BADJI MOKHTAR-ANNABA UNIVERSITY UNIVERSITE BADJI MOKHTAR-ANNABA FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR



#### **MEMOIRE**

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de MAGISTER

#### THEME

### MODELISATION ET COMMANDE PREDICTIVE D'UNE STATION DE PRODUCTION D'EAU GLACEE BASEE SUR UN COMPRESSEUR SCROLL

par

Matoug Lamia

« 2008 »

#### Encadreur

#### Dr. Khadir Med Tarek

#### **DEVANT LE JURY**

Président	Département d'Electronique
Examinateur	Département d'Electronique
Examinateur	Département d'Electronique
Examinateur	Département du Génie Chimique
Rapporteur	Département d'Informatique
	Président Examinateur Examinateur Examinateur Rapporteur

#### Abstract

Nowadays, the requirement of more performance, better qualityies as well as reduction of production costs on behalf of the industrials does not cease growing. The main challenge objective of the control of a production system is to ensure system outputs close to a desired value or to better follow a reference given by the temperature of a product, the valve flow, the current of an electrical machine, ... etc with respect to production and physical constraints. Classical PID control (Proportional Integrate Derivative) is enough to answer requirements of the most regulated industrial systems, in spite of his simplicity of use and understanding. The control problem often, comes down in the majority to the regulation of a flow in a plate. However, functioning always closer to productions requirements, pure times delay and systems with oscillatory or non minimal phases are respectively not taken care of, or very badly compensated by PID.

Model Predictive Control (MPC) then appeared and allowed to answer some of the challenges. Thanks to its predictive aspect, based on an embedded internal model which allows evaluating the future dynamic of the system, it allows taking into consideration pure time delay, oscillatory systems and non minimal systems, unstable systems, ... etc in the presence of input and output constraints and is easily extensible in the Multi-variable systems. The major disadvantage of predictive control, besides the necessity of an internal model, is its required computation time. This explains its broad use in the industry of mechanical, mechatronic and heat transfer systems, where the systems time response are slow enough.

The studied system (modelled and controled), is represented by a frozen water production plant and is based on a Scroll compressor. Literature shows the interest in modelling systems refrigeration where everyone contributions try to approximate the system at best by physical or black box models for simulation, design or model based control.

Indeed, the broad range of predictive control algorithms and approaches brings a choice and an easiness of implementation. However, the development of an adequate internal model to be embedded into predictive algorithm remains the main and most challenging task.

The development of the physical model of the main plant components, given by the Scroll compressor, evaporator, condenser and reducing valve are detailed and regrouped to give the complete plant model. Physical modelling was preferred to a black box modelling as it allows a detailed understanding of process and ensures at the same time a better control implementation. A good modelling allowed us to implement a predictive control of type PFC (Predictive Functional Control), by using several approaches : Control using the medium flow as a manipulated variable, control using the product flow (frozen water) as a manipulated variable. Enthalpy control strategies, where both medium and product flow were used as manipulated variable both using an override and mixed approach was developed and compared in performances with a classical control of PID type.

#### Abstract

Nowadays, the requirement of more performance, better qualityies as well as reduction of production costs on behalf of the industrials does not cease growing. The main challenge objective of the control of a production system is to ensure system outputs close to a desired value or to better follow a reference given by the temperature of a product, the valve flow, the current of an electrical machine, ... etc with respect to production and physical constraints. Classical PID control (Proportional Integrate Derivative) is enough to answer requirements of the most regulated industrial systems, in spite of his simplicity of use and understanding. The control problem often, comes down in the majority to the regulation of a flow in a plate. However, functioning always closer to productions requirements, pure times delay and systems with oscillatory or non minimal phases are respectively not taken care of, or very badly compensated by PID.

Model Predictive Control (MPC) then appeared and allowed to answer some of the challenges. Thanks to its predictive aspect, based on an embedded internal model which allows evaluating the future dynamic of the system, it allows taking into consideration pure time delay, oscillatory systems and non minimal systems, unstable systems, ... etc in the presence of input and output constraints and is easily extensible in the Multi-variable systems. The major disadvantage of predictive control, besides the necessity of an internal model, is its required computation time. This explains its broad use in the industry of mechanical, mechatronic and heat transfer systems, where the systems time response are slow enough.

The studied system (modelled and controled), is represented by a frozen water production plant and is based on a Scroll compressor. Literature shows the interest in modelling systems refrigeration where everyone contributions try to approximate the system at best by physical or black box models for simulation, design or model based control.

Indeed, the broad range of predictive control algorithms and approaches brings a choice and an easiness of implementation. However, the development of an adequate internal model to be embedded into predictive algorithm remains the main and most challenging task.

The development of the physical model of the main plant components, given by the Scroll compressor, evaporator, condenser and reducing valve are detailed and regrouped to give the complete plant model. Physical modelling was preferred to a black box modelling as it allows a detailed understanding of process and ensures at the same time a better control implementation. A good modelling allowed us to implement a predictive control of type PFC (Predictive Functional Control), by using several approaches : Control using the medium flow as a manipulated variable, control using the product flow (frozen water) as a manipulated variable. Enthalpy control strategies, where both medium and product flow were used as manipulated variable both using an override and mixed approach was developed and compared in performances with a classical control of PID type.

#### Résumé

Ces dernières années, l'exigence de plus de performances, de meilleures qualités ainsi qu'une réduction des coûts de production de la part des industriels ne cessent de croître. L'objectif principal de la commande d'un système de production est de maintenir les sorties proches d'une valeur désirée ou alors de poursuivre une référence donnée par la température d'un produit, le débit d'une vanne, le courant d'une machine électrique,... etc. Bien que la commande classique PID (Proportional Integrate Derivative) suffise à répondre aux exigences de la plupart des systèmes régulés en industrie, malgré sa simplicité d'utilisation et de compréhension, et qui se résume en majorité à la régulation d'un débit. Toutefois, le fonctionnement toujours plus proche des contraintes de productions, les temps morts et les systèmes à phases non minimales ou oscillatoires ne sont respectivement pas pris en charge ou très mal compensé par le PID.

La commande prédictive (Model Predictive Control) est alors apparue et a permis de régler une partie de ses problèmes. Grâce à son aspect prédictif, basé sur un modèle interne embarqué qui permet d'évaluer la dynamique future du système, elle permet de prendre en considération les temps morts, les systèmes oscillatoires et à phases non minimales, les systèmes instables,... etc et est facilement extensible aux systèmes Multi-variables. L'inconvénient majeur de la commande prédictive, en plus de la nécessité d'un modèle interne, est son temps de calcul conséquent, c'est la raison qui explique sa large utilisation dans l'industrie du génie du procédé où les systèmes contrôlés sont suffisamment lents.

Le système étudié (modélisé et commandé) s'apparente à l'industrie du génie des procédés, et est représenté par une station de production d'eau glacée basée sur un compresseur Scroll. La littérature, démontre l'importante des scientifiques à étudier les systèmes de réfrigérations et chacun de par sa contribution tente d'approximer au mieux le système par des modèles physiques ou boite noire.

En effet, la large palette d'algorithmes et d'approches de commande prédictive procure un choix et une facilité d'implémentation. Néanmoins, le développement du modèle à embarquer dans l'algorithme prédictif reste ce qu'il y de plus difficile et de plus délicat.

Le développement du modèle physique des principaux composants de la station, à savoir compresseur, évaporateur, condenseur et détendeur sont détaillés et regroupés pour donner le modèle complet de la station. La modélisation physique a été préférée à une modélisation boite noire d'une part parce qu'elle permet une compréhension détaillée du processus et assure par la même occasion une meilleure implémentation de la commande même si cette dernière s'est avérée difficile, notamment la modélisation du compresseur scroll.

Une bonne modélisation nous a permis d'établir une commande prédictive de type PFC, en utilisant plusieurs approches de commande. En effet, une commande par débit du fluide frigorifique, une commande par débit du produit (eau glacée) ainsi qu'une commande prédictive enthalpique (mixte et sélective) ont été développées et comparées en performance à une commande classique de type PID.

A Mon Epoux

M. Benmihoub Mohamed Cherif

#### Remerciements

Je tiens particulièrement à remercier mon encadreur M. Khadir Mohamed Tarek, d'abord pour sa présence tout au long de la réalisation de mon projet de magister, par ses conseils, sa bonne humeur et surtout sa capacité à me transmettre le rêve, celui d'être là aujourd'hui et terminer mes études plus tard, mais aussi pour l'aide précieuse qu'il m'a apporté,

Je remercie Monsieur le président du jury et les membres de jury d'avoir accepté d'honorer de leurs présences et leurs savoirs et d'avoir accepté d'examiner mon travail de recherche,

Je tiens aussi à exprimer ma profonde gratitude à ma sœur  $M^{me}$  Chebbi sofia pour sa contribution à la réalisation de mon projet, surtout pour le temps énorme qu'elle m'a consacré à me chercher de la documentation,

Je remercie M. Abdel Aitouche enseignant à l'Université des Sciences et Technologies de Lille pour l'aide précieuse qu'il m'a apporté surtout pour la documentation,

Je remercie mon père qui a été présent tout au long de la réalisation de ce projet,

Je remercie ma mère qui sans elle je n'aurai pas été la aujourd'hui,

Je remercie mon ami et collègue Karim pour l'aide fructueuse qu'il m'a apporté, ainsi que tous mes collègues de la promo magister,

Je remercie toutes mes amies Ilhem, Loubna, Soraya qui par leurs présences morales, m'ont aidé à réussir à tenir jusqu'au bout, je n'oubli pas de remercier particulièrement Lamia pour m'avoir consacré de son temps et son soutien,

Je remercie mon oncle M. Benabid Lahcen qui m'a énormment aidé tout au long de mon cursus,

Un grand merci à tous mes professeurs, je ne leurs diraient jamais autant merci, ce travail je le dois à eux,

Et enfin je remercie tous ceux qui ont contribué de près ou de loin, à la réalisation de mon projet.

# **Table des figures**

1.1	Hiérarchie de commande	2
1.2	Avantages de MPC : Réduire la Variance, Changer la Consigne	6
2.1	Schéma DCS de la station de production d'eau glacée	13
2.2	Aperçu réel de l'Installation	15
2.3	Les rotatifs	16
2.4	Les alternatifs	16
2.5	Compresseurs dynamiques	17
2.6	Coupe d'un Compresseur Scroll	18
2.7	Ensemble des spirales fixe et mobile	18
2.8	Fonctionnement d'un Compresseur Scroll	19
2.9	Cycle d'un Compresseur Scroll sur le diagramme de Clapeyron	19
2.10	Ecoulement des fluides dans les Echangeurs à Co-Courants	20
2.11	Ecoulement des fluides dans les Echangeurs à contre Courants	21
2.12	Echangeurs à Courants Croisés avec/ou sans brassage	21
2.13	Echangeurs coaxiaux, à plaques, à plaques brasées, tubulaires et à spirales	22
2.14	Détendeur thermostatique à égalisation de pression interne [33]	25
2.15	Détendeur thermostatique à égalisation de pression externe [33]	26
2.16	Bouteille anti coups de liquide	26
2.17	Réservoir Liquide	27
2.18	Déshydrateur	27
2.19	Les Voyants	27
3.1	Relation Générale du Compresseur Scroll	29
3.2	Chambre d'aspiration $V_s$	31
3.3	Chambre de Compression $V_c$	32

	3.4	Chambre de Décharge $V_d$	33
-	3.5	Volume de la chambre d'aspiration en fonction de l'angle $\theta$	34
	3.6	Dérivée du volume de la chambre d'aspiration en fonction de l'angle $\theta$	35
	3.7	Volume de la chambre de compression en fonction de l'angle $\theta$	35
	3.8	Dérivée du volume de la chambre de compression en fonction de l'angle $\theta$	36
	3.9	Volume de la chambre de décharge en fonction de l'angle $\theta$	36
	3.10	Dérivée du volume de la chambre de décharge en fonction de l'angle $\theta$	37
	3.11	Volume des Chambres du compresseur en fonction de l'angle $\theta$	37
	3.12	Modèle de la valve de décharge	46
	3.13	Organigramme de la mise en œuvre du modèle du compresseur scroll	47
	3.14	Pression du réfrigérant en fonction de l'angle $\theta$	48
	3.15	Température du réfrigérant en fonction de l'angle $\theta$	49
	3.16	Structure du modèle ARX	49
	3.17	Températures d'entrées du réfrigérant en fonction du temps	50
	3.18	Pressions d'entrées du réfrigérant en fonction du temps	50
	3.19	Identification de la température de sortie du compresseur par le modèle ARX	51
	3.20	Identification de la pression de sortie du compresseur par le modèle ARX	51
	3.21	Principe de Transfer de Chaleur	53
	3.22	Schéma du détendeur thermostatique	55
	3.23	Organigramme de la mise en œuvre du modèle de la station de production d'eau glacée	56
	3.24	Température de l'eau en fonction du temps	57
	3.25	Température du réfrigérant en fonction du temps	58
	3.26	Pression du réfrigérant R134a en fonction du temps	58
	11	Approche de commande de type PID	60
-	4.1 1 2	Contrôleur PID	61
	4.2 1 3	Modèle Indépendent	64
-	4.5		64
-	4.4	Trajactoire de Déférence et Herizon de Coïncidence Source : [66]	66
-	4.5	Entrées et Sorties de Base Source : [66]	60
-	т.0 Д 7	Autocompensateur Source · [66]	71
2	т. / Л Q	Procédé à temps mort	71 70
2	4.0	Sabáma da commanda d'un DEC du pramiar ardra	74
4	4.7		74

4.10	Limitation sur la variable manipulée	78
4.11	Commande contrainte avec superviseur	78
4.12	Cycle de la commande PFC	79
5.1	Réglage par Température d'Entrée du caloporteur R134a (débit sortie valve du détendeur)	)
	par la Commande Prédictive Fonctionnelle (PFC)	81
5.2	Variable de commande (Gain de l'équation de la valve du détendeur)	81
5.3	Réglage par débit d'Entrée du produit (eau glacée) par la Commande PID	82
5.4	Variable de commande (Variable de commande (débit Eau glacée)	82
5.5	Réglage par débit d'Entrée du produit (eau glacée) par la Commande Paramétrique	
	Prédictive (PPC)	83
5.6	Variable de commande (débit Eau glacée)	84
5.7	Réglage par débit d'Entrée du produit (eau glacée) par la Commande PID	85
5.8	Variable de commande (Variable de commande (débit Eau glacée)	85
5.9	Approche de commande enthalpique override	86
5.10	Réglage sélectif par Température d'Entrée du caloporteur R134a (débit sortie valve	
	du détendeur) ou par débit d'Entrée du produit (eau glacée) par PFC et PPC SISO	86
5.11	Variable de commande (Gain de l'equation de la valve du détendeur) (débit Eau	
	glacée) SISO	87
5.12	Approche de commande enthalpique	87
5.13	Réglage combiné par Température d'Entrée du caloporteur R134a (débit sortie valve	
	du détendeur) et par débit d'Entrée du produit (eau glacée) par la Commande PFC et	
	PPC MISO	88
5.14	Variable de commande (Gain de l'equation de la valve du détendeur) et (débit Eau	
	glacée) MISO	88

#### Nomenclature

θ	Angle (°)
<i>r</i> <sub>b</sub>	Rayon de base du scroll $(m)$
$r_c$	Rayon de l'arc circulaire interne de la chambre de décharge $(m)$
$r_0$	Rayon du scroll orbitaire $(m)$
h	Hauteur du Scroll (m)
<b>φ</b> <i>i</i> 0	Angle interne initial $(^{o})$
φ <sub>00</sub>	Angle externe initial (°)
$\phi_{os}$	Angle externe final $(^{o})$
$\varphi_e$	Angle final (°)
$\mathbf{\Phi}_d$	Angle de Décharge $(^{o})$
t	Epaisseur (m)
Vs	Volume de la chambre d'aspiration $(m^3)$
$V_c$	Volume de la chambre de compression $(m^3)$
$V_d$	Volume de la chambre de décharge $(m^3)$
V	Volume $(m^3)$
vs	Spécifique volume $(m^2 k g^{-1})$
$A_s$	Aire de la chambre d'aspiration $(m^3)$
$A_{dis}$	Aire de décharge $(m^3)$
$C_{va}$	Constante de la valve du compresseur
ψ	Facteur de Flux
$\rho_h$	Densité du réfrigérant pour les hautes pressions $(kgm^{-3})$
d	Diamètre du port de décharge $(m)$
W	Vitesse Angulaire du compresseur $(tr/s)$
У	Ouverture de la valve de la chambre de décharge du compresseur (m)
$\dot{m}_{in}$	Masse de flux à l'entrée $(kgs^{-1})$
ṁ <sub>out</sub>	Masse de flux à la sortie $(kgs^{-1})$
Ż	Flux de chaleur
$p_{asp}$	Pression d'aspiration (kpa)
<i>p<sub>dis</sub></i>	Pression de décharge $(kpa)$
$T_{asp}$	Température d'aspiration $(K)$
$p_l$	Basse Pression (kPa)
$p_h$	Haute Pression ( <i>kPa</i> )

$R_m$	Constante universelle des gaz $(kJmol^{-1}K^{-1})$
М	Masse molaire du réfrigérant $R134a$ ( $kgmol^{-1}$ )
R	Constante du Gaz R134a $(kJkg^{-1}K^{-1})$
$P_c$	Valeur critique de la pression (MPa)
$\rho_c$	Valeur critique de la densité $(kg/m^3)$
ρ <sub>r</sub>	Valeur réduite de la densité $(kg/m^3)$
$T_c$	Valeur critique de la température $(K)$
$T_r$	Valeur réduite de la température $(K)$
$a_i$	Cœfficient de la composante résiduelle
$t_i$	Cœfficient de la composante résiduelle
$d_i$	Cœfficient de la composante résiduelle
$a_1^0a_5^0$	Constantes pour calcul de la composante idéal
α	Energie Helmholtz
$\alpha_0$	Composante idéal de l'énergie Helmholtz
$\alpha_r$	Composante résiduelle de l'énergie Helmholtz
Р	Pression $(Jkg^{-1})$
Т	Température (K)
т	Masse du Réfrigérant $(kg)$
Н	Enthalpie $(Jkg^{-1})$
$C_{v}$	Chaleur spécifique à volume constant $(Jkg^{-1}K^{-1})$
$C_p$	Chaleur spécifique à pression constante $(Jkg^{-1}K^{-1})$
ρ	Densité $(kgm^{-3})$
τ	Température réduite inverse
δ	Densité réduite
$F_s$	Force de la pression de surchauffe du ressort $(N)$
$F_0$	Force initial de la pression de surchauffe du ressort $(N)$
$K_s$	Cœfficient du ressort( $Nm^{-1}$ )
Z.	Déplacement de l'aiguille de la valve $(m)$
$K_v$	Constante de la valve $(kgs^{-1}m^{-1})$
$K_c$	Gain de la valve $(kgs^{-1}N^{-1}m^2)$
$P_{ss}$	Pression de surchauffe $(Nm^{-2})$
$W_b$	Capacitance thermique du détendeur $(JK^{-1})$
<i>k</i> <sub>b</sub>	Conductivité thermique du détendeur $(Wm^{-1}K^{-1})$

- $y_b$  Ouverture du détendeur(m)
- $A_d$  Aire du diaphragme $(m^3)$

 $C_b$  Conductance Thermique entre le détendeur et la plaque( $WK^{-1}$ )

- $\rho_w$  Densité de l'eau ( $kgm^{-3}$ )
- $C_{pw}$  Capacité de chaleur spécifique de l'eau  $(Jkg^{-1}K^{-1})$
- $V_w$  Volume de l'eau glacée $(m^3)$
- $U_p$  Cœfficient de transfert de chaleur entre la plaque et (l'eau glacée(évaporateur)/réfrigérant(condenseur))( $Wm^{-2}K^{-1}$ )
- $F_w$  Débit d'injection de l'eau glacée

A Aire
$$(m^3)$$

- *l* Constante de chaleur d'évaporation
- $\rho_p$  Densité de la plaque  $(kgm^{-3})$
- $C_{pp}$  Capacité de chaleur spécifique de la plaque  $(Jkg^{-1}K^{-1})$
- $m_r$  Débit du réfrigérant $(kgs^{-1})$
- $V_p$  Volume du réfrigérant $(m^3)$
- $U_w$  Cœfficient de transfert de chaleur entre la plaque et (le réfrigérant(évaporateur) /eau de ville(condenseur))( $Wm^{-2}K^{-1}$ )

#### Abréviations

DCS	: Distributed Control System
TEV	: Thermostatically Expansion Valve
ARX	: Autoregressive Model Structure with Exogenous Inputs
BHE	: Brazed Heat Exchanger
CV	: Controlled Variable
MPC	: Model Predictive Control
DMC	: Dynamic Matrix Control
GPC	: Generalised Predictive Control
MV	: Manipulated Variable
PHE	: Plate Heat Exchanger
PFC	: Predictive Functional Control
PID	: Proportional Integrate Derivative
MHPC	: Model Heuristic Predictive Control
NMPC	: Nonlinear Model Predictive Control
GPC	: Generalised Predictive Control
DMC	: Dynamic Matrix Control

## Table des matières

Li	ste de	s figure	?S	Х
1 INTRODUCTION				1
	1.1	Introd	uction	1
	1.2	Hiérar	chie de commande	2
	1.3	La Co	mmande Prédictive (MPC)	3
		1.3.1	Modèle interne	4
		1.3.2	Trajectoire de référence	5
		1.3.3	Calcul de la variable manipulée	5
		1.3.4	Autocompensateur	5
	1.4	Avanta	ages/Inconvénients du « MPC »	5
	1.5	Introd	uction à la modélisation des systèmes frigorifiques : Etat de l'art	7
	1.6	Organ	isation du mémoire	10
		C		
2	FON	ICTIO	NNEMENT D'UN CYCLE FRIGORIFIQUE	12
	2.1	Descri	ption physique de la station	12
	2.2	Etude	des compresseurs	15
		2.2.1	Définition	15
		2.2.2	Présentation des différents types de compresseurs	16
			2.2.2.1 Les compresseurs volumétriques	16
			2.2.2.2 Les compresseurs dynamiques	17
		2.2.3	Compresseur scroll	17
			2.2.3.1 Fonctionnement d'un compresseur scroll	18
			2.2.3.2 Avantages	19
	2.3	Etude	des échangeurs de chaleur	20
		2.3.1	Définition	20

	2.3.2	Principaux modes d'écoulement des fluides				
	2.3.3	Principe de transfert de chaleur par convection				
2.4	Les dé	étendeurs	23			
	2.4.1	Technologie des détendeurs	23			
	2.4.2	Les tubes capillaires ou détendeurs capillaires	23			
	2.4.3	Le détenteur électronique	23			
	2.4.4	Les détendeurs thermostatiques	23			
		2.4.4.1 Les détendeurs thermostatiques à égalisation de pression interne .	24			
		2.4.4.2 Les détendeurs thermostatiques à égalisation de pression externe .	25			
2.5	La bou	uteille anti-coups de liquide	26			
2.6	Réserv	voir liquide	27			
2.7	Déshy	drateur	27			
2.8	Les Vo	oyants	27			
MO	DFLIS	ATION	28			
3.1	Modél	lisation des compresseurs	28			
011	3.1.1	Etude géométrique du compresseur scroll	-° 29			
	3.1.2	Considérations géométriques générales				
	3.1.3	Calcul du volume des différentes chambres				
	3.1.3.1 Chambre d'aspiration					
		3.1.3.2 Chambre de compression	32			
		3.1.3.3 Chambre de décharge	33			
	3.1.4	Discussion du volume des chambres	34			
	3.1.5	Modèle du processus de compression	38			
		3.1.5.1 Equations différentielles qui gouverne le processus de compression	38			
		3.1.5.2 Modèle du gaz réel HFC-134a	40			
		3.1.5.3 Points Critiques du HFC-134a	41			
		3.1.5.4 Flux de masse du gaz aspiré	44			
		3.1.5.5 Réchauffement du gaz aspiré	44			
		3.1.5.6 Processus de décharge	45			
	3.1.6	Implémentation du modèle du processus de compression	46			
	3.1.7	Calculs et résultats	48			
	318	1.8 Modèle simplifié du compresseur scroll				

3

	3.2	Modél	lisation de l'échangeur à plaques brasées		
		3.2.1	Modèle de l'Evaporateur	52	
			3.2.1.1 Evolution de la température coté eau	54	
			3.2.1.2 Equation d'énergie de la plaque ou du caloporteur	54	
		3.2.2	Modèle du condenseur	54	
			3.2.2.1 Equation d'énergie de la plaque ou de l'eau	54	
			3.2.2.2 Evolution de la température coté caloporteur	55	
	3.3	Modèl	e de la valve thermostatique (TEV)	55	
	3.4	Modèl	e complet de la station	56	
4	CO	MMAN	DE PREDICTIVE	59	
•	41	Introdu		59	
	4.2	La Co	mmande Classique PID	60	
		4.2.1	PID Idéal	60	
		4.2.2	PID Digital	61	
		4.2.3	PID Modifié (Velocity Version)	62	
	4.3	La Co	mmande Prédictive Fonctionnelle (PFC)	62	
	4.3.1 Les Quatre Principes de la Commande Prédictive			63	
			4.3.1.1 Modèle Interne	63	
			4.3.1.2 Trajectoire de Référence	65	
		4.3.1.3 Structuration de la Variable Manipulée			
			4.3.1.3.1 Rappel	68	
			4.3.1.3.2 Fonction de base	68	
			4.3.1.3.3 Équation de commande	69	
			4.3.1.4 Autocompensateur	70	
		4.3.2	Cas de système à retard pur	71	
	4.4 Exemple de PFC du premier ordre		ble de PFC du premier ordre	72	
		4.4.1	Etape 1 : Formulation du modèle interne	72	
		4.4.2	Etape 2 : Formulation de la trajectoire de référence	73	
		4.4.3	Etape 3 : Sortie procédé prédite	73	
		4.4.4	Etape 4 : Calcul de la loi de commande	73	
		4.4.5	Réglage du PFC	75	
			4.4.5.1 Précision	75	

6	CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES 9				90	
	5.5	Variati	ons de l'er	reur		89
	5.4	5.4 Simulation Commande combinée PPC et PFC (MISO)				87
	5.3	Simulation Commande sélective PPC ou PFC (SISO)				
	5.2	Simulation Commande Paramétrique PPC				
	5.1	Simulation Commande PFC				
5	RES	SULTAT	S DES SI	MULATIONS		80
		4.4.7	Algorithi	me de calcul de la commande predictive fonctionnelle	• •	/9
		4 4 7	Alcomithe	no de celevil de la commenda médiative fonctionnelle		70
		4.4.6	Contraint	tes		76
			4.4.5.3	Robustesse		75
			4.4.5.2	Dynamique		75

## **Chapitre 1**

## INTRODUCTION

#### 1.1 Introduction

Les régulateurs PID sont utilisés dans 95% des applications industrielles [1]. Ils ont, quand ils s'appliquent, une efficacité remarquable et des rapports prix/performance avec lesquels il est difficile de rivaliser. Ils sont, pour ces raisons, commercialisés sur une échelle industrielle mondiale et sont un outil de base classique de l'industrie de production.

L'acceptation industrielle du PID vient du fait qu'une fois le matériel installé (capteur, actionneur...etc), Il suffit, sans étude préalable, de fixer quelques valeurs de paramètres, sans grande réflexion ou difficulté particulière, et qu'un essai expérimental suffit, la situation est tout autre avec la commande prédictive. Toutefois, le régulateur PID reste incapable de couvrir tous les besoins de performance dans le cas des processus industriels, généralement non linéaires, instables, non stationnaires, à grand retard pur, multi-variables ; mais aussi lorsque les performances exigées par l'utilisateur sont très tendues : forte atténuation des perturbations, erreur de traînage nulle en poursuite, réponse en temps minimal, ceci amène à fonctionner sur des contraintes qui affectent soit les variables d'action, soit des variables internes du processus.

L'autre composante, en plus de ce besoin de performance qui a favorisé l'éclosion de la commande avancée, se situe sur le plan méthodologique avec l'apparition des méthodes de modélisation et de simulation a également considérablement facilité l'introduction de ces méthodes de commande à base de modèle.

La rupture entre l'automatique classique et la commande prédictive est dans le fait que le régulateur prédictif va être construit sur la base d'un modèle qu'il va utiliser sur le site en temps réel. Le modèle s'est fait régulateur.

Le PID Smith à compensation de retard utilise également un modèle, mais il ne fait pas de prédiction du futur.

#### 1.2 Hiérarchie de commande

La commande ou le contrôle des procédés industriels peut être donnée par une représentation en couches hiérarchiques. A la base de cette représentation le procédé à contrôler, puis successivement les couches de la hiérarchie de commande par degré de complexité et d'interaction.



Fig 1.1 – Hiérarchie de commande

On peut voir que le premier niveau de commande qui, en plus, est indispensable à tout procédé, est le contrôle d'urgence. Sa plus simple implémentation est le bouton d'arrêt d'urgence. Mais la commande d'urgence peut aussi être automatique répondant à certains critères liés au procédé. Le deuxième niveau, peut être donné par la commande classique type FEEDBACK, ou PID (Proportion-nelle Intégrale Dérivative).

Au dessus de la commande classique, vient se greffer la commande dite avancée qui se base

sur le PID. Cette stratégie de commande consiste à une multitude de modifications et/ou ajouts à la commande classique pour en améliorer les performances. Un exemple est la commande en cascade, la commande FeedForward, le prédicteur de Smith,...etc. La couche de commande au dessus concerne l'optimisation et la commande dynamique. Cette couche nécessite, implicitement, une commande digitale étant donné les coopérations d'optimisation soit en utilisant des solveurs ou des lois de commandes analytiques. Un exemple de stratégie de commande pour ce niveau est la commande prédictive, la commande optimale, la commande robuste,...etc.

Finalement, le niveau hiérarchique supérieur peut être représenté par toute la commande d'ordonnancement et de stratégie liée à la production, et utilisant au moins deux niveaux de commande incluant le contrôle d'urgence [1].

#### **1.3 La Commande Prédictive (MPC)**

La commande prédictive est née d'un besoin de précision et de robustesse dans le monde industriel, où nous avons vu apparaître des techniques de commande avancée plus performantes que les commandes classiques PID avec des contraintes toujours plus élevées, la commande prédictive, également appelée commande à horizon glissant ou fuyant, en référence à la manière dont la fenêtre de temps considérée pour les calculs est décalée à chaque itération, est certainement la commande la plus utilisée dans l'industrie.

Le principal atout de la commande prédictive est sa capacité à prendre en compte dans son expression même les contraintes fonctionnelles et les contraintes d'exploitation du système considéré (voir section 4.4.6). L'inconvénient d'une telle méthode est le temps de calcul surtout lorsque le modèle utilisé est non linéaire. C'est la raison pour laquelle, elle a été essentiellement utilisée dans l'industrie du génie des procédés où les systèmes contrôlés sont suffisamment lents pour en permettre une mise en œuvre avec des périodes d'échantillonnage assez élevées. Cependant, elle s'est vite étendue à d'autres industries grâce à ces succès incontestables dans une industrie pétrolière sérieusement éprouvée par des contraintes économiques engendrées par des crises pétrolières et la guerre froide durant les années 1970. Le but économique recherché est de réduire les coûts de production donnés par les contrôleurs classiques PID.

La philosophie de la commande prédictive se résume à utiliser un modèle interne pour prédire le comportement du système et choisir la meilleure décision au sens d'un certain coût tout en respectant les contraintes [2].

Bien que MPC utilise un principe d'optimalité, avec une fonction coût (souvent quadratique), son principe est fondamentalement différent. En effet, Richalet soutient que les fondements de la commande prédictive viennent d'une analogie avec le comportement humain vis-à-vis des situations quotidiennes, qui nous paraissent souvent anodin :

- Création d'une image modèle.
- Comportement futur désiré.
- Action.
- Evaluation de l'action exercée (comparaison entre l'image opérative et l'action réelle).

En 1968, Richalet établit une analogie entre une commande innovante et la théorie de Piaget. Quatre principes correspondant à l'image modèle, le comportement futur désiré, l'action et l'évaluation ont donc été développés comme un prélude à la commande prédictive. Les étapes du raisonnement humain, selon Piaget, ont été remplacées par quatre principes plus appropriés au langage machine :

- Modèle interne.
- Trajectoire de référence.
- Calcul de la variable manipulée.
- Auto compensateur.

Ces quatre principes deviendront les principes de base de tout algorithme MPC.

#### 1.3.1 Modèle interne

Tout algorithme MPC nécessite un modèle interne pour prédire le comportement du système, par prédiction de la (des) sortie (s) du procédé à commander. Le modèle interne doit être formulé sous forme discrète, pour pouvoir être embarqué dans un calculateur. Toutefois, sa composition n'est pas restreinte à une formulation unique. Le modèle interne peut être : linéaire, non - linéaire, sous forme d'espace d'état, fonction de transfert, basé sur des principes de physiques fondamentales, numériques, boite noire,... etc. Dans ce lot, deux familles de modèles émergent :

- *Modèles indépendants* : la sortie du modèle est calculée avec les entrées passées et présentes du modèle.
- Modèles recalés : la sortie calculée, utilisant soit les valeurs passées des entrées et sorties du procédé, ou des estimations des variables d'état du procédé.

#### 1.3.2 Trajectoire de référence

Une trajectoire de référence désirée est définie à partir de la valeur de sortie mesurée du procédé. A la différence d'une commande classique, le but de la commande n'est pas d'égaler la consigne de commande, mais une trajectoire qui emmène la sortie à cette consigne, appelée trajectoire de référence. Le concept est aussi connu sous le nom de comportement en boucle fermée. Cependant, la trajectoire de référence peut être variable par rapport au temps où on a l'état du procédé, et est par conséquent, sujette à toutes sortes de spécifications variant d'un algorithme MPC à l'autre.

#### 1.3.3 Calcul de la variable manipulée

Ici aussi, la recherche d'une valeur « optimale » de la valeur manipulée (VM), diffère d'un algorithme MPC à l'autre. Toutefois, le concept général, est d'injecter une VM initiale à un simulateur comprenant le modèle interne, et optimiser cette VM future afin d'obtenir le comportement désiré du procédé. Ceci peut être effectué par l'optimisation d'un critère donnant une solution analytique ou numérique correspondant respectivement à l'utilisation d'un modèle linéaire ou non linéaire.

#### 1.3.4 Autocompensateur

L'erreur de sortie, donnée par la différence entre le modèle interne et le procédé, peut être utilisée afin d'évaluer la qualité du modèle. Cette erreur peut être utilisée pour affiner la qualité de la commande. L'erreur est généralement non nulle pour les raisons suivantes :

- Le procédé physique est généralement perturbé par des paramètres inconnus qui imposent des changements aléatoires à la sortie.
- Le modèle interne est rarement fidèle au procédé.

Pour la minimisation de cette erreur, plusieurs techniques sont utilisées, à savoir l'estimation d'état et l'adaptation en ligne des paramètres du modèle.

#### 1.4 Avantages/Inconvénients du « MPC »

La commande MPC présente un certain nombre d'avantages, par rapport aux autres méthodes, parmi lesquelles on trouve les avantages suivants :

- Son principe très intuitif et le réglage relativement facile de ses paramètres la rendent accessible aux personnes avec des connaissances limitées en automatique,
- si la consigne est connue à l'avance, son caractère prédictif permet de l'anticiper et donc d'améliorer le suivi,

- le cas multi variable se traite facilement,
- elle est capable intrinsèquement de compenser les retards,
- s'applique à tout type de systèmes, des plus simples aux plus complexes (systèmes instables, avec retards, non minimum de phase, très peu amortis, multi variables, non linéaires, variants),
- le correcteur obtenu est une loi de commande linéaire facile à implémenter et qui demande peu de temps de calcul,
- numériquement stable.



Fig 1.2 - Avantages de MPC : Réduire la Variance, Changer la Consigne

Bien sûr, il y a aussi quelques inconvénients. L'un d'eux est que, bien que le correcteur obtenu soit simple à programmer, son obtention est beaucoup plus complexe que pour les correcteurs de type PID classiques. Si la dynamique du procédé ne change pas, le calcul du correcteur se fait à l'avance, hors-ligne, mais dans le cas d'une commande adaptative, un nombre important de calculs doit être mené à chaque instant d'échantillonnage. Lorsque des contraintes sont considérées, le nombre des calculs nécessaires est encore plus grand. Bien que, avec l'énorme puissance des ordinateurs actuels, ce problème tend à s'estomper, il subsiste, lorsque l'application nécessite des fréquences d'échantillonnage très élevées [3].

Enfin, le plus grand des inconvénients est le besoin d'un modèle approprié du système. L'algorithme de calcul du correcteur prédictif se base sur une connaissance à priori de ce modèle, il est donc évident que les bénéfices obtenus avec la commande prédictive soient affectés par les écarts qui peuvent exister entre le processus réel et le modèle utilisé.

# **1.5 Introduction à la modélisation des systèmes frigorifiques : Etat de l'art**

La modélisation a acquis une importance incontestable dans la plupart des domaines techniques. Même si les avantages de la modélisation sont devenus plus larges, le but principal pour la plupart de ces modèles est de représenter le processus physique par des équations mathématiques, qui se comportent d'une manière semblable au processus. Un des nombreux avantages d'un modèle mathématique est son implémentation possible dans un ordinateur qui pourrait alors faciliter la commande.

Les performances dynamiques des systèmes de compression de vapeur ont été étudiées depuis plus de 20 ans, Wedekind *et al* [4] était parmi les premiers à étudier la dynamique de transition des deux phases dans les échangeurs thermiques. Son modèle est construit sur des limites variantes en utilisant une forme de volume variable du modèle de fraction de vide sur la région des deux phases.

Dhar et Sœdel [5] ont présenté un des premiers modèles complets d'un système de réfrigération de compression de vapeur. Ce modèle est construit en appliquant le premier principe de la thermodynamique sur les deux phases du réfrigérant liquide et vapeur dans les échangeurs thermiques, qui échangent la masse à l'intérieur et chauffent en apparence.

Chi et Didion [6] : le modèle est parmi les peu qui travaillent avec la forme transitoire de l'équation de vitesse. Leur modèle d'un système de pompe à chaleur d'aire-à-aire, est construit sur une limite variante des paramètres. La dynamique de toutes les composantes est modélisée, en incluant la vitesse d'aire coulant à travers les échangeurs thermiques. Toutefois, la dynamique de la valve est négligée.

Yasuda *et al* [7] a construit un modèle de système complet, sur les lignes semblables à Dhar et à Sœdel [5], sauf que l'échange dans le condensateur se fait différemment. Les larges hypothèses comme le sous-refroidissement constant et la condition uniforme des deux phases du condensateur, sont données pour travailler sans conséquences sérieuses.

MacArthur [8] présente un des premiers modèles qui part de l'approche des paramètres vers une formulation distribuée. Cela, avec McArthur et Grald [10] et Rasmussen *et al* [10], constitue un corps de travail en utilisant des composantes de système similaire. Les équations de conservation sont simplifiées en supposant l'écoulement unidimensionnel dans les deux échangeurs thermiques. La région de deux phases dans le condensateur est supposée homogène alors que dans l'évaporateur

le liquide et la vapeur sont modelés séparément. En 1984, une version plus simple du modèle de l'échangeur thermique sera élaborée où la vitesse d'écoulement sera considérée uniforme le long de l'échangeur thermique.

McArthur et Grald [11] ont couplé la balance de masse à la balance d'énergie et ont permis d'imposer la réponse de la pression.

Rasmussen *et al* [10] tire parti de ce modèle raffiné et inclut le modèle du compresseur. La dynamique importante thermique et l'inertie du moteur sont modélisées et couplées au modèle du système de pompe à chaleur.

Sami *et al* [12] a utilisé une approche pour modéliser les composantes du système où la dynamique était pertinente. Les différentes composantes sont modélisées en incluant le condensateur, l'évaporateur, la valve d'expansion thermostatique. Le modèle du compresseur est pris d'Yasuda *et al* [7] et amélioré. Les échangeurs thermiques sont modélisés en utilisant un modèle de flux.

Nyers et Stoyan [13] : le modèle d'un évaporateur est construit en se basant sur la limite variante en utilisant les différences finies dans chaque phase.

Vargas et Parise [14] ont étudié les avantages relatifs d'une forme alternative des méthodes de contrôles des circuits fermés, basés sur une loi de force.

Sami et Comeau [15] et Sami & Dahmani [16] se sont étendus sur le modèle de Sami *et al* [12] pour inclure les différences finies dans le modèle de flux. Ce modèle a été utilisé pour prédire la performance du système. [15] Le travail s'est occupé des mixtures réfrigérantes non-azéotropique, spécialement les mixtures de R22-R114, R22-R114a, R22-R152a, pendant que dans [16] le travail s'est occupé des alternatives HFC R22, spécialement, R407a, R507 et NARM502 (un mélange de R22, R23 et R152a).

Xiandong Il *et al* [17] ont développé un modèle pour un système de réfrigération à compression de vapeur fondamental, en utilisant la limite variante avec le modèle de fraction de vide de Wedekind [4]. Ce modèle a été alors utilisé pour étudier la méthode de contrôle multi-input-multi-output (MIMO) développée par Xiandong Il *et al* [17].

Williatzen *et al* [18] présente un modèle pour simuler la dynamique d'écoulement transitoire dans un échangeur thermique. La structure du modèle tient compte de n'importe quelle combinaison physiquement possible des phases dans l'échangeur thermique.

Pettit *et al* [19] a appliqué la formulation de Williatzen au cas d'un évaporateur et a étudié les changements de phase dans l'évaporateur.

Rossi et Braun [20] ont développé un modèle mécanique d'une unité d'aire conditionné. Le modèle de système est construit en utilisant complètement la formulation du volume fini de la masse et des balances d'énergie dans les échangeurs thermiques. La validation est présentée en utilisant des mesures d'une unité du haut de toit de 3 tonnes.

Jing Xia *et al* [21] a développé un modèle d'écoulement séparé pour un évaporateur et a étudié la dynamique de l'évaporateur sous les variations de vitesse du compresseur et une ouverture de valve d'expansion.

Jakobsen *et al* [22] a analysé les exactitudes relatives aux suppositions de l'homogénéité de l'écoulement dans l'échangeur thermique et a conclu que ce modèle était une représentation insuffisante et a prédit la sensibilité de l'évaporateur. Il recommande l'utilisation du modèle d'écoulement quand la dynamique du réfrigérant est importante.

Svensson [23] était un des rares chercheurs à se concentrer exclusivement sur le liquide de refroidissement. Son modèle est construit sur l'étude de la dynamique du système qui subit des perturbations, en variant les débits d'eau du côté condensateur.

Wang *et al* [24] Un modèle détaillé du compresseur centrifuge est développé des premiers principes, c'est-à-dire l'équation de vitesse, l'équation d'énergie et les triangles de vitesse (vélocité). Toutes les pertes importantes à savoir hydrodynamiques, mécaniques et électriques sont représentées. Les échangeurs thermiques, pourtant, sont modélisés dans une manière hautement simplifiée.

Browne et Bansal [25] ont développé et comparé une physique simple basée sur le modèle dynamique avec un modèle de réseau de neurone dynamique. On traite le réfrigérant dans les échangeurs thermiques quasi-statiquement.

Groll et al. ([26], [27]) présente un modèle mathématique détaillé du principe de compression du compresseur scroll, se basant sur les lois de conservation d'énergie et de conservation de la masse.

Notre étude historique nous a permis de juger sur l'intérêt ces dernières années sur le développement de modèles dynamiques plus détaillés. On a vu également l'intérêt grandissant pour les systèmes de refroidissement.

9

#### 1.6 Organisation du mémoire

Dans notre mémoire, nous nous intéressons au fonctionnement d'une station de production d'eau glacée basée sur un compresseur scroll et des échangeurs à plaques brassées. Notre mémoire est organisé comme suit :

- Une description physique de notre station est détaillée dans le chapitre 2, où les différents états que subissent le fluide frigorifique dans le cycle de mollier [28] sont expliqués, ainsi que les différents composants de notre station de production d'eau glacée, à savoir des composants principaux tels que le compresseur, le condenseur, le détendeur et l'évaporateur et des composants annexes tels que le séparateur d'huile, le réservoir de liquide, le déshydrateur, le voyant et la bouteille d'aspiration.
- Dans le chapitre 3, nous présentons un modèle physique détaillé du compresseur scroll qui est le composant le plus compliqué et le plus délicat de notre installation. Le modèle mathématique du compresseur scroll va nous permettre une bonne prédiction du fonctionnement des différentes chambres le constituant à savoir aspiration, compression et décharge, une meilleure compréhension de ces trois phases. Ce modèle va être utilisé pour simuler la compression d'un fluide frigorifique, dans notre processus de refroidissement d'eau. Le modèle mathématique basé sur la conservation d'énergie des deux échangeurs de chaleur : l'évaporateur qui est le centre et l'organe essentiel d'une installation frigorifique (en tant que générateur de froid) et le condenseur (qui va assurer le passage du réfrigérant de l'état gazeux issu du compresseur à un état liquide) par des simples modifications apportées au modèle de l'évaporateur. Pour le détendeur thermostatique une simple équation d'énergie va nous permettre de connaître sa dynamique. En plus des susdites équations d'énergie, plusieurs équations auxiliaires sont exigées dans la simulation du cycle frigorifique. Ceux-ci incluent les relations de propriétés thermodynamiques et d'autres données thermophysiques du gaz réel utilisé et qui seront aussi détaillés dans ce chapitre.
- La commande prédictive basée sur un modèle, dite PFC, appelée également commande à horizon glissant ou fuyant est illustrée dans le chapitre 4 où nous citons les quatre principes d'une commande prédictive, et nous rappelons brièvement la commande classique PID avec les schémas de commande et les méthodes de réglage, on aborde également le problème des contraintes que peut subir les processus dans le cas d'une commande PFC avec les méthodes de réglage.

- Les résultats des simulations sous matlab de plusieurs schémas de commande prédictive seront représentés dans le chapitre 5 avec une comparaison avec la commande classique PID. En effet, une commande par débit du fluide frigorifique, une commande par débit du produit « eau glacée » et une commande utilisant les deux fluides (commande enthalpique mixte et sélective) seront investiguées.
- Et enfin dans le chapitre 6, des conclusions et les perspective, de notre travail seront abordés.

### **Chapitre 2**

# FONCTIONNEMENT D'UN CYCLE FRIGORIFIQUE

#### 2.1 Description physique de la station

Dans une machine frigorifique on tend à produire du froid d'où son nom, elle est largement utilisée et dans de nombreux domaines tels que l'industrie agro-alimentaire, pétrochimie...etc. Ce processus va nous assurer la conservation de la température d'un fluide frigorifique pris au choix selon nos besoins pour ne pas risquer de détériorer notre produit.

Une machine frigorifique comporte des composants principaux et d'autres annexes. Le fluide frigorifique décrit un cycle fermé en quatre phases à travers le circuit qui va constituer les organes principaux :

- La compression du fluide gazeux dans un compresseur,
- la condensation du fluide gazeux dans un condenseur,
- la détente du fluide liquide dans un détendeur,
- la vaporisation du fluide liquide (production du froid) dans un évaporateur.

Il existe notamment des appareils annexes tels que

- Séparateur d'huile.
- Le réservoir de liquide condensé.
- Le déshydrateur.
- Le voyant.
- La bouteille d'aspiration.
- Le filtre d'aspiration.

NB : Les appareils annexes ne sont pas toujours existants dans une installation frigorifique, nous aurons pu voir apparaître d'autres appareils (refroidisseur d'huile, séparateur de liquide...etc) cela dépend du fluide utilisé et vu disparaître certains autres (déshydrateur notamment).

La Fig. 2.1 représente le schéma DCS (Distributed Control System) de notre station de production d'eau glacée.



Fig 2.1 – Schéma DCS de la station de production d'eau glacée

En premier lieu, nous allons expliquer le cycle frigorifique et le rôle de chaque composant dans ce dernier et nous verrons par la suite chaque composant avec plus de détails. Dans un cycle frigorifique l'évaporateur (qui est un échangeur de chaleur avec changement de phase liquide/Vapeur) produit le refroidissement de l'eau « Baisse de Température » par évaporation d'un fluide frigorifique. A la sortie de l'évaporateur et le plus près possible du compresseur, on trouve la bouteille d'aspiration, appelée également bouteille anti coup de liquide, qui va jouer le rôle de séparateur de liquide vers le compresseur, ce dernier va amené les pressions du fluide frigorifique à des hautes pressions en aspirant le fluide frigorifique gazeux (à bas niveau de température et de pression) issu de l'évaporateur, et en le comprimant à un niveau plus haut de température et de pression.

A la sortie, ces vapeurs se trouvent alors à pressions et températures élevées. Ensuite, ce fluide frigorifique sera refoulé vers le condenseur (qui est un échangeur de chaleur avec changement de

phase Vapeur/Liquide) qui va refroidir ces vapeurs (condensation par refroidissement), puis ramener le fluide frigorifique gazeux à l'état liquide, le condenseur va donc permettre l'évacuation de la chaleur contenue dans le fluide frigorifique gazeux issu du compresseur en le liquéfiant. Cette condensation est obtenue par le refroidissement du fluide frigorifique gazeux à pression constante par le caloporteur (de l'eau de ville dans notre cas).

Un réservoir liquide est placé à la sortie du condenseur qui sert à stocker le fluide frigorifique condensé en cas de mise en arrêt de l'appareil ou lors des opérations de maintenance.

Ensuite, on a une vanne de départ liquide vers le dyshydrateur qui va absorber l'humidité du fluide frigorifique contenu dans le cycle. Placé juste après le dyshydrateur, nous avons un voyant hygroscopique qui va indiquer en cas de charge insuffisante en fluide frigorifique, dyshydrateur bouché...etc, il jouera donc un rôle de sécurité. Ce liquide à haute pression et à moyenne température est ramené à basse pression par un détendeur (qui est un détendeur thermostatique à égalisation de pression externe dans notre cas), ce dernier réalise également une vaporisation partielle du liquide et va assurer à l'entrée de l'évaporateur des vapeurs surchauffées du fluide frigorifique et une quantité de fluide frigorifique liquide arrivant à l'évaporateur en fonction des besoins de « froid ».

Ce mélange liquide-vapeur à basse pression et basse température permet la production de froid grâce à la réaction endothermique de vaporisation réalisée dans l'évaporateur, dans lequel le fluide frigorifique liquide à bas niveau de température et de pression va absorber la chaleur du milieu a refroidir, à pression constante, devenant ainsi gazeux. Ces vapeurs basses pressions et basses températures sont ensuite aspirées par le compresseur afin de réaliser un nouveau cycle (voir le cycle de molier [28]).

En pratique, ce cycle est tracé sur les bases suivantes :

- Compression isentropique,
- détente isenthalpe,
- surchauffe de 5<sup>o</sup>C (pour étude de conception) ou SH mesurée,
- sous-refroidissement de 5°C (pour étude de conception) ou SR mesuré.

NB : Il existe tout au long du cycle des accessoires autres que les appareils principaux et annexes tels que des capteurs, des vannes...etc qui servent à l'affichage et au mesure des valeurs dans le cycle, ainsi que des appareils d'automatisme tels que les appareils de régulation : thermostats, pressostats, aussi des appareils de signalisations voyants, des sondes...etc

De la Fig. 2.2, nous pouvons avoir un aperçu réel de notre station et de ses différents composants principaux et annexes à savoir : compresseur, évaporateur, condenseur, détendeur, bouteille anti coup de liquide...etc.



Fig 2.2 – Aperçu réel de l'Installation

#### 2.2 Etude des compresseurs

#### 2.2.1 Définition

Un compresseur est un appareil destiné à réaliser un accroissement de pression d'un fluide à l'état gazeux. Son rôle dans une machine frigorifique est d'aspirer le gaz à la sortie de l'évaporateur et de le refouler à haute pression dans le condenseur. Bien que l'on puisse considérer l'évaporateur comme le centre et l'organe essentiel d'une installation frigorifique (en tant que générateur de froid) le compresseur n'en reste pas moins l'organe mécanique le plus compliqué et le plus délicat de l'installation [29].

#### 2.2.2 Présentation des différents types de compresseurs

Il existe principalement deux catégories :

- Les compresseurs volumétriques.
- Les compresseurs dynamiques.

#### 2.2.2.1 Les compresseurs volumétriques

On désigne par compresseurs volumétriques des machines dans lesquelles la compression est obtenue par changement de volume intérieur de la chambre de compression. Parmi les compresseurs volumétriques on trouve :

Les rotatifs (à anneau liquide, à spirale (scroll), à vis exemptées d'huile, à piston rotatif, à palettes et à vis lubrifiées),





Compresseur à palette

Compresseur à vis lubrifé



Compresseur à anneau liquide



Compresseur à vis rotatif



Compresseur à piston rotatif

Fig 2.3 - Les rotatifs



Compresseur scroll

- Les alternatifs (à pistons ou à membranes).



Compresseur à piston alternatif



Compresseurà membrane alternatif

Fig 2.4 – Les alternatifs
#### 2.2.2.2 Les compresseurs dynamiques

Se sont des machines qui au moyen de mouvements dans un cylindre aspirent la vapeur, la compriment et l'envoient dans la tête du cylindre. La famille des compresseurs dynamiques comprend :

- Les éjecteurs.
- Les rotatifs (axiaux, radiaux centrifuges).



Compresseur centrifuge



Compresseur à éjection de vapeur



Compresseur axial



Compresseur radial

Fig 2.5 – Compresseurs dynamiques

#### 2.2.3 Compresseur scroll

Dans notre cas, nous étudions un compresseur volumétrique, de type rotatif, qui est le compresseur scroll (ou à spirale) qu'on peut voir dans la figure donnée par Fig 2.6.

Dans un compresseur scroll, le moteur électrique est positionné dans la carcasse. Les compresseurs scroll (à spirales) sont apparus depuis une dizaine d'année dans le domaine du froid. Ce type de technologie permet d'obtenir une très grande adaptabilité de puissance. En effet, la géométrie de ces compresseurs nous offre une multitude de possibilités d'ajustement de la taille, de la longueur et de la hauteur des spirales afin d'obtenir une plage d'utilisation déterminée. Contrairement aux compresseurs à piston qui de par leur conception (bielle-piston) ont une adaptabilité bien moindre [29] (voir Fig. 2.6).



Fig 2.6 - Coupe d'un Compresseur Scroll

#### 2.2.3.1 Fonctionnement d'un compresseur scroll

Le compresseur scroll est composé de deux spirales emboîtées l'une dans l'autre. L'une est fixe, l'autre mobile (voir Fig. 2.7).



Fig 2.7 – Ensemble des spirales fixe et mobile

La spirale mobile est animée d'un mouvement orbital par rapport à la spirale fixe permettant l'admission, la compression et le refoulement du fluide frigorifique (voir Fig. 2.7).

- 1. Admission : lors du déplacement de la spirale mobile, la lumière d'admission s'ouvre et se referme cycliquement, emprisonnant ainsi le fluide frigorifique entre les deux spirales.
- 2. Compression : le mouvement de la spirale mobile entraîne les gaz vers la partie centrale,

réduisant par la même occasion le volume qu'il occupe, les gaz sont donc comprimés entre les parois des deux spirales.

3. **Refoulement** : les gaz comprimés sont évacués à travers l'orifice central de la spirale fixe.



Fig 2.8 – Fonctionnement d'un Compresseur Scroll

Nous pouvons visualiser le cycle de compression du gaz sur le diagramme de Clapeyron



Fig 2.9 – Cycle d'un Compresseur Scroll sur le diagramme de Clapeyron

## 2.2.3.2 Avantages

Les compresseurs scroll sont peu bruyants, ce qui est un avantage non négligeable. En effet, trois compresseurs scroll sont nécessaires pour atteindre le niveau sonore d'un compresseur à piston. Ceci est dû à un cycle de compression progressif et au faible nombre de pièces en mouvement. L'absence de clapets ou de soupapes de refoulement et d'admission (de même que pour les compresseurs à vis) les rendent peu sensibles aux coups de liquide. Ces compresseurs sont également très fiables. De plus, de par leur compression progressive, ils acceptent une tension de démarrage deux fois inférieure à celle d'un compresseur à piston. Ils assurent également un rendement optimal du système aussi bien à petite qu'à grande vitesse. Dans le cadre de notre projet, nous étudierons seulement le compresseur scroll. C'est l'une des technologies les plus utilisées dans le domaine du froid. Nous allons donc étudier des compresseurs volumétriques, c'est-à-dire des machines rotatives à espace variable.

## 2.3 Etude des échangeurs de chaleur

## 2.3.1 Définition

Les échangeurs de chaleur sont des équipements permettant le transfert de chaleur d'un fluide chaud à un fluide froid sans contact directe entre les deux fluides, ces derniers sont séparés par une paroi ou un cloison à faible inertie thermique, à travers laquelle les échanges se font par conduction. La chaleur cédée par le fluide chaud par convection le long de la surface de contacte (plaque) est transférée par conduction. Les échanges de chaleurs sont classifiés selon la configuration d'écoulement de fluide et selon leur type de construction, l'évaporateur est un échangeur thermique avec changement de phase (Liquide - gaz), dont le rôle consiste à absorber le fluide frigorifique contenu à l'intérieur de l'évaporateur. Au même titre que les évaporateurs, le condenseur est un échangeur thermique avec changement de phase (gaz - Liquide), son rôle consiste à absorber le flux thermique provenant du fluide frigorifique et le céder au caloporteur (eau de ville dans notre cas). Le passage du flux thermique du fluide frigorifique au milieu extérieur dépend [30] :

- Du cœfficient global de transmission de la chaleur de l'évaporateur,
- de la surface de l'évaporateur,
- de la différence existant entre la température de l'évaporateur et celle du caloporteur à refroidir.

#### 2.3.2 Principaux modes d'écoulement des fluides

On distingue trois modes d'écoulements différents : à co-courants, à contre-courants et à courants croisés avec où sans brassage [30].

1. Echangeurs à Co-Courants : l'écoulement des deux fluides se fait parallèlement et dans le même sens, avec la condition que  $Te_F < Te_C$ .



Fig 2.10 - Ecoulement des fluides dans les Echangeurs à Co-Courants

2. Echangeurs à Contre-Courants : l'écoulement des deux fluides se fait parallèlement mais dans le sens contraire.



Fig 2.11 - Ecoulement des fluides dans les Echangeurs à contre Courants

3. Echangeurs à Courant Croisés avec où sans brassage : Les deux fluides s'écoulent perpendiculairement l'un à l'autre fait parallèlement mais dans le sens contraire. Un fluide non brassé est canalisé dont la veine est divisée entre plusieurs canaux parallèlement distincts et à faible section, l'autre fluide circule librement entre la veine et peut être considéré comme partiellement brassé. Le brassage a pour effet d'homogénéiser les températures dans les sections droites de la veine.



Fig 2.12 - Echangeurs à Courants Croisés avec/ou sans brassage

Selon le type d'écoulement, il existe différents types d'échangeurs à savoir échangeurs tubulaires, à plaques, à spirales, à surface raclée...etc.

Une brève explication de chaque type d'échangeurs est donnée dans ce qui suit :

- 1. Echangeurs tubulaires : ils sont faciles à fabriquer, bon marché, maintenance aisée, peuvent supporter des pressions et des températures élevées (voir Fig. 2.13) [30].
  - Monotube : 01 tube placé dans un réservoir
  - Coaxiaux : les tubes sont le plus souvent cintrés
  - Multitubulaires : à tubes séparés, à tubes rapprochés, à tubes ailettes, où à tubes et calandre.



Fig 2.13 - Echangeurs coaxiaux, à plaques, à plaques brasées, tubulaires et à spirales

- Echangeurs à plaques : plus récents que les échangeurs tubulaires, formés par l'empilement d'un ensemble de plaques métalliques à travers lesquelles s'effectue le transfert de chaleur entre deux fluides, contrairement aux échangeurs tubulaires, les échangeurs à plaques ne peuvent être utilisés pour des températures élevées ou des fortes pressions (voir Fig. 2.13) [30].
   NB : L'amélioration de se problème réside dans l'utilisation des échangeurs à plaques soudées.
- Echangeurs à spirales : constitués de deux rubans de tôle gaufrée, enroulés et maintenus parallèles ou croisés où la circulation du fluide est du type monocanal à courant parallèle ou croisé (voir Fig. 2.13) [30].
- Echangeurs à plaques brasées : formés de plaques embouties mais sans joints résistant à de haute pression (voir Fig. 2.13) [30].

**NB** : Les échangeurs de types 3 et 4 sont à diffusion moins importante que ceux de type 1 et 2. Il est à noter que les échangeurs suscités sont basés sur l'hypothèse que l'échange se fait sans que les deux fluides ne changent de phase, il existe toutefois des échangeurs où les deux fluides changent de phase, se sont les échangeurs thermiques.

#### 2.3.3 Principe de transfert de chaleur par convection

Le principe est simple, le transfert de chaleur d'un fluide chaud vers le fluide froid peut être décomposé comme suit :

- Convection Fluide Chaud-Paroi (avec le cœfficient d'échange thermique convectif  $C_{ext}$ ),
- conduction à travers la paroi (de conductivité  $\lambda$  d'épaisseur *e* et de surface externe et interne  $S_{ext}$  et  $S_{int}$ ),
- convection Paroi-Fluide Froid (avec le cœfficient d'échange thermique convectif C<sub>int</sub>).

## 2.4 Les détendeurs

#### 2.4.1 Technologie des détendeurs

Les détendeurs sont destinés à l'alimentation des évaporateurs en fluide frigorifique. Suivant le principe de fonctionnement des évaporateurs, on distinguera :

- Les dispositifs alimentant les évaporateurs à détente sèche.
- Les dispositifs alimentant les évaporateurs noyés.

Les dispositifs alimentant les évaporateurs à détente sèche, communément appelés détendeurs, seront abordés dans cette partie. Quant aux autres dispositifs, il s'agit de systèmes de détection de niveau. Les détendeurs pour évaporateurs à détente sèche se regroupent en trois types :

#### 2.4.2 Les tubes capillaires ou détendeurs capillaires

Ce sont des tubes de cuivre de longueur variable (de 1 à 7 m environ) et dont le diamètre intérieur varie entre 0.6 à 2 mm. C'est un restricteur non réglable dont la résistance d'écoulement représente la perte de charge désirée entre le condenseur et l'évaporateur, ses dimensions sont déterminées expérimentalement, ils conviennent pour des installations de faible puissance thermique et peu variable [31].

#### 2.4.3 Le détenteur électronique

Le rôle du détendeur est d'assurer l'admission automatique du fluide frigorifique à l'évaporateur afin d'obtenir un remplissage optimal de celui-ci en fonction des apports calorifiques externes. Il permet donc d'assurer l'alimentation maximum de l'évaporateur, quelque soit les conditions de fonctionnement de la machine, en assurant une constance de la surchauffe des vapeurs quittant l'évaporateur. Ces détendeurs sont entourés d'une bande grasse qui les empêche de rouiller. La mise en place d'un tel détendeur comprend trois éléments : le détendeur électronique lui même, le régulateur et les capteurs [31].

#### 2.4.4 Les détendeurs thermostatiques

Ce sont les organes d'alimentation des évaporateurs les plus utilisés (c'est d'ailleurs le cas de notre station de production d'eau glacée). Ils assurent à la sortie de l'évaporateur une surchauffe des vapeurs de fluide frigorifique. La surchauffe des vapeurs du fluide frigorifique à la sortie de l'évaporateur est la différence entre la température des vapeurs sortant de l'évaporateur et la température d'ébullition du fluide frigorifique (correspondant à la pression d'évaporation) à la sortie de l'évaporateur. On distingue deux types de détendeurs thermostatiques :

- Les détendeurs thermostatiques à égalisation de pression interne.
- Les détendeurs thermostatiques à égalisation de pression externe.

#### 2.4.4.1 Les détendeurs thermostatiques à égalisation de pression interne

Ils régulent la surchauffe des vapeurs du fluide frigorifique à la sortie de l'évaporateur en réglant le débit du fluide frigorifique admis à l'évaporateur quelque soit sa charge thermique. La valeur de la surchauffe généralement admise pour assurer un remplissage correct de l'évaporateur et la protection du compresseur (vapeurs surchauffées) est comprise entre 4 et 8 <sup>o</sup>C [32].

Le détendeur thermostatique à égalisation de pression interne comprend [32] :

- Le corps du détendeur dans lequel sont renfermés :
- le filtre à tamis placé à l'entrée (arrivée du fluide frigorifique dans le détendeur)
- la membrane (soufflet) qui est solidaire d'un pointeau et d'un ressort de réglage muni d'une vis de réglage accessible,
- le détendeur situé à la sortie de l'évaporateur et solidaire de la tuyauterie, il mesure la température du fluide frigorifique à la sortie de l'évaporateur, sa fixation doit être solide et sa position doit suivre certaines règles (ne pas être positionné en bas de tuyauterie),
- le tube capillaire qui transmet la mesure du détendeur au corps du détendeur, l'ensemble tube capillaire et détendeur est appelé train thermostatique.

Le fonctionnement de ce détendeur résulte de l'équilibre des forces entre la pression du fluide contenue dans le train thermostatique, la pression d'évaporation dans l'évaporateur et la pression exercée par le ressort de réglage (force ascendante sur la membrane) [32].

A partir d'une position d'équilibre donnée correspondante à une position précise du pointeau : lorsque la charge thermique au niveau de l'évaporateur augmente, la zone de surchauffe va augmenter puisque le fluide frigorifique liquide présent dans l'évaporateur va s'évaporer plus rapidement ce qui va entraîner une pression exercée sur la membrane plus grande (force descendante) et par suite la descente du pointeau autorisant une alimentation en fluide frigorifique liquide plus importante dans l'évaporateur, de même lorsque la charge thermique baisse, la zone de surchauffe diminue, la pression exercée sur la membrane (descendante) baisse, ce qui entraîne une montée du pointeau et par suite une réduction de l'alimentation en fluide frigorifique de l'évaporateur. Le pointeau oscille donc en



Fig 2.14 – Détendeur thermostatique à égalisation de pression interne [33] 1. Diaphragme ; 2.Bulbe ; 3. Siège de pointeau ; 4.pointeau ; 5. Tige de liaison ; 6. Ressort ; 7. vis de réglage

permanence sans position d'ouverture sauf s'il est sélectionné trop petit. Le détendeur ne doit pas être non plus trop puissant à cause du phénomène de pompage (surchauffes excessives entraînant des ouvertures et fermetures complètes du détendeur et une mauvaise alimentation de l'évaporateur) [32].

#### 2.4.4.2 Les détendeurs thermostatiques à égalisation de pression externe

Lorsque les pertes de charge de l'évaporateur sont élevées, le détenteur thermostatique à égalisation de pression interne (DTEPE) ne peut plus régler au mieux la surchauffe des vapeurs à la sortie de l'évaporateur (surchauffe élevée), on utilise alors des détendeurs thermostatiques à égalisation de pression externe(le cas de notre station). Pour ce type de détendeur, ce n'est plus la pression régnant à l'entrée de l'évaporateur qui appuie sous la membrane donc participe à l'équilibre des forces agissant sous le pointeau, mais plutôt la pression disponible à la sortie de l'évaporateur. Du point de vue de la constitution, ce détendeur est similaire au détendeur à égalisation de pression interne avec en plus un piquage réalisé entre la sortie de l'évaporateur et le détendeur, il s'agit de tube à égalisation de pression externe. Ici, l'effet des pertes de charge élevées de l'évaporateur est neutralisé [32].

Dans certains évaporateurs de puissances relativement élevées, les fabricants scindent l'évaporateur en plusieurs sections (circuits) parallèles et leur alimentation en fluide frigorifique est généralement réalisée par des DTEPE. Dans ce cas de figure, la répartition du fluide frigorifique entre les différentes sections (circuits) se fait grâce à un distributeur de liquide [32].



Fig 2.15 – Détendeur thermostatique à égalisation de pression externe [33]
1. Diaphragme ; 2.Bulbe ; 3. Siège de clapet ; 4.Clapet ; 5. Tige de liaison
6. Ressort ; 7. vis de réglage ; 8. Orifice d'egalisation de pression

## 2.5 La bouteille anti-coups de liquide

Elle est placée entre l'évaporateur et le compresseur (à proximité du compresseur) et son rôle est d'éviter l'aspiration éventuelle du fluide frigorifique liquide par le compresseur : prévention des coups de liquide. Elle est également appelée bouteille d'aspiration, bouteille de surchauffe ou séparateur de liquide (voir Fig. 2.15) [31].



Fig 2.16 – Bouteille anti coups de liquide

Le principe de fonctionnement est basé sur la séparation des phases vapeur et liquide du fluide frigorifique. Son utilisation est obligatoire pour les installations en régime noyé (évaporateurs noyés) et est conseillée pour les autres installations (évaporateurs à détente sèche). Le liquide se sépare de la vapeur par une brusque réduction de la vitesse du fluide frigorifique consécutive à une augmentation de la section de passage de vapeurs. Le fluide frigorifique liquide est recueilli au fond de la bouteille et la vapeur est aspirée à la partie supérieure de la bouteille par le compresseur. Le retour d'huile est assuré par un orifice calibré à la partie inférieure de la canne d'aspiration [31].

## 2.6 Réservoir liquide

Il est le plus souvent formé d'une virole en acier de forte épaisseur fermée à ses deux extrémités par des fonds bombés et des vannes d'arrivée (liaison vers le condenseur) et de départ (liaison vers le détendeur) sont généralement associées [31].



Fig 2.17 – Réservoir Liquide

Il est placé à la sortie du condenseur et sert à stocker le fluide frigorifique liquide à la mise en arrêt de l'appareil ou lors des opérations de maintenance. Il joue également un rôle important dans la régulation du système frigorifique lorsque les variations de charges thermiques sont importantes [31].

## 2.7 Déshydrateur

Le déshydrateur absorbe l'humidité du fluide frigorifique contenue dans un circuit frigorifique. Le déshydrateur est placé après le condenseur (ou après la bouteille liquide si elle existe). Le déshydrateur assure une fonction secondaire de filtre et quelque fois une fonction supplémentaire antiacide (en fixant les acides qui apparaissent lors des diverses réactions nuisibles) [31].



Fig 2.18 – Déshydrateur

## 2.8 Les Voyants

Le voyant simple (verre épais serti dans une embase métallique) est un organe placé juste avant le détendeur et après le filtre déshydrateur. Il permet de contrôler la présence éventuelle de bulles, donc du fluide frigorifique à l'état vapeur, et l'indice d'anomalie (charge insuffisante en fluide frigorifique, filtre déshydrateur bouché, SR insuffisant...) [31].



Fig 2.19 – Les Voyants

## **Chapitre 3**

# **MODELISATION**

## 3.1 Modélisation des compresseurs

Le principe de travail d'une machine scroll a été connu depuis le début du siècle dernier où elle a été inventée par Creux [34]. Mais ce n'est qu'au cours de l'année 1970 qu'il a été possible de fabriquer une paire de scroll opérationnelle à cause de la très faible tolérance requise. Depuis, le compresseur scroll a gagné de plus en plus de popularité et a attiré de très nombreuses recherches, ceci est dû à ces caractéristiques, à savoir peu de pièce en mouvement, faible degré de bruit et de vibration qui est une qualité a ne pas négliger, très grande efficacité et fiabilité.

De nos jours, les compresseurs scroll sont très utilisés notamment dans les conditionneurs, toutefois les compresseurs ayant une capacité de réfrigération supérieure à 15 tonnes sont très utilisés en industrie. Généralement, les recherches sur les compresseurs impliquent des méthodes expérimentales et théoriques. Les recherches expérimentales sont très coûteuses et aussi ont besoin d'un temps d'application énorme, mais offrent l'avantage de présenter les caractéristiques réelles de performance du compresseur. Par contre, la recherche théorique ne peut pas refléter correctement les performances réelles d'un compresseur mais toutefois elle est moins coûteuse et consomme moins de temps. Le but est d'élaborer un modèle qui puisse nous donner le mode de fonctionnement du compresseur dans des conditions très difficile et de prédire notre commande qu'on verra par la suite.

La modélisation du compresseur a été développée selon différentes méthodes qui ont donné un même résultat. Ici, nous présenterons le développement détaillé du modèle du compresseur scroll. Pour plus de détail sur le développement du compresseur voir Halm [35]. Le principe de travail des deux paires de scroll est qu'ils ont chacun un axe de rotation (voir Fig. 3.1) et qui seront assemblées à l'angle 180°, à l'angle 0° les chambres d'aspiration s'ouvrent et le fluide frigorifique s'introduit à travers le tube d'aspiration. Le processus d'aspiration sera achevé et le fluide frigorifique sera à présent dans ce qu'on appelle chambre de compression. Dans la chambre de compression, le réfrigérant sera compressé et transporté vers le centre du compresseur jusqu'à ce que la chambre de compression s'ouvre sur celle de décharge et le fluide frigorifique est déchargé à travers la chambre de décharge. Le modèle développé pour ce compresseur inclut les variations géométriques. Toutefois, le modèle peut être étendu pour une variation du nombre des chambres.

#### 3.1.1 Etude géométrique du compresseur scroll

Dans notre application, on a pu constater qu'une bonne étude géométrique du compresseur scroll avait une influence majeure dans la modélisation du compresseur. Pour cela, il nous est indispensable de connaître les caractéristiques géométriques du compresseur, une grande attention doit être prise dans le calcul du volume et l'aire associé au différentes chambres dans le compresseur, qui vont être utilisé ainsi que leur dérivatives pour déterminer le processus de compression[36].

## 3.1.2 Considérations géométriques générales



Fig 3.1 – Relation Générale du Compresseur Scroll

Le compresseur scroll est défini par deux paires de scroll qui tournent autour d'un centre basique commun et qui seront reliées par un rayon (une distance constante). D'après les relations mathématiques différentielles générales [26], on peut écrire (voir Fig. 3.1) que :

$$\frac{\delta L(\varphi)}{\delta \varphi} = r_b \tag{3.1}$$

En intégrant l'Eq. (3.1), r<sub>b</sub> supposé constant, les équations décrivant la paire des distances entre le

centre et les deux scroll, fixe et orbitaire, dans les coordonnées polaires peuvent être écrites comme suit :

$$\overline{ST_i} = L_i = r_b(\varphi - \varphi_{i0}) \tag{3.2}$$

$$\overline{ST_o} = L_o = r_b(\varphi - \varphi_{o0}) \tag{3.3}$$

L'épaisseur t du scroll est déterminée par :

$$t = L_o - L_i = r_b(\varphi_{i0} - \varphi_{o0}) \tag{3.4}$$

Les valeurs physiques utilisées dans l'étude géométrique du compresseur scroll sont données dans le tableau suivant :

Paramètre	Valeur
r <sub>b</sub>	.00190986m
<i>r</i> <sub>0</sub>	.003 <i>m</i>
h	.0110m
$\phi_{i0}$	1.57079°
$\mathbf{\phi}_{o0}$	$0.0^{o}$
$\phi_{os}$	1.48353°
φ <sub>e</sub>	960 <sup>o</sup>

Tableau 3.1 : Valeurs Physiques utilisées dans l'étude géométrique du compresseur scroll

## 3.1.3 Calcul du volume des différentes chambres

## 3.1.3.1 Chambre d'aspiration

Dans la Fig. 3.2, La chambre d'aspiration est représentée à un certain angle  $\theta$  après que le processus d'aspiration est commencé. Le volume de la chambre d'aspiration à cet angle  $\theta$  est défini comme étant la hauteur du scroll *h* multiplié par l'aire enfermé par les deux scroll, orbitaire et fixe, et une ligne segment débutant de la fin de l'extrémité du scroll orbitaire interne et normal au scroll fixe externe.

Le volume d'aspiration est alors :

$$V_s = h\left(\frac{1}{2}\int_{\varphi_e-\theta}^{\varphi_e} L_i^2 d\varphi - \frac{1}{2}\int_{\varphi_e-\theta-\pi}^{\varphi_e-\pi} L_o^2 d\varphi\right)$$
(3.5)



Fig 3.2 – Chambre d'aspiration  $V_s$ 

L'intégration nous donne :

$$V_s = hr_b r_0 \left( 2\theta \varphi_e - \theta^2 - \theta \left( \varphi_{i0} + \varphi_{o0} + \pi \right) \right)$$
(3.6)

Le volume résultant a besoin d'être corrigé par l'aire  $\overline{ABCD}$ , comme on peut le voir dans Fig. 3.2, multiplié par la hauteur du scroll. Cette correction peut être calculée par la relation suivante [26] :

$$V_{\overline{ABCD}} = hS_{\overline{ABCD}} = hr_b r_0 \left[ 2(1 - \cos\theta) - 2(\varphi_e - \pi)\sin\theta - \frac{\pi}{4}\sin2\theta \right]$$
(3.7)

En ajoutant l'Eq. (3.6) à l'Eq. (3.7) on obtient la relation entre le volume de la chambre d'aspiration et l'angle  $\theta$ :

$$V_{s} = hr_{b}r_{0} \left[ 2\theta \varphi_{e} - \theta^{2} - \theta \left(\varphi_{i0} + \varphi_{o0} + \pi\right) + 2(1 - \cos \theta) - 2(\varphi_{e} - \pi)sin\theta - \frac{\pi}{4}sin2\theta \right]$$
(3.8)

Dans le but de calculer le changement de pression et de température dans la chambre d'aspiration en fonction du changement de  $\theta$ , nous devons calculer la dérivative du volume de la chambre d'aspiration. La différentiation de l'Eq. (3.8) nous donne :

$$\frac{dV_s}{d\theta} = hr_b r_0 \left[ \left( 2\varphi_e - 2\theta - (\varphi_{i0} + \varphi_{o0} + \pi) \right) + 2\sin\theta - 2(\varphi_e - \pi)\cos\theta - \frac{\pi}{2}\cos2\theta \right]$$
(3.9)

Le réfrigérant s'écoule dans la chambre d'aspiration à travers l'aire  $A_s$  défini par la relation suivante [26] :

$$A_s = hr_0 (1 - \cos \theta) \tag{3.10}$$
  
où  $0 < \theta \le 2\pi$ 

#### 3.1.3.2 Chambre de compression

Le volume de la chambre de compression est défini comme étant l'aire enfermé par le scroll orbitaire et le scroll stationnaire entre deux points différents comme nous pouvons le voir dans la Fig. 3.3, multiplié par la hauteur *h* du scroll. Ce volume peut être calculé par la relation suivante [26] :



Fig 3.3 – Chambre de Compression  $V_c$ 

$$V_c = 2h\left(\frac{1}{2}\int_{\varphi_e-\Theta}^{\varphi_e+2\pi-\Theta}L_i^2d\varphi - \frac{1}{2}\int_{\varphi_e-2\pi-\Theta}^{\varphi_e+\pi-\Theta}L_o^2d\varphi\right)$$
(3.11)

En résolvant l'intégral on obtient :

$$V_c = 2\pi h r_b r_0 \left( 2\varphi_e - 2\theta - (\varphi_{i0} + \varphi_{o0} - \pi) \right)$$
(3.12)

La Différentiation de l'Eq. (3.12) par rapport à l'angle  $\theta$  nous donne :

$$\frac{dV_c}{d\theta} = -4\pi h r_b r_0 \tag{3.13}$$

où 
$$2\pi < \theta \leq \varphi_e - \frac{5}{2}\pi + \varphi_d$$

A un certain angle  $\theta$ , le processus de compression commence, la chambre de compression va être connectée au port de décharge et c'est ainsi qu'elle devient la région de décharge, cet angle est appelé angle de décharge  $\varphi_d$ . A l'angle  $\varphi_d$ , le processus de compression vient juste de s'achever et le processus de décharge peut alors commencer. On détermine l'angle de décharge  $\varphi_d$  par la connaissance de deux propriétés géométriques qui sont l'angle initial externe que fait le scroll fixe  $\varphi_{os}$ , et l'angle initial interne que fait le scroll en mouvement  $\varphi_{is}$ . L'angle de décharge peut être déterminé par l'expression suivante :

$$\varphi_d = \varphi_e - 3\pi - \varphi_{os} \tag{3.14}$$

Nous pouvons voir que  $\varphi_d$  est déterminé par l'angle final  $\varphi_e$  et l'angle initial externe  $\varphi_{os}$ . Nous pouvons noter qu'il faudra vérifier la condition que  $\theta \le \varphi_d$  sinon jamais la chambre de compression ne va s'ouvrir sur la chambre de décharge.

#### 3.1.3.3 Chambre de décharge

Comme il a été décrit par Halm [35], quand le scroll orbitaire fait un tour entier, la chambre de compression s'ouvre à la chambre de décharge, le processus de décharge peut alors commencer.

Il existe deux volumes de décharge :  $V_d$  ( $V_{d1}$  et  $V_{d2}$ ) et  $V_{dd}$ (voir Fig. 3.4). Dans un processus de décharge réel pour un court moment, l'ouverture de la chambre de compression sur la chambre de décharge est minime, bien qu'elle impose la dissimilarité des deux volumes ce qui explique les deux volumes  $V_{d1}$  et  $V_{d2}$ , toutefois du fait que  $V_{dd}$  est nettement supérieur par rapport à  $V_{d2}$  nous admettrons par la suite que  $V_{d2}$  est négligeable.



Fig 3.4 – Chambre de Décharge V<sub>d</sub>

Le volume  $V_d$  de la région de décharge peut être calculé par la relation suivante[36] :

$$V_d = 2h\left(\frac{1}{2}\int_{\varphi_{os}+\pi+\alpha_o}^{\varphi_e+2\pi-\theta}L_i^2d\varphi - \frac{1}{2}\int_{\varphi_{os}+\alpha_o}^{\varphi_e+\pi-\theta}L_o^2d\varphi\right)$$
(3.15)

où  $\phi_{os}$  représente l'angle initial externe donné par  $\phi_{os} = -\phi_{o0} + \frac{3}{2}\pi - \phi_d$ 

$$V_d = hr_b r_0 \left( \varphi_e - \theta + \varphi_d - \frac{\pi}{2} \right) \left( \varphi_e - \theta - \varphi_d - \varphi_{i0} - \varphi_{o0} + \frac{7}{2} \pi \right)$$
(3.16)

La Différenciation de l'Eq. (3.16) nous donne :

$$\frac{dV_d}{d\theta} = hr_b r_0 \left(-2\varphi_e + 2\theta + \varphi_{i0} + \varphi_{o0} - 3\pi\right)$$

$$(3.17)$$

$$où \qquad \varphi_e - \frac{5}{2}\pi + \varphi_d < \theta \le \varphi_e - \frac{\pi}{2} + \varphi_d$$

## 3.1.4 Discussion du volume des chambres

Le volume de la chambre d'aspiration calculé par l'Eq. (3.8) est tracé en fonction de l'angle  $\theta$  dans la Fig. 3.5. Comme on peut le voir le volume augmente jusqu'à ce qu'il atteint son maximum et diminue par la suite jusqu'a ce que la chambre d'aspiration se ferme.



Fig 3.5 – Volume de la chambre d'aspiration en fonction de l'angle  $\theta$ 

La Fig. 3.6 montre le changement du volume de la chambre d'aspiration qui est positif et diminue après jusqu'à devenir négatif.



Fig 3.6 – Dérivée du volume de la chambre d'aspiration en fonction de l'angle  $\theta$ 

La Fig. 3.7 montre le volume de la chambre de compression calculé par l'Eq. (3.12) en fonction de l'angle  $\theta$ . Nous pouvons voir que la chambre de compression existe seulement quand l'angle  $\theta$  est inférieur à l'angle de décharge  $\varphi_d$  après un tour complet du scroll.



Fig 3.7 – Volume de la chambre de compression en fonction de l'angle  $\theta$ 

Le changement du volume de la chambre de compression calculé par l'Eq. (3.13) est tracé en fonction de l'angle  $\theta$  dans la Fig. 3.8. Nous pouvons voir l'existence de la chambre de compression à partir de l'angle 500<sup>0</sup>.



Fig 3.8 – Dérivée du volume de la chambre de compression en fonction de l'angle  $\theta$ 

Le volume entier de la région de décharge  $V_d$  calculé par l'Eq. (3.16)est tracé dans la Fig. 3.9. La diminution soudaine du volume à l'angle de décharge  $\varphi_d$  est dû au fait que la chambre de compression s'ouvre sur la région de décharge à l'angle  $\varphi_d$  et devient une part de la région de décharge.



Fig 3.9 – Volume de la chambre de décharge en fonction de l'angle  $\theta$ 

Le changement du volume de la chambre de décharge calculé par l'Eq. (3.17) est tracé en fonction de l'angle  $\theta$  dans la Fig. 3.10. Nous pouvons voir l'existence de la chambre de compression à partir de l'angle 500<sup>0</sup>.



Fig 3.10 – Dérivée du volume de la chambre de décharge en fonction de l'angle  $\theta$ 

Le volume des Chambres du compresseur calculé par les Eqs. (3.8),(3.12) et (3.16) est tracé en fonction de l'angle  $\theta$  dans la Fig. 3.11.



Fig 3.11 – Volume des Chambres du compresseur en fonction de l'angle  $\theta$ 

#### 3.1.5 Modèle du processus de compression

Pour calculer les températures, les masses et les pressions du réfrigérant dans les différentes chambres du compresseur en fonction de l'angle  $\theta$ , la température de décharge, l'enthalpie et le flux de masse, les équations différentielles qui gouverne le processus de compression doivent être utilisées.

#### 3.1.5.1 Equations différentielles qui gouverne le processus de compression

Le changement de la température, de la masse, et de la pression dans chacune des chambres décrites précédemment en fonction de l'angle  $\theta$  peut être calculé par l'équation basée sur le premier principe de la thermodynamique combiné avec l'équation de l'équilibre de masse et de l'équation d'état [35].

D'après la loi de conservation de l'énergie on peut écrire

$$\frac{dE_{cv}}{dt} = \frac{dU_{cv}}{dt}$$
(3.18)

Le premier principe de la thermodynamique est le suivant

$$\frac{dE_{cv}}{dt} = \dot{Q} + \dot{W} + \sum m_{in}h_{in} - \sum m_{out}h_{out}$$
(3.19)

La loi de conservation de la masse est comme suit :

$$\frac{dm}{dt} = \sum \dot{m}_{in} - \sum \dot{m}_{out} \tag{3.20}$$

$$\frac{dU_{cv}}{dt} = \frac{d}{dt}(m_i u_i) = m\frac{du}{dt} + u\frac{dm}{dt}$$
(3.21)

D'après Bejan [37] on peut écrire :

$$\frac{du}{dt} = C_{\nu}\frac{dT}{dt} + \left[T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\nu} - p\right]\frac{d\nu}{dt}$$
(3.22)

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{V}{m}\right) = \frac{1}{m} \frac{dV}{dt} - \frac{\mathbf{v}}{m} \frac{dm}{dt}$$
(3.23)

L'équation de Bejan [37] nous donne alors :

$$\frac{du}{dt} = C_{\nu}\frac{dT}{dt} + \left[T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\nu} - p\right]\left(\frac{1}{m}\frac{dV}{dt} - \frac{\nu}{m}\frac{dm}{dt}\right)$$
(3.24)

En multipliant par *m*, on obtient :

$$m\frac{du}{dt} = mC_{\nu}\frac{dT}{dt} + \left[T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\nu}\left(\frac{dV}{dt} - \nu\frac{dm}{dt}\right) - p\frac{dV}{dt} + p\nu\frac{dm}{dt}\right]$$
(3.25)

Les lois de la thermodynamique nous permettent d'écrire

$$h = u + p\mathbf{v} \tag{3.26}$$

$$\dot{W} = -p\frac{dV}{dt} \tag{3.27}$$

On rajoute

$$u\frac{dm}{dt}$$

$$m\frac{du}{dt} + u\frac{dm}{dt} = mC_{\nu}\frac{dT}{dt} + \left[T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\nu}\left(\frac{dV}{dt} - \nu\frac{dm}{dt}\right)\right] - p\frac{dV}{dt} + p\nu\frac{dm}{dt} + u\frac{dm}{dt}$$
(3.28)

$$m\frac{du}{dt} + u\frac{dm}{dt} = mC_{\nu}\frac{dT}{dt} + \left[T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\nu}\left(\frac{dV}{dt} - \nu\frac{dm}{dt}\right)\right] - p\frac{dV}{dt} + (p\nu + u)\frac{dm}{dt}$$
(3.29)

$$\frac{dU_{cv}}{dt} = mC_v \frac{dT}{dt} + \left[T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v \left(\frac{dV}{dt} - v\frac{dm}{dt}\right)\right] + \dot{W} + h\frac{dm}{dt}$$
(3.30)

Le changement de température du réfrigérant en fonction de l'angle peut être écrit comme suit :

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{1}{mC_{\nu}} \left\{ T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_{\nu} \left[ \frac{\partial V}{\partial \theta} - \frac{\nu}{\omega} \left( \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} \right) \right] - \sum \frac{\dot{m}_{in}}{\omega} (h - h_{in}) + \frac{\dot{Q}}{\omega} \right\}$$
(3.31)

Et l'équilibre de masse est donné par :

$$\frac{\partial m}{\partial \theta} = \sum \frac{\dot{m}_{in}}{\omega} - \sum \frac{\dot{m}_{out}}{\omega}$$
(3.32)

L'Eq. (3.31) est dérivée en se basant sur l'équilibre d'énergie pour une ouverture du volume de commande avec deux extrémités en mouvement. L'Eq. (3.32) est dérivée en se basant sur la conservation de la masse du réfrigérant. Les deux Eqs. (3.31) et (3.32) sont valides pour des gaz réels.

Une troisième équation dite équation d'état est requise pour déterminer les propriétés thermodynamiques de la pression, de la température et du volume spécifique, elle est de la forme suivante :

$$P = P(T, \mathbf{v}) \tag{3.33}$$

où le volume spécifique est calculé en divisant le volume de la chambre par la masse du réfrigérant.

L'Eq. (3.31) représente une équation différentielle du premier ordre avec les variables indépendantes température *T* et masse *m* qui seront intégrées numériquement. L'équation d'équilibre massique Eq. (3.32) et l'équation d'état, Eq. (3.33), vont nous fournir la relation qui permet de déterminer les propriétés thermo-physiques dans chaque chambre en fonction de l'angle  $\theta$ . Dans le but de résoudre l'Eq. (3.31), les modèles qui prédisent le flux de masse entrant et sortant de chaque chambre aussi bien que le taux de transfert de chaleur sont requis. Aussi, les expressions du changement de pression en fonction de la température a un volume spécifique constant,  $(\partial P/\partial T)_v$  et l'enthalpie *h* et *h<sub>in</sub>* sont nécessaires. Ces expressions peuvent être dérivées de l'équation d'état.

#### 3.1.5.2 Modèle du gaz réel HFC-134a

Le HFC-(hydrofluorocarbure)134a (1,1,1,2-tetrafluorœthane,CF3CH2F), bien qu'il a été démontré que ce produit contribue à l'aggravation de l'effet de serre, n'est pas soumis ni à des limites de fabrication ni à des restrictions d'utilisation. Il remplace le CFC (chlorofluorocarbure) -12(dichlorodifluoro-methane) ) à présent interdit car très destructeur de la couche d'ozone. Le R134a est utilisé en quantité pour les climatisations automobiles. Dans l'habitat, il présente l'intérêt de faire fonctionner les pompes à chaleur à haute température (généralement jusqu'à 65°C). C'est l'application idéale pour une production d'eau chaude pour radiateurs en remplacement d'une ancienne chaudière. Ce réfrigérant fonctionne à pression relativement basse. A cause de son importance majeure dans l'industrie, il est très important de connaître ses propriétés thermodynamiques dans le but de concevoir un cycle de réfrigération économique. Il existe de nombreux modèles d'équations d'états, à savoir l'équation d'état de Benedict-Webb-Rubin (BWR) [38], Martin and Hou [39], Bender [40], Jacobsen and Stewart [41]...etc.

D'autres équations se basent sur l'énergie Helmholtz, nous citons l'équation de Schmidt et Wagner [42], l'équation de Jacobsen *et al* [43], Tillner Roth et Baehr[44]...etc

#### 3.1.5.3 Points Critiques du HFC-134a

L'équation de Tillner Roth [44] est l'une des plus récentes qui utilise l'énergie Helmholtz. L'équation d'état fondamentale de l'énergie Helmholtz est une somme d'une composante idéale et une composante résiduelle et est donnée comme suit :

$$\phi(\tau, \delta) = \frac{A_m}{R_m T} = \frac{A}{RT} = \phi^0(\tau, \delta) + \phi^0(\tau, \delta)$$
(3.34)

où  $R_m = 8.314471J/(molK)$  est la constante universelle des gaz [45],  $R = R_m/M$ , est la constante du gaz HFC-134a sachant que la masse molaire M = 0.102032kg/mol;  $A_m$  est l'énergie molaire et A est l'énergie libre spécifique.

La température réduite inverse  $\tau$  et la densité réduite  $\delta$  sont donnés par :

$$\tau = \frac{T_c}{T} \tag{3.35}$$

$$\delta = \frac{\rho}{\rho_c} \tag{3.36}$$

où  $T_c$  et  $\rho_c$  sont respectivement la température et la densité critique données comme suit :

$$T_c = 374.18K$$
 et  $P_c = 508kg/m^3$ 

La composante idéale est donnée par :

$$\Phi^{0}(\tau,\delta) = a_{1}^{0} + a_{2}^{0}\tau + a_{3}^{0}\ln\tau + \ln\delta + a_{4}^{0}\tau^{-1/2} + a_{5}^{0}\tau^{-3/4}$$
(3.37)

Les cœffecients de la composante idéale de l'équation fondamentale d'état du HFC-134a Eq. (3.37) sont donnés dans le tableau suivant :

$a_1^0$	$a_{2}^{0}$	$a_{3}^{0}$	$a_4^0$	$a_{5}^{0}$
-1.019535	9.047135	-1.629789	-9.723916	-3.927170

Tableau 3.2 : Cœffecients de la Composante Idéale de l'Equation Fondamentale d'Etat du HFC-134a

La composante résiduelle du HFC-134a est décrite par Baehr et Tilllner Roth comme suit :

$$\Phi^r(\tau,\delta) = \sum_{i=1}^8 a_i \delta^{d_i} \tau^{t_i}$$

$$+\exp(-\delta^{1}) \cdot \sum_{i=9}^{11} a_{i} \delta^{d_{i}} \tau^{t_{i}} + \exp(-\delta^{2}) \cdot \sum_{i=12}^{17} a_{i} \delta^{d_{i}} \tau^{t_{i}} + \exp(-\delta^{3}) \cdot \sum_{i=18}^{20} a_{i} \delta^{d_{i}} \tau^{t_{i}} + a_{21} \exp(-\delta^{4}) \delta^{d_{i}} \tau^{t_{i}}$$
(3.38)

Sachant que

$$\frac{\partial p}{\partial T} = R\rho (1 + \delta \Phi^r_{\delta} - \delta \tau \Phi^r_{\delta \tau})$$
(3.39)

Les dérivées du 1<sup>er</sup> ordre de la Composante Idéale de l'Equation Fondamentale d'Etat du HFC-134a

$$\Phi_{\tau}^{0} = a_{2}^{0} + a_{3}^{0} / \tau - (1/2) a_{4}^{0} \tau^{-3/2} - (3/4) a_{5}^{0} \tau^{-7/4}$$
(3.40)

$$\Phi^0_{\delta} = 1/\delta \tag{3.41}$$

Les Cœffecients de la Composante Résiduelle de l'Equation Fondamentale d'Etat du HFC-134a Eq. (3.38) sont donnés dans le tableau suivant

i	$a_i$	$t_i$	$d_i$	i	$a_i$	t <sub>i</sub>	$d_i$
1	.5586817*1e-1	-1/2	2	12	.1017263*1e-3	1	4
2	.4982230*1e+0	0	1	13	5184567*1e+0	5	1
3	.2458698*1e-1	0	3	14	8692288*1e-1	5	4
4	.8570145*1e-3	0	6	15	.2057144*1e+0	6	1
5	.4788584*1e-3	3/2	6	16	5000457*1e-2	10	2
6	1800808*1e+1	3/2	1	17	.4603262*1e-3	10	4
7	.2671641*1e+0	2	1	18	3497836*1e-2	10	1
8	4781652*1e-1	2	2	19	.6995038*1e-2	18	5
9	.1423987*1e-1	1	5	20	1452184*1e-1	22	3
10	.3324062*1e+0	3	2	21	1285458*1e-3	50	10
11	7485907*1e-2	5	2				

Tableau 3.3 : Cœffecients de la Composante Résiduelle de l'Equation Fondamentale d'Etat du HFC-134a

Les dérivées du 1<sup>er</sup> ordre de la composante résiduelle de l'équation fondamentale d'état du HFC-134a :

$$\Phi_{\tau}^{r} = \sum_{i=1}^{N_{0}} a_{i} t_{i} \delta^{d_{i}} \tau^{t_{i}-1} + \sum_{k=1}^{4} \left( \exp(-\delta^{k}) \sum_{i=N_{k-1}+1}^{N_{k}} a_{i} t_{i} \delta^{d_{i}} \tau^{t_{i}-1} \right)$$
(3.42)

$$\Phi_{\delta}^{r} = \sum_{i=1}^{N_{0}} a_{i} d_{i} \delta^{d_{i}-1} \tau^{t_{i}} + \sum_{k=1}^{4} \left( \exp(-\delta^{k}) \sum_{i=N_{k-1}+1}^{N_{k}} a_{i} (d_{i}-k\delta^{k}) \delta^{d_{i}-1} \tau^{t_{i}} \right)$$
(3.43)

Les dérivées du 2<sup>nd</sup> ordre de la composante idéale de l'équation fondamentale d'état du HFC-134a :

$$\Phi^{0}_{\tau\tau} = -a_{3}^{0}/\tau^{2} + (3/4)a_{4}^{0}\tau^{-5/2} - (21/16)a_{5}^{0}\tau^{-11/4}$$
(3.44)

$$\Phi^0_{\delta\delta} = -1/\delta^2 \tag{3.45}$$

$$\Phi^0_{\tau\delta} = 0 \tag{3.46}$$

Les dérivées du 2<sup>nd</sup> ordre de la composante résiduelle de l'équation fondamentale d'état du HFC-134a

$$\Phi_{\delta\delta}^{r} = \sum_{1}^{N_{0}} a_{i} d_{i} (d_{i} - 1) \delta_{i} (\delta_{i} - 1) \delta^{d_{i} - 2} \tau^{t_{i}}$$
(3.47)

$$\Phi_{\tau\tau}^{r} = \sum_{i=1}^{N_{0}} a_{i}t_{i}(t_{i}-1)\delta^{d_{i}}\tau^{t_{i}-2} + \sum_{k=1}^{4} \left( \exp(-\delta^{k})\sum_{i=N_{k}+1}^{N_{k}} a_{i}t_{i}(t_{i}-1)\delta^{d_{i}}\tau^{t_{i}-2} \right)$$
(3.48)

$$\Phi_{\tau\delta}^{r} = \sum_{i=1}^{N_{0}} a_{i} d_{i} t_{i} \delta^{d_{i}-1} \tau^{t_{i}-1} + \sum_{k=1}^{4} \left( \exp(-\delta^{k}) \sum_{i=N_{k}+1}^{N_{k}} a_{i} t_{i} (d_{i}-k\delta^{k}) \delta^{d_{i}-1} \tau^{t_{i}-1} \right)$$
(3.49)

Tableau 3.4 : Propriétés thermodynamiques en fonction de l'enrgie Helmoltz

Propriete :	<u>Relation :</u>
Pression	$P(\tau, \delta) = RT\rho(1 + \delta\Phi^r_{\delta})$
Enthalpie	$h(\tau, \delta) = 1 + \tau(\Phi^0_{\tau} + \Phi^r_{\tau}) + \delta \Phi^r_{\delta}$
Chaleur Specifique a Volume Constant	$rac{C_ u( au,\delta)}{R}=- au^2(\Phi^0_{ au au}+\Phi^0_{ au au})$

#### 3.1.5.4 Flux de masse du gaz aspiré

Le volume d'aspiration augmente avec l'accroissement de l'angle  $\theta$  jusqu'à atteindre son maximum et diminue par la suite. Durant l'accroissement du volume, le gaz va se répandre à l'intérieur de la chambre d'aspiration. La pression dans la chambre d'aspiration va être en dessous de la pression du gaz aspiré à cause du fait de l'expansion du gaz après que le volume d'aspiration est atteint son maximum, la compression du gaz commence, principalement la pression augmente dans la chambre d'aspiration et le fluide revient vers l'entrée. Cet effet précède la retenu du réfrigérant dans la chambre d'aspiration ainsi un processus quasi-statique va prédire cet effet, une augmentation volumique exprime l'efficacité du compresseur.

Le taux du flux du gaz d'aspiration est calculé en utilisant l'équation de flux pour un flux isentropique du gaz idéal compressible, corrigé par un facteur (voir Fox et McDonald [46]) :

$$\dot{m} = \psi A_s \sqrt{2P_h \rho_h} \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa - 1} \left[ \left(\frac{P_l}{P_h}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_l}{P_h}\right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}$$
(3.50)

Ce flux est restreint par un rapport de pression critique  $P_l/P_h$ 

$$\left(\frac{P_l}{P_h}\right)_{crit} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$
(3.51)

Il existe deux différents chemins de perte du flux de masse dans le compresseur scroll, les pertes radiales et les pertes tangentielles. Ici, les pertes causées par les deux types de perte, radiales et tangentielles, sont négligées.

#### 3.1.5.5 Réchauffement du gaz aspiré

Comme le gaz d'aspiration s'écoule de l'accumulateur jusqu'à la chambre d'aspiration à travers le tube de liaison, le gaz est chauffé par le tube. Ce Processus est modélisé en utilisant le cœfficient de transfert de chaleur du flux turbulent dans un échantillon du tube à température constante. Le cœfficient de transfert de chaleur peut être calculé par la relation suivante :

$$h_c = 0.23 \frac{k}{d_p} R e^{0.8} P r^{0.4}$$
(3.52)

où

$$Re = \frac{4\dot{m}}{\pi d_p \mu} \tag{3.53}$$

Et

$$Pr = \frac{\mu C_p}{k} \tag{3.54}$$

Et où *k* est la conductivité,  $\mu$  est la viscosité,  $C_p$  est la chaleur spécifique,  $\dot{m}$  : est le taux de flux massique du réfrigérant et  $d_p$  est le diamètre du tube. La température de sortie externe  $T_{s,o}$  du réfrigérant peut être calculée par

$$T_{s,o} = T_{plaque} - \left(T_{plaque} - T_{s,i}\right) \exp\left(-\frac{\pi d_p L_p h_c}{\dot{m} C_p}\right)$$
(3.55)

où  $T_{s,i}$  la température de sortie interne du réfrigérant,  $T_{plaque}$  est la température de la paroi du tube et  $L_p$  est la longueur du tube.

Ainsi le flux de chaleur sera donné par

$$\dot{Q} = \dot{m}C_p \left(T_{plaque} - T_{s,i}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{\pi d_p L_p h_c}{\dot{m}C_p}\right)\right]$$
(3.56)

#### 3.1.5.6 Processus de décharge

Il existe deux volumes dans le processus de décharge :  $V_d$  ( $V_{d1}$  et  $V_{d2}$ ) et  $V_{dd}$  (Fig. 3.4). Pour un réel processus de décharge, la position de l'ouverture du port de décharge va distinguer le processus de décharge pour ces deux paires de volume. Pour le volume 1 ( $V_{d1}$ ) (ou 2 ( $V_{d2}$ )), le principal phénomène qui se produit à  $A_{d1}$  (ou  $A_{d2}$ ), sera défini par l'état du port de décharge et de l'angle orbitaire. Mais pour un scroll idéal, le port de décharge est souvent localisé au centre de ces deux Scroll, par exemple, la région de  $V_{dd}$  pour avoir une décharge équilibrée. Donc nous considérons dans notre mémoire que  $A_{d2}$  est l'aire critique de décharge et les volumes  $V_{d1}$  et  $V_{d2}$  sont les volumes de décharge. L'aire  $V_{dd}$ connecté au port de décharge est visiblement plus important que  $A_{d2}$ ,  $V_{dd}$  est traité comme étant la sortie du port de décharge. Cette compréhension nous la tenons de Chen *et al* [35].

Le port de décharge est enfermé par une valve pour empêcher le flux de revenir dans le compresseur durant la fermeture. La distance *y* avec laquelle la valve s'ouvre est déterminée par (voir Fig. 3.12) :

$$y = (p - p_{dis}) \frac{d^2}{4} \pi \frac{1}{C_{valve}}$$
(3.57)

L'aire du flux est alors donné par :

$$A_{dis} = y \,\pi \,d \tag{3.58}$$



Ouverture de décharge

Fig 3.12 – Modèle de la valve de décharge

Le flux à travers le port de décharge est déterminé en utilisant l'équation du flux isentropique, Eq. (3.50). Dans ce modèle, la dynamique de la valve mentionnée ci dessus a été négligée.

## 3.1.6 Implémentation du modèle du processus de compression

Le processus de compression implique la solution des équations différentielles du  $1^{er}$  ordre Eqs. (3.31) et (3.32).

$$T(\theta_j) = T(\theta_{j-1}) + \left(\frac{dT}{d\theta}\right)_{\theta = \theta_{j-1}} \Delta \theta$$
(3.59)

$$m(\theta_j) = m(\theta_{j-1}) + \left(\frac{dm}{d\theta}\right)_{\theta = \theta_{j-1}} \Delta \theta$$
(3.60)

où  $\frac{dT}{d\theta}$  et  $\frac{dm}{d\theta}$  sont obtenus des Eqs. (3.31) et (3.32).

Pour chaque chambre de compression nous aurons à solutionner ce type d'équation différentielle. La procédure est présentée sous forme d'organigramme qu'on peut voir sur la Fig. 3.13. Cet organigramme peut être expliqué dans les points suivants :

- 1. La procédure commence à l'angle  $\theta = 0$ , qui correspond au pas j=0, sachant que les valeurs initiales et moyennes des températures et des pressions pour chaque chambre du scroll sont connues.
- 2. Par application de l'étude géométrique du compresseur scroll, le volume et sa dérivée en fonction de l'angle pour chaque chambre peuvent être calculer en se basant sur les valeurs des



Fig 3.13 – Organigramme de la mise en œuvre du modèle du compresseur scroll

températures, des pressions et du volume calculé, la masse et la densité pour chaque chambre seront calculées.

- Le modèle du flux du gaz aspiré et le modèle du processus de décharge seront appliqués, respectivement pour calculer le flux de masse entrant à la chambre d'aspiration et sortant de la chambre de décharge.
- Le modèle de chaleur du gaz est appliqué pour le calcul du transfert de chaleur du gaz aspiré à travers la plaque.
- 5. Les résultats obtenus seront substitués dans les Eqs. (3.31) et (3.32) pour avoir le changement de température et de masse en fonction de l'angle  $\theta$ .
- 6. En appliquant les Eqs. (3.59) et (3.60), la température et la pression pour chaque chambre du pas suivant seront calculées.
- 7. Si on n'atteint pas  $\theta_{dec}$ , on procède au calcul du pas suivant  $\theta_{j+1} = \theta_j + \Delta \theta$  et nous retournons à l'étape 2.

#### 3.1.7 Calculs et résultats

Un modèle détaillé du processus de compression a été utilisé pour calculer les propriétés du réfrigérant dans chaque chambres (aspiration, compression et décharge en fonction de l'angle  $\theta$ ). L'état d'aspiration du réfrigérant est à 100 kPa et 298°K et la pression de décharge est 550 kPa. La pression du réfrigérant en fonction de l'angle est tracée dans la Fig. 3.14 circulant dans la chambre d'aspiration jusqu'à atteindre la chambre de décharge. Nous pouvons voir que pour un angle 0° à 360°, initialement la pression dans la chambre d'aspiration est légèrement inférieur à la ligne d'aspiration de pression et juste avant que la chambre d'aspiration ne se ferme entièrement la pression dans la chambre d'aspiration ne se ferme entièrement la pression dans la chambre d'aspiration. On peut noter que le réfrigérant reste dans la chambre de compression jusqu'au déchargement à l'angle 854°. Le réfrigérant est entièrement déchargé après avoir achevé les 1217°. La Fig. 3.15 montre que la température du réfrigérant augmente jusqu'à atteindre son maximum à l'angle 854°. Ensuite, la température du réfrigérant diminue.



Fig 3.14 – Pression du réfrigérant en fonction de l'angle  $\theta$ 



Fig 3.15 – Température du réfrigérant en fonction de l'angle  $\theta$ 

## 3.1.8 Modèle simplifié du compresseur scroll

Le modèle physique établi au préalable ne peut être implémenté dans une boucle de commande, à cause du temps de calcul conséquent, de plus, pour une approche MPC, où un modèle interne est requis, un modèle complexe et sur-paramétré, ne peut être facilement implémentable dans de telle stratégie, un modèle simplifié est requis dans ces cas là, et on est conduit à choisir des modèles de type « boîte noire ».

Le modèle ARX (Auto Régressive à Variable Exogène) est l'une des structures (voir Fig. 3.16) d'identification les plus utilisées. Sa structure est donnée comme suit :



Fig 3.16 – Structure du modèle ARX

e(t) est un bruit blanc, dans notre cas il est négligé.

Une méthode paramétrique des moindres carrés peut être utilisée pour l'identification des paramètres A(q) et B(q) du modèle ARX. L'identification des paramètres se résume donc à obtenir les valeurs des températures et pressions d'entrées/sorties à partir du modèle physique complet en appliquant un protocole d'essai.

On donne au modèle physique des valeurs d'entrées en pression et température qui recouvrent la plage de fonctionnement du scroll, (voir Figs. 3.17 et 3.18).



Fig 3.17 – Températures d'entrées du réfrigérant en fonction du temps



Fig 3.18 - Pressions d'entrées du réfrigérant en fonction du temps

Les paramètres du modèle ARX les plus appropriés sont donnés dans ce qui suit :

$$Ts(k) = .789 * Ts(k-1) - .1831 * Pe(k-2) + 1.051 * Te(k-1) - .8192 * Te(k-2)$$
(3.62)

$$Ps(k) = .7968 * Ps(k-1) + .002469 * Pe(k-2) + .01479 * Te(k-1) - .01189 * Te(k-2)$$
(3.63)

On obtient les résultats du protocole d'essai donnés par les Figs. 3.19 et 3.20, ces dernières montrent une comparaison entre les résultats du modèle réel et ceux obtenus avec le modèle ARX.



Fig 3.19 - Identification de la température de sortie du compresseur par le modèle ARX



Fig 3.20 - Identification de la pression de sortie du compresseur par le modèle ARX

Nous pouvons voir que le modèle ARX suit bien les résultats obtenus avec le modèle physique. Toutefois, on remarque que le modèle est moins performant dans les limites, ceci reflète la non linéarité de notre processus physique, alors que le modèle ARX est linéaire et ne peut pas par conséquent, capter les phénomènes non linéaires induits par les changements thermodynamiques du fluide frigorifique, et des spécifications non linéaires matérielles du compresseur scroll.

Les valeurs de l'Erreur Moyenne Absolue (EMA) entre la réponse du modèle physique et celle du modèle ARX donné par les équations Eq. (3.62) et Eq. (3.63) respectivement pour les sorties en températures et en pressions sont de 0.2831, 0.0066.

## 3.2 Modélisation de l'échangeur à plaques brasées

Les échangeurs à contre-courant (évaporateurs et condenseurs) sont très utilisés notamment dans les systèmes de réfrigération avec compression de vapeur. Dans ce qui suit, nous exposons le modèle mathématique de l'évaporateur ainsi que du condenseur.

#### 3.2.1 Modèle de l'Evaporateur

Le débit du réfrigérant dans l'évaporateur est contrôlé par une valve d'expansion thermostatique (TEV), qui est activée par le degré de surchauffe à l'issue de l'évaporateur. L'évaporateur thermostatique opère d'une manière transitoire pendant le démarrage et la fermeture de la station. En plus, le système subit des changements dynamiques en réponse aux changements dans la température et le débit de l'eau de retour, le comportement dynamique de l'évaporateur en raison des changements dans les conditions de charge est important du point de vue de contrôle et de stabilité. Une valve d'expansion thermostatique TEV est montrée schématiquement dans la Fig. 3.22. Pour sécuriser le compresseur, le TEV doit garantir que le réfrigérant quittant l'évaporateur est dans un état surchauffé. Toutefois, un degré excessif de surchauffe baisserait l'efficacité de l'évaporateur en réduisant la région disponible pour l'évaporation.

En pratique, une surchauffe de 5-10 K constitue un compromis raisonnable [47]. Le TEV est un simple contrôleur de type proportionnel, sûr et relativement bon marché. Malgré ces avantages, cet artifice pourrait quelquefois exposer un comportement instable connu comme la chasse. Sous certaines conditions d'utilisation, l'aiguille de la valve bouge d'une manière oscillatoire provoquant des fluctuations dans le débit du réfrigérant. Cet état d'opération, s'il persiste, pourrait finalement causer l'échec du compresseur en raison de l'écoulement liquide par les valves provoquant l'inondation de


Refrigerant (Evaporateur)

Fig 3.21 – Principe de Transfer de Chaleur

l'évaporateur. Notre objective principale est de développer un modèle dynamique pour la simulation d'un évaporateur à contre courant pour produire de l'eau glacée.

Avant d'établir un modèle mathématique de l'évaporateur ainsi que du condenseur, nous allons introduire la notion de transfert de chaleur à travers la plaque. La configuration des échangeurs à plaques brassées peut être représentée grossièrement dans [48]. En effet, la différence se situera dans le choix du produit et du caloporteur ainsi que le sens du changement de phase (liquide -gaz ou gaz-liquide). Le phénomène est illustré dans la Fig. 3.21.

On distingue trois régions, la plaque, le caloporteur (Réfrigérant R134a pour le cas de l'évaporateur et eau de ville pour le cas du condenseur) et le produit (eau glacée dans le cas de l'évaporateur et le réfrigérant R134a dans le cas du condenseur) chacun circulant à l'opposé de l'autre, d'où l'appellation à contre courant. Le modèle physique est obtenu en appliquant les équations gouvernantes de conservation d'énergie à ces trois régions.

Les hypothèses suivantes sont faites dans le développement de la forme simplifiée des équations gouvernantes.

- Pour l'évaporateur toute la chaleur de l'eau va être transmise à la plaque et par la suite sera transmise au caloporteur ce qui donne que la température de la plaque va être égale à la température du caloporteur.
- Pour le condenseur toute la chaleur du caloporteur va être transmise à la plaque et ensuite sera transmise à l'eau de ville ce qui donne que la température de la plaque va être égale à la température de l'eau de ville.
- Les pertes dans les deux échangeurs sont négligées.

#### 3.2.1.1 Evolution de la température coté eau

L'équation d'énergie pour l'eau refroidie circulant dans la plaque (Fig. 3.21) est donnée comme suit :

$$\rho_w c_{pw} V_w \frac{\partial T_w}{\partial t} = (\rho_w c_{pw} F_w(t) + U_w A) (T_p(t) - T_w(t)) + \rho_w c_{pw} F_w(t) m_r(t)$$
(3.64)

Le deuxième terme de l'équation, Eq. (3.64), donne le taux de transfert de chaleur de l'eau à la plaque. Le cœfficient de transfert de chaleur est dans ce cas-là obtenu de la corrélation de Dittus-Bœlter [49] pour la convection forcée. La surface extérieure de la plaque est supposée parfaitement isolée.

#### 3.2.1.2 Equation d'énergie de la plaque ou du caloporteur

L'équation d'énergie pour la plaque peut être écrite sous la forme (Fig. 3.21)),

$$\rho_p c_{pp} V_p \frac{\partial T_p}{\partial t} = U_p A(T_w(t) - T_p(t)) + l(T_{we}(t) - T_w(t))$$
(3.65)

Les températures aux extrémités de la plaque sont spécifiées comme les conditions qui marquent la limite.

#### 3.2.2 Modèle du condenseur

Le modèle du condenseur est établi par une simple modification du modèle de l'évaporateur, avec les suppositions que le produit (eau glacée) dans l'évaporateur est considéré comme caloporteur dans le condenseur (eau de ville) et le caloporteur (Réfrigérant R134a) dans l'évaporateur est considéré comme produit dans le condenseur. Autrement dit, le réfrigérant dans l'évaporateur circule du bas en haut et dans le condenseur du haut en bas.

#### 3.2.2.1 Equation d'énergie de la plaque ou de l'eau

L'équation d'énergie pour l'eau refroidie circulant dans la plaque du condenseur (Fig. 3.21) est donnée comme suit :

$$\rho_w c_{pw} V_w \frac{\partial T_w}{\partial t} = U_w A(T_p(t) - T_w(t)) + \rho_w c_{pw} F_w(t) (T_{we}(t) - T_w(t))$$
(3.66)

#### 3.2.2.2 Evolution de la température coté caloporteur

L'équation d'énergie du caloporteur circulant dans le condenseur (Fig. 3.21) est donnée comme suit :

$$\rho_p c_{pp} V_p \frac{\partial T_p}{\partial t} = U_p A(T_w(t) - T_p(t)) + lm_r(t))$$
(3.67)

## **3.3** Modèle de la valve thermostatique (TEV)

Dans le modèle considéré pour la valve d'expansion thermostatique, montrée schématiquement dans la Fig. 3.22, La capacité thermique du détendeur TEV et la résistance thermique entre la plaque d'évaporateur et le détendeur sont incluses dans le modèle. Une hypothèse faite pour ce modèle est que la valve agit comme un élément statique avec l'inertie négligeable. Cette hypothèse est fondée sur le fait que la réponse dynamique de la valve est beaucoup plus rapide que celui de l'évaporateur et du détendeur. Donc l'équilibre de force sur la valve peut être écrit comme suit :

$$(P_b - P_r)A_d - F_s = 0 (3.68)$$

En supposant un cœfficient constant, la force du ressort de la valve thermostatique peut être exprimée par :

$$F_s = F_o + K_s z \tag{3.69}$$



Fig 3.22 – Schéma du détendeur thermostatique

où z est la compression du ressort qui est égale au déplacement de l'aiguille de la valve.

Si le débit de masse de réfrigérant à travers la valve est supposé proportionnel au mouvement d'aiguille, donc

$$\dot{m}_r = K_b z \tag{3.70}$$

En Combinant les équations, Eqs. (3.68) - (3.70), le débit peut être exprimé sous la forme

$$\dot{m}_r = K_b z = K_c (P_b - P_r - P_{ss}) \tag{3.71}$$

où le gain de la valve,  $K_c = [K_b A_d/K_s]$  et  $P_{ss} = [F_o/A_d]$ . La pression du détendeur,  $P_d$  et la pression d'évaporateur, Pr sont exprimées en fonction de la température du détendeur et la température de l'évaporateur, respectivement par le modèle de Tillner Roth(voir section. 3.1.5.2). En traitant le détendeur et ses contenus comme une région simple ([50], [51]), l'équation d'énergie transitoire peut être écrite comme :

$$W_b \frac{dT_b}{dt} = (k_b/y_b) A_b (T_{p,N} - T_b)$$
(3.72)

où  $k_b$  est la conductivité thermique à travers la région d'attachement du détendeur  $A_b$ . Le comportement dynamique du détendeur peut être caractérisé par sa capacité thermique équivalente,  $W_b$  et la conductance thermique équivalente entre le détendeur et la plaque,  $C_b = [A_b k_b / y_b]$ 

## 3.4 Modèle complet de la station

Les Modèles des composantes élaborés précédemment ont été utilisés afin de modéliser la station de production d'eau glacée, Fig. 2.1. Les équations des modèles partiels ont été mises en cascade afin de compléter le cycle de réfrigération. Plusieurs tests ont été exécutés.

La procédure du modèle complet de la station est présentée sous forme d'organigramme (Fig. 3.23).



Fig 3.23 – Organigramme de la mise en œuvre du modèle de la station de production d'eau glacée

Fig. 3.24 donne les différentes températures d'entrées sorties de l'eau glacée ainsi que de l'eau de ville. On peut voir l'évolution de la température de l'eau glacée en réponse à une variation d'entrée de cette dernière variant entre 6°C et 15°C, ainsi que la variation de température en entrée de l'eau de ville autour de la même plage de température. Ces dernières sont considérées comme perturbations d'entrées. A noter que l'évolution de la température de notre produit (eau glacée) est plus fortement influencée par la température du réfrigérant R134a, qui représentera la variable manipulée dans un schéma de commande.



Fig 3.24 – Température de l'eau en fonction du temps

Dans la Fig. 3.25, nous pouvons voir l'évolution de la température du réfrigérant R134a pour les même valeurs de température d'entrée de l'eau de ville et de l'eau glacée données par la Fig. 3.24. Nous pouvons voir également que conformément à la réponse du compresseur Scroll obtenue Section 3.1.8, l'évolution de la température du R134a est dépendante des températures de l'eau en entrée. En effet, ces dernières affectent l'enthalpie qui modifie le comportement du compresseur.



Fig 3.25 – Température du réfrigérant en fonction du temps

Les pressions du réfrigérant R134a, pour les même valeurs de température d'entrée de l'eau de ville et de l'eau glacée données par la Fig. 3.24, sont tracées dans la Fig. 3.26, nous pouvons voir l'évolution de la pression de sortie en fonction de la pression et température d'entrée du fluide frigorifique. On peut voir que quand la pression d'entrée est insuffisante le compresseur ne peut pas arriver à la pression de décharge rapidement.



Fig 3.26 - Pression du réfrigérant R134a en fonction du temps

## **Chapitre 4**

# **COMMANDE PREDICTIVE**

## 4.1 Introduction

La première génération de commande prédictive appliquée en milieu industriel a été initiée par Richalet [52] sous le nom de MPHC (Model Predictive Heuristic Control), qui fut connue plus tard sous le nom de commande algorithmique (MAC - Model Algorithmic Control) [53] ou commande matricielle dynamique (DMC - Dynamic Matrix Control) [54]. Dans ces approches, l'objectif est de poursuivre une référence mais les contraintes ne sont pas prises en compte. Ces algorithmes ont permis de définir le principe des stratégies prédictives et les applications nombreuses dans le milieu industriel ont assuré leur pérennité.

La deuxième génération qui apparaît au début des années 1980 permet en plus la prise en compte de contraintes sur les entrées et les sorties en posant un problème d'optimisation quadratique. La commande prédictive généralisée (GPC - Generalized Predictive Control) [55] et la commande prédictive fonctionnelle (PFC Predictive Functional Control) [56] font partie de cette classe.

D'importantes applications dans le milieu industriel peuvent être trouvées dans [57], [58], [59], [60] et le lecteur trouvera dans [61] un état de l'art complet sur les stratégies prédictives.

Cependant, peu de travaux font état d'une synthèse pour des systèmes à dynamique rapide dû à la nécessité de résoudre un problème d'optimisation en ligne, surtout quand le modèle considéré est non linéaire. Par contre, certaines stratégies prédictives utilisant un modèle interne linéaire [3], [62], [63], [64] réduisent le coût de calcul en ligne à quelques opérations, les opérations les plus consommatrices en temps de calcul étant effectuées hors-ligne. C'est le cas notamment de la commande prédictive fonctionnelle (PFC) que nous avons donc choisi d'implémenter.

Pour évaluer ces performances, nous comparons cette stratégie à des commandes classiques de

type PID. Ainsi, nous rappelons dans un premier temps très brièvement les schémas ainsi que la méthode de réglage des lois PID.

### 4.2 La Commande Classique PID

Le PID, pour Dérivative Proportionnelle Intégrale, est le contrôleur ou la commande la plus utilisée au monde. Il faut savoir que le PID règle 60% des problèmes de régulation. Bien sûr comme toute autre commande, il présente des inconvénients qu'on citera plus tard et auxquels on apportera des solutions avec des modifications au PID, ou l'introduction d'autres schémas de commandes.

Le PID est une approche de commande de type « boucle de retour arrière » (feedback) et se place dans le mécanisme de commande comme le montre la Fig. 4.1 .



Fig 4.1 – Approche de commande de type PID

Les principaux attributs du PID sont :

- Structure simple d'où la facilité d'implémentation.
- Une tradition établie avec des milliers d'applications avec succès.
- Facilité (relative) de réglage.
- Disponible en version analogique ou digitale.

#### 4.2.1 PID Idéal

La forme mathématique et la représentation idéale du contrôleur PID sont données respectivement par l'équation suivante :

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i} s + T_d s \right) \tag{4.1}$$

où  $K_p$  le gain proportionnel,  $T_i$  et  $T_d$  sont respectivement les constantes de temps intégral et dérivative.(voir Fig. 4.2)



Fig 4.2 – Contrôleur PID

## 4.2.2 PID Digital

$$\frac{de}{dt} \downarrow_{t=KT} \approx \frac{e_k - e_{k-1}}{T} \tag{4.2}$$

Avec :

$$\int_0^{t=kT} e(t)dt \approx \sum_{i=1}^k e(i)T \tag{4.3}$$

En remplaçant dans la fonction de transfert du PID analogique, l'équation donnée par Eq. (4.1), on obtient la variable de commande u(k) suivante :

$$u(k) = k_0 \left( e(k) + \frac{1}{\tau_i} \sum_{i=1}^k e(i)T + \tau_d \frac{e_k - e_{k-1}}{T} \right)$$
(4.4)

En spécifiant les gains proportionnels, intégraux et dérivatifs suivants :

$$k_p = k_0, \ k_i = \frac{k_0 T}{\tau_i}, \ k_d = \frac{k_0 \tau_d}{T}$$
 (4.5)

$$e(k) = y_r(k) - y(k)$$
 (4.6)

où  $y_r$  est la référence du contrôleur

$$S(k) = S(k-1) + e(k)$$
(4.7)

$$u(k) = k_p \left( e_r(k) + \frac{T}{T_i} S(k) + \frac{T_d}{T} (e(k) - e(k-1)) \right)$$
(4.8)

ou alors :

$$u(k) = k_i S(k) + (K_p + K_d)e(k) - k_d e(k-1)$$
(4.9)

#### 4.2.3 PID Modifié (Velocity Version)

#### **Motivations :**

- Permet une transition du mode automatique au mode manuel plus douce.
- Limitation des variations de la commande.
- Une implémentation plus efficace.
- Permet une mise à jour incrémentale du signal de commande.

La version modifiée du PID s'obtient en différentiant les équations du PID de base :

$$u(k) = k_i S(k) + (K_p + K_d) e(k) - k_d e(k-1)$$
(4.10)

## **4.3 La Commande Prédictive Fonctionnelle (PFC)**

Après avoir introduit les concepts de MPC et quelques applications dans le domaine pétrochimique, Richalet, J. a voulu étendre MPC à d'autres domaines d'application inférieure en complexité. PFC a vu le jour à ADERSA en 1989, dans le but de s'attaquer à des problèmes de commande pour des procédés de complexité moyenne.

Dans ce chapitre nous présentons le principe de la commande prédictive fonctionnelle (PFC) en général, puis nous abordons de façon détaillée cette commande.

L'objectif est, comme pour toute commande prédictive, de rallier la sortie du processus vers la consigne dans le futur. Le calcul de prédiction est réalisé avec l'aide d'un modèle numérique du processus que l'on veut commander. Le calcul des termes futurs de la commande est réalisé sur un horizon de prédiction formé d'une séquence de points que l'on nomme points de coïncidence. La sortie prédite est alors sensée coïncider avec une trajectoire de référence. Pour mettre en place une telle commande, nous devons suivre les étapes suivantes :

- 1. Obtenir et représenter le modèle du système.
- 2. Rechercher la formule de prédiction (dite parfois prédicateur),
- 3. définir le critère que nous avons choisi sous une forme analytique,
- 4. l'étape 3 permet d'obtenir l'expression analytique de la commande à appliquer.

Les éléments qui caractérisent la commande (PFC) en plus de la notion de points de coïncidence sont les suivants :

- 1. La trajectoire de référence,
- 2. la structuration de la commande,
- 3. le mécanisme d'auto compensation.

#### 4.3.1 Les Quatre Principes de la Commande Prédictive

Plusieurs méthodes de commande prédictive existent. Il est normal qu'il en soit ainsi car les 3000 unités industrielles significativement pilotées par un régulateur prédictif (1996) sont de natures variées. Des problèmes différents, traités par des auteurs d'origines diverses, créent une multiplicité de solutions. Cependant, par la force logique de la démarche, si les solutions sont très ouvertes, la méthode s'appuie sur quatre principes universels auxquels on doit se soumettre si l'on veut tirer tous les avantages de cette commande. Nous décrivons ces quatre composantes dans ce qui suit.

#### 4.3.1.1 Modèle Interne

Si l'on était capable de modéliser parfaitement les processus et les signaux, la commande serait quasiment réduite à un calcul en boucle ouverte. À l'opposé, la boucle fermée a précisément été inventée pour piloter essentiellement avec comme seule information, des mesures, sans intervention explicite de la connaissance du processus. Entre ces deux approches extrêmes, la commande par modèle tente de trouver un moyen terme qui apporterait la performance recherchée, tout en ne nécessitant pas une connaissance parfaite du processus, mais qui utiliserait quand même une information de structure du processus pour obtenir des performances meilleures.

Le modèle est le plus souvent embarqué explicitement dans le calculateur de commande et pour cela dénommé modèle interne. Le choix de la structure du modèle dépend du processus et des spécifications de la commande. Il doit être capable de réaliser une prédiction véritable du comportement futur du processus sous l'effet d'une action supposée connue dans l'avenir.

Revenons à notre exemple automobile et supposons qu'un obstacle survienne brutalement sur la route amenant à utiliser la totalité de la capacité de freinage. A partir du moment où ce freinage maximal est appliqué, le futur, ou du moins le futur le plus optimiste, est déterminé : la distance et le temps d'arrêt sont fixes. Il est donc nécessaire d'agir de façon anticipative et de freiner à une « certaine distance » de l'obstacle. En revanche, si la décélération n'était pas limitée (contrainte), il suffirait, à quelques microns devant l'obstacle, de déclencher une décélération infinie : dans ce cas, il ne serait pas nécessaire de prédire.

« Contrainte » 
$$\implies$$
 « Prédiction »

Ce modèle peut être de connaissance ou de représentation et sa forme est ouverte. Il peut être formalisé sous forme de fonction de transfert, mathématique, boite noire ou simplement logique, à base de règles, ou même être constitué d'une base de données expérimentales plus ou moins brutes...etc.

Deux types fondamentaux de modèles internes existent :

Modèles indépendants où la sortie du modèle interne n'est calculée qu'avec les entrées connues, mesurées, du processus (Fig. 4.3).



Fig 4.3 – Modèle Indépendant

Modèles réalignés (ou recalés) où la sortie du modèle est calculée avec des sorties passées ou des variables internes du processus, mesurées ou estimées (Fig. 4.4).



Fig 4.4 – Modèle Réaligné (recalé)

Ces deux approches, par modèles recalés et modèles indépendants, reproduisent deux stratégies d'identification (c'est-à-dire d'estimation des paramètres d'un modèle). La méthode utilisant un modèle réaligné est identique à la méthode d'identification par moindres carrés où les variables explicatives

sont des mesures physiques issues du processus. Si ces variables sont bruitées, les paramètres identifiés sont biaisés dans le cas général (technique d'observation peu accessible dans l'industrie).

Le modèle indépendant reproduit la méthode du modèle où les seules mesures utilisées sont l'entrée du processus et l'écart *e* entre la grandeur mesurée sur le processus et la prédiction qui en est faite par le modèle. Dans ce cas, les paramètres du modèle sont, en général, non biaisés. Les critères de distance donnés par la méthode des moindres carrés et la méthode du modèle sont, en général, différents.

Notons U l'entrée,  $y_p$  et  $y_m$  les sorties du processus P et du modèle. Considérons un système pédagogique simple du 1<sup>*er*</sup> ordre décrit par l'équation, Eq. (4.11), dont la sortie discrète  $y_p(n)$  ne dépend que de la sortie précédente  $y_p(n-1)$  et de l'entrée U(n-1):

$$y_p(n) = \alpha y_p(n-1) + (1-\alpha)KU(n-1)$$
(4.11)

Pour calculer la sortie du modèle  $y_m(n)$  que l'on veut simuler, deux possibilités sont offertes :

- La sortie du modèle est exprimée avec la sortie passée du processus (modèle recalé) :

$$y_m(n) = \alpha_m y_m(n-1) + (1 - \alpha_m) K_m U(n-1)$$
(4.12)

- Ou bien l'équation récurrente, où  $y_m(n-1)$  intervient, donne (modèle indépendant) :

$$y_m(n) = \alpha_m y_m(n-1) + (1 - \alpha_m) K_m U(n-1)$$
(4.13)

#### 4.3.1.2 Trajectoire de Référence

Le futur de la sortie du processus est spécifié par l'intermédiaire d'une trajectoire (Fig. 4.5) initialisée sur la valeur mesurée ou estimée  $y_p$  de la sortie du processus, qui tend vers la consigne quelque soit sa valeur, suivant une certaine dynamique ; cette dynamique va ainsi définir, de façon évidente, le comportement en boucle fermée.

En pratique, on se limite souvent à la trajectoire exponentielle qui a le mérite d'être simple, de donner un comportement désiré sans surtension et pour plusieurs raisons :

- Elle est initialisée sur un seul point, le dernier mesuré ou estimé de la sortie du processus.
- Elle est facile à calculer en temps réel.
- Son décrément fixe de façon explicite le temps de réponse en boucle fermée (TRBF). Le TRBF est le temps nécessaire pour que la réponse atteigne 95% de sa valeur définitive, supposée

constante.

TRBF peut varier en fonction de toute variable interne ou externe au processus. Dans le cas général, on recherche une action future qui fait coïncider le futur prédit avec un ou plusieurs points fixés dits point de coïncidence et la trajectoire de référence. [66]

Ce qui suit montre le principe d'un horizon de coïncidence (H1 H2). Il ne s'agit pas en effet de rechercher une coïncidence à tous les instants futurs, mais seulement sur un certain nombre de points entre H1 et H2.



Fig 4.5 – Trajectoire de Référence et Horizon de Coïncidence Source : [66]

Le premier intérêt de la procédure est de pouvoir piloter des systèmes à retard pur, en choisissant H1 au-delà du temps de retard pur.

Pour un système sans retard, on peut, dans une première approche, interpréter le choix de cet horizon sur la base physique suivante. Supposons que l'on choisisse un horizon court H1 = H2 = 1, la sortie du processus va suivre la trajectoire de référence à chaque pas d'échantillonnage. On transforme alors le processus en un système de 1<sup>*er*</sup> ordre, ce qui a pour conséquence la commande qui va être très « active » pour compenser tous les modes du processus. Par contre, si l'horizon est très lointain, cela revient à ne commander que le régime statique et la commande sera alors voisine d'un échelon pour un changement de consigne en échelon, mais les modes du processus en boucle ouverte apparaîtront complètement libres.

Nous verrons que ce choix d'horizon a un impact sur la stabilité du processus. Piloter à court terme engendre donc des actions de grande amplitude pour des systèmes passe-bas, avec le cas extrême du système ayant un retard pur, où une commande infinie rendrait le système bouclé instable. La dynamique de la trajectoire de référence peut éventuellement être variable dans le temps ou suivant l'état du processus. Elle est le facteur qui va régler la dynamique en boucle fermée avec une grande simplicité, directement interprétable par n'importe quel régulateur.

La méthode de commande consiste alors à transférer l'incrément de sortie désiré du processus,  $\Delta_p$  spécifié par la trajectoire de référence, vers un modèle mathématique qui va permettre de calculer une commande qui réalise, sur ce modèle, le même incrément de sortie modèle  $\Delta_m = \Delta_p$ . Ceci nécessite les suppositions suivantes :

- Le système est considéré totalement linéarisable.
- Une trajectoire exponentielle avec un paramètre  $\lambda$  liant le point de sortie à la consigne C(n).
- Au point de coïncidence futur, n+H, on espère que la sortie prédite sera égale à la trajectoire de référence et à la sortie prédite du processus.

Au point de coïncidence futur n + H,  $H1 \le H \le H2$  on obtient :

$$C(n+H) - y_{ref}(n+H) = \lambda^{H}(C(n) - y_{p})$$
(4.14)

$$y_{ref}(n+H) = y_p(n+H)$$
 (4.15)

$$C(n+H) - \hat{y}_p(n+H) = \lambda^H(C(n) - y_p)$$
(4.16)

Dans le cas où la consigne est constante  $C(n) = C_0$ :

$$\Delta_p = (C_0 - y_p(n))(1 - \lambda^H) = \Delta_m = y_m(n + H) - y_m(n)$$
(4.17)

Cet écart  $\Delta_p$  prescrit, issu de la valeur de la consigne et de la mesure de la sortie du processus, est alors transposé dans le monde du modèle mathématique  $\Delta_m$  auquel on va demander de réaliser le même incrément sous l'effet d'une action de commande à rechercher.

#### 4.3.1.3 Structuration de la Variable Manipulée

**4.3.1.3.1 Rappel** La solution d'une équation différentielle comporte deux termes, l'un  $y_F$  dit solution forcée, l'autre  $y_L$  solution libre. Prenons l'exemple simple d'un système de premier ordre :

$$y_m(n) = \alpha y_m(n-1) + (1-\alpha)KU(n-1)$$
(4.18)

La solution libre, dite aussi sans second membre, suppose une entrée future nulle :

$$y_m(0) = y_0$$
  

$$U(n+i) = 0 \quad quand \qquad i \ge 0$$
  

$$y_L(n+i) = y_m(0)\alpha^i$$

La solution forcée  $y_F$  suppose que les conditions initiales soient nulles et que le processus soit soumis à une entrée connue dans le futur :

$$y_m(0) = 0$$
  
 $U(n+i) \neq 0$   
 $y_F(n+i) = K(1-\alpha^i)$  si  $U(n+i) = 1$  par exemple

Par hypothèse de linéarité, on peut additionner les deux réponses pour obtenir la réponse totale :

$$y_m(n+i) = y_L(n+i) + y_F(n+i)$$
 (4.19)

La réponse totale dépend donc du passé subi et du futur qui dépend du régulateur. Certaines méthodes s'attachent à rechercher les commandes futures de l'instant présent à l'instant *H*2, avec *H*2 degrés de liberté, au plus.

**4.3.1.3.2 Fonction de base** Trois raisons poussent à structurer la variable manipulée future sur une base de fonctions :

- La nature de la variable manipulée.
- La capacité de calcul.
- La nature de la consigne.

Décrivons ici le principe de la projection, sur les fonctions de base au lieu de rechercher les vecteurs variables manipulés futures. On recherche les projections  $U_K$  de cette variable manipulée sur



Fig 4.6 – Entrées et Sorties de Base Source : [66]

une base finie de fonctions :

$$U(n+i) = \sum_{K=1}^{Nb} U_K(n) SB_K(i)$$
(4.20)

où les  $UB_K$  sont dénommées fonctions de base. Chaque entrée de base  $UB_K$  induit une sortie de base  $SB_K$  connue à priori pour un modèle donné. Si l'on prend la base polynomiale, on a, par exemple, le schéma de la Fig. 4.6.

La sortie forcée sera alors par superposition linéaire :

$$y_F(n+i) = \sum_{K=1}^{Nb} U_K(n) SB_K(i)$$
(4.21)

Cette projection sur une base a justifié le nom de PFC (Predictive Functional Control). On comprend alors le triple intérêt de choisir la variable manipulée dans une base de fonctions :

- Meilleures performances.
- Calculs plus simples.
- Facilité d'implantation.

**4.3.1.3.3** Équation de commande L'incrément désiré  $\Delta p$  à un instant, spécifié par la trajectoire de référence, est alors transporté dans l'espace du modèle auquel on demande d'incrémenter sa sortie de la même valeur. L'incrément de sortie modèle est, par contre, complètement connu en fonction des sorties actuelles  $y_m(n)$ , libre  $y_L(n+H)$  et forcée  $y_F(n+H)$  du modèle, qui est soumis à une entrée U(n+i) dont on cherche la valeur, solution de l'équation :

$$\Delta p = (C_0 - y_p(n))(1 - \lambda^H) = y_L(n + H) + y_F(n + H) - y_m(n)$$
(4.22)

Dans le cas élémentaire où la commande serait structurée par une seule fonction de base, supposée constante à l'avenir (un échelon d'amplitude à rechercher), et où un seul point de coïncidence à *H* 

serait considéré, on obtient alors la relation la plus simple qu'il soit :

$$(C_0 - y_p(n))(1 - \lambda^H) = y_L(n + H) + U(n)SB_0(H) - y_m(n)$$
(4.23)

Dont on extrait la valeur U(n).

Le principe de l'horizon glissant amène à recommencer cette opération identiquement à chaque période d'échantillonnage. Dans le cas général, l'horizon ne se réduit pas à un point de coïncidence, et il convient alors d'utiliser un solveur qui va, suivant les différentes variantes :

- minimiser un critère de distance entre la sortie prédite et la trajectoire de référence  $y_{Ref}(n+i)$ , critère le plus souvent quadratique car différentiable :

$$C = \sum_{i=H1}^{H2} \left[ y_{Ref}(n+i) - \hat{y}_p(n+i) \right]^2$$
(4.24)

Dans le cas d'une commande parfaite,  $C_0 = y_p(\infty)$ , il n'y a pas d'erreur permanente, malgré la présence de perturbations ou d'erreurs de modélisation (structurelles ou paramétriques). Ceci implique que :

$$y_L(n+H) - y_m(n) = -y_F(n+H)$$
 (4.25)

#### 4.3.1.4 Autocompensateur

La qualité du modèle peut être évaluée par le critère équation (l'écart objet-modèle) :

$$e(n) = y_p(n) - y_m(n)$$
 (4.26)

Cette erreur peut être utilisée pour améliorer la commande.

Ce signal est en général non nul pour deux raisons essentielles :

 $\checkmark$  **Perturbations d'état** : le processus physique est perturbé par des entrées inconnues, qui induisent, de façon linéaire additive sur les variables d'état du système, et entre autres sur la sortie, des écarts aléatoires.

✓ **Perturbations de structure** : le modèle étant toujours « faux », dans sa structure qualitative, et/ou dans la valeur numérique de ses paramètres structuraux, les sorties du processus vont différer, même sans perturbations d'état (inertie d'un système mécanique, cœfficient d'échange thermique d'un réacteur...etc).

Suivant ces deux hypothèses, les traitements vont être plutôt de nature :

- Estimation de l'état du processus, reconstruction des perturbations, par des techniques qui



Fig 4.7 – Autocompensateur Source : [66]

relèvent de la théorie des observateurs, à supposer que le modèle soit correct dans sa structure.

 Identification (réadaptation) en temps réel de la structure, ce qui relève des techniques d'auto adaptation en temps réel.

Il convient alors de faire une estimation de l'incrément de l'erreur de modélisation  $\Delta p$ , terme que l'on va ajouter dans le membre de droite de l'équation de commande Eq. (4.22), qui va ainsi continuer de se compléter. Elle devient alors :

$$\Delta_p = (C_0 - y_p(n))(1 - \lambda^H) = y_L(n + H) + y_F(n + H) - y_m(n) + (\hat{e}(n + H) - e(n))$$
(4.27)

Le problème revient alors à faire un filtrage, une estimation et une prédiction sur un horizon relativement court, à chaque instant réactualisé en état. « Filtrage, Estimation et Prédiction (F.E.P) »

#### 4.3.2 Cas de système à retard pur

Dans le cas d'un processus avec un retard pur, et pour un système linéaire, le retard peut être exprimé sur la sortie du système, (Fig. 4.8). Dans ce cas, la valeur  $y_p$  retardée au temps k est disponible mais pas celle de  $y_p$ . Afin de tenir compte du retard dans la formulation de loi de commande, une estimation de retard d est utilisée donc  $y_p$  peut être estimé par :

$$y_p(k) = y_{pdelay}(k) + y_m(k) - y_m(k-d)$$
(4.28)



Fig 4.8 – Procédé à temps mort

Cette technique de compensation du retard est semblable à celle utilisée dans le prédicteur de Smith.

## 4.4 Exemple de PFC du premier ordre

Considérons le système du premier ordre donné par la fonction de transfert suivante :

$$G_P(\mathbf{s}) = \frac{K}{1 + \tau \mathbf{s}} \tag{4.29}$$

et considérons un PFC au caractéristiques suivantes :

- Une consigne constante (cas de la régulation) :  $C(k) = C_0$ ,
- une fonction de base de type échelon (Fig. 4.6),
- une trajectoire de référence exponentielle  $\lambda = e^{\left(-\frac{T_S}{T_R}\right)}$ , où  $T_S$  est la période d'échantillonnage et  $T_R$  est la réponse du système en boucle fermée qui reste à spécifier, et
- un seul point de coïncidence H.

La loi de commande du PFC équivalent est donnée dans les étapes suivantes :

### 4.4.1 Etape 1 : Formulation du modèle interne

Si le modèle interne traduit fidèlement le comportement du système, alors il est donné par la fonction de transfert suivante :

$$G_M(\mathbf{s}) = \frac{K_M}{1 + \tau_M \mathbf{s}}$$

Le modèle plus bloqueur d'ordre zéro donne l'équation au différence fini suivante :

$$y_M(k) = \alpha y_M(k-1) + K_M(1-\alpha)u(k-1)$$
(4.30)

où  $\alpha = e^{\left(-\frac{T_s}{\tau_M}\right)}$ .

Si la fonction de base utilisée est un échelon, alors :

$$y_A(k+H) = \alpha^H y_M(k) \tag{4.31}$$

$$y_F(k+H) = K_M(1-\alpha^H)UB_0 = K_M(1-\alpha^H)u(k)$$
(4.32)

où  $y_A$  et  $y_F$  sont respectivement les réponses libres et forcées de  $y_M$ .

### 4.4.2 Etape 2 : Formulation de la trajectoire de référence

Si  $y_R$  est l'expression de la trajectoire de référence, alors au point de coïncidence H, on s'attend à ce que la sortie procédée  $y_P$  soit égale à  $y_R$ :

$$C(k+H) - y_R(k+H) = \lambda^H (C(k) - y_P(k))$$

d'où :

$$y_R(k+H) = C(k+H) - \lambda^H (C(k) - y_P(k))$$
(4.33)

#### 4.4.3 Etape 3 : Sortie procédé prédite

A partir de l'équation Eq. (4.17), la sortie modèle prédite avec auto-compensation est donnée par :

$$\widehat{y}_P(k+H) = y_M(k+H) + (y_P(k) - y_M(k))$$
(4.34)

#### 4.4.4 Etape 4 : Calcul de la loi de commande

Au point de coïncidence *H* on veut que :

$$y_R(k+H) = \hat{y}_P(k+H)$$

A partir des équations données par Eq. (4.30), Eq. (4.31), Eq. (4.32) et Eq. (4.33), on obtient :

$$C(k+H) - \lambda^{H}(C(k) - y_{P}(k)) - y_{P}(k) = y_{M}(k+H) - y_{M}(k)$$
(4.35)

Dans le cas de régulation, C(k+H) = C(k), et en réarrangeant l'équation précédente (Eq. (4.35)), on obtient :

$$C(k)(1-\lambda^{H}) - y_{P}(k)(1-\lambda^{H}) + y_{M}(k)(1-\alpha^{H}) = K_{M}(1-\alpha^{H})u(k)$$
(4.36)

Résolue pour obtenir u(k), la loi de commande finale est donnée par Eq. (4.37).

$$u(k) = \frac{(C(k) - y_P(k))(1 - \lambda^H)}{K_M (1 - \alpha^H)} + \frac{y_M(k)}{K_M}$$
(4.37)

Sous forme de schéma block la commande est donnée par la Fig. 4.9.



Fig 4.9 - Schéma de commande d'un PFC du premier ordre

#### 4.4.5 Réglage du PFC

On peut prétendre à un bon réglage de la commande PFC si l'on satisfait les trois points suivants :

- Précision en régime permanent sans erreur.
- Un régime transitoire sans surtension.
- Et un comportement robuste aux erreurs de modélisation.

On aborde ici le problème du réglage du régulateur. Si on se rappelle les quatre principes du MPC, le réglage est en fonction de la trajectoire de référence, l'horizon de coïncidence H, le temps de réponse du système en boucle fermée TRBF et de la fonction de base utilisée.

Les spécifications données à tout régulateur se résument aux objectifs suivants :

#### 4.4.5.1 Précision

La commande doit garantir que le système asservi suit la consigne sans erreur.

#### 4.4.5.2 Dynamique

Lors d'un changement de consigne, le processus en boucle ouverte, que l'on suppose ici asymptotiquement stable, répond avec une certaine dynamique, évaluée classiquement par son temps de réponse à 5%, (temps au-delà duquel le processus reste à  $\pm$  5% de sa réponse asymptotique) :temps de réponse en boucle ouverte : TRBO. Le système bouclé répondra en un temps dénommé temps de réponse en boucle fermée : TRBF. Le rapport TRBO/TRBF va jouer un rôle important dans le réglage du régulateur, amenant à des commandes surtensives ou non. La dynamique peut être définie dans le domaine temporel, on spécifie généralement le temps de réponse à un changement de consigne mais aussi dans le domaine fréquentiel, il s'agit alors de rejeter une perturbation de fréquence fixée.

#### 4.4.5.3 Robustesse

La commande devrait être capable d'assurer la stabilité au système malgré des perturbations qui peuvent affecter le processus estimées lors du réglage initial du régulateur. Ces spécifications sont satisfaites lors de l'implantation du régulateur. Le régulateur idéal serait un régulateur où, suivant les besoins spécifiques, trois paramètres de réglage fixeraient de façon indépendante les caractéristiques de précision, dynamique et robustesse, sans interaction entre les réglages. Ce régulateur serait un « régulateur diagonal » [66].

Les spécifications sont très dépendantes du processus, par exemple :

- Un asservissement d'antenne, sous un dôme protecteur, qui n'est pas soumis à des perturbations aérodynamiques et qui reste de structure constante, devra satisfaire des performances dynamiques très fortes : on choisira une robustesse définie par une marge de gain de 6 dB, mais avec un rapport TRBO/TRBF entre 5 et 10.
- Un four de traitement thermique, qui peut fonctionner avec des charges très variables présentant une inertie thermique pouvant varier dans un rapport 10, va exiger une très grande robustesse.

Deux cas se présentent alors : soit pour respecter un fonctionnement stable en toutes circonstances, on choisit une dynamique en boucle fermée assez lente (TRBO/TRBF=1), soit si les exigences de réjection de perturbations sont fortes, on adapte en temps réel le modèle interne du régulateur en fournissant l'information de charge du four qui est probablement disponible dans le système de gestion de production, laissant à la robustesse passive le soin de prendre en compte tout ce qui serait trop difficile de recueillir pour des raisons techniques ou économiques. La commande prédictive se rapproche de ces caractéristiques. La précision est réglée de façon non interactive par le choix des fonctions de base. La dynamique dépend directement du TRBF fixé par la trajectoire de référence, qui est le paramètre majeur de réglage, apprécié pour sa simplicité. La robustesse dépend du choix du ou des points de coïncidence, en interaction avec la dynamique. Enfin, tous les paramètres de réglage ont un sens physique immédiat, ce qui facilite la mise en œuvre du régulateur.

Si l'on affecte 100 à l'influence la plus forte et 0 à pas d'influence, on obtient le guide de réglage du tableau suivant

	Précision	Dynamique	Robustesse
	(Régime permanent)	(Régime transitoire)	
Fonction de base	100	0	0
trajectoire de référence	0	100	50
Horison de coïncidence	0	50	100

Tableau 4.1 : Effets des paramètres de PFC sur le réglage

#### 4.4.6 Contraintes

Les procédés industriels comportent toute sorte de contraintes ou limitations, par exemple courant maximum d'un moteur, limite de l'ouverture d'une valve, limite de vitesse...etc. De plus, si la stratégie de commande exige des performances élevées transitoires, il y'a de fortes chances que ces contraintes soient atteintes. La commande doit donc, impérativement les prendre en compte, et surtout si ces contraintes ne sont pas prises en compte, la commande va être maximale sans se soucier des limites ni au coût que peut valoir la commande et il n'y aura pas lieu pour la prédiction.

Des techniques de minimisation avec contraintes, comme la minimisation quadratique, ou la programmation linéaire du type simplex peuvent être utilisées pour la recherche d'une variable manipulée tenant compte des contraintes ; ceci malgré leurs relatives lenteurs [65].

La nécessité d'optimiser la prédiction, en quantité ou qualité, amène à utiliser toute l'autorité de commande des variables d'action des processus de production.

Ces contraintes sont de deux types :

- Contraintes d'exploitations : des actionneurs. Par exemple, les actionneurs peuvent avoir des contraintes d'amplitude, de vitesse, de puissance, un servomécanisme peut avoir une limitation en courant, un échangeur thermique présente un débit maximal...etc.
- Contraintes fonctionnelles : du respect des contraintes sur des variables internes des processus. Par exemple, il est fréquent, dans le domaine du traitement thermique, que la commande d'une température d'un processus doit respecter une contrainte sur une autre température qui dépend du même organe de chauffe.

Si le processus opère de lui-même la limitation physique (par exemple un écrêtage d'une tension de commande), sans que le régulateur en soit informé, le modèle interne devient faux et la commande qui en résulte peut se révéler complètement inadéquate. Il convient donc, pour rester dans le domaine linéaire, de prendre uniquement des décisions qui respectent à priori toutes les contraintes connues présentes et futures ; dans ce cas, les performances seront certes moins bonnes que s'il n'y avait pas de contraintes, mais la régulation restera stable et performante.

Une solution simple, mais théoriquement non optimale, consiste à utiliser une procédure de bouclage intermédiaire qui alimente le modèle interne, non pas avec la valeur calculée par l'algorithme, mais avec la mesure de l'action effectivement appliquée, quelque soit son origine : commande manuelle, autre régulateur, valeur limitée à priori après le calcul de la commande,... etc. Notons au passage que cette procédure assure des transitions sans à-coups, appréciées des opérateurs. Le modèle  $y_M$  est calculé avec l'action appliquée  $u_A$  (voir Fig. 4.10). La commande va être passée par un limiteur (voir Fig. 4.10), mais calculée à l'instant courant. Cette commande n'est que sub-Optimale, car les limitations qui peuvent intervenir dans le futur ne sont pas prises en compte.

L'expérience montre que la perte d'optimalité est en générale faible, alors que la procédure est simple, ce qui justifie sa large utilisation.



Fig 4.10 – Limitation sur la variable manipulée

La procédure consiste à faire implicitement le scénario suivant utilisant une technique sub-optimale montrée par la Fig. 4.11.

- 1. Calculer la commande du régulateur R1 qui tend a satisfaire la prescription de la trajectoire de référence, puis prédire par le modèle interne de P2 le comportement de la sortie de P2.
- 2. Cela est fait en considérant que l'incrément de la sortie du processus est égal à l'incrément connu de la sortie du modèle calculé de façon habituelle. Deux cas se présentent :
- La sortie prédite ne viole pas la contrainte sur l'horizon de coïncidence.
- La sortie prédite viole la contrainte et, dans ce cas, le mieux qui puisse être fait est de faire tendre la sortie de P2 vers la contrainte C2, sans dépassement, à l'aide d'un régulateur R2.

La mise en œuvre consiste alors à avoir en permanence deux régulateurs qui fonctionnent en permanence avec les deux consignes (P1, consigne), (P2, contrainte), avec des modèles internes alimentés par la variable manipulée effectivement appliquée, ce qui garantit une commutation sans àcoups. Un superviseur fait alors, dans un ordre hiérarchique défini, le test de la prédiction du projet de l'autre régulateur.



Fig 4.11 – Commande contrainte avec superviseur

## 4.4.7 Algorithme de calcul de la commande prédictive fonctionnelle



Fig 4.12 – Cycle de la commande PFC

## **Chapitre 5**

# **RESULTATS DES SIMULATIONS**

## 5.1 Simulation Commande PFC

La première approche de commande utilisée ici est de type SISO, nous tenons à régler la température d'entrée du caloporteur de notre modèle établi, section 3.4, par la commande PFC, ceci va se traduire par une commande de débit du réfrigérant à l'entrée de l'évaporateur.

Si le débit de l'eau glacée est supposé constant ( $F_w$ ), donc la valeur de  $\lambda_{we}$  est constante et par conséquent n'est pas considérée comme étant une variable de commande, la température de sortie de l'eau glacée donnée par Eq. (3.64) devient linéaire de la forme suivante :

$$\tau_{we} \frac{\partial T_w}{\partial t} + T_w(t) = T_p(t) + \lambda_{we} m_r(t)$$
(5.1)

Avec

$$\lambda_{we} = \frac{\rho_w C_{pw} F_w}{\rho_w C_{pw} F_w + U_w A} \qquad , \qquad \tau_{we} = \frac{\rho_w C_{pw} V_w}{\rho_w C_{pw} F_w + U_w A}$$

En utilisant comme modèle interne l'Eq. (5.1) dans la loi de commande donnée auparavant par l'Eq. (4.37), avec les paramètres de contrôl suivants :

- Le point de coïncidence est testé pour plusieurs valeurs,  $H = \{1, 3, 5, 9, 12\},\$
- le temps de réponse en boucle fermée est testé également pour plusieurs valeurs,
  - $TRBF = \{12/5, 12/6, 12/7, 12/8, 12/9, 12/10\}$
- le retard est négligé.

La loi de commande est donnée par

$$m_r(t) = \frac{(C(t) - T_{wP}(t))(1 - \lambda^H)}{(1 - \lambda_{we})(1 - \alpha^H_{we})} + \frac{T_{wM}(t)}{(1 - \lambda_{we})} - \frac{\lambda_{we}}{(1 - \lambda_{we})}T_{pM}(t)$$
(5.2)

Les résultats de simulation sont donnés par la Fig. 5.1.



Fig 5.1 – Réglage par Température d'Entrée du caloporteur R134a (débit sortie valve du détendeur) par la Commande Prédictive Fonctionnelle (PFC)

La variable de commande est donnée dans Fig. 5.2.



Fig 5.2 – Variable de commande (Gain de l'équation de la valve du détendeur)

Pour évaluer les performances de la commande PFC, nous comparons cette stratégie à la commande classique PID. Les résultats de simulation de la commande PID correspondante sont donnés par les figures suivantes, Figs. 5.3 et 5.4.



Fig 5.3 - Réglage par débit d'Entrée du produit (eau glacée) par la Commande PID



Fig 5.4 – Variable de commande (Variable de commande (débit Eau glacée)

Plusieurs essais ont été réalisé pour la commande PID, ceci en variant ces différents paramètres à savoir le gain proportionnel  $K_p$ , les constantes de temps intégrale et dérivative respectivement  $T_i$ ,  $T_d$ .

Comme on peut constater, la commande PID pour le réglage  $K_p = 0.9$ ,  $T_i = 0.001$  et  $T_d = 0.01$ donne une commande douce qui se traduit par une réponse lente du système. Ceci évite de violer les contraintes de la variable manipulée mais se paie en performances.

## 5.2 Simulation Commande Paramétrique PPC

La commande de la température de sortie de l'eau glacée peut être aussi influencée par son propre débit à l'entrée de l'évaporateur. Toutefois, une commande de ce type agirait sur le débit de l'eau glacée donné par  $F_w$  et va influencer directement sur les paramètres  $\lambda$  et  $\tau$  donnés par l'Eq. (5.1). Ceci revient alors à modifier à chaque instant les paramètres du modèle  $\tau$  et  $\lambda$ , ce qui revient à une commande Paramétrique (PPC). La variable de commande est donc donnée par le paramètre  $\lambda$  puis transferée à  $F_w$ .

La loi de commande est donnée par :

$$\lambda_{we}(t) = \frac{(C(t) - T_{wP}(t))(1 - \lambda^{H})}{(T_{pM}(t) - m_{r}(t-1))(1 - \alpha_{we}^{H})} + \frac{T_{wM}(t)}{(T_{pM}(t) - m_{r}(t-1))} - \frac{m_{r}(t-1)}{(T_{pM}(t) - m_{r}(t-1))}$$
(5.3)

A noter  $0 < \lambda_{we} < 1$ 

La commande en débit eau est alors donnée par

$$Fw(t) = \frac{\lambda_{we}(t)U_wA}{\rho_w C p_w (1 - \lambda_{we}(t))};$$
(5.4)

Avec le transfert de contrainte  $0 < F_w < .022$ 

Les résultats de la commande paramétrique sont donnés par les figures, Figs. 5.5 et 5.6.



Fig 5.5 – Réglage par débit d'Entrée du produit (eau glacée) par la Commande Paramétrique Prédictive (PPC)



La variable de commande est donnée dans la figure suivante :

Fig 5.6 – Variable de commande (débit Eau glacée)

D'après les résultats de la commande PPC donnés par les figures, Figs. 5.5 et 5.6, il est évident que la commande par débit eau est très performante car extrêmement rapide dans le cas d'une référence qui peut être obtenue par un débit du fluide frigorifique. En effet si la puissance de ce dernier est suffisante pour amener la température de sortie de l'eau autour de la référence, alors la commande en débit n'aura aucun mal à rejeter les perturbations (référence à 277 K). Dans le cas contraire (référence à 270 K) et pour des perturbations élevées (Températures d'entrées basses), la commande en débit eau n'arrive pas à permettre de maintenir la température de sortie de l'eau au point de référence. Une erreur de commande élevée est alors observée et les contraintes sur la variable manipulée (débit eau) sont violées.





Fig 5.7 – Réglage par débit d'Entrée du produit (eau glacée) par la Commande PID



Fig 5.8 - Variable de commande (Variable de commande (débit Eau glacée)

La commande PID pour le réglage  $K_p = 0.05 T_i = 0.001$  et  $T_d = 0.01$ , donne une commande agressive qui se traduit par une réponse rapide du système avec des fluctuations qui résultent de la violation des contraintes de la variable manipulée.

## 5.3 Simulation Commande sélective PPC ou PFC (SISO)

Une 3<sup>eme</sup> approche de commande serait d'utiliser une commande de température du caloporteur quand la température du produit est trop grande pour permettre une commande par débit du produit. Dans le cas contraire, une commande par débit du produit serait plus adéquate.

Ceci peut être obtenu en utilisant une commande sélective prenant en considération un contrôleur utilisant la loi de commande donnée par l'Eq. (5.2) et un second utilisant la loi de commande Eq. (5.3), qui vont agir sur la température du caloporteur et du produit respectivement. La condition de commutation est établit selon la différence entre la température du produit et la référence, (voir structure pour l'approche de commande sélective dite enthalpique override Fig. 5.9).



Fig 5.9 – Approche de commande enthalpique override

Les résultats de la commande sélective sont donnés par les figures, Figs. 5.10 et 5.11.



Fig 5.10 – Réglage sélectif par Température d'Entrée du caloporteur R134a (débit sortie valve du détendeur) ou par débit d'Entrée du produit (eau glacée) par PFC et PPC SISO



La variable de commande est donnée dans la figure suivante :

Fig 5.11 – Variable de commande (Gain de l'equation de la valve du détendeur)|(débit Eau glacée) SISO

Comme on peut le voir sur les figures, Figs. 5.10 et 5.11, la combinaison sélective des deux commandes permet une excellente rejection des perturbations même lors d'un changement brusque et important de la référence. Les deux variables de commande combinent alors leurs effets pour un meilleur suivi de la consigne. En effet, on peut voir, Fig. 5.11, que dès que le débit de l'eau n'arrive pas à commander le processus (*EMA* > .02), la commande PFC prend le relai et le débit du fluide frigorifique est modifié pour donner plus de puissance à la commande.

## **5.4** Simulation Commande combinée PPC et PFC (MISO)

En dernier lieu, une approche du système Entrée Multiple Sortie Unique ou Multiple Input Single Output (MISO) est proposée. La température de l'eau glacée est commandée systématiquement par le débit du caloporteur (R134a) et le débit du produit (eau glacée) par la commande combinée en utilisant les deux régulations de la commande prédictive à savoir PFC et PPC (voir structure pour l'approche de commande combinée dite enthalpique Fig. 5.12).



Fig 5.12 – Approche de commande enthalpique

La figure ci-dessous montre le résultat final.



Fig 5.13 – Réglage combiné par Température d'Entrée du caloporteur R134a (débit sortie valve du détendeur) et par débit d'Entrée du produit (eau glacée) par la Commande PFC et PPC MISO

La variable de commande est donnée dans la figure suivante :



Fig 5.14 – Variable de commande (Gain de l'equation de la valve du détendeur) et (débit Eau glacée) MISO

Dans ce cas, la commande obtenue est quasi parfaite (voir les figures, Figs. 5.13 et 5.14), les débits de l'eau et du fluide frigorifique sont combinés afin de permettre un suivi fidèle de la référence. Les deux modèles de prédictions embarqués (modèle paramétrique et modèle en température) prédisent le comportement du procédé à chaque instant, les lois de commandes respectives donnent la meilleure commande possible en utilisant  $F_w$  et  $K_c$ .
## 5.5 Variations de l'erreur

Le réglage de la commande prédictive est simple et se résume au choix du TRBF et plus exactement au rapport du TRBO/TRBF et au point de coïncidence *H*. Dans notre simulation nous avons justement fait varier ces paramètres à fin de réduire au maximum l'erreur. Les résultats obtenus par les quatre approches sont donnés dans les tableaux suivants :

a-Variation de l'erreur en fonction du TRBF et l'horizon H dans une commande par température d'entrée du caloporteur :

HorisonH	1	3	5	7	9	12	1	1	1	1	1
TRBF	12/5	12/5	12/5	12/5	12/5	12/5	12/6	12/7	12/8	12/9	12/10
Erreur	.1565	.1981	.2445	.2856	.3173	.3493	.1495	.1400	.1337	.1288	.1249

b-Variation de l'erreur en fonction du TRBF et l'horizon H dans une commande par débit d'Entrée du produit (PPC)

HorisonH	1	3	5	7	9	12	1	1	1	1	1
TRBF	12/5	12/5	12/5	12/5	12/5	12/5	12/6	12/7	12/8	12/9	12/10
Erreur	.2158	.2658	.3096	.3454	.3742	.4056	.1975	.1868	.1791	.1734	.1698

c-Variation de l'erreur en fonction du TRBF et l'horizon H dans une commande sélectif par Température d'Entrée du caloporteur (débit sortie valve du détendeur) ou par débit d'Entrée du produit par PFC et PPC SISO

HorisonH	1	3	5	7	9	12	1	1	1	1	1
TRBF	12/5	12/5	12/5	12/5	12/5	12/5	12/6	12/7	12/8	12/9	12/10
Erreur	.1387	.4041	.7801	.2971	.8377	1.0065	.1270	.1199	.1153	.1118	.1091

d-Variation de l'erreur en fonction du TRBF et l'horizon H dans une commande combinée, par Température d'Entrée du caloporteur (débit sortie valve du détendeur) et par débit d'Entrée du produit par la Commande PFC et PPC MISO

HorisonH	1	3	5	7	9	12	1	1	1	1	1
TRBF	12/5	12/5	12/5	12/5	12/5	12/5	12/6	12/7	12/8	12/9	12/10
Erreur	.1343	.2055	.2617	.3093	.3518	.4056	.1208	.1130	.1094	.1071	.1049

## **Chapitre 6**

## **CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES**

Le travail réalisé a permis en plus de développer un modèle physique cohérent et complet de la station de production d'eau glacée, de bien évaluer le challenge ainsi que les bénéfices que présentent une approche de modélisation à partir des principes physiques et thermodynamiques du procédé. En effet, ceci a permis une meilleure compréhension du système réel qui se traduit en équations mathématiques facilement implémentables.

Une fois le modèle physique développé et testé, une simplification s'est avérée nécessaire dans le cas du compresseur Scroll, afin d'éviter la nature sur-paramétrée et complexe du modèle physique de ce dernier. Un modèle ARX a alors été établi à partir des protocoles d'essai appliqués au modèle complet. Le modèle final de représentation est alors utilisé comme modèle interne pour une approche de commande prédictive de type PFC. Les performances de ce dernier sont alors comparées à ceux d'une commande classique de type PID. Nous avons alors pu constater la difficulté du réglage d'un régulateur classique PID, par rapport au réglage du PFC, dont trois paramètres de réglage (Kp, Ti, Td) agissent de façon contradictoire sur la variable commandée.

La comparaison de la commande prédictive avec la commande classique PID nous a permis d'apprécier l'impact de l'aspect prédictif sur la commande, qui permet d'évaluer la sortie future du procédé, et d'approximer au préalable l'erreur entre la sortie prédite et la consigne et de l'anticiper au prochain point de coïncidence (ou d'une manière plus simple la prochaine itération de commande). Le réglage de PFC s'avère simple et se résume au choix de la fonction de base, du TRBF et du point de coïncidence H.

Quatre approches de commande PFC ont été réalisées, en effet, une commande par débit du fluide frigorifique, une commande par débit du produit (eau glacée) ainsi qu'une commande enthalpique mixte et une commande sélective ont été développées et comparées en performance à une commande classique de type PID en termes de MAE, dépassement maximum et temps de violation des contraintes, Tableau 6.1.

			Pourcentage			
	EMA	Dépassement	du Temps de violation			
			des contraintes			
PFC	.1554	0.0228	14%			
PID (Commande Débit FF)	.8485	5.3502	53%			
PPC	.1588	.8707	10%			
PID (Commande Débit Eau)	.5099	3.8424	43%			
PFC/PPC (sélective)	.1363	.0214	5%			
PFC/PPC (mixte)	.1343	$2.28e^{-4}$	0%			

Tableau 6.1 : Tableau récapitulatif des approches de commandes utilisées

L'approche de commande paramétrique PPC qui se traduit par influence directe sur les paramètres du modèle « réglage par débit d'eau glacée » qui agit sur la constante de temps du produit nous a permis de constater que PPC assure d'excellentes performances (une erreur statique quasi nulle même en régime fortement perturbé. Toutefois, nous avons pu constater l'impact du choix de la référence dans la commande paramétrique. En effet, la commande en débit du produit n'a eu aucun mal à rejeter les perturbations dans le cas d'une référence distante aux températures d'entrées du fluide frigorifique (référence à 277 K). Dans le cas contraire (référence à 270 K) et pour des perturbations élevées (Températures d'entrées basses), la commande en débit eau n'a pas réussi à maintenir la température de sortie de l'eau au point de référence. Une erreur élevée est alors observée et les contraintes sur la variable manipulée (débit eau) sont violées.

Dans le cas de la commande enthalpique sélective, nous avons pu constater que les deux commandes combinées permettent une excellente rejection des perturbations même lors d'un changement brusque et important de la référence. Les deux variables de commande combinent alors leurs effets pour un meilleur suivi de la consigne. Dès que l'erreur entre la sortie prédite et la consigne dépasse la valeur de 0.02, la commande PFC prend le relai et le débit du fluide frigorifique est modifié pour donner plus de puissance à la commande. En dernier lieu, les deux commandes combinées PFC et PPC donnent la meilleure commande possible en utilisant les débits de l'eau et du fluide frigorifique. Ceci est comparable à une boite à vitesse enthalpique, où lors d'un besoin de puissance, la commande PFC est utilisée tandis que la commande PPC est utilisée lors d'un besoin de vitesse. Comme perspective de notre travail, la validation du modèle complet est souhaitable et reste tributaire de protocoles d'essais sur la station réelle, une fois effectuée notre modèle pourra être validé. L'obtention d'un modèle valide, permettra la mise en œuvre d'une stratégie de commande prédictive basée modèle expérimentalement réalisable.

L'étude de robustesse de notre commande par rapport à des perturbations paramétriques du modèle est également l'une de nos perspectives. Des tests de robustesse devront être réalisés, ceci par variation de ses différents paramètres physiques tels que les dimensions des surfaces d'échanges dans les échangeurs brassés, la vitesse du compresseur scroll, les valeurs exactes des sections dans la tuyauterie,...etc, le comportement des commandes réalisées devra alors être testé dans ces conditions.

## Bibliographie

- [1] Khadir. M.T. « Modelling and Predictive Control of a Milk Pasteurisation Plant. ». *Ireland, Maynooth : PhD Thesis, Dept. of Electronic Engineering, National University of Ireland,* 2002.
- [2] LYDOIRE. F. « Génération de Trajectoires pour la Locomotion Artificielle et Commande à Horizon Fuyant avec l'Arithmétique d'Intervalles. ». École Doctorale : Information, Structures et Systèmes Montpellier : Université Montpellier II, 2004.
- [3] Ginhoux R. « Compensation des mouvements physiologiques en chirurgie robotisée par commande prédictive ». *Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg*, 2003
- [4] G. L. Wedekind, B. L. Bhatt and B. T. Beck. « A system mean void fraction model for predicting various transient phenomena associated with two-phase evaporating and condensing flows ». *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 4, pp. 97–114, 1978.
- [5] Dhar M. and Sœdel W. Transient Analysis of a Vapor Compression Refrigeration System Part I and II. *International Congress of Refrigeration*, Venice, pp. 1035–1067, 1979
- [6] Chi J. & Didion D.A. A simulation model of the transient performance of a heat pump. *International Journal of Refrigeration*, Vol. 5, No. 3, pp. 176–184., 1982.
- [7] Yasuda Y. Touber S and Machielson. Analytical Representation of the Transient Energy Interactions in Vapor Compression Heat Pumps. *ASHRAE Transactions*, Paper No. 2787, pp. 408–425, 1982.
- [8] MacArthur J.W. Simulation model of a vapor compression refrigeration system. *ASHRAE Paper*, Vol. 90, Part 1, HT-84-19, 1984a.
- [9] MacArthur J.W. « Theoretical analysis of the dynamic interactions of vapor compression heat pumps ». *Energy Conservation Management*, Vol. 24, No. 1, pp. 49–66, 1984b.
- [10] R.W. Rasmussen, J.W. MacArthur, E.W. Grald and G.A. Nowakowski. « Performance Of Engine-Driven Heat Pumps Under Cycling Conditions ». ASHRAE Transactions, Vol. 93, Part 2, pp. 1078–1090, 1987.

- [11] DMcArthur et Grald. « Unsteady compressible two-phase flow model for predicting cyclic heat pump performance and a comparison with experimental data ». *International Journal Refrigeration*, vol. 10, pp. 29–41, 1989.
- [12] Sami S.M., Duong T., Mercadier Y and Galanis N. « Prediction f the transient response of heat pumps ». ASHRAE Transactions, Vol. 93, pp. 471, 1987.
- [13] Nyers J. & Stoyan. « Analysis of the dynamic model of the dry evaporator of heat pumps and refrigerators ». Bull. Of Applied Mathematics, Vol. 683 (LIV), pp. 279-285, 1990.
- [14] Vargas J.V.C. & Parise J.A.R. « Simulation In Transient Regime Of A Heat Pump With Closed-Loop And On-Off Control ». *International Journal of Refrigeration*, Vol. 18, No. 4, pp. 235–243, 1995.
- [15] Sami S.M. and Comeau M.A. « Development of a simulation model for predicting dynamic behavior of heat pumps with non-azeotropic refrigerant mixtures ». *International Journal of Refrigeration*, Vol. 16, pg. 443, 1992.
- [16] Sami S.M & Dahmani A. « Numerical Prediction Of Dynamic Performance Of Vapor Compression Heat Pump Using New HFC Alternatives To HCFC-22 ». *Journal of Applied Thermal Engineering*, Vol. 16, Nos. 8/9 pp. 691-705, 1996.
- [17] Xiandong He, Sheng Liu and Asada H.H. « Modeling of vapor compression cycles for multivariable feedback control of HVAC systems ». ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 119, pp. 3664–3668, 1996.
- [18] Williatzen *et al.* « A general dynamic simulation model for evaporators and condensers in refrigeration-Part I : Movind boundary foration of two-phase flows with heat exchange ». *International Journal of Refrigeration*, vol. 21, pp. 398–403, 1998.
- [19] Pettit *et al.* « A general dynamic simulation model for evaporators and condensers in refrigeration-Part II ». *International Journal of Refrigeration*, vol. 21, pp404–414 1998.
- [20] Rossi T.M and Braun J.E. « A real-time transient model for air conditioners ». Proc. 20th International Congress of Refrigeration, Sydney,, Paper No. 743. 1999.
- [21] Jing Xia, Xingxi Zhou, Xinqiao Jin & Zifeng Zhou. « Dynamic Simulation Of Superheat At The Evaporator Outlet Of The Air-Conditioner With Inverter ». Proc. 20th International Congress of Refrigeration, Sydney, Paper No. 561. 1999.
- [22] Jakobsen *et al.* « dynamic Modeling and Simulation of a Domestic Refrigeration ». *IIR Conference, Book of Abstract, The Hague, Netherlands*, 1999.

- [23] Svensson M.C. « Non-Steady-State Modeling of a Water-to-Water Heat Pump Unit ». Proc. 20th International Congress of Refrigeration, Sydney, Paper No. 263.1999.
- [24] Wang H. & Wang S. « A Mechanistic Model of a Centrifugal Chiller to study HVAC Dynamics ». Building Services Engineering Research and Technology, Vol. 21(2), pp. 73–83, 2000.
- [25] Browne M.H. and Bansal P.K. « Modeling of In-Situ Liquid Chillers ». 16th International Refrigeration Conference at Purdue, pp. 425–432, 2000.
- [26] Chen Y, Halm N, Braun J, Groll E., I. « Mathematical modeling of scroll compressorpart I : compression process modeling. ». *International Journal of Refrigeration*, Vol. 25, pp. 731-750, 2002.
- [27] Chen Y, Halm N, Braun J, Groll E. I. « Mathematical modeling of scroll compressorpart II : overall scroll compressor modeling. ». *International Journal of Refrigeration*, Vol. 25, pp. 751-764, 2002.
- [28] HD.P Wilson et R.S.Basu, ASHRAE Transactions, vol. 94, part 2, 1988.
- [29] Louis Chevrolat, Julien Daubas. « Bancs pédagogiques de compresseurs. ». *Licence professionnelle, énergie et génie climatique*,2005-2006.
- [30] Laetitia PEREZ. « Développement, étude de performances et intégration de sondes thermiques pour la caractérisation de l'encrassement d'échangeurs tubulaires à courants croisés. ». PhD Thesis, Ecole Nationale Supérieure dArts et Métiers, Centre de Bordeaux,2003.
- [31] Guennou Marie, Guerrero-Farel Joseph, Penent Fanny. « Conception d'un Banc frigorifique pédagogique. ». *Licence professionnelle, énergie et génie climatique*,2004-2005.
- [32] P.Rapin, P. Jacquard. « Technologie des instalations frigorifiques ». 8ème edition DUNOD, 2004.
- [33] P.Rapin, P. Jacquard. « Instalations frigorifiques ». 7ème edition PYC, 1996.
- [34] Creux L. « Rotary engine. ». US Patent No. 801182, 1905.
- [35] Halm *et al.* « Mathematical modeling of scroll compressors. ». *Master thesis of Herrick lab, School of Mechanical Engineering, Purdue University*, 1997.
- [36] Baolang Wang, Xianting Li\*, Wenxing Shi. I. « A general geometrical model of scroll compressors based on discretional initial angles of involute. ». *International Journal of Refrigeration*, pp. 958-966, 2005.
- [37] BEJAN, A. Advanced engineering thermodynamics. Second Edition, A Wiley-Intersciebce Publication John Wiley and Sons, Inc, 1997.
- [38] Benedict, G.B. Webb, and L.C. Rubin. J. Chem. Phys, 8, 334, 1940.

- [39] J.J. Martin and Y.C. Hou. AIChE J,1(2), 142, 1955.
- [40] E. Bender. Cryogenics, 11, 11, 1973.
- [41] R.T Jacobsen and R.B. Stewart. J. Phys. Chem, Ref. Data 2, 757, 1973.
- [42] R. Schmidt and W. Wagner. Fluid Phase Equilib, 19, 175, 1985.
- [43] R.T Jacobsen, R.B. Stewart, M. Jahangiri, and S.G. Penoncello. Adv. Cryo. Eng, 31, 1161, 1986.
- [44] R. Tillner-Roth and H.D. Baehr. J. Phys. Chem, Ref. Data 23, 657, 1994.
- [45] MOLDOVER M. R.; TRUSLER J. P. M.; EDWARDS T. J.; MEHL J. B.; DAVIS R. S.; « Measurement of the universal gas constant R using a spherical acoustic resonator ». *Physical review letters*, Vol. 60, pp. 249–252, 1988.
- [46] Fox RW, McDonald AT, « Introduction to fluid mechanics ». New York, John Wiley and Sons, 1992.
- [47] P. Mithraratne, N.E. Wijeysundera, T.Y. Bong. « Dynamic simulation of a thermostatically controlled counter- flow evaporator ». *International Journal of Refrigeration*, Vol. 23, pp. 174-189, 2000.
- [48] Khadir, M.T.and Ringwood J. « First principle modelling of a pasteurisation plant for model predictive control ». *Journal of Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*. pp 281–301, 2003.
- [49] Mills AF. « Heat transfer ». Boston : Irwin. p. 270, 1992.
- [50] James KA, James JW. « Transient analysis of the thermo- static expansion valves for refrigeration system evaporators using mathematical models ». *Transactions of Institution of Measurement* and Control. pp. 198–205, 1987.
- [51] Broersen PMT. « Control with a thermostatic expansion valve ». *International Journal of Refrigeration*, pp. 209–212, 1982.
- [52] Richalet J., Rault A., Testud J.L. et Papon J. « Model predictive heuristic control : application to industrial processes ». *Journal Automatica*, Vol. 14, pp. 413–428, 1978.
- [53] Bruijn P.M. et Verbruggen H.B. « Model algorithmic control using impulse response models ». *Journal A*, Vol. 25, No. 2, pp. 69–74, 1984.
- [54] Cutler C.R. et Ramaker B.L. « Dynamic matrix control a computer control algorithm ». *Proceedings of the Joint Automatic Control Conference, San Francisco, USA*, 1980.
- [55] Clarke D., Mothadi C. et Tuffs P. « Generalized predictive control Parts I and II ». Journal Automatica, Vol. 23, No. 2, pp. 137–160, 1987.

- [56] Richalet J. « Pratique de la commande prédictive ». Éditions Hermès, Paris, 1993.
- [57] Cuadrado D. et Coïc A. « Application of global identification and predictive functional control to a tracking turret ». *ECC'91 European Control Conference, Grenoble*, pp. 1586–1591, 1991.
- [58] Richalet J. « Industrial applications of model based predictive control ». *Journal Automatica*, Vol. 29, No. 5, pp. 1251–1274, 1993.
- [59] Abdelghani-Idrissi M.A., Arbaoui M.A., Estel L. et Richalet J. « Predictive functional control of a counter current heat exchanger using convexity property ». *Chemical Engineering and Processing*, Vol. 40, pp. 449–457, 2001.
- [60] Rossiter J.A. « Predictive functional control : more than one way to prestabilise ». *15th IFAC World Congress, Barcelona, Espagne*, 2002.
- [61] Allgower F., Badgwell T., Quion J., Rawlings J. et Wright S. « Nonlinear predictive control and moving horizon estimation – an introduction overview ». Advances in Control : Highlights of CDC'99, Chapter 12, pp. 391-449, Springer-Verlag, London, 1999.
- [62] Richalet J., Abu E., Arber C., Kuntze H.B., Jacubasch A., et Schill W. « Predictive functional control. Application to fast and accurate robot ». *10th IFAC World Congress, Munich, Allemagne*, 1987.
- [63] Gangloff J. « Asservissements visuels rapides d'un robot manipulateur à six degrés de liberté ». Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg.
- [64] Wei Z. et Fang G. « Model predictive control for industrial robots ». *Proceedings of Robotics* 2000, pp. 263-269, *Albuquerque*, USA, 2002.
- [65] Garcia, C.E., and Morshedi, A.M. « Quadratic programming solution of dynamic matrix control(QDMC). ». *Chem. Eng. Commun*, Vol. 46, pp. 73–87, 1986.
- [66] Richalet, J. « La commande predictive ». *Techniques de l'Ingenieur Traite Mesure et Control*, R7 423, pp. 1-17, 1998b.