# الجمهورية الجزائرية الديمقراطية و الشعبية و الجمهورية الجزائرية الديمقراطية و الشعبية و البحث العلمي و البحث العلمي و البحث العلمي عنا بة جا معة باجي مختار عنا بة و المحتودة العلمي و البحث المعلم الم

UNIVERSITE BADJI MOKHTAR ANNABA

Faculté des Sciences de l'Ingénieur Département d'électrotechnique

Année 2009

#### **MEMOIRE**

Présenté pour l'obtention du diplôme de Magister



# Conception d'Observateurs Robustes pour le Diagnostic des Processus Énergétiques

Option: Commande Electrique

Présenté par : NEÇAIBIA Amar

Directeur de mémoire : RAMDANI Messaoud M.C Université de Annaba

Devant le jury:

Président : OUARI Ahmed MC Univ. Annaba

**Examinateurs : SAADOUN Abdelah** M.C Univ. Annaba **BAHI Tahar** M.C Univ. Guelma **CHENIKHER Salah** M.C Univ. Annaba

#### ملخيص:

إن عمليات الرصد الحديثة على أساس أنظمة متطورة النمذجة الرياضية واستغلال العلاقات الرياضية بين الإشارات المختلفة للأنظمة. ألها تسمح لتشخيص دقيق ولكنها تحتاج إلى فهم أعمق لنظام الدراسة وجهدا كافيا، لا سيما بالنسبة للأنظمة المعقدة الغير الخطية. ومع ذلك، وضع وصف للأنظمة الغير الخطية من الصعب حدا. بصفة عامة ، هي أنظمة غير الخطية يتم جعلها خطية حول نقطة التشغيل ، ومن ثم يتم تطبيق تقنيات تولد المخلفات التي هي بدورها متينة للاختلافات البارامترية. هذه الإستراتيجية صالحة شريطة أن لا يؤدي إلى أخطاء كبيرة في النمذجة ، أي أن تعمل مع نظام التشغيل وجهة محددة وهناك طريقة لتقدير الدالة المقترحة للأنظمة غير الخطية التي وصفها نموذج Takagi-Sugeno أو الأنظمة متعدد النماذج . شروط إسقرار و تقارب الملاحظ تعتمد على نظرية كيونية ليونية ليتم تشكيل الجملة على شكل متراجحات خطية ذات مصفوفات.

وهناك طريقة للتشخيص على أساس النموذج و هو عرض لنظم لا خطية، و هي منذ بحة باستخدام نماذج من Takagi-Sugeno و يتم استخدام تقنية كلاسيكية من مقاعد الملاحظات.و هذا الجزء يقترح وضع الملاحظ متعدد النماذج من نوع الزحلقة (mode glissant) للتقليل من تأثير الاضطرابات على تقدير متغيرات الحالة للنظام. هذا النوع من المراقبة يستخدم داخل أسرة الملاحظات التي تولد المخلفات التي تكشف وقوع أخطاء من أجهزة الاستشعار أو التحكم.

أخيرا هذه الإستراتيجية للتشخيص يتم تطبيقها (محاكاة) على بعض الأنظمة مثل المحرك ذو التيار المتناوب و المولد البخاري لتوضيح فعالية من الطريقة المقترحة.



# Conception d'Observateurs Robustes pour le Diagnostic des Processus Énergétiques

## Mémoire

Prèesentèe Et Soutenu Publiquement Le Octobre 2009

Pour L'Obtention Du :

#### Diplôme Magister en Électrotechnique

(Option Commande Électriques)

Par:

Mr. NEÇAIBIA Amar

Dirigè Par: Dr. RAMDANI

Président :	OUARI Ahmed	M.C	Univ.Annaba
Rapporteur:	RAMDANI Messaoud	M.C	Univ.Annaba
Examinateurs:	BAHI Tahar SAADOUN Abdelah	M.C M.C	Univ.Annaba Univ.Annaba
	CHENIKHER Salah	M.C	Univ.Tebessa



Résumé: Les techniques modernes de supervision des processus reposent sur une modélisation mathématique très élaborée des systèmes et exploitent les relations mathématiques entre les différents signaux du processus. Elles permettent un diagnostic précis mais requièrent une compréhension plus profonde du système étudié et un effort assez important, plus particulièrement pour les processus complexes non linéaires. Néanmoins, l'établissement d'une description mathématique des processus non linéaires est très difficile et demande du temps. En général, les systèmes non linéaires sont linéarisés autour d'un point de fonctionnement, et ensuite des techniques robustes sont appliquées afin de générer des résidus qui sont robustes aux variations paramétriques. Cette stratégie est valable sous réserve que la linéarisation ne provoque pas des erreurs de modélisation assez considérables, autrement dit le système opère auprès du point de fonctionnement spécifié.

Une méthode d'estimation d'état est proposée pour les systèmes non linéaires décrits par un modèle de Takagi-Sugeno ou multi-modèle. Les conditions de convergence de l'observateur sont établies en Lyapunov. Ces conditions sont données sous forme d'inégalités linéaires matricielles.

Une méthode de diagnostic à base de modèle est mise en place pour des systèmes non linéaires. Ceux-ci sont modélisés à l'aide de modèles de Takagi-Sugeno afin de pouvoir utiliser une technique classique de bancs d'observateurs. La première partie propose donc l'élaboration d'un multi-observateur de type mode glissant permettant de minimiser l'influence des perturbations sur l'estimation d'état. Ce type d'observateur est ensuite utilisé au sein de bancs d'observateurs qui engendrent des résidus dont l'analyse permet de révéler l'occurrence de défauts de capteurs ou d'actionneurs.

Enfin, cette stratégie de diagnostic est appliquée sur un exemple de simulation afin d'illustrer l'efficacité de la méthode proposée.

Mots-clés: Diagnostic, Approche multi-modèle, Estimation d'état, observateur a mode glissant, entré inconnus, Inégalités linéaires matricielles (LMI).

Abstract: The supervision of systems is an important goal for modern process automation. In order to enlarge maintainability and availability of the process or to protect environment and personnel, faults have to be detected early enough for appropriate decision. Most of the proposed methods in this area rely on mathematical models of the plant. They are based on the comparison of measured, estimated and nominal quantities (outputs, states, parameters). The deviation between the different measured or estimates of a quantity indicates the presence of fault as is therefore called analytical symptom or residual. Its value in the fault-free case is close to, but not exactly zero, due to model uncertainties and noise effect.

A model-based diagnosis method is developed for nonlinear systems. The considered systems are modeled using a Takagi-Sugeno model, in order to be able to implement a classical observer bank structure. So, the first describes the design of a sliding mode observer that allows the minimization of perturbation influences (here the unknown input influences). This kind of observer is then used to construct banks of observers allowing to generate residuals. Occurrency of sensor and actuator faults are then revealed by analysing these residuals.

Lastly, this diagnosis strategy is applied on a simulation example to illustrate the efficiency of the proposed method.

kesWords: Diagnosis, fuzzy observers, sliding mode observers, unknown input, LMI

Je dédie ce mémoire A mes chers parents pour tout les sacrifices consentis, pour leur soutient durant toute mes années d'études, à toute ma famille et à mes amis,

#### Remerciements

Je remercie Allah tout puissant qui m'a donné la force et la volonté pour pouvoir finir ce mémoire de magister.

Je tiens tout d'abord à exprimer ma gratitude à mon directeur de mémoire Mr Ramdani Messaoud pour la confiance qu'il m'accordée, ses encouragements, et ses précieux Conseils, et pour leur effort avec mois dans ce travaille.

Je remercie beaucoup monsieur OUARI Ahmed, M.C à l'université d'Annaba, d'avoire accepté d'examiner ce travail et d'assurer la présidence de jury.

Je remercie beaucoup monsieur Le docteur BAHI Tahar M.C à l'université d'Annaba, Le docteur CHENIKHER Salah, Le docteur SAADOUN Abdelah, d'avoire accepté d'examiner ce travail.

Un grand merci également à Monsieur Le docteur BAHI Tahar, pors ses précieux conseils et en particulier sa trés grand disponibilité.

Je remercie les colléges et amis et plus particuliérement BOUTASSETA Nadir, FERGANI Nadir, ATOUI Issam, BOURAIOU Ahmed.

Enfin, je remercie bien sûr mes parents pour m'avoir supporté pendant plusieurs années de recherche.

# Table des matières

Liste d	les tab	leaux	ix
Table of	des fig	ures	x
Notati	ons		xii
Introd	uction	générale	1
Chapit	re 1		
Diagno	ostic et	généralités sur les systèmes dynamique	
1.1	Introd	luction	4
1.2	Qu'est	t-ce que le diagnostic?	4
1.3	Conce	pts et terminologie	4
	1.3.1	Termes généraux	4
	1.3.2	La détection	5
	1.3.3	La localisation	7
1.4	La dét	tection de défauts à base de modèles	7
	1.4.1	Espace de parité	8
	1.4.2	L'estimation paramétrique	9
	1.4.3	Observation-Reconstructeurs d'état	9
1.5	Génér	alités sur les observateurs et les systèmes linéaires	10
	1.5.1	Obsertvabilité et observateurs	10
	1.5.2	Stabilité des systèmes dynamiques	13
	1.5.3	Stabilité au sens de Lyapunov : méthode directe	15
	1.5.4	Problèmes classiques LMI	18
1.6	Comm	nande à structure variable (mode glissant)	19
	1.6.1	Introduction	19
	1.6.2	Exemple	21

1.7	Concl	usion	22
Chapit	re 2		
Synthè	ese d'o	bservateurs pour les systèmes linéaires	
2.1	Introd	uction	24
2.2		vateur à entrées inconnues	
	2.2.1	Principe de la reconstruction	
	2.2.2	Conditions de convergence de l'observateur	
2.3	Obser	vateur à mode glissant	
	2.3.1	Observateur d'Utkin	
	2.3.2	Observateur de Walcott et Żak	27
	2.3.3	Exemple d'application	29
2.4		llance utilisant les modèles	30
	2.4.1	Détection de défauts	31
	2.4.2	Localisation et caractérisation des défauts	31
	2.4.3	Prise de décision	32
2.5	Diagn	ostic à base d'observateur	
	2.5.1	Génération de résidus	
	2.5.2	Détection par observateur unique	33
	2.5.3	Détection par un banc d'observateurs	34
2.6	Concl	usion	
Chapit	re 3		
-		l'Observateurs pour les systèmes non-linéaires	
3.1	<u> </u>	uction	37
3.2		iew de la diagnostic des défauts	38
$\frac{3.2}{3.3}$		pos de l'approche multi-modèle	38
3.4			39
3.4			40
5.5	3.5.1	Recherche des modèles locaux par linéarisation	41
	3.5.1 $3.5.2$	Optimisation paramétrique	42
	3.5.2 $3.5.3$	Exemple d'illustration	
3.6		observateur à mode glissant	42 45
5.0	3.6.1	Estimation des entrées inconnues	
97			48
3.7	Gener	ation des résidus	49

3.8	3.8 Diagnostic à base de multi-observateur				
	3.8.1	Exemple de simulation			
	3.8.2	Diagnostic des défauts de capteurs			
	3.8.3	Conclusion			
Chapit	re 4				
Applic	ations	au diagnostic			
4.1	Introd	uction	57		
4.2	Génér	ateur de vapeur	57		
	4.2.1	Description du système étudié	57		
	4.2.2	Résultat et simulation	60		
4.3	Turbir	ne à vapeur	63		
	4.3.1	Modélisation de la turbine à vapeur	63		
	4.3.2	Rrésultats et discussion	64		
4.4	Machi	ne à induction	67		
	4.4.1	Description du système étudié	67		
	4.4.2	Résultats	68		
4.5	Conclu	usion	72		
Conclu	ision g	énérale et perspective			

Bibliographie

**74** 

# Liste des tableaux

	Signatures des défauts de capteurs	
	Coefficients de l'équation non-linéaire du modèle Power Plant	
4.2	Table des points opératoires nominale	64
4.3	Table de signatures de défauts pour la phase a	70

# Table des figures

1.1	Structure de diagnostic	6
1.2	Architecture générale de la détection de défauts à base de modèles	8
1.3	Principe des estimateurs d'état	9
1.4	Diagramme structurel	11
1.5	Diagramme structurel	13
1.6	Plan de phase du système	
1.7	Plan de phase ainsi que l'ensemble final de bornes	20
1.8	Plans de phase d'un système à structure variable	21
2.1	Entrée connue $\mathbf{u}(\mathbf{t})$ et Entrée inconnue $\bar{u}(t)$	30
2.2	Convergence asymptotique des erreurs d'estimation d'état	30
2.3	Principe de la génération de résidus	31
2.4	Génération de résidus	
2.5	Détection par observateur unique	34
2.6	Détection par un banc d'observateurs	34
3.1	Approche multi-modèle	38
3.2	Evolution du critère d'optimisation	43
3.3	les fonctions d'activation	44
3.4	États du modèle non linéaire et ceux du multi-modèle	44
3.5	Système à trois cuves	
3.6	Débit $Q_1(t)$ et $Q_2(t)$ du système	52
3.7	Entrées inconnues $\bar{u}(t)$ et son estimée	52
3.8	Estimation d'état d'un système à trois réservoirs	53
3.9	Diagnostic des défauts de capteurs	55
4.1	Générateur de vapeur	59
4.2	les sorties du système et sont estimé en absence des défauts	59
4.3	Les résidus en absence des défauts	60
4.4	signaux des défauts estimés par l'observateur à mode glissant dans le cas	
	d'absence des défauts.	60
4.5	Les résidus en présence des défauts	61
4.6	signaux des défauts estimés par l'observateur à mode glissant dans le cas	
	défaut dans pression de vapeur	62
4.7	signaux des défauts estimés par l'observateur à mode glissant dans le cas	
	défaut dans vanne de débit d'alimentation d'eau	62

4.8	Cas sans défaut	65
4.9	Les entrées	66
4.10	Les résidus de l'observateur flou en cas de défaut d'offset sur $y_2$	66
4.11	Un système de traction ferroviaire contrôle	67
4.12	Schéma d'isolation et détection des défauts	70
4.13	Les résultats de simulation avec défaut	71
4.14	Générations des résidus pour la détection des défauts (phase a)	72

### Notations

AMatrice d'état du systéme BMatrice de commande du systéme CMatrice de sortie du systéme RMatrice d'influence des entrées inconnues  $\hat{x}$ Estimation de xP,QMatrices symétriques définies positives SMOObservateur a mode glissant EVPProblème de valeur propres GEVPProblème de valeur propres généralisées TSTakagi-Sugeno LMIInégalité linéaire matricielles ξ Fonction inconnue bornée G, LLes gains d'observateurs  $\nu$ Terme de glissment Fonction d'appartenance  $\mu$ Entrées inconnues  $\bar{u}$ VFonction de Lyapunov  $\lambda$ valeur propre de système Vecteur de résidus structurés  $I^{eme}$  composante de résidus  $r_i$ 

## Introduction générale

e développement de l'automatisation des systèmes industriels vise à améliorer leurs L performances. Il a conduit a l'élaboration de systèmes de plus en plus complexes multipliant les risques de dysfonctionnement pouvant mettre en péril le système lui même et son environnement. Par conséquent, pour un grand nombre d'application, il est nécessaire d'implanter un système de surveillance afin de détecter, isoler, voir identifier tout dysfonctionnement. Un système de surveillance doit permettre de caractériser le mode de fonctionnement d'un système en enregistrant des informations, en reconnaissant et en indiquant les anomalies de comportement. Cette surveillance peut être réalisée en cours exploitation ou hors exploitation et chaque mode présente chacun un certain nombre d'avantages et d'inconvénients. En raison d'une modernisation incessante des outils de production, les systèmes industriels deviennent de plus en plus complexes et sophistiqués. En parallèle, la fiabilité, disponibilité, sûreté de fonctionnement sans oublier la protection de l'environnement sont devenues de véritables enjeux pour les entreprises actuelles. Le diagnostic des systèmes est apparu dans le but d'améliorer les points précédents. Discipline de l'automatique à part entière, ce module de surveillance qu'est le diagnostic fait l'objet d'un engouement prononcé dpuis le début des années 70.

De façon générale, la connaissance, entière ou partielle, de l'état d'un système est une exigence importante qui intervient dans les domaines de la commande, du diagnostic et de la surveillance des systèmes. Sur le plan pratique, cette exigence s'avère difficile à satisfaire directement dans la plupart des cas. Ceci est dû, d'une part, au fait que les variables d'état n'ont pas toujours une signification physique et leur mesure directe est impossible à réaliser. D'autre part, lorsqu'une variable d'état existe physiquement, sa mesure peut être délicate à effectuer d'un point de vue technique (capteur nécessaire indisponible ou de précision insuffisante ...). De plus d'un point de vue économique, il est souvent souhaitable d'installer un minimum de capteurs afin de réduire les coûts d'instrumentation et de maintenance. Par conséquent, dès qu'une stratégie de commande, de diagnostic ou de surveillance demande l'utilisation de variables d'état non mesurées, il est indispensable, de reconstruire entièrement ou partiellement, le vecteur d'état du système. Ce problème peut être résolu en utilisant un système dynamique auxiliaire, appelé observateur d'état (multi-observateur pour les systèmes représentés par des multi-modèles), dont le rôle est de fournir en temps réel une estimation du vecteur d'état du système étudié en fonction des entrées connues, des sorties et du modèle dynamique de celui-ci.

#### Organisation

Ce mémoire, décomposé en quatre chapitres, est organisé de la façon suivante :

#### Chapitre 1

Après un bref rappel sur les notions de base de diagnostic et généralité sur les systèmes linéaire, ce chapitre est consacré aux notions et aux outils utilisés le long de ce document. On y trouve un rappel de définition de la stabilité au sens de Lyapunov ainsi que de l'observabilité des systèmes linéaires. Nous présentons également l'outil numérique LMI. Enfin, nous présentons le concept du mode glissant ainsi que ses particularités propres à travers d'un exemple académiques

#### Chapitre 2

Ce chapitre est consacré aux méthodes de reconstruction d'état des systèmes linéaires affectés par des perturbations. Nous avons regroupé ces méthodes selon la nature de l'observateur utilisé. La première est consacrée à la synthèse d'observateurs à entrées inconnues continus, la seconde à la synthèse d'observateur discontinus (observateur doté d'un terme glissant). Nous avons présenté dans ce chapitre les différentes étapes indispensables à la surveillance des systèmes à partir d'un modèle.

#### Chapitre 3

Le troisième chapitre est dédié à l'étude de l'approche multi-modèle qui permet de représenter un système dynamique non linéaire comme la combinaison d'un ensemble de modèles linéaires ou affines valables dans des zones de fonctionnement.

Pour illustrer cette approche, nous avons montré comment, à partir des modèles illustratifs présentant des commutations entre zones de fonctionnement et des non-linéarités entre les variables, construire un multi-modèle composé de trois modèle locaux linéaires, et consacré à la conception de multi-observateur à structure continue. Nous avons proposé une structure de multi-observateur qui est une somme (pondérée par des fonctions d'activation) d'observateurs locaux de type de Luenberger.

#### Chapitre 4

Une procédure de diagnostic de défauts capteurs et actionneurs a été mise en place à travers des applications elector-énergétiques (Générateur de vapeur, Machine à induction). La méthode de localisation est basée sur la génération préalable d'une matrice de signatures théoriques des défauts à détecter. L'utilisation d'un banc de multi-observateurs permet ensuite de constituer une matrice de signatures expérimentales. La localisation des défauts peut alors être obtenue en comparant les signatures théoriques.

# 

# Diagnostic et généralités sur les systèmes dynamique

Sommair	$\mathbf{e}$		
1.1	Intr	oduction	4
1.2	Qu'est-ce que le diagnostic?		
1.3	Concepts et terminologie		
	1.3.1	Termes généraux	4
	1.3.2	La détection	5
	1.3.3	La localisation	7
1.4	La d	létection de défauts à base de modèles	7
	1.4.1	Espace de parité	8
	1.4.2	L'estimation paramétrique	9
	1.4.3	Observation-Reconstructeurs d'état	9
1.5	Gén	éralités sur les observateurs et les systèmes linéaires	10
	1.5.1	Obsertvabilité et observateurs	10
	1.5.2	Stabilité des systèmes dynamiques	13
	1.5.3	Stabilité au sens de Lyapunov : méthode directe	15
	1.5.4	Problèmes classiques LMI	18
1.6	Con	nmande à structure variable (mode glissant)	19
	1.6.1	Introduction	19
	1.6.2	Exemple	21
1.7	Con	clusion	22

#### 1.1 Introduction

Suite à la progression rapide des nouvelles technologies, les systèmes industriels sont de plus en plus complexes et l'opération de diagnostic est devenue indispensable pour assurer la sûreté de fonctionnement et la disponibilité de ces systèmes. Bénéficiant des outils déjà existants en automatique, la recherche dans le domaine du diagnostic a connu une évolution très importante qui lui a permis de développer plusieurs méthodes donnant une solution aux problèmes de la détection et de l'isolation de défauts.

Le diagnostic est un thème de recherche qui peut être approché de façons très différentes suivant le type de connaissances dont nous disposons. L'approche dite *a priori* (à base de modèle) s'appuie sur l'utilisation d'un modèle analytique du système à diagnostiquer.

#### 1.2 Qu'est-ce que le diagnostic?

Le diagnostic est une procédure qui consiste à détecter et localiser un composant ou un élément défectueux dans un système dynamique. Par détecter on désigne la capacité à mettre en évidence l'apparition d'un ou plusieurs défauts. On parle de localisation quand on est, de plus, capable de préciser la nature du ou des défauts occurrents. La structure générale d'une procédure de diagnostic est représentée sur la figure 1.1 où le module de diagnostic est alimenté par toute la connaissance disponible (observation et modèle) sur le système. Cette connaissance inclut les mesures des variables et toute autre information pouvant être utile pour le diagnostic comme, par exemple, la structure du système. Le module de diagnostic traite les observations et produit un "diagnostic" qui est une liste de défauts possibles pouvant affecter le système au cours du temps. Souvent, le système

#### 1.3 Concepts et terminologie

Avant d'aller plus loin, il convient de définir ce qu'est un défaut, une défaillance, une panne, un état de fonctionnement normal, termes auxquels nous aurons souvent recours dans la suite[1].

#### 1.3.1 Termes généraux

Fonctionnement normal d'un système : Un système est dit dans un état de fonctionnement normal lorsque les variables le caractérisant (variables d'état, variables de sortie, variales d'entrée, paramètres du système) demeurent au voisinage de leurs valeurs nominales. Le système est dit défaillant dans le cas contre.

Défaut : Le concept de défaut est fondamental dans les opérations de surveillance pour la conduite et maintenance des procédés industriels. On appelle défaut tout écart entre la caractéristique observée sur le dispositif et la caractéristique théorique. Cet écart est idéalement nul en l'absence de défaut. Les défauts peuvent apparaître au niveau des capteurs, des actionneurs ou au niveau du processus lui-même.

Déffaillance: Une défaillance est l'altération ou la cessation de l'aptitude d'un ensemble à accomplir sa ou ses fonctions requises avec les performances définies dans les spécifications techniques. Une défaillance est un dysfontionnement du système, le processus présente alors un fonctionnement inacceptable du point de vue des performances. Il est clair qu'une défaillance implique l'apparition d'un défaut puisqu'il existe un écart entre la caractéristique mesurée et théorique. Par contre, un défaut n'implique pas nécessairement une défaiffance puisque le dispositif peut très bien continuer à assurer sa fonction principale.

Panne: Une panne est l'inaptitude d'un dispositif à accomplir une fonction requise. Une panne résulte toujours d'une défaillance et d'un défaut :

$$Défaut \rightarrow Défaillance \rightarrow Panne$$

Dans le cadre de la maintenance préventive conditionnelle, il est clair que le diagnostic doit permettre de détecter et de localiser un défaut avant que cellui-ci ne conuise à une défaillance ou à une panne qui entraînerait l'arrêt du système.

Détection de défauts : La détection d'un défaut consiste à décider si le système se trouve ou non dans un état de fonctionnement normal.

Localisation d'un défaut : A l'ssue de la détection d'un défaut, il s'agit de déterminer le ou les éléments à l'origine du défaut.

#### 1.3.2 La détection

La procédure de détection a pour objectif de déterminer l'apparition et l'instant d'occurrence d'un défaut. Pour parvenir a cet objectif, on utilise des résidus qui sont obtenus en comparant le comportement du modèle du système à celui du système réel. Les résidus sont représentatifs des écarts entre le comportement observe du système et le comportement de référence attendu lorsque le système fonctionne normalement. Ces résidus sont généralement a moyenne nulle et ont une variance déterminée en l'absence de défauts de fonctionnement. Un moyen générique de construire un résidu est d'estimer le vecteur de sortie  $y(\cdot)$  du système. L'estime  $\hat{y}(\cdot)$  est alors soustrait du signal de sortie  $y(\cdot)$  afin de former le vecteur de résidus  $r(\cdot)$  suivant :

$$r(k) = y(k) - \hat{y}(k) \tag{1.1}$$

En présence de défauts, le signal  $r(\cdot)$  ainsi forme s'écartera notablement de la valeur zéro et sera identique à zéro lorsque le système fonctionne normalement. Dans la pratique, le résidu n à pas exactement une valeur nulle en l'absence de défauts car, lors de la phase de modélisation, plusieurs hypothèses simplificatrices sont introduites conduisant à un modèle qui ne reflète pas fidèlement le système réel. De plus, les mesures effectuées sur le système sont le plus souvent entachées de bruits de mesure. Le vecteur de résidus s'écrit alors :

$$r(k) = y_m(k) - \hat{y}(k) \tag{1.2}$$

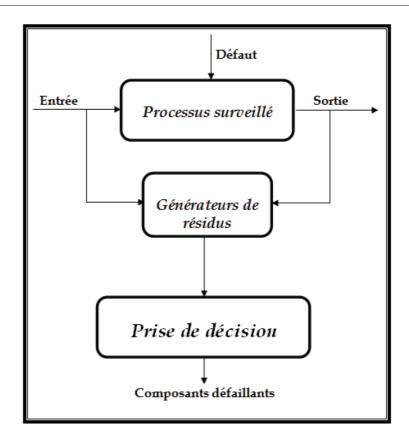


FIGURE 1.1 – Structure de diagnostic.

où  $y_m(\cdot)$  est la sortie mesurée du système qui est composée, en plus de la sortie réelle  $y(\cdot)$ , de bruits de diverses natures relatifs à l'instrumentation et aux incertitudes de modélisation. Dans cette situation, une méthode de détection élémentaire consiste à comparer la valeur du résidu à un seuil prédéfini  $\varepsilon$  (fonction des erreurs de modélisation). Une alarme est déclenche à chaque franchissement de ce seuil :

$$\begin{cases} r(k) \le \varepsilon \Leftrightarrow d(k) = 0 \\ r(k) > \varepsilon \Leftrightarrow d(k) \ne 0 \end{cases}$$
 (1.3)

où  $d(\cdot)$  représente le vecteur des défauts. On peut également modéliser le résidu comme une variable aléatoire distribuée selon une loi normale. On met ainsi en oeuvre à ce niveau des tests statistiques permettant de détecter des changements des caractéristiques statistiques du résidu.

#### 1.3.3 La localisation

Après avoir détecte la présence d'un défaut, il est important de situer l'élément affecté par ce défaut. Cette opération porte le nom de localisation ou d'isolation de défauts. Pour la réaliser, on procède à une structuration de l'ensemble des résidus générés de manière à assurer la localisation du défaut à partir des résidus affectés par ce défaut.

De façon générale, on construit en premier lieu un ensemble de résidus  $r_i(\cdot)$  qui dépendent a priori de tous les défauts. Ces résidus sont appelés résidus de base. A partir de ces résidus de base, on forme ensuite des résidus plus évolués en rendant les résidus de base insensibles à certains défauts. On obtient ainsi deux types de résidus : des résidus structurés et des résidus de directions privilégiées.

Dans le cas des résidus structurés, seul un ensemble spécifique de résidus sera sensible en présence d'un défaut. On peut, à titre d'exemple, imaginer que la structuration des résidus soit faite pour qu'un défaut  $d_i(\cdot)$  agisse sur toutes les composantes du vecteur de résidus sauf le . Quant aux résidus de directions privilégiées, en présence de chaque défaut, le vecteur de résidus s'oriente dans une direction particulière. C'est donc la direction prise par le vecteur de résidus qui représente, dans ce cas, la signature du défaut.

#### 1.4 La détection de défauts à base de modèles

Comme leur nom l'indique ces méthodes sont basées sur l'utilisation de modèle elles regroupent les techniques d'estimation d'état. L'utilisation de modèles peut être divisée en deux étapes principales :

#### 1. La génération de résidus et la prise de décision :

Lors de la première étape, les signaux d'entrée et de sortie du système sont utilisés pour générer un résidu, c'est-à-dire un signal mettant en évidence la présence d'un défaut. En général, en régime de fonctionnement normal, ce signal est statistiquement nul et s'écarte notablement de zéro en présence de défauts.

#### 2. La génération de résidus est propre à la méthode utilisée :

Durant la seconde étape, les résidus sont analysés pour décider s'il y a ou on présence de défaut sur quel composant du système il est intervenu (opération souvent appelée localisation) et dans certains cas, déterminer la nature du défaut et sa cause (identification). La décision peut s'effectuer à l'aide d'un simple test de dépassement de seuil sur les valeurs instantanées ou des moyennes mobiles des résidus ou faire appel à la théorie de la décision statistique. L'évaluation des résidus peut également être non booléenne, elle consiste alors à attribuer un 'facteur de croyance' à un ensemble d'hypothèses de défaillances. La combinaison des informations peut alors être effectuée à l'aide de la théorie de l'évidence ou en utilisant des fonctions floues. Cette décision peut également faire appel à la reconnaissance de formes.

D'un point de vue pratique, la logique de décision à seuil joue un rôle important car la plupart des méthodes citées se ramène, à terme, à un seuillage. Si le seuil choisi est constant, les entrées inconnues qui excitent le système perturbent la décision. Si le seuil est choisi trop petit. On observe beaucoup de fausse alarmes et s'il est trop

grand, les défauts de faible amplitude ne sont pas détectés. Il est donc intéressant d'utiliser des seuils adaptatifs qui évoluent en fonction du point de fonctionnement du processus surveillé. Un certain nombre de travaux ont été développés en ce sens.

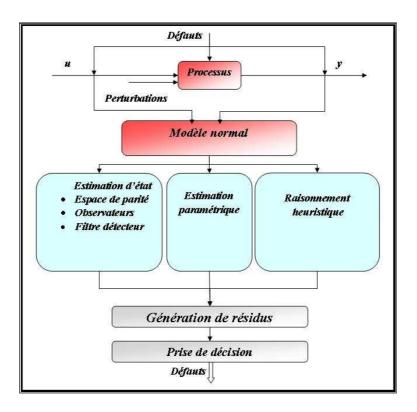


FIGURE 1.2 – Architecture générale de la détection de défauts à base de modèles.

De nombreuses méthodes permettant la génération de résidus en utilisant des modèles analytiques ont été proposées. Elles peuvent cependant être classées en trois catégories selon les citions suivantes :

#### 1.4.1 Espace de parité

L'espace de parité est l'une des approches classiques qui utilisent l'algèbre comme outil pour but de générer le résidu, l'ensemble de ces valeurs que peuvent prendre les résidus compose un espace de parité. Pour la détection de défauts basée sur l'utilisation de modèle un résidu est un signal temporel en fonction des entrées et des sorties du processus indépendant le plus possible. A l'absence de défaut ce résidu est statistiquement nul, lors de l'apparition d'un défaut son amplitude évolue de manière significative. En absence de défaut le résidu ne reflète que l'action des bruits aléatoires et centrés. Si un défaut affecte le système et si sa direction n'est colinéaire à celle de l'écart alors son influence se traduira par un changement de la moyenne du résidu [1].

#### 1.4.2 L'estimation paramétrique

Son but est la génération des résidus elle se base sur l'estimation des paramètres du modèle après la modélisation en effectuant les écarts entre les paramètres du modèle (paramètres de référence) et leurs estimation lors de fonctionnement, après la génération des résidus on passe une autre phase appelée évolution des résidus elle consiste à décider la présence d'anomalies dans le comportement d'un système et à localiser les composants en dysfonctionnement il existe deux approches pour la génération des résidus [1] :

Génération des résidus directionnelle : les résidus sont conçus de telle façon que le vecteur des résidus reste confine dans une direction particulière de l'espace des résidus en réponse à un défaut particulier.

Génération des résidus structures : il s'agit de générer des résidus qui ne sensibles qu'à un sous-ensemble particulier. Les valeurs des résidus sont comparés à des seuils (0 : valeur du résidu en dessous du seuil, 1 : pour la valeur de résidu supérieur au seuil).

#### 1.4.3 Observation-Reconstructeurs d'état

En général les méthodes de commande des processus utilisant le principe de retour d'état leur principe est l'estimation d'une partie ou l'ensemble des mesures du système à surveille à partir des grandeurs mesurables (entrées et sorties), de ces informations on doit reconstruire l'état du modèle choisi pour élaborer la commande.

Le reconstructeur d'état c'est un système réel, il a comme entrées les entrées et les sorties du système et les sorties c'est l'estimation de l'état de processus ce système peut être continue, discret, déterministe ou stochastique. Dans le cas d'un modèle déterministe le reconstructeur prend le nom observateur [1]. Nous allons illustrer le principe d'un

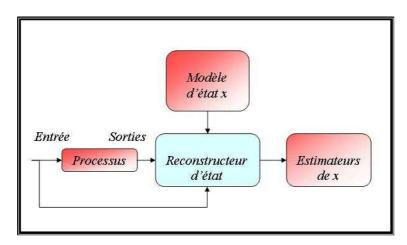


FIGURE 1.3 – Principe des estimateurs d'état

observateur. Soit un système continu décrit par l'équation d'état (déterministe car non

bruitée).

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$
 (1.4)

Où u(t), y(t) et x(t) sont des vecteurs de dimension m, l et n et représentent respectivement la commande, la sortie (mesurée) et l'état du système. Les matrices A, B, C et D sont des matrices constantes de dimensions convenables.

Comme l'état n'est en général pas accessible, l'objectif d'un observateur consiste, en vue de réaliser une commande par retour d'état, d'estimer cet état par une variable que nous notons  $\hat{x}(t)$ . Cette estimation est réalisée par un système dynamique dont la sortie sera précisément  $\hat{x}(t)$  et l'entrée sera constituée de l'ensemble des informations disponibles, c'est-à-dire u(t) et y(t). La structure d'un observateur est de la forme :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L[y(t) - \hat{y}(t)] \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) + Du(t) \end{cases}$$
(1.5)

Ou L est la matrice de gain de l'observateur, on a :

$$\hat{A} = A - LC \tag{1.6}$$

On veut déterminer le gain L de telle façon que les valeurs propres de la matrice  $\hat{A}$  soit toutes à partie réelle strictement négative pour atteindre à un but d'augmenter la rapidité de la réponse indicielle de l'observateur qui donne une diminution de régime transitoire entre les valeurs initiales de l'observateur et celles de système surveillé

#### 1.5 Généralités sur les observateurs et les systèmes linéaires

Comme leur nom l'indique ces méthodes sont basées sur l'utilisation de modèle elles regroupent les techniques d'estimation d'état. L'utilisation de modèles peut être divisée en deux étapes principales :

#### 1.5.1 Obsertvabilité et observateurs

L'observabilité d'un processus est un concept très important en Automatique. En effet, pour reconstruire l'état et la sortie d'un système, il faut savoir, a priori, si les variables d'état sont observables ou non.

En général, pour des raisons de réalisabilité technique, de cout, etc... la dimension du vecteur de sortie est inferieure à celle de l'état. Ceci entraine qu'à l'instant donne t, l'état x(t) ne peut pas être déduit algébriquement de la sortie y a cet instant. Par contre, sous des conditions d'observabilité qui seront explicitées plus loin, cet état peut être déduit de la connaissance des entrées et sorties sur un intervalle de temps passe : u([0,t]), y([0,t]). Le but d'un observateur est de fournir avec une précision garantie une estimation de la

valeur courante de l'état en fonction des entrées et sorties passées. Cette estimation devant être obtenue en temp réel, l'observateur revêt usuellement la forme d'un système dynamique.

**Définition 1.5.1** :[2] on appelle observateur (ou reconstructeur d'état) d'un système dynamique :

$$S: \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases}$$

$$(1.7)$$

un système dynamique auxiliaire  $\mathcal{O}$  dont les entrées sont constituées des vecteurs d'entrée et de sortie du système à observer et dont le vecteur de sortie x(t) est l'état estimé :

$$\mathcal{O}: \begin{cases} \dot{z}(t) = \hat{f}(z(t), u(t), y(t)) \\ \hat{x}(t) = \hat{h}(z(t), u(t), y(t)) \end{cases}$$
(1.8)

telle que l'erreur entre le vecteur d'état x(t) et  $\hat{x}(t)$  tende asymptotiquement vers zéro.

$$||e(t)|| = ||x(t) - \hat{x}(t)|| \longrightarrow 0 \quad quand \ t \longrightarrow \infty$$
 (1.9)

Le schéma d'un tel observateur est donne sur la figure 1.4.

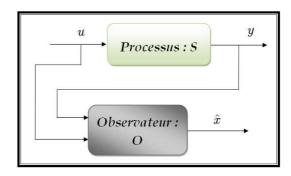


FIGURE 1.4 – Diagramme structurel.

Avant toute synthèse d'observateur, on doit se demander si sa conception est possible. La notion d'observabilité et certaines propriétés des entrées appliquées au système fournissent des conditions nécessaires à la synthèse d'un observateur. Nous discutons dans cette partie de l'observabilité des systèmes linéaires.

#### 1. Observabilité des systèmes linéaires :

Les critères d'observabilité d'un système linéaire sont décrits dans de nombreuses références [3], [4]. Nous présenterons uniquement ceux concernant les systèmes linéaires certains et réguliers. Considérons le système dynamique linéaire :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)) \\ y(t) = C(x(t)) \end{cases}$$
 (1.10)

ou  $x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^m$  et  $y(t) \in \mathbb{R}^p$ . Les matrices A, B et C ont des dimensions appropriées. La matrice d'observabilité du systeme 1.7 est définie par :

$$\mathcal{O} = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix}. \tag{1.11}$$

L'observabilité du système est garantie si le rang de la matrice d'observabilité  $\mathcal{O}$  est égal à n, [7] et [3] a présenté un deuxième critère; le système est complètement observable si :

$$rang\left(\begin{array}{c} sI - A \\ C \end{array}\right) = n. \tag{1.12}$$

pour tout s complexe. Si un système linéaire est complètement observable, il est globalement observable, c'est-à-dire que toutes les composantes du vecteur d'etat du système sont observables, et donc peuvent être reconstruites par un observateur. Si le système est non linéaire, nous devons distinguer l'observabilité globale de l'observabilité locale.

#### 2. Synthèse d'observateur pour un système linéaire certain :

Un observateur est utilisé dans le but d'estimer l'état ou une fonctionnelle linéaire de l'état (telle que la sortie d'un système). La comparaison de la sortie mesurée à son estimée permet de générer des signaux appelés "résidus" devant être capables de nous informer sur l'état de fonctionnement des capteurs et actionneurs ainsi que sur l'état du processus. Comme l'indique la figure (1.5), un reconstructeur d'état ou estimateur est un système ayant comme entrées, les entrées et les sorties du processus et dont la sortie est une estimation de l'état de ce processus. Nous cherchons donc à estimer l'état d'un système linéaire déterministe défini par (1.13). Le principe de construction d'un observateur consiste à corriger l'erreur d'estimation entre la sortie réelle et la sortie reconstruite. Cet observateur est défini par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + K(y(t) - \hat{y}(t)) \\ = (A - KC)\hat{x}(t) + Bu(t) + Ky(t) \\ \hat{y} = C\hat{x}(t) \end{cases}$$
(1.13)

où  $K \in \mathbb{R}^{n \times p}$  est le gain de l'observateur. Compte tenu des équations d'état et de sortie de l'observateur et du système, nous en déduisons le diagramme structurel présenté à la figure 1.5. L'observateur est synthétisé de telle sorte que la différence entre l'état du système et son estimé tende vers zéro quand t tend vers  $\infty$ , donc si les valeurs propres de (A - KC) sont dans le demi-plan gauche du plan complexe. Le gain de l'observateur K peut être déterminé par la méthode de placement de pôles si le théorème suivant est vérifié :

**Théorème 1** :les valeurs propres de (A-KC) peuvent être fixées arbitrairement si et seulement si la paire (A,C) est observable.

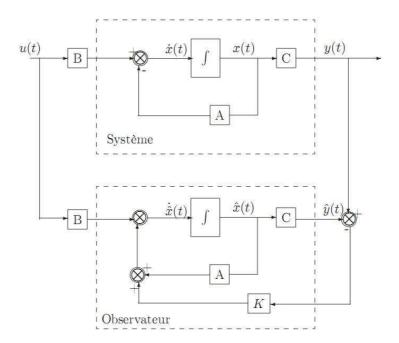


FIGURE 1.5 – Diagramme structurel.

Si la paire (A, C) est observable, alors une grande liberté est laissée à l'utilisateur pour fixer la matrice K. De façon générale, elle est choisie telle que les valeurs propres de la matrice (A - KC) soient dans le demi-plan gauche du plan complexe et que la partie réelle des valeurs propres soit plus grande, en valeur absolue, que la partie réelle des valeurs propres de la matrice d'état A; dans ces conditions, la dynamique de l'erreur d'observation est donc plus rapide que celle du processus (système). Mais, il existe deux considérations contradictoires dont on doit tenir compte et qui interviennent dans le choix de la matrice K [5]:

- les perturbations sur la paire (A, B) conduisent, si elles sont importantes, à choisir une valeur élevée de la matrice K afin de renforcer l'influence des mesures sur l'estimation d'état.
- le bruit entachant la mesure des grandeurs de sortie, amplifié par le gain, exige une petite valeur de K.

Le gain de l'observateur doit donc être choisi en effectuant un compromis pour satisfaire au mieux ces contraintes.

#### 1.5.2 Stabilité des systèmes dynamiques

Le problème de la stabilité des systèmes dynamiques est un sujet de préoccupation majeur du travail des mathématiciens, des physiciens et des ingénieurs depuis le siècle dernier. Beaucoup de livres ont été écrits dans ce domaine [6] à la fois sur le plan théo-

rique et sur le plan pratique.

Deux types d'études complémentaires peuvent être considérées : la conception de test pour savoir si un système est stable ou non, l'étude des lois de contre-réaction (retour d'état) qui permettent de rendre stable un système instable.

Les critères d'analyse de stabilité peuvent être classés en deux catégories : les critères fréquentiels (à partir des diagrammes de Bode ou de Nyquist, ...) et les critères temporels (cercles de Gerschgorin, deuxième méthode de Lyapunov, ...). Si un système est linéaire, invariant par rapport au temps, il est facile d'étudier la stabilité avec la plupart des critères existant dans la littérature (Nyquist, Hurwitz, ...). Mais le nombre de critères pouvant aisément être mis en oeuvre se réduit fortement si le système linéaire est à paramètres incertains. Dans ce paragraphe, nous présentons quelques critères de stabilité qui peuvent être utilisés pour analyser les systèmes incertains linéaires ou non linéaires.

D'une façon générale, les systèmes non linéaires sont les plus difficiles à étudier parce qu'il est délicat d'en faire l'étude dans le domaine fréquentiel (fonction de transfert difficile à exploiter). Il est alors préférable d'avoir un critère utilisant le modèle du système dans le domaine temporel. Pour étudier ce problème, nous avons retenu les méthodes de Lyapunov.

**Définition 1.1**: un système est localement stable, si la stabilité peut être garantie autour d'une valeur particulière  $x_s$  d'état.

Bien sûr, si l'équilibre  $x_s$  est stable, il existe un petit domaine autour de ce point où le système est stable; mais la taille de ce domaine est inconnue et nous n'avons pas prouvé la stabilité du domaine autour de l'état  $x_s$ .

**Définition 1.2** : une valeur particulière  $x_e$  de l'état d'un système, appelée état d'équilibre, est asymptotiquement stable si :

- il est stable,
- $il\ existe\ r > 0\ tel\ que$

si 
$$||x_0| < r$$
 alors  $\lim_{t \to \infty} ||x| \longrightarrow 0$ .

Au contraire de la stabilité locale, la taille du sous-ensemble est connue et tout le sous-ensemble est stable.

**Définition 1.3**: Si un système est asymptotiquement stable pour n'importe quelle condition initiale dans l'espace d'état, on dira que le point d'équilibre xe est asymptotiquement stable au sens large. On dira aussi qu'il est globalement stable.

Maintenant, nous allons présenter quelques critères de stabilité. Comme la plupart des critères présentés sont bien connus, nous ne donnons pas les preuves et renvoyons le lecteur aux références bibliographiques.

#### 1.5.3 Stabilité au sens de Lyapunov : méthode directe

La méthode directe de Lyapunov s'appuie sur une observation physique fondamentale : si l'énergie totale d'un système, linéaire ou non linéaire, est continûment dissipée (on parle de système dissipatif), alors on peut espérer que le système tende vers un point d'équilibre. Ainsi l'idée de Lyapunov est d'examiner la variation d'une fonction scalaire dépendant de l'énergie pour étudier la stabilité d'un système donné [16], [8]. Considérons tout d'abord le système non linéaire en régime libre décrit par

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \tag{1.14}$$

avec  $f(x(t)) \in \mathcal{C}^1 : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^n$ . Le système (1.14) est dit en équilibre autour de  $x_0$  si, en l'absence d'influence externe, son état ne varie pas au cours du temps;  $x_0$  est alors point d'équilibre

**Définition 1.4**: (Point d'équilibre) :  $x_0$  est appelé point d'équilibre du système (1.14) si  $f(x_0) = 0$ 

Fonctions de Lyapunov : Dans le cas général, il n'existe pas de méthode pour trouver toutes les fonctions candidates de Lyapunov. Dès lors, la théorie de Lyapunov conduit à des conditions suffisantes de stabilité dont le pessimisme dépend de la forme particulière imposée à la fonction V(x(t)) et de la structure du système. Cependant, il existe des familles de fonctions de Lyapunov souvent utilisées et dont l'adoption dépend de la nature du système à étudier (systèmes linéaires, systèmes continus par morceaux, systèmes à retard, systèmes linéaires incertains,...).

L'étude de la stabilité à l'aide de ce type de fonction a constitué la base de très nombreux travaux jusqu'à maintenant. Ce type de fonction, adoptée pour étudier la stabilité des systèmes linéaires et aussi utilisée dans le cas des multi-modèle [9] et [10]. Dans le cas des systèmes incertains, quand aucune information n'est connue sur la vitesse d'évolution des paramètres incertains, c'est pratiquement la seule méthode possible.

Le choix le plus classique consiste à choisir une fonction de Lyapunov sous forme quadratique :

$$V(x(t)) = x(t)^T P x(t), \quad P > 0 \text{ et symtrique}$$
 (1.15)

où x(t) représente la solution de l'équation d'état (1.5). La dérivée par rapport au temps de la fonction de Lyapunov le long de la trajectoire de la variable x(t) est :

$$\begin{split} \dot{V}(x(t)) &= \dot{x}(t)^T P x(t) + x(t)^T P \dot{x}(t) \\ &= 2 x(t)^T P \dot{x}(t) \\ &= 2 x(t)^T P f(x(t)) \end{split}$$

**Définition 1.5**: pour le système (1.4), l'origine est dite quadratiquement stable s'il existe des matrices symétriques et définies positives  $P, Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$  telle que la dérivée de la fonction de Lyapunov est négative et vérifie la condition suivante :

$$\dot{V}(x(t)) = 2x(t)^T P f(x(t)) \le -x(t)^T Q x(t)$$

L'inégalité précédente implique que  $||x(t)|| < e^{-\alpha t}$  où  $\alpha = \lambda_{min}(P^{-1}Q)$  et par conséquent l'origine est asymptotiquement stable. Si f(x(t)) = Ax(t) alors, la matrice A à des valeurs propres stables si et seulement si, il existe des matrices (P,Q) symétriques et définies positives vérifiant l'équation de Lyapunov suivante :

$$A^T P + PA = -Q (1.16)$$

Par conséquent, n'importe quel système linéaire stable est quadratiquement stable. Une matrice P symétrique définie positive et qui satisfait l'équation (1.16) sera appelée matrice de Lyapunov pour la matrice A.

La méthode de Lyapunov peut également être utilisée pour examiner la robustesse des systèmes linéaires présentant des incertitudes de la forme suivante :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + \xi(x(t)) \tag{1.17}$$

où A est une matrice stable et  $\xi(\cdot)$  est une fonction qui représente des incertitudes. Soit la paire de matrices (P,Q) symétriques et définies positives, vérifiant l'équation de Lyapunov (1.17). Définissons

$$\mu = \frac{\lambda_{min}(Q)}{\lambda_{max}(P)} \tag{1.18}$$

Si la fonction incertaine satisfait:

$$\|\xi(x(t))\| \le \frac{1}{2} \|\mu(x(t))\|$$
 (1.19)

alors le système (1.14) est stable. Ceci peut être démontré en utilisant V(x(t)) = x(t)Px(t) comme fonction de Lyapunov. Sa dérivée par rapport au temps le long de la trajectoire de x(t) étant :

$$\dot{V}(x(t)) = x(t)^T P A x(t) + x(t)^T A^T P x(t) + 2x(t)^T P \xi(x(t))$$
  
=  $x(t)^T (A^T P + P A) x(t) + 2x(t)^T P \xi(x(t))$ 

$$\dot{V}(x(t)) \le -x(t)^T Q x(t) + 2\|P x(t)\| \|\xi(x(t))\|$$
(1.20)

Notons que nous avons utilisé l'inégalité de Cauchy-Schwarz pour obtenir la dernière inégalité (1.20). De plus, l'inégalité de Rayleigh permet d'écrire :

$$||Px(t)|| \le \lambda_{max}(P)||x(t)||$$
 (1.21)

De même, on peut montrer que :

$$-x(t)^{T}Qx(t) \le -\lambda_{min}(Q)||x(t)||^{2}$$
(1.22)

Partant de l'inégalité (1.20) et en utilisant (1.21) et (1.22), la fonction  $\dot{V}(x(t))$  peut être majorée de la façon suivante :

$$\dot{V}(x(t)) \le -\lambda_{min}(Q) + 2\lambda_{max}(P) \|x(t)\| \|\xi(x(t))\|$$

$$\le -\lambda_{max}(P) \|x(t)\| (\mu \|(x(t))\| - 2\|\xi(x(t))\|)$$

Ainsi, si la fonction  $\xi(\cdot)$  satisfait la condition (1.19), la dérivée de la fonction de Lyapunov est négative, et la stabilité du système est garantie.

Exemple: Considérons un système incertain décrit par l'équation d'état suivante:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + D\xi(x(t)) \tag{1.23}$$

avec:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -1 \end{bmatrix} \qquad et \qquad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

où  $\xi(x(t))$ est une fonction inconnue bornée et satisfait la condition suivante :

$$\|\xi(x(t))\| \le 1 \quad pour \quad tout \quad t, \quad x(t). \tag{1.24}$$

Soit P une matrice symétrique et définie positive et solution de l'équation de Lyapunov suivante :

$$A^T P + PA = -I (1.25)$$

Pour montrer la stabilité de ce système incertain, considérons la fonction de Lyapunov suivante :  $V(x(t)) = x^T(t)Px(t)$ ; sa dérivée par rapport au temps le long de la trajectoire du système est :

$$\dot{V}(x(t)) = x(t)(A^T P + PA)x(t) + 2x(t)^T PD\xi(x(t))$$
  
 
$$\leq -\|x(t)\|^2 + 2|x(t)^T PD||\xi(x(t))|$$

Comme le terme  $x^{T}(t)PD$  est un scalaire, alors

$$|x(t)^T PD| = \sqrt{x(t)^T PDD^T P}$$
  
$$\leq \sqrt{\lambda_{max} PDD^T P} ||x(t)||$$

Posons  $\delta = 2\sqrt{\lambda_{max}PDD^TP}$ , à partir des équations (1.20) et (1.21) la fonction  $\dot{V}(x(t))$  devient :

$$\dot{V}(x(t) \le -\|x(t)\|(\|x(t)\| - \delta|\xi(x(t))|) \le -\|x(t)\|(\|x(t)\| - \delta)$$
(1.26)

Soit  $D_{\delta}$  un disque centré à l'origine est défini comme suit :

$$D_{\delta} = x(t) : ||x(t)|| < \delta \tag{1.27}$$

Alors, on peut facilement déduire à partir de l'équation (1.26) que le système (1.27) et stable si  $x(t) \notin D_{\delta}$ . Considérons maintenant le cas particulier  $\xi(x(t)) = \sin(2t)$  qui satisfait la condition (1.19). Dans le plan de phase on a représenté une simulation du système (1.17) avec la condition initiale  $x_0 = [10 \ 0]$ . Le domaine  $D_{\delta}$  est donc un disque de rayon  $\delta = 1.2748$  voir figure 1.6.

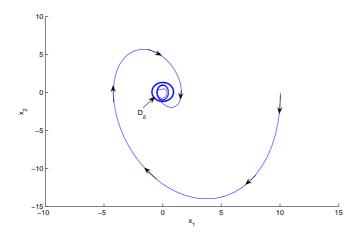


FIGURE 1.6 – Plan de phase du système

#### 1.5.4 Problèmes classiques LMI

Depuis quelques années, de nombreux travaux ayant pour principal objectif de réduire une grande variété de problèmes de synthèse ou d'analyse à des problèmes d'optimisation convexe impliquant des LMI ont vu le jour. Parallèlement, des méthodes efficaces de résolution des problèmes d'optimisation convexes ont été développées. Ces méthodes, appelées méthodes de point-intérieur, développées initialement pour la programmation linéaire, furent étendues ensuite par [11] au cas de la programmation convexe dans l'espace des matrices définies positives.

**Définition 1.6** : étant donnée une famille de matrices symétriques  $P_0$ ,  $P_i$ ,  $i \in 1, ..., n$  de  $\mathbb{R}^{p \times p}$  et un vecteur  $x = (x_1, x_2, ..., x_n)^T \in \mathbb{R}^n$ , une LMI stricte(resp.non stricte) en  $x_i$ ,  $i \in 1, ..., n$  s'écrit sous la forme : la forme :

$$F(x) = P_0 + \sum_{i=1}^{n} x_i P_i > 0 \quad (resp. \ge 0)$$
 (1.28)

Remarquons que l'ensemble E défini par  $E=x\in\mathbb{R}: F(x)>0$  est convexe, ce qui nous amène à considérer une contrainte LMI comme une contrainte convexe.

Les trois problèmes d'optimisation convexe les plus rencontrés sous forme de LMI sont :

#### 1. Problème de réalisabilité (Faisabilité) :

il s'agit de trouver un vecteur S telque la contrainte convexe F(x) > 0 est satisfaite. Ce problème peut être résolu en cherchant le vecteur x minimisant le scalaire t tel que :

$$-F(x) < t.I \tag{1.29}$$

Si la valeur minimale de t est négative, le problème est réalisable.

#### 2. Problème de valeurs propres (EVP, Eigenvalue Problems) :

minimiser la plus grande valeur propre d'une matrice symétrique sous une contrainte de type LMI :

$$\begin{cases} minimiser \ \lambda \ sous \ les \ contraintes \\ \lambda I - A(x) > 0 \\ B(x) > 0 \end{cases} \tag{1.30}$$

# 3. Problème de valeurs propres généralisées (GEVP, Generalized Eigenvalue Problems):

il s'agit de minimiser la plus grande valeur propre généralisée d'une paire de matrices, par rapport à une contrainte LMI :

$$\begin{cases} minimiser \ \lambda \ sous \ les \ contraintes \\ \lambda B(x) - A(x) > 0 \\ B(x) > 0 \\ C(x) > 0 \end{cases} \tag{1.31}$$

Ces problèmes d'optimisation convexe peuvent alors être résolus par différents types de méthodes [12] :

- Méthode des plans sécants
- Méthode de l'ellipsoïde
- Méthode du type simplexe
- Méthode des points intérieurs

#### 1.6 Commande à structure variable (mode glissant)

#### 1.6.1 Introduction

La commande a structure variable est sans doute a mettre quelque peu a part parmi les divers types de commande pour deux raisons : d'une part parce que, au moins théoriquement, la commande appliquée au processus est fondamentalement discontinue, d'autre part parce que la dynamique du processus commandé dans le régime recherche, dit de glissement, ne dépend pas de la commande appliquée au processus. On pourrait ajouter également qu'elle se caractérise par des propriétés de robustesse, en particulier vis-à-vis des variations paramétriques du système.

Le concept de base est facile à comprendre. Il suffit d'imaginer un système dynamique :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \tag{1.32}$$

continu par morceaux, ou la fonction  $f(\cdot)$  est discontinue, de part et d'autre d'une surface S(x(t)) = 0, de sorte que :

$$\dot{x}(t) = \begin{cases} f^{+}(x(t), u(t)) & si & \mathcal{S}(x(t)) > 0\\ f^{-}(x(t), u(t)) & si & \mathcal{S}(x(t)) > 0 \end{cases}$$
(1.33)

Si les trajectoires correspondant a ces équations sont telles qu'elles soient toujours dirigées vers la surface  $\mathcal{S}=0$ , il est intuitif qu'une fois sur cette surface on ne peut plus la quitter et qu'on est "condamne" a évoluer sur celle-ci.

Un système défini par les équations (1.32) est dit a structure variable du fait que, par

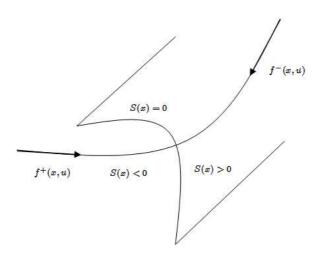


Figure 1.7 – Plan de phase ainsi que l'ensemble final de bornes

suite de la discontinuité, on peut considérer qu'il y a plusieurs définitions possibles des équations d'évolution; bien plus, le mouvement résultant sur la surface est fondamenta-lement différent de chacun des mouvements hors de la surface... et ne s'explique pas du reste par la théorie des équations différentielles ordinaires. Le principe de base de l'approche des systèmes a structure variable est explique d'une façon simple en considérant la conception de régulateur (correcteur) par retour d'état pour le système linéaire suivant :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{1.34}$$

La structure du retour d'état est la suivante :

$$u(t) = k^T x(t) \tag{1.35}$$

ou les différentes procédures de conception permettent de choisir les paramètres k (placement de pôles par exemple). Les systèmes a structure variable sont caractérises par le choix d'une fonction et d'une logique de commutation. Ce choix permet de commuter a tout instant entre chaque structure, en combinant les propriétés utiles de chacune de ces f structures, afin d'avoir un comportement désire du système. Les deux exemples suivants, de dimension 2, sont présentes pour illustrer ce propos. L'idée de changer de f structure est naturelle et la première utilisation de cette approche peut être trouvée dans des références publiées il y a plusieurs années.

L'avantage de cette approche est la possibilité de combiner les propriétés utiles de chaque structure. De plus, un système a structure variable peut posséder de nouvelles propriétés

non présentes dans chacune des structures utilisées; par exemple, un système asymptotiquement stable peut être constitue de deux structures dont aucune n'est asymptotiquement stable. Nous présentons deux exemples pour montrer les avantages de changement de structure pendant une phase de commande.

## 1.6.2 Exemple

$$\ddot{x}(t) - \xi \dot{x}(t) + \psi x(t) = 0 \qquad \xi > 0 \tag{1.36}$$

ou la commande par retour d'état correspond au terme  $u(t) = \psi x(t)$ . La contre-réaction est positive quand  $\psi = \alpha < 0$ , elle est négative quand  $\psi = -\alpha > 0$ . Les deux structures sont instables, voir les figures (1.8 - a) et (1.8 - b). Par contre, si la variable suit une logique de commutation définie par l'équation suivante :

$$\psi \begin{cases}
\alpha & si & x(t)s(t) > 0 \\
\alpha & si & x(t)s(t) > 0
\end{cases}, ou \quad s(t) = \dot{x}(t) + cx(t) \tag{1.37}$$

$$c = \lambda = -\frac{\xi}{2} \pm \sqrt{\frac{\xi^2}{4} + \alpha}$$

alors les trajectoires de phase sont dirigées vers la ligne de commutation  $s(t) = \dot{x}(t) + cx(t) = 0$  voir la figure (1.8-c). Donc, le système à structure variable résultant est asymptotiquement stable. Comme nous l'avons explique précédemment, de nouvelles propriétés du système sont obtenues en composant une trajectoire a partir des trajectoires de différentes structures instables. Un aspect bien plus fondamental des systèmes à structure variable est la possibilité d'obtenir la trajectoire non inhérente à partir de n'importe laquelle de ces différentes structures. Ces trajectoires décrivent un nouveau type de mouvement qui est appelé le mode de glissement.

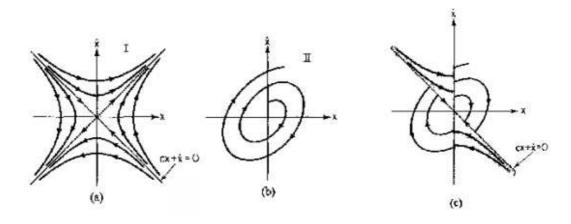


FIGURE 1.8 – Plans de phase d'un système à structure variable.

## 1.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons illustré en bref les notions de base de diagnostic et rappelé les outils fondamentaux que nous allons utiliser dans ce mémoire, à savoir, l'étude de la stabilité des systèmes dynamiques linéaires par la méthode de Lyapunov et l'utilisation des inégalités linéaires matricielles (LMI). Nous avons présenté également la notion d'observabilité et d'observateur.

A la fin de cette première partie, nous avons introduit la notion de mode glissant qui présente des avantages concernant sa robustesse aux différentes perturbations qui peuvent affecter un système linéaire ou non linéaire, un exemple a été donné pour expliquer cette notion.

## 

## Synthèse d'observateurs pour les systèmes linéaires

Sommair	$\mathbf{e}$							
2.1	Introduction							
2.2	Observateur à entrées inconnues							
	2.2.1	Principe de la reconstruction	25					
	2.2.2	Conditions de convergence de l'observateur	25					
2.3	Obse	ervateur à mode glissant	<b>26</b>					
	2.3.1	Observateur d'Utkin	26					
	2.3.2	Observateur de Walcott et Żak	27					
	2.3.3	Exemple d'application	29					
2.4	Surv	veillance utilisant les modèles	30					
	2.4.1	Détection de défauts	31					
	2.4.2	Localisation et caractérisation des défauts	31					
	2.4.3	Prise de décision	32					
2.5	Diag	gnostic à base d'observateur	32					
	2.5.1	Génération de résidus	33					
	2.5.2	Détection par observateur unique	33					
	2.5.3	Détection par un banc d'observateurs	34					
2.6	Con	clusion	35					

## 2.1 Introduction

Le problème du contrôle optimal de procédé, lorsque certaines composantes du vecteur d'état ne sont pas mesurables, a sans doute initié les premiers travaux sur les observateurs. Ces derniers permettent l'élaboration d'un modèle d'estimation d'état utilisant les grandeurs accessibles du système, telle que ses entrées et ses sorties. Dans le cas déterministe, ce modèle est appelé observateur d'état et dans le cas d'un système stochastique ce modèle est appelé filtre.

Cette estimation d'état utilise les sorties mesurées du système, ses entrées et son modèle. Lorsqu'un système est complètement observable, la reconstruction d'état peut être effectuée soit par un observateur d'ordre complet (l'ordre de l'observateur et le même que celui du système), soit par un observateur d'ordre réduit (l'ordre de l'observateur et plus petit que celui du système).

La convergence asymptotique de l'erreur d'estimation d'état vers zéro, nécessite une détermination très précise des matrices de l'observateur a montré qu'une faible erreur sur les paramètres des matrices A et B d'un système pouvait engendrer une importante erreur de reconstruction (obtenue en comparant l'estimation à la valeur mesurée). Plusieurs auteurs ont présenté des techniques d'estimation d'état basées sur la conception d'observateurs à actions proportionnelle et intégrale pour des systèmes linéaires incertains et des systèmes singuliers.

En présence d'entrées inconnues et de défauts de capteurs, il existe plusieurs techniques d'estimation d'état qui feront l'objet de la suite de ce chapitre [23] [24].

## 2.2 Observateur à entrées inconnues

Un processus physique est souvent soumis à des perturbations qui ont comme origine des bruits dûs à l'environnement du processus, des incertitudes de mesures, des défauts de capteurs ou d'actionneurs; ces perturbations ont des effets néfastes sur le comportement normal du processus et leur estimation peut servir à concevoir un système de commande capable d'en minimiser les effets. Les perturbations sont appelées entrées inconnues lorsqu'elles affectent l'entrée du processus et leur présence peut rendre difficile l'estimation de l'état du système.

Plusieurs travaux ont été réalisés concernant l'estimation de l'état et de la sortie en présence d'entrées inconnues; ils peuvent être regroupés en deux catégories. La première suppose la connaissance a priori d'informations sur ces entrées non mesurables; en particulier, Johnson propose une approche polynomiale et Meditch suggère d'approcher les entrées inconnues par la réponse d'un système dynamique connu. La deuxième catégorie procède soit par estimation de l'entrée inconnue, soit par son élimination complète des équations du système. Parmi les techniques ne nécessitant pas l'élimination des entrées inconnues, plusieurs auteurs ont proposé des méthodes de conception d'observateur capable

de reconstruire entièrement l'état d'un système linéaire en présence d'entrées inconnues utilisent une méthode d'inversion de modèle pour l'estimation d'état [28] [25].

## 2.2.1 Principe de la reconstruction

Considérons le système dynamique linéaire soumis à l'influence d'entrées inconnues décrit par les équations suivantes [27] :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + R\bar{u}(t) \\ y(t) = C(x(t)) \end{cases}$$
 (2.1)

ou  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur des entrées connues, $\bar{u}(t) \in \mathbb{R}^q$  est le vecteur des entrées inconnues et  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  représente le vecteur des sorties mesurables. A est la matrice d'état du système linéaire, B est la matrice d'entrée,  $R \in \mathbb{R}^{nxq}$  est la matrice d'influence des entrées inconnues et C est la matrice de sortie.

On suppose que la matrice R est de plein rang colonne et que la paire (A, C) est observable. L'objectif est l'estimation complète du vecteur d'état malgré la présence des entrées inconnues  $\bar{u}(t)$ . Ainsi, considérons l'observateur d'ordre plein :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Nz(t) + Gu(t) + Ly(t) \\ \hat{x}(t) = z(t) - Ey(t) \end{cases}$$
 (2.2)

où  $z(t) \in \mathbb{R}^n$  et  $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  est l'estimation du vecteur d'état x(t). Pour que cette estimation soit garantie, il faut que  $\hat{x}(t)$  approche asymptotiquement x(t) c'est-à-dire qu'il faut que l'erreur d'estimation d'état :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \tag{2.3}$$

tende vers zéro asymptotiquement. L'équation de la dynamique d'évolution de cette erreur s'écrit de la façon suivante :

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{z}(t) + EC\dot{x}(t) = (I + EC)\dot{x}(t) - \dot{z}(t)$$

$$= (I + EC)(Ax(t) + Bu(t) + R\bar{u}(t)) - (Nz(t) + Gu(t) + Ly(t))$$

$$= (I + EC)(Ax(t) + Bu(t) + R\bar{u}(t)) - (Nz(t) + Gu(t) + (L + NE)Cx(t))$$
Posons  $P = I + EC$ , on obtient alors :

$$\dot{e}(t) = Ne(t) + (PB - G)u(t) + PR\bar{u}(t) + (PA - NP - LC)x(t)$$

## 2.2.2 Conditions de convergence de l'observateur

Dans cette partie, nous développons les conditions suffisantes pour la convergence asymptotique de l'erreur d'estimation d'état vers la valeur nulle. Cette convergence est garantie s'il existe une matrice symétrique et définie positive X, telle que :

$$N^T X + X N < 0 (2.4)$$

Comme N = PA - KC, l'inégalité 2.4 devient

$$(PA - KC)^T X + X(PA - KC) < 0 (2.5)$$

On remarque malheureusement que l'inégalité précédente 2.5 présente l'inconvénient d'être non linéaire (bilinéaire) par rapport aux variables K et X. Deux méthodes de résolution peuvent êtres utilisées :

- Linéarisation par rapport aux variables K et X,
- Changement de variables.

## 2.3 Observateur à mode glissant

Considérons un système dynamique incertain décrit par [18] :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Az(t) + Bu(t) + f(x, u, t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$
 (2.6)

où x(t) représente le vecteur d'état, u(t) est le vecteur d'entrées connues du système et y(t) est la sortie mesurée,  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$  avec  $p \geq m$ . La fonction inconnue  $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}^n$  représente les incertitudes et satisfait les conditions suivantes :

$$||f(x, u, t)|| \le \rho, \forall x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^n, t \ge 0$$
(2.7)

En outre, la matrice C est supposée de plein rang ligne. Le problème considéré ici est la reconstruction du vecteur d'état en dépit de la présence des entrées inconnues.  $f: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}^n$  représente les incertitudes et satisfait les conditions suivantes :

## 2.3.1 Observateur d'Utkin

Considérons tout d'abord le système 2.6 et supposons que la paire (A, C) soit observable et que la fonction f(x, u, t) = 0. La reconstruction des états s'appuyant sur les sorties mesurées, il est naturel d'effectuer un changement de coordonnées pour que les sorties du système apparaissent directement comme des composantes du vecteur d'état. Sans perte de généralité, la matrice de sortie peut être écrite comme suit [26] :

$$C = [C_1 \ C_2] \tag{2.8}$$

où  $C_1 \in \mathbb{R}^{p \times (n-p)}$ ,  $C_2 \in \mathbb{R}^{p \times p}$  avec  $det(C_2) \neq 0$ . Alors, la matrice de transformation

$$T = \begin{bmatrix} I_{n-p} & 0 \\ C_1 & C_2 \end{bmatrix}$$
 (2.9)

est non singulière et, dans ce nouveau système de coordonnées, on peut facilement vérifier que la nouvelle matrice de sortie s'écrit comme suit :

$$CT^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & I_p \end{bmatrix}$$

Les nouvelles matrices d'état et de commande s'écrivent :

$$A = TAT^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \qquad et \qquad B = TB = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}$$

Le système nominal peut alors être écrit de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}y(t) + B_1u(t) \\ y(t) = A_{21}x_1(t) + A_{22}y(t) + B_2u(t) \end{cases}$$
 (2.10)

οù

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = Tx(t) \qquad et \qquad x_1(t) \in \mathbb{R}^{n-p}$$

L'observateur proposé par Utkin a la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1(t) = A_{11}\hat{x}_1(t) + A_{12}\hat{y}(t) + B_1u(t) + Lv(t)) \\ \dot{\hat{y}}(t) = A_{21}\hat{x}_1(t) + A_{22}\hat{y}(t) + B_2u(t) - v(t) \end{cases}$$
(2.11)

où  $(\hat{x}_1(t), \hat{y}(t))$  sont les estimés de  $(x_1(t), y(t)), L \in \mathbb{R}^{(n-p)\times p}$  est le gain de l'observateur et les composantes du vecteur discontinu v(t) sont définies par l'équation :

$$v(t) = Msgn(\hat{y}(t) - y(t)) \quad pour \quad M \in R_{+}$$
(2.12)

## 2.3.2 Observateur de Walcott et Žak

Le problème considéré par Walcott et ak est l'estimation d'état d'un système décrit par 2.6 de sorte que l'erreur tende vers zéro d'une façon exponentielle malgré la présence des incertitudes considérées. Dans cette partie, on suppose que [26] :

$$f(x, u, t) = R\xi(x, t) \tag{2.13}$$

où la fonction  $\xi: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R}^q$  est une fonction bornée et inconnue, telle que :

$$\|\xi(x(t),t)\| \le \rho, \forall x(t) \in \mathbb{R}^n, t \ge 0$$

On considère qu'il existe une matrice  $G \in \mathbb{R}^{n \times p}$  telle que la matrice  $A_0 = (A - GC)$  a des valeurs propres stables, une paire de matrices de Lyapunov (P, Q) symétriques et définies positives et une matrice F respectant la contrainte structurelle suivante :

$$\begin{cases}
(A - GC)^T P + P(A - GC) = -Q \\
C^T F^T = PR
\end{cases}$$
(2.14)

L'observateur proposé est de la forme

$$\dot{\hat{x}}_2(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) - G(C\hat{x}(t) - y(t)) + v(t)$$
(2.15)

$$v(t) = \begin{cases} -\rho \frac{P^{-1}C^T F^T F C e(t)}{\|F C e(t)\|} & si \quad F C e(t) \neq 0 \\ 0 & sinon \end{cases}$$
 (2.16)

οù

$$e(t) = \hat{x}(t) - x(t)$$
 (2.17)

La dynamique de l'erreur d'estimation d'état engendrée par cet observateur est régie par l'équation suivante :

$$\dot{e}(t) = \dot{\hat{x}}(t) - \dot{x}(t)$$

$$= A\hat{x}(t) + Bu(t) - G(C\hat{x}(t) - y(t)) + v(t) - (Ax(t) + Bu(t) + R\xi(x, t))$$

$$= (A - GC)e(t) + v(t) - R\xi(x, t)$$

Considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(e(t)) = e^{T}(t)Pe(t)$$

Sa dérivée le long de la trajectoire de l'erreur d'estimation s'écrit :

$$\begin{split} \dot{V}(e(t)) &= \dot{e}^T(t) P e(t) + e^T(t) P \dot{e}(t) \\ &= ((A - GC) e(t) + v(t) - R \xi(x, t)^T P e(t) + e(t)^T P ((A - GC) e(t) + v(t) - R \xi(x, t) \\ &= -e^T(t) Q e(t) + 2 e^T(t) P v(t) - 2 e^T(t) P R \xi(x, t) \\ &= -e^T(t) Q e(t) + 2 e^T(t) P v(t) - 2 e^T(t) C^T F^T \xi(x, t) \end{split}$$

Pour continuer la démonstration, on distingue deux cas.

Cas 1 : Lorsque  $FCe(t) \neq 0$ , en remplaçant l'expression de v(t) par l'équation 2.6, la dérivée de la fonction de Lyapunov devient :

$$\begin{split} \dot{V}(e(t)) &= -e^T(t)Qe(t) - 2e^T(t)\rho\frac{P^{-1}C^TF^TFCe(t)}{\|FCe(t)\|} - 2e^T(t)C^TF^T\xi(x,t) \\ &= -e^T(t)Qe(t) - 2e^T(t)\rho\|FCe(t)\| - 2e^T(t)C^TF^T\xi(x,t) \end{split}$$

En utilisant le fait que la fonction inconnue  $\xi(x,t)$  est bornée par un scalaire positif  $\rho$ , la dérivée de la fonction de Lyapunov peut être majorée de la façon suivante :

$$\begin{split} \dot{V}(e(t)) &\leq -e^T(t)Qe(t) - 2\rho \|FCe(t)\| + 2\rho \|FCe(t)\| \\ &\leq -e^T(t)Qe(t) < 0 \end{split}$$

Cas 2 : Lorsque FCe(t) = 0, en remplaçant l'expression de v(t) par l'équation 2.6, la dérivée de la fonction de Lyapunov devient :

$$\dot{V}(e(t)) = -e^T(t)Qe(t) < 0$$

Donc, dans les deux cas, nous avons bien montré que la dérivée de la fonction de Lyapunov est négative ce qui montre que l'erreur d'estimation d'état converge asymptotiquement vers zéro.

## 2.3.3 Exemple d'application

Considérons un système linéaire soumis à l'influence d'une entrée inconnue et modélisé sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + R\xi(x,t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$
 (2.18)

avec

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 6 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix} \quad et \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

On remarquera que la matrice R et de plein rang colonne et que la paire (A,C) est observable. L'observateur d'état, qui reconstruit complètement le vecteur d'état du système 2.18 est le suivant :

$$\dot{\hat{x}}_2(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) - G(C\hat{x}(t) - y(t)) + v(t)$$
(2.19)

οù

$$Ce(t) = \hat{y}(t) - y(t) \quad et \quad v(t) = \begin{cases} -\rho \frac{P^{-1}C^T F^T F Ce(t)}{\|FCe(t)\|} & si \quad FCe(t) \neq 0\\ 0 & sinon \end{cases}$$
 (2.20)

Les matrices de l'observateur sont déterminées, en utilisant la méthode de changement de variables évoqué précédemment, par la résolution des contraintes. Les valeurs numériques sont les suivantes :

avec:

$$\rho = 1.5, \quad P = \left[ \begin{array}{ccc} 0.73 & 0.10 & 0.010 \\ 0.10 & 0.10 & 0.10 \\ 0.10 & 0.10 & 0.73 \end{array} \right], \quad G = \left[ \begin{array}{ccc} 2.04 & -2.01 \\ 1.54 & 0.19 \\ 2.80 & -2.17 \end{array} \right], \quad et \quad F = \left[ \begin{array}{ccc} 0.31 & 0.53 \end{array} \right]$$

Les figures (2.1) montrent respectivement les entrées connue et inconnue du système 2.18. Les figures (2.2) visualisent l'erreur d'estimation d'état entre les états générés par le système et leurs estimations respectives générées par l'observateur, on constate, sur cet exemple que les états estimés convergent asymptotiquement vers les états du système.

L'inconvénient majeur de l'observateur de Walcott et ak survient lorsque le terme FCe(t) = 0 alors que l'erreur d'estimation de la sortie  $Ce(t) \neq 0$ , C'est-à-dire lorsque la matrice F est orthogonale au vecteur Ce(t). Dans ce cas de figure, la convergence de l'observateur n'est pas garantie.

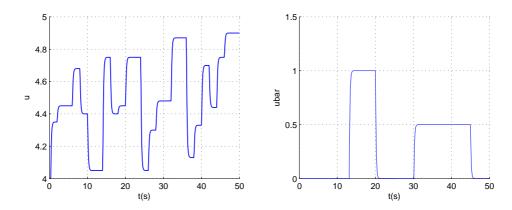


FIGURE 2.1 – Entrée connue u(t) et Entrée inconnue  $\bar{u}(t)$ 

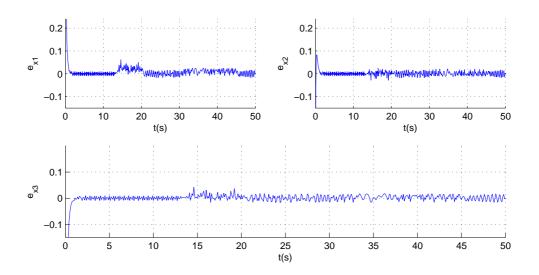


FIGURE 2.2 – Convergence asymptotique des erreurs d'estimation d'état

## 2.4 Surveillance utilisant les modèles

L'utilisation des modèles pour la surveillance des systèmes date du début des années 70. Depuis, de nombreux articles font régulièrement le point sur l'avancement des différentes approches La figure (2.3) illustre le concept général d'un système de diagnostic utilisant un modèle. Ces méthodes reposent sur l'étude de signaux appelés résidus.

**Définition 6.1** Un résidu est un signal potentiellement indicateur de défauts. Il reflète la cohérence des données vis-à-vis du modèle comportemental du système.

Les méthodes de surveillance à base de modèle utilisent la redondance d'information présente sur un système. Deux types de redondance peuvent être distingués : la redondance matérielle et la redondance analytique.

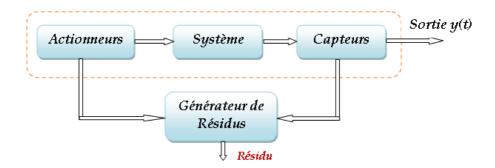


FIGURE 2.3 – Principe de la génération de résidus

## 2.4.1 Détection de défauts

La détection des défauts consiste à répondre à la question : un ou des défauts sont-ils apparus à l'instant considéré ? La détection peut s'appuyer sur deux types de méthodes :les méthodes locales et les méthodes globales.

Le premier type de méthodes se base sur l'analyse du signal issu de chaque capteur (on parle également d'analyse mono-signal). On étudie alors les signaux séparément et on vérifie directement qu'ils évoluent dans des domaines désirés correspondants à un mode normal de fonctionnement du système. On peut encore les étudier indirectement en faisant des tests statistiques.

Par opposition, la seconde catégorie de méthodes s'appuie sur l'ensemble des signaux (on parle encore d'analyse multi-signaux). Cette classe de méthodes se décompose en deux groupes suivant qu'elles utilisent ou non un modèle. Pour ces dernières, on peut citer les techniques de reconnaissance de formes ou les techniques neuronales. Les premières utilisent par contre des relations de redondances, statiques ou dynamiques, entre plusieurs signaux. Ce groupe de méthodes comprend, d'une part, les techniques à base de redondance matérielle (approche passive) et, d'autre part, les techniques à base de redondance analytique (approche active). Ces dernières feront plus particulièrement l'objet de notre étude.

### 2.4.2 Localisation et caractérisation des défauts

Une fois le défaut détecté, il convient de le localiser. Il faut donc répondre à la question : sur quelle composant le défaut est-il apparu à l'instant considéré? La caractérisation du défaut précisera le type du défaut, sa durée, son amplitude voire son évolution probable. Ceci est possible à partir de la signature du défaut (la signature d'un défaut étant l'effet particulier de celui-ci sur un ou plusieurs résidus). On génère donc des fonctions de décision construites à partir des signaux révélateurs du ou des défauts (les résidus) permettant de conclure au fonctionnement correct ou non du système. Ce type de décision est réalisé à l'aide d'opérations logiques. Son implémentation à l'aide de réseaux de neurones par exemple. De plus, on retiendra l'utilisation avec succès de la logique floue développée ces

dernières années . La logique floue peut s'appliquer indifféremment à l'étape d'évaluation des résidus ou à l'étape de génération des résidus .

## 2.4.3 Prise de décision

Une fois le fonctionnement incorrect du système constaté, il est primordial d'agir de façon à maintenir les performances souhaitées. Cette prise de décision permet de choisir entre plusieurs options comme arrêter le système ou encore ne rien faire, réévaluer les objectifs ou accepter un fonctionnement dégradé, faire de la maintenance. Il peut encore s'agir, quand cela est possible, de reconfigurer ou de réorganiser le système. Le rôle de la reconfiguration est de s'affranchir des conséquences du défaut pour conserver les performances initiales lorsque cela est possible ou encore de réévaluer les objectifs afin d'assurer le fonctionnement dégradé du système si celui-ci est tolérable. Il est bien évident que ce n'est pas toujours le cas et on se rend bien compte qu'il est important que le défaut soit identifié avec exactitude (étendue, amplitude, type, cause) afin d'en permettre sa compensation éventuelle. La reconfiguration peut donc porter sur le système de régulation (ou une partie de celui-ci), sur la structure de la loi de commande, sur le processus physique (en présence de redondance matérielle, on peut basculer sur les éléments ayant un fonctionnement correct) ou encore sur la réévaluation des objectifs assignés au système.

## 2.5 Diagnostic à base d'observateur

Un grand nombre de processus physiques peuvent se modéliser par un système d'équations différentielles (linéaires ou non) du premier ordre. Le modèle obtenu, appelé modèle d'état du système, fait intervenir un certain nombre de variables internes (les variables d'état) qui sont souvent inconnues soit pour des raisons pratiques (par exemple, les courants rotoriques d'un moteur asynchrone à cage d'écureuil ne sont pas physiquement mesurables) soit pour des raisons économiques (par exemple, le couple d'un moteur est mesurable mais l'ajout d'un tel capteur entraîne un surcoût important).

La surveillance d'un système physique modélisé sous forme d'état, consiste à étudier la cohérence comportementale du modèle vis à vis du système réel. Une des approches per- mettant de réaliser ceci, consiste à comparer les variables mesurées avec les variables calculées ou estimées (en ligne) à partir du modèle lorsque celui-ci est soumis aux mêmes signaux d'entrée que ceux du système réel. Le système permettant d'obtenir ces estimations est appelé un observateur. Par définition, un observateur est un système dynamique prenant pour entrées les signaux connus du système sur lequel il est implanté et dont les sorties convergent vers une estimation des variables d'état (ou d'une partie des variables d'état).

Dans ce chapitre, nous allons présenter l'utilisation des observateurs pour la surveillance d'un système physique. Contrairement à la commande, où les observateurs sont utilisés uniquement pour estimer le vecteur d'état (ou une partie du vecteur d'état), les observateurs utilisés pour la surveillance estiment les sorties (ou une fonction des sorties) du système et les variables d'état.

Les observateurs d'état permettent l'estimation de la sortie d'un système à partir des

connaissances de la commande ou parfois une partie de la commande et des mesures de sortie ou une partie de ces mesures. Cette estimation est comparée à la valeur mesurée de la sortie dans le but de générer des résidus. Ces résidus doivent servir d'indicateurs fiables du comportement du processus. Ils sont donc nuls en l'absence de défauts et dépendants des défauts en leur présence. Suivant les éléments à contrôler, les méthodes de détection sont classées en trois catégories :

- détection de défauts capteurs,
- détection de défauts d'actionneurs,
- détection de défauts de système.

### 2.5.1 Génération de résidus

L'objectif de cette section est de mettre en oeuvre une technique de diagnostic de défauts capteurs et actionneurs en utilisant des observateurs. Le modèle fonctionne en parallèle avec le moteur. La structure du observateur est choisie en fonction de la nature de défaut à détecter (capteur ou actionneur). Le vecteur de résidus r(t) est calculé par la différence entre le vecteur de sortie du moteur y(t) et le vecteur de sortie du observateur  $\hat{y}(t)$  voir la figure (2.4).

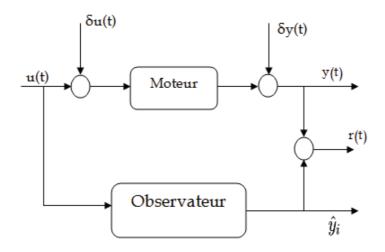


FIGURE 2.4 – Génération de résidus

## 2.5.2 Détection par observateur unique

La détection consiste à estimer complètement le vecteur de sortie y(t) à l'aide d'un seul observateur piloté par une seule mesure, voir figure (2.5).

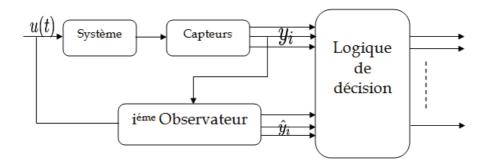


FIGURE 2.5 – Détection par observateur unique

## 2.5.3 Détection par un banc d'observateurs

Cette fois, on suppose que le vecteur d'état est complètement observable et on reconstruit autant de sorties qu'il y a de mesures. Le nombre d'observateurs est donc égal au nombre de sorties mesurées, voir figure (2.6)

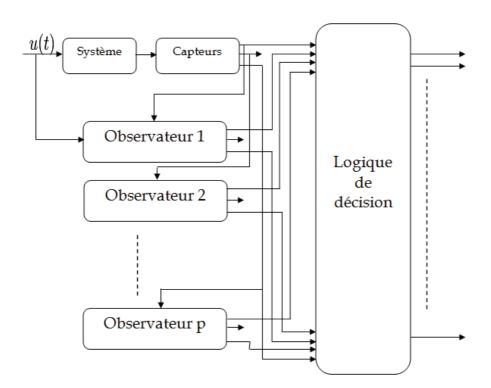


Figure 2.6 – Détection par un banc d'observateurs

Le nombre d'observateurs utilisés est égal au nombre de combinaisons possibles de mesures. Chaque observateur d'état peut être piloté par différentes sorties, ce qui augmente le nombre de degrés de liberté de la détection de défauts.

**Exemple** Dans un souci de clarté, nous proposons un exemple ayant deux sorties  $y_1$  et  $y_2$ , le nombre de combinaisons égal à  $2^2 - 1 = 3$ .

## 2.6 Conclusion

Dans cette section, nous avons montré l'utilisation du mode glissant dans la conception des observateurs pour une classe de systèmes linéaires incertains. Nous avons considéré la conception selon Walcott et Zak. L'inconvénient de cette méthode réside dans le calcul de la variable glissante, car dans le cas où la matrice F est orthogonale au vecteur Ce(t), la convergence de l'observateur n'est pas garantie. Pour remédier à ce problème, Edwards et Spurgeon ont élaboré un observateur, en utilisant la forme canonique du système, basé sur la structure de l'observateur de Walcott et Zak où le calcul de la variable glissante dépend de l'existence de quelques matrices appropriées et de l'erreur de sortie afin de résoudre cette difficulté. Enfin, nous avons montré que le problème de la convergence d'un observateur à mode glissant peut se traduire par un problème de type LMI.

# 

## Conception d'Observateurs pour les systèmes non-linéaires

Sommair	$\mathbf{e}$							
3.1	Introduction							
3.2	Overview de la diagnostic des défauts							
3.3	A pı	copos de l'approche multi-modèle	38					
3.4	$\mathbf{Stru}$	cture du modèle	39					
3.5	Obtention d'une structure multi-modèle 40							
	3.5.1	Recherche des modèles locaux par linéarisation	41					
	3.5.2	Optimisation paramétrique	42					
	3.5.3	Exemple d'illustration	42					
3.6	Multi-observateur à mode glissant 45							
	3.6.1	Estimation des entrées inconnues	48					
3.7	Génération des résidus							
3.8	Diag	gnostic à base de multi-observateur	50					
	3.8.1	Exemple de simulation	50					
	3.8.2	Diagnostic des défauts de capteurs	53					
	3.8.3	Conclusion	55					

## 3.1 Introduction

La modélisation représente l'indispensable étape préliminaire à la conduite de processus industriels. Cette étape fondamentale est nécessaire que ce soit pour l'élaboration d'une loi de commande ou bien pour le développement d'une procédure de diagnostic. La modélisation d'un processus vise à établir les relations qui lient les variables caractéristiques de ce processus entre elles et à représenter d'une manière rigoureuse le comportement de ce processus dans un domaine de fonctionnement donné [18].

En fonction des connaissances a priori sur le processus à étudier, on peut envisager différents types de modèles en vue de représenter son comportement. Dans ce rapport, on se limitera à l'étude de la modélisation par l'approche multi-modèle.

La motivation de cette approche découle du fait qu'il est souvent difficile de concevoir un modèle qui tient compte de toute la complexité du système étudié. Au départ, certains auteurs ont essayé de représenter des systèmes non linéaires avec des modèles linéaires par morceaux construits à partir d'un arbre de décision. Il en résulte une approximation discontinue du système due aux commutations entre les différents modèles linéaires. Malheureusement ces discontinuités peuvent être indésirables dans la majorité des applications industrielles. Pour remédier à ce problème, il est préférable d'assurer un passage progressif d'un modèle à un autre. On substitue aux fonctions de commutation à front raide des fonctions à pente douce, ce qui crée un chevauchement entre les zones de validité des modèles. Dans ce cas, les fonctions de commutation deviennent des fonctions à dérivées continues dont la pente détermine la vitesse de passage d'un modèle à un autre [20] [29].

En 1985, Takagi et Sugeno ont proposé un modèle flou d'un système constitué d'un ensemble de règles "si prémisse alors conséquence", telle que la conséquence d'une règle est un modèle affine. Le modèle global s'obtient par l'agrégation des modèles locaux. Quelques années après, Jacob et al [Jaco 91] ont présenté l'approche multi-experts qui est la combinaison de différents experts par l'entremise de fonctions d'activation, tel qu'un expert est un modèle décrivant le comportement local d'un système. L'ensemble de toutes ces techniques conduit à un modèle global d'un système qui est une combinaison de modèles localement valables.

L'identification d'une structure multi-modèle concerne la recherche d'une structure optimale et l'estimation des paramètres. Dans ce chapitre, on s'intéressera au choix de la structure du multi-modèle et à l'optimisation paramétrique qui consiste à estimer les paramètres des fonctions d'activation et ceux des modèles locaux. Les raisons qui nous ont conduit à choisir comme méthode de modélisation l'approche multi-modèle sont multiples; la structure multi-modèle permet de simplifier et d'étudier aisément : - la stabilité d'un système non linéaire, grâce à l'outil numérique LMI qui permet de trouver des solutions aux équations de Lyapuony. - la synthèse des correcteurs (constitué par exemple d'un retour d'état pour chaque modèle local) et la synthèse des multi-observateurs [19].

## 3.2 Overview de la diagnostic des défauts

Différentes approches ont été proposées pour la détection et le diagnostic des défauts à base de modèles. Ces dernières peuvent être scindées en deux catégories principales : la première est basée sur l'estimation d'état et contenant les filtres de détection, l'espace de parité et les méthodes à base d'observateurs. La deuxième catégorie est l'estimation paramétrique. En général, la procédure de détection et de diagnostic des défauts est composée de deux phases :

- génération des résidus
- diagnostic des défauts

La première phase utilise des signaux d'entrée/sortie et certaines relations mathématiques du processus afin de dériver un ensemble de résidus, de caractéristiques ou encore des symptômes sur lesquels reposent la détection et le diagnostic des défauts. Dans la phase de diagnostic des défauts, la tâche consiste à connaître le type du défaut et s'il est possible son amplitude et le temps de son apparition. D'habitude, la tâche la plus importante concerne la génération des résidus qui sont insensibles aux perturbations et des erreurs de modélisation. Pour atteindre ces objectifs, les observateurs sont couramment utilisés.

## 3.3 A propos de l'approche multi-modèle

Le principe de l'approche multi-modèle repose sur la réduction de la complexité du système par le fractionnement de son espace de fonctionnement en un nombre fini de zones de fonctionnement (voir figure 3.1). Un sous-modèle de structure simple et souvent

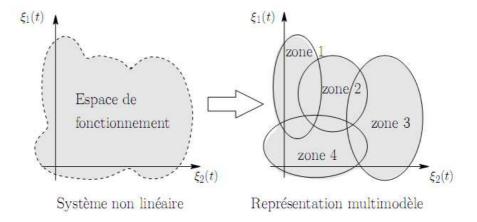


FIGURE 3.1 – Approche multi-modèle

linéaire peut alors servir à la description du comportement dynamique du système dans chaque zone. Le comportement global du système est ensuite représenté en considérant judicieusement la contribution relative de chaque sous-modèle au moyen d'une fonction de pondération associée à chaque zone de fonctionnement. Un multi-modèle peut être alors considéré comme un ensemble de sous-modèles agrégés au moyen d'un mécanisme d'interpolation [29]. Dans ce contexte de modélisation, deux grandes familles de multi-modèles

sont recensées selon que les sous-modèles sont homogènes, c'st-'a-dire qu'ils partagent le même espace d'etat (multi-modèle de Takagi-Sugeno) ou hétérogènes, lorsque leur structure et leur espace d'etat différent (multi-modèle découplé). Ces deux structures font appel à des mécanismes différents d'agrégation des sous-modèles. Elles sont présentées dans les deux sections suivantes.

## 3.4 Structure du modèle

Considérons le système non linéaire de la forme

$$\dot{x} = F(x, u) 
y = G(x)$$
(3.1)

où le vecteur d'état  $x \in \mathcal{R}^n$ , le vecteur de commande  $u \in \mathcal{R}^m$ , le vecteur de sortie  $y \in \mathcal{R}^p$ , les fonctions h et g sont les fonctions d'état et de mesure. Dans ce qui suit, nous supposons que (3.1) peut être représentée ou approximée par un modèle flou de Takagi-Sugeno (TS). Le système TS est formé d'une base de règles dont la ième règle est de la forme :

Règle i : SI  $z_1$  et  $A_1^i$  et . . . et  $z_r$  et  $A_r^i$ 

$$ALORS \begin{cases} \dot{x} = A_i x + B_i u + D_i \\ y = C_i x + N_i \end{cases}$$
 (3.2)

où les variables des prémises  $z \in \mathcal{R}^r$  est un sous ensemble de x, u et y.  $A^i_j$  est un sous ensemble flou dont la fonction d'appartenance est  $\mu_{A^i_j}: R \to [0,1]$ . La fonction  $\mu_{A^i_j}(z_j)$  dénote la jème fonction d'appartenance de la ième règle appliquable à la jème variable de prémise. Le produit cartésien  $\mu_{A^i_1}(z_1) \times \dots \mu_{A^i_r}(z_r)$  définit une région floue dans  $\mathcal{R}^r$ . Les matrices  $A_i$  et  $B_i$  peuvent être obtenues par une linéarisation autour d'un point de fonctionnement  $(x_i, u_i)$  qui correspond à  $z_i = [z_{i0}, z_{i1}, \cdots, z_{ir}]^T$  dans la région floue décrite par la règle i

$$A_i = \frac{\partial F}{\partial x}\Big|_{(x_i, u_i)}, B_i = \frac{\partial F}{\partial u}\Big|_{(x_i, u_i)}, C_i = \frac{\partial G}{\partial x}\Big|_{(x_i)}$$
 (3.3)

Notons que  $(x_i, u_i)$  n'est pas forcément un point d'équilibre, ce qui signifie que des constantes doivent être obtenues pour chaque sous système i

$$D_i = F(x_i, u_i) - A_i x_i - B_i u_i$$
  
$$N_i = G(x_i) - C_i x_i$$

Le système global de TS décrit par l'équation (3.2) s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^{M} w_i(z) (A_i x + B_i u + D_i) + f(t, u, y) \\ y = \sum_{i=1}^{M} w_i(z) (C_i x + N_i) \end{cases}$$
(3.4)

où M est le nombre de règles ou encore de modèles locaux et

$$w_{i}(z) = \frac{\mu^{i}(z)}{\sum_{k=1}^{M} \mu^{k}(z)} \quad \mu^{i}(z) = \prod_{j=1}^{r} \mu_{j}^{i}(z_{j})$$

avec  $\sum_{i=1}^{M} w_i(z) = 1$  et le terme f(t, u, y) qui encapsule des incertitudes et des non linéarités est supposé inconnu mais borné. Par ailleurs, nous considérons le cas y = Cx qui est vrai pour de nombreux systèmes techniques.

## 3.5 Obtention d'une structure multi-modèle

Les multi-modèles représentent les systèmes non linéaires sous forme d'une interpolation entre des modèles linéaires locaux. Chaque modèle local est un système dynamique LTI valide autour d'un point de fonctionnement. Selon l'information dont on dispose, trois méthodes distinctes peuvent être utilisées pour l'obtention d'un multi-modèle. Si l'on ne dispose que des mesures des entrées et sorties du système, on procède par identification en cherchant ou en imposant la structure du multi-modèle. Si, en revanche, on dispose d'un modèle non linéaire explicite que l'on souhaite "simplifier" ou rendre plus manipulable on pourra procéder par linéarisation autour de différents points de fonctionnement (dans ce cas, il s'agit de modèles locaux affines dû à la présence de la constante provenant de la linéarisation) ou par transformation polytopique convexe.

Illustrons la seconde approche en considérant un système statique non linéaire (3.1, pour lequel nous cherchons à déterminer une représentation multi-modèle permettant de décrire le comportement de ce système.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(x(t), u(t)) \\ y(t) = G(x(t), u(t)) \end{cases}$$
(3.5)

Supposons qu'on dispose d'un ensemble de M modèles locaux  $f_i(x(t))$  descriptifs du comportement du système dans différentes zones de fonctionnement. Ces modèles peuvent être construits par exemple à partir de connaissances physiques sur le fonctionnement du système dans ces zones. La validité locale de chaque modèle f est indiquée par une fonction de validité  $\omega_i(x(t))$  pour  $i \in 1, ..., M$ . Le modèle global s'obtient de la manière suivante :

$$y_m(t) = \frac{\sum_{i=1}^{M} \omega_i(x(t)) f_i(x(t))}{\sum_{j=1}^{M} \omega_i(x(t))}$$
(3.6)

posons:

$$\mu_i(x(t)) = \frac{\omega_i(x(t))}{\sum_{i=1}^{M} \omega_i(x(t))}$$
(3.7)

En combinant les équations (3.2) et (3.3), on obtient l'expression générale d'une structure multi-modèle :

$$y_m(t) = \sum_{i=1}^{M} \mu_i(x(t)) f_i(x(t))$$
(3.8)

a fonction d'activation  $\mu_i(x(t))$  détermine le degré d'activation du  $i^{me}$  modèle local associé. Selon la zone où évolue le système, cette fonction indique la contribution plus ou moins importante du modèle local correspondant dans le modèle global (multi-modèle). Elle assure un passage progressif de ce modèle aux modèles locaux voisins. Ces fonctions sont généralement de forme triangulaire, sigmoïdale ou Gaussienne, et doivent satisfaire les propriétés suivantes (convexité) :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{M} \mu_i(x(t)) = 1\\ 0 \le \mu_i(x(t)) \le 1 \end{cases}$$
 (3.9)

## 3.5.1 Recherche des modèles locaux par linéarisation

Dans ce cas, on dispose de la forme analytique du modèle non linéaire du processus physique qu'on linéarise autour de différents points de fonctionnement judicieusement Considérons le système non linéaire (3.5). où  $(F,G) \in \mathbb{R}^{2n}$  sont des fonctions non linéaires continues,  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état et  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur d'entrée. Par la suite, nous représenterons le système non linéaire (3.6) tel que chaque modèle local est obtenu en linéarisant le système non linéaire autour d'un point de fonctionnement arbitraire  $(x, u) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$ .

Dans ce cas, on considère le choix suggéré par Johansen et Foss, c'est-à-dire qu'on définit les modèles locaux comme le premier terme du développement en série de Taylor du système (3.6). D'un point de vue mathématique, ceci correspond à approcher une fonction non linéaire par son plan tangent au point  $(x_i, u_i)$ . On suppose que les différents modèles locaux sont issus d'une linéarisation autour de M points de fonctionnement  $(x_i, u_i)$   $i \in 1, ..., M$ . La formulation multi-modèle est la suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_m(t) = \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi(t))(A_i x_m(t) + B_i u(t) + D_i) \\ y_m(t) = \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi(t))(C_i x_m(t) + E_i u(t) + N_i) \end{cases}$$
(3.10)

avec

$$A_{i} = \frac{\partial F(x,u)}{\partial x}|_{x_{i},=u_{i}} A_{i} = \frac{\partial F(x,u)}{\partial x}|_{x_{i},u_{i}} D_{i} = F(xi,ui) - A_{i}x_{i} - B_{i}u_{i}$$

$$A_{i} = \frac{\partial G(x,u)}{\partial x}|_{x_{i},u_{i}} A_{i} = \frac{\partial G(x,u)}{\partial x}|_{x_{i},u_{i}} N_{i} = G(xi,ui) - C_{i}x_{i} - E_{i}u_{i}$$

Notons que dans ce cas, le nombre de modèles locaux (M) dépend de la précision de modélisation souhaitée, de la complexité du système non linéaire et du choix de la structure des fonctions d'activation.

## 3.5.2 Optimisation paramétrique

Lorsque le modèle du système est non linéaire par rapport aux paramètres, il n'existe pas de solution analytique afin d'estimer ces paramètres. On recourt à des techniques itératives d'optimisation non linéaire. Dans cette section, on s'intéresse à l'optimisation paramétrique d'une structure mult-imodèle. Plusieurs méthodes d'optimisation peuvent être utilisées, selon les information disponibles a priori. Si la connaissance a priori sur les paramètres des fonctions d'activation et ceux des modèles locaux ne sont pas disponibles. Alors, ces paramètres doivent être optimisés au moyen d'une procédure itérative en raison des non-linéarités du modèle global(multi-modèle) par rapport à ses paramètres. Les méthodes d'identification de l'ensemble de tous les paramètres sont généralement basées sur la minimisation d'une fonctionnelle de l'écart entre la sortie estimée du multi-modèle  $y_m(t)$  et la sortie mesurée du système y(t). Le critère le plus utilisé est le critère qui représente l'écart quadratique entre les deux sorties indiquées.

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{N} \varepsilon(t, \theta)^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} (y_m(t), y(t))^2$$
 (3.11)

où N est l'horizon d'observation et  $\theta$  est le vecteur de paramètres des modèles locaux et ceux des fonctions d'activation.

Les méthodes de minimisation du critère  $J(\theta)$  s'appuient, le plus souvent, sur un développement limitée du critère  $J(\theta)$  autour d'une valeur particulière du vecteur de paramètres  $\theta$  et d'une procédure itérative de modification progressive de la solution. Si l'on note k l'indice d'itération de la méthode de recherche et  $\theta(k)$  la valeur de la solution à l'itération k, la mise à jour de l'estimation s'effectue de la manière suivante :

$$\theta(k+1) = \theta(k) - \eta D(k) \tag{3.12}$$

où  $\eta$  représente un facteur d'ajustement permettant de régler la vitesse de convergence vers la solution. D(k) est la direction de recherche dans l'espace paramétrique. Selon la façon dont D(k) est calculée, on distingue différentes méthodes d'optimisation dont les principales sont rappelées ci-dessus.

## 3.5.3 Exemple d'illustration

Soit à approcher un système dynamique non linéaire modélisé par les équations d'état suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -u(t)x_1(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) = -x_2(t)x_1(t) + u(t) \end{cases}$$
(3.13)

Cet exemple illustre la mise en oeuvre de l'approximation d'un modèle non linéaire par plusieurs modèles locaux interpolés par des fonctions d'activation.

Pour cela, nous considérons un multi-modèle composé de trois modèles locaux couplés et de trois fonctions d'activation de forme triangulaire.

$$\dot{x}_m(t) = \sum_{i=1}^3 \mu_i(\xi(t))(A_i x_m(t) + B_i u(t) + D_i)$$
(3.14)

avec :  $x_m(t) = \begin{bmatrix} x_{m1}(t) \\ x_{m2}(t) \end{bmatrix}$  Les points de fonctionnement  $P_i$  initiaux sont choisis nuls, c'est-à-dire :

 $P_i = (x_{1i}, x_{2i}, u) = (0, 0, 0)$ , pour  $i \in 1, ..., 3$  Le critère d'optimisation utilisé est défini

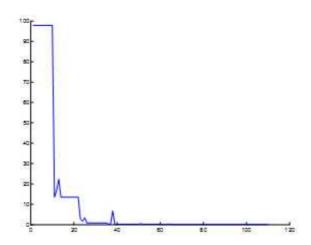


FIGURE 3.2 – Evolution du critère d'optimisation

par l'équation 3.13. La figure 3.2 montre la convergence du critère vers un minimum. Cette convergence est rapide, cela est dû au nombre réduit de modèles locaux ainsi que la dimension du modèle non linéaire. La mise à jour des paramètres a été effectuée par l'algorithme de Gauss-Newton en utilisant l'outil numérique "Matlab".

Les trois points de fonctionnement obtenus après optimisation sont :  $P_1 = (0.99 \ 0.98 \ 0.15), P_2 = (1.00 \ 0.57 \ 0.50)$  et  $P_3 = (0.99 \ 1.39 \ 0.97)$ 

Les matrices du multi-modèle (3.14) sont alors :

$$A_{1} = \begin{bmatrix} -0.19 & 0 \\ -0.98 & -0.99 \end{bmatrix}, \quad A_{2} = \begin{bmatrix} -0.58 & 0 \\ -0.43 & -0.99 \end{bmatrix}, \quad A_{3} = \begin{bmatrix} -0.97 & 0 \\ -1.39 & -0.99 \end{bmatrix}$$
$$B_{1} = \begin{bmatrix} 0.0029 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad B_{2} = \begin{bmatrix} 0.0055 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad B_{3} = \begin{bmatrix} 0.0016 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0.19 \\ 0.98 \end{bmatrix}, \quad D_2 = \begin{bmatrix} 0.58 \\ 0.43 \end{bmatrix}, \quad D_3 = \begin{bmatrix} 0.96 \\ 1.39 \end{bmatrix}$$

La figure 3.3 montre l'évolution de l'entrée appliquée et les trois fonctions d'activation. Le figure 3.4 illustré l'approximation des variables d'état du modèle non linéaire 3.13 par le multi-modèle décrit par l'équation (3.14).

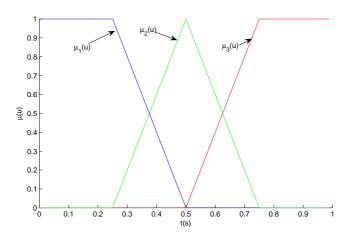


FIGURE 3.3 – les fonctions d'activation

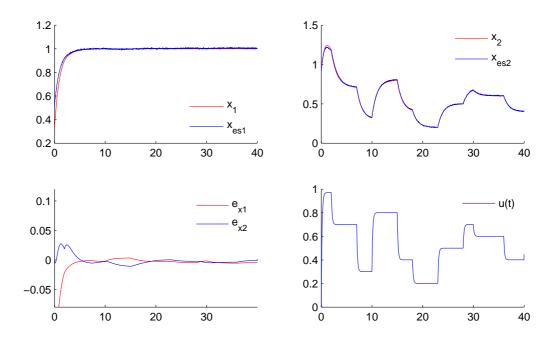


FIGURE 3.4 – États du modèle non linéaire et ceux du multi-modèle

Cette première partie du chapitre 3 a été consacrée à la présentation de l'approche multi-modèle. Nous avons montré, à travers un exemple académique, la qualité de l'approximation d'un système dynamique non linéaire par un multi-modèle. Différentes structures de modèles locaux sont possibles : couplés (le plus couramment utilisé), découplés et hiérarchisés. Leur utilisation dépend de la nature et du cahier des charges de modélisation du phénomène.

## 3.6 Multi-observateur à mode glissant

Les observateurs à mode glissant sont connus pour leur robustesse et insensibilité par rapport à différents types d'inceritude. Ces observateurs sont plus robustes que les observateurs de Luenberger parce que le terme discontinu leur permet de rejeter non seulement les perturbations mais aussi des erreurs de modélisation et des incertitudes. Le terme discontinu est conçu de telle sorte que l'erreur de l'estimation d'état reste sur une surface de l'espace de l'erreur. Le mouvement induit est référé par mode glissant. En général, la surface glissante est définie comme étant la différence entre les sorties de l'observateur et celles du système, qui est forcée à zéro. Plusieurs auteurs ont proposé des méthodes de synthèse d'observateurs à mode glissant. La méthoide de Walcott et Zak nécessite un kit de manipulation symbolique pour résoudre le problème de synthèse. Edwards et Spurgeon ont proposé une forme canonique pour la synthèse de l'observateur à mode glissant et ont donné un algorithme numérique pour calculer les matrices de gain ainsi que la matrice de transformation afin d'obtenir la forme canonique. L'idée principale est d'étendre les observateurs traditionnels à mode glissant aux systèmes dynamiques décrits par des multi-modèles. Dans ce contexte, la synthèse des observateurs flous de Luenberger a été proposée dans un premier temps dans, et qui ont été adaptés à la détection à l'isolation des défauts dans les systèmes dynamiques non linéaires.

Soit l'approximation floue d'un système non linéaire :

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^{M} w_i(z) \left( A_i x + B_i u + R_i \bar{u} + D_i \right) \\ y = C x \end{cases}$$
(3.15)

de telle sorte que 
$$\begin{cases} \sum_{i=1}^M w_i(\xi) = 1\\ 0 \leq w_i(z) \leq 1 \quad \forall \ i=\{1,...,M\} \end{cases}$$

où le vecteur d'état  $x(t) \in \Re^n$ , le vecteur d'entrée  $u(t) \in \Re^m$ ,  $\bar{u}(t) \in \Re^q$ , q < n, est le vecteur des entrées inconnues,  $y(t) \in \Re^p$  est le vecteur des sorties mesurées. Pour le ième modèle local  $A_i \in \Re^{n \times n}$  est la matrice d'état,  $B_i \in \Re^{n \times m}$  est la matrice d'entrée,  $R_i \in \Re^{n \times q}$  est la matrice de l'influence des entrées inconnues et  $a_i \in \Re^{n \times 1}$  est le vecteur d'offset qui dépend du point de linéarisation.  $C \in \Re^{p \times n}$  est la matrice de sortie. Enfin, z représente le vecteur des variables de décision qui définissent les régions de validité des modèles locaux.

Le problème considéré ici consiste d'une part, en la reconstruction des variables d'état

en utilisant l'information contenue dans les signaux d'entrée/sortie, et d'autre part, en la reconstuction des défauts dans le cas d'observateurs à mode glissant. L'observateur proposé pour le multi-modèles (3.15) est une combinaison d'observateurs locaux, chacun d'entre eux possédant la structure proposée par Walcott et Zak. Dans ce contexte, nous considérons que les entrées  $\bar{u}(t)$  sont bornées, de telle sorte que  $\|\bar{u}(t)\| \leq \eta$ , où  $\eta$  est un scalaire et  $\|\cdot\|$  représente la norme Euclidienne. On suppose l'existence des matrices  $G_i \in \Re^{n \times p}$ , telle que  $\bar{A}_i = A_i - G_i C$  a des valeurs propres stables et qu'il existe des paires de matrices de Lyapunov  $(P, Q_i)$  et d'autres matrices  $F_i \in \Re^{q \times p}$  respectant les contraintes structurelles suivantes :

$$\begin{cases}
\bar{A}_i P + P \bar{A}_i = -Q_i \\
C^T F_i^T = P R_i, \quad \forall i \in \{1, \dots, M\}
\end{cases}$$
(3.16)

L'observateur proposé est de la forme :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = \sum_{i=1}^{M} w_i(z) \left( A_i \hat{x} + B_i u + D_i + G_i e_y + R_i \nu_i \right) \\ y = C \hat{x} \end{cases}$$
 (3.17)

où  $e_y$  est l'erreur de sortie définie par

$$e_y = y - \hat{y} \tag{3.18}$$

De même l'erreur de l'estimation de l'état e est définie par :

$$e = x - \hat{x} \tag{3.19}$$

Les matrices  $G_i$  et les variables de contrôle  $\nu_i \in \Re^q$  doivent être déterminées afin de guarantir la convergence asypmtotique de  $\hat{x}$  verstowards x. Le terme  $\nu_i$  compense les erreurs dûes aux entrées inconnues. La dynamique de l'erreur de l'estimation est donnée par :

$$\dot{e} = \sum_{i=1}^{M} w_i(z) \left( (A_i - G_i C) e + R_i \bar{u} - R_i \nu_i \right)$$
(3.20)

**Théorème 1 :** L'erreur de l'estimation d'état entre le multi-modèle (3.15) et l'observateur flou (3.17) converge à zéro, seulement si  $\nu_i$  est donné par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \text{Si } e_y \neq 0, & \text{Alors } \nu_i = \eta \frac{F_i e_y}{\|F_i e_y\|} \\ \text{Si } e_y = 0, & \text{Alors } \nu_i = 0 \end{cases}$$
 (3.21)

et qu'il existe une matrice symétrique définie positive de Lyapunov P vérifiant les inégalités suivantes :

$$(A_i - G_i C)^T P + P(A_i - G_i C) < 0,$$
  

$$i = \{1, ..., M\}.$$
(3.22)

**Proof** : Afin d'assurer la convergence asymptotique de ce multi-observateur, nous considérons la fonction de Lyapunov :

$$V(e) = e^T P e (3.23)$$

Ces dérivées par rapport au temps évaluées sur la trajectoire du système en utilisant les équations (3.19) et (3.20) doivent être exprimées comme suit :

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^{M} w_i(z) \left( e^T \left( \bar{A}_i^T P + P \bar{A}_i \right) e + 2e^T P R_i \bar{u} - 2e^T P R_i \nu_i \right)$$
(3.24)

où  $\bar{A}_i = A_i - G_i C$ . En utilisant la seconde partie de la contrainte (3.16), les dérivées de la fonction de Lyapunov deviennent :

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^{M} w_{i}(z) \left( e^{T} \left( \bar{A}_{i}^{T} P + P \bar{A}_{i} \right) e + 2 e^{T} C^{T} F_{i}^{T} \bar{u} - 2 e^{T} C^{T} F_{i}^{T} \nu_{i} \right)$$

$$= \sum_{i=1}^{M} w_{i}(z) \left( e^{T} \left( \bar{A}_{i}^{T} P + P \bar{A}_{i} \right) e + 2 e_{y}^{T} F_{i}^{T} \bar{u} - 2 e_{y}^{T} F_{i}^{T} \nu_{i} \right)$$

$$\leq \sum_{i=1}^{M} w_{i}(z) \left( e^{T} \left( \bar{A}_{i}^{T} P + P \bar{A}_{i} \right) e + 2 \eta \|F_{i} e_{y}\| - 2 e_{y}^{T} F_{i}^{T} \nu_{i} \right)$$

avec l'utilisation de la relation (3.21), les dérivées de la fonction de Lyapunov deviennent :

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^{M} w_i(z) \left( e^T (\bar{A}_i^T P + P \bar{A}_i) e + 2\eta \|F_i e_y\| - 2\eta e_y^T F_i^T \frac{F_i e_y}{\|F_i e_y\|} \right)$$

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^{M} w_i(z) \left( e^T \left( \bar{A}_i^T P + P \bar{A}_i \right) e \right) \tag{3.25}$$

Donc, l'erreur de l'estimation de l'état du modèle flou (3.17) converge vers zéro si la relation (3.22) est vérifiée.

## 3.6.1 Estimation des entrées inconnues

De nombreux travaux concernant l'estimation des entrées inconnues ont été réalisés dans le contexte des systèmes dynamiques linéaires. La méthode développée dans cet article est basée sur la connaissance des matrices  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $D_i$ ,  $R_i$  et de la matrice de sortie C du modèle flou (3.15). Ensuite, il est possible de supposer l'existence d'un système flou fictif donné par :

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = \sum_{i=1}^{M} w_i(z) \left( A_i \bar{x} + B_i u + N_i \right) \\ \bar{y} = C \bar{x} \end{cases}$$
(3.26)

Comme mentionée précédemment, la convergence de l'observateur flou correspondant est guarantie si la condition (3.22) et la contrainte (3.16) sont vérifiées. Dans le régime statique, l'erreur de l'estimation d'état converge vers zéros, alors  $x(t) = \hat{x}(t)$ . En remplaçant  $\hat{x}(t)$  dans l'équation (3.15) nous obtenons :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = \sum_{i=1}^{M} w_i(z) \left( A_i \hat{x} + B_i u + R_i \hat{\bar{u}} + N_i \right) \\ y = C \hat{x} \end{cases}$$
(3.27)

où  $\hat{u}(t)$  représente le vecteur des entrées inconnues à estimer. Afin d'atteindre cet objectif, nous définissons l'erreur d'estimation d'état fictive  $\varepsilon(t)$  entre le système (3.26) et le système fictif(3.27), donnée comme suit :

$$\varepsilon = \hat{x} - \bar{x} \tag{3.28}$$

La dynamique de cette erreur d'estimation d'état fictive est donnée par l'équation suivante :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\hat{x}} - \dot{\bar{x}} = \sum_{i=1}^{M} w_i(z) \left( A_i \varepsilon + R_i \hat{\bar{u}} \right)$$
 (3.29)

Ainsi, sous réserve de l'existence de la pseudo-inverse de la matrice de transmission des entrées inconnues  $\hat{u}(t)$  permet le calcul de  $\hat{u}$ 

$$\hat{\bar{u}} = R\left(\dot{\varepsilon} - \sum_{i=1}^{M} w_i(z) A_i \varepsilon\right)$$
(3.30)

où  $R = \left(\sum_{i=1}^{M} w_i(z) R_i\right)^{\perp}$ , et  $\perp$  désigne la pseudo-inverse d'une matrice.

## 3.7 Génération des résidus

Afin d'isoler un défaut de l'un des capteurs de sortie, sous l'hypothèse que les entrées sont normales, un banc d'observateurs flous de Luenberger [19] est utilisés. Leur nombre est égal à p (le nombre des sorties) et chaque estimateur utilise toutes les sorties sauf une. Dans ce cas, un défaut dans la ième sortie affecte (p-1) résidus de tous les observateurs utilisant la ième sortie. La Table (3.1) montre la "signature des défauts" dans le cas d'un seul défaut dans chacun des capteurs de sortie. Les résidus affectés par des défauts sont marqués par "1" dans la cellule correspondante de la table, mais la valeur "0" signifie que le défaut d'entrée ou de sortie n'affecte pas le résidu correspondant.

En revanche pour isoler un défaut sur l'entrée capteurs d'entrée ou encore d'actionneurs, sous l'hypothèse que les capteurs de sortie ne sont pas en défaut, un banc d'observateurs flous à mode glissant est utilisé. Le nombre de ces observateurs est égal à m, le nombre d'entrée.

$r_i$	$u_1$	$u_2$		$u_m$	$y_1$	$y_2$		$y_p$
$r_{O_1}$	1	1		1	0	1		1
$r_{O_2}$	1	1		1	1	0		1
÷	÷	:	:	:	:	:	:	:
$r_{O_p}$	1	1		1	1	1		0
$r_{UIO_1}$	0	1		1	1	1		1
$r_{UIO_2}$	1	0		1	1	1		1
:	:	:	:	:	:	:	:	:
$r_{UIO_m}$	1	1		0	1	1		1

Table 3.1 – Signatures des défauts de capteurs

## 3.8 Diagnostic à base de multi-observateur

Cette section présente une méthodologie de détection et de localisation des défauts affectant les capteurs et les actionneurs d'un système non linéaire représenté par un multi-modèle à variables de décision dépendant de l'état du système. La méthodologie est présentée à partir de l'exemple de simulation précédent. Les fonctions d'activation définies par :

$$\begin{cases} \mu_1(x) = \frac{1 - \tanh((x_1 - 44)/11)}{2} \\ \mu_2(x) = 1 - \mu_1(x) \end{cases}$$
 (3.31)

dépendent de la première composante du vecteur d'état. Le bruit de mesure  $\omega(t)$  est un bruit blanc centré et d'amplitude maximale 0.5.

## 3.8.1 Exemple de simulation

Le système non linéaire choisi est représenté à la figure 3.5. Il est issu d'un benchmark classique et schématise un processus hydraulique composé de trois réservoirs. Ces trois réservoirs  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$  de sections identiques  $\mathbf{A}$  sont reliés entre eux par des conduites cylindriques de sections identiques Sn. La valve de sortie située à l'extrémité du réservoir  $T_2$ , assure l'écoulement des pompes 1 et 2 de débits respectifs  $Q_1(t)$  et  $Q_2(t)$ . Les trois

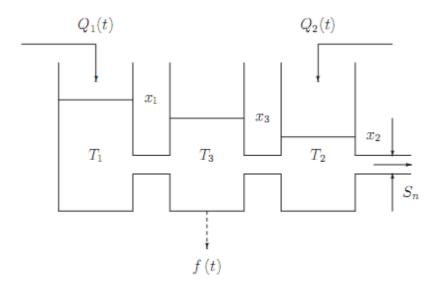


FIGURE 3.5 – Système à trois cuves

niveaux  $x_1$ ,  $x_2$  et  $x_3$  sont régis pour  $x_1 > x_3 > x_2$  (sens de l'écoulement imposé), par l'équation (3.32). A partir des lois fondamentales de conservation de la matière, on peut expliciter le fonctionnement de chaque réservoir et on obtient alors un modèle non linéaire traduit par les équations d'état suivantes :

$$\begin{cases}
\mathbf{A} \frac{dx_1(t)}{dt} = Q_1(t) - \alpha_1 S_n(2g(x_1(t) - x_3(t)))^{\frac{1}{2}} + \beta_1 f(t)) \\
\mathbf{A} \frac{dx_2(t)}{dt} = Q_2(t) - \alpha_3 S_n(2g(x_3(t) - x_2(t)))^{\frac{1}{2}} - \alpha_2 S_n(2g(x_2(t)))^{\frac{1}{2}} + \beta_2 f(t)) \\
\mathbf{A} \frac{dx_3(t)}{dt} = \alpha_1 S_n(2g(x_1(t) - x_3(t)))^{\frac{1}{2}} - \alpha_3 S_n(2g(x_3(t) - x_2(t)))^{\frac{1}{2}} + \beta_3 f(t))
\end{cases}$$
(3.32)

 $\alpha_1, \alpha_2$  et  $\alpha_3$  sont des constantes, f(t) désigne l'écoulement supplémentaire dans les réservoirs provoqués par des fuites (considérés comme une entrée inconnue), g est la constante de gravitation. Les valeurs numériques des constantes sont les suivantes :

$$A = 0.0154, \alpha_1 = 0.78, \alpha_2 = 0.78, \alpha_3 = 0.75, q = 9.8 \text{ et } S_n = 5 \times 10^5$$

Le système non linéaire (3.32) est modélisé sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{2} \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t) + R_i \bar{u}(t) + D_i) \\ y(t) = C x(t) \end{cases}$$
(3.33)

Les matrices  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $R_i$ , C et  $D_i$  sont calculées en linéarisant le système initial (3.32) autour de deux points choisis dans le domaine de fonctionnement (voir les points ci-dessous). Le nombre de modèles locaux, égal à 2, a été choisi de façon heuristique, cette valeur garantissant, dans le domaine de fonctionnement choisi, une bonne approximation de l'état du système réel par celui du multi-modèle. Les valeurs numériques de toutes les matrices sont :

$$A_1 = 10^{-3} \begin{bmatrix} 18.5 & 0 & 18.5 \\ 0 & -20.9 & 15.0 \\ 18.5 & 15.0 & -33.5 \end{bmatrix}, \quad A_2 = 10^{-3} \begin{bmatrix} -22.1 & 0 & 22.1 \\ 0 & -23.3 & 17.6 \\ 22.1 & 17.6 & -39.7 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = B_2 = \frac{1}{154} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_1 = \begin{bmatrix} -0.225 \\ -0.089 \\ 0.005 \end{bmatrix}, \quad D_2 = \begin{bmatrix} -0.182 \\ -0.141 \\ 0.003 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_1 = R_2 = \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \end{bmatrix}^T = 10^{-3} \begin{bmatrix} -0.57 & -0.50 & -0.54 \end{bmatrix}^T$$

Les paires  $(A_i, C)$ ,  $i \in 1, 2$ , sont observables. En utilisant les équations du multi-observateur, pour M = 2, les expressions des variables discontinues  $v_i(t)$  données par la résolution des inégalités matricielles conduit à :

$$P = 10^{3} \begin{bmatrix} 1.11 & 0.38 & -0.46 \\ 0.38 & 0.88 & -0.34 \\ -0.46 & -0.31 & 0.81 \end{bmatrix}$$

$$F_1 = F_2 = [ -0.57 -0.45 ]$$

Les résultats de simulation sont indiqués sur les figures (3.7) - (3.8). Le modèle (3.32) a été simulé en choisissant, pour l'entrée inconnue deux créneaux se déclenchant aux instants différents.

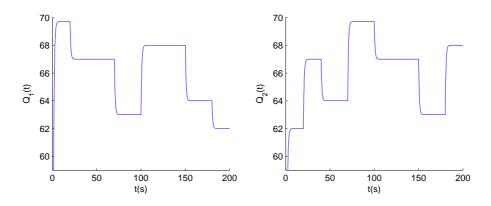


FIGURE 3.6 – Débit  $Q_1(t)$  et  $Q_2(t)$  du système

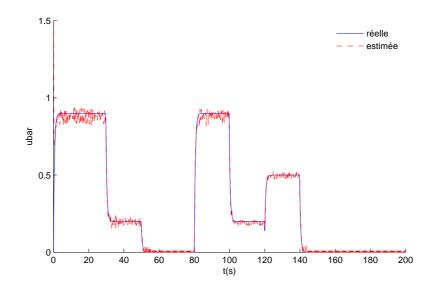


FIGURE 3.7 – Entrées inconnues  $\bar{u}(t)$  et son estimée

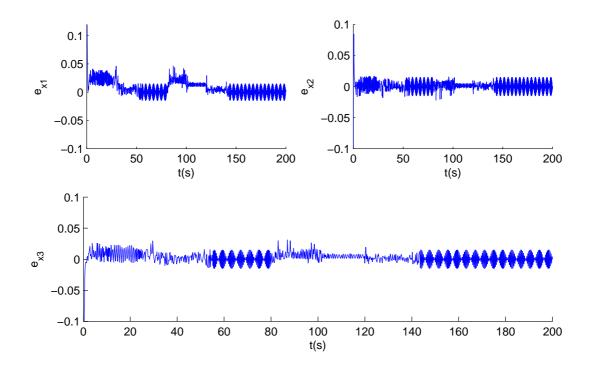


FIGURE 3.8 – Estimation d'état d'un système à trois réservoirs

## 3.8.2 Diagnostic des défauts de capteurs

L'utilisation des observateurs proposés au début du mémoire permet de concevoir des générateurs de résidus pour la détection et la localisation des défauts de capteurs. La stratégie utilisée ici est de concevoir des observateurs avec différentes combinaisons des sorties mesurées du système à surveiller, le nombre de combinaisons possibles qu'on peut générer pour un système ayant p sorties étant (2p-1). Pour l'exemple d'application, on dispose de deux sorties du système. On construit alors trois observateurs à mode glissants : le premier observateur utilise la première sortie seulement, le deuxième observateur utilise seulement la deuxième sortie et enfin le troisième observateur utilise les deux sorties.

Le banc d'observateurs permet de générer les résidus  $\boldsymbol{r}(t)$  définis par :

- L'observateur 1 fournit le résidu  $r_1=f_1$  qui correspond au défaut affectant la première sortie.
- L'observateur 2 fournit le résidu  $r_2 = \hat{f}_2$  qui correspond au défaut affectant la deuxième sortie.
- L'observateur 3 fournit le résidu  $r_{31} = \hat{f}_1$  qui correspond au défaut affectant la première sortie et le résidu  $r_{32} = \hat{f}_2$  qui correspond au défaut affectant la deuxième sortie.

Ensuite, une table de signatures théoriques générées par l'ensemble des signaux  $z_{ij}$  définis par :

$$z_{ij}(t) = \begin{cases} 1 & si \quad le \quad rsidu \quad est \quad sensible \quad f_i \\ 0 & si \quad le \quad rsidu \quad est \quad insensible \quad f_i \end{cases}$$
(3.34)

est dressée dans le Tableau (3.2). Dans la table des signatures, un "1" signifie qu'il est certain que le défaut  $f_i$  affecte le résidu  $r_{ij}$ . Un "0" traduit l'insensibilité du résidu par rapport au défaut, et un "?" veut dire qu'on peut pas prendre une décision. La table de signature est élaborée à partir du raisonnement suivant :

Table $3.2 -$	Table	de	signatures	théoriq	ues	pour	les	défauts	capteurs

	obs 1	obs 2	obs 3		
	$r_1$	$r_2$	$r_{31}$	$r_{32}$	
$f_1$	1	0	1	0	
$f_2$	0	1	0	1	

L'observateur 1 reconstruit la sortie du multi-modèle en utilisant seulement la sortie  $y_1$ . Si cette sortie présente un défaut alors il sera estimé et représentera directement le défaut.

Donc, si le résidu  $r_1$  s'écarte de zéro, on est certain de l'apparition d'un défaut sur la première sortie. Par contre, le deuxième observateur utilise la sortie  $y_2$  qui n'est pas affectée par le défaut  $f_1$ , le résidu  $r_2$  reste alors à zero s'il n'y a pas de défaut sur la deuxième sortie. L'observateur 3, estime les deux défauts  $f_1$  et  $f_2$  à la fois. On remarque que si un défaut apparaît sur la première sortie ou sur la deuxième sortie ou sur les deux sorties le défaut est estimé. Donc avec cet observateur, on détecte et on localise les défauts capteurs même s'ils apparaissent simultanément sur les deux sorties.

Dans l'exemple, on suppose que les défauts sur les capteurs sont définis comme suit :

$$f_1(t) = \begin{cases} 0.3 & si \quad 10 < t < 20 \\ 0 & ailleurs \end{cases}$$
 (3.35)

$$f_2(t) = \begin{cases} 0.3 & si \quad 30 < t < 40 \\ 0 & ailleurs \end{cases}$$
 (3.36)

La simulation du système présenté dans la section précédente permet de retrouver les résidus illustres dans la figure (3.9). Les seuils de détection sont déterminés en fonctionnement normal du système. Le défaut affectant la première sortie est un biais d'amplitude 0.3 survenant à l'instant 10 et subsiste jusqu'éa l'instant 20. L'analyse de son estimation fournie par le premier observateur permet de conclure qu'il y a bien un défaut. De même, si un défaut apparaît sur la deuxième sortie, il sera estimé par le deuxième observateur. **Remarque :** D'après ces simulations, on note certains points intéressants :

- 1. Le fait d'utiliser des observateurs dédiés pour l'estimation de chaque défaut de capteur, permet de les détecter et de les localiser. On remarque également que les fausses alarmes sont évitées.
- 2. En ce qui concerne le troisième observateur utilisant les deux sorties à la fois, on remarque qu'il est possible de détecter et de localiser les défauts affectant les deux sorties, le nombre d'observateur pourrait donc être réduit. Cependant, dans l'exemple, le taux de fausse alarme est nul en utilisant les deux observateurs dédiés, alors qu'avec le troisième

observateur, nous avons des fausses alarmes au moment de l'apparition d'un des défauts et cela est dû à la variation très rapide du défaut de 0 à 0.3.

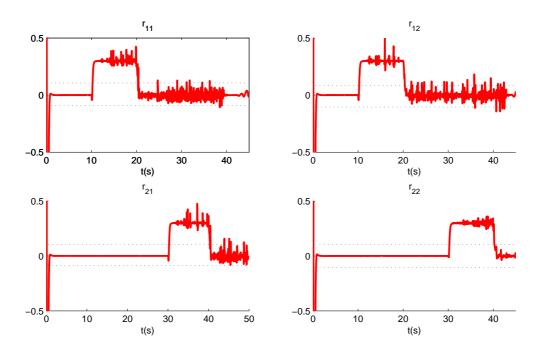


FIGURE 3.9 – Diagnostic des défauts de capteurs

### 3.8.3 Conclusion

Tout au long de ce chapitre, nous avons présenté des techniques de conception de multi-observateurs, afin d'estimer les vecteur d'état et de sortie d'un système non linéaire, représenté par une forme multi-modèle, lorsque celui-ci est soumis à l'influence des entrées inconnues et d'incertitudes de modèle. Ensuite, une stratégie de diagnostic de systèmes non linéaires a été présentée. Elle utilise des bancs d'observateurs afin d'estimer l'état d'un système, puis génère des résidus capables de détecter et localiser des défauts de capteurs et d'actionneurs. Pour faciliter la conception de ces résidus, les systèmes considères sont représentes par des structures multi-modèles qui permettent de synthétiser des observateurs en réutilisant les principes de conception des observateurs des systèmes linéaires et en particulier le formalisme LMI. Lorsque les défauts à détecter affectent directement les actionneurs, le formalisme d'entrées inconnues a été utilisé.

Afin d'identifier correctement ces entrées inconnues, des bancs d'observateurs a mode glissant ont été conçus. Parmi les extensions futures de ce travail, il semble possible d'améliorer les performances des observateurs pour accroitre leur sensibilité aux défauts et leur insensibilité vis-à-vis du bruit de mesure.

## 

## Applications au diagnostic

Sommair	re	
4.1	Introduction	
4.2	Générateur de vapeur	
	4.2.1 Description du système étudié	
	4.2.2 Résultat et simulation	
4.3	Turbine à vapeur	
	4.3.1 Modélisation de la turbine à vapeur 63	
	4.3.2 Rrésultats et discussion	
4.4	Machine à induction	
	4.4.1 Description du système étudié	
	4.4.2 Résultats	
4.5	Conclusion	

## 4.1 Introduction

Les chapitres précédents ont permis de présenter les méthodes de diagnostic à base de modèles. Dans ce chapitre, nous allons illustrer avec des exemples d'applications la technique basée sur l'utilisation des observateurs. Dans un premier temps, on présente l'utilisation d'un observateur à mode glissant appliqué à un générateur de vapeur linéaire et un observateur à mode glissant flou TS appliqué à une turbine à vapeur non-linéaire. Ensuite, on passe à l'application des méthodes sur une machine à induction.

# 4.2 Générateur de vapeur

## 4.2.1 Description du système étudié

Cette application est basée sur le modèle de simulation de [17]. Ils ont obtenus modèle de chaudière à Abbot Power Plant située à Champaign, Illinois. C'est modèle multi-variable avec 4 entrées (carburant, aire, débit d'eaux, débit de vapeur), et 4 sorties (pression, oxygène, le niveau dans le tambour, débit de vapeur).

Les modèles obtenus inclus les perturbations et bruits de mesure. Ce modèle est utilisé comme un système réel pour réaliser des simulations. Le modèle du générateur de vapeur voire figure (4.1)( est décrit par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_{1}(t) = c_{11}x_{4}(t)x_{1}(t)^{9/8} + c_{12}u_{1}(t-\tau_{1}) - c_{13}u_{3}(t-\tau_{3}) + c_{14} \\ \dot{x}_{2}(t) = -c_{21}x_{2} + \frac{c_{22}u_{2}(t-\tau_{2}) - c_{23}u_{1}(t-\tau_{1}) - c_{24}u_{1}(t-\tau_{1}x_{2}(t))}{c_{25}u_{2}(t-\tau_{2}) + c_{26}u_{1}(t-\tau_{1})} \\ \dot{x}_{3}(t) = c_{31}x_{1}(t) - c_{32}x_{4}(t)x_{1}(t) + c_{33}u_{3}(t-\tau_{3}) \\ \dot{x}_{4}(t) = -c_{41}x_{4}(t) + c_{42}u_{1}(t-\tau_{1}) + c_{43} + u_{4}(t) \\ y_{1}(t) = c_{51}x_{1}(t-\tau_{4}) + n_{1}(t) \\ y_{2}(t) = c_{61}x_{2}(t-\tau_{5}) + n_{2}(t) \\ y_{3}(t) = c_{70}x_{1}(t-\tau_{6}) + c_{71}x_{3}(t-\tau_{6}) + c_{72}u_{3}(t-\tau_{3}-\tau_{6}) + c_{74}u_{1}(t-\tau_{1}-\tau_{6}) + \frac{[c_{75}x_{1}(t-\tau_{6}) + c_{76}][1 - c_{77}x_{3}(t-\tau_{6})]}{x_{3}(t-\tau_{6})[x_{1}(t-\tau_{6}) + c_{78}]} + c_{79} + n_{3}(t) \\ y_{4}(t) = [c_{81}x_{4}(t-\tau_{7}) + c_{82}]x_{1}(t-\tau_{7}) + n_{4}(t) \end{cases}$$

$$(4.1)$$

ou  $x_1$  représente l'état de pression du tambour (kgf/cm2);  $y_1$  et la pression mesurée du tambour(PSI).  $y_2$  et  $x_2$  sont l'excès du niveau d'oxygène mesuré et sont état respectivement (enpourcent);  $x_3$  est la densité du fluide du système (kg/m3);  $y_3$  est le niveau d'eau du tambour (in.);  $y_4$  est le débit de vapeur (kg/s);  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$ ,  $u_4$  sont le carburant , aire, le débit d'alimentation de l'eau respectivement; qui prennent des valeurs antre 0 et 1;  $x_4$  est la variable oxygène reliée à la demande en vapeur les constants sont présentés dans le tableau (4.1). Les variable  $n_i$  sont des séquences de bruit généré par des modèles du premier ordre, valeur moyenne nulle, bruit blanc de variance unitaire.

$c_{11} = -0.00478$	$c_{31} = -0.00533176$	$c_{70} = -0.1048569$
$c_{12} = 0.280$	$c_{32} = 0.0251950$	$c_{71} = 0.15479$
$c_{13} = 0.01348$	$c_{33} = 0.07317058$	$c_{72} = 1.4954961$
$c_{14} = 0.02493$	$c_{41} = 0.04$	$c_{73} = -0.20797$
$c_{21} = 0.01549357$	$c_{42} = 0.0299886$	$c_{74} = 1.2720$
$c_{22} = 103.5462$	$c_{43} = 0.018088$	$c_{75} = -324212.7805$
$c_{23} = 107.4835$	$c_{51} = 14.214$	$c_{76} = -99556.24778$
$c_{24} = 1.95150$	$c_{61} = 1.00$	$c_{77} = 0.0011850$
$c_{25} = 29.04$	$c_{81} = 0.85663$	$c_{78} = -1704.50476$
$c_{26} = 1.824$	$c_{82} = -0.18128$	$c_{79} = -103.7351$
$ au_1 = 2  au_2 = 2$	$\tau_3 = 3 \ \tau_4 = 4 \ \tau_5 = 5$	$\tau_6 = 10 \ \tau_7 = 2$

Table 4.1 – Coefficients de l'équation non-linéaire du modèle Power Plant.

Un modèle linéaire est obtenu par linéarisation autour du point d'équilibre (fonctionnement) :  $x_0 = [22 \ 0.5 \ 2.5 \ 621.17 \ 0.6941]^T$ . Le modèle linearisé est décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_p x(t) + B_p u(t) \\ y(t) = C_p x(t) + D_p u(t) \end{cases}$$

$$\tag{4.2}$$

avec:

$$A_p = \begin{bmatrix} -0.005509 & 0 & 0 & -0.1588 \\ 0 & -0.2062 & 0 & 0 \\ -0.01216 & 0 & 0 & -0.5672 \\ 0 & 0 & 0 & -0.040 \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} 0.2800 & 0 & -0.01348 & 0 \\ -9.375 & 7.658 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7317 & 0 \\ 0.02999 & 0 & 0 & 0.04 \end{bmatrix}$$

$$C_p = \begin{bmatrix} 14.21 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 & 0 \\ 0.3221 & 0 & 0.1434 & 11.16 \\ 0.4133 & 0 & 0 & 19.28 \end{bmatrix}, \quad D_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.272 & 0 & -0.2080 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

D'apres la résolution des équations LMI les gains de l'observateur a mode glissant sont :

$$G = \begin{bmatrix} 2.330 & -0 & 0.4925 & 0 \\ 9.345 & .4.372 & 3.222 & 34.750 \\ 0.624 & 0 & 0.0052 & -1.0790 \\ 1.932 & 0 & 0 & 10.0341 \end{bmatrix}, \qquad F = \begin{bmatrix} -0.16 \\ 3.53 \\ -9.001 \\ -13.72 \end{bmatrix}$$
(4.3)

$$P = \begin{bmatrix} 2 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0.1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0.2 & 2 \end{bmatrix}$$
 (4.4)

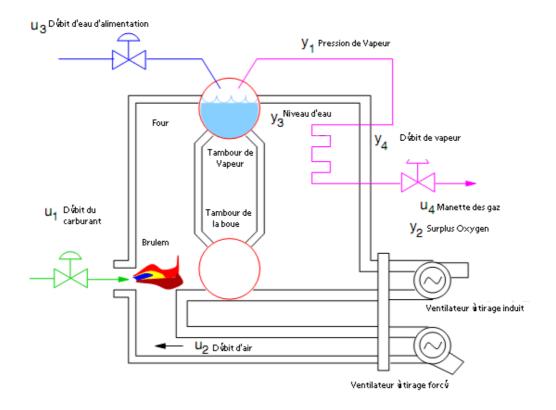


FIGURE 4.1 – Générateur de vapeur.

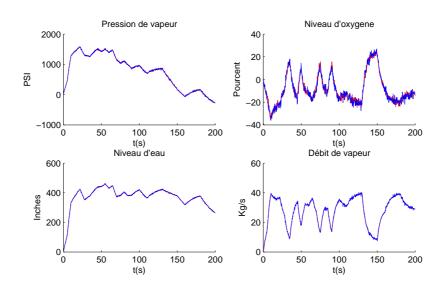


Figure 4.2 – les sorties du système et sont estimé en absence des défauts.

#### 4.2.2 Résultat et simulation

#### 1-Simulation sans défaut :

Simulation du modèle dans le cas d'absence des défauts en boucle ouvert, la figure (4.2) montre les sorties et sont estimé, la figure (4.3) montre les résidus correspondants.La figure (4.4) montre les estimations des défauts d'entree obtenues par l'observateur à mode glissant dans le cas d'absence des défauts.

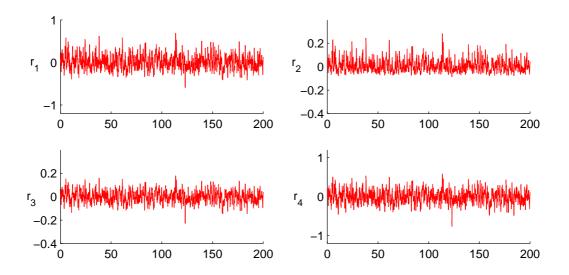


FIGURE 4.3 – Les résidus en absence des défauts.

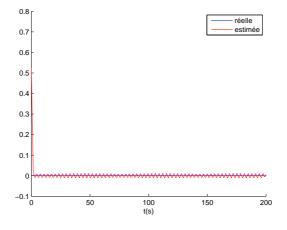


FIGURE 4.4 – signaux des défauts estimés par l'observateur à mode glissant dans le cas d'absence des défauts.

#### 1-Simulation avec défaut :

La procédure de diagnostic à été appliquée avec la présence des défauts d'actionneurs, de capteurs et des fuites brusques ont été modélisés par des sauts en échelon. La figure (4.5) montre les résidus pour un offset dans le capteur pression qui indique clairement l'existence d'un défaut.

La figure (4.6) montre les estimations des défauts d'entree obtenues par l'observateur à mode glissant qui correspondent à un défaut dans le pression de vapeur dans l'instante T1=60s jusqu'à T2=140, et dans la figure (4.7) on observer les estimations des défauts pour un blocage dans la vanne de débit d'alimentation d'eau dans l'instante T1=50s jusqu'à T2=100, Les résultats clairement l'efficacité de la procédure de diagnostic.

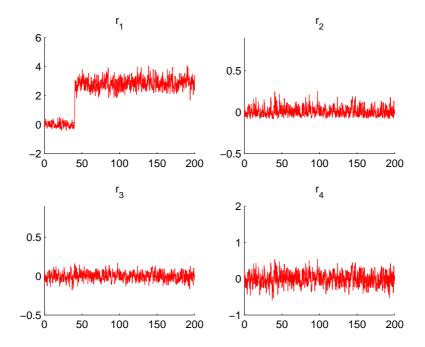


FIGURE 4.5 – Les résidus en présence des défauts.

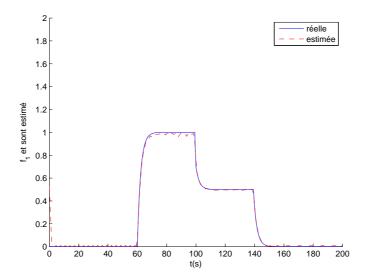


FIGURE 4.6 – signaux des défauts estimés par l'observateur à mode glissant dans le cas défaut dans pression de vapeur

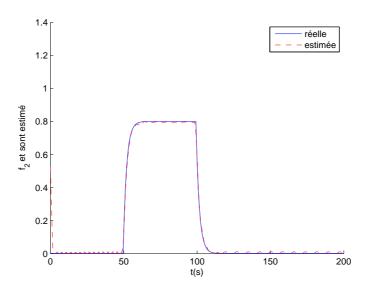


FIGURE 4.7 – signaux des défauts estimés par l'observateur à mode glissant dans le cas défaut dans vanne de débit d'alimentation d'eau

# 4.3 Turbine à vapeur

## 4.3.1 Modélisation de la turbine à vapeur

Dans cette étude, on utilise le modèle de Bell et Astrom [31] qui est basé sur les lois de conservation pour représenter le système de turbine à vapeur. Il est décrit par l'équation d'état :

$$\begin{cases}
\dot{x}_1 = -0.0018u_2x_1^{9/8} + 0.9u_1 - 0.15u_3 \\
\dot{x}_2 = \frac{\left[ (0.73u_2 - 0.16)x_1^{9/8} - x_2 \right]}{10} \\
\dot{x}_3 = \frac{\left[ (1.1u_2 - 0.19)x_1 \right]}{85}
\end{cases} (4.5)$$

$$\begin{cases} y_1 = x_1 \\ y_2 = x_2 \\ y_3 = 0.05 \left( 0.13073x_3 + 100\alpha_{cs} + \frac{q_e}{9} - 67.975 \right) \end{cases}$$

$$(4.6)$$

οù

$$\alpha_{cs} = \frac{(1 - 0.001538x_3)(0.8x_1 - 25.6)}{x_3(1.0394 - 0.0012304)} \tag{4.7}$$

$$q_e = (0.85u_2 - 0.147)x_1 + 45.59u_1 - 2.514u_3 - 2.096$$
(4.8)

Les trois variables d'état  $x_1$ ,  $x_2$ , et  $x_3$  sont respectivement la pression de vapeur  $(P en kg/cm^2)$ , la puissance électrique (E en megawatt), et la densité du fluide eau-vapeur  $(\rho en kg/m^2)$ . Les trois sorties sont  $y_1$ ,  $y_2$  et  $y_3$  sont respectivement la pression de vapeur  $(x_1)$ , la puissance électrique  $(x_2)$ , et la déviation du niveau d'eau (L en mètres).  $y_3$  est calculée en utilisant deux équations algébriques  $\alpha_{cs}$  et  $q_e$  qui sont la qualité de vapeur (rapport de masse) et le taux d'évaporation (kilogramme par seconde).

Les trois entrées  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  sont des positions normalisées des vannes d'actionneurs qui controlent les taux du flux massique du fuel, vapeur au turbine, et l'eau d'alimentaion. Les positions des vannes sont soumises à des contraintes d'amplitude et de dérivée :

$$0 \le u_1, u_2, u_3 \le 1 \tag{4.9}$$

$$-0.007 \le \frac{du_1}{dt} \le 0.007$$

$$-2 \le \frac{du_2}{dt} \le 0.02$$

$$-0.05 \le \frac{du_3}{dt} \le 0.05$$
(4.10)

Il est important de signaler que la plupart des cas, la synthèse des lois de commande et/ou de diagnostic est basé sur une linéarisation autour d'un point de fonctionnement donné. Ainsi, le modèle non linéaire (4.5)-(4.8) peut être linéarisé autour du point opératoire  $\bar{x}_0 = (x_{10}, x_{20}, x_{30})$ ,  $\bar{u}_0 = (u_{10}, u_{20}, u_{30})$ . Les résultats de la simulation sont les suivants :

$$\dot{\bar{x}}(t) = A\bar{x}(t) + B\bar{u}(t) 
\bar{y}(t) = C\bar{x}(t) + D\bar{u}(t)$$
(4.11)

οù

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{0.0162}{8} u_{20} x_{10}^{1/8} & 0 & 0\\ \left(\frac{6.57}{80} u_{20} - \frac{1.44}{80}\right) x_{10}^{1/8} & -\frac{1}{10} & 0\\ \left(\frac{0.19}{85} - \frac{1.7}{85} u_{20}\right) & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(4.12)

$$B = \begin{bmatrix} 0.9 & -0.0018x_{10}^{9/8} & -0.15\\ 0 & \frac{0.73}{10}x_{10}^{9/8} & 0\\ 0 & -\frac{1.1}{85}x_{10} & \frac{141}{85} \end{bmatrix}$$
(4.13)

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \left(5\frac{\partial \alpha_{cs}}{\partial x_1} + \frac{0.05}{9}\frac{\partial q_e}{\partial x_1}\right) & 0 & \left(0.0065 + 5\frac{\partial \alpha_{cs}}{\partial x_3}\right) \end{bmatrix}$$
(4.14)

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.2533 & 0.00474x_{10} & -0.014 \end{bmatrix}$$
 (4.15)

Les variables  $\bar{x}$  et  $\bar{u}$  representent les différences de l'état et de l'entrée respectivement, par rapport à leur points opératoires. Les points opératoires sont déterminés à partir d'une opération nominale du procédé [33], [34] selon la tableau(4.2) suivant :

	1	2	3	4	5	6	7
$x_1^0$	75.60	86.40	97.20	108	118.8	129.6	140.4
$x_{2}^{0}$	15.27	36.65	50.52	66.65	85.06	105.8	128.9
$x_3^{\bar{0}}$	299.6	342.4	385.2	428	470.8	513.6	556.4
$u_1^0$	0.156	0.209	0.271	0.34	0.418	0.505	0.6
$u_2^{\bar{0}}$	0.483	0.552	0.621	0.69	0.759	0.828	0.897
$u_0^{\bar{0}}$	0 183	0.256	0.340	0.433	0.543	0.663	0.793

Table 4.2 – Table des points opératoires nominale

#### 4.3.2 Rrésultats et discussion

Afin de montrer la valididé de l'approche des observateurs flous pour la détection et également le diagnostic des défauts affectant le système turbine à vapeur, un modèle flou composé de deux modèles dynamiques locaux a été dérivé par linéarisation autour de deux points de fonctionnement en utilisant les fonctions d'appartenance de la figure 4.8(d). Ce modèle est donné par :

$$A_{1} = \begin{bmatrix} -0.0020 & 0 & 0\\ 0.0477 & -\frac{1}{10} & 0\\ -0.0049 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad A_{2} = \begin{bmatrix} -0.0025 & 0 & 0\\ 0.0694 & -\frac{1}{10} & 0\\ -0.0069 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(4.16)

$$B_{1} = \begin{bmatrix} 0.9 & -0.2716 & -0.15 \\ 0 & 11.0129 & 0 \\ 0 & -1.1181 & \frac{141}{85} \end{bmatrix}, \quad B_{2} = \begin{bmatrix} 0.9 & -0.3490 & -0.15 \\ 0 & 14.1555 & 0 \\ 0 & -1.3976 & \frac{141}{85} \end{bmatrix}$$
(4.17)

$$C_{1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.0082 & 0 & 0.0045 \end{bmatrix}, \quad C_{2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.0063 & 0 & 0.0047 \end{bmatrix}$$
(4.18)

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.2533 & 0.4095 & -0.014 \end{bmatrix}, \quad D_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.2533 & 0.5119 & -0.014 \end{bmatrix}$$
(4.19)

La résolution des équations LMI permet de calculer les gains de l'observateur flou de Luenberger :

$$G_1 = \begin{bmatrix} -0.8640 & 0.0239 & 190.9245 \\ 0.0239 & 0.4142 & 0.0002 \\ -1.6674 & 0 & 90.0513 \end{bmatrix}, \quad G_2 = \begin{bmatrix} -1.9042 & 0.0347 & -190.9270 \\ 0.0347 & 0.4142 & 0.0002 \\ -0.0095 & 0 & 134.8192 \end{bmatrix}$$
(4.20) 
$$N_1 = \begin{bmatrix} 0.1686 \\ -6.5373 \\ 0.6172 \end{bmatrix}, \quad N_2 = \begin{bmatrix} 0.2709 \\ -10.6004 \\ 0.9644 \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4.21) 
$$\begin{bmatrix} a \\ 5 \\ 100 \\ \hline & 10 \\ \hline & 10$$

FIGURE 4.8 – Cas sans défaut

P (kg/cm<sup>2</sup>)

Time (s)

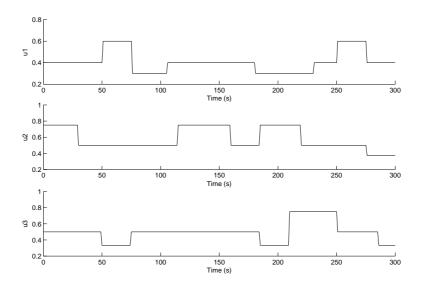


FIGURE 4.9 – Les entrées

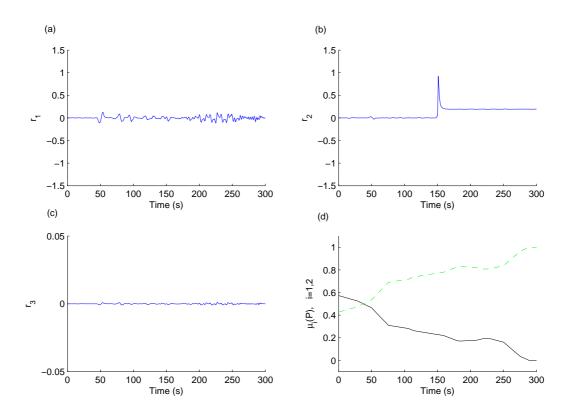


FIGURE 4.10 – Les résidus de l'observateur flou en cas de défaut d'offset sur  $y_2$ .

## 4.4 Machine à induction

## 4.4.1 Description du système étudié

Un système de traction ferroviaire contrôle illustré par la figure (4.11) est étudiée en elle. Ce système comprend un onduleur PWM qui fournit la puissance nécessaire pour entraîner la machine. Le moteur à induction est la partie la plus importante de ce système et donc sa fiabilité doit être garantie. Science le couple et le flux requis par le contrôleur ne peut être mesuré, un estimateur ou observateur dans ce système comprennent des défauts naissants Grâce à la progression et les changements partialité, de bruit et de ramassage d'inférence et les pannes intermittentes telles que la perte de la mesure. Le signal résiduel généré par l'observateur dans ce système est utilisé comme signal d'alarme pour le diagnostic de pannes.

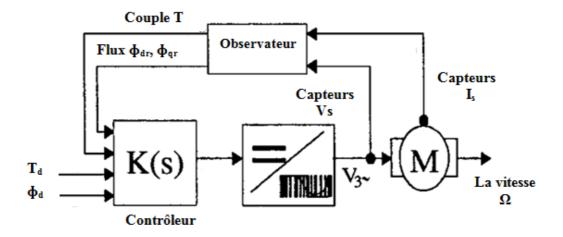


FIGURE 4.11 – Un système de traction ferroviaire contrôle

Le moteur à induction est modélisée par l'équation différentielle bilinéaire [13],[14].

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(w)x(t) + Bu(t) = \left(Ax(t) + A_{non}wx(t) + Bu(t)\right) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$
(4.22)

où  $x = [I_{ds} \ I_{qs} \ I_{dr} \ I_{qr}]^T$ ,  $y = [I_{ds} \ I_{qs}]^T$ ,  $u = [V_{ds} \ V_{qs}]^T$ , w est la vitesse du moteur, I et V sont l'intensité et la tension respectivement. Les matrices des paramètres du modèle sont [14]

$$A = \begin{bmatrix} -110.24 & 0 & 201.0 & 0 \\ 0 & -110.24 & 0 & 201.0 \\ 107.15 & 0 & -206.80 & 0 \\ 0 & 107.15 & 0 & -206.80 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 253.43 & 0 \\ 0 & 253.43 \\ -246.32 & 0 \\ 0 & -246.32 \end{bmatrix}$$

$$A_{non} = \begin{bmatrix} -110.24 & 0 & 201.0 & 0 \\ 0 & -110.24 & 0 & 201.0 \\ 107.15 & 0 & -206.80 & 0 \\ 0 & 107.15 & 0 & -206.80 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

#### 4.4.2 Résultats

Ce système est décrit par une représention floue TS avec la vitesse angulaire w comme variable prémisse. Si w(t) égale à  $w_i$  le  $\dot{x}(t) = A_i x(t) + A_{non} w_i x(t) + Bu(t)$  où i=1,2,...,N et  $A + A_{non} w_i$   $(A_i)$  est un temps de matrice invariant défini pour chaque i. La dynamique globale du système et de sortie sont associés à un modèle flou, le numéro de la règle est normalement déterminée par la précision de modélisation nécessaire. Un certain nombre de grandes règle conduit généralement à la précision de plus en plus élevés complexité du modèle.

Pour le moteur à induction étudiés examinées, seules les 3 règles sont utilisées. Il y a donc, 3 modèles de travail à des points de fonctionnement :  $w_1 = 0$ ,  $w_2 = 32,8125$  et  $w_3 = 86,2500$ , sont utilisées. L'univers de discours est divisé en trois intervalles définis par les variables linguistiques Small ([0, 32,8125)), Medium ([32.8125, 86.25)) et High ([86.25, 176)).

Donc les trois modèles locaux suivants :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -110.2400 & 0 & 201.0000 & 0 \\ 0 & -110.2400 & 0 & 201.0000 \\ 107.1500 & 0 & -206.8000 & 0 \\ 0 & 107.1500 & 0 & -206.8000 \end{bmatrix}, \quad B_1 = B, C_1 = C$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -110.2400 & 560.1094 & 201.0000 & 576.5156 \\ -560.1094 & -110.2400 & -576.5156 & 201.0000 \\ 107.1500 & -576.5156 & -206.8000 & -592.9219 \\ 576.5156 & 107.1500 & 592.9219 & -206.8000 \end{bmatrix}, \quad B_2 = B, C_2 = C$$

$$A_3 = 10^{03} \begin{bmatrix} -0.1102 & 1.4723 & 0.2010 & 1.5154 \\ -1.4723 & -0.1102 & -1.5154 & 0.2010 \\ 0.1072 & -1.5154 & -0.2068 & -1.5585 \\ 1.5154 & 0.1072 & 1.5585 & -0.2068 \end{bmatrix}, \quad B_3 = B, C_3 = C$$

La résolution des équations LMI permet de calculer les gains de l'observateur flou :

$$G_3 = \begin{bmatrix} -0.40 & 0.29 & 0.9245 & -1\\ 0.934 & 0.442 & 2.222 & -0.70\\ 0.6674 & 0 & 0.0513 & -1.90 \end{bmatrix}$$
(4.24)

$$F_{1} = \begin{bmatrix} -3.16 \\ -0.53 \\ 12.61 \\ 0.72 \end{bmatrix}, \quad F_{2} = \begin{bmatrix} 3.29 \\ -5.64 \\ 2.44 \\ -6.62 \end{bmatrix} \quad F_{3} = \begin{bmatrix} -1.33 \\ 0.21 \\ 4.04 \\ 2.12 \end{bmatrix}$$
(4.25)

$$P = \begin{bmatrix} 0.31 & 1 & -0.60 \\ 1 & 0.31 & 0 \\ -0.60 & 0 & 0.31 \end{bmatrix}$$
 (4.26)

Un observateur flou est conçu pour estimer la sortie du système et générer le signal résiduel, comme trois règles sont impliqués dans le modèle de système, trois observateurs locaux nécessaires sont, pour produire un rendement rapide de diagnostic, Pour mettre en oeuvre L'Observateur, Le vecteur de sortie qui comprend les courants du moteur  $I_{ds}$  et  $I_{qs}$  est nécessaire. Les courants du moteur ne sont pas mesurés dans la pratique. Il y a une transformation des relations entre les courants du moteur et de trois courants de phase  $I_a$ ,  $I_b$  et  $I_c$  [14], plus tard, les trois courants sont mesurées par des capteurs de phase.

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8165 & 0 \\ 0.4082 & 0.7071 \\ 0.4082 & -0.7071 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \end{bmatrix}$$
(4.27)

Les courants du moteur peuvent être obtenus à partir des trois courants de phase. Fréquemment, les deux premières phases actuelles sont utilisées. Notez que la même transformation existe également entre les tensions de moteur et de mesurer les tensions de phase.

Un observateur est suffisant pour détecter les défauts, c'est à dire qu'il peut signaler une alarme si une faute se produit dans le système. Pour isoler les défauts, un certain nombre d'observateurs devient être conçues [30]. Depuis le vecteur de sortie (constitué des courants moteur) peut être déterminée en utilisant deux des courants de phase. Trois observateurs flous peuvent être conçus à des fins de localisation des pannes. Chaque observateur est entraîné par deux capteurs de courant de phase. Les vecteurs de sortie pour ces trois observateurs sont :

$$Observateur1: \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.2247 & 0 \\ 0.7070 & 1.4142 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix}$$

$$Observateur2: \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.2247 & 0 \\ -0.7070 & -1.4142 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_c \end{bmatrix}$$

$$Observateur3: \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.2249 & -1.2249 \\ 0.7070 & -0.7071 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

Les trois observateurs flous est illustré dans la figure (4.12). Si un mauvais fonctionnement du capteur de phase, les résidus pour deux observateurs qui utilisent le capteur défectueux va dépasser le seuil. La partie résiduelle de l'observateur qui utilise deux capteurs sain

restera sous le seuil. Sur la base d'informations données par trois résidus, le capteur défaillant peut être isolé les pannes.

Le calcule des résidus est sous la forme  $r_i = \sqrt[2]{(I_{ds} - \hat{I}_{ds})^2 + (I_{qs} - \hat{I}_{qs})^2}$  voir table (4.3) (table d'incidence) des résidus suivante :

Table 4.3 – Table de signatures de défauts pour la phase a

	fa	fb	fc
$r_1$	1	1	0
$r_2$	1	0	1
$r_3$	0	1	1

## Observateur et générateur de résidus $\mathbf{r_i}$ Ia 1 2 $r_2$ $I_c$ 3 V ab,bc,ca $I_{a,b,c}$ Select Ω Convertisseur Moteur a Switch induction Les courants

FIGURE 4.12 – Schéma d'isolation et détection des défauts

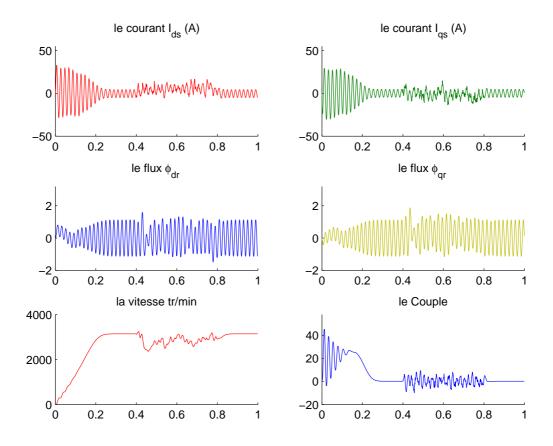


FIGURE 4.13 – Les résultats de simulation avec défaut

Cette détection des erreurs et régime d'isolement a été mis en oeuvre dans un test. Les simulations en ont été effectuées, un (défaut) dans la phase a est injectée entre  $t_1 = 0.4$  sec et  $t_2 = 0.8$  sec. Les normes résiduelles de trois observateurs sont indiquées dans la figure (4.14). La simulation montre que le défaut peut être facilement détectés en utilisant des résidus générées par les observateurs flous.

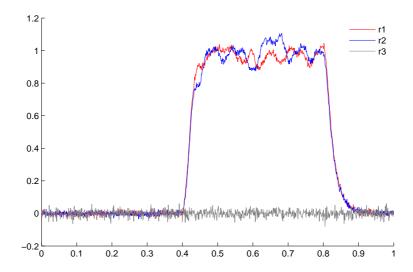


FIGURE 4.14 – Générations des résidus pour la détection des défauts (phase a)

## 4.5 Conclusion

Ce chapitre a fourni une étude de détection et localisation de défauts capteurs et actionneurs sur un les processus électro-énergétique. L'objectif a été de mettre en oeuvre une technique de diagnostic de défauts par l'utilisation de banc d'observateurs à mode glissant. Les résultats de simulation ont montré les performances des multi-observateurs pour effectuer la détection et la localisation de défauts.

Enfin, une autre procédure de localisation peut être utilisée. Celle-ci consiste à mettre en oeuvre un banc de multi-observateurs capable de réaliser la détection et la localisation de défauts capteurs et actionneurs. Dans ce cas, le banc de multi-observateurs à entrées inconnues (multi-observateurs à mode glissant) afin de détecter et de localiser les défauts.

# Conclusion générale et perspective

L tection et de localisation de défauts par redondance analytique. En effet, nous avons développé des méthodes de reconstruction d'état et d'estimation de défauts affectant séparément l'entrée et la sortie d'un système. Nous avons testé ces méthodes sur des exemples de simulation issus d'un modèle de (Générateur de vapeur, Machine à induction). Dans le premier et le deuxième chapitre, nous avons présenté des rappels sur l'analyse de stabilité des systèmes linéaires incertains et l'utilisation des outils numériques LMI avec lesquels nous vérifions l'existence de conditions de stabilité. Ensuite, nous avons présenté les méthodes de reconstruction d'état des systèmes linéaires soumis à l'influence d'entrées inconnues. Nous avons regroupé les méthodes de reconstruction d'état selon qu'elles nécessitent ou pas l'élimination d'entrées inconnues (observateur a mode glissant).

Le troisième chapitre a été consacré à l'étude de l'approche multi-modèle. Après avoir rappelé les formes de multi-modèles les plus utilisées, nous avons montré leur capacité à approximer le comportement d'un système physique non linéaire en utilisant les principales méthodes d'obtention de multi-modèles (linéarisation).

La synthèse des multi-observateurs a constitué le coeur de notre travail de recherche. L'étude que nous avons menée consiste à traiter la méthode de conception de multi-observateurs. Dans un premier temps, on rappel la notion de mode glissant, où les multi-observateurs sont dotés des termes additifs (glissants) afin de compenser les entrées inconnues et les incertitudes de modèles. Ensuite, Une procédure de diagnostic de défauts de capteurs et d'actionneurs a été mise en place à travers des applications elector-énergétiques (Générateur de vapeur, Machine à induction). La méthode de localisation est basée sur la génération préalable d'une matrice de signatures théoriques des défauts à détecter. L'utilisation d'un banc de multi-observateurs permet ensuite de constituer une matrice de signatures expérimentales. La localisation des défauts peut alors être obtenue en comparant les signatures théoriques.

En perspective, nous souhaitons que notre travail trouvera une suite logique surtout pour les processus stochastiques où l'utilisation d'un filtre de kalman est primordial qui nécessitent une bonne maîtrise des outils statistiques. Cette démarche semble très intéressante pour améliorer les performances du système de diagnostic.

# Bibliographie

- [1] R.Toscano, Commande er diagnostic des systèmes dynamiques Modélisation, analyse, commande par retour d'état, diagnostic, TECHNOSUP, Automatique, 2005.
- [2] A. J. Fossard et D. Normand-Cyrot, Système non linéaire, tome 1, modélisation estimation. Masson, Paris, 1993.
- [3] J. O'Reilly, Observer for linear system, Richard Bellman, Mathematics in Science and Engineering, Vol. 140, Academic Press, New York, 1983.
- [4] P. Borne, G. Dauphin-Tanguy, J. P. Richard, F. Rotella et I. Zambettakis, Modélisation et identification des processus, tome 1. Editions Technip, Paris, 1992.
- [5] E. Dieulessaint et D. Royer, Systèmes linéaires de commande à signaux échantionnés, Automatique Appliquée, Masson, 1994.
- [6] A. M. Lyapunov, Problème général de la stabilité du mouvement, Ann. Fac. Sci.Toulouse, Vol. 9, pp. 203-474, 1907 (traduction en français du mémoire Russe, Obshchaya Zadacha Ustoichivosti dvizheniya, Kharkov, 1892, et d'une note, Comm.Soc. Math Kharkov, Vol. 3, pp. 265-272, 1893).
- [7] R. E. Kalman et J. E. Betram, Control system analysis and design via the "second method" of Lyapunov -I, Continuous-time system, ASME journal of Basic Engineering, Vol. 82, pp. 371-393, 1960.
- [8] K. S. Narendra, A. M. Annaswamy, Stable adaptive systems, Prentice Hall Information and System Sciences Series, N. J. 07632, 1989.
- [9] M. Chadli, D. Maquin, J. Ragot, On the stability of multiple model systems, Proceedings of the European Control Conference, pp. 1894-1899, 2001.
- [10] K. Tanaka, T. Ikeda et Y. Y. He, Fuzzy regulators and fuzzy observers, relaxed stability conditions and LMI-based design, IEEE Trans. Fuzzy Systems, Vol. 6 (1), pp. 250-256, 1998.
- [11] Y. Nesterov et J. Balakrishnan, A common Lyapunov function for stable LTI systems with commuting A-matrices, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 39 (12), pp. 2469-2471, 1994.
- [12] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron et V. Balakrishnan, Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, Philadelphia, SIAM, 1994.
- [13] S. M. Bennett, R. J. Patton, S. Daley, and D. A. Newton. Torque and flux estimation for a rail traction system in the presence of intermittent sensor faults. In Proc. of the UKACC Int. Conf. on Contr, CONTROL'96, pages 72-77 (Vol.I), University of Exeter, UK, Sept 2-5 1996.

- [14] S. M. Bennett, R. J. Patton, S. Daley, and D. A. Newton. Model based intermittent fault tolerance in an induction motor drive. In Proc. of IMACS Multiconference, CESA'96, pages 678-683, Lille, France, July 9-12 1996.
- [15] W. Hahn, Stability of motion, Springer-Verlag, Berlin, 1967.
- [16] H. K. Khalil, Nonlinear system, Prentice Hall, Upper Saddle River, N. J. 07458, 1996.
- [17] G.Pelegrinetti, J.Bentsman, Non lineare control oriented boiler modelling, a benchmark problem for controller design, IEE trans.cont sys tech 4(1), pp. 57-64, 1956.
- [18] A. AKHENAK, Conception d'observateurs non linéaires par approche multimodèle, application au diagnostic, PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2004.
- [19] R. J. Patton, J. Chen et C. J. Lopez-Toribio, Fuzzy observer for nonlinear dynamic systems fault diagnosis, IEEE Conference on Decision and Control, Vol. 1, pp. 84-89, 1998.
- [20] Y. Xiong et M. Saif, Sliding mode observer for nonlinear uncertain systems, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 46 (12), pp. 2012-2017, 2001.
- [21] R. A. Jacobs, M. I. Jordan, J. S. Nowlan et G. E. Hinton, Adaptive of local experts, Neural Computation, Vol. 6, pp. 181-214, 1991.
- [22] A. Akhenak, M. Chadli, J. Ragot et D. Maquin, Conception d'un observateur flou à entrées inconnues, Rencontres francophones sur la Logique Floue et ses Applications, Nantes, France, 18-19 Novembre 2004.
- [23] C. Edwards et S. K. Spurgeon, Sliding mode observers for fault detection and isolation, Automatica, Vol. 36 (4), pp. 541-553, 2000.
- [24] C. P. Tan et C. Edwards, Sliding mode observers for detection and reconstruction of sensor faults, Automatica, Vol. 38, pp. 1815-1821, 2002.
- [25] V. I. Utkin, Sliding modes in control optimization, Springer-Verlag, Berlin, 1992.
- [26] Yi Xiong, Robust fault diagnosis in linear and nonlinear systems based on unknown input, and sliding mode functional observer methodologies, PhD thesis, M.Sc. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1992.
- [27] J. Ragot et D. Maquin, Diagnostic des systèmes linéaires, Hermès Science Publication, 2000.
- [28] C. Edwards et S.K. Spurgeon, On the development of discontinuous observers, International Journal of Control, Vol. 25, pp. 1211-1229, 1994.
- [29] A. Akhenak, M. Chadli, J. Ragot et D. Maquin, Estimation of state and unknown inputs of a nonlinear system represented by a multiple model, 11th IFAC Symposium on Automation in Mining, Mineral and Metal processing, 2004, Nancy, France, September, 8-10 2004.
- [30] P. M. Frank. Fault diagnosis in dynamic system using analytical and knowledge based redundancy a survey and some new results. Autornatica, 26(3), 459-474, 1990.

- [31] R. D. Bell and K. J. Astrom, Dynamic models for boiler-turbine-alternator units: Data logs and parameter estimation for a 160 MW unit, Lund Inst. Technol., Lund, Sweden, Rep. TFRT-3192, 1987.
- [32] B. W. Hogg and N. M. Ei-Rabaie, Multivariable generalized predictive control of a boiler system, *IEEE Trans. Energy Convers, vol. 6, no. 2, pp. 282-288*, 1991.
- [33] R. Dimco, K. Y. Lee, Boiler-turbine control system design using a genetic algorithm, *IEEE Trans. Energy Convers*, vol. 10, pp. 752-759, 1995.
- [34] P. Chan, J. S. Chamma, Gain -scheduled ↑ -optimal control for boiler-turbine dynamics with actuator saturation, *Journal of Process conrol*, 14, 263-277, 2004.