

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

UNIVERSITE BADJI MOKHTAR ANNABA
BADJI MOKHTAR ANNABA UNIVERSITY



جامعة باجي مختار - عنابة

Faculté des sciences de l'Ingénieur.
Département d'Electronique

Année : 2010.

MEMOIRE

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de magister

Estimation d'Etat et Diagnostic de Fonctionnement des Systèmes non Linéaires

Option: Surveillance des Systèmes à Capteurs Intelligents.

Par

MERAHI Kamel

DIRECTEUR DE MEMOIRE : M-F. HARKAT M. C U. Annaba.

DEVANT LE JURY

PRESIDENT : N. DOGHMANE Professeur U. Annaba.

EXAMINATEURS :
T. KHADIR M. C U. Annaba.
T. BAHI M. C U. Annaba.

العمل المنجز في هذه المذكرة يبين طريقة لتقدير الحالة وكذلك كشف وتحديد الأعطاب التي تصيب النماذج الغير الخطية بالاعتماد على الملاحظات، أو لا قمنا بتحويل نموذج غير الخطي إلى نموذج متكون من مجموعة من النماذج الخطية وذلك بهدف تطبيق تقنيات التقدير وكشف وتحديد الأعطاب المستخدمة في الأنظمة الخطية على الأنظمة غير الخطية، ثم قمنا بانجاز متعدد الملاحظات ومتعدد الملاحظات بمدخل مجهولة وذلك لتقدير الحالة وتقدير الأعطاب التي تصيب الملتقطات أو المنفذات في الأنظمة غير الخطية الممثلة بنموذج متعدد النماذج. التقاط الأعطاب يعتمد على مقارنة الفرق بين مخارج النظام الفيزيائي ومخارجه التي تم تقديرها بمتعدد الملاحظات، مع عتبة التقاط. تعتمد مرحلة تحديد الأعطاب على الإنشاء المسبق لمصفوفة الإمضاءات النظرية للأعطاب واستخدام بنك مكون من متعدد الملاحظات يسمح بإنشاء مصفوفة الإمضاءات التجريبية يتم تحديد الاعطاب إذن بمقارنة الإمضاءات النظرية مع الإمضاءات التجريبية، قمنا بتطبيق هذه الطريقة على نظام غير خطي "نظام ذي ثلاثة أحواض" والنتائج المتحصلة عليها تبين جودة تقريب النماذج الغير بنموذج متعدد الأنظمة، كما تبين جودة متعدد الملاحظات في تقدير الحالة للأنظمة الغير خطية و كذلك قدرة متعدد الملاحظات في الكشف عن الاعطاب و تحديدها.

كلمات مفاتيح: النماذج الغير خطية, تقنية متعدد النماذج, تقدير الحالة, الملاحظات, معاينة

Résumé

Les travaux développés dans ce mémoire présentent une contribution à l'étude des méthodes de reconstruction d'état, de détection et de localisation de défauts des systèmes non linéaires à base d'observateur. Nous avons linéarisé les systèmes non linéaires par un multimodèle pour étendre les techniques d'estimation d'états et de diagnostic des systèmes linéaires aux systèmes non linéaires. Puis nous avons développé un multiobservateur et un multiobservateur à entrées inconnues, pour la reconstruction d'état et l'estimation de défauts affectant séparément l'entrée et la sortie d'un système. La détection de défauts est basée sur la comparaison d'un résidu ; qui représente l'erreur d'estimation de la sortie, à un seuil de détection. L'étape de localisation est basée sur la génération préalable d'une matrice de signatures théoriques des défauts à détecter. L'utilisation d'un banc de multiobservateurs permet de structurer les résidus et ensuite de constituer une matrice de signatures expérimentales. La localisation des défauts peut alors être obtenue en comparant les signatures théoriques et expérimentales. Nous avons testé ces méthodes sur un exemple de système non linéaire "système à trois cuves". Les résultats de simulation ont montré les performances de l'approche multimodèle pour l'approximation des systèmes non linéaires et celles des multiobservateurs pour effectuer la détection et la localisation de défauts.

Mots-clés : Systèmes non linéaires, approche multimodèle, estimation d'état, observateurs d'état , diagnostic.

Abstract

The work developed in this paper has a contribution to the study of methods for state reconstruction, detection and localization of faults in nonlinear systems based observer. We linearized the non-linear systems by a multimodel technique to extend the estimation of states and diagnosis of linear systems to nonlinear systems. Then we developed a multiobserver and a multiobserver with unknown input, for state reconstruction and estimation of faults affecting separately the inputs and the outputs of a system. The faults detection is based on the comparison of a residue; which represents the estimated error at the output, to a detection threshold. The localization step is based on the prior generation of a theoretical matrix of signatures to detect defects. The use of a bench of multiobservers allows us to structure the residues and then to form a matrix of experimental signatures. The localization of defects can be obtained by comparing the theoretical and experimental signatures. We applied these methods to an example of a nonlinear system "Three Tank System". The simulation results showed the performances of multimodel approach for the approximation of nonlinear systems and those of the multiobservers to perform the faults detection and localization.

Keywords: Non linear systems, multiple model approach, state estimation, observers, unknown, faults diagnosis

*Je dédie ce travail
à mes chers parents,
à toute ma famille,
à tous mes amis.*

Remerciements

Je tiens à remercier fortement mon promoteur Monsieur HARKAT Mohamed Faouzi, Maître de conférence à l'université d'Annaba, de m'avoir encadré durant ce travail. Qu'il trouve ici toutes mes reconnaissances pour la confiance qu'il m'a accordé, ainsi pour avoir contribué de manière essentielle aux résultats de ce travail, par sa clarté à l'heure de structurer le travail, ses conseils, son professionnalisme, ses compétences techniques qui ont été très importantes pour la réalisation du travail et très formatifs pour moi.

Mes remerciements et gratitude vont également à Monsieur DOGHMANE Noureddine et à tous les enseignants, de m'avoir aidé durant tout le parcours de post-graduation. J'adresse mes sincères remerciements à tous les notables membres du jury pour l'honneur de leur présence indispensable et d'accepter l'évaluation objective de ce modeste travail.

Que soient remerciées aussi toutes les personnes qui m'ont aidé de près ou de loin par leur soutien moral , ainsi que leur support quotidien, ce qui a rendu possible ce travail. Qu'ils retrouvent dans ces quelques lignes toute mes gratitude et mes reconnaissances.

Table des matières

Introduction générale	
Introduction générale	1
Chapitre 1 : Diagnostic des systèmes	
1.1 Introduction	6
1.2 Formulation du problème	6
1.3 Terminologie	6
1.4 Classification des défauts	7
1.4.1 Emplacement	8
1.4.2 Modélisation	8
1.4.3 Caractéristiques temporelles	8
1.5 Surveillance	9
1.6 Diagnostic	9
1.6.1 Détection	9
1.6.2 Localisation	9
1.6.3 Identification	9
1.7 Prise de décision	9
1.8 Performance d'une procédure de diagnostic	10
1.9 Différentes méthodes de diagnostic	11
1.9.1 Méthodes sans modèle mathématique	11
a. Les méthodes dites mono-signal	11
i) Vérification de seuils atteint	11
ii) Mise en place de capteurs dédiés	11
iii) Le traitement statistique	11
iv) L'analyse spectrale	11
b. Les méthodes dites multi-signal	11
i) La redondance matérielle	11
ii) Les systèmes experts	12
iii) Méthodes qualitatives	12
iv) L'analyse en composantes principales – ACP	12
1.9.2 Méthodes avec modèles mathématiques	12
1.9.2.1 Modèle	13
1.9.2.1.1 Modèle d'état ou représentation interne	13
1.9.2.2 Procédure de diagnostic à base de modèle	14
1.9.2.2.1 Génération de résidus	14
1.9.2.2.2 Evaluation des résidus	15
1.9.2.3 Les différentes méthodes de diagnostic à base de modèle	16
i) Estimation paramétrique	16
ii) Espace de parité	17
iii) Méthodes à base d'observateurs	18
iii.1) Observateur à entrées inconnues	19
iii.2) structuration des résidus par un banc d'observa....	19
iii.2.1) Les défauts actionneurs	20
iii.2.2) Les défauts capteurs	20
1.9 Conclusion	21

Chapitre 2 : L'approche multimodèle

2.1 Introduction	23
2.2 L'approche multimodèle	23
2.3 Structures des multimodèles	24
2.3.1 Multimodèle de Takagi-Sugeno	24
2.3.2 Multimodèle découplé	24
2.4 Méthode d'obtention d'un multimodèle	25
2.5 Obtention d'un multimodèle Par linéarisation.....	25
2.6 Optimisation paramétrique	26
2.6.1 Algorithme du gradient.....	27
2.6.2 Algorithme de Newton	27
2.6.3 Algorithme de Gauss-Newton	27
2.6.4 L'algorithme de marquardt levenberg	27
2.7 Stabilité du multimodèle de T.S	28
2.8 Exemple d'illustration	28
2.9 Conclusion.....	31

Chapitre 3 : Estimation d'état

3.1 Introduction	33
3.2 Principe d'estimation d'état.....	34
3.3 Observabilité.....	35
3.4 Observateurs de systèmes linéaires	36
3.4.1 Observateur de Luenberger	36
3.4.2 Filtre de Kalman	36
3.4.3 Observateur à entrées inconnues	37
3.4.3.1 Principe de la reconstruction	37
3.4.3.2 Conditions de convergence de l'observateur.....	38
3.4.3.3 Placement de pôles	39
3.5 Observateurs des systèmes non linéaires représentés sous forme multimodèles	39
3.5.1 Méthode de conception d'un multiobservateur	39
3.5.1.1 Affectation des valeurs propres d'un multiobservateur.....	41
3.5.1.2 Exemple d'application.....	41
3.5.2 Conception d'un multiobservateur à entrées inconnues.....	43
3.5.2.1 Matrices d'influence d'entrées inconnues identiques.....	43
3.5.2.1.1 Convergence globale du multiobservateur	45
3.5.2.1.2 Méthode de résolution	46
3.5.2.1.3 Placement de pôles	47
3.5.2.2 Matrices d'influence des entrées inconnues différentes	47
3.5.2.2.1 Convergence globale du multiobservateur	49
3.5.2.2.2 Méthode de résolution	49
3.5.2.2.3 Placement de pôles	50
3.5.2.2.4 Estimation des entrées inconnues	50
3.5.2.3 Exemple d'application.....	51
3.3 Conclusion.....	54

Chapitre 4 : Application au système à trois cuves

4.1 Introduction	56
------------------------	----

4.2 Système à trois cuves.....	56
4.2.1 Description du système.....	56
4.2.2 Modèle mathématique du système	56
4.3 Représentation du système à trois cuves par un multimodèle.....	58
4.4 Conception d'un multiobservateur	61
4.5 Détection et isolation de défauts capteurs et actionneurs	64
4.5.1 Détection de défauts capteurs	64
4.5.1.1 Elaboration de la table de signatures	65
4.5.1.2 Simulation en présence de défauts.....	65
4.5.1.3 Analyse des résidus	67
4.5.1.4 Évaluation des résidus	67
4.5.1.5 Localisation des défauts	67
4.5.1.6 Estimation de l'amplitude du défaut	67
4.5.2 Diagnostic des défauts d'actionneurs	68
4.5.2.1 Elaboration de la table de signatures	69
4.5.2.2 Simulation en présence de défauts.....	70
4.5.2.3 Analyse et évaluation des résidus.....	71
4.5.2.4 Localisation des défauts	71
4.5.2.5 Estimation de l'entrée inconnue	72
4.6 Conclusion.....	72

Conclusion générale

Conclusion générale	73
---------------------------	----

Bibliographie

Bibliographie	74
---------------------	----

Introduction générale

Au cours des deux dernières décennies, les performances des équipements industriels ont considérablement été augmentées, le gain en productivité et en qualité de production s'est tout naturellement accompagné d'un accroissement de la complexité des installations. L'intégration de calculateurs très performants dans les systèmes automatisés, a permis de développer les algorithmes sophistiqués tant au niveau de la commande qu'au niveau du traitement des données. Cependant ces algorithmes deviennent complètement inefficaces si les informations qu'ils utilisent sont erronées. Dans ce dernier cas, les performances du système s'en trouvent dégradées, mais pire encore, les conséquences au niveau des installations, de l'environnement et de la sécurité des personnes peuvent être dramatiques. Il convient d'implanter un système permettant de surveiller le bon fonctionnement de l'ensemble.

Un tel système de surveillance doit permettre de valider les données par les algorithmes de contrôle/commande mais aussi de fournir des informations sur le fonctionnement de l'unité aux opérateurs qui l'exploitent. Il doit être capable de provoquer dans les cas graves un arrêt de l'unité ou de permettre au système de production de continuer à fonctionner en mode dégradé en cas de problèmes ne nécessitant pas un arrêt immédiat. La surveillance est définie comme l'ensemble des actions mises en œuvre afin de détecter, de localiser et de diagnostiquer tout phénomène anormal. Ces actions sont élaborées à partir des techniques dites de DLD (Détection et Localisation de Défauts). Le but de la détection est de mettre en évidence les événements qui affectent l'évolution d'un système surveillé et de distinguer le fonctionnement normal de l'anormal. La tâche de localisation consiste à analyser les événements de façon à pouvoir déterminer le où les composants défectueux du système (instruments de mesures, actionneurs, composants physiques).

Ces dernières années, diverses méthodologies ont été développées pour répondre aux objectifs de détection et de localisation de défauts. Les méthodes analytiques basées sur la redondance analytique sont les plus répandues pour répondre à ces objectifs. Elles font appel à une connaissance du système constituée par la formulation explicite d'un modèle analytique du système à surveiller. Le principe de base est fondé sur la prise d'informations, par le biais de capteurs, sur le processus à surveiller. La comparaison entre le comportement réel du processus et le comportement estimé par le modèle, fournit des informations contenues dans un ensemble de signaux indicateurs de défauts (résidus). L'analyse (temporelle ou fréquentielle) de ces signaux permet de détecter et éventuellement d'interpréter tout comportement anormal du système afin de localiser sa provenance.

Dans le contexte de la surveillance, l'estimation de l'état du système est une source de redondance analytique. Elle permet de générer des symptômes de défaillance du système à partir d'un test de cohérence entre des signaux extraits du système qui renseignent sur son comportement réel et des signaux estimés qui traduisent le comportement attendu. Tout écart non permis entre ces signaux révèle la présence éventuelle de défauts affectant le fonctionnement du système, défauts qu'il convient ensuite d'estimer.

D'une façon générale, l'estimation de l'état d'un système s'opère par le biais d'un système dynamique auxiliaire, couramment appelé *estimateur d'état* ou *observateur*. Il est conçu sur la

base d'un modèle capable de représenter avec précision le comportement réel du système. La complexité de ce modèle doit en outre demeurer admissible et ce, de façon à rendre la tâche de synthèse et de mise en œuvre de l'observateur la plus aisée possible (étude de sa stabilité et de la convergence de l'erreur d'estimation, minimisation du volume de calculs, etc.).

Les premières études relatives à l'estimation d'état ont été menées à partir de modèles de structure linéaire relativement peu complexes. Les outils théoriques de synthèse d'observateurs, basés sur ce genre de modèle, semblent avoir atteint une certaine maturité et de nombreuses techniques d'estimation d'état sont disponibles. Cependant, le recours à ces techniques peut présenter certaines limites dans nombre de situations pratiques. En effet, la caractérisation de nombreux systèmes physiques à l'aide de modèles linéaires s'accompagne généralement d'hypothèses simplificatrices, souvent restrictives qui conduisent par exemple à considérer de faibles variations du système autour d'un point de fonctionnement donné, réduisant de fait le domaine de validité du modèle. L'estimation d'état fournie par l'observateur conçu sur la base de telles hypothèses se révèle inefficace lorsque l'objectif est d'obtenir une estimation d'état valable dans un large domaine de fonctionnement du système et non plus seulement au voisinage d'un point de fonctionnement donné, les performances du modèle se dégradant dès que le système s'en éloigne.

Afin de satisfaire cet objectif, la synthèse de l'observateur doit se faire sur la base de modèles plus complexes de nature non linéaire en mesure de représenter le comportement du système dans une large plage de fonctionnement. Cette approche, objet de développements constants depuis une trentaine d'années, est à l'origine de différentes techniques de synthèse d'observateurs (filtres de Kalman étendus, observateurs à grand gain, observateurs adaptatifs, etc.) pour des classes spécifiques de modèles non linéaires. Toutefois, en raison de la multiplicité de leurs structures et de leur complexité mathématique, les modèles non linéaires rendent la synthèse et la mise en œuvre de l'observateur plus difficiles et délicates que dans le cas des modèles linéaires. A ces difficultés se superpose en outre le problème épineux soulevé par l'obtention d'une représentation globale du comportement du système.

La stratégie d'estimation d'état proposée dans ce mémoire est basée sur une technique de modélisation globale connue sous le nom générique d'*approche multimodèle*. Son principe s'appuie sur la réduction de la complexité du système par le fractionnement de son espace de fonctionnement en un nombre fini de zones de fonctionnement. Un *sous-modèle* de structure simple et souvent linéaire peut alors servir à la description du comportement dynamique du système dans chaque zone. Le comportement global du système est ensuite représenté en considérant judicieusement la contribution relative de chaque sous-modèle au moyen d'une *fonction de pondération* associée à chaque zone de fonctionnement.

Les multimodèles sont reconnus pour leurs capacités à approcher les comportements dynamiques, aussi complexes soient-ils, d'une large gamme de systèmes. Leur structure possède en outre des propriétés mathématiques très intéressantes d'un point de vue de l'automatique. En effet, les multimodèles facilitent l'extension de certains outils d'analyse développés dans le cadre des systèmes linéaires aux systèmes non linéaires et ce, sans avoir à effectuer d'analyse spécifique sur la non-linéarité du système.

Dans cette approche de modélisation, deux grandes familles de multimodèles sont recensées selon la structure mise à profit pour agréger les sous-modèles. La première, connue sous l'appellation de *multimodèle de Takagi-Sugeno*, est constituée de sous-modèles partageant un vecteur d'état unique. La seconde, connue sous l'appellation de *multimodèle*

découplé, fait intervenir des sous-modèles découplés (c.-à-d. indépendants), chacun d'entre eux possédant son propre vecteur d'état.

Les travaux présentés dans le cadre de ce mémoire illustrent, les techniques de modélisation des systèmes non linéaires à l'aide d'un multimodèle couplé, l'estimation d'état et le diagnostic de fonctionnement à base d'observateur.

Ce document est organisé autour de quatre chapitres.

❖ **Chapitre I**

L'objectif du premier chapitre se résume à définir ce que sous-entendent par la détection et la localisation de défauts (le diagnostic), aussi bien du point de vue de la terminologie, que des principes fondamentaux sur lesquels il repose. Les principales approches de détection seront énoncées. Les méthodes usuelles et avec modèle analytique seront évoquées.

❖ **Chapitre II**

Le deuxième chapitre est dédié à l'étude de l'approche multimodèle qui permet de représenter un système dynamique non linéaire comme la combinaison d'un ensemble de modèles linéaires locaux valables dans des zones de fonctionnement. La méthode de obtention d'un multimodèle par linéarisation est décrite, les différentes méthodes d'optimisation paramétriques les plus utilisées sont aussi décrites. Pour illustrer cette approche, nous avons montré, à travers un exemple académique, la méthode et la qualité de l'approximation d'un système dynamique non linéaire par un multimodèle.

❖ **Chapitre III**

Dans ce chapitre, nous présentons les techniques de reconstruction d'état des systèmes non linéaires représentés sous forme multimodèle et comment s'affranchir de la présence des entrées inconnues sur les équations du multimodèle après une représentation de la principe de l'estimation d'état, observabilité et les observateurs d'états des systèmes linéaires. Les résultats obtenus vont être utilisés dans le quatrième chapitre pour réaliser les tâches de détection et de localisation de défauts des systèmes non linéaires.

❖ **Chapitre VI**

L'objectif du quatrième chapitre est d'illustrer, à travers un système non linéaire " système à trois cuves", la mise en œuvre des techniques de modélisation, d'estimation d'état et de diagnostic de fonctionnements à base d'observateur présentées au cours des chapitres précédents. Ce chapitre permet donc d'évaluer les performances de l'approche proposée de la phase modélisation par multimodèle jusqu'à la phase de mise en œuvre d'une stratégie de diagnostic à base de multiobservateurs. La méthode de localisation est basée sur la génération préalable d'une matrice de signatures théoriques des défauts à détecter. L'utilisation d'un banc de multiobservateurs permet ensuite de constituer une matrice de signatures expérimentales. La localisation des défauts peut alors être obtenue en comparant les signatures théoriques et expérimentales.

Ce mémoire s'achève par une conclusion générale réalisant le bilan de ce travail et évoquant quelques perspectives complémentaires.

CHAPITRE I : DIAGNOSTIC DES SYSTEMES

Sommaire

1.1	Introduction	6
1.2	Formulation du problème	6
1.3	Terminologie	6
1.4	Classification des défauts	7
1.4.1	Emplacement	8
1.4.2	Modélisation	8
1.4.3	Caractéristiques temporelles	8
1.5	Surveillance	9
1.6	Diagnostic	9
1.6.1	Détection	9
1.6.2	Localisation	9
1.6.3	Identification	9
1.7	Prise de décision	9
1.8	Performance d'une procédure de diagnostic	10
1.9	Différentes méthodes de diagnostic	11
1.9.1	Méthodes sans modèle mathématique	11
a.	Les méthodes dites mono-signal	11
i)	Vérification de seuils atteint	11
ii)	Mise en place de capteurs dédiés	11
iii)	Le traitement statistique	11
iv)	L'analyse spectrale	11
b.	Les méthodes dites multi-signal	11
i)	La redondance matérielle	11
ii)	Les systèmes experts	12
iii)	Méthodes qualitatives	12
iv)	L'analyse en composantes principales – ACP	12
1.9.2	Méthodes avec modèles mathématiques	12
1.9.2.1	Modèle	13
1.9.2.1	Modèle d'état ou représentation interne	13
1.9.2.2	Procédure de diagnostic à base de modèle	14
1.9.2.2.1	Génération de résidus	14
1.9.2.2.2	Evaluation des résidus	15
1.9.2.3	Les différentes méthodes de diagnostic à base de modèle	16
i)	Estimation paramétrique	16
ii)	Espace de parité	17

iii) Méthodes à base d'observateurs	18
iii.1) Observateur à entrées inconnues.....	19
iii.2) structuration des résidus par un banc d'observa....	19
iii.2.1) Les défauts actionneurs.....	20
iii.2.2) Les défauts capteurs.....	20
1.9 Conclusion.....	21

1.1. Introduction

C'est une évidence de constater que la commande des systèmes devient de plus en plus complexe ; cela est dû à la nature des systèmes, mais aussi à la volonté de contrôler tous les paramètres et toutes les perturbations affectant le système. Dans cette dynamique s'est développée la discipline de la sûreté de fonctionnement. Pour un grand nombre d'applications, il est nécessaire d'implanter un système de surveillance afin de détecter, isoler, voire identifier tout dysfonctionnement. Un système de surveillance doit permettre de caractériser le mode de fonctionnement d'un système à partir d'informations préalablement collectées, en reconnaissant et en indiquant les anomalies de comportement. Cette surveillance peut être réalisée en mode exploitation ou en mode hors exploitation. chacun des modes présente un certain nombre d'avantages et d'inconvénients. Le mode d'implémentation en exploitation permet de réagir rapidement en cas de problèmes et s'accompagne souvent d'une procédure de maintenance sur site. Il impose un traitement en temps réel des différents signaux. Le mode d'implémentation hors exploitation permet de faire de la maintenance préventive et peut être utilisé en complément du mode d'implémentation en exploitation lorsque celui-ci ne permet pas de préciser la raison du dysfonctionnement du système.

Du fait de la variété des systèmes et des défauts à diagnostiquer ainsi que l'hétérogénéité des informations disponibles, diverses approches ont été développées pour la détection et la localisation de défauts. Ces approches peuvent être classées selon la disponibilité d'un modèle du processus à surveiller. Dans le cas où le modèle n'est pas disponible, c'est l'analyse des données fournies par le système qui permet de décider de son état. Dans le deuxième cas, les redondances d'information et la connaissance fournie par le modèle sont utilisées pour caractériser le mode de fonctionnement du système. Des signaux indicateurs de défauts, nommés résidus, sensibles aux différents types de défauts, doivent être alors générés. Ils doivent contenir suffisamment d'informations pour que soit possible la localisation d'un ou plusieurs défauts. De plus, ils doivent être insensibles aux différentes perturbations inconnues agissant sur le système ainsi qu'aux incertitudes liées aux imprécisions du modèle. L'évolution de ces résidus permet de décider si le mode de fonctionnement est normal ou non.

Ce chapitre présente des généralités sur le diagnostic. Après une représentation de la terminologie utilisée dans la littérature scientifique dans le domaine du diagnostic, les principales approches de détection seront énoncées. Les méthodes usuelles et avec modèle analytique seront évoquées.

1.2. Formulation du problème

Le problème de la conception des algorithmes de diagnostic peut se formuler comme suit : en utilisant les données disponibles (en ligne ou hors ligne), et la connaissance que l'on a du système, il s'agit de produire des décisions les meilleurs possibles relatives à l'état de santé du système. Les données disponibles sont les valeurs des variables mesurées (signaux) et des paramètres connus du système (sorties, valeurs des consignes mesurées, entrées calculées, paramètres nominaux).

1.3. Terminologie

Avant d'aller plus loin, il convient de définir ce qu'est un défaut, une défaillance, une panne, un état de fonctionnement normal, ..., termes auxquels nous aurons souvent recours dans la suite.

- *Fonctionnement normal d'un système*

Un système est dit dans un état de fonctionnement normal lorsque les variables le caractérisant (variables d'état, variables de sortie, variables d'entrée, paramètres du système) demeurent au voisinage de leurs valeurs nominales. Le système est dit défaillant dans le cas contraire [1].

- **Dysfonctionnement**

Une irrégularité intermittente survenant au niveau d'une fonction remplie par le processus [2].

- **Défaut**

Le concept de défaut est fondamental dans les opérations de surveillance pour la conduite et la maintenance des procédés industriels. On appelle défaut tout écart entre la caractéristique observée sur le dispositif et la caractéristique théorique. Cet écart est idéalement nul en l'absence de défaut. Les défauts peuvent apparaître au niveau des capteurs, des actionneurs ou au niveau du processus lui-même [1].

- **Défaillance**

Une défaillance est l'altération ou la cessation de l'aptitude d'un ensemble à accomplir sa ou ses fonctions requises avec les performances définies dans les spécifications techniques. Une défaillance est un dysfonctionnement du système, le processus présente alors un fonctionnement inacceptable du point de vue des performances. Il est clair qu'une défaillance implique l'apparition d'un défaut puisqu'il existe un écart entre la caractéristique mesurée et la caractéristique théorique. Par contre, un défaut n'implique pas nécessairement une défaillance puisque le dispositif peut très bien continuer à assurer sa fonction principale [1].

- **Panne**

Une panne est l'incapacité d'un dispositif à accomplir une fonction requise. Une panne résulte toujours d'une défaillance et donc d'un défaut :



Dans le cadre de la maintenance préventive conditionnelle, il est clair que le diagnostic doit permettre de détecter et de localiser un défaut avant que celui-ci ne conduise à une défaillance ou à une panne qui entraînerait l'arrêt du système [1].

- **Perturbation**

Entrée du système physique qui n'est pas une commande. Autrement dit, c'est une entrée non contrôlée [3].

- **Résidu**

Un indicateur de défauts basé sur la différence entre les mesures et les calculs [2].

- **Symptôme analytique**

Un changement dans les caractéristiques nominales d'une quantité observable provoqué par un défaut [2].

1.4. Classification des défauts

Les défauts affectent un système, ils sont classés selon *leur emplacement*, *leur modélisation*, *leurs caractéristiques temporelles*.

progressifs (*dérives*) représentent les changements lents des valeurs paramétriques. Souvent dus au vieillissement, Ils sont plus difficiles à détecter en raison de leur dynamique lente, mais sont également moins graves. Les défauts intermittents (*valeurs aberrantes*) sont des défauts qui apparaissent et disparaissent à plusieurs reprises, par exemple à cause d'un câblage partiellement endommagé.

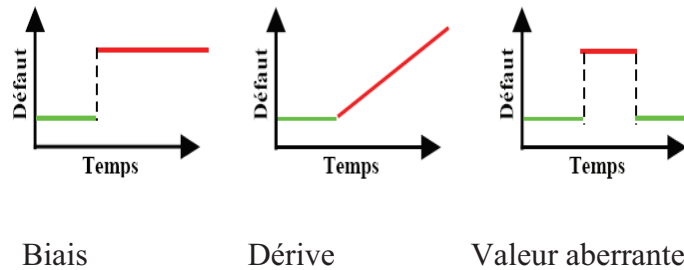


Fig.1.2. Répartition des défauts selon le comportement temporel

1.5. Surveillance

La surveillance d'un système repose sur l'observation des processus (ensemble de phénomènes organisés dans le temps) qui régissent le comportement du système. Cependant, la surveillance n'a pas seulement pour fonction de centraliser et visualiser les informations. Elle a également pour fonction de déterminer le fonctionnement courant du système, de détecter le passage d'un fonctionnement normal vers un fonctionnement anormal et de caractériser ce changement de fonctionnement en déterminant sa cause. Cette seconde fonction est désignée par le terme diagnostic.

1.6. Diagnostic

Le diagnostic consiste à détecter, localiser et éventuellement identifier les défauts qui affectent un système.

1.6.1. Détection

Premier niveau du diagnostic consiste à prendre une décision binaire : soit le système fonctionne correctement, soit une panne s'est produite. Le résultat de la procédure de détection est une alarme signifiant que le fonctionnement réel du système ne concorde plus avec le modèle de fonctionnement sain.

1.6.2. Localisation

Deuxième niveau du diagnostic, déclenché par une procédure de détection, consistant à déterminer de manière plus approfondie les composants défaillants : capteur, actionneur, processus ou unité de commande.

1.6.3. Identification

L'identification d'un défaut est le fait d'estimer l'amplitude et l'évolution temporelle du défaut afin d'expliquer au mieux le comportement du système. Cette partie d'identification du défaut est la dernière phase de la procédure de diagnostic.

1.7. Prise de décision

Une fois le fonctionnement incorrect du système constaté, il est primordial d'agir de façon à maintenir les performances souhaitées ou à limiter les dégradations sur le système réel.

Cette prise de décision permet de choisir entre plusieurs options comme arrêter le système pour faire de la maintenance ou accepter un fonctionnement dégradé. Il peut encore s'agir, quand cela est possible, de reconfigurer ou de réorganiser le système [4]. Le rôle de la reconfiguration est de s'affranchir des conséquences du défaut pour conserver les performances initiales lorsque cela est possible ou encore d'assurer un fonctionnement dégradé du système si celui-ci est tolérable. Il est important que le défaut soit identifié avec exactitude (étendue, amplitude, type, cause) afin d'en permettre sa compensation éventuelle. La reconfiguration peut porter sur le système de régulation (ou une partie de celui-ci), sur la structure de la loi de commande, sur le processus physique (en présence de redondance matérielle, on peut basculer sur les éléments ayant un fonctionnement correct) ou encore sur la réévaluation des objectifs.

1.8. Performance d'une procédure de diagnostic

Comment s'assurer que le système de diagnostic développé soit le plus performant possible ?

Pour répondre à une telle question, il convient tout d'abord de définir en vertu de quels critères le

système peut être évalué. D'une manière générale, nous pouvons regrouper les différents critères

de performance du système de détection de la manière suivante [5] :

- Détectabilité,
- Isolabilité,
- Sensibilité,
- Robustesse,
- Coût économique,
- Temps de développement.

La notion de *détectabilité* est l'aptitude du système de diagnostic à pouvoir déceler la présence

d'une défaillance sur le procédé. Elle est fortement liée à la notion d'indicateurs de défauts (résidus) : le générateur de résidu doit, d'une certaine manière, être sensible à la défaillance que l'on souhaite détecter.

L'isolabilité est la capacité du système de diagnostic à remonter directement à l'origine du défaut. Une alarme engendre bien souvent de nouvelles alarmes et il devient dès lors difficile de retrouver l'organe défaillant. La propriété d'isolabilité est liée à la structure des résidus et à la procédure de détection elle-même.

La sensibilité caractérise l'aptitude du système à détecter des défauts d'une certaine amplitude. Elle dépend non seulement de la structure des résidus mais aussi du rapport de l'amplitude du bruit de mesure avec celle du défaut.

La robustesse détermine la capacité du système à détecter des défauts indépendamment des erreurs de modélisation (sensibilité du résidu aux défauts et insensibilité vis-à-vis des perturbations). Généralement, la robustesse est définie par rapport à toutes les entrées inconnues.

En pratique, d'autres critères sont à prendre en considération. En phase d'industrialisation, les contraintes ergonomiques et économiques sont essentielles. La rapidité de détection peut être un facteur déterminant. De même, les coûts économiques vont conditionner la stratégie de diagnostic : le système nécessite-t-il des composants trop chers pour sa conception, le temps

de développement est-il trop important ? Autant de points à vérifier afin de satisfaire le cahier des charges.

1.9. Différentes méthodes de diagnostic

Dans ce paragraphe, on présente différentes méthodes utilisées en diagnostic de systèmes physiques, le domaine était très vaste, des choix arbitraires ont été faits. Le but n'est donc pas de faire une synthèse exhaustive de l'existant, mais de montrer la richesse des possibilités qui s'offrent au concepteur de système de diagnostic. En effet, différents types d'algorithmes de détection dédiés aux systèmes physiques ont été conçus par les chercheurs. Néanmoins, on s'est astreint à balayer le large spectre des techniques actuellement utilisées en diagnostic, à savoir.

1.9.1. Méthodes sans modèle mathématique

Tout d'abord, les méthodes n'utilisant pas de modélisations mathématiques sont passées en revue. Gertler, dans [6], donne une classification de ces différentes méthodes.

a. Les méthodes dites mono-signal

i) Vérification de seuils atteint

Les mesures sont comparées à des seuils critiques définis par avance. Le fait de dépasser cette limite présente des dangers quant à l'utilisation du processus ; le système est mis en défaut. Dans beaucoup de systèmes, deux niveaux limites sont définis : les services du premier niveau conduisent seulement à l'avertissement préalable de l'existence d'un défaut, tandis que le deuxième niveau déclenche des mesures d'urgence.

ii) Mise en place de capteurs dédiés

Ces capteurs peuvent être soit des détecteurs vérifiant de manière simple si les valeurs critiques sont atteintes ou non (par exemple, température limite ou pression) ou soit des capteurs mesurant des variables spécifiques (par exemple : bruit, vibration, élongation).

iii) Le traitement statistique

Le traitement statistique du signal consiste à calculer les paramètres statistiques de certaines variables significatives du processus tels que les moments statistiques (moyenne, variance,...), la somme cumulée, ... Chacune des valeurs statistiques est testée afin de détecter un défaut présent sur le signal.

iv) L'analyse spectrale

Certaines mesures ont un spectre typique de fréquence sous des conditions normales de fonctionnement ; toute déviation de celui-ci est une indication d'anomalie. Certains types de défaut peuvent même avoir une signature caractéristique dans le spectre qui peut être utilisé pour l'isolation des défauts [7].

b. Les méthodes dites multi-signal

i) La redondance matérielle

La redondance matérielle consiste en la mise en place d'une série de capteurs mesurant la même grandeur physique sur un même organe du système. Les comparaisons par différence

des mesures des capteurs deux à deux forment alors les résidus. Si un des capteurs est défaillant, il est alors détecté et isolé facilement, car il affecte tous les résidus où il intervient. De nombreuses applications industrielles appliquent cette méthode de diagnostic [8], [9]. Cette méthode est principalement dédiée à des systèmes présentant des hauts risques, tels les centrales nucléaires, l'aéronautique, etc. il s'agit de systèmes sur lesquels la sécurité prime sur le coût et la maintenance des capteurs.

ii) Les systèmes experts

L'approche par systèmes experts est différente des méthodes précédentes, dans le sens où elle vise à évaluer les symptômes obtenus par la détection matérielle ou logicielle. Le système expert se compose habituellement d'une combinaison de règles logiques du genre :

SI [état du système i] *ET* (fait observable)
ALORS [état du système j],

où chaque conclusion peut, alternativement, servir d'état dans une prochaine règle jusqu'à ce que la conclusion finale soit atteinte. Le système expert peut soit fonctionner grâce à l'information qui lui est présentée par la détection matérielle ou logicielle ou soit interagir avec un opérateur humain, s'enquérant auprès de lui des symptômes particuliers et le guidant au travers des processus entièrement logiques [10].

iii) Méthodes qualitatives

Les méthodes qualitatives ont pour cadre l'approche logique provenant de la communauté Intelligence Artificielle. Ces méthodes reposent sur la quantification des signaux d'entrées et de sorties. Dès lors, tous les signaux sont partitionnés en valeurs discrètes tout en s'assurant que le modèle fournit les informations nécessaires afin de distinguer le cas sans défaut du cas avec défaut. L'identification du modèle qualitatif peut être faite grâce à un automate où chaque région est représentée par un mode. Le passage d'un mode à l'autre se fait par le franchissement de valeurs frontières et cela avec une probabilité donnée. Le diagnostic consiste à regarder la concordance entre les régions des sorties vis-à-vis des régions des entrées et cela pour un certain nombre de défauts définis.

iv) L'analyse en composantes principales – ACP

L'analyse en composantes principales (ACP) est une technique descriptive permettant d'étudier les relations qui existent entre les variables, sans tenir compte, a priori, d'un quelconque modèle [11]. Le but de l'ACP est d'identifier la structure de dépendance entre des observations multivariées afin d'obtenir une description ou une représentation compacte de ces dernières.

L'analyse en composante principale peut être vue comme une technique de projection orthogonale linéaire qui projette les observations multidimensionnelles représentées dans un espace de dimension m (m est le nombre de variables observées) dans un sous-espace de dimension inférieure $l < m$ en maximisant la variance des projections. Le calcul de distances par rapport à ces axes sert d'outil de détection de valeurs aberrantes. Dans ce sens, l'ACP peut être considérée comme une technique de minimisation de l'erreur quadratique d'estimation ou une technique de maximisation de la variance des projections (il faut noter que ces deux critères sont équivalents).

1.9.2. Méthodes avec modèles mathématiques

Nous nous intéresserons aux méthodes de diagnostic utilisant un modèle analytique, et avant

de présenter ces méthodes de diagnostic nous définissons la notion de modèle, et la procédure de diagnostic à base de modèle.

1.9.2.1. Modèle

Un système physique étant un ensemble constitué de composants interconnectés, un modèle d'un système est donc une description de sa structure physique et une représentation comportementale et/ou fonctionnelle, abstraite, de chacun de ses composants. Le diagnostic peut ainsi faire appel à divers niveaux de modélisation, chacun se référant à des degrés de connaissance différents du système, structurelles, comportementales, fonctionnelles. La représentation structurelle décrit les interconnexions des composants d'un système physique (la structure du système peut être représentée, par exemple, sous forme d'une matrice d'incidence). La représentation comportementale est constituée de relations entre les différents phénomènes qui régissent le comportement du système. Suite à la comparaison entre les comportements observé et attendu, toute incohérence est alors révélatrice d'une ou de plusieurs anomalies de comportement. Les incohérences sont ainsi considérées comme des signes de défauts ou des symptômes de défaillances.

Dans le cadre de ce travail, nous nous intéresserons à l'écriture du modèle dynamique sous la forme de représentation d'état.

1.9.2.1.1. Modèle d'état ou représentation interne

Une large classe de systèmes à la propriété de pouvoir être décrite par un nombre fini de grandeurs appelées variables d'état. Ces variables permettent de déterminer les évolutions futures du système à partir des états initiaux et des grandeurs externes d'entrée. Une représentation d'état ou modèle d'état est un ensemble fini n d'équations différentielles du premier ordre et p équations algébriques, reliant des grandeurs scalaires, divisées en variables internes (ou variables d'état) et en variables externes comprenant les grandeurs d'entrée et de sortie. D'une manière générale, la représentation d'état d'un système est :

- **Modèle non linéaire**

la représentation d'état des systèmes linéaires est de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, u, w) & (1.1a) \\ y(t) = h(x, u, v) & (1.1b) \end{cases}$$

où la variable t représente le temps, $x \in R^n$ le vecteur d'état, $u \in R^m$ le vecteur de commande, $y \in R^p$ le vecteur de mesure, $w \in R^n$ et $v \in R^p$ les vecteurs de bruits d'état et de mesure respectivement, f et h sont les fonctions non-linéaires correspondant respectivement à l'équation dynamique de l'état et à l'équation de mesures.

- **Modèle linéaire**

la représentation d'état des systèmes linéaires est de la forme :

$$\begin{cases} f(x, u, w) = Ax(t) + Bu(t) + w(t) & (1.2a) \\ h(x, u, v) = Cx(t) + Du(t) + v(t) & (1.2b) \end{cases}$$

Avec t , x , u , y , w et v définis comme pour le système (1.1), et où $A \in R^n$ désigne la matrice d'état ou d'évolution, $B \in R^{n \times m}$ est la matrice de commande, $C \in R^{p \times n}$ est la matrice de sortie

ou de mesures et $D \in R^{p \times m}$ est la matrice de transmission directe des commandes sur les sorties.

1.9.2.2. Procédure de diagnostic à base de modèle

Le diagnostic à base de modèle est largement interprété dans la littérature. Dans le cadre de ce travail nous nous intéresserons aux méthodes de diagnostic utilisant un modèle analytique, qui font intervenir les trois principes de base que sont la génération de résidus, la détection et la localisation. Ces méthodes peuvent s'interpréter comme indiqué par la figure (1.3).

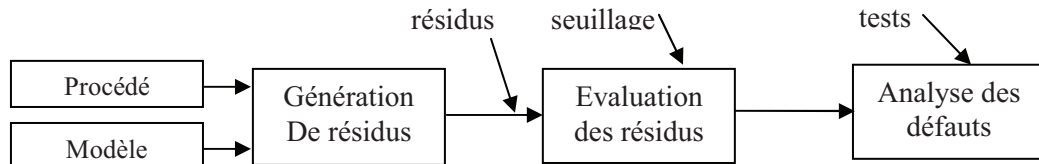


Fig. 1.3. architecture générale de la détection de défauts à base de modèle

La structure générale de la plupart des méthodes utilisant des modèles mathématiques se fonde sur l'idée de la redondance analytique. Contrairement à la redondance physique ou matérielle, où les mesures de différents capteurs sont comparées, les mesures issues des capteurs sont comparées aux valeurs des variables respectives obtenues de manière analytique. De tels calculs utilisent les mesures à l'instant courant t et/ou passées et le modèle mathématique. L'idée peut être étendue à la comparaison de quantités calculées uniquement de manière analytique, chacune étant obtenue par un calcul différent. Dans les deux cas, les différences résultantes sont appelées des résidus.

Remarque 1.1. La redondance matérielle peut être vue comme une forme particulière de la redondance analytique, ne faisant intervenir uniquement qu'une égalité terme à terme comme relation entre les mesures pour l'élaboration du résidu.

19.2.2.1. Génération de résidus

La première étape d'un système de surveillance à base de modèle consiste à générer des indicateurs de défauts. Ils contiennent des informations sur les anomalies ou dysfonctionnements du système à surveiller. Le principe est de mesurer l'écart entre les mesures des signaux du procédé, et la valeur théorique fournie par le modèle dans des conditions de fonctionnement nominal. La génération de résidus est un problème crucial pour les systèmes de diagnostic. En effet, c'est de la structure des résidus engendré que dépendra la robustesse de la localisation.

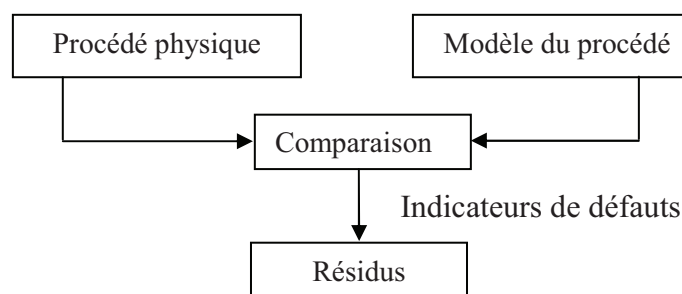


Fig. 1.4. Génération de résidus

De façon générale, on forme tout d'abord des résidus de "base" qui dépendent a priori de tous les défauts. Notons ces résidus :

$$r_i = f(d_1, d_2, \dots, d_p) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

où d_i est un défaut ou une perturbation indésirable. Il y a plus de résidus que de défauts à détecter ($n \geq p$). Puis on forme, par agrégation, des résidus "secondaires" de façon à faire disparaître l'influence du défaut d_i dans le nouveau résidu. On aboutit ainsi à deux types de résidus [21]:

- **des résidus structurés** [13]. En réponse à un défaut particulier, seul un ensemble spécifique de résidus sera affecté. Par exemple, un défaut d_i agira sur tous les résidus sauf sur le $i^{\text{ème}}$. Parmi les résidus structurés, on distingue les résidus dédiés et les résidus généralisés.
 - *les résidus généralisés* : le résidu r_i dépend de tous les défauts sauf le $i^{\text{ème}}$.
 - *les résidus dédiés* : le résidu r_i est sensible à l'unique défaut d_i
- **des résidus de directions privilégiées**. En présence d'un type particulier de défaut, une seule direction du vecteur résidu sera alors affectée (et non pas un plan comme pour les résidus structurés).

19.2.2.2 Evaluation des résidus (génération de fonctions de décision)

Le rôle de cette étape est de détecter et d'isoler les défauts. On peut noter que dans nombre d'algorithmes, l'étape de détection de défauts est implicite dans l'étape d'isolation, alors que dans d'autres, ces fonctions sont réalisées séquentiellement. Il s'agit en fait d'analyser les résidus précédemment formés de manière à établir le diagnostic, c'est-à-dire à détecter et à isoler le défaut. Les fonctions de décision ainsi générées utilisent la logique binaire (absence ou présence de défaut).

De façon générale, on peut donc dire que la détection peut être globale ou locale. Dans le premier cas de la détection globale, on aura une seule fonction de décision qui dépendra de l'ensemble des résidus : $\varphi = f(r_1, r_2, \dots, r_p)$. Par opposition, dans le cas de la détection locale, on dispose de plusieurs fonctions de décision qui ne dépendent chacune que d'un unique résidu :

$$\varphi_i = f(r_i) \quad i = 1, 2, \dots, p.$$

L'intérêt de la détection globale est sa rapidité. En effet, elle permet de détecter rapidement le défaut puisqu'un seul résidu soumis au défaut permet un test valide. Cependant, il n'est pas possible de localiser le défaut. La détection locale, par contre, permet cette détection et cette isolation. L'inconvénient est que chaque résidu doit être testé, la détection est donc moins rapide que dans le cas de la détection globale. Il est donc évident que le plus souvent une détection globale prévaudra et qu'en cas de défaillance, une procédure de détection locale sera réalisée par la suite.

Dans le cas des résidus structurés, les tests d'hypothèses (par exemple, tester le résidu par rapport à un seuil de détection) peuvent être réalisés sur chaque résidu pris séparément. Le résultat est une valeur booléenne, qui selon les hypothèses choisies pourra, par exemple, être égale à "1" si le test est vérifié et à "0" sinon. La combinaison des différents tests permet la définition d'un code ou signature expérimentale du défaut.

Ainsi dans le cas des résidus structurés, on obtient les tables de codage (ou des signatures théoriques) suivantes ("1" : résidu sensible au défaut ; "0" : résidu insensible au défaut) :

Résidus	défauts		
	d_1	d_2	d_3
r_1	0	1	1
r_2	1	0	1
r_3	1	1	0

Table 1.1. Résidus généralisés

Résidus	défauts		
	d_1	d_2	d_3
r_1	1	0	0
r_2	0	1	0
r_3	0	0	1

Table 1.2. Résidus dédiés

Une condition minimale pour l'isolation des défauts est que tous les codes soient distincts. Alors, on parlera d'isolation faible. Du fait des bruits ou des incertitudes, cette isolation peut ne pas être suffisante ; aussi, pour diminuer le risque de mauvaise isolation, il faut s'assurer que les codes dégradés des défauts (du fait du bruit ou des erreurs de modèle) ne soient pas non plus identiques. Si tel est le cas, on parlera d'isolation forte.

La localisation des défauts est basée sur la comparaison, à chaque instant, de la signature de défaut expérimentale avec les différentes signatures théoriques. L'hypothèse de défaut la plus vraisemblable est désignée par la signature de défaut théorique la plus proche de la signature expérimentale.

1.9.2.3 Les différentes méthodes de diagnostic à base de modèle

Trois méthodes principales de diagnostic à base de modèle sont utilisées :

i) Estimation paramétrique

Les méthodes d'estimation paramétriques ont pour principe d'estimer les paramètres du modèle. On entend par *paramètre* les constantes physiques du système (masse, coefficient de viscosité,...) ou une agrégation de plusieurs paramètres physiques. Pour ce dernier cas, une correspondance unique doit exister entre les paramètres du modèle et les paramètres du système.

– Modélisation mathématique du procédé selon des équations du type :

$$y(t) = f(u(t), \theta) \quad (1.3)$$

dans lesquelles $u(t)$ représente les commandes du système et θ les paramètres du modèle.

- description des relations entre les constantes physiques p supposées connues et les paramètres du modèle θ :

$$\theta = g(p) \quad (1.4)$$

– estimation $\hat{\theta}$ des paramètres du modèle à partir de l'équation (1.4) et des mesures des entrées et des sorties du système :

$$\hat{\theta} = h(y(1), \dots, y(t), u(1), \dots, u(t))$$

– estimation \hat{p} des paramètres du système à partir de l'équation (1.4) :

$$\hat{p} = g^{-1}(\hat{\theta}(t))$$

– théorie de la décision pour détecter une défaillance ou non, en prenant en compte les aspects non déterministes (bruits de capteurs ou erreurs de modélisation). Le vecteur résidu est obtenu en faisant la différence entre les paramètres estimés et les valeurs nominales, soit à partir des paramètres physiques, soit à partir des paramètres du modèle :

$$\begin{aligned} r(t) &= \theta(t) - \hat{\theta}(t) \\ \text{ou} & \\ r(t) &= p(t) - \hat{p}(t) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Pour des valeurs nominales non connues, une approche consiste à construire le vecteur résidu à partir des seuls paramètres estimés mais à des temps t différents. Par exemple :

$$\begin{aligned} r(t) &= \hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(t - k) \\ \text{ou} & \\ r(t) &= \hat{p}(t) - \hat{p}(t - k) \end{aligned} \quad (1.6)$$

Ce dernier cas suppose que les paramètres restent constants dans des conditions de fonctionnement nominales. Il existe plusieurs méthodes estimant les paramètres. Citons pour exemple l'estimation par projection orthogonale, l'estimation Bayésienne, l'estimation au sens du maximum de vraisemblance ou l'estimation au sens des moindres carrés.

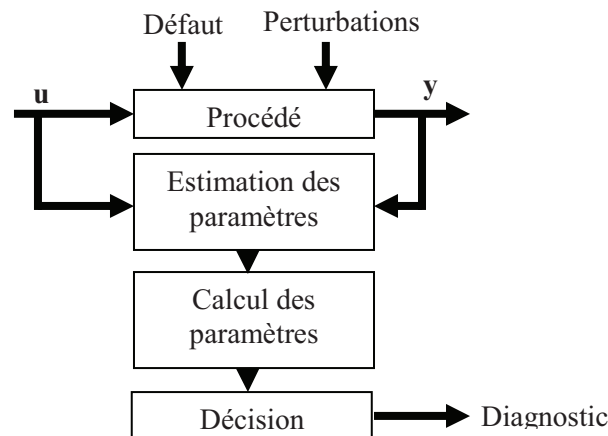


Fig. 1.5. Estimation de paramètres

ii) Espace de parité

Les équations du modèle sont projetées dans un espace particulier appelé espace de parité, permettant ainsi d'éliminer les inconnues à l'aide de redondances. Les équations projetées ne font intervenir que des variables mesurables (les entrées et les sorties du système) sur une fenêtre d'estimation. Ces équations s'appellent des relations de redondance analytique (RRA). L'idée est de tester la cohérence des mesures par rapport à leurs estimées données par le modèle (on parle de consistance des mesures, de leur parité).

Considérons un modèle général d'équations de mesure :

$$y(k) = Cx(k) + e(k) + Fd(k) \quad (1.7)$$

$$x \in \mathfrak{R}^n, y \in \mathfrak{R}^m, d \in \mathfrak{R}^p, e \in \mathfrak{R}^m, C \in \mathfrak{R}^{m,n}, F \in \mathfrak{R}^{m,p}$$

où $y(k)$ est le vecteur des mesures, $x(k)$ le vecteur des variables à mesurer, $d(k)$ le vecteur des défaillances, $e(k)$ le vecteur des bruits de mesure. C est une matrice caractérisant le système de mesure et F est la matrice qui traduit la direction des défaillances.

Le vecteur parité $p(k)$ est défini par projection du vecteur des mesures $y(k)$:

$$p(k) = Wy(k) \quad (1.8)$$

où W est la matrice de projection.

La propriété d'orthogonalité de cette matrice avec la matrice C entraîne :

$$p(k) = We(k) + WFd(k) \quad (1.9)$$

Le vecteur parité est ici la somme de deux composantes. Le premier terme $We(k)$ apporte une contribution aléatoire de statistique (connue si celle du bruit $e(k)$ est connue). Le second terme $WFd(k)$ est une composante déterministe dont la direction est fixée par le rang du capteur en défaut, et l'amplitude est fonction de celle de la défaillance du capteur. En l'absence d'erreurs de mesure $e(k)$ et de défaillances $d(k)$, le vecteur parité est nul. L'ensemble des redondances entre les mesures se traduit par :

$$Wy(k) = 0 \quad (1.10)$$

Il est bien évident que la matrice W ne pourra pas découpler parfaitement les entrées inconnues. Elle doit faire l'objet de travaux d'observabilité.

iii) Méthodes à base d'observateurs

Le principe fondamentale des méthodes de diagnostic à l'aide d'observateurs est de reconstruire une partie ou l'ensemble des sorties du système à partir de grandeurs accessible du procédé. Les signaux indicateurs de défauts sont générés en formant les différences entre les sorties estimées et les sorties réelles. En absence de défauts, les différences convergent vers zéro dès qu'un défaut apparaisse, ces différences ne sont plus égales à zéro. Cependant, tout système physique est exposé à des perturbations inévitables, qui sont traduites, tout comme les défauts, par un changement dans le modèle du procédé. Ces perturbations entraînent alors à une incohérence entre les sorties du système physique et celle de l'observateur. La figure (1.6) illustre la problématique de la génération de résidus à base d'observateurs.

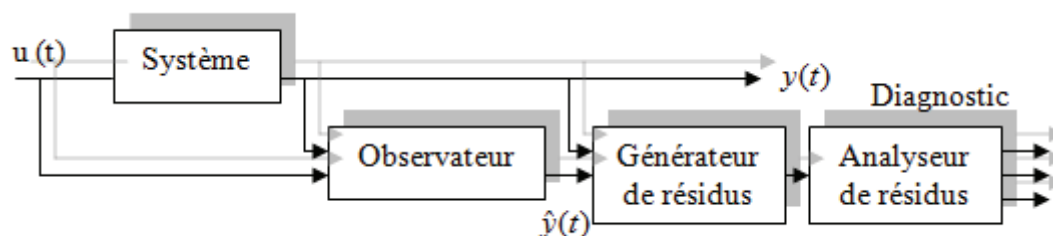


Fig. 1.6. Schéma fonctionnel d'un observateur-générateur de résidus

les approches à base d'observateurs [14] consistent à comparer les sorties estimées avec les mêmes sorties mesurées. L'écart entre ces sorties est utilisé comme résidu.

Il est intéressant de noter que, pour un schéma de diagnostic à base d'observateurs, seule l'estimation des sorties est nécessaire celle de l'état ne l'étant pas [15].

iii.1) Observateur à entrées inconnues

Un autre type d'observateurs a été introduit dans la détection de défauts au milieu des années 80 : l'observateur à entrées inconnues (Unknown Input Observer : UIO). Des travaux concernant les observateurs pour des systèmes dont certaines entrées sont inconnues sont initiés par [16] et les premiers travaux publiés utilisant un observateur à entrées inconnues pour la détection et la localisation de défaut sont dus à [17]. L'observateur à entrées inconnues est aussi utilisé pour le cas des entrées toutes connues mais dont une partie seulement est utilisée afin de ne pas être affectés par d'éventuels défauts sur les entrées ignorées.

Nous allons détailler les conceptions d'observateurs et observateurs à entrées inconnues pour les systèmes linéaires et non linéaires dans le troisième chapitre.

iii. 2) structuration des résidus par un banc d'observateurs

La détection d'un défaut nécessite un seul observateur pour générer le résidu, mais il y a un inconvénient lorsque nous entamons l'étape de localisation, puisque la forme des résidus de reconstruction de sortie montre leur dépendance vis-à-vis des défauts à détecter. Comme ces derniers sont multiples, ce qui nous empêche de localiser la source du défaut. La situation idéale étant qu'un résidu soit sensible à un défaut particulier. Cette structuration, qui correspond à un découplage, peut être effectuée par un banc d'observateurs, ces observateurs construits selon que l'on souhaite détecter des défauts d'actionneurs ou de capteurs à partir d'une partie des entrées ou une partie des sorties du système.

Chaque observateur du banc d'observateur est synthétisé pour qu'il soit sensible à un sous-ensemble de défauts d_i et insensible aux autres.

Le nombre d'observateurs à intégrer dans le banc dépend du nombre de défauts à détecter et à isoler. Trois possibilités sont envisagées :

- Les défauts doivent être détectés mais pas localisés : dans cette configuration le banc d'observateur est composé d'un unique observateur qui doit être affecté par tous les défauts et insensible aux perturbations.
- Cas de défauts uniques : ce cas de figure, très fréquemment étudié, est moins restrictif qu'il n'y paraît. En effet, il est rare (mais pas impossible) que plusieurs capteurs, actionneurs ou composants du système tombent en panne simultanément. Le banc d'observateurs sera alors constitué d'autant d'observateurs qu'il y a de défauts à isoler. Chacun de ces observateurs sera synthétisé de manière à être sensible à tous les défauts sauf un. Ainsi, le $i^{\text{ème}}$ observateur sera obtenu en considérant le $i^{\text{ème}}$ défaut d_i comme entrée inconnue. La table de codage des défauts sera alors composée de 1 à l'exception d'une diagonale de 0.
- Cas de défauts multiples : la détection et la localisation de tous les défauts, lorsque ceux-ci peuvent intervenir simultanément, nécessitent de pouvoir découpler chaque observateur de tous les défauts sauf un, la table de codage des défauts sera alors composée de 0 à l'exception d'une diagonale de 1.

Les défauts sur une installation peuvent survenir à trois niveaux : les composants du système (défauts internes), les actionneurs et enfin les capteurs. Suivant la position du défaut, il est possible d'adapter la construction du banc d'observateurs pour améliorer les performances du système de surveillance.

iii.2.1) Les défauts actionneurs

Dans la représentation par l'espace d'état, ces défauts sont modélisés par un terme additif sur les composantes de la matrice de commande. Deux configurations sont envisagées :

- Défauts uniques : Dans ce cas, le banc d'observateurs à entrées inconnues peut être construit suivant l'architecture GOS (Generalized Observer Scheme) présentée sur la figure (1.7.a). le $i^{\text{ème}}$ observateur est piloté par toutes les entrées sauf la $i^{\text{ème}}$ et toutes les sorties. La sortie de cet observateur est donc sensible aux défauts de toutes les entrées sauf ceux de la $i^{\text{ème}}$, chaque résidu issu d'un UIO est insensible à un défaut actionneur particulier et sensible à tous les autres. Il est donc possible de détecter et localiser les défauts actionneurs lorsque ceux-ci interviennent séparément.
- Défauts multiples : le banc d'observateurs pourra être construit suivant l'architecture DOS (Dedicated Observer Scheme) présentée sur la figure (1.7.b). le $i^{\text{ème}}$ observateur est piloté par la $i^{\text{ème}}$ entrée et toutes les sorties ; les $(m-1)$ autres entrées sont considérées comme inconnues et la sortie de ce $i^{\text{ème}}$ observateur est insensible aux défauts des entrées non utilisées donc chaque résidu issu d'un UIO est sensible à un et un seul défaut actionneur ce qui permet de détecter et localiser les défauts même quand ceux-ci surviennent simultanément.

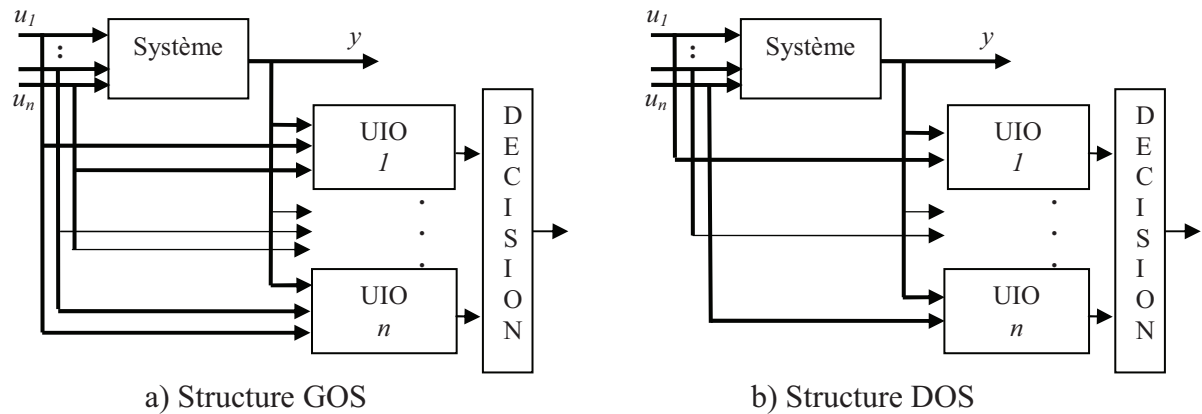


Fig. 1.7. Localisation de défauts actionneurs

iii.2.2) Les défauts capteurs

En représentation d'état, ces défauts sont modélisés par des termes additifs sur les composantes de la matrice de sortie. Deux hypothèses sont encore envisageables pour la construction d'un banc d'observateurs suivant que les hypothèses de défauts uniques ou défauts multiples sont retenues.

- Défauts uniques : dans ce cas, le banc d'observateurs peut être construit selon l'architecture GOS présentée à la figure (1.8.a) le $i^{\text{ème}}$ observateur est piloté par toutes les sorties sauf la $i^{\text{ème}}$, et toutes les entrées. La sortie de cet observateur est donc sensible aux défauts de toutes les capteurs sauf ceux de la $i^{\text{ème}}$. Il est donc possible de détecter et de localiser les défauts capteurs lorsque ceux-ci interviennent séparément.
- Défauts multiples : le banc d'observateurs peut être construit selon le schéma DOS présenté sur la figure (1.8.b) le $i^{\text{ème}}$ observateur est piloté par la $i^{\text{ème}}$ sortie et toutes les entrées ; la sortie de ce $i^{\text{ème}}$ observateur est insensible aux défauts des sorties non utilisées donc chaque résidu issu d'un observateur est sensible à un et un seul défaut capteur ce qui permet de détecter et localiser les défauts capteurs même lorsqu'il surviennent de façon simultanée.

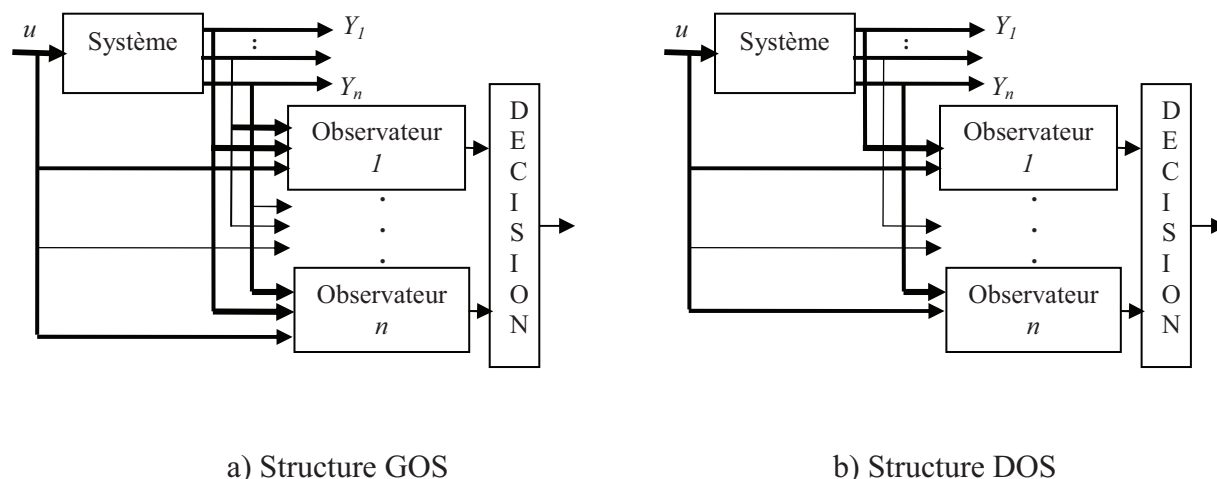


Fig. 1.8. Localisation de défauts capteurs

1.10 Conclusion

L'objectif de ce chapitre est de présenter le principe et de rappeler des notions autour du diagnostic et de la surveillance, pour ouvrir une piste vers le diagnostic à base de modèle, et de fixer le contexte dans lequel nous nous sommes placés afin d'élaborer notre système de détection et de localisation de défauts basé sur les observateurs. Nous avons commencé par préciser certains nombres de notions fondamentales ainsi que les principes d'un système de diagnostic à base de modèles analytiques, les méthodes usuelles de diagnostic et les méthodes de diagnostic à base de modèle. Notre approche de diagnostic repose sur l'utilisation des observateurs. Nous allons détailler la conception des observateurs pour les systèmes linéaires et non linéaires dans le troisième chapitre.

CHAPITRE II : L'APPROCHE MULTIMODELE

Sommaire

2.1 Introduction	23
2.2 L'approche multimodèle	23
2.3 Structures des multimodèles	24
2.3.1 Multimodèle de Takagi-Sugeno	24
2.3.2 Multimodèle découplé	24
2.4 Méthode d'obtention d'un multimodèle	25
2.5 Obtention d'un multimodele Par linéarisation.....	25
2.6 Optimisation paramétrique	26
2.6.1 Algorithme du gradient.....	27
2.6.2 Algorithme de Newton	27
2.6.3 Algorithme de Gauss-Newton	27
2.6.4 L'algorithme de marquardt levenberg	27
2.7 Stabilité du multimodèle de T.S	28
2.8 Exemple d'illustration	28
2.9 Conclusion.....	31

2.1. Introduction

La *modélisation* représente l'indispensable étape préliminaire à la conduite des processus industriels. Cette étape fondamentale est nécessaire que ce soit pour l'élaboration d'une loi de commande ou bien pour le développement d'une procédure de diagnostic. La modélisation d'un processus vise à établir les relations qui lient les variables caractéristiques de ce processus entre elles et à représenter d'une manière rigoureuse le comportement de ce processus dans un domaine de fonctionnement donné. En fonction de la connaissance a priori sur le processus à étudier, on peut envisager différents types de modèles en vue de représenter son comportement.

Dans ce mémoire, on a opté une *approche multimodèle*. En effet, les multimodèles constituent un outil adapté à la modélisation des systèmes complexes. Ils sont également dotés d'une structure aux propriétés mathématiques particulièrement intéressantes du point de vue de l'automatique. Ils permettent donc de parvenir à un bon compromis entre la complexité et la simplicité et offre la possibilité d'étendre les techniques de commande, estimation d'états et de diagnostic des systèmes linéaires aux systèmes non linéaires. Le présent chapitre, introduit l'approche multimodèle.

2.2. L'approche multimodèle

L'approche multimodèle a connu un intérêt certain depuis la publication des travaux de Johansen et Foss [34]. L'approche multimodèle est basée sur la décomposition du comportement dynamique du système non linéaire en un nombre L de domaines de fonctionnement, chaque domaine étant caractérisé par un sous-modèle linéaire.

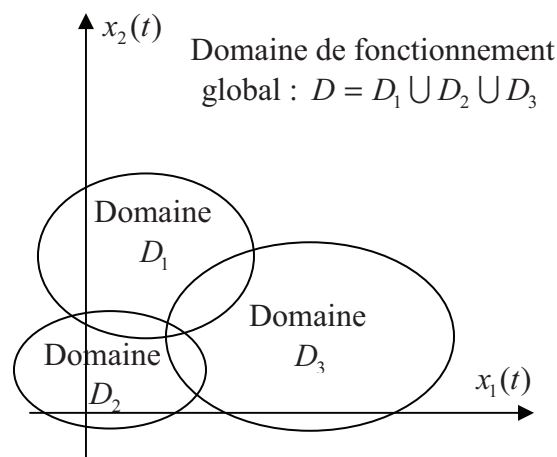


Fig.2.1 : Principe de l'approche multimodèle

La figure (2.1) illustre ce principe dans un cas à deux dimensions l'ensemble des points de fonctionnement du système de coordonnées $x(t) = (x_1(t), x_2(t))$, a été décomposé en trois domaines de fonctionnements notés D_1, D_2 et D_3 . Le domaine globale de fonctionnement est alors défini par la réunion des domaines locaux $D = D_1 \cup D_2 \cup D_3$. Sur chacun des domaines locaux, ou sous domaines, peut être construit un modèle local. La sortie de chaque sous-modèle contribue plus ou moins à l'approximation du comportement global du système non linéaire. La contribution de chaque sous-modèle est définie par une fonction de pondération. Ces différents modèles locaux pourront alors être combinés au moyen d'une technique

d'interpolation pour obtenir une représentation global, ou multimodèle, valable sur le domaine de fonctionnement global D .

Plusieurs structures permettent d'interconnecter les différents sous-modèles afin de générer la sortie globale du multimodèle. Deux structures essentielles de multimodèle peuvent être distinguées, l'une où les sous-modèles partagent le même vecteur d'état (multimodèle de Takagi-Sugeno), l'autre où les sous-modèles sont découplés, chaque sous-modèle possédant alors son propre vecteur d'état (multimodèle découplé). Le multimodèle de Takagi-Sugeno est, à l'heure actuelle, le plus couramment utilisé.

2.3. Structures des multimodèles

Deux grandes familles de multimodèles sont répertoriées selon que les sous-modèles sont *homogènes* dans le sens où ils partagent la même structure et le même espace d'état ou *hétérogènes*, c.-à-d. que leur structure et leur espace d'état diffèrent. Deux structures essentielles de multimodèle peuvent être distinguées, leur différence provient de la façon dont les sous-modèles sont combinés. La première structure, connue sous l'appellation de *multimodèle de Takagi-Sugeno*, est constituée de sous-modèles partageant un vecteur d'état unique (sous modèles homogènes). Dans la seconde, connue sous l'appellation de *multimodèle découplé*, les sous-modèles possèdent chacun un vecteur d'état indépendant (sous-modèles hétérogènes).

2.3.1. Multimodèle de Takagi-Sugeno

La structure du multimodèle de Takagi-Sugeno (T.S.) ou à états couplés, initialement proposée dans un contexte de modélisation floue par Takagi et Sugeno [35] dans les années 80, a été depuis largement popularisée dans un contexte multimodèle par les travaux de Johansen et Foss [34]. Elle est certainement la structure la plus couramment utilisée dans le cadre de l'approche multimodèle. Le multimodèle de T.S. est connu sous différentes appellations : réseaux de modèles locaux à mélange de paramètres (*local model network by blending the parameters*), multimodèle à modèles locaux couplés ou à état couplé ou encore multimodèle à état unique,

La représentation dans l'espace d'état de ce multimodèle est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}_m(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t) + D_i) \\ y_m(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(\xi(t))(C_i x(t) + E_i u(t) + N_i) \end{cases} \quad (2.1)$$

où $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur d'état commun aux sous-modèles, $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ est le vecteur de commande, $y(t) \in \mathfrak{R}^p$ représente le vecteur de sortie. Où $\mu_i(\xi(t))$, $i \in \{1, \dots, M\}$ sont les fonctions d'activation qui respectent les propriétés (2.8) et $\xi(t)$ est le vecteur des variables de décision dépendant des variables d'état mesurables et éventuellement de la commande $u(t)$. Le multimodèle de Takagi-Sugeno est, le plus couramment utilisé.

2.3.2. Multimodèle découplé

Une autre forme de multimodele, proposee par Filev [36], résulte de l'agrégation de modèles locaux décrits d'une façon découplée. La différence entre cette structure et celle

présentée au paragraphe précédent réside dans le fait que chaque modèle local est indépendant de tous les autres (2.2) :

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + D_i \\ y_i(t) = C_i x(t) + E_i u(t) + N_i \end{cases} \quad (2.2)$$

Dans cette structure, la notion d'état local, correspondant à un domaine de fonctionnement, apparait beaucoup clairement. Le multimodèle (modèle global) est ainsi donné par :

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + D_i \\ y_m(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(\xi(t))(C_i x(t) + E_i u(t) + N_i) \end{cases} \quad (2.3)$$

2.4. Méthode d'obtention d'un multimodèle

Les multimodèle représentent les systèmes non linéaires sous forme d'une interpolation entre des modèles linéaires locaux. Chaque modèle local est un système dynamique LTI valide autour d'un point de fonctionnement. Trois méthodes distinctes peuvent être employées pour l'obtention d'un multimodèle par identification, par linéarisation autour de différents points de fonctionnement (dans ce cas, il s'agit de modèles locaux affines dû à la présence de la constante de linéarisation) ou par transformation polytopique convexe. Dans la première situation, à partir de données sur les entrées et les sorties, on peut identifier les paramètres du modèle local correspondant aux différents points de fonctionnement. Dans la deuxième et la troisième situation, on suppose disposer d'un modèle mathématique non linéaire. Dans ce document nous présentons la deuxième méthode.

2.5. Obtention d'un multimodèle Par linéarisation

Dans ce cas, on suppose disposer d'un modèle mathématique non linéaire du processus physique qu'on linéarise autour de différents points de fonctionnement judicieusement choisis, considérons le système non linéaire suivant

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad (2.4)$$

avec $f(.) \in C^1$. La linéarisation du système (2.4) autour d'un point de fonctionnement arbitraire $(x_i, u_i) \in \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m$ est :

$$f_i(x(t), u(t)) = A_i(x(t) - x_i) + B_i(u(t) - u_i) + f(x_i, u_i) \quad (2.5)$$

que l'on peut réécrire sous la forme

$$f_i(x(t), u(t)) = A_i x(t) + B_i u(t) + d_i \quad (2.6)$$

avec

$$A_i = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{\substack{x=x_i \\ u=u_i}}, \quad B_i = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right|_{\substack{x=x_i \\ u=u_i}}, \quad d_i = f(x_i, u_i) - A_i x_i - B_i u_i$$

D'un point de vue mathématique, ceci correspond à approximer la fonction f par son plan tangent au point (x_i, u_i) .

En supposant que les modèles locaux (dits aussi sous-modèles) sont issus d'une linéarisation autour de n points de fonctionnement (x_i, u_i) , la formulation multimodèle aboutit à

$$\dot{x}_m(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + Bu(t) + d_i) \quad (2.7)$$

$\mu_i(\xi(t))$ est la fonction d'activation, cette fonction indique la contribution plus ou moins importante du modèle local correspondant dans le modèle global (multimodèle). Elle assure un passage progressif de ce modèle aux modèles locaux voisins. Ces fonctions sont généralement de forme triangulaire, sigmoïdale ou gaussienne, et doivent satisfaire les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t)) = 1 \\ 0 \leq \mu_i(\xi(t)) \leq 1 \end{cases} \quad (2.8)$$

Et $\xi(t)$ est le vecteur des variables de décision dépendant des variables d'état mesurables et éventuellement de la commande $u(t)$. Notons que dans ce cas, le nombre de modèles locaux (N) dépend de la précision de modélisation souhaitée, de la complexité du système non linéaire et du choix de la structure des fonctions d'activation.

2.6. Optimisation paramétrique

L'optimisation paramétrique consiste à estimer les paramètres des fonctions d'activation et ceux des modèles locaux, ces paramètres doivent être optimisés au moyen d'une procédure itérative en raison des non-linéarités du modèle global (multimodèle) par rapport à ses paramètres. Les méthodes d'identification paramétrique sont généralement basées sur la minimisation d'une fonctionnelle de l'écart entre la sortie estimée du multimodèle $y_m(t)$ et la sortie mesurée du système $y(t)$. Le critère le plus utilisé est le critère qui représente l'écart quadratique entre les deux sorties indiquées.

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^M \varepsilon(t, \theta)^2 = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^M (y_m(t) - y(t))^2 \quad (2.9)$$

Où M est l'horizon d'observation et θ est le vecteur de paramètres des modèles locaux et ceux des fonctions d'activation.

Les méthodes de minimisation du critère $J(\theta)$ s'appuient, le plus souvent, sur un développement limité du critère $J(\theta)$ autour d'une valeur particulière du vecteur de paramètres θ et d'une procédure itérative de modification progressive de la solution. Si l'on note k l'indice d'itération de la méthode de recherche et $\theta(k)$ la valeur de la solution à l'itération k , la mise à jour de l'estimation s'effectue de la manière suivante :

$$\theta(k+1) = \theta(k) - \eta D(k) \quad (2.10)$$

où η représente un facteur d'ajustement permettant de régler la vitesse de convergence vers la solution. $D(k)$ est la direction de recherche dans l'espace paramétrique. Selon la façon dont $D(k)$ est calculée, on distingue différentes méthodes d'optimisation dont les principales sont rappelées ci-dessus.

2.6.1. Algorithme du gradient

Cette méthode est basée sur un développement du critère $J(\theta)$ (2.8) au premier ordre. La direction de recherche à l'itération k est spécifiée par le gradient $G(\theta(k))$ du critère de la manière suivante :

$$D(k) = G(\theta(k)) = \left. \frac{\partial J}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta(k)} = \sum_{t=1}^N \left. \frac{\partial \varepsilon(t, \theta)}{\partial \theta} \varepsilon(t, \theta) \right|_{\theta=\theta(k)} \quad (2.11)$$

η dépend de la vitesse de convergence du critère. Généralement, il est calculé par une méthode heuristique qui consiste à augmenter η si le critère décroît et à le réduire dans le cas où contraire [37].

2.6.2. Algorithme de Newton

Cette fois, l'algorithme est basé sur le développement au deuxième ordre. La direction et le pas de recherche sont spécifiés simultanément par l'équation :

$$D(k) = H^{-1}(k)G(\theta(k)) \quad (2.12)$$

où $H(k)$ est la matrice hessienne du critère défini par :

$$H(k) = \sum_{t=1}^N \left. \frac{\partial \varepsilon(t, \theta)}{\partial \theta} \frac{\partial \varepsilon(t, \theta)}{\partial \theta^T} + \frac{\partial^2 \varepsilon(t, \theta)}{\partial \theta^2} \varepsilon(t, \theta) \right|_{\theta=\theta(k)} \quad (2.13)$$

Dans ce cas, le pas de recherche $\eta = 1$. L'inconvénient principal de cet algorithme réside dans le calcul de l'inversion du hessien à chaque itération.

2.6.3 Algorithme de Gauss-Newton

Afin de simplifier la méthode de Newton, On utilise une expression approchée du hessien en négligeant les termes du deuxième ordre, on obtient :

$$H_a = \sum_{t=1}^N \frac{\partial \varepsilon(t, \theta)}{\partial \theta} \frac{\partial \varepsilon(t, \theta)}{\partial \theta^T} \quad (2.14)$$

Le hessien étant défini positif, cet algorithme garantit la convergence vers un minimum. Cet algorithme est sensible au choix initial du vecteur des paramètres θ et lorsque la dimension de l'espace des paramètres est très importante, l'algorithme risque de converger vers des minimas locaux.

2.6.4. L'algorithme de marquardt levenberg

Parmi les méthodes d'optimisation itératives du type Quasi-Newton, la méthode de marquardt et la méthode Broyden-Fletcher-Goldfar-Shanno (BFGS), mais la méthode de marquardt est considéré comme l'une des méthodes de résolution les plus efficaces, elle ne nécessite pas de calculs longs ni d'espace mémoire important.

Si l'on note n l'indice d'itération de l'algorithme de Marquardt et θ^n la valeur de la solution à l'itération n , la mise à jour de l'estimation s'effectue de la manière suivante :

$$\theta^{n+1} = \theta^n - [G(\theta^n)^T G(\theta^n) + \mu_n D^2(\theta^n)]^{-1} G(\theta^n)^T \varepsilon(t, \theta^n) \quad (2.15)$$

Où :

$G(\theta^n)$: représente la matrice Jacobienne

$D^2(\theta^n)$: est la matrice diagonale contenant les éléments de la diagonale de $G^T G$. Pour remédier au cas où les éléments de la diagonale soient nuls, on prend :

$$D^2(i,i) = G^T G(i,i) + 1$$

μ_n : est un paramètre ou 'on appelle paramètre de Marquardt et qui est choisis de telle façon que :

$$J(\theta^{n+1}) < J(\theta^n)$$

Il apparaît dans l'équation (2.15) que lorsque :

μ_n à des valeurs importantes, alors un D^2 devient importante devant $G^T G \Rightarrow$

$$\theta^{n+1} = \theta^n - [\mu_n D^2(\theta^n)]^{-1} G(\theta^n)^T \varepsilon(t, \theta^n) \quad (2.16)$$

On tend alors vers une résolution par la méthode de descente.

μ_n est très petit, $\mu_n D^2$ devient très petit devant $G^T G$. On tend alors vers une résolution par la méthode de Gauss Newton.

Dans le cas général on a n paramètres à identifier :

$$\theta = [\theta_{(1)} \ \theta_{(2)} \ \theta_{(3)} \ \dots \ \theta_{(n)}]$$

donc :

$$G = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varepsilon_1(t, \theta)}{\partial \theta_{(1)}} & \frac{\partial \varepsilon_1(t, \theta)}{\partial \theta_{(2)}} & \dots & \frac{\partial \varepsilon_1(t, \theta)}{\partial \theta_{(n)}} \\ \frac{\partial \varepsilon_2(t, \theta)}{\partial \theta_{(1)}} & \frac{\partial \varepsilon_2(t, \theta)}{\partial \theta_{(2)}} & \dots & \frac{\partial \varepsilon_2(t, \theta)}{\partial \theta_{(n)}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \varepsilon_m(t, \theta)}{\partial \theta_{(1)}} & \frac{\partial \varepsilon_m(t, \theta)}{\partial \theta_{(2)}} & \dots & \frac{\partial \varepsilon_m(t, \theta)}{\partial \theta_{(n)}} \end{bmatrix}$$

2.7. Stabilité du multimodèle de T.S.

La stabilité d'un multimodèle de T.S. est assurée si les conditions, sous la forme d'un ensemble d'inégalités matricielles linéaires [38], des théorèmes suivants sont satisfaites[39].

Théorème 2.1

Le multimodèle de T.S.(2.1) est asymptotiquement stable s'il existe une matrice symétrique et définie positive P telle que les LMI suivantes soient vérifiées :

$$A_i^T P + P A_i < 0 \quad i \in \{1, \dots, M\} \quad (2.18)$$

2.8 . Exemple d'illustration

Soit à approcher un système dynamique non linéaire modélisé par les équations d'état suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -u(t)x_1(t) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -x_2(t)x_1(t) + u(t) \end{cases} \quad (2.19)$$

Cet exemple illustre la mise en oeuvre de l'approximation d'un modèle non linéaire par plusieurs modèles locaux interpolés par des fonctions d'activation. Pour cela, nous considérons un multimodèle composé de N modèles locaux couplés.

L'approximation des états est donnée par l'équation suivante :

$$\dot{x}_m(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t))(A_i x_m(t) + B_i u(t) + D_i) \quad (2.20)$$

Avec

$$\dot{x}_m(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_{m1}(t) \\ \dot{x}_{m2}(t) \end{bmatrix}$$

L'indice i correspond au $i^{\text{ème}}$ modèle local et N est le nombre de modèles locaux, Les fonctions d'activation μ_i ont été construites de la manière suivante :

$$\begin{aligned} w_i(u(t)) &= \exp\left(\frac{-(u(t) - u_i)^2}{2\sigma_i^2}\right) \\ \mu_i(u(t)) &= \frac{w_i(u(t))}{\sum_{i=1}^3 w_i(u(t))} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Nous allons identifier les points de fonctionnement $P_i = (x_{1i}, x_{2i}, u_i)$ et les paramètres des fonctions d'activation σ_i simultanément, à partir de la minimisation du critère $J(\theta)$ défini comme suit :

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^M [(x_{1s}(t) - x_{1m}(t))^2 + (x_{2s}(t) - x_{2m}(t))^2] \quad (2.22)$$

θ : représente le vecteur des paramètres à identifier

$$\theta = [P_1 P_2 \dots P_N \sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_N] \text{ tel que } P_i = (x_{1i}, x_{2i}, u_i)$$

Nous minimisons ce critère par l'algorithme de Marquardt, qui nécessite des paramètres initiaux, le choix de ces paramètres est une étape très importante parce qu'elle conduit l'algorithme, soit à une convergence, soit à une divergence. Pour résoudre ce problème (divergence), et garantir la convergence de l'algorithme (Marquardt), on applique la méthode de classification k-moyens pour obtenir des points de fonctionnement initiaux.

Les dispersions des fonctions d'activation sont choisies arbitrairement :

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_N = 0.1$$

Les points de fonctionnement initiaux trouvés en utilisant la méthode de k-moyens sont :

$$P1 = (1.0025 \ 0.6445 \ 0.6642), P2 = (1.1145 \ 0.3052 \ 0.2808), P3 = (0.9328 \ 0.9174 \ 0.9166)$$

Les trois points obtenus après l'optimisation sont :

$$P1 = (0.9788 \ 0.6448 \ 0.6590), P2 = (1.1462 \ 0.3189 \ 0.2910) P3 = (0.8878 \ 0.9527 \ 0.9264)$$

et les dispersions des fonctions d'activation, obtenues après optimisation, sont :

$$\sigma 1= 0.0868 \quad , \quad \sigma 2= 0.0256 \quad ; \quad \sigma 3= 0.0277$$

Les matrices du multimodèle sont alors :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.6590 & 1.0000 \\ -0.6448 & -0.9788 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -0.2910 & 1.0000 \\ -0.3189 & -1.1462 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} -0.9264 & 1.0000 \\ -0.9527 & -0.8878 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -0.9788 \\ 1.000 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} -1.1462 \\ 1.0000 \end{bmatrix}, \quad B_3 = \begin{bmatrix} -0.8878 \\ 1.0000 \end{bmatrix}$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0.6450 \\ 0.6312 \end{bmatrix}, \quad D_2 = \begin{bmatrix} 0.3335 \\ 0.3655 \end{bmatrix}, \quad D_3 = \begin{bmatrix} 0.8224 \\ 0.8458 \end{bmatrix}$$

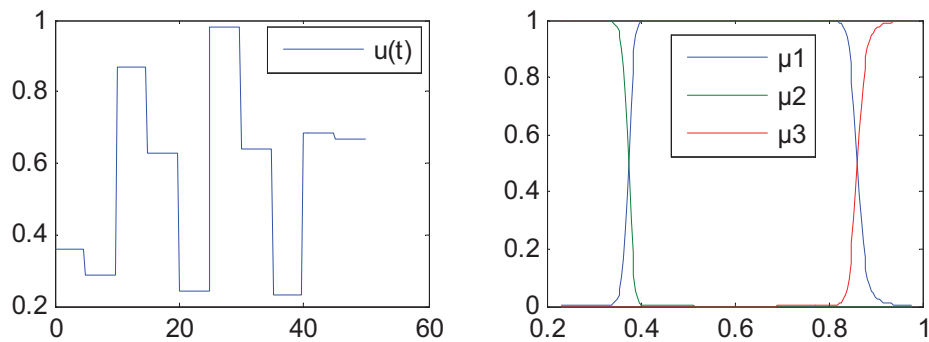


Fig.2.2 : L'évolution de l'entrée et les trois fonctions d'activation

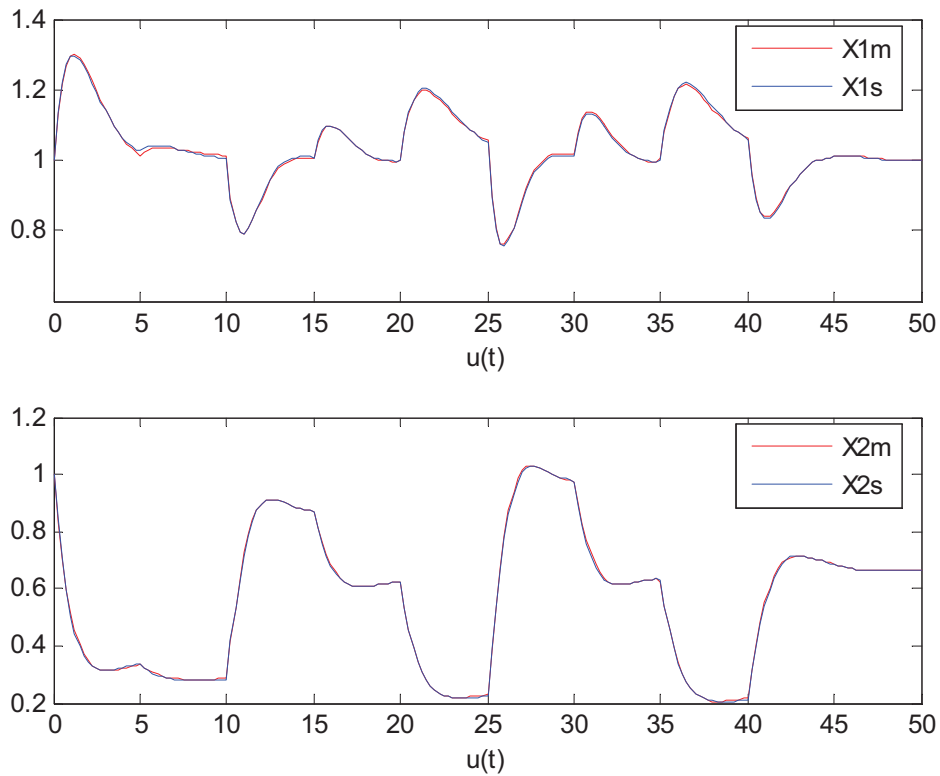


Fig.2.3 : les variables d'état du modèle non linéaire « X1m, X2m » et ceux du multimodèle « X1s, X2s ».

2.9. Conclusion

On peut conclure que l'approche multimodèle est une technique utile dans l'approximation des modèles non linéaires par des modèles locaux. Elle offre aussi la possibilité d'étendre les techniques de commande, estimation d'états et de diagnostic des systèmes linéaires aux systèmes non linéaires.

CHAPITRE III : ESTIMATION D'ETAT

Sommaire

3.1	Introduction	33
3.2	Principe d'estimation d'état	34
3.3	Observabilité	35
3.4	Observateurs de systèmes linéaires	36
3.4.1	Observateur de Luenberger	36
3.4.2	Filtre de Kalman.....	36
3.4.3	Observateur à entrées inconnues	37
3.4.3.1	Principe de la reconstruction	37
3.4.3.2	Conditions de convergence de l'observateur	38
3.4.3.3	Placement de pôles	39
3.5	Observateurs des systèmes non linéaires représentés sous forme multimodèles	39
3.5.1	Méthode de conception d'un multiobservateur	39
3.5.1.1	Affectation des valeurs propres d'un multiobservateur	41
3.5.1.2	Exemple d'application.....	41
3.5.2	Conception d'un multiobservateur à entrées inconnues.....	43
3.5.2.1	Matrices d'influence d'entrées inconnues identiques	43
3.5.2.1.1	Convergence globale du multiobservateur.....	45
3.5.2.1.2	Méthode de résolution	46
3.5.2.1.3	Placement de pôles	47
3.5.2.2	Matrices d'influence des entrées inconnues différentes.....	47
3.5.2.2.1	Convergence globale du multiobservateur.....	49
3.5.2.2.2	Méthode de résolution	49
3.5.2.2.3	Placement de pôles	50
3.5.2.2.4	Estimation des entrées inconnues.....	50
3.5.2.3	Exemple d'application.....	51
3.3	Conclusion.....	54

3.1. Introduction

Une bonne maîtrise d'un procédé passe en général par une bonne information sur ce procédé. Les variables directement mesurées ne couvrant généralement pas la totalité des grandeurs susceptibles de décrire le comportement du procédé (les états), on peut se poser le problème de reconstruction de l'information non directement mesurée au moyen de celle disponible : c'est le rôle de l'estimateur d'état qui porte le nom d'observateur dans un cadre déterministe et de filtre dans un cadre stochastique. Au cours des dernières décennies, une part importante des activités de recherche en automatique s'est focalisée sur le problème de l'estimation de l'état des systèmes dynamiques. Ceci est motivé par le fait que l'estimation de l'état est une étape importante voir indispensable pour la synthèse de lois de commande, pour le diagnostic ou la supervision des systèmes industriels. Le problème de l'estimation d'état a été résolu dans le cas des systèmes linéaires. La plupart des systèmes physiques sont non linéaires et contrairement aux systèmes linéaires dont la représentation d'état est déterminée de la même façon pour tous les systèmes linéaires, par quatre matrices (d'état, de commande...), les systèmes non linéaires ont des représentations d'état très variées, qui exploitent la structure et les propriétés de la fonction non linéaire qui intervient. De plus, la notion d'observabilité (c.-à-d. la capacité à reconstruire l'état à partir des mesures) dans le cadre des modèles de représentation non linéaire ne renvoie pas à un concept global unique et dépend fortement du signal d'excitation appliqué au système. Par conséquent, il semble difficile d'établir une théorie générale en mesure de synthétiser un observateur basé sur un modèle non linéaire non spécifié.

Cependant, différentes approches, conduisant à une estimation d'état pour des classes spécifiques de modèles non linéaires, ont été proposées dans la littérature (voir par ex. [40] et [41]). La plupart de ces approches sont des prolongements des concepts introduits par Kalman ou par Luenberger, les plus classiques et répandues sont sans aucun doute *le filtre de Kalman étendu* et *l'observateur de Luenberger étendu*. Dans le cadre de ces approches, l'estimation de l'état du système est réalisée à partir d'une linéarisation à chaque instant du modèle non linéaire le long des trajectoires estimées. Cette approche n'est valable que pour des modèles localement différentiables et la convergence de l'erreur d'estimation n'est garantie que localement (la convergence peut dépendre par exemple de l'état initial). La fonction non linéaire étant linéarisée autour de l'estimation courante. D'autres techniques dites *par transformation* permettent d'obtenir un système linéaire auxiliaire, issu d'une transformation (changement de coordonnées) de l'état non linéaire du système. Il est ainsi possible, à l'aide des techniques classiques, de concevoir un observateur dans le nouveau repère du système. Une transformation inverse conduit ensuite à l'obtention d'un observateur non linéaire pour le système non linéaire de départ. Le principal inconvénient de cette approche est dû aux conditions restrictives d'existence d'une transformation appropriée. Les *observateurs à grand gain* sont applicables aux systèmes qui ne peuvent pas être linéarisés par un changement de coordonnées, à condition toutefois que le système soit globalement lipschitzien. Ces observateurs présentent une structure proche de celle de l'observateur de Luenberger. Comme l'indique très bien son nom, cet observateur utilise un grand gain qui augmente conformément aux *constantes de Lipschitz* du système. Ce gain permet de compenser les effets de la partie non linéaire du système sur l'erreur d'estimation.

Les approches citées ci-dessus sont soit des algorithmes non linéaires spécifiques pour certaines classes de systèmes, soit une approximation des algorithmes linéaires (linéarisation autour d'un point de fonctionnement). Cependant, l'hypothèse de linéarité n'est vérifiée que dans une plage de fonctionnement restreinte autour d'un point d'équilibre du système. Alors, les performances du modèle se dégradent dès qu'on s'en éloigne et la recherche d'un modèle

plus adapté et notamment non linéaire devient nécessaire. La structure mathématique qui puisse remédier à l'inconvénient cité ci-dessus, tout en gardant la simplicité mathématique des modèles LTI, est l'approche globale, dite multimodèle comme nous avons vu au chapitre précédent.

Dans ce chapitre, nous présentons les techniques de reconstruction d'état des systèmes non linéaires représentés sous forme multimodèle et comment s'affranchir de la présence des entrées inconnues sur les équations du multimodèle après une représentation de la principe de l'estimation d'état, observabilité et les observateurs d'états des systèmes linéaires.

3.2. Principe d'estimation d'état

Un observateur est un système dynamique qui permet la reconstruction (asymptotique ou exponentielle) de l'état d'un système, à partir de ses entrées, de ses sorties, et de la connaissance de son modèle dynamique, qui sont les seules informations disponibles. Ce principe est illustré par la figure (3.1).

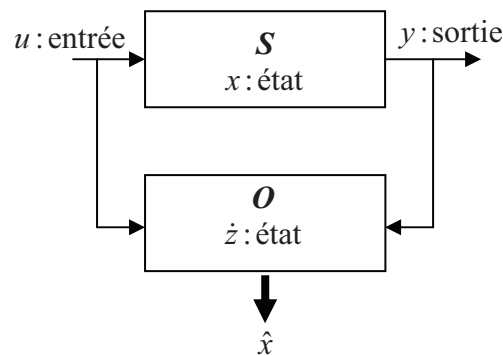


Fig. 3.1. Principe d'estimation d'état

Le problème de la conception d'un observateur pour un système donné est posé comme suit. Soit le système (3.1) :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (3.1)$$

$x \in R^n$ est le vecteur d'état, $u \in R^m$ est le vecteur d'entrée, $y \in R^p$ est le vecteur de sortie, et les conditions initiales sont données par $x_0 = x(0)$.

Définition 3.1. (Observateur).

On considère le système dynamique :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \phi(z(t), u(t), y(t)) \\ \hat{x}(t) = \varphi(z(t), u(t), y(t)) \end{cases} \quad (3.2)$$

Où $z \in R^q, q \leq n$ avec les conditions initiales $z_0 = z(0)$. Les entrées de ce système sont u , y et la sortie est l'état estimé $\hat{x} \in R^n$.

Si les hypothèses suivantes sont vérifiées :

- i. $\hat{x}(t_0) = x(t_0) \Rightarrow \hat{x}(t) = x(t), \forall t \geq t_0,$
- ii. l'erreur d'estimation $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ tend asymptotiquement (respectivement exponentiellement) vers zéros,

Alors le système (3.2) est un observateur (respectivement un observateur exponentiel) du système (3.1), d'ordre plein si $q=n$, d'ordre réduit si $q < n$

Le problème de la synthèse d'un observateur consiste donc à trouver des fonctions ϕ et φ qui assurent la convergence de l'état estimé \hat{x} vers l'état réel x du système, et ce, indépendamment de $x_0, z_0, u(t)$.

3.3. Observabilité

Avant d'entamer une procédure de conception d'observateur pour un système dynamique, il est important et nécessaire de s'assurer que l'état de ce dernier peut être estimé à partir des informations sur l'entrée et la sortie. L'observabilité d'un système est la propriété qui permet de dire si l'état peut être déterminé uniquement à partir de la connaissance des signaux d'entrée et de sortie. Dans le cas des systèmes non linéaires, la notion d'observabilité est liée aux entrées et aux conditions initiales.

Définition 3.2. (Indistinguabilité) Soient $y_u^0(t), t \geq 0$ et $y_u^1(t), t \geq 0$ deux signaux de sortie générés par l'application du signal d'entrée $u(t), t \geq 0$ au système (1.1) avec les conditions initiales x^0 et x^1 , respectivement.

On dit que x^0 et x^1 sont indistinguables si : $y_u^0(t) = y_u^1(t), \forall t \geq 0$, pour toute entrée u . Dans le cas contraire, on dit que x^0 et x^1 sont distinguables.

Définition 3.3. (Observabilité) Le système (3.1) est dit observable en x^0 si x^0 est distinguable

de tout $x \in R^n$. En outre, le système (3.1) est observable si $\forall x^0 \in R^n, x^0$ est distinguable.

- **Observabilité des systèmes linéaires**

Les critères d'observabilité d'un système linéaire sont décrits dans de nombreuses références [42], [43], [44], etc. Considérons le système dynamique linéaire :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (3.3)$$

où $x(t) \in \mathfrak{R}^n, u(t) \in \mathfrak{R}^m$ et $y(t) \in \mathfrak{R}^p$. les matrices A, B et C ont des dimensions appropriées. La matrice d'observabilité du système (1.3) est définie [43] par :

$$O = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix}$$

L'observabilité du système (3.3) est garantie si le rang de la matrice d'observabilité O est égal à n [45]. [42] a présenté un deuxième critère ; le système (3.3) est complètement observable si :

$$\text{rang} \begin{pmatrix} sI - A \\ C \end{pmatrix} = n$$

pour tout s complexe. Si un système linéaire est complètement observable, il est globalement observable, c'est-à-dire que toutes les composantes du vecteur d'état du système sont observables, et donc peuvent être reconstruites par un observateur. Si le système est non linéaire, nous devons distinguer l'observabilité globale de l'observabilité locale.

3.4. Observateurs de systèmes linéaires

Une solution simple et optimale au problème de l'estimation de l'état des systèmes linéaires a été proposée par Luenberger dans le cadre déterministe, et par Kalman dans le cadre stochastique. Dans les deux cas, on considère le modèle dynamique d'un système linéaire défini comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Lw(t) \\ y(t) = Cx(t) + v(t) \end{cases} \quad (3.4)$$

Où $t \geq 0, x(t) \in \mathfrak{R}^n, u(t) \in \mathfrak{R}^m, y(t) \in \mathfrak{R}^p, w(t) \in \mathfrak{R}^r$ et $v(t) \in \mathfrak{R}^p$ sont deux bruits blancs gaussiens d'espérance nulle, de covariances respectives Q et R . Ces bruits sont supposés non corrélés. Les matrices du système sont de dimensions appropriées, et les conditions initiales sont définies par $x(0) = x_0$

3.4.1. Observateur de Luenberger

La théorie de l'observation de Luenberger repose essentiellement sur des techniques de placement de pôles. On se place dans le cas déterministe, les bruits w et v et v sont nuls, et Luenberger propose l'observateur suivant pour le système (3.3) :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K(y(t) - C\hat{x}(t)) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (3.5)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ a pour expression :

$$\dot{e}(t) = (A - KC)e(t) \quad (3.6)$$

En utilisant une technique de placement de pôles, il suffit alors de choisir le gain K de l'observateur de telle sorte que les valeurs propres de la matrice $A - KC$ soient dans le demi-plan complexe gauche. Pour une meilleure estimation de l'état, la dynamique de l'observateur est choisie plus rapide que celle du système. Pour cela, on fixe les valeurs propres de l'observateur dans le demi-plan gauche du plan complexe de sorte que leurs parties réelles soient plus grandes en valeur absolue que celles de la matrice d'état A . En général, les pôles seront 5 à 6 fois plus rapides, mais ils doivent rester lents par rapport aux bruits de mesures [46]

3.4.2. Filtre de Kalman

La théorie de l'observation de Kalman nécessite, quant à elle, la résolution d'une équation de Riccati. Kalman utilise les propriétés statistiques des bruits w et v et propose la structure d'observateur suivante :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K(t)(y(t) - C\hat{x}(t)) \quad (3.7)$$

En minimisant la matrice de covariance de l'erreur d'estimation $P(t) = E[e(t)e^T(t)]$, on obtient l'expression du gain de l'observateur :

$$K(t) = P(t)C^T R^{-1} \quad (3.8)$$

où $P(t)$ est solution de l'équation de Riccati :

$$\dot{P}(t) = AP(t) + P(t)A^T + LQL^T - P(t)C^T R^{-1}CP(t) \quad (3.9)$$

Sous certaines conditions, on peut montrer que la matrice $P(t)$ tend vers une limite et que le filtre est stable, ce qui permet éventuellement de conserver pour K sa valeur en régime permanent.

3.4.3. Observateur à entrées inconnues

Un processus physique est souvent soumis à des perturbations qui ont comme origine des bruits dus à l'environnement du processus, des incertitudes de mesures, des défauts de capteurs ou d'actionneurs ; ces perturbations ont des effets néfastes sur le comportement normal du processus et leur estimation peut servir à concevoir un système de commande capable d'en minimiser les effets. La reconstruction de l'état d'un système dynamique linéaire dont une partie des entrées n'est pas mesurable a un grand intérêt dans la pratique. Dans de telles circonstances, un observateur conventionnel, qui exige la connaissance de toutes les entrées, ne peut pas être utilisé directement. L'observateur à entrées inconnues (UIO) a été développé pour estimer l'état d'un système, en dépit de l'existence des entrées inconnues ou des perturbations en les éliminant dans les équations d'état.

3.4.3.1. Principe de la reconstruction

Considérons le système dynamique linéaire soumis à l'influence d'entrées inconnues décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + R\bar{u}(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (3.10)$$

Où $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur d'état, $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ est le vecteur des entrées connues, $\bar{u}(t) \in \mathfrak{R}^q$, $q < n$, est le vecteur des entrées inconnues et $y(t) \in \mathfrak{R}^p$ représente le vecteur des sorties mesurables. $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ est la matrice d'état du système linéaire, $B \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ est la matrice d'entrée, $R \in \mathfrak{R}^{n \times q}$ est la matrice d'influence des entrées inconnues et $C \in \mathfrak{R}^{p \times n}$ est la matrice de sortie.

On suppose que la matrice R est de plein rang colonne et que la paire (A, C) est observable. L'objectif est l'estimation complète du vecteur d'état malgré la présence des entrées inconnues $\bar{u}(t)$.

Ainsi, considérons l'observateur d'ordre plein [47] :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Nz(t) + Gu(t) + Ly(t) \\ \hat{x}(t) = z(t) - Ey(t) \end{cases} \quad (3.11)$$

où $z(t) \in \mathfrak{R}^n$ et $\hat{x}(t) \in \mathfrak{R}^n$ est l'estimation du vecteur d'état $x(t)$. Pour que cette estimation soit garantie, il faut que $\hat{x}(t)$ approche asymptotiquement $x(t)$ c'est-à-dire qu'il faut que l'erreur d'estimation d'état :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (3.12)$$

tende vers zéro asymptotiquement. L'équation de la dynamique d'évolution de cette erreur s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= \dot{x}(t) - \dot{z}(t) + EC\dot{x}(t) = (I + EC)\dot{x}(t) - \dot{z}(t) \\ &= (I + EC)(Ax(t) + Bu(t) + R\bar{u}(t)) - (Nz(t) + Gu(t) + Ly(t)) \\ &= (I + EC)(Ax(t) + Bu(t) + R\bar{u}(t)) - (N\hat{x}(t) + Gu(t) + (L + NE)Cx(t))\end{aligned}$$

Posons $P = I + EC$, on obtient alors :

$$\dot{e}(t) = Ne(t) + (PB - G)u(t) + PR\bar{u}(t) + (PA - NP - LC)x(t)$$

L'erreur d'estimation d'état converge asymptotiquement vers zéro si et seulement si :

$$LC = PA - NP \quad (3.13a)$$

$$G = PB \quad (3.13b)$$

$$PR = 0 \quad (3.13c)$$

$$N \text{ est stable}^1 \quad (3.13d)$$

La solution numérique du système d'équation (3.13) est basée sur le calcul du pseudo inverse de la matrice (CR) , cela est possible si la matrices (CR) soit de plein rang ligne [48].

$$E = -R(CR)^T ((CR)(CR)^T)^{-1} \quad (3.14a)$$

$$P = I - R(CR)^T ((CR)(CR)^T)^{-1} C \quad (3.14b)$$

$$G = PB \quad (3.14c)$$

$$N = PA - KC \quad (3.14d)$$

$$L = K - NE \quad (3.14e)$$

$$N \text{ est stable} \quad (3.14f)$$

Donc, si le système d'équation (3.14) est satisfait, la dynamique de l'erreur d'estimation d'état se réduit à :

$$\dot{e}(t) = Ne(t) \quad (3.15)$$

Compte tenu des propriétés de N , l'erreur d'estimation d'état converge bien asymptotiquement vers zéro.

3.4.3.2. Conditions de convergence de l'observateur

Dans cette partie, nous développons les conditions suffisantes pour la convergence asymptotique de l'erreur d'estimation d'état vers la valeur nulle. D'après (3.15), cette convergence est garantie s'il existe une matrice symétrique et définie positive X , telle que :

$$N^T X + XN < 0 \quad (3.16)$$

Comme $N = PA - KC$, l'inégalité (3.16) devient :

$$(PA - KC)^T X + X(PA - KC) < 0 \quad (3.17)$$

On remarque malheureusement que l'inégalité précédente (3.17) présente l'inconvénient d'être non linéaire (bilinéaire) par rapport aux variables K et X . Pour cela, considérons le changement de variables suivant :

$$W = XK \quad (3.18)$$

L'inégalité obtenue après ce changement de variables s'écrit de la manière suivante :

$$(PA)^T X + X(PA) - (C^T W^T + WC) < 0 \quad (3.19)$$

La solution du problème initial est obtenue en deux étapes. On résoud tout d'abord l'inégalité matricielle linéaire (3.19) par rapport aux inconnues X et W . On déduit ensuite la valeur du gain K par la formule :

$$K = X^{-1}W \quad (3.20)$$

3.4.3.3. Placement de pôles

Dans cette partie, nous examinons comment améliorer le fonctionnement de l'observateur en particulier en ce qui concerne la vitesse de convergence vers zéro de l'erreur d'estimation d'état. Pour une meilleure estimation de l'état, la dynamique de l'observateur est choisie plus rapide que celle du système. Pour cela, on fixe les valeurs propres de l'observateur dans le demi-plan gauche du plan complexe de sorte que leurs parties réelles soient plus grandes en valeur absolue que celles de la matrice d'état A . Pour assurer une certaine dynamique de convergence de l'erreur d'estimation d'état, on définit la région complexe $S(\alpha, \beta)$ par l'intersection d'un cercle de centre $(0, 0)$ et de rayon égal à β et la moitié gauche de la région limitée par une droite verticale de coordonnées égale à $-\alpha$ où α est une constante positive.

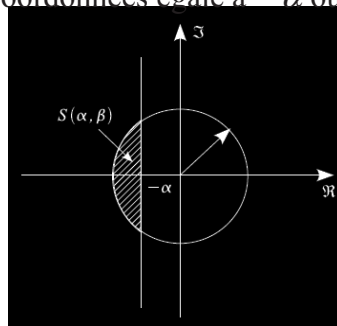


Fig. 3.2. Région LMI

3.5. Observateurs des systèmes non linéaires représentés sous forme multimodèles

Dans cette section nous présentons un estimateur d'états des systèmes non linéaires représentés sous forme multimodèles cet estimateur est reconnu par " Le Multiobservateur ".

3.5.1. Méthode de conception d'un multiobservateur

Considérons un système dynamique non linéaire représenté par un multimodèle, composé de M modèles locaux, décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t) + D_i) \\ y(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(C_i x(t) + F_i u(t)) \end{cases} \quad (3.21)$$

où $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur d'état, $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ est le vecteur d'entrées et $y(t) \in \mathfrak{R}^p$ représente le vecteur de sortie. Les matrices A_i, B_i, D_i, C_i et F_i sont de dimensions appropriées. $\mu_i(\xi(t))$ sont les fonctions d'activation des modèles locaux et $\xi(t)$ représente le vecteur de variables de décision qui peuvent dépendre de l'état, des sorties ou des entrées. Dans ce document, nous considérons que les variables de décision mesurable :

Un observateur est destiné à estimer le vecteur d'état d'un système. Pour le concevoir, on suppose que les modèles locaux sont localement observables, c'est-à-dire que toutes les paires (A_i, C_i) sont observables. Pour concevoir le multiobservateur, on associe à chaque modèle local un observateur local, le multiobservateur (observateur global) est une somme des observateurs locaux pondérée par des fonctions d'activation identiques à celles associées aux modèles locaux du multimodèle [49]. Les équations qui régissent le multiobservateur sont les suivantes :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + D_i + G_i (y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(C_i \hat{x}(t) + F_i u(t)) \end{cases} \quad (3.22)$$

où $\hat{x}(t)$ représente le vecteur d'état estimé par le multiobservateur, $\hat{y}(t)$ est le vecteur de sortie estimé et $G_i \in \mathbb{R}^{n \times p}$ sont les gains des observateurs locaux. L'erreur d'estimation d'état est définie par l'équation suivante :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (3.23)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation d'état s'explique :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \\ &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \mu_i(\xi(t)) \mu_j(\xi(t)) (A_i - G_i C_j) e(t) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Si l'erreur d'estimation d'état (3.24) converge asymptotiquement vers zéro, l'estimation des vecteurs d'état et de sortie (3.22) converge asymptotiquement vers les vecteurs d'état et de sortie du multimodèle (3.21) respectivement.

Tanaka [50] et Ma [51] ont énoncé les conditions de convergence de l'erreur d'estimation d'état :

Théorème 3.1 [50] et Ma [51] : le multiobservateur (3.22) est asymptotiquement stable, s'il existe une matrice symétrique et définie positive P et des matrices de gain G_i vérifiant les inégalités suivantes :

$$\begin{cases} (A_i - G_i C_i)^T P + P(A_i - G_i C_i) < 0 \quad i \in \{1, \dots, M\} \\ \left(\frac{A_i - G_i C_j + (A_j - G_j C_i)^T}{2} \right)^T P + P \left(\frac{A_i - G_i C_j + (A_j - G_j C_i)}{2} \right) < 0, \quad (i < j < M) \end{cases} \quad (3.25)$$

Le multiobservateur (3.22) peut être simplifié si la sortie $y(t)$ est linéaire, c'est-à-dire ($C_1 = C_2 = \dots = C_M = C$). Dans ce cas, $y(t) = Cx(t)$ et le multimodèle devient :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t) + D_i) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (3.26)$$

Le multiobservateur est donné par la relation suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + D_i + G_i (y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) \end{cases} \quad (3.27)$$

et la dynamique de l'erreur d'estimation d'état devient :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(A_i - G_i C)e(t) \quad (3.28)$$

Les conditions de stabilité du multiobservateur (3.27) sont alors données par le théorème suivant :

Théorème 3.2 [52]: le multiobservateur (3.27) est asymptotiquement stable, s'il existe une matrice de Lyapunov symétrique et définie positive P vérifiant les inégalités suivantes :

$$(A_i - G_i C)^T P + P(A_i - G_i C) < 0 \quad i \in \{1, \dots, M\} \quad (3.28)$$

3.5.1.1. Affectation des valeurs propres d'un multiobservateur

Pour assurer la vitesse de la convergence de l'erreur d'estimation d'état du multiobservateur (3.27), il est nécessaire d'affecter toutes les valeurs propres des observateurs locaux, dans une région $S(\alpha, \beta)$, qui est l'intersection entre un cercle, de centre $(0, 0)$, de rayon β et du demi-plan gauche limité par une droite d'abscisse égale à $(-\alpha)$ (voir figure (3.2)).

Corollaire 3.1 : les observateurs locaux d'un multiobservateur ont des valeurs propres dans la région $S(\alpha, \beta)$, s'il existe une matrice P définie positive telle que pour $i \in \{1, \dots, M\}$:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} -\beta P & (A_i - G_i C)^T P \\ P(A_i - G_i C) & -\beta P \end{bmatrix} < 0 \\ (A_i - G_i C)^T P + P(A_i - G_i C) + 2\alpha P < 0 \end{cases} \quad (3.29)$$

Ces inégalités peuvent être résolues à l'aide d'outils numériques LMI [38]. Si les valeurs propres de toutes les matrices d'état des observateurs locaux $(A_i - G_i C)$ pour $i \in \{1, \dots, M\}$ sont dans la région $S(\alpha, \beta)$, les pôles de la dynamique de l'erreur du multiobservateur sont dans la région $S(\alpha, \beta)$.

3.5.1.2. Exemple d'application

Considérons un système non linéaire représenté par le multi modèle décrit par l'équation (3.26), avec $M=2$. Les valeurs numériques des matrices A_i, B_i et C sont les suivantes :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & -6 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 5 & -8 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & -4 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0.5 & 1 \\ 0.5 & 0.2 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.9 \\ 1 & 1 \\ 0.25 & 3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dans cet exemple les matrices D_i sont supposées nulles et le vecteur de décision $\xi(t) = u(t)$. Les valeurs initiales des variables d'état et des variables estimées sont :

$$x(0) = [1 \quad 0.5 \quad -0.5]^T \quad \text{et} \quad \hat{x}(0) = [-1 \quad 1 \quad 0]^T$$

En utilisant le multiobservateur (3.27), les gains G_i sont choisis de façon à assurer la stabilité de l'observateur (technique de placement de pôles).

$$G_1 = \begin{bmatrix} 0.9647 & 1.1072 \\ 1.3602 & -0.9058 \\ 1.0413 & -1.4597 \end{bmatrix}, \quad G_2 = \begin{bmatrix} 2.9330 & -1.5341 \\ -3.7360 & 6.2573 \\ -0.5307 & 1.1073 \end{bmatrix}$$

Les figures (3.3), (3.4), (3.5) représentent respectivement entrée $u_1(t)$, $u_2(t)$ et les fonctions d'activation, évolution des états, évolution d'estimation des sorties.

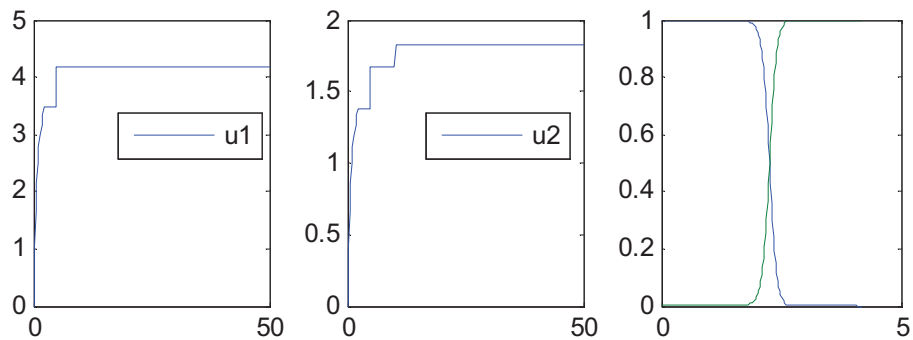


Fig3.3. Entrée et fonctions d'activation

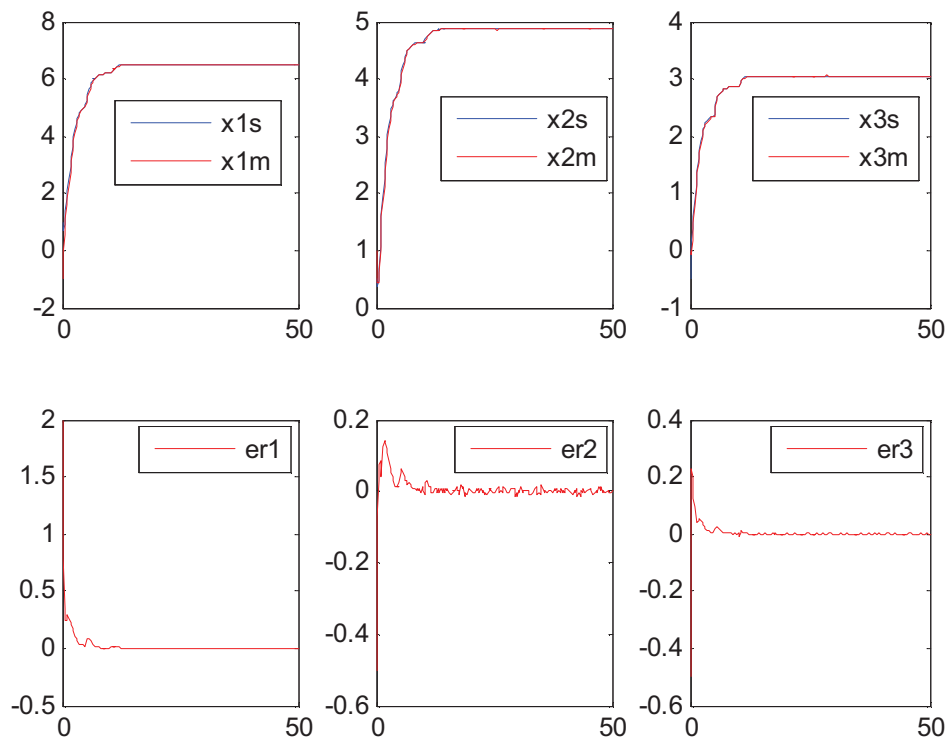


Fig3.4. Évolution des états et leurs estimations

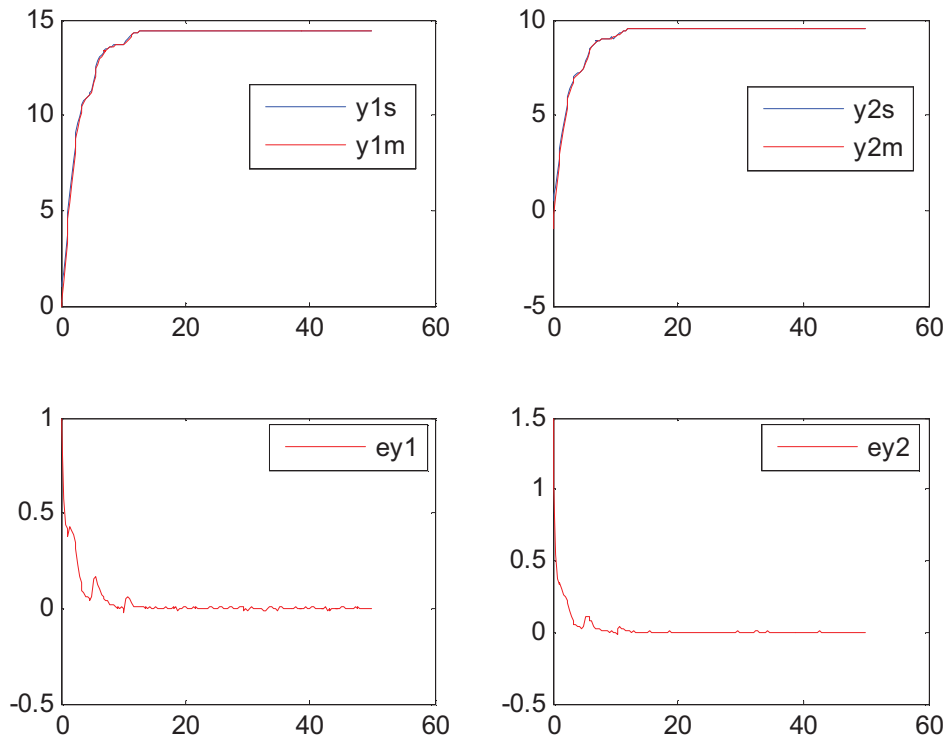


Fig3.5. Évolution des sorties et leurs estimations

- On constate que la qualité de l'estimation est satisfaisante sauf au voisinage de l'origine ; cela est dû au choix des valeurs initiales du multi observateur.
- Ce type d'observateur peut être utilisé dans le domaine du diagnostic afin de détecter des défauts capteurs comme nous le présenterons au chapitre 4.

3.5.2. Conception d'un multiobservateur à entrées inconnues

Dans ce paragraphe, nous considérons un système non linéaire représenté par un multimodèle, où une partie des entrées est inconnue. L'objectif est l'estimation des états et des sorties de ce système ainsi que des entrées inconnues. Pour cela, on propose la synthèse d'un multiobservateur basée sur l'élimination de ces entrées inconnues. On montre comment déterminer les gains des observateurs locaux, ces derniers étant solutions d'un ensemble d'inégalités matricielles non linéaires.

Cette section est composée de deux parties. La première décrit la conception d'un multiobservateur, lorsque les matrices d'influence des entrées inconnues sont les mêmes pour tous les modèles locaux constituant le multimodèle et lorsque les entrées inconnues n'interviennent que sur l'équation d'évolution d'état. Dans la seconde partie, on étend la portée de la méthode en décrivant la conception d'un multiobservateur dans le cas où les matrices d'influence des entrées inconnues sont distinctes pour chaque modèle local.

3.5.2.1. Matrices d'influence d'entrées inconnues identiques

Considérons un système non linéaire représenté sous forme multimodèle soumis à l'influence des entrées inconnues :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t) + R\bar{u}(t) + D_i) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (3.30)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) = 1 \\ 0 \leq \mu_i(\xi(t)) \leq 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, M\} \end{cases}$$

où $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur d'état, $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ est le vecteur d'entrées, $\bar{u}(t) \in \mathfrak{R}^q$, $q < n$, est le vecteurs des entrées inconnues et $y(t) \in \mathfrak{R}^p$ représente le vecteur des sorties mesurables.

Pour le $i^{\text{ème}}$ modèle local, $A_i \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ est la matrice d'état, $B_i \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ est la matrice d'entrée connue, $R \in \mathfrak{R}^{n \times q}$ et $D_i \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$ représente un vecteur dépendant du point de fonctionnement ; $C \in \mathfrak{R}^{p \times n}$ est la matrice de sortie. Enfin, $\xi(t)$ représente le vecteur de décision dépendant de l'entrée connue et/ou des variables d'état.

Considérons le multiobservateur, d'état $\hat{x}(t)$, décrit de la façon suivante [53] :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(N_i z(t) + G_{i1} u(t) + G_{i2} + L_i y(t)) \\ \hat{x}(t) = z(t) - E y(t) \end{cases} \quad (3.31)$$

$N_i \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $G_i \in \mathfrak{R}^{n \times m}$, $L_i \in \mathfrak{R}^{n \times p}$ est le gain du $i^{\text{ème}}$ observateur local, $G_{i2} \in \mathfrak{R}^n$ est un vecteur constant et E est une matrice de transformation. En utilisant l'expression de l'erreur de reconstruction d'état donnée par l'équation (3.23) et l'expression de $\hat{x}(t)$ donnée par l'équation (3.31), l'expression de l'erreur devient :

$$e(t) = (I + EC)x(t) - z(t) \quad (3.32)$$

Sa dérivée par rapport au temps s'explique :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(P(A_i x(t) + B_i u(t) + R\bar{u}(t) + D_i) - \\ N_i z(t) - G_{i1} u(t) - G_{i2} - L_i y(t)) \end{aligned} \quad (3.33)$$

avec :

$$P = I + EC \quad (3.34)$$

L'expression (3.33) peut également être écrite de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(N_i e(t) + (PA_i - N_i P - L_i C)x(t) + (PB_i - G_{i1})u(t) + \\ (PD_i - G_{i2}) + PR\bar{u}(t)) \\ = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(N_i e(t) + (PA_i - N_i - K_i C)x(t) + (PB_i - G_{i1})u(t) + \\ (PD_i - G_{i2}) + PR\bar{u}(t)) \end{aligned} \quad (3.35)$$

avec $K_i = N_i E + L_i$. Si l'on impose les conditions suivantes :

$$PR = 0 \quad (3.36a)$$

$$P = I + EC \quad (3.36b)$$

$$N_i = PA_i - K_i C \quad (3.36c)$$

$$L_i = K_i - N_i E \quad (3.36d)$$

$$G_{i1} = PB_i \quad (3.36e)$$

$$G_{i2} = PD_i \quad (3.36f)$$

$$\sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) N_i \quad (3.36g)$$

L'erreur de reconstruction d'état tend asymptotiquement vers zéro et (3.35) se réduit à :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) N_i e(t) \quad (3.37)$$

Il est important de noter que la stabilité des matrices $N_i, \forall i \in \{1, \dots, M\}$, ne garantit pas forcément la stabilité de la matrice $\sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) N_i$. Ce point est traité dans le paragraphe qui suit.

La convergence asymptotique de l'erreur d'estimation d'état (3.35) est garantie par la résolution des conditions (3.36) selon les trois étapes suivantes :

1. calcul de la matrice E en utilisant la relation (3.36a), on en déduit alors la matrice P à l'aide de (3.36b).
2. calcul des matrices N_i et K_i garantissant la stabilité de la matrice $\sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) N_i$, ce point technique concernant la méthode de résolution fait l'objet du paragraphe (3.5.2.1.2).
3. déduction des matrices de gain L_i, G_{i1} et G_{i2} des matrices précédentes.

3.5.2.1.1. Convergence globale du multiobservateur

L'équation dynamique (3.37) est globalement asymptotiquement stable, s'il existe une matrice symétrique et définie positive X , telle que :

$$N_i^T X + X N_i < 0, \forall i \in \{1, \dots, M\} \quad (3.38)$$

En s'appuyant sur l'équation (3.38), on peut énoncer le théorème suivant :

Théorème 1.3 [54] : l'erreur d'estimation d'état entre le multimodèle à entrées inconnues (3.30) et le multiobservateur (3.31) converge asymptotiquement vers zéro, si toutes les paires (A_i, C) sont observables et si les conditions suivantes sont vérifiées $\forall i \in \{1, \dots, M\}$:

$$N_i^T X + X N_i < 0 \quad (3.39a)$$

$$PR = 0 \quad (3.39b)$$

$$N_i = PA_i - K_i C \quad (3.39c)$$

$$L_i = K_i - N_i E \quad (3.39d)$$

$$G_{i1} = PB_i \quad (3.39e)$$

$$G_{i2} = PD_i \quad (3.39f)$$

où $P = I + EC$ et $X \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ est une matrice symétrique définie positive.

En utilisant l'équation (3.36c), l'inégalité (3.38) devient :

$$(PA_i - K_i C)^T X + X(PA_i - K_i C) < 0 \quad (3.40)$$

L'inégalité (3.40) est non linéaire par rapport aux variables K_i et X . Nous présentons, dans le paragraphe suivant, la démarche permettant de résoudre l'ensemble des contraintes (3.39).

3.5.2.1.2. Méthode de résolution

Des méthodes de résolution ont été proposées pour résoudre des inégalités matricielles non linéaires et en particulier bilinéaires [55]. La méthode que nous avons adoptée est basée sur un changement de variable. La résolution des contraintes (3.39) s'effectue, comme indique précédemment en trois étapes.

1. Si la matrice CR est de plein rang ligne, la relation (3.39b) détermine complètement la matrice E du multiobservateur. En notant $(CR)^- = (CR)^T (CR(CR)^T)^{-1}$ le pseudo-inverse de (CR) , on a :

$$E = -R(CR)^{-} \quad (3.41)$$

On en déduit alors la valeur de la matrice P :

$$P = I - R(CR)^{-} C \quad (3.42)$$

2. Ensuite, la résolution des inégalités matricielles (3.39a) dans lesquelles on a remplacé les matrices N_i par leurs valeurs issues de (3.39c) s'écrivent :

$$(PA_i - K_i C)^T X + X(PA_i - K_i C) < 0, \forall i \in \{1, \dots, M\} \quad (3.43)$$

Afin de linéariser ces inégalités, nous considérons le changement de variable suivant :

$$W_i = XK_i \quad (3.44)$$

Les inégalités (3.43) peuvent alors être réécrites, $\forall i \in \{1, \dots, M\}$:

$$(PA_i)^T X + X(PA_i) - W_i C - C^T W_i^T < 0, \forall i \in \{1, \dots, M\} \quad (3.45)$$

Ces dernières inégalités matricielles sont linéaires par rapport aux variables inconnues X et W_i . Par conséquent, des outils LMI peuvent être utilisés pour résoudre (3.45).

Ayant résolu ce problème et obtenu des solutions X et W_i vérifiant (3.45), on en déduit les gains K_i

$$K_i = X^{-1} W_i \quad (3.46a)$$

3. Les matrices E, P, K_i ayant été déterminées, on en déduit les matrices d'état N_i et les gains L_i, G_{i1} et G_{i2} :

$$N_i = PA_i - K_i C \quad (3.47a)$$

$$L_i = K_i - N_i E \quad (3.47b)$$

$$G_{i1} = PB_i \quad (3.47c)$$

$$G_{i2} = PD_i \quad (3.47d)$$

3.5.2.1.3. Placement de pôles

Dans cette partie, on examine comment améliorer les performances du multiobservateur, notamment en ce qui concerne la vitesse de convergence vers zéro de l'erreur d'estimation d'état. La dynamique du multiobservateur est choisie de telle manière quelle soit sensiblement plus rapide que celle du multimodèle.

Pour assurer une certaine dynamique de convergence de l'erreur d'estimation d'état, on définit dans le plan complexe la région $S(\alpha, \beta)$ comme l'intersection entre un disque, de centre $(0, 0)$ et de rayon β , et du demi-plan gauche limitée par une droite d'abscisse $(-\alpha)$.

Pour garantir que les valeurs propres de la matrices $\sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))N_i$ appartiennent à la région $S(\alpha, \beta)$, la résolution de l'équation (3.45) de l'étape 2 de la démarche précédente est remplacée par la résolution des inégalités suivantes [54] :

$$\begin{bmatrix} -\beta X & PA_i^T X - C^T W_i^T \\ XPA_i - W_i C & -\beta X \end{bmatrix} < 0 \quad (3.48)$$

$$PA_i^T X + XPA_i - C^T W_i^T - W_i C + 2\alpha X < 0$$

L'inconvénient majeur de la conception du multiobservateur (3.31) réside dans son incapacité à assurer la convergence asymptotique de l'erreur d'estimation d'état lorsque les matrices d'influence des entrées inconnues sont différentes pour chaque modèle local. En effet, lorsque $R_1 \neq R_2 \dots \neq R_i \dots \neq R_M$, la contrainte suivante :

$$PR_i = 0, \text{ pour } i \in \{1, \dots, M\} \quad (3.49)$$

ne peut être satisfaite. Si l'entrée inconnue, en plus d'agir sur l'équation d'état, intervient également, de manière directe, sur l'équation de sortie, une solution à ce problème peut être obtenue. La démarche est présentée à la section suivante.

3.5.2.2. Matrices d'influence des entrées inconnues différentes

Cette section explicite la construction d'un multiobservateur lorsque les matrices d'influence sont différentes pour chaque modèle local et que le vecteur de sortie du multimodèle (3.50) est soumis aux entrées inconnues. Considérons le multimodèle suivant, composé de M modèles locaux :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t) + R_i \bar{u}(t) + D_i) \\ y(t) = Cx(t) + F\bar{u}(t) \end{cases} \quad (3.50)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) = 1 \\ 0 \leq \mu_i(\xi(t)) \leq 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, M\} \end{cases}$$

où $R_i \in \mathfrak{R}^{n \times q}$ et $F \in \mathfrak{R}^{p \times n}$ sont respectivement les matrices d'influence des entrées inconnues qui interviennent sur les équations d'état et de sortie respectivement.

La forme du multiobservateur capable d'estimer les vecteurs d'état et de sortie du multimodèle (3.50) est la même que celle donnée par l'équation (3.31). Comme précédemment, les matrices N_i et les matrices de gains L_i, G_{i1}, G_{i2}, E doivent être déterminées pour assurer la convergence asymptotique de l'état estime $\hat{x}(t)$ vers l'état du multimodèle $x(t)$.

A partir de la définition de l'erreur d'estimation (3.23) et en utilisant l'expression de $\hat{x}(t)$ donné par (3.31), l'expression de l'erreur devient :

$$e(t) = (I + EC)x(t) - z(t) + EF\bar{u}(t) \quad (3.51)$$

Par la suite, on cherche à expliciter l'évolution temporelle de l'erreur d'estimation afin d'en maîtriser la convergence vers zéro. Pour cela évaluons l'expression la dynamique de cette erreur :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) [P(A_i x(t) + B_i u(t) + R\bar{u}(t) + D_i) - \\ N_i z(t) - G_{i1} u(t) - G_{i2} - L_i y(t)] + EF\dot{\bar{u}}(t) \end{aligned} \quad (3.52)$$

avec :

$$P = I + EC \quad (3.53)$$

En remplaçant $y(t)$ et $z(t)$ par leurs expressions données par l'équation (3.31) et (3.50), la dynamique de l'erreur s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) [-N_i \hat{x}(t) + (PA_i - K_i C)x(t) + (PB_i - G_{i1})u(t) + \\ (PD_i - G_{i2}) + (PR_i - K_i F)\bar{u}(t)] + EF\dot{\bar{u}}(t) \end{aligned} \quad (3.54)$$

avec $K_i = N_i E + L_i$. Si l'on ajoute et on soustrait l'expression $\sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) N_i x(t)$ à l'équation (3.54), $\dot{e}(t)$ devient :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) [N_i e(t) + (PA_i - K_i C - N_i)x(t) + (PB_i - G_{i1})u(t) + \\ (PD_i - G_{i2}) + (PR_i - K_i F)\bar{u}(t)] + EF\dot{\bar{u}}(t) \end{aligned}$$

Si les conditions (3.54) sont satisfaites :

$$\left\{ \begin{array}{l} N_i = PA_i - K_i C \\ PR_i = K_i F \\ G_{i1} = PB_i \\ G_{i2} = PD_i \\ EF = 0 \\ \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) N_i \quad \text{est stable} \end{array} \right. \quad (3.55)$$

l'erreur d'estimation d'état tend asymptotiquement vers zéro et l'équation (3.52) se réduit à :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) N_i e(t) \quad (3.56)$$

La décroissance asymptotique de l'erreur d'estimation d'état est alors dépendante de la nature de la matrice $N = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))N_i$ et, comme précédemment, la stabilité des matrices $N_i, \forall i \in \{1, \dots, M\}$ ne garantit par forcément la stabilité de cette dernière. Ainsi, les contraintes (3.55) définissent le multiobservateur capable d'estimer l'état du système à entrées inconnues. Il reste cependant à montrer comment estimer les entrées inconnues $\bar{u}(t)$ du multimodèle et cela est proposé au paragraphe (3.5.2.2.4). Enfin, la stabilité de la matrice N doit être garantie en respectant l'ensemble des contraintes matricielles (3.55), ce point technique concernant la méthode de résolution fait l'objet du paragraphe (3.5.2.2.2).

3.5.2.2.1. Convergence globale du multiobservateur

Dans cette partie, des conditions suffisantes de la convergence asymptotique globale de l'erreur d'estimation d'état sont précisées. Comme l'indique l'équation de la dynamique de l'erreur d'estimation (3.52), la convergence est étroitement liée à la nature de la matrice

$$N = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))N_i$$

Théorème 3.4 [56] : l'erreur d'estimation d'état entre le multimodèle à entrées inconnues (3.50) et le multiobservateur (3.31) converge asymptotiquement vers zéro, si toutes les paires (A_i, C) sont observables et si les conditions suivantes sont vérifiées $\forall i \in \{1, \dots, M\}$:

$$N_i^T X + XN_i < 0 \quad (3.57a)$$

$$N_i = PA_i - K_i C \quad (3.57b)$$

$$PR_i = K_i F \quad (3.57c)$$

$$EF = 0 \quad (3.57d)$$

$$L_i = K_i - N_i E \quad (3.57e)$$

$$G_{i1} = PB_i \quad (3.57f)$$

$$G_{i2} = PD_i \quad (3.57g)$$

où $P = I + EC$ et $X \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ est une matrice symétrique définie positive.

Le système d'équations (3.57) est composé de l'inégalité bilinéaire matricielle (3.57a), qui doit être résolue en tenant compte des contraintes linéaires (3.57b) à (3.57d). Notons que les équations (3.57e), (3.57f) et (3.57g) servent uniquement pour le calcul des gains L_i, G_{i1} et G_{i2} une fois les matrices K_i et N_i déterminées. Afin de résoudre ce problème à l'aide des outils numériques LMI, l'inégalité (3.57a) doit être linéarisée. La technique choisie, équivalente à celle utilisée au paragraphe (3.5.2.1.2), est basée sur des changements de variables.

3.5.2.2.2. Méthode de résolution

Considérons les changements de variables suivants :

$$W_i = XK_i \quad (3.58a)$$

$$S = XE \quad (3.58b)$$

Les contraintes (3.57d) et (3.57c) peuvent alors être réécrites, $\forall i \in \{1, \dots, M\}$:

$$SF = 0 \quad (3.59a)$$

$$(X + SC)R_i = W_i F \quad (3.59b)$$

De même l'inégalité (3.57a) s'écrit sous la forme :

$$A_i^T X + X A_i + A_i^T C^T S^T + S C A_i - W_i C - C^T W_i^T < 0, \forall i \in \{1, \dots, M\} \quad (3.60a)$$

Ces dernières inégalités matricielles (3.60) sont linéaires par rapport aux matrices inconnues X, S et W_i . Par conséquent, des outils classiques LMI peuvent être utilisés pour résoudre (3.60) sous les contraintes égalité (3.59a) et (3.59b).

Les autres matrices définissant le multiobservateur (3.31) sont ensuite déduites de la connaissance X, S et W_i :

$$E = X^{-1} S \quad (3.61a)$$

$$P = I + EC \quad (3.61b)$$

$$G_{i1} = P B_i \quad (3.61c)$$

$$G_{i2} = P D_i \quad (3.61d)$$

$$K_i = X^{-1} W_i \quad (3.61e)$$

$$N_i = P A_i - K_i C \quad (3.61f)$$

$$L_i = K_i - N_i E \quad (3.61g)$$

L'ensemble des matrices décrivant le multiobservateur (3.61) peut ainsi être déterminé en utilisant des outils LMI largement répandus [38].

3.5.2.2.3. Placement de pôles

Comme dans le cas précédent, on peut contrôler la vitesse de convergence du multiobservateur en imposant que les valeurs propres des matrices N_i du multiobservateur soient dans la région $S(\alpha, \beta)$ précédemment définie.

Corollaire 3.2 [54] : les valeurs propres de matrices $\sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) N_i$ appartiennent à la région $S(\alpha, \beta)$, s'il existe une matrice X définie positive et des matrices S et W_i telles que pour $i \in \{1, \dots, M\}$:

$$S F = 0$$

$$(X + S C) R_i = W_i F$$

$$\begin{bmatrix} -\beta X & A_i^T X + A_i^T C^T S^T - C^T W_i^T \\ X A_i + S C A_i - W_i C & -\beta X \end{bmatrix} < 0 \quad (3.62)$$

$$A_i^T X + X A_i + A_i^T C^T S^T + S C A_i - C^T W_i^T - W_i C + 2\alpha X < 0$$

Dans cette dernière partie, nous avons montré, comment passer des contraintes BMI (inégalités bilinéaires matricielles) à des contraintes LMI (inégalités linéaires matricielles) en utilisant des changements de variables. La convergence du multiobservateur (3.31) est garantie par la résolution d'un ensemble de contraintes "égalités et inégalités" qui peut être résolu par des techniques classiques LMI.

3.5.2.2.4. Estimation des entrées inconnues

Plusieurs travaux ont été réalisés pour l'estimation des entrées inconnues dans le cadre des systèmes dynamiques linéaires [57] et [58] ont proposé deux méthodes s'appuyant sur des

observateurs a mode glissant, pour détecter et estimer les défauts de capteurs [59]. Liu et Peng ont présente, en utilisant un observateur de Luenberger, l'estimation des états inconnus d'un système dynamique linéaire soumis à des perturbations. L'algorithme d'estimation de ces perturbations est basé sur l'inverse de la dynamique du système [60].

Nous avons démontré précédemment que la convergence de l'observateur (3.31) du système (3.50) est garantie si les conditions (3.57) sont vérifiées et les paires (A_i, C) sont observables. En régime permanent, l'erreur d'estimation d'état tend vers zéro ; en remplaçant $x(t)$ par $\hat{x}(t)$ dans l'équation (3.50) nous obtenons :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + R_i \hat{u}(t) + D_i) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) + F \hat{u}(t) \end{cases} \quad (3.63)$$

Remarquons que dans l'équation (3.63) la seule variable inconnue est bien la variable $\hat{u}(t)$ qui représente une estimation de l'entrée inconnue, l'équation peut être réécrite de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{x}}(t) \\ \hat{y}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t)) \\ C \hat{x}(t) \end{pmatrix} + W \hat{u}(t) \quad (3.64)$$

Où

$$W = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) R_i \\ F \end{pmatrix} \quad (3.65)$$

Sous l'hypothèse que cette matrice que nous appelons W soit de plein rang colonne, alors on est ramené à un système d'équation linéaire en $\hat{u}(t)$ qui est équivalent à un problème d'optimisation linéaire qu'on sait résoudre avec la méthode des moindres carrés. La solution numérique de ce problème est basée sur le calcul du pseudo-inverse de la matrice W . En fin l'expression de l'estimation de l'entrée inconnue est donnée par l'équation suivante :

$$\hat{u}(t) = (W^T W)^{-1} W^T \begin{pmatrix} \dot{\hat{x}}(t) - \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + D_i) \\ y(t) - C \hat{x}(t) \end{pmatrix} \quad (3.66)$$

Remarque 3.1:

Dans le cas où la matrice F est de plein rang colonne le calcul de l'estimation de l'entrée inconnue peut s'effectuer de façon plus simple $\hat{u}(t) = (F^T F)^{-1} F^T (y(t) - \hat{y}(t))$ (3.67)

3.5.2.3. Exemple d'application

Considérons le multimodèle suivant, composé de deux modèles locaux et comportant deux sorties et trois états.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t) + R_i \bar{u}(t)) \\ y(t) = C x(t) + F \bar{u}(t) + v(t) \end{cases} \quad (3.68)$$

Dans cette exemple, le vecteur des variables de décision est le vecteur des entrées connues $u(t)$. La sortie $y(t)$ supporte un bruit additif $v(t)$ centré de variance égale à 0.01.

Les valeurs numériques des matrices

$$A_1 = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & -6 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 5 & -8 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & -4 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 1 \\ -0.25 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad R_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad R_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Le multiobservateur capable d'estimer l'état du multimodèle (3.68) est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 \mu_i(\xi(t))(N_i z(t) + G_{1i} u(t) + G_{i2} + L_i y(t)) \\ y(t) = z(t) - E y(t) \end{cases} \quad (3.69)$$

Les valeurs numériques des matrices du multiobservateur (3.69) sont :

$$N_1 = \begin{bmatrix} 4.92 & 0.96 & -0.42 \\ 0.20 & -2.57 & -0.40 \\ 1.84 & 0.34 & -5.32 \end{bmatrix}, N_2 = \begin{bmatrix} -4.10 & 0.69 & 0.20 \\ 1.26 & -7.27 & -3.91 \\ 0.29 & 0.48 & -4.59 \end{bmatrix}, L_1 = \begin{bmatrix} -0.40 & 1.85 \\ -0.59 & 1.19 \\ 0.23 & -0.35 \end{bmatrix}, L_2 = \begin{bmatrix} 0.05 & 1.16 \\ -0.85 & 4.03 \\ -0.68 & 0.94 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 0.10 & -0.42 \\ 0.02 & -0.11 \\ 0.05 & -0.23 \end{bmatrix}, G_{11} = \begin{bmatrix} 0.78 \\ -0.55 \\ -0.61 \end{bmatrix}, G_{21} = \begin{bmatrix} -0.15 \\ 1.09 \\ -0.05 \end{bmatrix}, G_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, G_{22} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les figures (3.6) ,(3.7),(3.8),(3.9),représentent respectivement l'évolution des entrées connue $u(t)$, l'entrée inconnue $\bar{u}(t)$ et son estimé, l'estimation d'états et les erreurs d'estimation d'états, l'estimation des sorties et les erreurs d'estimation des sorties,

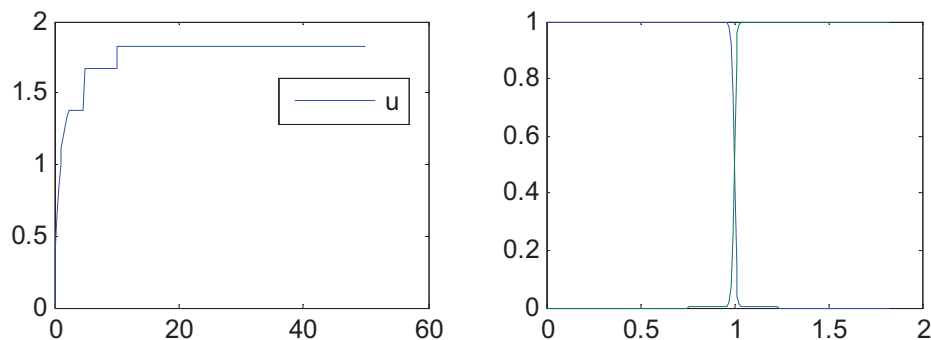


Fig.3.6. Entrée connue et fonctions d'activation

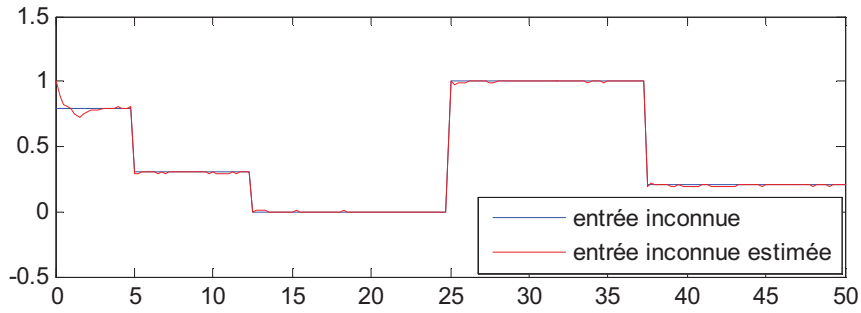


Fig.3.7. Évolution de l'entrée inconnue et de son estimée

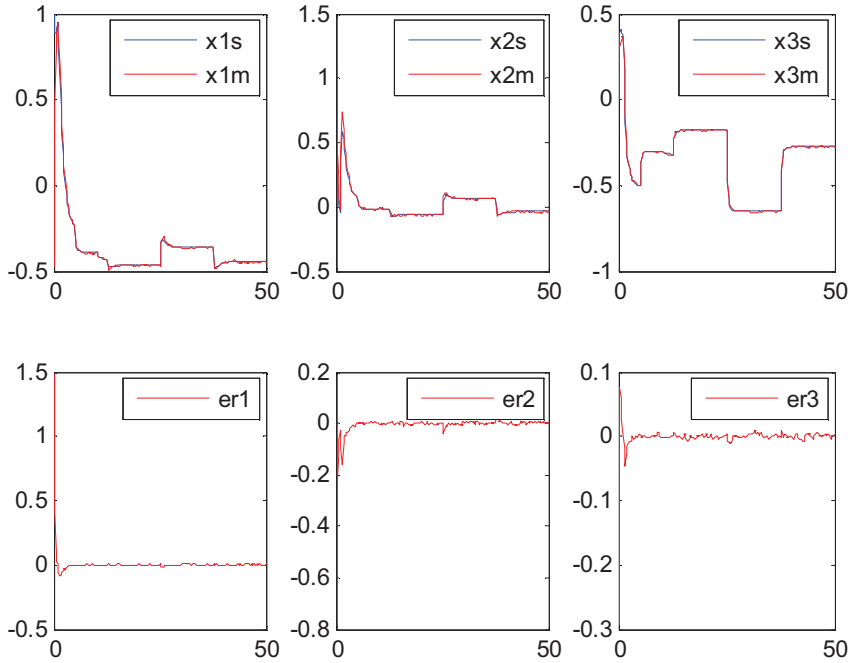


Fig.3.8. Évolution des variables d'état du système et du multiobservateur à entrée inconnue

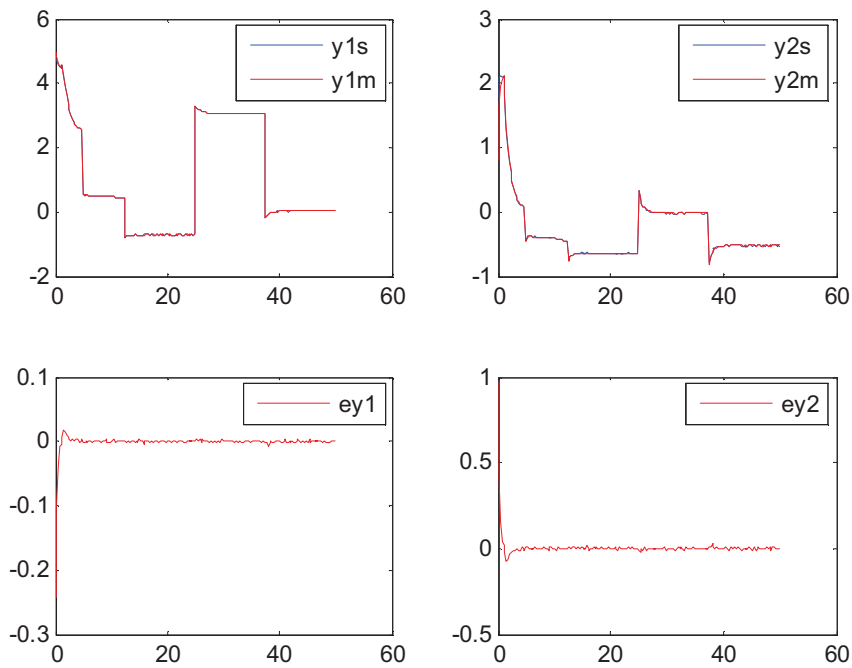


Fig.3.9. L'estimation des sorties et les erreurs d'estimation des sorties,

- On constate que la qualité de l'estimation est satisfaisante sauf au voisinage de l'origine ; cela est dû au choix des valeurs initiales du multiobservateur
- Ce type d'observateur peut être utilisé dans le domaine du diagnostic afin de détecter des défauts actionneur comme nous le présenterons au chapitre 4.

3.6. Conclusion

A partir d'une représentation multimodèle, on a montré comment concevoir un multiobservateur utilisant le principe de l'interpolation d'observateurs locaux ; de plus, on a considéré le cas où certaines entrées du système sont inconnues. Le calcul des gains de l'observateur global est alors ramené à un calcul des gains des observateurs locaux. La stabilité de l'ensemble nécessite cependant la prise en compte des contraintes de couplage entre ces observateurs locaux, ce qui conduit à la résolution d'un problème de type BMI. De simples changements de variables permettent de transformer les inégalités bilinéaires obtenues en des inégalités linéaires ce qui facilite la résolution de point de vue numérique en utilisant des outils LMI.

Ce type d'observateur peut être utilisé dans le domaine du diagnostic afin de détecter des défauts capteurs comme nous le présenterons au chapitre suivant.

CHAPITRE IV : APPLICATION AU SYSTEME A TROIS CUVES

Sommaire

4.1 Introduction	56
4.2 Système à trois cuves	56
4.2.1 Description du système	56
4.2.2 Modèle mathématique du système	56
4.3 Représentation du système à trois cuves par un multimodèle.....	58
4.4 Conception d'un multiobservateur	61
4.5 Détection et isolation de défauts capteurs et actionneurs	64
4.5.1 Détection de défauts capteurs.....	64
4.5.1.1 Elaboration de la table de signatures.....	65
4.5.1.2 Simulation en présence de défauts	65
4.5.1.3 Analyse des résidus	67
4.5.1.4 Évaluation des résidus	67
4.5.1.5 Localisation des défauts	67
4.5.1.6 Estimation de l'amplitude du défaut	67
4.5.2 Diagnostic des défauts d'actionneurs	68
4.5.2.1 Elaboration de la table de signatures.....	69
4.5.2.2 Simulation en présence de défauts	70
4.5.2.3 Analyse et évaluation des résidus.....	71
4.5.2.4 Localisation des défauts	71
4.5.2.5 Estimation de l'entrée inconnue	72
4.6 Conclusion.....	72

4.1. Introduction

L'objectif du présent chapitre est d'illustrer, à travers un système non linéaire "système à trois cuves", la mise en œuvre des techniques de modélisation, d'estimation d'état et de diagnostic de fonctionnements à base d'observateur présentées au cours des chapitres précédents. Ce chapitre permet donc d'évaluer les performances de l'approche proposée de la phase modélisation par multimodèle jusqu'à la phase de mise en œuvre d'une stratégie de diagnostic à base de multiobservateurs. Le vecteur de résidus $r(t)$ est calculé par la différence entre le vecteur de sortie du système $y(t)$ et le vecteur de sortie du multiobservateur $\hat{y}(t)$.

4.2. Système à trois cuves

Nous avons choisi d'étudier le système des trois cuves puisque nous en connaissons relativement bien la description mathématique de ce système.

4.2.1. Description du système

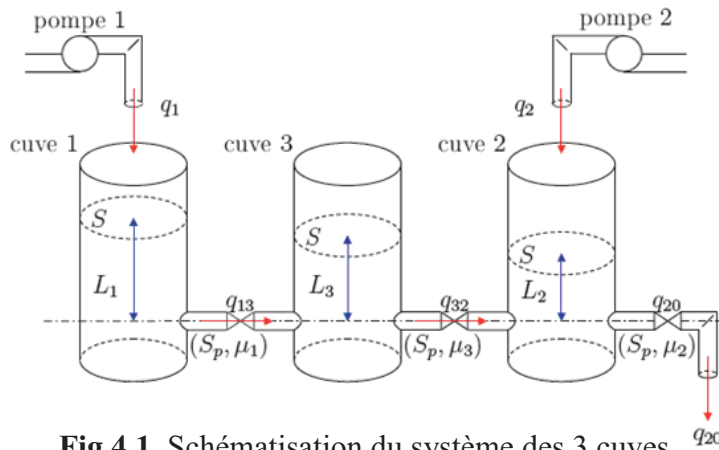


Fig.4.1. Schématisation du système des 3 cuves

Le benchmark considéré se compose de trois cuves cylindriques de section identique S . Les cuves sont reliées par deux tuyaux cylindriques de section S dont le coefficient de viscosité est $\mu_1 = \mu_3$. La sortie du système est située au niveau de la cuve 2, elle est aussi caractérisée par une section S_p et un coefficient de viscosité μ_2 . Deux pompes commandées par des moteurs à courant continu alimentent les cuves 1 et 2 avec les débits $q1(t)$ et $q2(t)$. Les trois cuves sont équipées de capteurs de pression pour mesurer le niveau de liquide ($L_1(t)$, $L_2(t)$ et $L_3(t)$).

4.2.2. Modèle mathématique du système

$$\sum_{NL} : \begin{cases} S \frac{dL_1(t)}{dt} = q_1(t) - q_{13}(t) \\ S \frac{dL_2(t)}{dt} = q_2(t) - q_{32}(t) - q_{20}(t) \\ S \frac{dL_3(t)}{dt} = q_{13}(t) - q_{32}(t) \end{cases} \quad (4.1)$$

où $q_{ij}(t)$ représente le débit de liquide de la cuve i vers la cuve j ($i, j = 1, 2, 3 \quad \forall i \neq j$) qui peut être exprimé en utilisant la loi de Torricelli par :

$$q_{ij} = \mu_i \cdot S_p \cdot \text{sign}(L_i(t) - L_j(t)) \cdot \sqrt{2g|L_i(t) - L_j(t)|} \quad (4.2)$$

et $q_{20}(t)$ représente le débit de sortie, avec :

$$q_{20} = \mu_2 \cdot S_p \cdot \sqrt{2gL_2(t)} \quad (4.3)$$

les niveaux vérifient les inégalités suivantes $L_1(t) > L_3(t) > L_2(t)$. En d'autres termes, nous considérons un sens particulier des débits inter cuves ($q_{ij}(t)$). Avec ces équations, nous supposons que le système des 3 cuves est parfaitement décrit à l'aide du modèle non linéaire défini (4.4) [61].

$$\sum_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1(t) = -2C_1\sqrt{x_1(t) - x_3(t)} + u_1(t)/S \\ \dot{x}_2(t) = 2C_3\sqrt{x_3(t) - x_2(t)} - 2C_2\sqrt{x_2(t)} + u_2(t)/S \\ \dot{x}_3(t) = 2C_1\sqrt{x_1(t) - x_3(t)} - 2C_3\sqrt{x_3(t) - x_2(t)} \\ y_1(t) = x_1(t) \\ y_2(t) = x_2(t) \\ y_3(t) = x_3(t) \end{cases} \quad (4.4)$$

On peut écrire :

$$\sum_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1(t) = f_1(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2) \\ \dot{x}_2(t) = f_2(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2) \\ \dot{x}_3(t) = f_3(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2) \\ y_1(t) = g_1(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2) \\ y_2(t) = g_2(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2) \\ y_3(t) = g_3(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2) \end{cases} \quad (4.5)$$

$$\text{tel que : } \begin{cases} f_1(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2) = -2C_1\sqrt{x_1(t) - x_3(t)} + u_1(t)/S \\ f_2(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2) = 2C_3\sqrt{x_3(t) - x_2(t)} - 2C_2\sqrt{x_2(t)} + u_2(t)/S \\ f_3(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2) = 2C_1\sqrt{x_1(t) - x_3(t)} - 2C_3\sqrt{x_3(t) - x_2(t)} \\ g_1(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2) = x_1(t) \\ g_2(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2) = x_2(t) \\ g_3(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2) = x_3(t) \end{cases} \quad (4.6)$$

avec $x_i(t)$ le niveau de liquide dans la cuve i et $C_i = (1/2) \cdot (1/S) \cdot \mu_i \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}$. Les deux signaux de commande $u_1(t), u_2(t)$ sont respectivement les deux débits d'entrée $q_1(t)$ et $q_2(t)$.

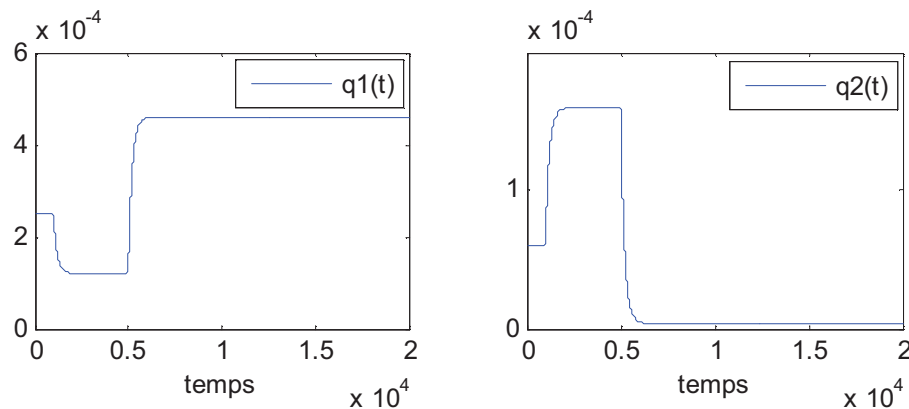


Fig. 4.2 Les débits $q1(t)$ et $q2(t)$

4.3. Représentation du système à trois cuves par un multimodèle

Ce système illustre la mise en œuvre de l'approximation d'un modèle non linéaire par un multimodèle. A partir de la figure (4.2), on peut décomposer le domaine de fonctionnement global $[0 \ 20000]$ en trois domaines locaux $[0 \ 1000]$, $]1000 \ 5000]$ et $]1000 \ 5000]$, dans chaque domaine local i on a un point de fonctionnement $p_i(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, u_{1i}, u_{2i})$ tel que $i = 1, 2, 3$.

Les différentes coordonnées de points de fonctionnement sont obtenus par la résolution du système (4.7)

$$\begin{cases} -2C_1\sqrt{x_1(t) - x_3(t)} + u_1(t) / S = 0 \\ 2C_3\sqrt{x_3(t) - x_2(t)} - 2C_2\sqrt{x_2(t)} + u_2(t) / S = 0 \\ 2C_1\sqrt{x_1(t) - x_3(t)} - 2C_3\sqrt{x_3(t) - x_2(t)} = 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

Les valeurs numériques des points de fonctionnement obtenus sont :

i	x_{1i}	x_{2i}	x_{3i}	u_{1i}	u_{2i}
1	7.4766	3.1821	5.4136	0.24800	0.06000
2	3.6353	2.6298	3.1523	0.12000	0.16000
3	18.0008	5.9172	12.1958	0.41600	0.00400

Tab. 4.1 Les trois points de fonctionnement

Sur chacun des domaines locaux, on peut construire un modèle local, ces modèles locaux sont construits par la linéarisation du système non linéaire (4.4) autour de différents points de fonctionnement.

Les matrices du multimodèle sont obtenues comme suit :

$$\begin{aligned} A_{11i} &= \left. \frac{\partial f_1(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial x_1} \right|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}}, & A_{12i} &= \left. \frac{\partial f_1(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial x_2} \right|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}}, & A_{13i} &= \left. \frac{\partial f_1(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial x_3} \right|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}} \\ A_{21i} &= \left. \frac{\partial f_2(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial x_1} \right|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}}, & A_{22i} &= \left. \frac{\partial f_2(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial x_2} \right|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}}, & A_{23i} &= \left. \frac{\partial f_2(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial x_3} \right|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}} \\ A_{31i} &= \left. \frac{\partial f_3(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial x_1} \right|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}}, & A_{32i} &= \left. \frac{\partial f_3(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial x_2} \right|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}}, & A_{33i} &= \left. \frac{\partial f_3(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial x_3} \right|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}} \\ B_{11i} &= \left. \frac{\partial f_1(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial u_1} \right|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}}, & B_{12i} &= \left. \frac{\partial f_1(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial u_2} \right|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}} \\ B_{21i} &= \left. \frac{\partial f_2(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial u_1} \right|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}}, & B_{22i} &= \left. \frac{\partial f_2(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial u_2} \right|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}} \end{aligned}$$

$$B_{31i} = \frac{\partial f_3(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial u_1} \Big|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}}, \quad B_{32i} = \frac{\partial f_3(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial u_2} \Big|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}}$$

$$C_{11i} = \frac{\partial g_1(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial x_1} \Big|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}}, \quad C_{12i} = \frac{\partial g_1(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial x_2} \Big|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}}, \quad C_{13i} = \frac{\partial g_1(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial x_3} \Big|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}}$$

$$C_{21i} = \frac{\partial g_2(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial x_1} \Big|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}}, \quad C_{22i} = \frac{\partial g_2(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial x_2} \Big|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}}, \quad C_{23i} = \frac{\partial g_2(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial x_3} \Big|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}}$$

$$C_{31i} = \frac{\partial g_3(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial x_1} \Big|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}}, \quad C_{32i} = \frac{\partial g_3(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial x_2} \Big|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}}, \quad C_{33i} = \frac{\partial g_3(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)}{\partial x_3} \Big|_{\substack{x_1=x_{1i} \\ x_2=x_{2i} \\ x_3=x_{3i} \\ u_1=u_{1i} \\ u_2=u_{2i}}}$$

$$\begin{aligned} D_{1i} &= f_1(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, u_{1i}, u_{2i}) - (A_{11i}x_{1i} + A_{12i}x_{2i} + A_{13i}x_{3i}) - B_{11i}u_{1i} - B_{12i}u_{2i} \\ D_{2i} &= f_2(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, u_{1i}, u_{2i}) - (A_{21i}x_{1i} + A_{22i}x_{2i} + A_{23i}x_{3i}) - B_{21i}u_{1i} - B_{22i}u_{2i} \\ D_{3i} &= f_3(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, u_{1i}, u_{2i}) - (A_{31i}x_{1i} + A_{32i}x_{2i} + A_{33i}x_{3i}) - B_{31i}u_{1i} - B_{32i}u_{2i} \end{aligned}$$

Après la dérivation on a :

$$A_i = \begin{bmatrix} -\frac{C_1}{\sqrt{x_{1i} - x_{3i}}} & 0 & \frac{C_1}{\sqrt{x_{1i} - x_{3i}}} \\ 0 & -\frac{C_3}{\sqrt{x_{3i} - x_{2i}}} - \frac{C_2}{\sqrt{x_{2i}}} & \frac{C_3}{\sqrt{x_{3i} - x_{2i}}} \\ \frac{C_1}{\sqrt{x_{1i} - x_{3i}}} & \frac{C_3}{\sqrt{x_{3i} - x_{2i}}} & -\frac{C_1}{\sqrt{x_{1i} - x_{3i}}} - \frac{C_3}{\sqrt{x_{3i} - x_{2i}}} \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{S} & 0 \\ 0 & \frac{1}{S} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Les valeurs numériques des différentes matrices sont :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.0039 & 0 & 0.0039 \\ 0 & -0.0067 & 0.0036 \\ 0.0039 & 0.0036 & -0.0075 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -0.0080 & 0 & 0.0080 \\ 0 & -0.0109 & 0.0074 \\ 0.0080 & 0.0074 & -0.0155 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} -0.0023 & 0 & 0.0023 \\ 0 & -0.0044 & 0.0021 \\ 0.0023 & 0.0021 & -0.0044 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = B_2 = B_3 = \begin{bmatrix} 64.9351 & 0 \\ 0 & 64.9351 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} -0.0081 \\ -0.0019 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_2 = \begin{bmatrix} -0.0039 \\ -0.0052 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_3 = \begin{bmatrix} -0.0135 \\ -0.0001 \\ 0 \end{bmatrix}$$

L'approximation des états est donnée par l'équation suivante:

$$\begin{cases} \dot{x}_m(t) = \sum_{i=1}^3 \mu_i(\xi(t))(A_i x_m(t) + B_i u(t) + D_i) \\ y_m(t) = C x_m(t) \end{cases} \quad (4.8)$$

Avec $\dot{x}_m(t) = [\dot{x}_{m1}(t) \quad \dot{x}_{m2}(t) \quad \dot{x}_{m3}(t)]^T$

L'indice i correspond au $i^{\text{ème}}$ modèle local .

Les fonctions d'activation μ_i sont choisies de forme gaussienne . Ces dernières ne dépendent que de la commande $u_1(t)$. ces fonctions ont été construites de la manière suivante :

$$w_i(u_1(t)) = \exp\left(\frac{-(u_1(t) - u_{1i})^2}{2\sigma_i^2}\right)$$

$$\mu_i(u_1(t)) = \frac{w_i(u_1(t))}{\sum_{i=1}^3 w_i(u_1(t))} \quad (4.9)$$

Nous allons identifier les paramètres des fonctions d'activation σ_i à partir de la minimisation du critère $J(\theta)$ défini comme suit :

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M [(x_{1s}(t) - x_{1m}(t))^2 + (x_{2s}(t) - x_{2m}(t))^2 + (x_{3s}(t) - x_{3m}(t))^2] \quad (4.10)$$

tel que $\theta = [\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \sigma_3]$: représente le vecteur des paramètres à identifier.

Nous minimisons le critère (4.10) par l'algorithme de Marquardt (voir chap. 2), les dispersions des fonctions d'activation, obtenues après optimisation, sont :

$$\sigma_1 = 0.1274 \cdot 10^{-4} ; \sigma_2 = 0.1251 \cdot 10^{-4} \quad \sigma_3 = 0.0277 \cdot 10^{-4}$$

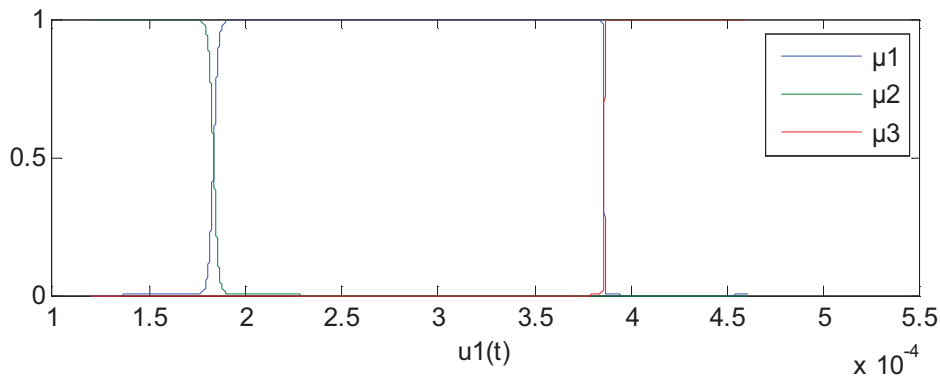


Fig.4.3. L'évolution des trois fonctions d'activation

Pour permettre d'évaluer les résultats de simulation, nous simulons en parallèle deux modèles : le multimodèle (4.8), et le modèle non linéaire (4.4). Les entrées appliquées sont les mêmes que celles utilisées pour identifier les paramètres des modèles locaux.

La figure (4.4) montre l'évolution des composantes du vecteur de sorties du modèle non linéaire (4.4) du système à trois cuves et leurs approximation par le multimodèle (4.8).

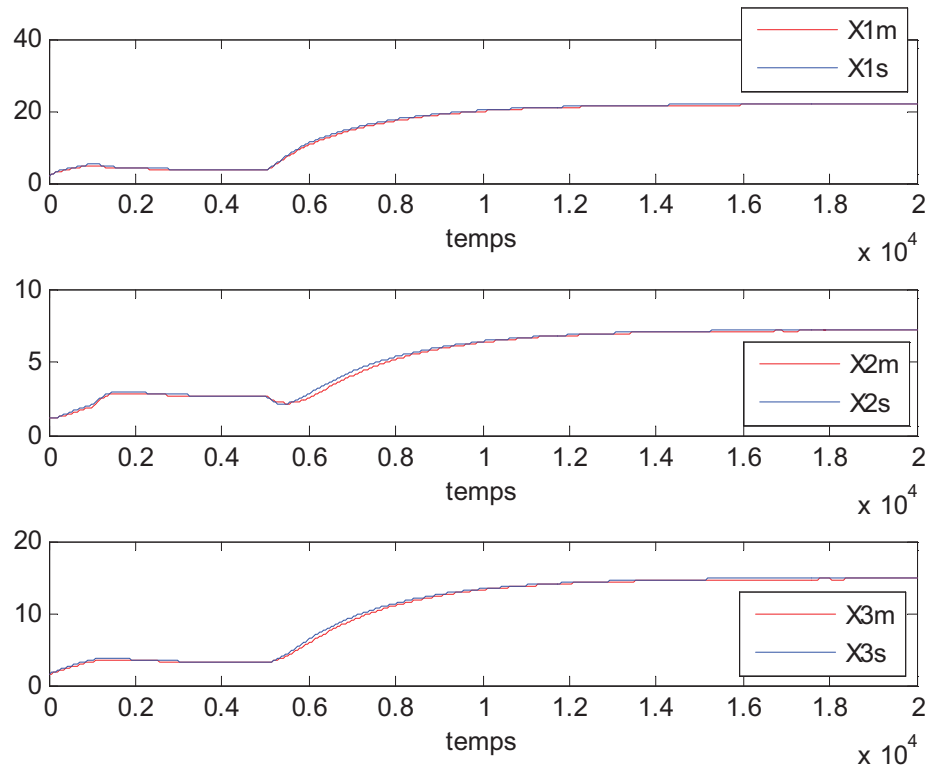


Fig.4.4. les variables d'état du modèle non linéaire « $X1m, X2m, X3m$ » et ceux du multimodèle « $X1s, X2s, X3s$ ».

Le multimodèle obtenu est beaucoup plus facilement exploitable que le modèle initial décrit à l'aide (4.4). Il peut être exploité en particulier pour le diagnostic de fonctionnement du système en utilisant un banc de multiobservateur.

4.4. Conception d'un multiobservateur

Le multiobservateur capable d'estimer les états du système à trois cuves décrit par le multimodèle (4.8) est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^3 \mu_i(u_1(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + D_i + G_i (y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) \end{cases} \quad (4.11)$$

Les valeurs initiales des variables d'état et des variables estimées sont :

$$x(0) = [1.8 \ 1.2 \ 1.6]^T \quad \text{et} \quad \hat{x}(0) = [1 \ 1 \ 1]^T$$

Les gains G_i sont choisis de façon à assurer la stabilité de l'observateur (technique de placement de pôles).

$$G_1 = \begin{bmatrix} 0.0087 & -0.0000 & 0.0039 \\ -0.0000 & 0.0058 & 0.0036 \\ 0.0039 & 0.0036 & 0.0051 \end{bmatrix}, \quad G_2 = \begin{bmatrix} 0.0045 & 0.0000 & 0.0081 \\ -0.0000 & 0.0017 & 0.0075 \\ 0.0081 & 0.0075 & -0.0029 \end{bmatrix}, \quad G_3 = \begin{bmatrix} 0.0103 & 0.0000 & 0.0023 \\ 0.0000 & 0.0081 & 0.0022 \\ 0.0023 & 0.0022 & 0.0081 \end{bmatrix}$$

Les figures (4.5), (4.6) représentent respectivement les sorties $y(t)$ et leurs estimations par le multiobservateur et l'évolution des erreurs d'estimation des sorties.

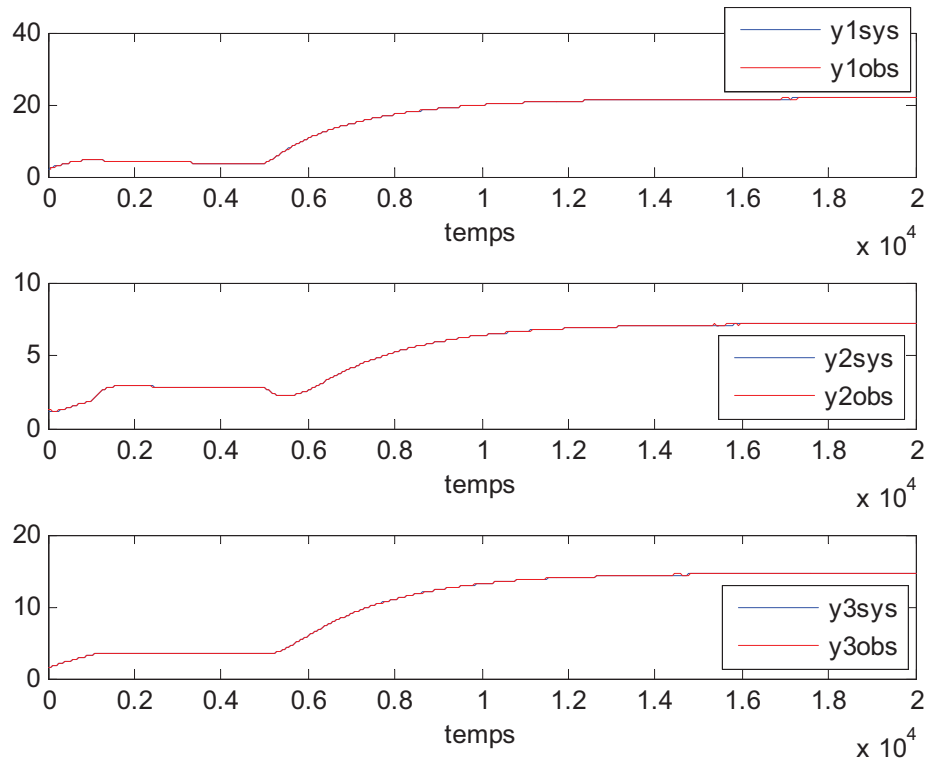


Fig4.5. Évolution des sorties et leurs estimations

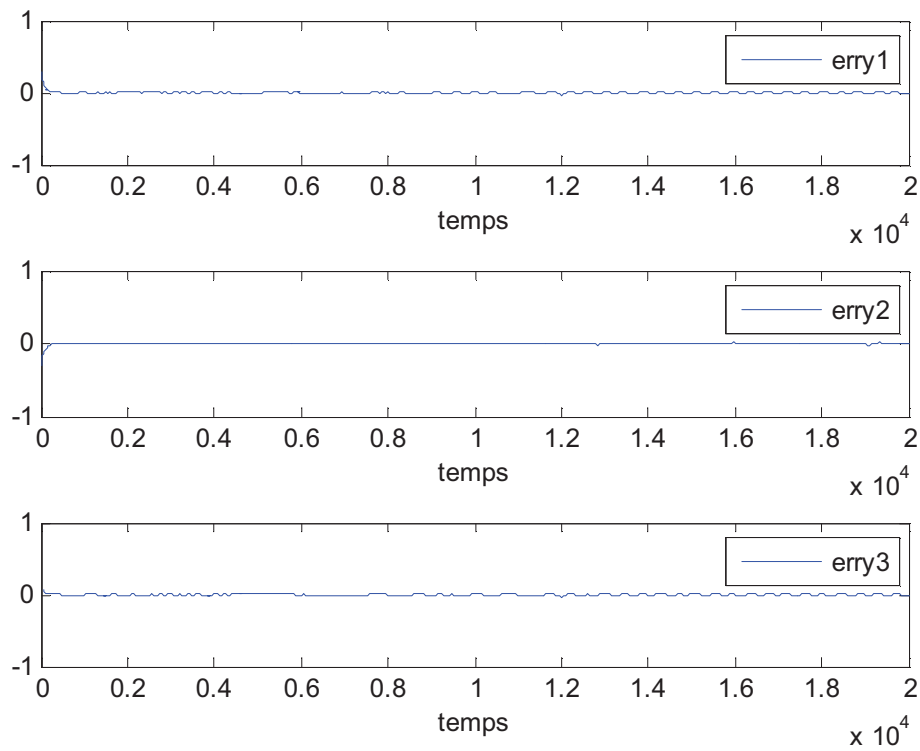


Fig4.6. Évolution des erreurs d'estimation des sorties

Influence du bruit

Nous avons supposé l'existence de bruits de mesures sur les capteurs. Les bruits de mesures considérés sont différents pour chaque sortie. Les figures (4.7),(4.8) montrent respectivement les sorties $y(t)$ et leurs estimations par le multiobservateur et l'évolution des erreurs d'estimation des sorties.

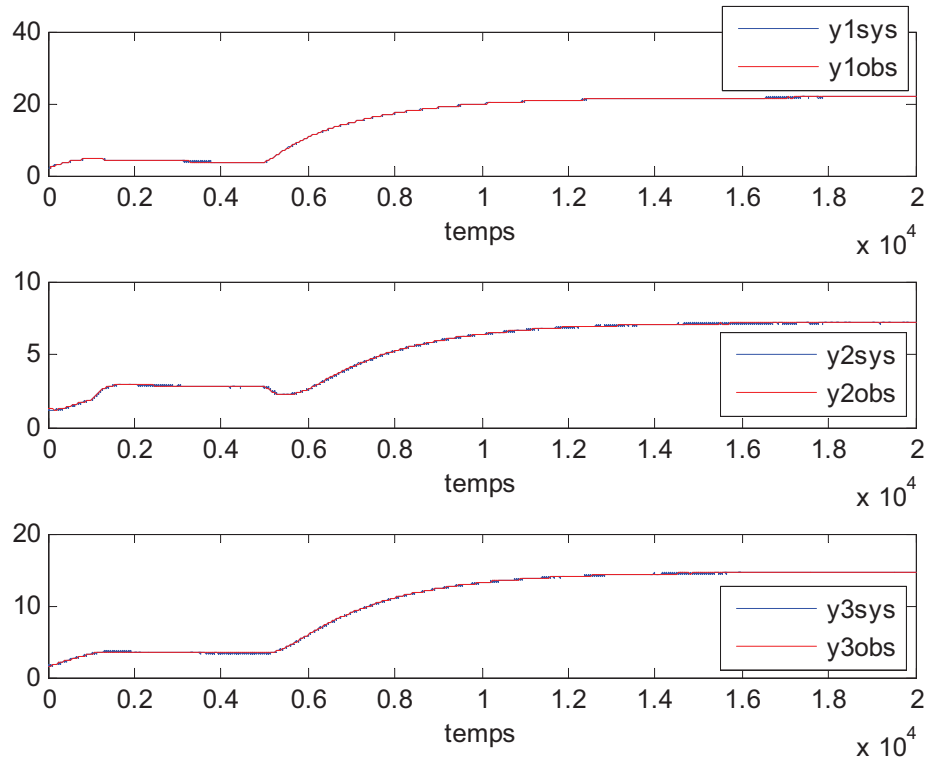


Fig4.7. Évolution des sorties et leurs estimations

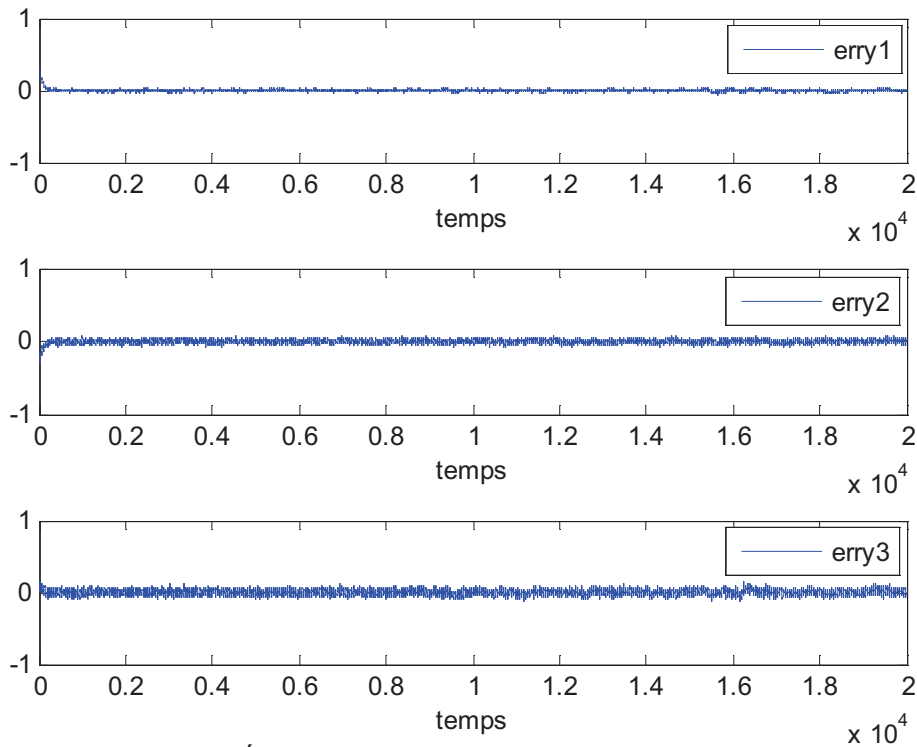


Fig4.8. Évolution des erreurs d'estimation des sorties

- On constate que la qualité de l'estimation est satisfaisante même en présence de bruits
- Ce type d'observateur peut être utilisé dans le domaine du diagnostic afin de détecter des défauts capteurs comme nous le présenterons au paragraphe suivante.

4.5. Détection et isolation de défauts capteurs et actionneurs

L'objectif de cette section est de mettre en œuvre une technique de diagnostic de défauts capteurs et actionneurs en utilisant des multiobservateurs.

4.5.1. Détection de défauts capteurs

Pour la détection de défauts de capteurs, on peut utiliser un banc multiobservateurs selon la structure d'observateurs dédiés DOS (Dedicated Observer Scheme) présenté sur la figure (4.9). Le $i^{\text{ème}}$ multiobservateur est piloté par la $i^{\text{ème}}$ sortie et toutes les entrées; la sortie de ce $i^{\text{ème}}$ multiobservateur est insensible aux défauts des sorties non utilisées donc chaque résidu issu d'un multiobservateur est sensible à un seul défaut capteur ce qui permet de détecter et localiser les défauts même quand ceux-ci surviennent simultanément. On notera par la suite r_{ij} le signal indicateur de défaut (résidu) calculé à partir de la différence entre la $i^{\text{ème}}$ sortie du système et la $i^{\text{ème}}$ sortie estimée avec l'observateur j .

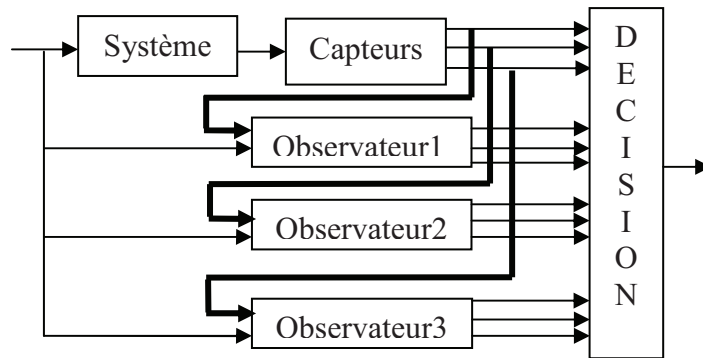


Fig.4.9. Détection de défaut capteur par structure DOS

Le système à trois cuves comporte trois sorties (y_1 , y_2 et y_3), le nombre de multiobservateurs que l'on peut élaborer est égale à 3.

La forme du $j^{\text{ème}}$ multiobservateur s'explique :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}^j(t) = \sum_{i=1}^3 \mu_i(u(t))(A_i \hat{x}^j(t) + B_i u(t) + D_i + G_i^j (y^j(t) - \hat{y}^j(t))) \\ \hat{y}^j(t) = C_j \hat{x}^j(t) \end{cases} \quad (4.12)$$

Où $\hat{x}^j(t)$ (respectivement $\hat{y}^j(t)$) représente le vecteur d'état estimé (respectivement le vecteur de sortie estimé) par le $j^{\text{ème}}$ multiobservateur. C_j la matrice d'observation construite à partir de C . le tableau (4.2), détermine les sorties utilisées par le $j^{\text{ème}}$ multiobservateur.

j	sortie utilisée	sortie estimée utilisée
1	$y_1(t)$	$\hat{y}_1(t)$
2	$y_2(t)$	$\hat{y}_2(t)$
3	$y_3(t)$	$\hat{y}_3(t)$

Tab.4.2 - la sortie utilisée par le $j^{\text{ème}}$ multiobservateur

Le banc d'observateurs permet d'engendrer différents résidus :

$$r_{ij}(t) = y_i(t) - \hat{y}_i^j(t), \text{ pour } i \in \{1, 2, 3\} \text{ et } j \in \{1, 2, 3\} \quad (4.13)$$

4.5.1.1. Elaboration de la table de signatures

La table des signatures est élaborée à partir des considérations suivantes :

1. Le multiobservateur 1 reconstruit la sortie du multimodèle en utilisant seulement la sortie y_1 et toutes les entrées du système. Si cette sortie présente un défaut alors il y a une mauvaise estimation de l'état et les résidus r_{i1} peuvent être affectés.
2. Si la sortie y_1 ne présente pas de défaut alors l'estimation d'état est correctement effectuée. Par conséquent, en présence d'un défaut sur la sortie y_2 (respectivement y_3) le résidu r_{21} (respectivement r_{31}) est éloigné de zéro (sensibilité au défaut d_2 (respectivement d_3)) alors que le résidu r_{11} demeure insensible à ce même défaut. Il est alors possible de tirer une conclusion positive sur la présence d'un défaut d_2 (respectivement d_3) si les résidus r_{i1} présentent simultanément la signature : $r_{11} = 0$ et $r_{21} = 1$ (respectivement $r_{11} = 0$ et $r_{31} = 1$)

Une démarche similaire est adoptée afin d'élaborer les signatures des observateurs 2 et 3 .

Nous dressons tous les cas possibles de défaillances de capteurs. On définit une fonction binaire des résidus :

$$z_{ij}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si le résidu } r_{ij}(t) \text{ est sensible au défaut } d_i \\ 0 & \text{si le résidu } r_{ij}(t) \text{ est insensible au défaut } d_i \end{cases} \quad (4.14)$$

	Multiobservateur 1			Multiobservateur 2			Multiobservateur 3		
	$z_{11}(t)$	$z_{21}(t)$	$z_{31}(t)$	$z_{12}(t)$	$z_{22}(t)$	$z_{32}(t)$	$z_{13}(t)$	$z_{23}(t)$	$z_{33}(t)$
d_1	1	1	1	1	0	0	1	0	0
d_2	0	1	0	1	1	1	0	1	0
d_3	0	0	1	0	0	1	1	1	1

Tab.4.3.- signature théorique de défaillances des capteurs

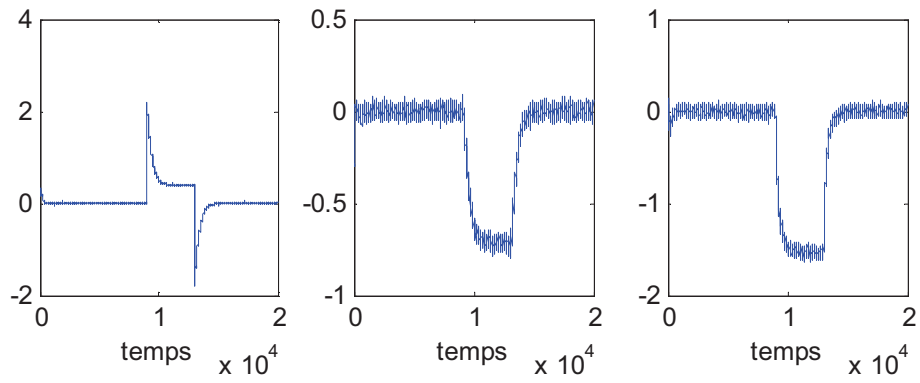
Où i représente la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur de résidus du $j^{\text{ème}}$ multiobservateur.

A partir du tableau (4.3), nous remarquons que les signatures de défaillances sont indépendantes. Ainsi, il est théoriquement possible de détecter et de localiser le capteur défaillant.

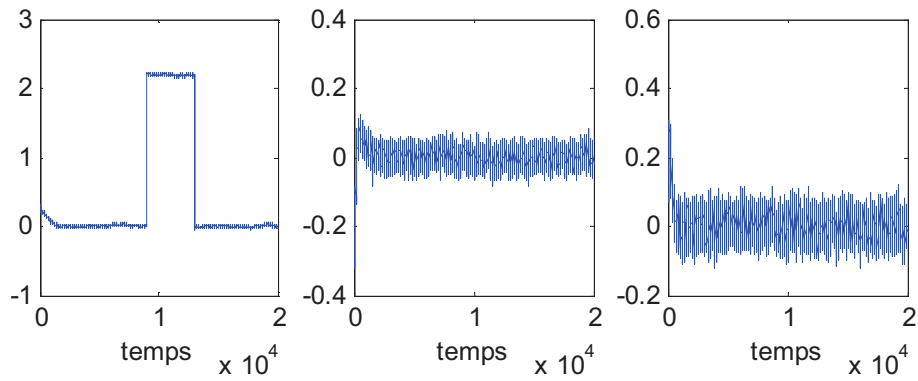
4.5.1.2. Simulation en présence de défauts

Considérons à présent le cas de l'apparition de défaut affectant la mesure $y_1(t)$ se déclenche à l'instant $t=9000$ sec et disparaît à l'instant $t=13000$ sec , avec une amplitude constante égale à 2.2 (10% de l'amplitude maximale de la sortie). En s'appuyant sur le banc de multiobservateurs donné par l'équation (4.12) pour $j=1:3$, nous localisons les capteurs défaillants.

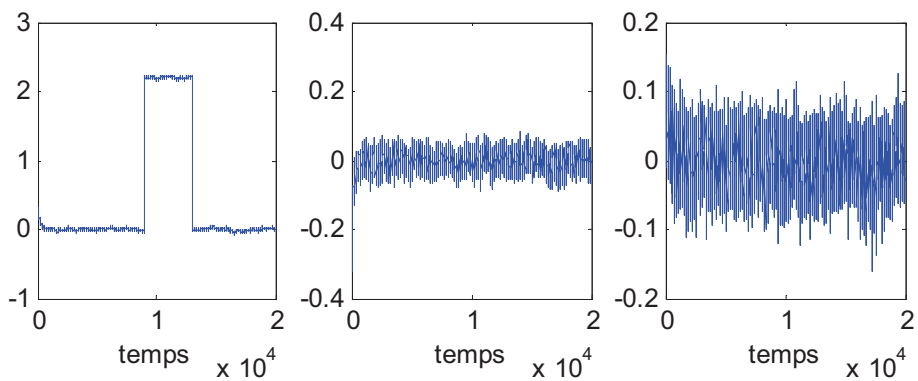
Les figures (4.10) montrent les résidus obtenus par le banc de multiobservateurs



Les résidus r_{i1} ($j=1$) et $i=1,2,3$



Les résidus r_{i2} ($j=2$) et $i=1,2,3$



Les résidus r_{i3} ($j=3$) et $i=1,2,3$

Fig.4.10. Résidus $r_{ij}(t)$ en présence de défauts

4.5.1.3. Analyse des résidus

Pour chaque résidu $r_{ij}(t)$, il faut déterminer une tolérance τ_{ij} qui doit indiquer les limites de son domaine d'évolution en l'absence de défauts. La valeur des tolérances est fixée en fonction des caractéristiques statistiques de chacun des résidus en fonctionnement normal. Les résidus considérés étant des fonctions non linéaires des mesures, on ne peut pas facilement accéder aux propriétés statistiques de ceux-ci. On peut en revanche estimer la variance des résidus en fonctionnement normal (absence de défauts) et s'appuyer sur cette information pour déterminer le domaine d'évolution des résidus en fonctionnement normal. La valeur de la tolérance τ_{ij} peut, par exemple, être déterminée à partir de l'expression suivante :

$$\tau_{ij} = \alpha \sqrt{\text{Var}(r_{ij})} \quad (4.15)$$

Où $r_{ij}(t)$ est la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur de résidu généré par le $i^{\text{ème}}$ multi observateur, α est un paramètre de réglage de la sensibilité de détection et $\text{Var}(r_{ij})$ la variance empirique du résidu $r_{ij}(t)$ en fonctionnement normal.

4.5.1.4. Évaluation des résidus

La génération de la matrice de signatures expérimentales consiste à associer à chaque résidu la valeur 0 ou 1 selon qu'il est affecté ou non par défaut. De manière simplifiée, la détection de défauts au niveau d'un résidu, s'apparente au test logique suivant :

- si $|r_{ij}(t)| \leq \tau_{ij}$ alors aucun défaut n'affecte le résidu $r_{ij}(t)$
- si $|r_{ij}(t)| > \tau_{ij}$ alors le résidu $r_{ij}(t)$ est affecté par un défaut

où la variable τ_{ij} représente la tolérance associée au résidu $r_{ij}(t)$.

A l'issue du test de chacun des résidus $r_{ij}(t)$, signature binaire expérimentale, notée z_{ij}^* , est générée à chaque instant t , de la manière suivante :

$$z_{ij}^* = \begin{cases} 0 & \text{si } |r_{ij}(t)| \leq \tau_{ij} \\ 1 & \text{si } |r_{ij}(t)| > \tau_{ij} \end{cases} \quad (4.16)$$

4.5.1.5. Localisation des défauts

La localisation des défauts est basée sur la comparaison, à chaque instant, de la signature de défaut expérimentale avec les différentes signatures théoriques. La signature expérimentale de défaut des sorties résultante à partir de l'analyse de la figure (4.10) montre que le défaut est localisé sur la variable $yI(t)$ entre les instants 9000 et 13000.

4.5.1.6. Estimation de l'amplitude du défaut

Une fois le défaut détecté puis localisé, il est très intéressant de pouvoir le corriger, en proposant une valeur de remplacement pour la mesure en défaut. Ceci peut se faire en estimant l'amplitude du défaut.

L'observateur j génère une mauvaise estimation d'état en présence d'un défaut de capteur d_j . L'estimation du défaut à partir de cet observateur est difficile à déterminer car l'évolution des

résidus de cet multiobservateur est difficile à établir. Donc le défaut de capteur d_j est estimé par l'analyse du résidu r_{jk} tel que $k \neq j$, $j \in \{1,2,3\}$ et $k \in \{1,2,3\}$, dans ce cas on peut estimer ce défaut par l'analyse de r_{12} ou r_{13} , tel que le défaut est la différence entre la variable mesurée et son estimation par l'un des multiobservateurs (2 ou 3).

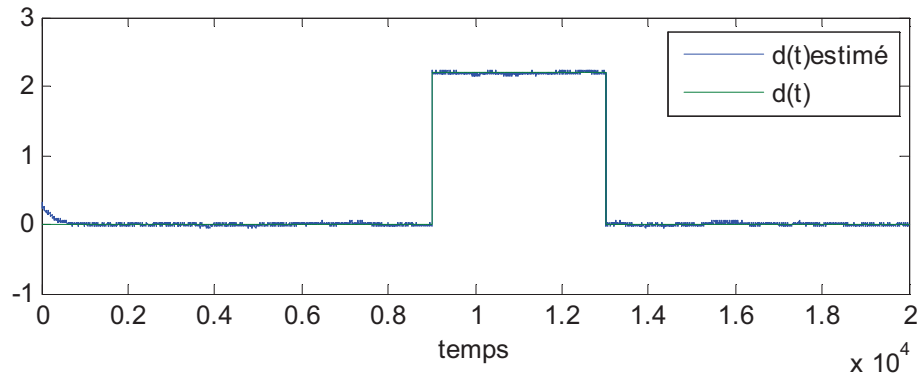


Fig4.11. L'évolution du défaut et leur estimé

4.5.2. Diagnostic des défauts d'actionneurs

Dans cette section le problème de la détection et la localisation de défauts d'actionneurs est traité. Pour la détection de défauts d'actionneurs, on peut utiliser un banc multiobservateur à entrées inconnues selon l'architecture DOS présenté sur la figure (4.12). le $i^{\text{ème}}$ multiobservateur est piloté par la $i^{\text{ème}}$ entrée et toutes les sorties ; les autres entrées sont considérées comme inconnues et la sortie de ce $i^{\text{ème}}$ observateur est insensible aux défauts des entrées non utilisées donc chaque résidu issu d'un multiobservateur est sensible à un et un seul défaut actionneur ce qui permet de détecter et localiser les défauts même quand ceux-ci surviennent simultanément.

Le système à trois cuves comporte 2 entrées (u_1, u_2), le nombre de multiobservateur que l'on peut élaborer est égale à 2.

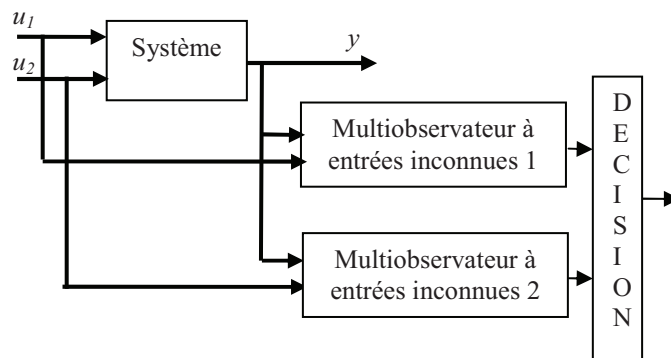


Fig.4.12. Schéma de détection et isolation de défauts d'actionneurs

Le système (4.8) est récrit sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^3 \mu_i(u_1(t))(A_i x(t) + B_i^j u_j(t) + R_i^j \bar{u}_j(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.17)$$

Tel que $B_i = [B_i^1 \ B_i^2]$

- pour le multiobservateur à entrée inconnues 1; l'entrée inconnue \bar{u} est l'entrée $u_2(t)$ et sa matrice d'action R_i^2 est B_i^2 .
- pour le multiobservateur à entrée inconnues 2; l'entrée inconnue \bar{u} est l'entrée $u_1(t)$ et sa matrice d'action R_i^1 est B_i^1 .

Remarque

Au cours de cette étape nous avons rencontré le problème suivant :

Les matrices $(C * R_i^j); j=1:2$, ne sont pas de plein rang ligne, par contre les conditions de convergence de l'observateur à entrées inconnues exigent que la matrice $(C * R_i^j)$ est de plein rang ligne (voir chap. 3). Et pour résoudre ce problème nous avons multiplié la matrice C par une autre matrice C_l , pour obtenir une nouvelle matrice C' ($C' = C * C_l$) de tel sorte la matrice $(C' * R_i^j)$ devient de plein rang ligne, cette multiplication n'a pas aucune influence sur la dynamique du système.

Le nouveau vecteur des sorties devient $y' = C' * y$;

Le système (4.17) est récrit sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^3 \mu_i(u_1(t))(A_i x(t) + B_i^j u_j(t) + R_i^j \bar{u}_j(t)) \\ y'(t) = C' x(t) \end{cases} \quad (4.18)$$

La forme du $j^{ème}$ multiobservateur à entrées inconnues s'explique :

$$\begin{cases} \dot{z}^j(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(N_i z^j(t) + G_{i1} u_j(t) + G_{i2} + L_i y'(t)) \\ \hat{x}^j(t) = z^j(t) - E y'(t) \end{cases} \quad (4.19)$$

Le banc d'observateurs permet d'engendrer différents résidus :

$$r_{ij}(t) = y_i'(t) - \hat{y}_i^{j'}(t), \text{ pour } i \in \{1, 2, 3\} \text{ et } j \in \{1, 2\} \quad (4.20)$$

4.5.2.1. Elaboration de la table de signatures

La table des signatures est élaborée à partir des considérations suivantes :

1. Le multiobservateur 1 reconstruit la sortie du multimodèle en utilisant seulement l'entrée u_1 et toutes les sorties du système. Si cette entrée présente un défaut alors il y a une mauvaise estimation de l'état et les résidus r_{i1} peuvent être affectés.
2. Si l'entrée u_1 ne présente pas de défaut alors l'estimation d'état est correctement effectuée, même en présence d'un défaut sur l'entrée u_2 .

Une démarche similaire est adoptée afin d'élaborer les signatures du multiobservateur 2.

Les résidus r_{ij} générés correspondent à la différence entre les sorties mesurées y_i et les sorties estimées \hat{y}_i pour le $j^{ème}$ multiobservateur qui est sensible au défaut sur l'actionneur j .

Nous dressons tous les cas possibles de défaillances d'actionneurs. On définit une fonction binaire des résidus :

$$z_{ij}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si le résidu } r_{ij}(t) \text{ est sensible au défaut } d_i \\ 0 & \text{si le résidu } r_{ij}(t) \text{ est insensible au défaut } d_i \end{cases} \quad (4.21)$$

	Multiobservateur 1			Multiobservateur 2		
	$z_{11}(t)$	$z_{21}(t)$	$z_{31}(t)$	$z_{12}(t)$	$z_{22}(t)$	$z_{32}(t)$
d_1	1	1	1	0	0	0
d_2	0	0	0	1	1	1

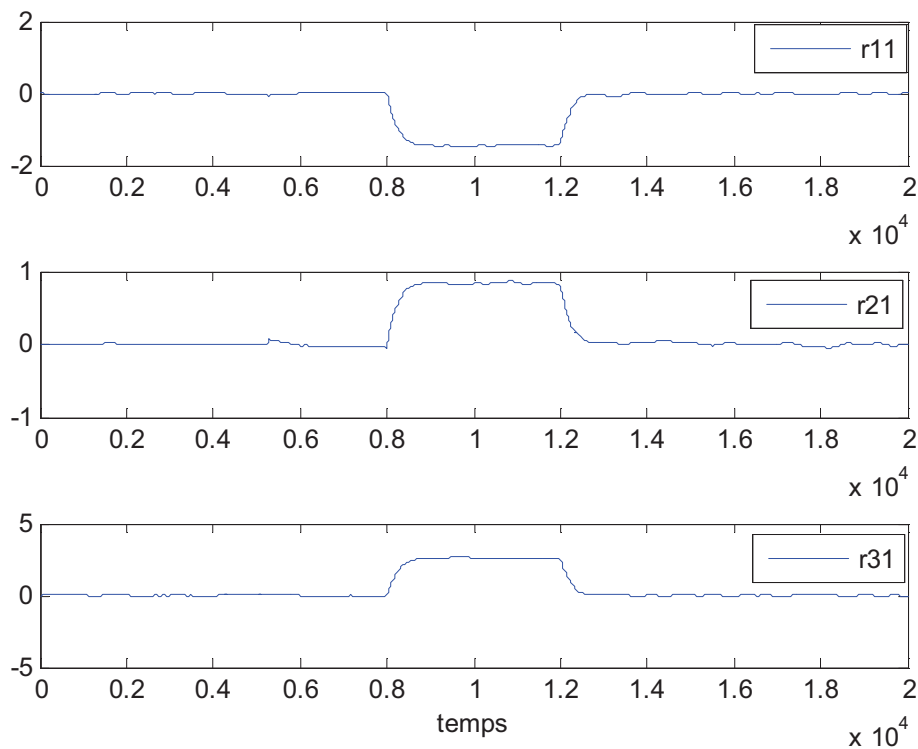
Tab.4.4. Table de signatures théoriques pour les défauts actionneurs

A partir du tableau (4.4), nous remarquons que les signatures de défaillances sont indépendantes. Ainsi, il est théoriquement possible de détecter et de localiser l'actionneur défaillant.

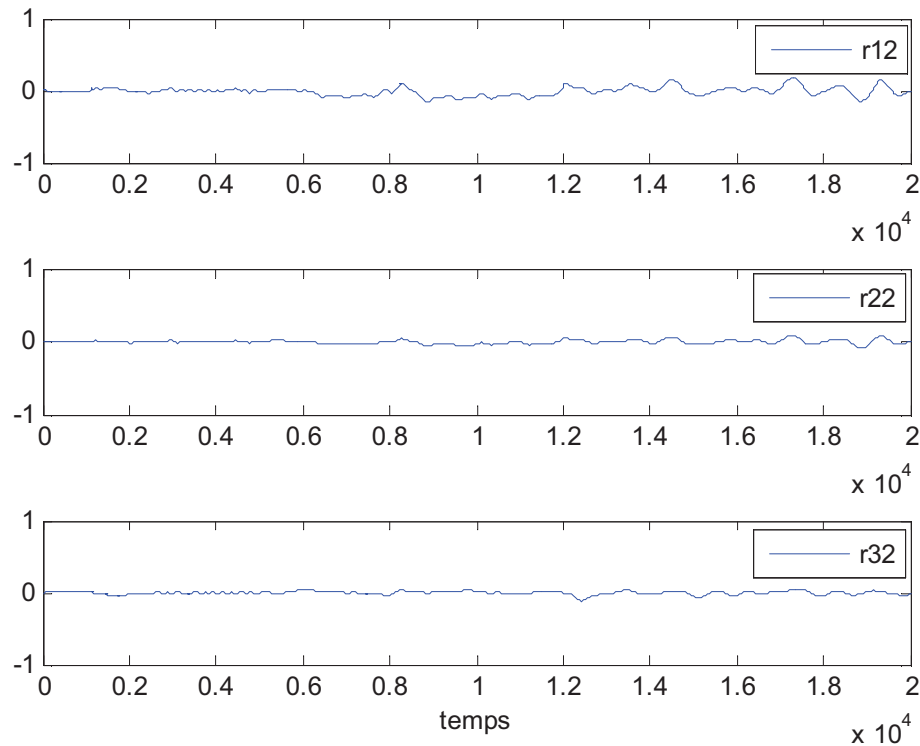
4.5.2.2. Simulation en présence de défauts

Considérons à présent le cas de l'apparition de défaut affectant l'entrée u_1 se déclenche à l'instant $t=8000$ sec et disparaît à l'instant $t=12000$ sec, avec une amplitude constante égale à $4,6 \cdot 10^{-6}$ (10% de l'amplitude maximale de l'entrée). En s'appuyant sur le banc de multiobservateurs donné par l'équation (4.19) pour $j=1,2$, nous localisons les actionneurs défaillants.

Les figures (4.13) montrent les résidus obtenus par le banc de multiobservateurs



Les résidus r_{ij} ($j = 1$) et $i = 1,2,3$



Les résidus r_{i2} ($j=2$) et $i=1,2,3$

Fig.4.13. Résidus $r_{ij}(t)$ en présence de défauts

Sur la figure (4.13), les résidus r_{11} , r_{21} et r_{13} générés avec le premier multiobservateur indiquent qu'il y'a un défaut qui correspond à un défaut sur l'actionneur piloté par la commande u_1 . On remarque aussi que les résidus r_{12} , r_{22} et r_{32} générés par le deuxième multiobservateur n'infectent pas par ce défaut.

4.5.2.3 Analyse et évaluation de résidus

Les mêmes étapes suivies précédemment dans le cas de défauts capteurs

4.5.2.4 Localisation de défauts

La signature expérimentale résultante est comme suit :

Défaut	Un des deux actionneurs
Détection de défaut	(1 1 1 0 0 0)

Tab.4.5. signature expérimentale de défaut

Selon la comparaison de la signature expérimentale résultant avec les signatures théoriques de défauts des entrées, montre que le défaut est localisé sur l'entrée $u_1(t)$ entre les instants 8000 et 12150.

4.5.2.5. Estimation de l'entrée inconnue

En régime permanent, l'erreur d'estimation d'état par le deuxième multiobservateur tend vers zéro ; en remplaçant $x(t)$ par $\hat{x}(t)$ dans l'équation (4.18) nous obtenons :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^3 \mu_i(u_1(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i^2 u_2(t) + R_i^2 \hat{u}_1(t)) \\ \hat{y}'(t) = C' \hat{x}(t) \end{cases} \quad (4.22)$$

Remarquons que dans l'équation (4.22) la seule variable inconnue est bien la variable $\hat{u}_1(t)$ qui représente une estimation de l'entrée inconnue, l'équation peut être réécrite de la manière suivante :

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + D_i) + W \hat{u}(t) \quad (4.23)$$

Où

$$W = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) R_i \quad (4.24)$$

En fin l'expression de l'estimation de l'entrée inconnue est donnée par l'équation suivante :

$$\hat{u}(t) = (W^T W)^{-1} W^T \left(\dot{\hat{x}}(t) - \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + D_i) \right) \quad (4.25)$$

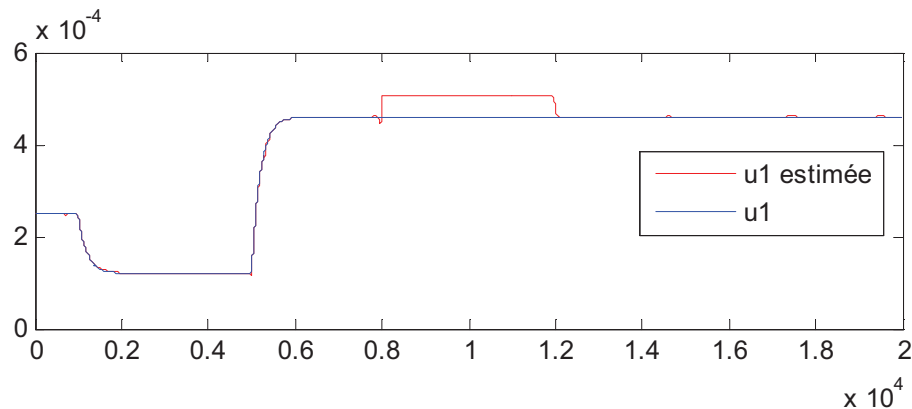


Fig.4.14. Estimation de u_1 par le multiobservateur 2

4.6. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons appliqué les techniques; de modélisation par multimodèle, d'estimation d'état par multiobservateur et de diagnostic à base d'un ban de multiobservateur , sur un système non linéaire " système à trois cuves", afin de tester leurs efficacités.

Les résultats de simulation ont montré la capacité des multimodèles dans l'approximation des modèles non linéaires par des modèles linéaires locaux, et les performances des multiobservateur pour l'estimation d'état et pour la détection et la localisation de défauts. Le banc multiobservateur selon l'architecture DOS a été constitué pour la détection et la localisation de défauts capteurs et actionneurs.

Conclusion générale

Les travaux développés dans ce mémoire présentent une contribution aux méthodes d'estimation d'état et de détection et de localisation de défauts des systèmes non linéaires représentés par des multimodèles. Dans ce contexte de modélisation, pleinement reconnu aujourd'hui, deux structures essentielles de multimodèles peuvent être distinguées selon que les sous modèles partagent ou non le même vecteur d'état. La première structure, à savoir le multimodèle de Takagi-Sugeno, a été à l'origine de nombreux développements dans divers domaines de l'automatique tels que l'identification, la commande ou l'estimation d'état. Nous avons testé ces méthodes sur un systèmes non linéaire

Dans le premier chapitre, nous avons fait des rappels sur les notions de base sur le diagnostic et la surveillance, et les critères de performance, en passant par les approches usuelles de détection et enfin nous avons rappelé les méthodes de diagnostic à base de modèle mathématique.

Le deuxième chapitre a été consacré à l'étude de l'approche multimodèle qui permet de représenter un système dynamique non linéaire comme la combinaison d'un ensemble de modèles linéaires locaux valables dans des zones de fonctionnement. Nous avons représenté la méthode de obtention d'un multimodèle par linéarisation et les différentes méthodes d'optimisation paramétriques les plus utilisées.

Le troisième chapitre présente la conception de multiobservateur, ce qui nous a permet d'estimer l'état, les entrées inconnues et les sorties d'un multimodèle pour un système non linéaire, et comment améliorer sa performance. Nous avons établi des conditions suffisantes de convergence du multiobservateur.

Dans le dernier chapitre, l'exemple académique d'un système à trois cuves a permis d'illustrer la mise en pratique des résultats obtenus, depuis la phase de modélisation par multimodèle jusqu'à la phase de diagnostic à base de multiobservateur. Une procédure de diagnostic de défauts capteurs et actionneurs a été mise en place. La méthode de localisation est basée sur la génération préalable d'une matrice de signatures théoriques des défauts à détecter. L'utilisation d'un banc de multiobservateurs permet ensuite de constituer une matrice de signatures expérimentales. La localisation des défauts peut alors être obtenue en comparant les signatures théoriques et expérimentales.

On peut conclure ce qui suit :

- l'approche multimodèle est une technique utile dans l'approximation des modèles non linéaires par des modèles locaux.
- l'approche multimodèle offre la possibilité d'étendre les techniques de commande, estimation d'états et de diagnostic des systèmes linéaires aux systèmes non linéaires.
- L'utilisation des multiobservateur est très efficace pour l'estimation d'état de systèmes non linéaires représentés par multimodèles.
- L'utilisation d'un banc multiobservateurs est très efficace pour la détection et la localisation des défauts capteurs et actionneurs.

Bibliographies

- [1] R. Toscano, *Commande et diagnostic des systèmes dynamiques*, Edition Ellipses Paris, 2005.
- [2] R. Isermann and P. Ballé, *Terminology in the field of supervision, fault detection and diagnosis*, Technical Committee of Safeprocess'97 (August, 1997).
- [3] S. Touf, *diagnostic logique des systèmes complexes dynamiques dans un contexte multiagent*, Doctorat de l'université Joseph Fourier – Grenoble, 2005.
- [4] R. Beard, V. Failure accommodation in linear systems through selfreorganization. Rept. MTV-71-1 Man Vehicle Laboratory, MIT. 1971
- [5] P. RIPOLL, *Conception d'un système de diagnostic flou appliqué au moteur automobile*, Doctorat de l'université de SAVOIE, 1999
- [6] J. Gertler, *Survey of model-based failure detection and isolation in complex plants*, IEEE Control Systems Magazine 8(6) (1988), 3_11.
- [7] M. Basseville, *Distance measures for signal processing and pattern recognition*, Signal processing 18(4) (1989), 349_369.
- [8] F. Kratz, *Utilisation des techniques de redondances matérielles et analytiques à la détection de pannes de capteurs : Application aux centrales nucléaires*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Centre de Recherche en Automatique de Nancy, 1991.
- [9] J.E. Potter and M.C. Suman, *Thresholdless redundancy managements with arrays of skewed instruments. Integrity in electronic flight control systems*, AGARDOGRAPH-224 15 (1977), 1_25.
- [10] B. Hakami and J. Newborn, *Expert Systems in Heavy Industry : An Application of ICLX in a British Steel Corporation Works*, ICL Technical Journal (1983), 347_359.
- [11] I. T. Jolliffe, *Principal component analysis*, Springer-Verlag, New York, 1986.
- [12] Patton R. J, *Robust model-based fault diagnosis: the state of the art*. Proc. Of IFAC Symp. on Fault Detection, Supervision and Safety for technical processes, SAFEPROCESS'94, p. 1-24, 1994
- [13] Gertler J. J., Kunwer M. M, *Optimal residual decoupling for robust fault diagnosis* . Proc. of Int. Conf. on Fault Diagnosis : TOOLDIAG'93, Toulouse, France, April 5-7, p. 436-452, 1993
- [14] Clark, R. N., D. C. Fosth, and W. M. Walton, *Detecting instrument malfunctions in control systems*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems 11 (4), pp. 465–473, 1975

- [15] Chen, J. and R. Patton, *Robust Model-Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. London: Kluwer Academic Publishers, 1999
- [16] Wang, S., E. J. Davison, and P. Dorato, Observing the states of systems with unmeasurable disturbances. *IEEE Transactions on Automatic Control* 20 (5), pp. 716–717, 1975.
- [17] Viswanadham, N. and R. Srichander (1987). Fault detection using unknown input observers. *Control Theory and Advanced Technology* 3 (2), pp. 91–101.
- [34] T. A. Johansen et A. B. Foss, Non linear local model representation for adaptive systems. *IEEE International Conference on Intelligent control and instrumentation*, Vol. 2, pp. 677–682, 1992.
- [35] T. Takagi, M. et Sugeno, Fuzzy identification of systems and its applications to model and control. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 15 :116–132, 1985.
- [36] D. Filev, modelling of complexe systems, *International Journal of Approximate Res*, Vol. 5, pp. 281-290, 1991.
- [37] K. Gasso, *Identification des systèmes dynamiques non linéaires : approche multimodèle*, Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, Vandoeuvre-les-Nancy, 2000.
- [38] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron et V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, Philadelphia : SIAM, 1994.
- [39] K. Tanaka, T. Ikeda, et Wang, H. (1998). Fuzzy regulators and fuzzy observers : relaxed stability conditions and LMI-based designs. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 6(2) :250–265.
- [40] G. Besançon, *Nonlinear Observers and Applications*. Springer, Berlin. 2007
- [41] Cherrier, E. *Estimation de l'état et des entrées inconnues pour une classe de systèmes non linéaires*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, France. 2006
- [42] J. O'Reilly, *Observer for linear system*, Richard Bellman, *Mathematics in Science and Engineering*, Vol. 140, Academic Press, New York, 1983.
- [43] O. Föllinger, *Regelungstechnik - Einführung in die methoden und ihre anwendungen*, Dr. Alfred Huthig Verlag, Heidelberg, 1985.
- [44] P. Borne, G. Dauphin-Tanguy, J. P. Richard, F. Rotella et I. Zambettakis, *Modélisation et identification des processus*, tome 1. Editions Technip, Paris, 1992.
- [45] R. E. Kalman et J. E. Betram, Control system analysis and design via the "second method" of Lyapunov -I : Continuous-time system, *ASME journal of Basic Engineering*, Vol. 82, pp. 371-393, 1960.

- [46] C.Canu de wit, optimisation discrétisation et observateurs, Hermès, hermès édition, vol.2.2000
- [47] J. Chen et H. Zhang, Robust detection of faulty actuators via unknown input observers, International Journal of Systems Science, Vol. 22, pp. 1829-1839, 1991.
- [48] F. Rotella et P. Borne, Théorie et pratique du calcul matriciel, Editions Technip, 1995.
- [49] R. J. Patton et J. Chen, Observer-based fault detection and isolation : Robustness and applications, Control Engineering Practice, Vol. 5 (5), pp. 671-682, 1997.
- [50] K. Tanaka, T. Ikeda et H. O. Wang, Robust stabilisation of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control : quadratic stability, IEEE Trans. Fuzzy Systems, Vol. 4 (1), pp. 1-13, 1996.
- [51] X. J. Ma, Z. Q. Sun et Y. Y. He, Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer, IEEE Trans. of Fuzzy Systems, Vol. 9 (1), pp. 41-51, 1998.
- [52] R. J. Patton, J. Chen et C. J. Lopez-Toribio, Fuzzy observer for nonlinear dynamic systems fault diagnosis, IEEE Conference on Decision and Control, Vol. 1, pp. 84-89, 1998.
- [53] A. Akhenak, M. Chadli, J. Ragot et D. Maquin, Multiple observer with unknown input. Application to a three tank system, IAR Annual meeting, Grenoble, France, 21 November 2002.
- [54] A. Akhenak, M. Chadli, J. Ragot et D. Maquin, State estimation via Multiple observer with unknown input. Application to the three tank system, 5th IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes, Safeprocess, pp. 245-251, Washington, USA, June 9-11 2003.
- [55] M. Chadli, D. Maquin, J. Ragot, On the stability of multiple model systems, Proceedings of the European Control Conference, pp. 1894-1899, 2001.
- [56] A. Akhenak, M. Chadli, J. Ragot et D. Maquin, Conception d'un observateur flou à entrées inconnues, Rencontres francophones sur la Logique Floue et ses Applications, Nantes, France, 18-19 Novembre 2004.
- [57] D. Maquin, B. Gaddouna et J. Ragot, Estimation Of Unknown Inputs In Linear Systems, American Control Conference, Vol. 1, pp. 1195-1197, 1994.
- [58] A. Stotsky et I. Kolmanovsky, Simple unknown input estimation techniques for automotive applications, American Control Conference, pp. 3312-3317, 2001.
- [59] C. Edwards et S. K. Spurgeon, Sliding mode observers for fault detection and isolation, Automatica, Vol. 36 (4), pp. 541-553, 2000.

- [60] C. S. Liu et H. Peng, Inverse-dynamics based state and disturbance observers for linear time-invariant systems, *Journal of Dynamic System, Measurement, and Control*, Vol. 124, 375-381, 2002.
- [61] J. Cédric, Diagnostic des systemes non lineaires contrubtion aux méthodes de découplage, Doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy, 2002