nombre de procédés.

L'analyse du procédé de la machine asynchrone a montré que ses performances nécessitent des améliorations (figure (3.1)). En effectuant la synthèse par H_∞ sur ce procédé, on a trouvé un contrôleur $K(s)$ qui assure la stabilité en boucle fermée et garantit les performances désirées (figures (3.10) et (3.11)). La robustesse du contrôleur est confirmée par l'implantation sur le régime perturbé (figure (3.13)).

L'analyse du procédé de l'Aircraft en boucle ouverte a conclu qu'il est fortement couplé, donc mal conditionné (figure 4.1). L'utilisation de l'algorithme d'optimisation par H_∞ a trouvé un contrôleur $K(s)$ capable d'assurer la stabilité et d'apporter les performances souhaitées (figures (4.10) et (4.11)). L'implémentation du contrôleur en boucle fermée sur le régime perturbé confirme la robustesse en conservant la stabilité et les performances (figure (4.13)).

Les perspectives d'application de ce type de commandes sont importantes sur les procédés industriels, elles permettent de maintenir un fonctionnement optimal du fait qu'elles prennent en considération les différents types de perturbations.

Les résultats présentés dans ce travail pourront être comparés avec ceux d'autres techniques de synthèses de commandes robustes : la μ -Synthèse pourra faire l'objet d'un travail ultérieur.

REFERENCES
BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1]- S. Boyd and C. Barratt, “Linear control design: limits of performance”. Prentice Hall, 1991.
- [2]- S. Boyd and L. El Ghaoui, “Linear Matrix Inequalities in system and control theory”. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), 1994.
- [3]- R. S. Burns, “Advanced Control Engineering”. Butterworth-Heinemann, 2001.
- [4]- R. Y. Chiang and M. G. Safonov, “Robust control toolbox: user’s guide”. The Mathworks, 2001.
- [5]- J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonekar and B. A. Francis. “Space-state solutions to standard H₂ and H_∞ control problems”. IEEE Transactions on Automatic Control, Volume AC-34, pp. 831-847, 1989.
- [6]- J. C. Doyle and G. Stein, “Multivariable feedback design: concepts for classical/modern synthesis”. IEEE Transactions on Automatic Control, Volume AC-26, pp. 4-16, 1981.
- [7]- K. Glover and J. C. Doyle, “State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H_∞-norm bound and relations to risk sensitivity”. Systems & Control Letters, Volume 11, pp. 167-172, 1988.
- [8]- M. Green and D. Limebeer, “Linear Robust Control”. Prentice Hall, 1995.
- [9]- M. J. Grimble, “Robust industrial control systems”. Wiley & Sons, 2006.
- [10]- D. W. Gu, P. Hr. Petkov and M.M. Konstantinov, “Robust Control Design with MATLAB”. Springer-Verlag, 2005.
- [11]- H. Kwakernaak, “Minimax Frequency Domain Performance and Robustness Optimization of Linear Feedback Systems”. IEEE Transactions on Automatic Control, Volume 30, Number 10, pp. 994-1004, 1985.
- [12]- H. Kwakernaak, “Robust control and H_∞ optimization – A tutorial paper”. Automatica, Vol. 29, Number 2, pp. 255-273, 1993.

- [13]- J. R. Leigh, "Control theory: Second Edition". The Institution of Electrical Engineers (IEE), UK, 2004.
- [14]- C. N. Nett and C. A. Jacobson, "An Integrated Approach to Controls and Diagnostics: the Four-Parameter Controller". IEEE Control Systems, Volume 11, Number 6, pp. 22-29, 1991.
- [15]- K. Ogata, "Modern Control Engineering, Third Edition". Prentice Hall, 1997.
- [16]- A. Saberi, B. M. Chen and Z. Lin, "Closed-loop solutions to a class of H_∞ -optimization problems. International Journal of Control", Volume 60, Number 10, pp. 41-70, 1994.
- [17]- S. Skogestad, M. Morari and J. C. Doyle, "Robust Control of Ill-Conditioned Plants: High-Purify Distillation". IEEE Transactions on Automatic Control, Volume 33, Number 12, pp. 1092-1105, 1988.
- [18]- S. Skogestad and I. Postlethwaite, "Multivariable feedback control: Analysis and Design". Wiley & Sons, 1996.
- [19]- G. Stein, "Beyond singular values and loop shapes". Honeywell Systems and Research Center and M.I.T, 1985.
- [20]- A. A. Stoorvogel, "The H_∞ control problem: a state space approach". Prentice Hall, 1992.
- [21]- K. Zhou with J. C. Doyle and K. Glover, "Robust and Optimal Control". Prentice Hall, 1996.

RESUME

En Automatique, la commande des systèmes multivariables a donné lieu aux développements de plusieurs techniques de conception de contrôleurs. Parmi ces techniques, la commande robuste est une solution intéressante : le but principal est de trouver des contrôleurs –avec les incertitudes entre le modèle nominal et le procédé réel– qui assurent la stabilité et offrent de bonnes performances pour tous les régimes de fonctionnements.

La méthode de synthèse de commandes robustes par H_∞ est basée sur la minimisation des normes H_∞ des matrices de transfert des systèmes multivariables. On trouve un contrôleur qui réalise le compromis « Stabilité – Performances ».

La synthèse par H_∞ sera présentée et utilisée sous forme d'algorithme sur deux procédés multivariables, représentant respectivement une machine asynchrone et un Aircraft. Les résultats temporels et fréquentiels seront illustrés et on déterminera si les robustesses sur la stabilité et sur les performances de ces lois de commandes sont satisfaites.

ABSTRACT

In Multivariable control systems, many techniques were developed for controllers design. The robust control is one of these methods: the objective is to find a controller for multivariable systems –with the uncertainties between the nominal model and the real process- able to satisfy stability and good performances for all admissible models.

The H_∞ synthesis of robust controllers is based on the minimization of the H_∞ transfer function norms. Then, we must find a controller who satisfies the "Stability-Performances" problem.

In this work, the algorithm based on the H_∞ will be applied on two multivariable systems, respectively an Asynchronous Machine and an Aircraft. The results will be illustrated to determine if the robust stability and the robust performance are satisfied.

ملخص

في مجال الألية, إن التحكم في الأنظمة المتعددة المتغيرات أعطت تطوير لعدة تقنيات لتصميم أنظمة في التحكم. من بين الطرق الممكنة إستعمالها, طريقة التصميم التي تعتمد على مقياس H_{∞} تعتبر حل جيد, حيث يجب البحث على نظام تحكم للأنظمة الممتددة المتغيرات بإمكانه تقديم ظروف تشغيل حسنة, حتى تحت ظهور فوارق بين نظام التصميم و النظام الحقيقي.

طريقة التصميم بتقنية تعتمد على تقليص مقياس H_{∞} للأنظمة المتعددة المتغيرات للحصول على النتائج المنتظرة.

طريقة التصميم بتقنية H_{∞} لأنظمة التحكم سوف تعرض ثم تتطبق على نظامين مختلفين يمثلان على التوالي محرك كهربائي و طائرة, مع عرض النتائج اللازمة و التأكد من الصلاحية في التحكم.