



Faculté : Technologie  
Département : Electrotechnique  
Domaine : Sciences et Technologies  
Filière : Electrotechnique  
Spécialité : Commande électrique

## Mémoire

Présenté en vue de l'obtention du Diplôme de Master

Thème :

**Commande optimale et avancée de la vitesse d'une machine électrique**

Présentées par :

- DERFOUL AIMEN
- CHEHILI MOHAMED CHAHINE

Encadrant : **BAHI TAHAR**

Grade: **Pr**

*Université Badji Mokhtar -Annaba.*

## Jury de Soutenance :

<b>LAKHDARA AMIRA</b>	<i>Dr</i>	<b>BADJI Mokhtar-Annaba</b>	<i>Présidente</i>
<b>BAHI TAHAR</b>	<i>Pr</i>	<b>BADJI Mokhtar-Annaba</b>	<i>Encadrant</i>
<b>ZERZOURI NORA</b>	<i>Dr</i>	<b>BADJI Mokhtar –Annaba</b>	<i>Examinateuse</i>



# Remerciements

Avant toute chose, nous exprimons notre profonde reconnaissance envers Dieu Tout-Puissant, pour nous avoir accordé la force, la santé et la persévérence nécessaires à la réalisation de ce mémoire.

La richesse de ce travail, tant sur le plan scientifique que méthodologique, n'aurait jamais été atteinte sans le précieux accompagnement du Professeur Tahar Bahi, que nous remercions sincèrement pour la qualité de son encadrement, sa disponibilité constante, sa rigueur méthodologique et sa bienveillance tout au long de cette expérience.

Nous souhaitons également adresser nos remerciements respectueux aux membres du jury, Dr. Lakhdara Amira et Dr. Zerzouri Nora, pour l'honneur qu'elles nous font en acceptant d'évaluer ce travail.

Enfin, nous témoignons toute notre gratitude à l'ensemble de nos enseignants, pour leur patience, leur générosité et leur engagement, malgré les nombreuses responsabilités qui leur incombent.

# Dédicaces

*A ceux dont la présence silencieuse a été ma force, dont le soutien indéfectible m'a permis d'aller jusqu'au bout de ce chemin.*

*A mon père, qui m'a transmis la volonté d'avancer, la force de croire en mes rêves et la patience d'en surmonter les obstacles. Merci pour ton regard toujours rassurant et ta confiance jamais démentie.*

*A ma mère, dont l'amour discret et la constance ont été mes repères. Tes encouragements m'ont porté lorsque mes propres forces vacillaient, et ta tendresse a adouci chaque difficulté.*

*A ma sœur, toujours présente, toujours à l'écoute, toujours prête à me tendre la main. Ta générosité de cœur et ton appui sincère m'ont soutenu plus que tu ne pourrais l'imaginer.*

*Je vous dédie ce travail avec une gratitude profonde et une affection.*

*Derfoul Aimen*

# Dédicaces

*Je souhaite dédier ce travail, aboutissement de mes efforts et de persévérance, à mes parents bien-aimés.*

*A vous deux, qui avez toujours été là, même dans mes instants de doute, me rappelant que je pouvais aller plus loin.*

*A vous, qui avez fait tant de sacrifices pour me garantir une éducation digne, et qui avez travaillé sans relâche pour que je ne manque de rien.*

*A vous, qui m'avez soutenu avec tant de patience, d'amour et de tendresse, et qui avez su célébrer chaque petite avancée avec moi, comme une grande victoire.*

*Vos prières, votre présence rassurante et votre foi en moi ont été mon moteur, mon refuge et ma plus grande force.*

*J'adresse aussi ma sincère gratitude à toutes celles et ceux qui, d'une manière ou d'une autre, ont pris part à cette aventure. Par un mot bienveillant, un conseil avisé, une aide technique ou simplement une présence encourageante, votre soutien a compté plus que vous ne l'imaginez.*

*Merci du fond du cœur.*

*Chehili Mohamed Chahine*

## Résumé

L'amélioration du contrôle de la vitesse dans les machines électriques à courant continu à aimant permanent représente un enjeu clé pour de nombreuses applications industrielles et embarquées. Ce mémoire explore plusieurs approches de commande avancée basées sur la modélisation dynamique précise du système. Des méthodes telles que la commande par retour d'état, le régulateur linéaire quadratique LQR et la commande LQG sont étudiées, simulées puis implantées sur une plateforme expérimentale composée d'un microcontrôleur Arduino et de l'environnement Matlab/Simulink. L'analyse des résultats met en évidence les performances de ces techniques en termes de stabilité, de rapidité de réponse et de précision, ouvrant la voie à des solutions plus efficaces pour le contrôle des machines électriques.

### Mots clés :

Vitesse variable, MCC, Commandes LQR et LQG, Contrôle de vitesse, Performance, Simulation.

## Abstract

Enhancing speed control in permanent magnet DC motors is a critical challenge in many modern industrial and embedded applications. This thesis investigates several advanced control strategies, developed from an accurate dynamic model of the system. Techniques such as state feedback control, Linear Quadratic Regulator (LQR), and Linear Quadratic Gaussian (LQG) are explored through simulations and implemented on a test platform using an Arduino microcontroller and Matlab/Simulink. The obtained results demonstrate the effectiveness of these methods in achieving fast response, robust stability, and high accuracy, paving the way for more efficient control of electric machines.

### Keywords:

Variable speed, Motor (PMDC), LQR and LQG control, Speed Control, Performance, Simulation.

## الملخص

تحسين التحكم في سرعة الآلات الكهربائية العاملة بالتيار المستمر والمزودة بمغناطيس دائم يُعد تحدياً رئيسياً في العديد من التطبيقات الصناعية والنظم المدمجة. يتناول هذا البحث عدة استراتيجيات للتحكم المتقدم، تعتمد على نمذجة ديناميكية دقيقة للنظام المدروس. وقد تم تحليل طرق مثل التحكم بالتلبية الراجعة للحالة، والمنظم التربيعي الخطى (LQR)، والتحكم LQG، من خلال المحاكاة ثم تطبيقها عملياً على منصة تجريبية تعتمد على متحكم Arduino وبيئة Matlab/Simulink. توضح نتائج التحليل كفاءة هذه التقنيات من حيث الاستقرار، وسرعة الاستجابة، والدقة، مما يمهد الطريق نحو حلول أكثر تطوراً وفعالية في مجال التحكم في الآلات الكهربائية.

### كلمات مفتاحية

سرعة متغيرة، محرك تيار مستمر ذو مغناطيس دائم، التحكم بواسطة LQR و LQG، التحكم في السرعة، الأداء، المحاكاة.

# SOMMAIRE

Résumé	1
Introduction générale	2

<b>CHAPITRE 1</b>					
<b>NOTIONS SUR LA MACHINE A COURANT CONTINU ET LES TECHNIQUES DE COMMANDES AVANCEES</b>					
1.1	Introduction		3		
1.2	Définition d'un entraînement électrique		3		
1.3	Intérêt de la vitesse variable		3		
1.4	Machine à courant continu		4		
1.4.1	Éléments constitutifs		4		
	1.4.1.1	Inducteur (ou circuit d'excitation)	5		
	1.4.1.2	Induit (circuit de puissance)	5		
	1.4.1.3	Système collecteur-balais	6		
1.4.2	Principe de fonctionnement en mode moteur		7		
1.4.3	Force contre électromotrice		7		
1.4.4	Classification des moteurs en fonction du type d'inducteur		8		
	1.4.4.1	Moteurs à inducteur à aimant permanent	8		
	1.4.4.2	Moteurs à inducteur bobiné	8		
		1.4.4.2.1	Différents modes d'excitation d'un moteur à courant continu	8	
1.4.5	Bilan de la puissance		14		
1.4.6	Le rendement		15		
1.5	Techniques de commande électrique		15		
1.5.1	Types de Commande optimale et avancée		15		
	1.5.1.1	Commande par retour d'état	15		
	1.5.1.2	Commande vectorielle	18		
		1.5.1.2.1	Principe de fonctionnement	19	
		1.5.1.2.2	Types de la commande vectorielle	19	
			1.5.1.2.2.1	Commande vectorielle directe	19
			1.5.1.2.2.2	Commande vectorielle indirecte	20
	1.5.1.3	Commande directe du couple (DTC : Direct Torque Control)		21	
		1.5.1.3.1	Principe de fonctionnement	21	
	1.5.1.4	Commande par mode glissant (Sliding Mode Control)		22	
		1.5.1.4.1	Conception de la commande par mode glissant	23	
	1.5.1.5	Commande adaptative		24	
		1.5.1.5.1	Techniques de la Commande Adaptative	25	
1.6	Conclusion			25	

<b>CHAPITRE 2</b>		
<b>MODELISATION ET IDENTIFICATION DE LA MACHINE A COURANT CONTINU AAIMANT PERMANANT</b>		
2.1	Introduction	26
2.2	Modèle mathématique du moteur à courant continu	26
2.3	Identification des paramètres de la machine à courant continu à aimant permanent	28
2.3.1	Méthode classique	28
2.3.1.1	Résistance	28
2.3.1.2	Inductance	28
2.3.1.3	Détermination de K	29
2.3.1.4	Moment d'inertie	30
2.3.1.5	Coefficient de frottement	30
2.3.2	Méthode de paramètre estimator	31
2.4	Caractéristiques statiques et régimes de fonctionnement	34
2.5	Convertisseur DC/DC :	35
2.5.1	Etude d'un hacheur réversible	36
2.5.1.1	Stratégie de commande du hacheur à quatre quadrants	37
2.5.2	Principe de la commande du moteur à courant continu associé à un hacheur	39
2.6	Essai et simulation	40
2.6.1	Etude en boucle ouvert	40
2.6.2	Etude en boucle fermée	42
2.6.2.1	Régulateur Proportionnel Intégral PI	42
2.6.2.2	Synthèse du régulateur	42
2.7	Conclusion	46

<b>CHAPITRE 3</b>		
<b>Commande par retour d'état</b>		
3.1	Introduction	47
3.2	Définition de la commande par retour d'état	47
3.3	Commande par placement de pôles	48
3.3.1	Principe	48
3.3.2	Résultats de simulation	50
3.3.3	Placement de pôles avec action intégrale	52
3.3.3.1	Principe	52
3.3.3.2	Application de la commande par placement de pôles au modèle du MCC	54
3.3.3.3	Résultats de la simulation	54
3.4	Commande linéaire quadratique	56
3.4.1	Principe	56

	3.4.1.1	Formulation du problème	56
	3.4.1.2	Formulation de l'Hamiltonien	57
3.4.2	Commande linear quadratic regulator (LQR)		59
	3.4.2.1	Choix des matrices de pondération	60
	3.4.2.2	Application de la commande LQR au modèle du MCC	60
	3.4.2.3	Résultats de simulations	61
3.4.3	Commande linear quadratic intégral (LQI)		63
	3.4.3.1	Principe	63
	3.4.3.2	Résultats de simulations	64
3.5	Commande linéaire gaussienne		66
3.5.1	Principe		66
3.5.2	Choix des matrices de covariances		67
3.5.3	Application de la commande LQG au modèle du MCC		68
3.5.4	Résultats de simulations		68
3.6	Conclusion		73

<b>CHAPITRE 4</b>			
<b>Implémentation de la commande LQR et régulateur PI avec arduino et MatLab/Simulink</b>			
4.1	Introduction		74
4.2	Liste et Description du matériel utilisé		74
4.2.1	Carte arduino MEGA 2560		74
4.2.2	Pont en H L298N		75
4.2.3	Capteur de courant ACS712 (20A)		76
4.2.4	Capteur de vitesse F249		76
4.2.5	Afficheur LCD avec interface I2C		76
4.2.6	Moteur a courant continue à aimant permanent		77
4.3	Implémentation finale		77
	4.3.1	Résultats obtenus et analyse critique sans variation de la vitesse	78
	4.3.1.1	Observation du système en boucle ouverte	78
	4.3.1.2	Observation du système avec régulateur PI	81
	4.3.1.3	Observation du système avec la commande LQR	83
	4.3.2	Résultats obtenus et analyse critique avec variation de la vitesse	84
	4.3.2.1	Observation du système avec régulateur PI	84
	4.3.2.2	Observation du système avec la commande LQR	85
4.4	Conclusion		86

Conclusion générale	87
Références	89

# Liste de figures

<b>CHAPITRE 1</b>		
<b>NOTIONS SUR LA MACHINE A COURANT CONTINU ET LES TECHNIQUES DE COMMANDES AVANCEES</b>		
<b>Figure1.1</b>	Différents types de fonctionnement du MCC	4
<b>Figure1.2</b>	Construction du Moteur à courant continu	4
<b>Figure1.3</b>	Inducteur de la MCC	5
<b>Figure1.4</b>	Induit de la MCC	5
<b>Figure1.5</b>	Collecteur	6
<b>Figure1.6</b>	Balai	6
<b>Figure1.7</b>	Loi de Laplace	7
<b>Figure1.8</b>	Moteur à aimant permanent	8
<b>Figure1.9</b>	Différents modes d'excitations	9
<b>Figure1.10</b>	Caractéristique de vitesse d'un moteur série	10
<b>Figure1.11</b>	Caractéristique de couple d'un moteur série	10
<b>Figure1.12</b>	Schéma de moteur à courant continu à excitation shunt	11
<b>Figure1.13</b>	Schéma de à courant continu à excitation composée.	12
<b>Figure1.14</b>	Caractéristiques d'un moteur à excitation séparée	13
<b>Figure1.15</b>	Couple en fonction de courant d'alimentation	13
<b>Figure1.16</b>	Bilan de la puissance	15
<b>Figure1.17</b>	Principe de la commande par retour d'état	16
<b>Figure1.18</b>	Le fonctionnement d'un régulateur LQR	17
<b>Figure1.19</b>	Le fonctionnement d'un contrôleur LQG	17
<b>Figure1.20</b>	Orientation du flux (rotorique, statorique et d'entrefer)	18
<b>Figure1.21</b>	Schéma de principe de découplage de la MAS/MAC	19
<b>Figure1.22</b>	Commande vectorielle directe de la MAS	20
<b>Figure1.23</b>	Commande vectorielle indirecte de la MAS	21
<b>Figure1.24</b>	Schéma structurel de la DTC appliquée à une machine asynchrone	22
<b>Figure1.25</b>	Les modes de trajectoire dans le plan de phase	23
<b>Figure1.26</b>	Principe de commande par mode de glissant	24
<b>Figure1.27</b>	Principe générale d'un système de commande adaptative	24

<b>CHAPITRE 2</b>		
<b>MODELISATION ET IDENTIFICATION DE LA MACHINE A COURANT CONTINU AAIMANT PERMANANT</b>		
<b>Figure2.1</b>	Schéma équivalent d'un moteur à courant continu	27
<b>Figure2.2</b>	Schéma bloc du moteur	28
<b>Figure2.3</b>	Schéma équivalent hacheur série et MCC pour identifier l'inductance	29
<b>Figure2.4</b>	Circuit pour déterminer le moment d'inertie	30
<b>Figure2.5</b>	Évolution temporelle de la vitesse du moteur utiliser en boucle ouverte	31

<b>Figure2.6</b>	Interface Parameter Estimator de MATLAB pour l'identification paramétrique	33
<b>Figure2.7</b>	Configuration initiale de l'expérience d'estimation paramétrique	33
<b>Figure2.8</b>	Résultats finaux de l'estimation paramétrique dans MATLAB	34
<b>Figure2.9</b>	Caractéristique $\omega=(c)$	35
<b>Figure2.10</b>	Régime de fonctionnement du moteur	35
<b>Figure2.11</b>	Hacheur quadripolaire	37
<b>Figure2.12</b>	Stratégie de commande du hacheur à quatre quadrants	38
<b>Figure2.13</b>	Allures de la tension ( $V_s$ ) et du courant (i) dans les quadrants I et IV	38
<b>Figure2.14</b>	Allures de $V_s$ et I dans les quadrants II et III	39
<b>Figure2.15</b>	Schéma de la commande du MCC	40
<b>Figure2.16</b>	Réponses en boucle ouverte du MCC-AP	42
<b>Figure2.17</b>	Système en boucle fermée	42
<b>Figure2.18</b>	Réponses en boucle fermer du MCC-AP	45

<b>CHAPITRE 3</b>		
<b>Commande par retour d'état</b>		
<b>Figure3.1</b>	Structure de la commande par retour d'état	48
<b>Figure3.2</b>	Résultat de simulation de commande par retour d'état sans action intégrale	51
<b>Figure3.3</b>	Structure de la commande par placement de pôles avec action intégrale	52
<b>Figure3.4</b>	Résultat de simulation de commande par retour d'état avec action intégrale	55
<b>Figure3.5</b>	Structure de la commande LQR.	60
<b>Figure3.6</b>	Résultat de simulation de LQR	62
<b>Figure3.7</b>	Résultat de simulation de commande LQI	65
<b>Figure3.8</b>	Structure de la commande LQG	66
<b>Figure3.9</b>	Résultat de simulation de commande LQG sans bruit blanc	70
<b>Figure3.10</b>	Résultat de simulation de commande LQG sans bruit blanc	72

<b>CHAPITRE 4</b>		
<b>Implémentation de la commande LQR et régulateur PI avec arduino et matlab /simulink</b>		
<b>Figure4.1</b>	Architecture et caractéristiques de la carte Arduino MEGA 2560.	74
<b>Figure4.2</b>	Pont en H L298N	75
<b>Figure4.3</b>	Pilotage du sens de rotation.	75
<b>Figure4.4</b>	Capteur de courant ACS712 utilisée.	76
<b>Figure4.5</b>	Capteur de vitesse F249 utilisée.	76
<b>Figure4.6</b>	Afficheur LCD avec interface I2C.	77
<b>Figure4.7</b>	Moteur a courant continue 31ZY.	77
<b>Figure4.8</b>	Implémentation finale.	78
<b>Figure4.9</b>	Réponses de la vitesse en boucle ouverte	79

<b>Figure4.10</b>	Réponses du courant en boucle ouverte	80
<b>Figure4.11</b>	Réponses de la vitesse et du courant avec régulateur PI	82
<b>Figure4.12</b>	Réponses de la vitesse et du courant avec la commande LQR	83
<b>Figure4.13</b>	Variation de la vitesse avec régulateur PI	85
<b>Figure4.14</b>	Variation de la vitesse avec la commande LQR	85

# *Liste de tableaux*

<b>CHAPITRE 1</b>		
<b>NOTIONS SUR LA MACHINE A COURANT CONTINU ET LES TECHNIQUES DE COMMANDES AVANCEES</b>		
Tableau1.1	Domaine d'application et caractéristiques du MCC à excitation série	10
Tableau1.2	Domaine d'application du MCC à excitation shunt	11
Tableau1.3	Domaine d'application du MCC à excitation composée.	12
Tableau1.4	Domaine d'application du MCC à excitation séparée	14
Tableau1.5	Comparaison entre la commande LQR et LQG	18

<b>CHAPITRE 2</b>		
<b>MODELISATION ET IDENTIFICATION DE LA MACHINE A COURANT CONTINU A AIMANT PERMANANT</b>		
Tableau2.1	Résultats des mesures de résistance	31
Tableau2.2	Différents types d'hacheur	36
Tableau2.3	Tension d'alimentation et couple de charge appliqué	40
Tableau2.4	Vitesse et couple de charge appliqués en boucle fermée à différents instants	44

<b>CHAPITRE 3</b>		
<b>Commande par retour d'état</b>		
Tableau3.1	Vitesse et couple de charge appliqués à différents instants	50

# *Introduction générale*

L'évolution technologique rapide dans le domaine de l'électrotechnique a conduit à une recherche permanente d'efficacité, de précision et de stabilité dans le pilotage des machines électriques. Ces dernières, présentes dans une multitude d'applications industrielles et technologiques, nécessitent des systèmes de commande de plus en plus performants, capables de répondre aux contraintes imposées par la complexité des processus et la variabilité des conditions d'exploitation. Parmi ces machines, la machine à courant continu à aimant permanent (MCCAP) se distingue par sa structure simple, sa linéarité apparente et sa bonne réponse dynamique, ce qui en fait un excellent support d'étude pour les stratégies de commande avancée.

La régulation de la vitesse d'une telle machine constitue un défi d'ingénierie important, nécessitant une approche à la fois rigoureuse sur le plan théorique et réaliste sur le plan pratique. C'est dans cette optique que s'inscrit le présent mémoire, dont l'objectif principal est de concevoir, simuler et implémenter des techniques de commande optimales et avancées permettant d'assurer un contrôle précis et stable de la vitesse de la MCCAP, tout en intégrant les contraintes physiques et technologiques du système.

Le premier chapitre est consacré aux notions fondamentales liées à la machine à courant continu. Il y est présenté la structure, le fonctionnement et les équations de base de la machine, avant d'aborder un panorama général des techniques de commande avancées utilisées pour améliorer les performances des systèmes électromécaniques. Ce chapitre pose ainsi les bases nécessaires à la compréhension des approches développées par la suite.

Dans le deuxième chapitre, l'accent est mis sur la modélisation dynamique de la MCCAP. À travers une représentation mathématique rigoureuse, on identifie les paramètres caractéristiques du système, nécessaires à la conception des lois de commande. Ce chapitre comprend également une phase d'identification expérimentale, permettant d'ajuster le modèle à partir des données réelles du système.

Le troisième chapitre se focalise sur la commande par retour d'état, une approche qui exploite pleinement la modélisation de la machine pour concevoir des régulateurs performants. Trois méthodes principales sont étudiées : le placement de pôles, le régulateur linéaire quadratique (LQR), et la commande LQG, qui combine optimalité et estimation d'état. Ces techniques sont analysées, comparées et validées à travers des simulations numériques.

Enfin, le quatrième chapitre est dédié à l'implémentation pratique des commandes étudiées. À l'aide de l'environnement Matlab/Simulink couplé à une carte Arduino, les algorithmes LQR et PI sont testés sur la machine réelle. Ce chapitre permet d'évaluer les performances expérimentales et de comparer les résultats aux simulations.

## CHAPITRE 1

# NOTIONS SUR LA MACHINE A COURANT CONTINU ET LES TECHNIQUES DE COMMANDES AVANCEES

### 1.1 Introduction

Dans un contexte industriel on constate une évolution, la maîtrise des techniques de commande électrique constitue un enjeu majeur pour garantir la performance, la fiabilité et l'efficacité énergétique des entraînements électriques. Les progrès technologiques ont conduit à l'émergence de techniques de commande de plus en plus avancées, capables de satisfaire des exigences toujours plus strictes en termes de précision, de rapidité d'exécution et de robustesse.

Ce chapitre se divise en deux sections principales. La première partie offre une vue d'ensemble des systèmes d'entraînement électriques : elle inclut la présentation, le principe de fonctionnement, les diverses catégories de machines à courant continu (MCC), ainsi que leurs modes d'utilisation. La deuxième partie est consacrée à l'étude des différentes techniques de commande électrique (TCE) et à leurs applications pratiques, notamment dans le domaine des entraînements électriques à vitesse variable (EEVV). Et, en lumière les principes essentiels de la commande optimale ainsi que les principales approches de commande avancée, dans le but de développer des systèmes de contrôle à haute efficacité.

### 1.2 Définition d'un entraînement électrique

Un entraînement électrique est un système dont le fonctionnement repose essentiellement sur l'utilisation d'un moteur pour produire de l'énergie mécanique. Ce moteur doit être sélectionné en fonction des contraintes imposées par la charge à entraîner, laquelle est définie par un couple, une vitesse et un profil de charge. Ce profil permet de déterminer les exigences en termes de couple au démarrage ainsi qu'en régime permanent, propres à l'application visée.

### 1.3 Intérêt de la vitesse variable

Les machines électriques sont couramment utilisées en mode de fonctionnement à vitesse variable. Cette flexibilité présente de nombreux atouts : elle permet notamment de limiter les courants excessifs lors du démarrage, de simplifier la mise en mouvement de charges à forte inertie, et d'assurer un couple de démarrage supérieur au minimum requis, sans qu'il soit nécessaire de surdimensionner le moteur uniquement pour cette phase transitoire. De plus, elle contribue à prolonger la durée de vie du moteur en réduisant les démarriages brusques, en limitant la vitesse de fonctionnement et en diminuant les pertes lorsque le couple et/ou la vitesse sont réduits. [1]

## 1.4 Machine à courant continu

Les moteurs à courant continu sont des dispositifs électromécaniques permettant de convertir l'énergie électrique en énergie mécanique, à condition de disposer de la puissance nécessaire pour initier le mouvement et entraîner une charge. Dans ce cas, ils fonctionnent en mode moteur. Inversement, lorsqu'ils sont entraînés par une charge mécanique, ils convertissent cette énergie mécanique en énergie électrique, et opèrent alors en tant que générateurs.[2]

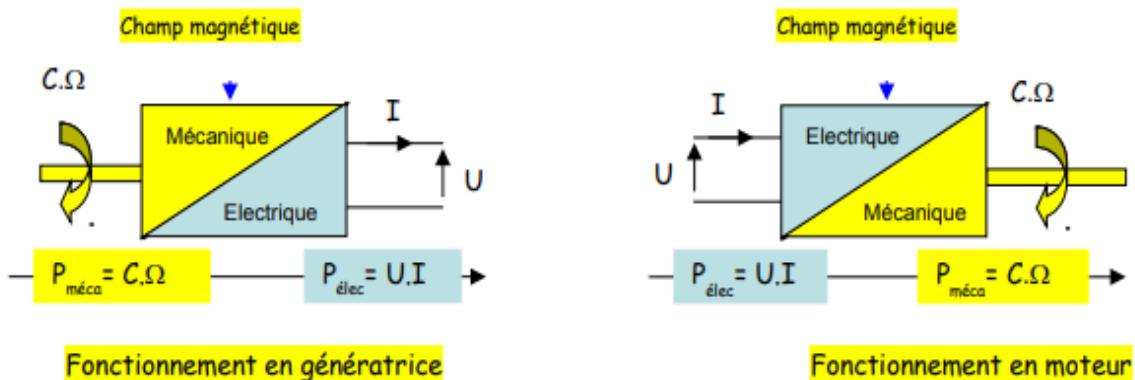


Figure 1.1 Différents types de fonctionnement du MCC

### 1.4.1 Éléments constitutifs

La machine à courant continu se compose de trois éléments principaux :

- L'inducteur
- L'induit
- Le système collecteur-balais

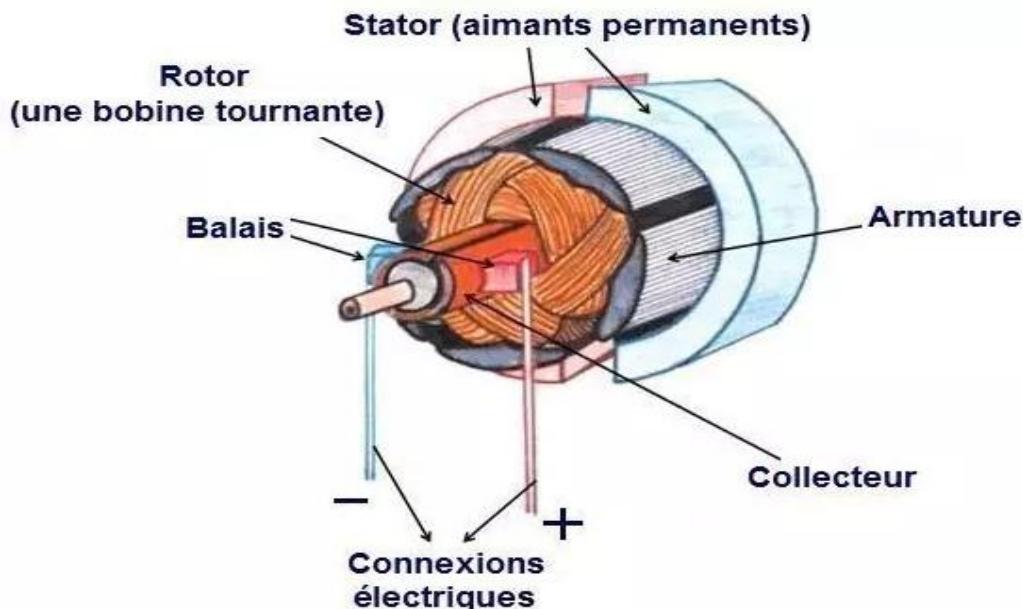


Figure 1.2 Construction du Moteur à courant continu

### 1.4.1.1 Inducteur (ou circuit d'excitation)

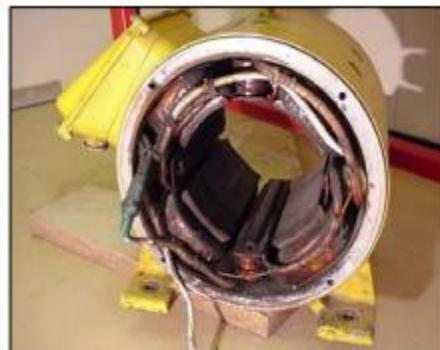
L'inducteur constitue la partie fixe du moteur. Il comprend :

- **Les pôles principaux**

Ils génèrent le flux magnétique principal. Ces pôles peuvent être constitués soit d'aimants permanents, soit de pièces polaires combinées à des enroulements alimentés en courant continu. [3]

- **Les pôles secondaires**

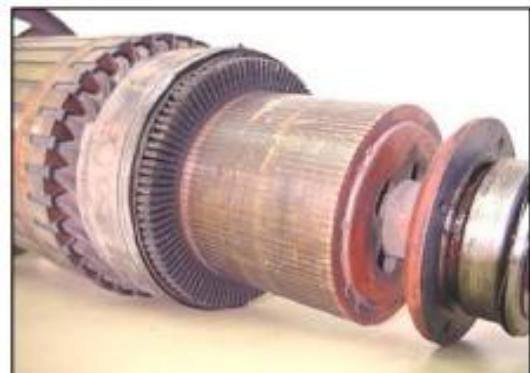
Placés entre les pôles principaux, le long des axes interpôles (également appelés axes neutres), les étincelles apparaissent lors de l'inversion du courant dans les sections momentanément court-circuitées par les balais. L'enroulement des pôles auxiliaires est alors branché en série avec celui de l'induit. [4]



**Figure 1.3** Inducteur de la MCC

### 1.4.1.2 Induit (circuit de puissance)

Il s'agit de la partie mobile de la machine. Elle peut être réalisée soit à l'aide d'aimants permanents en ferrite, soit à partir de bobines enroulées autour de noyaux polaires. Lorsqu'un courant continu circule dans ces bobines, il induit un champ magnétique à l'intérieur du circuit magnétique de la machine, notamment dans l'entrefer, qui correspond à la zone située entre les parties fixe et mobile.

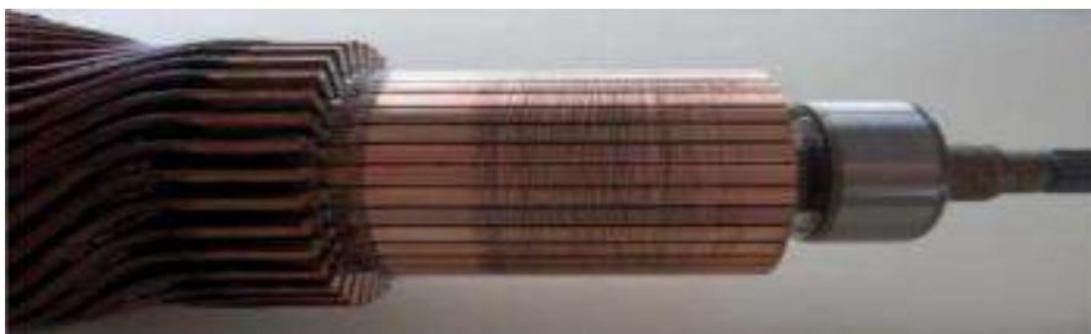


**Figure 1.4** Enroulement de l'induit dans la MCC

### 1.4.1.3 Système collecteur-balais

- *Collecteur*

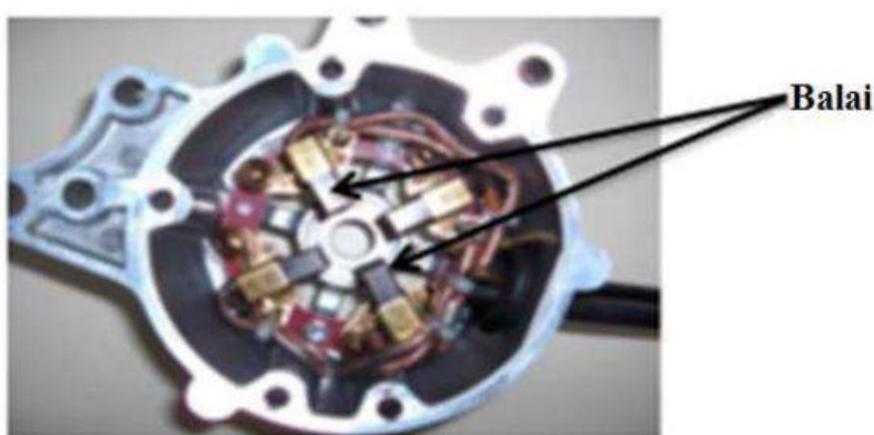
Le collecteur joue un rôle clé dans le fonctionnement des machines à courant continu. Il est constitué d'un ensemble de segments en cuivre disposées en cylindre à l'extrémité du rotor, chacune étant isolée latéralement des autres. Ces lames sont connectées aux conducteurs de l'induit et assurent la commutation du courant dans ces derniers.



**Figure 1.5** Collecteur

- *Balai*

Les balais, le plus souvent fabriqués en carbone ou en graphite, sont maintenus en place sur la carcasse à l'aide de porte-balais. Ils assurent l'alimentation électrique de l'induit (la partie en rotation) en établissant un contact glissant avec les lames du collecteur. Ces balais sont formés de petits blocs, de quelques millimètres carrés à quelques centimètres carrés de surface de contact, fabriqués en graphite pur ou en alliage. Ils sont conçus pour supporter des conditions de fonctionnement sévères, telles que des courants élevés, des températures importantes, des frottements, des arcs électriques, ainsi que des environnements poussiéreux ou très secs.



**Figure 1.6** Balai

### 1.4.2 Principe de fonctionnement en mode moteur

Le principe de fonctionnement de la machine à courant continu (MCC) s'appuie sur la force de Laplace. Lorsqu'un conducteur de longueur L, parcouru par un courant électrique I, est placé dans un champ magnétique B, il subit une force électromagnétique. Dans une MCC, le champ magnétique généré par l'inducteur exerce une action sur les conducteurs de l'induit. Ainsi, chacun des N conducteurs, de longueur L, traversé par un courant et plongé dans le champ B, est soumis à une force électromagnétique orientée perpendiculairement à sa propre direction :

$$F = B \cdot I \cdot L \cdot \sin \alpha \quad (1.1)$$

Les forces de Laplace générées dans les conducteurs de l'induit produisent un couple sur le rotor, proportionnel à l'intensité du courant I et au flux magnétique  $\Phi$ . Ce couple provoque la rotation du moteur, dont la vitesse est directement liée à la tension d'alimentation V et inversement proportionnelle au flux magnétique  $\Phi$ .

Quand chaque conducteur de l'induit franchit la ligne neutre, le collecteur assure l'inversion du sens du courant qui le traverse, ce qui permet au moteur de conserver une direction de rotation stable.

Afin d'inverser la direction de rotation du moteur, il faut modifier la direction du champ magnétique de l'inducteur par rapport au courant circulant dans l'induit. Deux méthodes permettent d'y parvenir :

- En inversant la polarité de la tension appliquée à l'induit.
- En changeant le sens de l'alimentation du circuit d'excitation. [5]

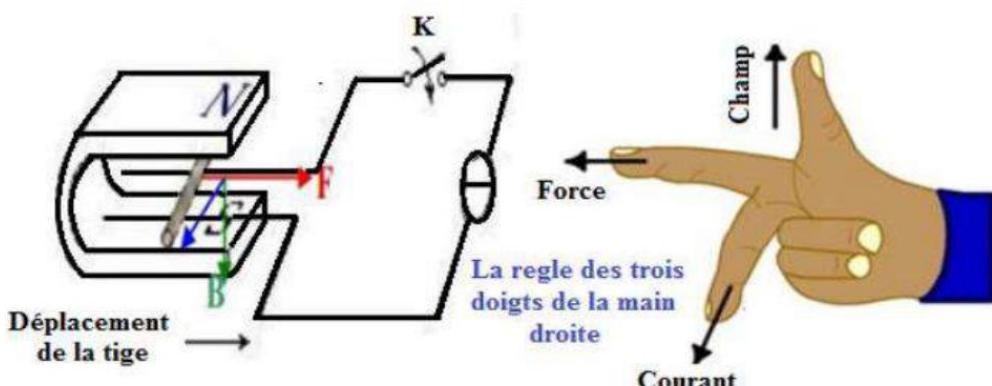


Figure 1.7 Loi de Laplace.

### 1.4.3 Force contre électromotrice

La force contre-électromotrice (f.c.e.m), notée E, est une tension générée par la rotation du rotor (induit) dans le champ magnétique créé par la partie immobile de la machine, appelée inducteur. Elle varie selon les spécificités de fabrication de la machine.

$$E = \frac{P}{a} N \cdot n \cdot \varphi \quad (1.2)$$

P : nombre de paires de pôles que comporte la machine.

$\alpha$  : nombre de paires de voies de l'enroulement situées entre les deux balais.

N : nombre total de conducteurs actifs répartis sur la périphérie de l'induit.

n : vitesse de rotation de l'induit, exprimée en tours par seconde (tr/s).

$\varphi$ : flux magnétique traversant un pôle de la machine, en Webers.

Finalement,

$$E = K \cdot \omega \cdot \varphi \quad (1.3)$$

Avec :

$$K = \frac{p}{2\pi\alpha} \cdot N \quad (1.4)$$

#### 1.4.4 Classification des moteurs en fonction du type d'inducteur

On peut classer les machines à courant continu en deux grandes familles.

##### 1.4.4.1 Moteurs à inducteur à aimant permanent

Ces moteurs sont dépourvus de circuit inducteur, le champ magnétique étant produit par un aimant permanent. Ce principe est généralement utilisé dans les moteurs à courant continu de faible puissance, notamment dans les micromoteurs, sont de ce type à aimant permanent. Ils constituent aujourd'hui la majorité des moteurs à courant continu et se caractérisent par une grande simplicité d'utilisation.[3]

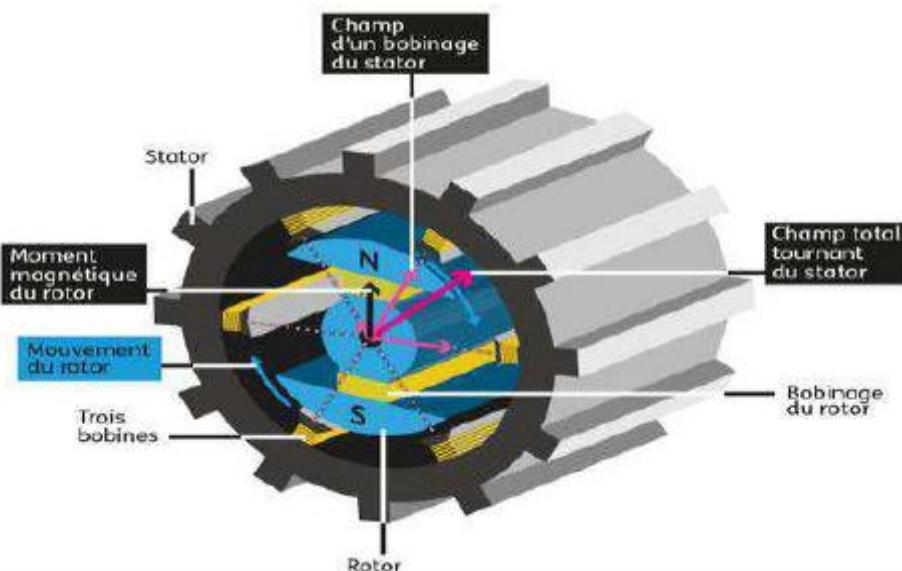


Figure 1.8 Moteur à aimant permanent

##### 1.4.4.2 Moteurs à inducteur bobiné

###### 1.4.4.2.1 Différents modes d'excitation d'un moteur à courant continu

Différentes configurations de connexion de l'inducteur sont possibles dans une MCC.

### ➤ Moteur à excitation séparée

Une machine est qualifiée d'excitation indépendante lorsque l'inducteur et l'induit sont alimentés par des sources électriques distinctes.

En revanche, elle est à excitation liée lorsque l'inducteur et l'induit reçoivent leur alimentation d'une même source. Dans ce cas, quatre types de configuration peuvent être considérés [6] :

- L'excitation parallèle (ou shunt).
- L'excitation série.
- L'excitation composée.
- L'excitation séparée.

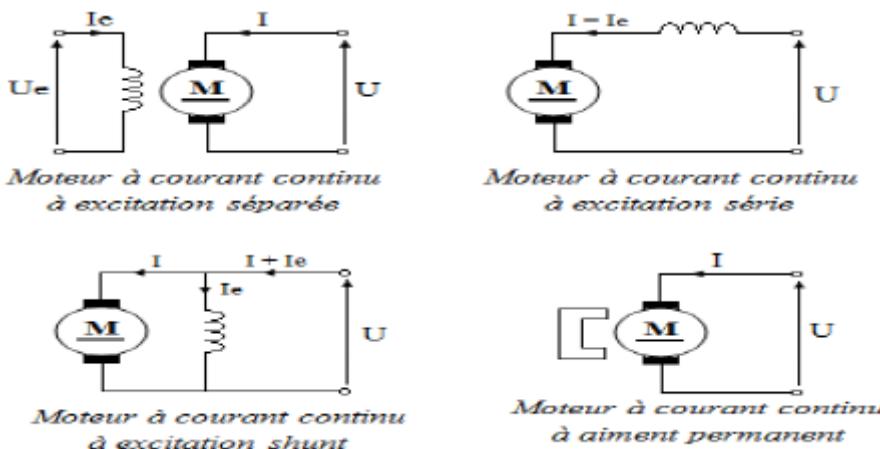


Figure 1.9 Différents modes d'excitations

### ➤ Moteur à excitation série

Dans le cas d'un moteur à excitation série, le circuit d'excitation est branché en série avec celui de l'induit. Ainsi, le flux magnétique généré n'est plus constant, mais proportionnel à l'intensité du courant  $I$ .

Dans ce cas, la force contre-électromotrice  $E$  dépend à la fois de la vitesse de rotation  $n$  et de l'intensité du courant  $I$ . Il en résulte que la vitesse  $n$  est proportionnelle à la tension d'alimentation  $V$  ainsi qu'au courant traversant le moteur.

En supposant une conservation idéale de la puissance (en négligeant les pertes), la puissance électrique absorbée peut s'exprimer comme suit :

$$P_a = V \cdot I \quad (1.5)$$

La puissance mécanique délivrée est alors donnée par :

$$P_u = T_u \cdot \Omega = T_u \cdot 2\pi \cdot n \quad (1.6)$$

Lorsque la vitesse de rotation  $n$  est proportionnelle à la tension d'alimentation  $V$  ainsi qu'au courant  $I$ , le couple électromagnétique  $T_u$  est proportionnel au carré de l'intensité, soit  $T_u \propto I^2$

Dans un moteur à excitation série, le flux magnétique  $\Phi$  n'est pas constant, il varie proportionnellement avec l'intensité du courant  $I$ , puisque le même courant traverse à la fois l'induit et le circuit d'excitation.

On en déduit que la tension appliquée au moteur est liée proportionnellement au produit de la vitesse de rotation et de l'intensité du courant  $I$ , c'est-à-dire [2] :

$$E = K \cdot n \cdot N \cdot \varphi = K \cdot \Omega \cdot I \quad (1.7)$$

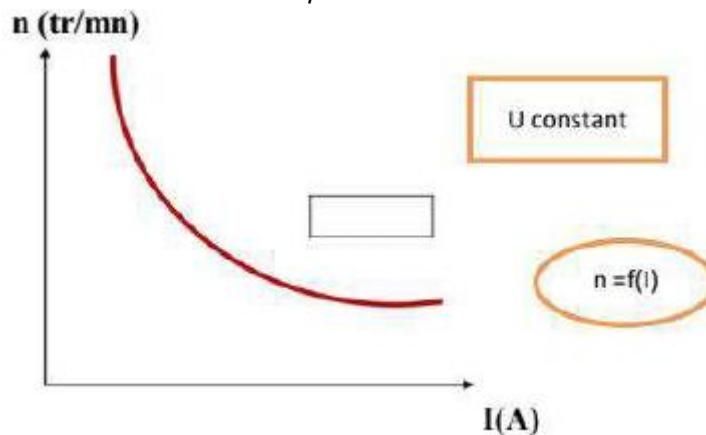


Figure 1.10 Caractéristique de vitesse d'un moteur série.

De plus, le couple électromagnétique ( $T$ ) varie proportionnellement au carré de l'intensité du courant qui alimente le moteur.

$$T = \frac{E \cdot I}{\Omega} = K \cdot I^2 \quad (1.8)$$

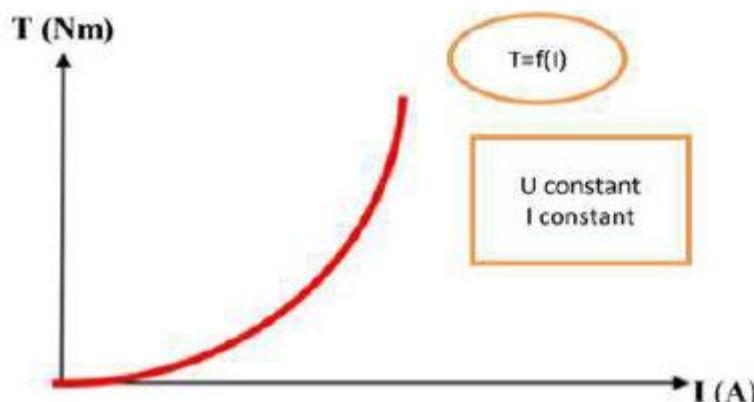


Figure 1.11 Caractéristique de couple d'un moteur série.

### Remarque

Le moteur à excitation série ne doit jamais être utilisé à vide car si

$$I \rightarrow 0, \omega \rightarrow \infty \quad (1.9)$$

La vitesse de rotation augmente de manière excessive, pouvant théoriquement tendre vers l'infini.

### • Domaine d'application et Caractéristiques

Caractéristiques	Domaine d'application
– Le couple développé par un moteur à excitation série est	-engins de levage (grues, palans, ponts roulants).

<b>indépendant de la tension d'alimentation.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <b>Le couple résistant, quant à lui, augmente rapidement avec la vitesse de rotation.</b></li> <li>– <b>La vitesse diminue lorsque la charge appliquée augmente.</b></li> <li>– <b>Ce type de moteur tolère bien les surcharges.</b></li> <li>– <b>L'inducteur est connecté en série avec l'induit.</b></li> <li>– <b>Le moteur série agit comme un autorégulateur de puissance.</b></li> <li>– <b>Il offre un couple de démarrage élevé, mais présente un risque d'emballement en fonctionnement à vide</b></li> </ul>	-ventilateurs. - pompes centrifuges. - traction.
---	--

Tableau 1.1 Domaine d'application et caractéristiques du MCC à excitation série

#### ➤ Moteur à excitation shunt

L'enroulement d'excitation shunt est relié en dérivation sur la source d'alimentation du moteur. Ce type de montage présente des caractéristiques similaires à celles du moteur à excitation séparée, puisque dans les deux configurations, le circuit inducteur reste indépendant de celui de l'induit. Le schéma électrique correspondant est illustré à la figure (1.12) [6]

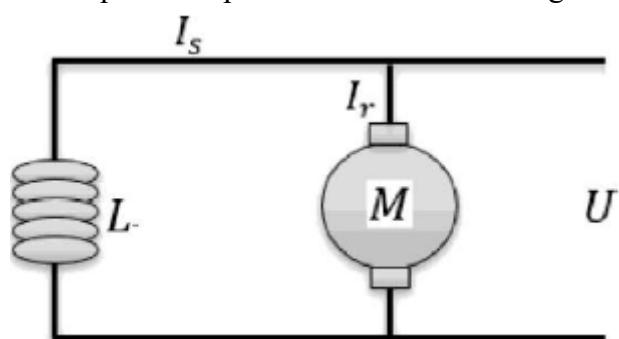


Figure 1.12 Schéma de moteur à courant continu à excitation shunt

#### • Domaine d'application et Caractéristiques

Caractéristiques	Domaine d'application
<ul style="list-style-type: none"> <li>– <b>La vitesse reste pratiquement constante, quelle que soit la charge appliquée.</b></li> <li>– <b>Le moteur shunt fonctionne comme un autorégulateur de vitesse.</b></li> <li>– <b>L'inducteur et l'induit sont connectés en parallèle.</b></li> </ul>	-Machines-outils, appareil de levage (ascenseur).

Tableau 1.2 Domaine d'application du MCC à excitation shunt

### ➤ Moteur à excitation Composée

Le moteur à excitation composée est équipé de deux circuits d'excitation : l'un en série et l'autre en shunt, connectés simultanément. [6]

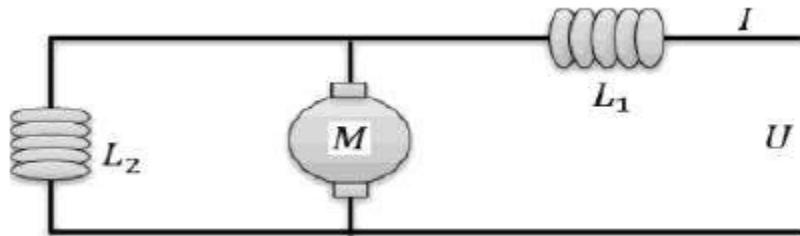


Figure 1.13 Schéma de à courant continu à excitation composée.

### • Domaine d'application et Caractéristiques

Caractéristiques	Domaine d'application
<ul style="list-style-type: none"> <li><b>L'induit est constitué de deux parties : l'une raccordée en série, l'autre en parallèle.</b></li> <li><b>Ce type de moteur est bien adapté à l'entraînement de charges à forte inertie.</b></li> <li><b>Le couple moteur présente une variation importante en fonction de la vitesse.</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-petit moteur à démarrage direct.</li> <li>-ventilateur</li> <li>-pompes</li> <li>-machines de lamination</li> <li>-volants d'inertie</li> </ul>

Tableau 1.3 Domaine d'application du MCC à excitation composée.

### ➤ Moteur à excitation séparée [7]

Dans un moteur à excitation indépendante, le circuit magnétique (inducteur) est alimenté séparément de l'induit. Lorsque l'excitation est assurée par un aimant permanent, le flux magnétique  $\Phi$  est fixe. En revanche, si le champ est produit par une bobine parcourue par un courant continu réglable, le flux dépend directement de l'intensité de ce courant, appelé courant d'excitation  $I_e$ .

Ce courant génère un champ magnétique dont la densité, à travers une spire, détermine la valeur du flux magnétique. Si la tension d'alimentation de l'inducteur  $V_e$  est constante, alors le courant d'excitation  $I_e$  reste constant, ce qui rend le flux  $\Phi$  constant lui aussi.

Dans ces conditions, la force contre-électromotrice  $E$  varie proportionnellement avec la vitesse de rotation  $n$ . Par conséquent, cette dernière est également proportionnelle à la tension d'alimentation  $V$  appliquée au moteur.

En supposant une conservation idéale de l'énergie et en écartant les pertes, on peut exprimer la puissance électrique absorbée de la manière suivante :

$$P_a = V \cdot I \quad (1.10)$$

Et, la puissance mécanique développée par le moteur s'écrit alors :

$$Pu = Tu \cdot \Omega = Tu \cdot 2\pi \cdot n \quad (1.11)$$

Si la tension d'alimentation  $V$  est proportionnelle à la vitesse de rotation  $n$ , alors cela implique que le couple utile  $Tu$  est proportionnel à l'intensité du courant  $I$ .  
Ainsi, dans un moteur à excitation séparée, le couple développé est directement proportionnel au courant d'alimentation.

Par ailleurs, puisque le flux magnétique  $\Phi$  est constant dans ce type de moteur, La vitesse de rotation  $n$  varie également en proportion avec la tension d'alimentation  $V$ .

$$n = \frac{E}{K\varphi} = V - \frac{R \cdot I}{K\varphi} = K \cdot V \quad (1.12)$$

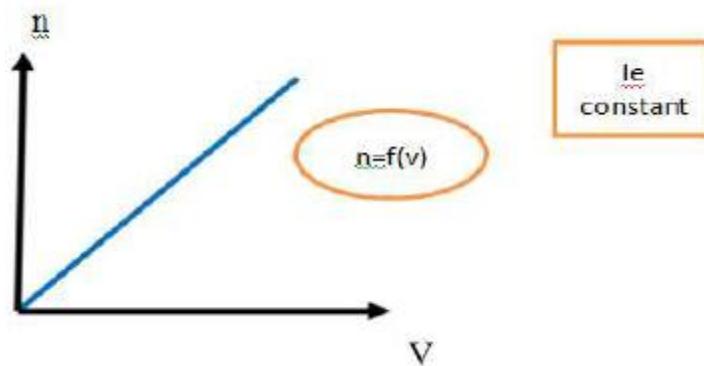


Figure 1.14 Caractéristiques d'un moteur à excitation séparée.

Et, le couple ( $Tu$ ) dépend linéairement de l'intensité du courant ( $I$ ) :

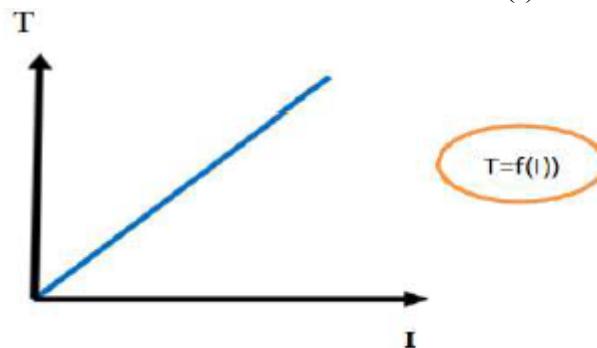


Figure 1.15 Le couple en fonction de courant d'alimentation.

- **Régime transitoire (pour l'induit)**

L'équation électrique :

$$Ua(t) = Ra \cdot Ia(t) + La \frac{dIa(t)}{dt} + e(t) \quad (1.13)$$

$$e(t) = Ke \cdot \omega(t) \quad (1.14)$$

- **Régime permanent (pour l'induit)**

Équation électrique à l'induit :

$$U = e + R \cdot I_a \quad (1.15)$$

Équation électrique à l'inducteur :

$$U = r \cdot i_e \quad (1.16)$$

L'équation mécanique :

$$J \frac{dn}{dt} = Cm(t) - Cf(t) - Cr(t) \quad (1.17)$$

$$Cm(t) = Kc \cdot I(t) \quad (1.18)$$

$$Cf(t) = a \cdot \omega(t) \quad (1.19)$$

Avec notations utilisées :

U : tension appliquée aux bornes de l'induit, en volts (V)

e : tension aux bornes du circuit d'excitation (inducteur), en volts (V)

I : courant traversant l'induit, en ampères (A)

R : résistance interne de l'induit, en ohms ( $\Omega$ )

r : résistance du circuit inducteur, en ohms ( $\Omega$ )

E : force contre-électromotrice développée par la machine, en volts (V)

J : moment d'inertie de l'ensemble en rotation, en  $\text{kg} \cdot \text{m}^2$

Cf : couple dû aux frottements secs, en newton-mètre (N·m)

a : coefficient de frottement visqueux, en  $\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}$

Cm : couple produit par le moteur, en N·m

Cr : couple résistant opposé au mouvement, en N·m

Ke : constante de la force électromotrice (f.e.m), en  $\text{V} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}$

Kc : constante de couple, en  $\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$

$\omega$ : vitesse angulaire du rotor, en  $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$

- **Domaine d'application et caractéristiques**

Caractéristiques	Domaine d'application
<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Offre une large plage de vitesses, ce qui le rend particulièrement adapté aux applications industrielles, notamment lorsqu'il est associé à un variateur électronique de vitesse ou utilisé comme moteur d'asservissement.</b></li> <li><b>Présente une grande souplesse de commande.</b></li> <li><b>L'inducteur est alimenté par une source de tension indépendante</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Machines spéciales.</li> <li>-moteur de broche, d'axe.</li> <li>-Machines-outils.</li> </ul>

Tableau 1.4 Domaine d'application du MCC à excitation séparée

#### 1.4.5 Bilan de la puissance

Répartition des puissances dans une machine à courant continu, en régime nominal, peut être représenté par une flèche décroissante, illustrant la diminution progressive de la puissance à chaque étape de conversion ou de perte. [8]

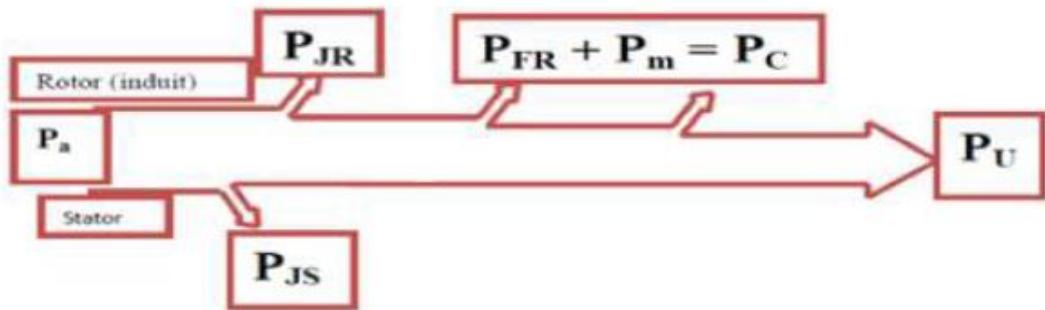


Figure 1.16 Bilan de la puissance

$P_a$  : puissance totale absorbée par le moteur (W)

$P_U$  : puissance mécanique utile disponible à l'arbre (W)

$P_{JS}$  : pertes Joule au niveau de l'induit (W)

$P_{JR}$  : pertes Joule dans le circuit d'excitation (ou inducteur) (W)

$P_C$  : ensemble des pertes complémentaires, comprenant les pertes ferromagnétiques (pertes fer) et les pertes mécaniques dues aux frottements (W)

#### 1.4.6 Le rendement

Une fraction de l'énergie électrique absorbée par les moteurs à courant continu est dédiée à leur fonctionnement interne. Par conséquent, l'énergie mécanique restituée est toujours inférieure à l'énergie électrique consommée. Le rendement correspond alors au rapport entre l'énergie mécanique utile produite et l'énergie électrique absorbée.

$$\eta = \frac{P_U}{P_a} \quad (1.20)$$

$P_U$  : Puissance utile.

$P_a$  : Puissance absorbée.

### 1.5 Techniques de commande optimale et avancée

La commande d'une machine électrique a pour fonction d'ajuster des variables physiques telles que la vitesse de rotation, le moment de couple ou la position angulaire position ou le flux, afin d'assurer un fonctionnement optimal dans une large gamme d'applications.

Une stratégie de commande optimale et avancée vise à :

- Réduire les pertes énergétiques ;
- Optimiser le rendement global du système ;
- Améliorer les performances dynamiques ;
- Garantir la robustesse face aux perturbations et aux incertitudes.

#### 1.5.1 Types de Commande optimale et avancée

##### 1.5.1.1 Commande par retour d'état

Le formalisme de la représentation d'état et la stratégie de commande par retour d'état sont des outils largement exploités pour le contrôle des systèmes dynamiques. Elles sont particulièrement adaptées aux systèmes électriques, généralement modélisés par des équations différentielles non linéaires du premier ordre. Pour pouvoir les contrôler efficacement, ces systèmes sont souvent linéarisés autour d'un point de fonctionnement.

La commande par retour d'état présente l'avantage majeur de prendre en compte l'ensemble des variables d'état du système à commander, offrant ainsi une grande flexibilité dans l'ajustement des performances dynamiques.

Deux approches principales sont généralement utilisées pour déterminer les coefficients du régulateur :

- La commande par placement de pôles, plus simple à mettre en œuvre en temps réel grâce à des calculs relativement légers. Toutefois, cette méthode ne garantit pas une commande optimale, puisqu'elle demande d'optimiser à la fois la vitesse de réponse et la stabilité du système
- La commande optimale, notamment les approches LQR (Linear Quadratic Regulator) et LQG (Linear Quadratic Gaussian). La démarche s'appuie sur la réduction d'un indice de performance de forme quadratique. On qualifie cette approche de commande linéaire quadratique lorsqu'elle est appliquée à un système linéaire avec un critère de coût exprimé sous forme quadratique. Cette méthode est classée parmi les stratégies optimales en boucle fermée, puisqu'elle permet de définir une loi de commande assurant les performances dynamiques attendues du système.

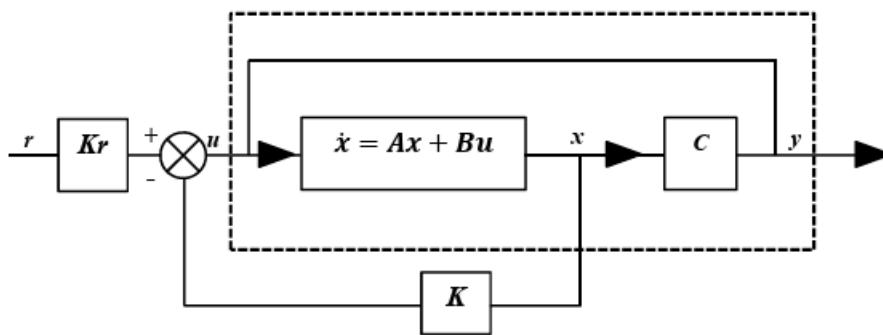


Figure 1.17 Principe de la commande par retour d'état

### ➤ Régulateur Linéaire Quadratique (LQR)

#### • Principe de fonctionnement

Le LQR est une méthode de commande optimale pour les systèmes linéaires. Il consiste à minimiser une fonction de coût quadratique qui pénalise à la fois l'écart entre l'état du système et l'état désiré, ainsi que l'effort de commande. En général, le critère à minimiser prend la forme suivante :

$$J(u) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)) dt$$

où :

- $x(t)$  représente l'état interne du système à l'instant  $t$ ,
- $u(t)$  désigne le vecteur d'entrée ou de commande appliqué au système.

- Les matrices Q et R sont des coefficients de pondération symétriques et positifs définis, jouant un rôle clé dans l'optimisation du critère.

La performance optimale est obtenue en calculant la matrice de gain K qui minimise cette fonction de coût. La commande optimale est alors donnée par :

$$u(t) = -Kx(t)$$

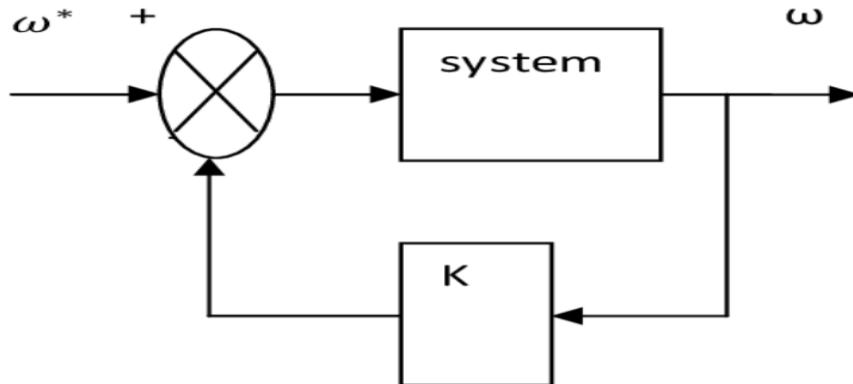


Figure 1.18 le fonctionnement d'un régulateur LQR

- **Commande Linéaire Quadratique Gaussienne (LQG)**
- **Principe de fonctionnement**

La commande LQG est une extension du LQR qui prend en compte les incertitudes et les bruits dans le système. Elle combine deux éléments principaux :

1. **Filtre de Kalman** : Un observateur optimal permettant de reconstruire les états internes du système à partir d'observations perturbées par du bruit.
2. **Régulateur LQR** : Un contrôleur qui utilise les estimations d'état fournies par le filtre de Kalman pour générer la commande optimale.

Le principe de séparation permet de concevoir indépendamment le filtre de Kalman et le régulateur LQR, chacun étant optimal dans son domaine respectif.

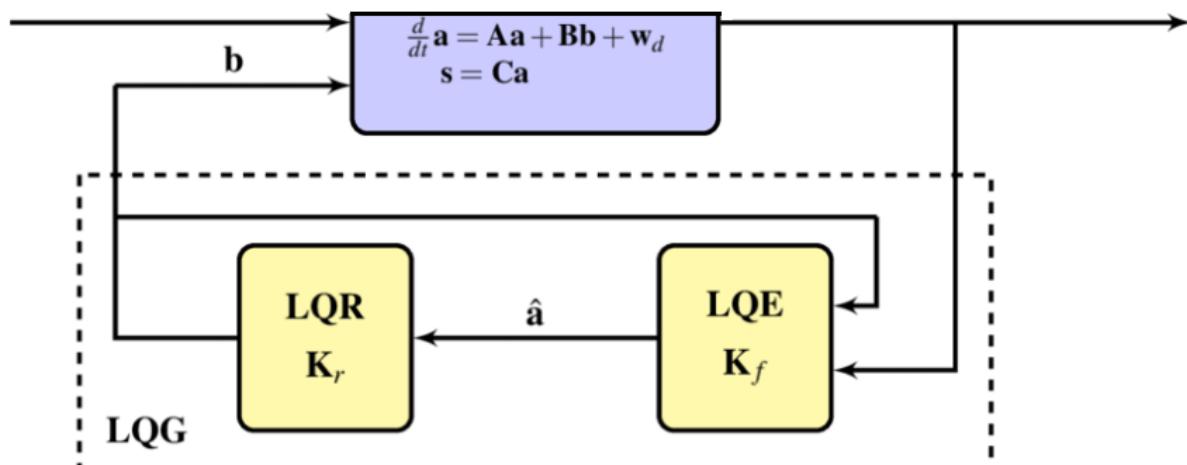


Figure 1.19 le fonctionnement d'un contrôleur LQG

- **Comparaison entre LQR et LQG**

Caractéristique	LQR	LQG
Modèle	Système linéaire sans bruit	Système linéaire avec bruit
Estimation d'état	Non requise	Requise via le filtre de Kalman
Principe de conception	Minimisation d'une fonction de coût quadratique	Combinaison d'un LQR et d'un filtre de Kalman
Robustesse au bruit	Faible	Bonne

Tableau 1.5 Comparaison entre la commande LQR et LQG

- **Applications :**

- **LQR** : Contrôle de systèmes mécaniques, régulation de position, contrôle de vol d'aéronefs.
- **LQG** : Systèmes avec mesures bruitées, comme la navigation de véhicules autonomes, le contrôle de processus industriels avec capteurs bruyants.

### 1.5.1.2 Commande vectorielle

Grâce à l'orientation du flux sur l'axe direct d'un repère adapté, la commande vectorielle rend possible le contrôle indépendant du couple et du flux. Elle repose sur le choix des variables d'état et du repère, ce qui permet une commande découpée. Cette méthode optimise l'orientation des vecteurs courant et flux afin de répondre aux exigences de performance.

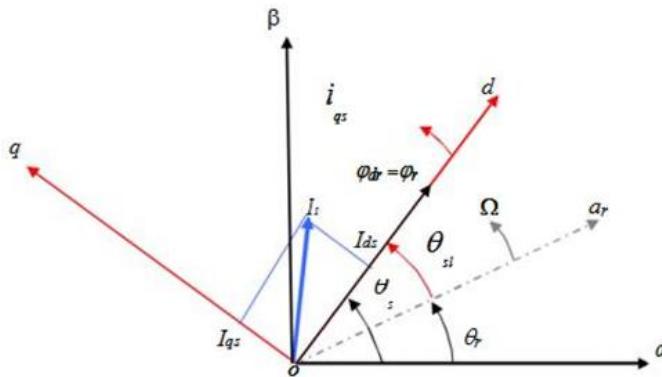


Figure 1.20 Orientation du flux (rotorique, statorique et d'entrefer)

➤ **Choix d'orientation de flux :**

Le repère d'orientation peut être défini selon l'une des directions principales du flux dans la machine : flux rotorique, flux statorique ou flux d'entrefer.

- $\phi_{sd} = 0$  et  $\phi_s = \phi_{sq}$  : l'orientation se fait selon le flux statorique.
- $\phi_{rq} = 0$  et  $\phi_r = \phi_{rq}$  : est le flux rotorique qui est pris comme référence.

- $\phi m q = 0$  et  $\phi m = \phi m d$  : on considère l'orientation selon le flux d'entrefer.

Dans toutes ces configurations, le couple électromagnétique reste proportionnel au produit du flux choisi et de la composante du courant statorique perpendiculaire à ce dernier.

### 1.5.1.2.1 Principe de fonctionnement

Le principe de cette commande consiste à simplifier l'équation du couple électromagnétique de la machine pour la rendre comparable à celle d'un moteur à courant continu. Le repère tournant (d,q) est établi de manière que l'axe *d* suive l'orientation du flux ( $I_{sd}$ ) tandis que l'axe *q* est aligné avec la composante du courant  $I_{sq}$ , qui contribue à la génération du couple électromagnétique. [9]

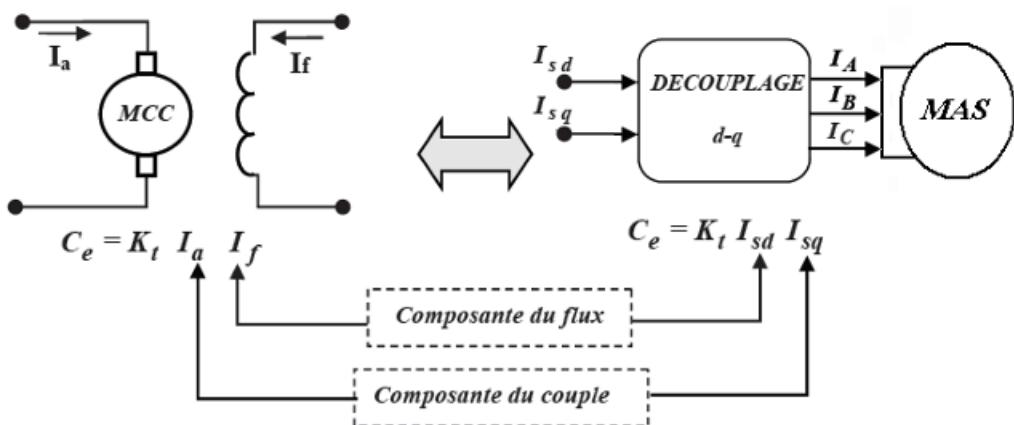


Figure 1.21 Schéma de principe de découplage de la MAS/MAC

### 1.5.1.2.2 Types de la commande vectorielle

Deux approches modélisatrices sont couramment adoptées dans le cadre des recherches scientifiques : la méthode directe, développée par F. Blaschke, et la méthode indirecte, mise au point par K. Hasse.

#### 1.5.1.2.2.1 Commande vectorielle directe

Cette méthode requiert une bonne connaissance du vecteur flux. Cette méthode s'appuie à la fois sur la mesure et l'estimation du couple et du flux, aussi bien en amplitude qu'en position. Pour localiser le flux, un capteur à effet Hall est généralement installé sur les dents du stator. Néanmoins, cette approche comporte plusieurs limitations :

- La fiabilité des mesures de flux reste faible.
- Le signal mesuré requiert un filtrage complexe.
- La précision des données est souvent altérée par des variations de température dues au chauffage de la machine, ainsi que par les effets de saturation magnétique.
- Le coût global de fabrication est élevé en raison du recours à des capteurs spécifiques et à des systèmes de filtrage. [10]

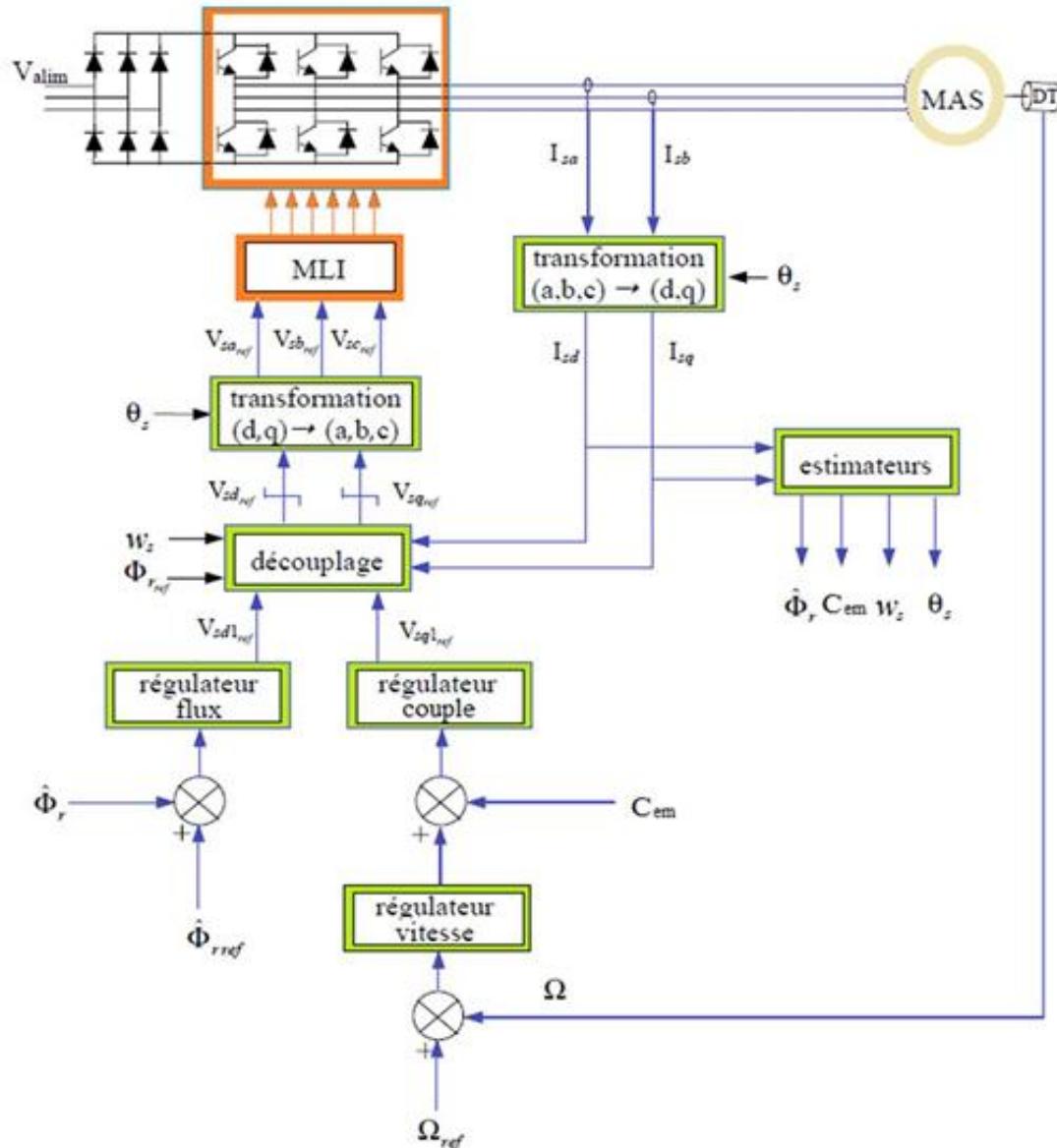


Figure 1.22 Commande vectorielle directe de la MAS

### 1.5.1.2.2.2 Commande vectorielle indirecte

La méthode indirecte ne cherche pas à évaluer l'amplitude réelle du flux rotorique, mais exploite directement la valeur de référence du flux selon l'axe direct  $\phi_{dr}$ . Son principal avantage est d'employer uniquement des grandeurs de référence, qui sont par nature exemptes de bruit. [11]

Cette approche se dispense de capteur dédié à la mesure du flux rotorique, mais exige en contrepartie l'emploi d'un capteur ou d'un estimateur permettant d'accéder à la position ou à la vitesse du rotor. Elle se divise en deux approches principales :

- Dans la première, le vecteur de flux rotorique est obtenu de manière indirecte à partir des valeurs mesurées des courants et des tensions appliquées au stator.

- Dans la seconde méthode, l'estimation du vecteur de flux rotorique repose sur les courants statoriques mesurés et la vitesse du rotor, en s'appuyant sur les équations du circuit rotorique exprimées dans un repère tournant synchronisé avec ce vecteur de flux.

Cette méthode présente certains inconvénients, notamment une architecture de commande complexe et une forte dépendance aux variations des paramètres de la machine ainsi qu'aux changements de température. [10]

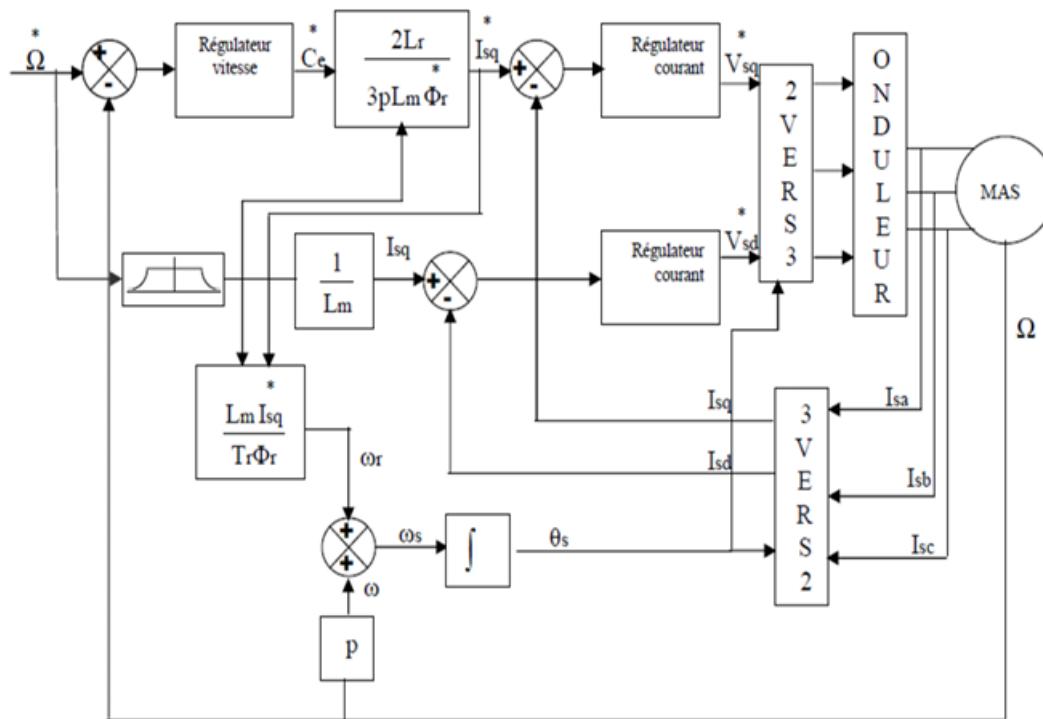


Figure 1.23 Commande vectorielle indirecte de la MAS

### 1.5.1.3 Commande Directe du Couple (DTC : Direct Torque Control)

La commande DTC vise à maintenir le couple électromagnétique ainsi que l'amplitude du flux statorique à l'intérieur de plages d'hystérésis prédéfinies, en sélectionnant judicieusement les tensions de sortie de l'onduleur. Dès que l'une de ces grandeurs dépasse les bornes de sa bande d'hystérésis, un vecteur de tension adapté est appliqué afin de la ramener à l'intérieur de cette plage.

#### 1.5.1.3.1 Principe de fonctionnement

La stratégie DTC (Direct Torque Control) repose sur une action instantanée pour sélectionner les états de commutation de l'onduleur de tension. Elle s'appuie principalement sur des comparateurs à hystérésis afin de réguler en temps réel l'évolution du couple électromagnétique et de l'amplitude du flux statorique. [12, 13]

L'analyse des grandeurs caractéristiques permet de déterminer la tension statorique à injecter dans la machine asynchrone, de façon à maintenir le flux et le couple dans leurs seuils d'hystérésis. Le choix de cette tension dépend également de l'orientation du vecteur flux statorique dans le plan complexe, généralement divisé en six ou douze zones angulaires.

La figure 1.24 illustre le fonctionnement de cette stratégie : on y distingue les estimateurs de flux et de couple, ainsi que les comparateurs à hystérésis associés. La position du vecteur de flux est obtenue à partir de ses composantes dans le plan  $\alpha\beta$ .

Le régulateur associé au flux opère sur deux états logiques, tandis que celui du couple en utilise trois, conformément au schéma initialement introduit par Takahashi.. [13]

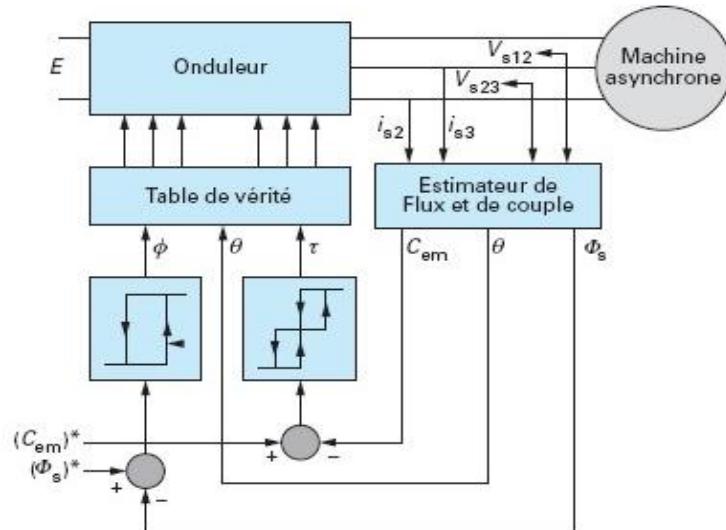


Figure 1.24 Schéma structurel de la DTC appliquée à une machine asynchrone

#### 1.5.1.4 Commande par mode glissant (Sliding Mode Control)

La commande en mode glissant, issue de la théorie des systèmes à structure variable, constitue une approche robuste particulièrement adaptée aux systèmes non linéaires.. Elle repose sur le principe de faire évoluer les variables d'état d'un système vers une surface appelée surface de glissement, définie dans l'espace des phases. Une fois cette surface atteinte, le système entre en mode glissant, c'est-à-dire qu'il évolue en la suivant jusqu'à atteindre le point d'équilibre.

La dynamique en mode glissant est gouvernée par la forme de cette surface, soigneusement conçue pour garantir stabilité et robustesse face aux perturbations et incertitudes du modèle. Le contrôle est assuré à l'aide d'une loi de commutation, qui force le système à "glisser" le long de la surface en changeant rapidement de dynamique autour de celle-ci. Ce comportement particulier est à l'origine du terme *glissement*.

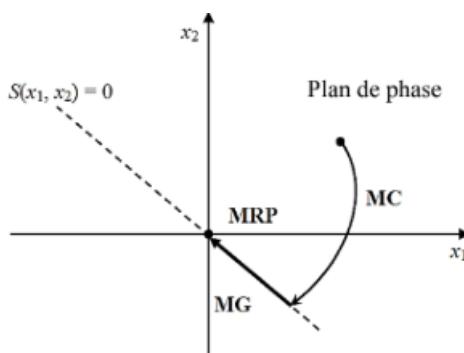


Figure 1.25 Les modes de trajectoire dans le plan de phase.

Lorsque tout point appartenant à une surface  $S$  eut être atteint par des trajectoires du système évoluant initialement en dehors de cette surface, alors  $S$  est qualifiée de surface de glissement. Dans l'espace des phases, la trajectoire résultante peut être décomposée en trois segments distincts :

- Phase de convergence (MC) : C'est la phase durant laquelle la variable à contrôler évolue depuis un état initial quelconque vers la surface de commutation définie par  $S(x)=0$ .
- Phase de glissement (MG) : À ce stade, la trajectoire du système demeure sur la surface de glissement, progressant en direction de l'origine dans le plan des phases.
- Phase de régime permanent (MRP) : Cette phase est considérée afin d'analyser le comportement du système au voisinage de son point d'équilibre, en évaluant sa stabilité et ses performances en régime établi. La forme d'une commande à structure variable est donnée par :

$$U_i : \begin{array}{ll} U_i + & \text{si } (x) > 0 \\ U_i - & \text{si } (x) < 0 \end{array} \quad (1.19)$$

Où,  $U_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) : eprésentent les différentes composantes du vecteur d'action ou de commande appliqué au système.

#### 1.5.1.4.1 Conception de la commande par mode glissant

La mise en œuvre de ce type de commande s'articule autour de trois phases fondamentales, étroitement liées :

- **Choix de la surface de glissement** : elle définit le comportement souhaité du système en mode glissant et doit être conçue pour assurer stabilité et performance.

- **Établissement des conditions d'existence** : il s'agit de garantir que les trajectoires du système atteignent la surface de glissement en temps fini, ce qui impose des contraintes sur la dynamique du système.
- **Détermination de la loi de commande** : cette stratégie de commande a pour objectif de diriger l'état du système vers la surface de glissement et à le maintenir malgré les perturbations ou incertitudes.

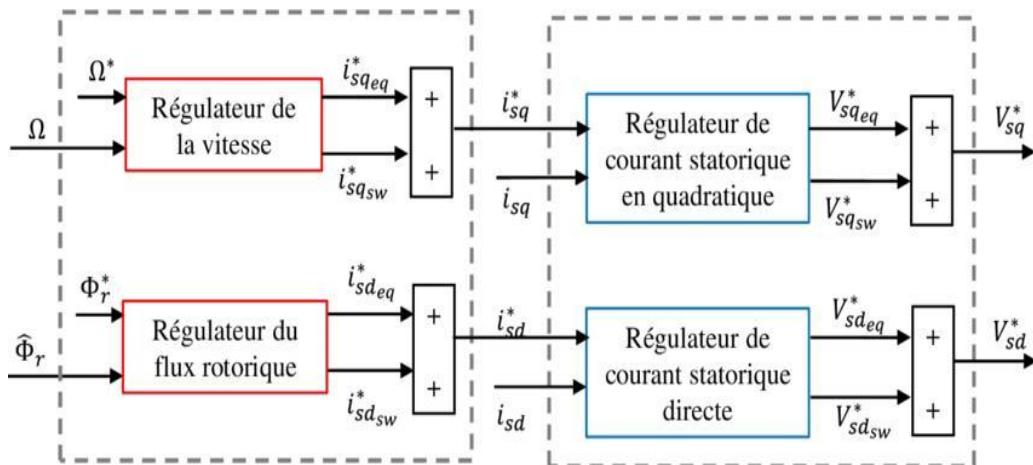


Figure 1.26 Principe de commande par mode de glissant

### 1.5.1.5 Commande adaptative

La commande adaptative repose sur modifier dynamiquement les paramètres du contrôleur en fonction de l'évolution du système. Les méthodes d'adaptation varient selon la structure du régulateur, les méthodes d'ajustement employées et la nature des systèmes à contrôler, plusieurs stratégies adaptatives ont été développées et appliquées dans divers domaines. [14]

Toutes ces stratégies s'appuient sur le principe général des systèmes de commande adaptative illustré à la figure 1.27.

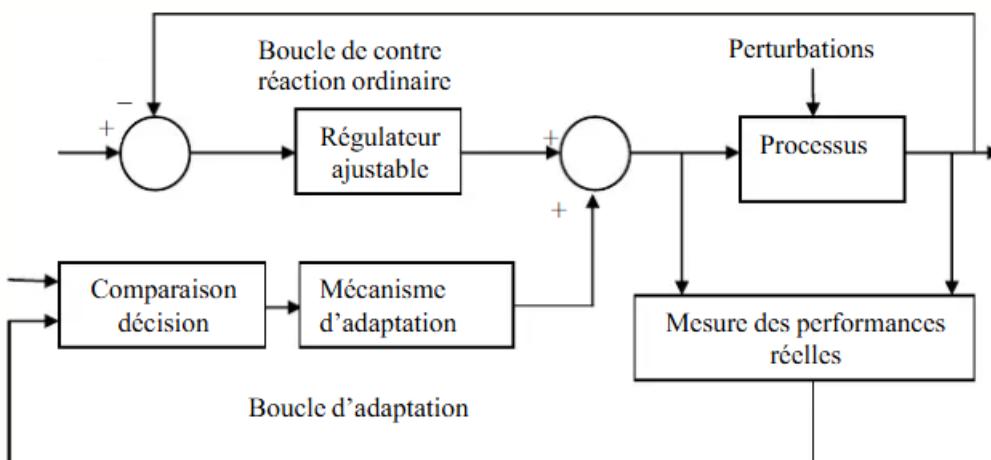


Figure 1.27 Principe générale d'un système de commande adaptative

Le système de régulation adaptatif surveille en continu le comportement du système et le confronte aux objectifs de performance définis. L'écart entre ces deux valeurs est traité par un mécanisme d'adaptation. La sortie de ce mécanisme agit alors soit sur les paramètres du régulateur, soit directement sur le signal de commande, afin d'ajuster convenablement les performances du système.

En théorie, on distingue deux grandes catégories de stratégies adaptatives : la commande adaptative directe et la commande adaptative indirecte, que l'on peut décrire comme suit : [15]

- **Commande adaptative indirecte**

Cette méthode repose sur l'identification en temps réel d'un modèle du système. À partir de ce modèle actualisé, un nouveau régulateur est conçu pour répondre aux spécifications nominales. La technique la plus répandue dans cette catégorie est la commande adaptative indirecte avec identification du modèle (MIAC).

- **Commande adaptative directe**

Ici, les réglages du régulateur sont déterminés sans nécessiter l'estimation explicite des paramètres du modèle du système, ce qui se fait en une seule étape, d'où son nom. Cette méthode permet souvent des algorithmes plus rapides et est mieux adaptée aux applications en temps réel. Les performances sont définies via la sortie d'un modèle de référence choisi par l'utilisateur, conforme aux capacités du système. La technique la plus utilisée dans cette catégorie est la commande adaptative directe à modèle de référence (MRAC).

#### 1.5.1.5.1 Techniques de la commande adaptative

Trois grandes approches ont été proposées pour élaborer des stratégies de régulation adaptées aux systèmes dont les paramètres sont mal connus ou évoluent au cours du temps :

- La régulation à gain prédéfini ;
- Les systèmes de contrôle à auto-ajustement ;
- La régulation adaptative basée sur un modèle de référence.

Ces approches diffèrent principalement par la façon dont elles ajustent les paramètres du régulateur en réponse aux changements du système à contrôler.

## 1.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principales caractéristiques de la machine à courant continu (MCC) ainsi que ses modèles de fonctionnement. Grâce à sa structure simple, sa linéarité relative et sa facilité de commande, la MCC reste un choix pédagogique et industriel pertinent, notamment pour l'étude et la mise en œuvre de stratégies de commande avancées.

Nous avons également présenté les différentes techniques de commandes modernes qui permettent d'améliorer considérablement les performances dynamiques, la robustesse et le rendement énergétique du système. Ces méthodes permettent de mieux maîtriser le comportement de la machine, même en présence de perturbations ou d'incertitudes sur les paramètres du système.

## CHAPITRE 2

### MODELISATION ET IDENTIFICATION DE LA MACHINE A COURANT CONTINU A AIMANT PERMANANT

#### 2.1 Introduction

Les moteurs électriques tiennent une place prépondérante dans les applications industrielles, robotiques et embarquées. Parmi eux, le moteur à courant continu à aimant permanent (MCC-AP) se distingue par sa structure compacte, son rendement élevé et sa facilité de commande, en particulier dans les systèmes nécessitant une régulation fine de la vitesse et du couple. Cependant, l'élaboration de lois de commande efficaces et conformes aux exigences des systèmes actuels demeure un enjeu fondamental, une compréhension approfondie du comportement dynamique du moteur est indispensable.

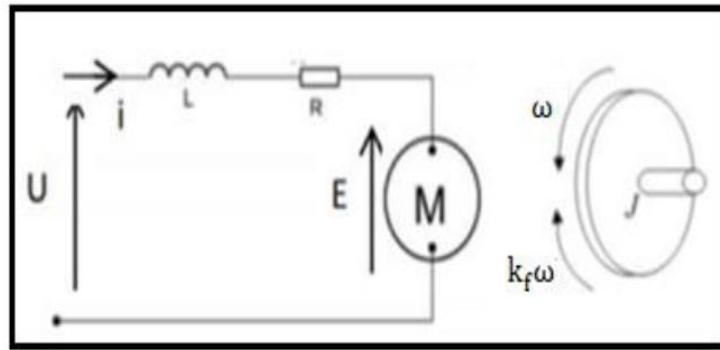
Ce chapitre débute par la modélisation du moteur, avant d'aborder, dans un second temps, le processus d'identification des paramètres de la machine à courant continu à aimants permanents (MCC-AP), et finalement, la synthèse des contrôleurs. L'ensemble de ces éléments constituera une base solide pour le développement de stratégies de commande avancées dans les chapitres suivants.

#### 2.2 Modèle mathématique du moteur à courant continu

En nous basant sur certaines hypothèses simplificatrices, notamment celles présentées dans [16], nous pouvons modéliser le système de manière plus accessible :

- Le modèle considère que le rotor est constitué d'un aimant permanent, tandis que le stator comporte des enroulements fixés à un noyau magnétique. Cette simplification permet de réduire la complexité de l'analyse en restreignant le nombre de composants à modéliser.
- Le rotor est considéré comme tournant à vitesse constante. Cette approximation est généralement justifiée, dans la mesure où le rotor est entraîné par un courant électrique habituellement stable.
- On considère que le système présente un comportement linéaire, modélisé par une équation différentielle à coefficients constants. Cela permet de simplifier les calculs et d'obtenir une modélisation plus directe.

Sur la base de ces hypothèses, nous obtenons le schéma électrique équivalent du circuit d'induit du moteur, représenté à la figure (2.1).



**Figure 2.1** Schéma équivalent d'un moteur à courant continu

Où :

- U : représente la tension continue appliquée aux bornes de l'induit (V).
- I : désigne le courant circulant dans l'induit (A).
- L : est l'inductance propre de l'induit (H).
- E : correspond à la force contre-électromotrice (f.c.é.m) (V).
- $\omega$  : est la vitesse angulaire de rotation de l'induit (rad/s).
- $k_f$  : désigne le coefficient de frottement visqueux ( $N \cdot m \cdot s/rad$ ).
- R : est la résistance ohmique de l'induit ( $\Omega$ ).
- J : représente le moment d'inertie de la partie tournante ( $kg \cdot m^2$ ).

Ainsi, les deux équations fondamentales l'une électrique et l'autre mécanique (également appelée équation dynamique ou équation du mouvement) peuvent être formulées comme suit :

$$U(t) = RI(t) + L \frac{di(t)}{dt} + E \quad (2.1)$$

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = C_e - C_r - k_f \omega(t) \quad (2.2)$$

Où,  $C_e$  : couple électromagnétique développé par le moteur ( $N \cdot m$ ).

En notant,

$$E = K\emptyset\omega \quad (2.3)$$

Toutefois, lorsque le flux est constant, on peut substituer  $K\emptyset$  par  $K_e$ , ce qui donne :

$$E = K_e \omega \quad (2.4)$$

$$C_e = K_e I \quad (2.5)$$

L'application de la transformée de Laplace conduit à l'expression suivante :

$$\stackrel{(2.1)}{\Rightarrow} U(s) = RI(s) + LsI(s) + K_e \omega(s) \quad (2.6)$$

D'où,

$$i(s) = \frac{U(s) - K_e \omega(s)}{Ls + R} \quad (2.7)$$

$$\stackrel{(2.2)}{\implies} J s \omega(s) = C_e - C_r - K_f \omega(s) \quad (2.8)$$

D'où,

$$\omega(s) = \frac{K_e i(s) - C_r}{J s + k_f} \quad (2.9)$$

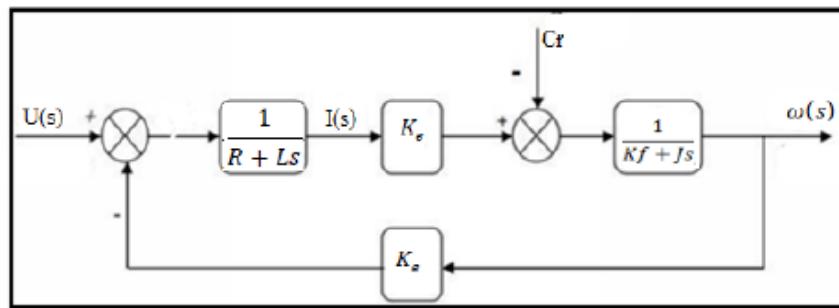


Figure.2.2 Schéma bloc du moteur

## 2.3 Identification des paramètres de la machine à courant continu à aimant permanent

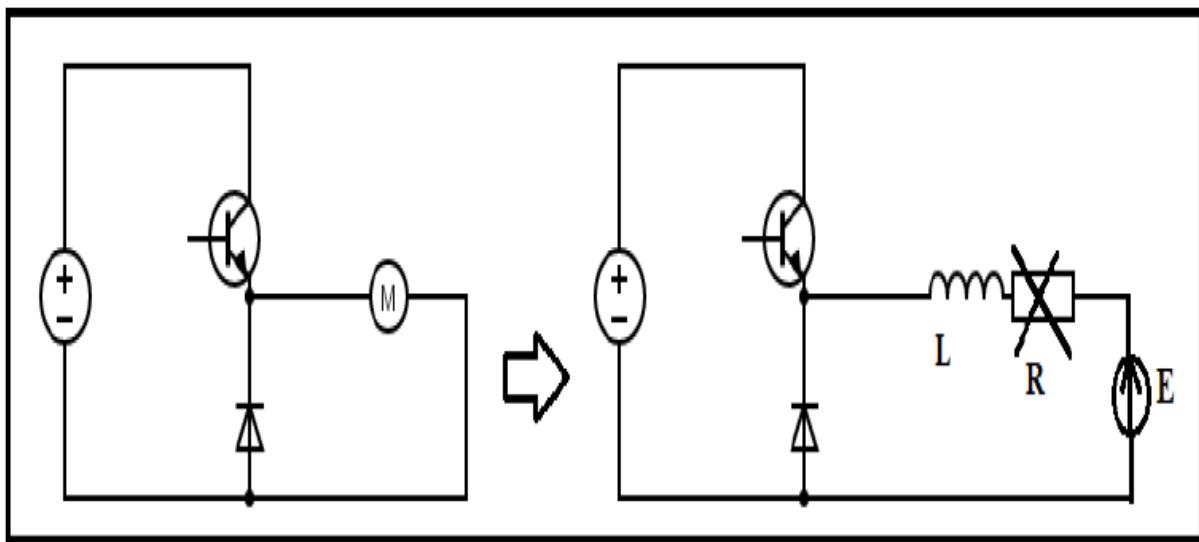
### 2.3.1 Méthode classique

#### 2.3.1.1 Résistance

Pour déterminer la résistance d'un moteur à courant continu équipé d'aimants permanents, il est impératif de le déconnecter complètement de toute source d'alimentation électrique afin de garantir la sécurité. Une fois cette précaution prise, on utilise un multimètre en mode ohmmètre, en plaçant les sondes sur les bornes du moteur. Il est également important que le moteur soit à température ambiante, car la résistance électrique est sensible aux variations de température. Cette méthode permet d'obtenir une mesure précise de la résistance, un paramètre essentiel pour la modélisation et l'identification du moteur.

#### 2.3.1.2 Inductance

Plusieurs méthodes permettent de déterminer l'inductance  $L$  d'une machine. L'une des plus répandues repose sur l'emploi d'un hacheur série, servant de convertisseur d'énergie. Le schéma correspondant à ce montage est présenté ci-dessous. En exploitant ce dispositif, il est possible de mesurer certaines grandeurs électriques et d'en déduire l'inductance de la machine. [17]



**Figure 2.3** Schéma équivalent hacheur série et MCC pour identifier l'inductance

En supposant la résistance R négligeable, l'expression de l'ondulation du courant  $\Delta i$  en régime de conduction continue s'établit comme suit :

$$\Delta i = \frac{(1-\alpha)\alpha Td}{L} Udc \quad (2.10)$$

En mesurant :

- **$\Delta i$  (Variation du courant)** : L'amplitude de l'ondulation est évaluée à l'aide d'un oscilloscope associé à une pince de mesure de courant. Cette dernière est positionnée de manière à enregistrer la variation maximale du courant sur un cycle complet de découpage. La différence entre les pics maximum et minimum du courant fournit la valeur de  $\Delta i$ .
- **$\alpha$  (Rapport cyclique)** : Le rapport cyclique alpha  $\alpha$  est mesuré en observant le signal de commande à la sortie de l'interrupteur du hacheur série à l'aide d'un oscilloscope. Ce dernier permet d'afficher la durée pendant laquelle l'interrupteur est en conduction par rapport à la période totale de découpage, ce qui permet de calculer la valeur de  $\alpha$ .
- **$Udc$  (Tension de la source continue)** : La valeur de la tension d'alimentation en courant continu est relevée l'aide voltmètre connecté aux bornes de la source du hacheur série. Cette mesure donne directement la valeur de  $Udc$ .
- **$Td$  (Période de découpage)** : Le temps total correspondant à un cycle complet de commutation correspond à la durée d'un cycle complet de commutation. Elle peut être déterminée à l'aide d'un oscilloscope ou d'un chronomètre, en mesurant le temps écoulé entre deux transitions consécutives de l'interrupteur.

### 2.3.1.3 Détermination de K

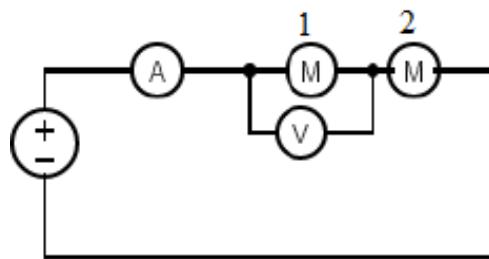
En vue d'identifier la valeur de la constante K, on utilise également le montage basé sur un hacheur série. En ajustant le rapport cyclique  $\alpha$  en tenant compte de la période de découpage, le fonctionnement de la machine peut être basculé en régime de conduction discontinue, c'est-à-dire un régime dans lequel le courant s'annule périodiquement.

Dans ces instants où le courant est nul, la tension relevée aux bornes du moteur reflète la force contre-électromotrice, proportionnelle à la vitesse de rotation. [17]

En utilisant un capteur de vitesse dans les conditions spécifiées, il est alors possible d'estimer la constante K qui associe cette tension à la vitesse angulaire de la machine.

#### 2.3.1.4 Moment d'inertie

Il est possible d'utiliser deux moteurs à courant continu identiques, montés en vis-à-vis, comme illustré dans la figure ci-dessous :



**Figure 2.4** Circuit pour déterminer le moment d'inertie

En procédant à une excitation en échelon du couple (ou du courant) tout en supposant négligeable le couple résistant, la présence de deux moteurs entraîne, selon les lois de la dynamique, une évolution linéaire de la vitesse:

$$\omega \approx \frac{K_{IO}}{2J} t \quad (2.11)$$

Cet essai peut être réalisé facilement à l'aide d'une alimentation continue équipée d'une limitation de courant. Dès la mise sous tension, le courant atteint presque instantanément la valeur limite prédéfinie et se maintient à ce niveau pendant une durée suffisante pour permettre les mesures nécessaires. À partir des données ainsi obtenues, Cette approche rend possible l'évaluation du moment d'inertie J du système.

#### 2.3.1.5 Coefficient de frottement

Diverses approches peuvent être utilisées pour évaluer le coefficient de frottement. L'une d'elles repose sur une technique connue sous le nom de méthode de l'arrêt brusque. [18]

Une tension d'alimentation constante est appliquée au moteur. Une fois que celui-ci a atteint son régime permanent, l'alimentation électrique est brusquement coupée. On mesure alors le temps nécessaire au moteur pour s'arrêter complètement à partir du moment de la coupure.

À partir de cette mesure et en utilisant la relation suivante, il est possible d'estimer le coefficient de frottement :

$$K_f = \frac{(\omega_0 - \omega_t)}{\Delta t} \quad (2.12)$$

- $\omega_0$  : Vitesse de rotation du moteur juste avant l'arrêt soudain.

- $\omega_t$  : Vitesse de rotation après l'interruption brutale du fonctionnement.

- $\Delta t$  : Durée requise pour que le moteur atteigne un arrêt total.

### 2.3.2 Méthode de paramètre estimator

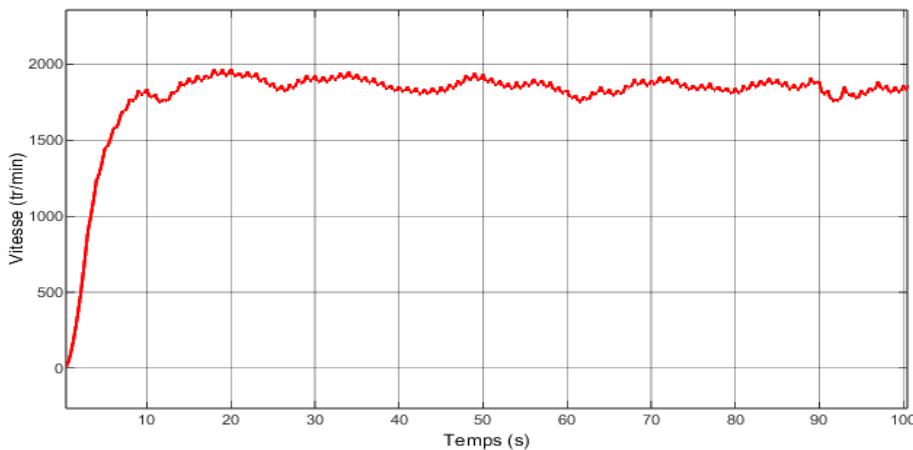
- **Mesure de la résistance ( $R_{ind}$ )** : La détermination de cette valeur a été réalisée par des mesures répétées à différents intervalles temporels à l'aide d'un multimètre numérique. Les résultats expérimentaux obtenus sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Nº de la mesure	1	2	3	4	5
Valeurs (en ohm)	26.9	27.2	27.1	27	27.1

**Tableau 2.1** Résultats des mesures de résistance

La résistance mesurée du rotor présente une valeur moyenne estimée à  $R_{ind} = 27 \Omega$ .

Pour les autres paramètres, nous avons utilisé le ToolBox de MATLAB, et plus spécifiquement l'application "Parameter Estimator", pour leur détermination. Cette méthode nécessite comme données d'entrée l'évolution temporelle de la vitesse en boucle ouverte. Ces deux grandeurs mesurées (temps et vitesse) serviront de variables d'entrée, comme détaillé dans la section suivante. La Figure 2.5 illustre l'évolution de la vitesse en fonction du temps, enregistrée expérimentalement sur le moteur utilisé dans notre étude.



**Figure 2.5** Évolution temporelle de la vitesse du moteur utiliser en boucle ouverte

L'application Parameter Estimator de MATLAB permet l'identification et l'estimation précise des paramètres d'un système à partir de données expérimentales. Son fonctionnement repose sur les étapes suivantes :

1. Import et prétraitement des données mesurées
2. Sélection des paramètres les plus significatifs à identifier
3. Exécution de l'algorithme avec suivi en temps réel de la progression

#### 4. Validation finale des résultats estimés

Cet outil utilise différents algorithmes d'optimisation, dont le choix dépend des options sélectionnées par l'utilisateur. Les principaux algorithmes disponibles incluent :

- **Algorithme de Levenberg-Marquardt** : cet algorithme représente une version robuste adaptée de la technique de Gauss-Newton, utilisée pour résoudre des problèmes non linéaires d'optimisation selon le critère des moindres carrés.. Sa particularité réside dans l'introduction d'un terme d'amortissement (paramètre de régularisation) qui permet :
  1. Une meilleure stabilité numérique face aux mauvaises initialisations
  2. Une transition automatique entre une descente de gradient (lorsque l'on est éloigné de l'optimum) et le comportement de type Gauss-Newton (à proximité de l'optimum).
  3. Une convergence plus fiable pour des problèmes mal conditionnés
- **Algorithme Trust-Region (Région de Confiance)** : cette méthode itérative résout les problèmes d'optimisation non linéaire, notamment les moindres carrés, en restreignant la recherche à une région locale autour des paramètres courants. Son principe fondamental repose sur :
  1. **Délimitation d'une région de confiance** : L'espace de recherche est contraint à un voisinage où l'approximation quadratique du modèle reste valable.
  2. **Ajustement dynamique** : La dimension de la région est modifiée de manière itérative selon :
    - Le degré de concordance dans la zone locale (rapport entre l'amélioration réelle et prédictée)
    - La fiabilité de l'approximation locale du modèle
  3. **Équilibre précision-robustesse** : Contrairement aux méthodes de descente classiques, elle garantit la validité des pas d'optimisation tout en maintenant l'efficacité de convergence.
- **Algorithme Sequential Quadratic Programming (SQP)** : cette méthode avancée d'optimisation non linéaire avec contraintes repose sur une approche itérative en deux phases clés :
  1. **Résolution de sous-problèmes quadratiques** : à chaque itération, l'algorithme :
    - Construit une approximation quadratique locale de la fonction coût
    - Linéarise les contraintes
    - Résout le problème quadratique résultant pour déterminer la direction de recherche optimale
  2. **Recherche de ligne adaptative** :
    - Une procédure de backtracking ajuste dynamiquement la longueur du pas
    - Garantit la diminution monotone de la fonction objective

- Préserve la faisabilité des contraintes

Dans le cadre de notre étude expérimentale, nous avons enregistré les profils temporels de vitesse du moteur qui sera utilisé pour la validation pratique. Les données acquises sont structurées selon deux variables principales :

- **Variable A** : Vecteur temporel

$$A = \text{temps} ( :, 1 )$$

- **Variable B** : Vitesse mesurée

$$B = \text{Vitesse} ( :, 2 )$$

Après avoir lancé le logiciel, nous avons ouvert le panneau des applications (onglet Apps) et sélectionné l'outil Parameter Estimator, comme le montre clairement la Figure 2.6. :



Figure 2.6 Interface Parameter Estimator de MATLAB pour l'identification paramétrique

Après avoir lancé l'interface Parameter Estimator, nous avons initié une nouvelle expérience en sélectionnant l'icône dédiée. Cette action ouvre une boîte de dialogue requérant les sorties mesurées et simulées

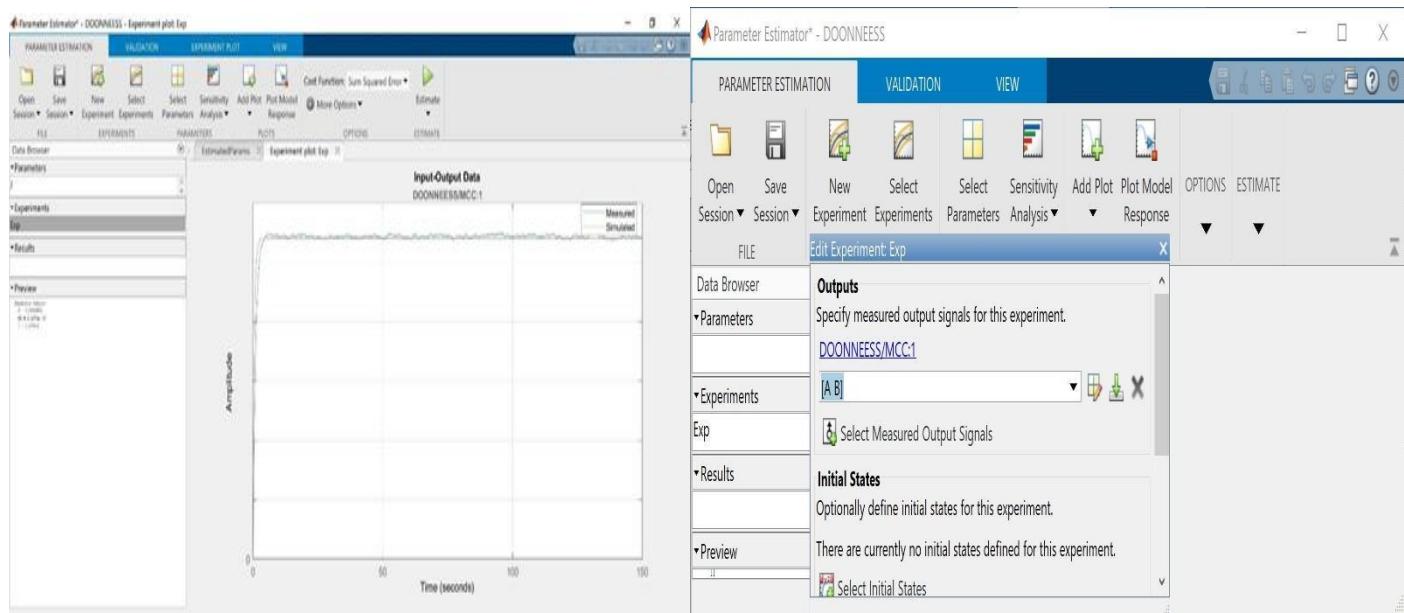


Figure 2.7 Configuration initiale de l'expérience d'estimation paramétrique

Après avoir configuré le modèle et les données expérimentales, nous lançons la procédure d'identification en cliquant sur le bouton [Estimer], déclenchant ainsi l'optimisation itérative

des paramètres jusqu'à convergence. Une fois le processus terminé, l'interface affiche les valeurs estimées des paramètres.

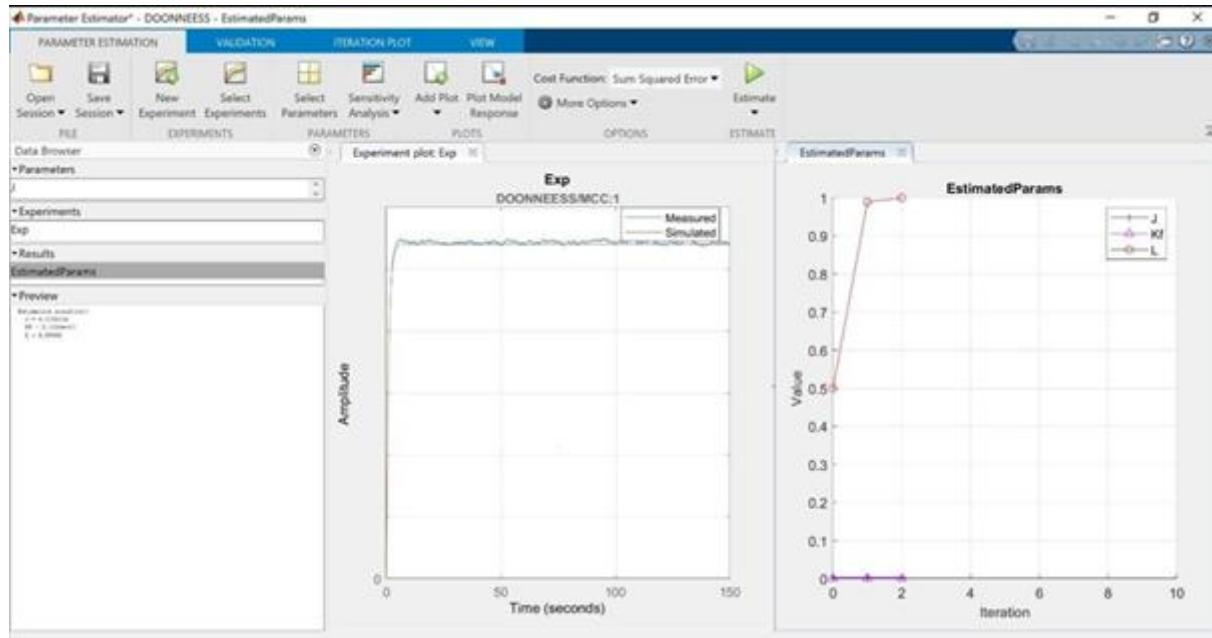


Figure 2.8 Résultats finaux de l'estimation paramétrique dans MATLAB

## 2.4 Caractéristiques statiques et régimes de fonctionnement

Les caractéristiques statiques traduisent la réponse du moteur lorsqu'il fonctionne en régime stationnaire. Ainsi, à partir de l'équation (2.6), on déduit l'équation électrique correspondant à ce régime, qui s'écrit :

$$U(S) = RI(S) + K_e \omega(S) \quad (2.13)$$

D'où

$$\omega = \frac{U - RI}{K_e} \quad (2.14)$$

En substituant le courant  $I$  par  $I = \frac{C_e}{K_e}$  (voir équation (2.5)), on aura :

$$\omega = \frac{U}{K_e} - \frac{R_e}{K_e^2} \quad (2.15)$$

Les équations (2.14) et (2.15) associées respectivement à  $\omega = f(I)$  et  $\omega = f(c)$ , tel que :

- La première équation caractérise le comportement statique du moteur en établissant un lien entre la vitesse de rotation  $\omega$  et le courant  $I$  traversant le moteur. Elle met en évidence l'évolution de la vitesse en fonction de la charge électrique appliquée. En règle générale, une charge plus élevée nécessite un courant plus important pour conserver une vitesse donnée.

- La deuxième relation exprime la vitesse de rotation  $\omega$  en fonction du couple C exercé sur l'arbre moteur. Elle permet de comprendre l'effet du couple mécanique sur la vitesse : en règle générale, un couple plus élevé entraîne une diminution de la vitesse de rotation.

Ces deux relations, de forme linéaire décroissante, sont essentielles pour définir les limites de fonctionnement du moteur, afin d'éviter toute surcharge ou dommage. Leur représentation graphique ne nécessite que deux points pour être tracée. La figure 2.9 illustre la courbe  $\omega=f(C)$ , tandis que la figure 2.10 présente les différents régimes de fonctionnement du moteur. On y distingue notamment les quadrants (I) et (III), reflétant le mode moteur, et les quadrants (II) et (IV), reflétant le mode génératrice.

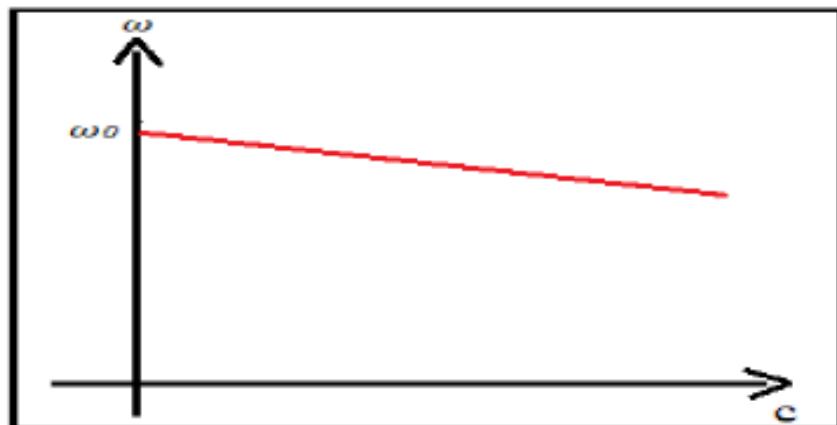


Figure 2.9 Caractéristique  $\omega = f(C)$

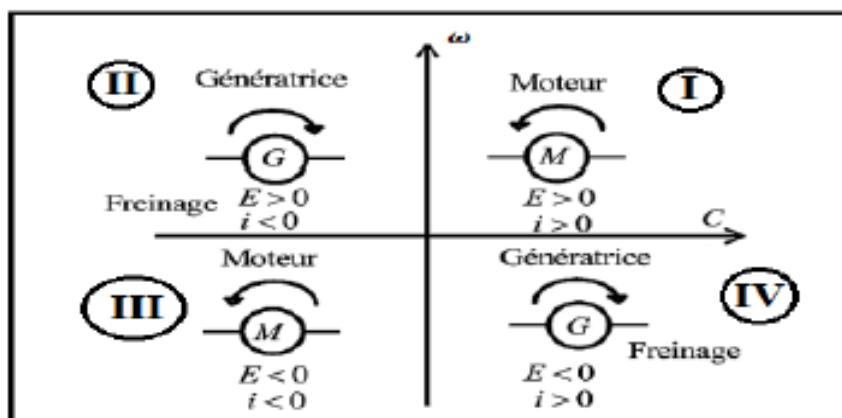


Figure 2.10 Régime de fonctionnement du moteur

## 2.5 Convertisseur DC/DC

Le hacheur, également appelé convertisseur DC-DC, Il s'agit d'un dispositif utilisé en électronique de puissance pour transformer une tension continue constante en une tension continue ajustable. Cette conversion est assurée par des interrupteurs électroniques contrôlables, tels que les transistors bipolaires (BJT), les transistors à effet de champ (FET) ou les IGBT, fonctionnant en mode commutation.

Le fonctionnement d'un hacheur repose sur l'établissement et l'interruption périodique du courant vers la charge à l'aide de l'interrupteur. Ce dernier est piloté pour s'ouvrir et se fermer selon une commande prédefinie, cela permet d'ajuster la tension de sortie en courant continu à partir d'une source continue de valeur constante.

Il existe plusieurs types de hacheurs adaptés à diverses applications, parmi les plus courants :

- **Le hacheur série (abaisseur ou buck)** : diminue la tension obtenue en sortie par rapport à celle appliquée en entrée.
- **Le hacheur parallèle (élévateur ou boost)** : augmente la tension de sortie au-dessus de la tension d'entrée.
- **Le hacheur série-parallèle (buck-boost)** : peut soit abaisser soit éléver la tension de sortie selon le rapport cyclique de commande.

Type d'hacheur	Schéma équivalent	Rapport de transformation	Application
Hacheur série (Buck)		$\alpha$	Convertie sa tension d'entrée en une tension de sortie inférieure
Hacheur parallèle (Boost)		$\frac{1}{1-\alpha}$	Convertie une tension continue en une autre tension continue de plus forte valeur
Hacheur série-parallèle (Buck-Boost)		$\frac{-\alpha}{1-\alpha}$	Lorsque la machine fonctionne en moteur lorsqu'elle est alimentée par l'hacheur série ou en génératrice La machine fonctionne en génératrice

Tableau 2.2 Différents types d'hacheur

### 2.5.1 Etude d'un hacheur réversible

Le hacheur réversible est un convertisseur destiné à piloter la vitesse d'un moteur à courant continu dans les deux sens de rotation. Il utilise quatre interrupteurs électroniques permettant de diriger le courant dans les deux directions entre l'alimentation et le moteur, assurant ainsi l'inversion du sens de rotation [19]

En s'appuyant sur les équations (2.1) et (2.4), et en supposant la résistance négligeable, on peut exprimer la valeur moyenne de la tension de la manière suivante :

$$\langle Vs \rangle = \left( L \frac{di(t)}{dt} + E \right) = E = K_e \omega \quad (2.16)$$

L'expression de la puissance électromagnétique s'écrit comme suit :

$$P_{em} = C_e \cdot \omega = K_e I \cdot \frac{E}{K_e} = E \cdot I \quad (2.17)$$

Si :

- $P_{em} > 0$  : mode moteur ;
- $P_{em} < 0$  : mode générateur.

La réversibilité sur les quatre quadrants peut être obtenue en connectant en opposition deux hacheurs réversibles à deux quadrants, constitués respectivement des éléments (T1, T4, D2, D3) et (T2, T3, D1, D4). Cette configuration permet à la fois des tensions et des courants de signes positifs ou négatifs, comme illustré à la figure 2.11.

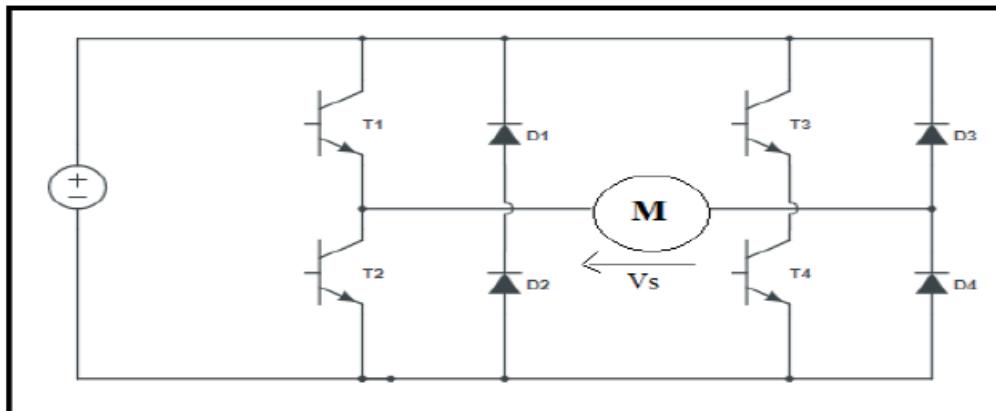


Figure 2.11 Hacheur quadripolaire

On distingue 4 cas :

- $E > 0$  et  $I > 0$  : fonctionnement en motricité dans le sens direct (premier quadrant).
- $E > 0$  et  $I < 0$  : mode générateur ou freinage dans le sens direct (deuxième quadrant).
- $E < 0$  et  $I < 0$  : fonctionnement en motricité dans le sens inverse (troisième quadrant).
- $E < 0$  et  $I > 0$  : mode générateur ou freinage dans le sens inverse (quatrième quadrant).

### 2.5.1.1 Stratégie de commande du hacheur à quatre quadrants

La figure (2.12) illustre la méthode de commande utilisée pour piloter le hacheur fonctionnant dans les quatre quadrants :

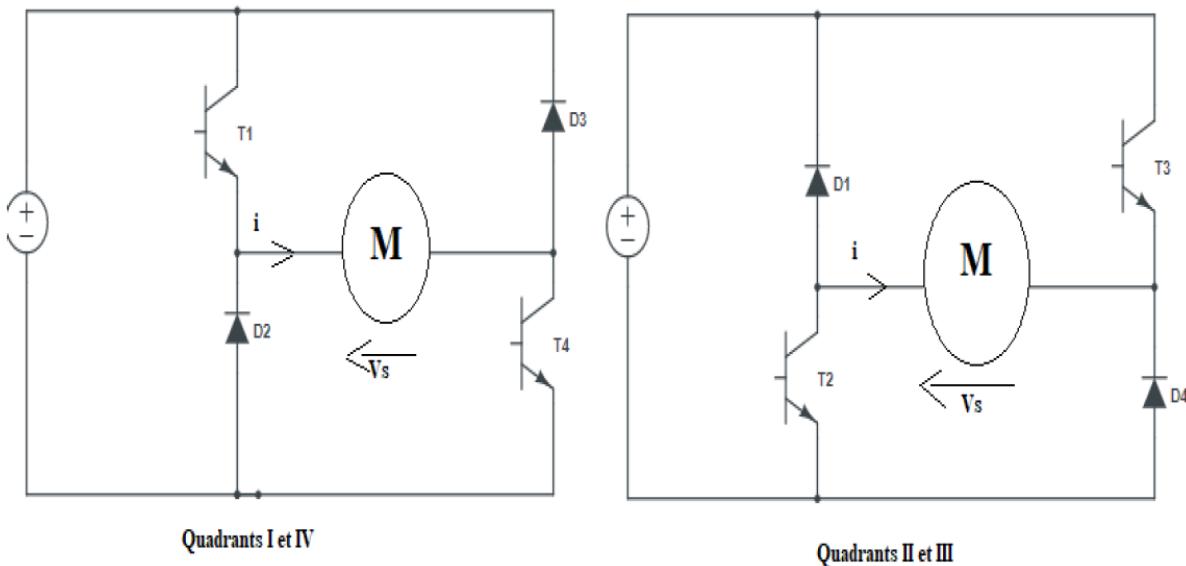


Figure 2.12 Stratégie de commande du hacheur à quatre quadrants

- Cas de fonctionnement du moteur dans les quadrants I et IV :

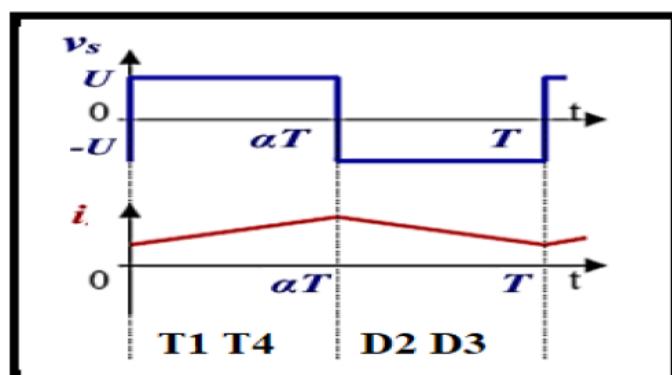


Figure 2.13 Allures de la tension ( $V_s$ ) et du courant ( $i$ ) dans les quadrants I et IV

La valeur moyenne de la tension  $V_s$  est :

$$\langle V_s \rangle \geq \frac{1}{T} \int_0^T U dt = \frac{1}{T} \left( \int_0^{\alpha T} U dt + \int_{\alpha T}^T -U dt \right) = (2\alpha - 1) \cdot U \quad (2.18)$$

D'après l'allure :  $i > 0$

Ainsi, pour assurer un fonctionnement en mode moteur, la valeur moyenne de la tension d'alimentation ( $\langle V_s \rangle$ ) doit être positive, tandis qu'un fonctionnement en mode générateur nécessite qu'elle soit négative.

D'après l'équation (2.18) :

$$\begin{cases} \text{si } \alpha > \frac{1}{2} \text{ mode moteur (quadrant I)} \\ \text{si } \alpha < \frac{1}{2} \text{ mode générateur (quadrant IV)} \end{cases}$$

- Cas de fonctionnement du moteur dans les quadrants II et III

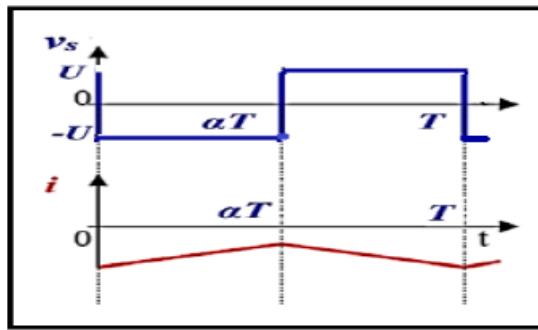


Figure 2.14 Allures de Vs et I dans les quadrants II et III

L'expression de la tension moyenne  $V_s$  est donnée par :

$$\langle V_s \rangle \geq \frac{1}{T} \int_0^T U dt = \frac{1}{T} \left( \int_0^{\alpha T} -U dt + \int_{\alpha T}^T U dt \right) = (1 - 2\alpha) \cdot U \quad (2.19)$$

D'après l'allure :  $i < 0$

Ainsi, pour que le moteur fonctionne en mode moteur, la tension moyenne ( $\langle V_s \rangle$ ) doit être négative, tandis qu'en mode générateur, elle doit être positive.

D'après l'équation (2.19) :

$$\begin{cases} \text{si } \alpha < \frac{1}{2} \text{ mode moteur (quadrant III)} \\ \text{si } \alpha > \frac{1}{2} \text{ mode générateur (quadrant II)} \end{cases}$$

## 2.5.2 Principe de la commande du moteur à courant continu associé à un hacheur

La configuration de la commande est représentée à la figure 2.15. La vitesse réelle du moteur est comparée à une consigne via un régulateur proportionnel-intégral (PI).

Ce régulateur génère un signal en fonction de l'écart entre la vitesse souhaitée et celle mesurée. Ce signal, représentant une tension de référence, est ensuite envoyé à un modulateur à largeur d'impulsion (PWM), qui le convertit en un signal modulé à haute fréquence.

Ce signal PWM commande l'hacheur, lequel ajuste dynamiquement la tension appliquée au moteur en contrôlant les transistors de puissance à travers un rapport cyclique adapté. [20]

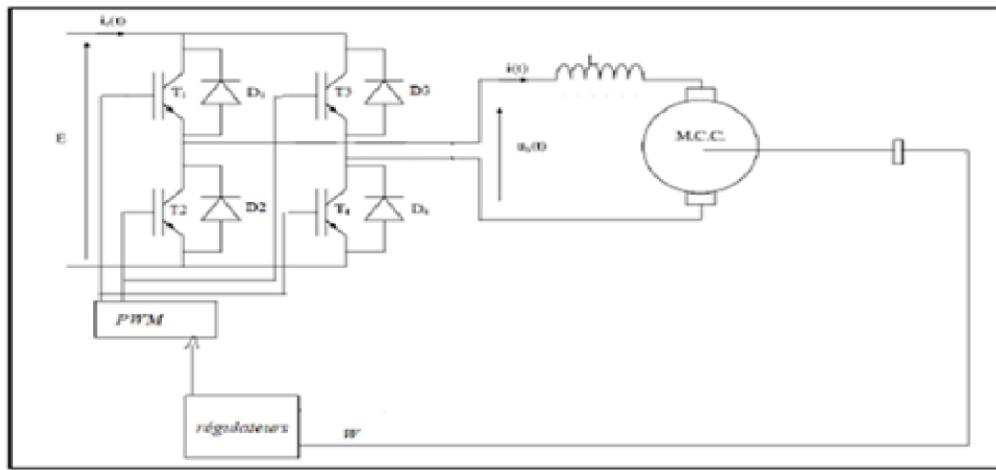


Figure 2.15 Schéma de la commande du MCC

## 2.6 Essai et simulation

Les simulations ont été effectuées sur un moteur à courant continu (MCC-AP) caractérisé par les paramètres qu'on a identifié par la méthode d'identification précédente :

- Résistance ( $R$ ) = 27  $\Omega$ .
- Inductance ( $L$ ) = 0.01 H
- Constante de force contre-électromotrice ( $K_e$ ) = 0.0508 V/(rad/s) ;
- Constante de couple ( $K_t$ ) = 0.0508 Nm/A ;
- Inertie ( $J$ ) =  $5 \times 10^{-6}$  kg·m $^2$ .
- Coefficient de frottement visqueux ( $b$ ) =  $1.213 \times 10^{-6}$  Nm·s/rad.

### 2.6.1 Etude en boucle ouvert

Le moteur est soumis à :

- Une tension d'alimentation  $U(t)$  variable (6 V, 12 V, -6 V, -12 V selon les instants),
- Un couple résistant  $C_r(t)$  changeant par paliers (valeurs allant de -0.005 Nm à +0.005 Nm).

Ces entrées sont résumées dans le tableau ci-dessous :

t (s)	0	2	4	5	7	9	10	12	14	15	17	19
U (V)	6	6	6	12	12	12	-6	-6	-6	-12	-12	-12
$C_r$ (N.m)	0	0.005	0	0	-0.005	0	0	0.005	0	0	-0.005	0

Tableau 2.3 Tension d'alimentation et couple de charge appliquée

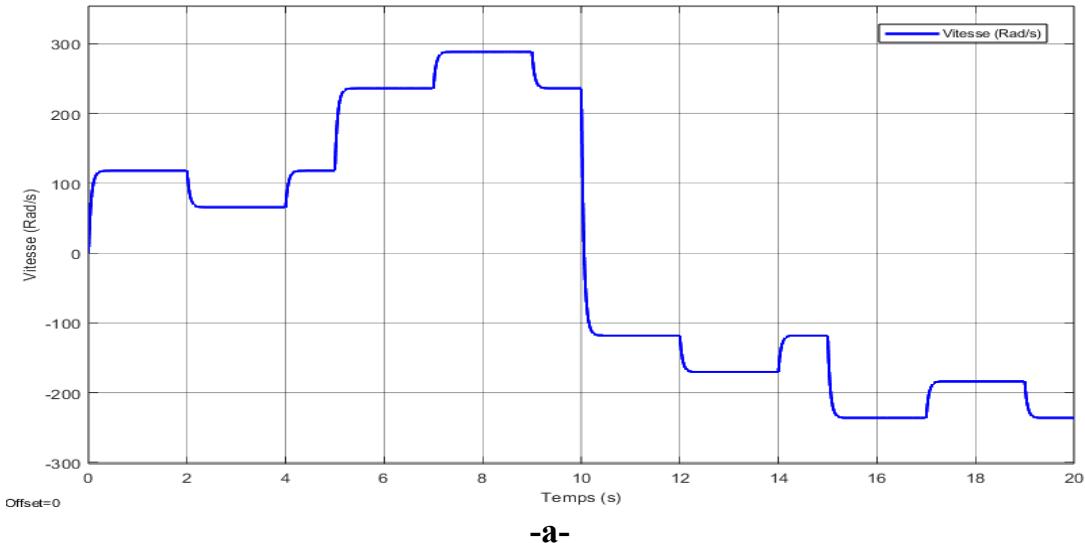
### ➤ Resultats de simulation

La figure (2.16) montre les différentes réponses obtenues de simulation en boucle ouverte du MCC-AP :

a- **Réponse en vitesse du moteur** : on remarque que la vitesse du moteur suit l'évolution de la tension  $U$ , mais avec un comportement typique d'un système non asservi, la vitesse

n'est pas stable ; elle varie en fonction de la tension d'alimentation et du couple de charge appliquée. La vitesse n'est pas stable ; elle varie en fonction de la tension d'alimentation et du couple de charge appliquée. les changements de signe de la tension (ex. À  $t = 10$  s,  $U$  passe de 12V à -6 V) provoquent une inversion brutale du sens de rotation. *Donc, le système en boucle ouverte ne stabilise pas la vitesse. Il ne rejette pas les perturbations et ne suit la consigne.*

- b- **Evolution du courant moteur :** on observe que le courant augmente fortement lors des changements de tension (accélération ou inversion) ou des perturbations mécaniques ( $C_r \rightarrow$  on observe des pics associés). *Donc, le courant est directement influencé par les variations de tension et les perturbations. Il n'est pas contrôlé activement, ce qui est typique d'un système non asservi.*
- c- **Réponse du couple électromagnétique sous couple résistant :** il est clair que le couple électromagnétique varie fortement lors de changements de tension d'alimentation ou de  $C_r$ . Il ne suit pas précisément le couple résistant, sauf dans des cas très courts, à chaque perturbation ( $C_r \neq 0$ ), le  $C_{em}$  varie mais n'annule pas systématiquement le couple de charge. *Donc, le moteur ne compense pas correctement les perturbations, car il n'a pas de régulation. Cela confirme que le fonctionnement en boucle ouverte n'assure pas la stabilité du système.*



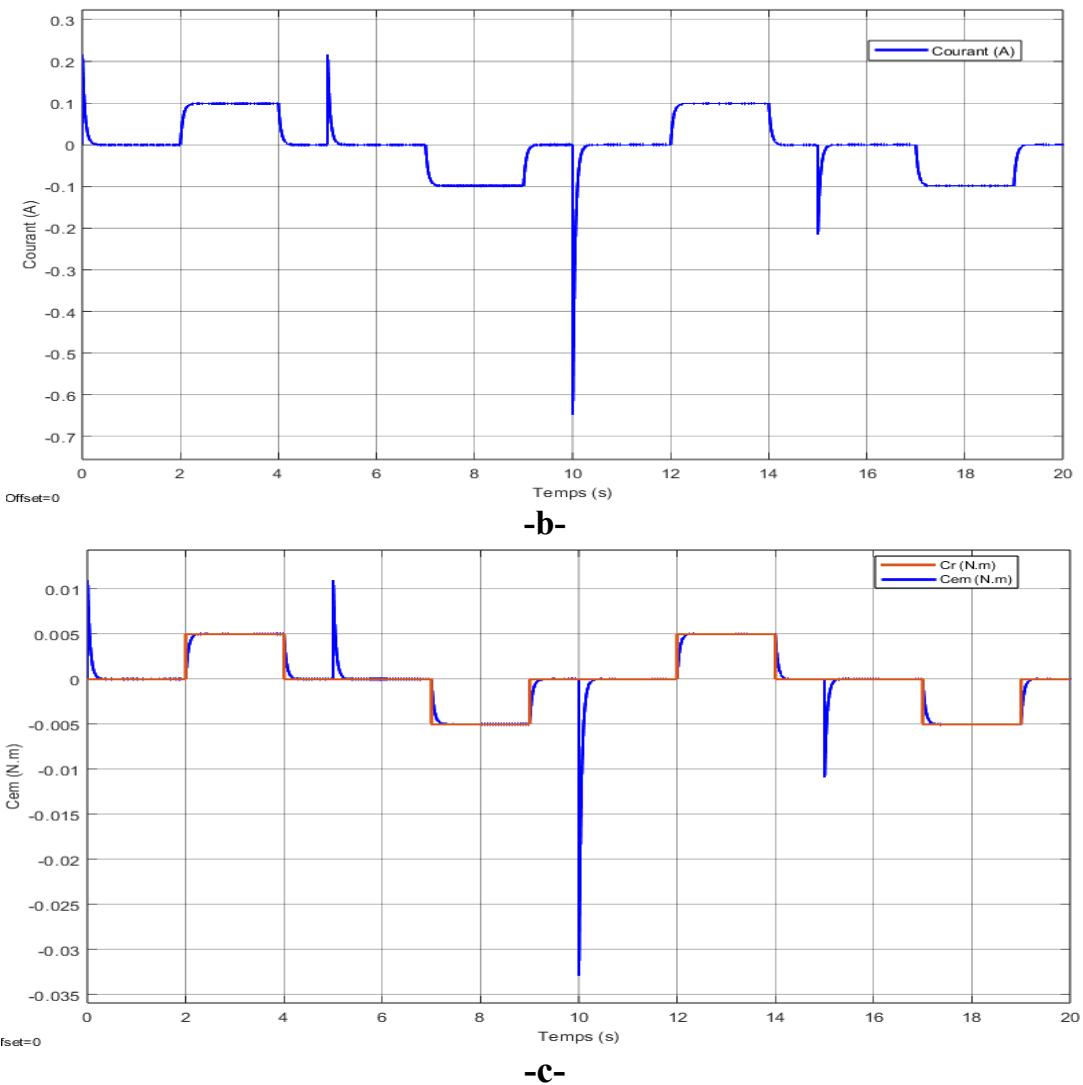


Figure 2.16 Réponses en boucle ouverte du MCC-AP

## 2.6.2 Etude en boucle fermée

### 2.6.2.1 Régulateur Proportionnel Intégral PI

### 2.6.2.2 Synthèse du régulateur

La représentation en blocs du système en boucle fermée est illustrée dans la figure 2.17.:

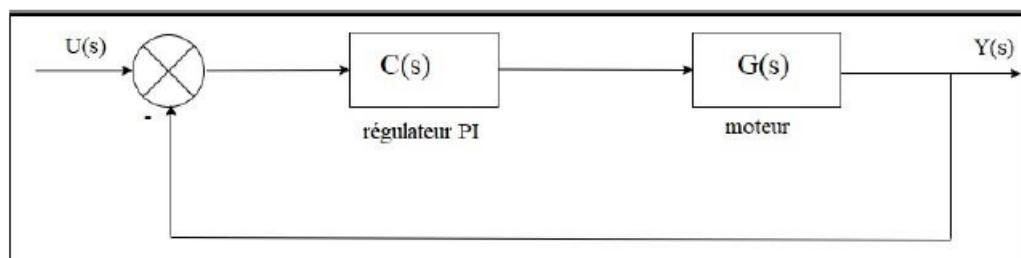


Figure.2.17 Système en boucle fermée

L'expression de la fonction de transfert du système en boucle fermée s'écrit comme suit :

$$H(s) = \frac{C(s)G(s)}{1+C(s)G(s)} \quad (2.20)$$

Par ailleurs, la fonction de transfert associée au régulateur est exprimée comme suit :

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} = \frac{K_p s + K_i}{s} \quad (2.21)$$

Et :

$$G(s) = \frac{K_e}{(Ls+R)(Js+K_f)+K_e^2} \quad (2.22)$$

En remplaçant (2.17) et (2.18) dans l'équation (2.16) :

$$H(s) = \frac{\frac{K_p s + K_i}{s} \frac{K_e}{(Ls+R)(Js+K_f)+K_e^2}}{1 + \frac{K_p s + K_i}{s} \frac{K_e}{(Ls+R)(Js+K_f)+K_e^2}} \quad (2.23)$$

$$H(s) = \frac{K_e(K_p s + K_i)}{s[(Ls+R)(Js+K_f)+K_e^2] + K_e(K_p s + K_i)} \quad (2.24)$$

En supposant l'inductance négligeable, on obtient :

$$H(s) = \frac{K_e(K_p s + K_i)}{s(RJs+RK_f+K_e^2)+K_e(K_p s + K_i)} \quad (2.25)$$

$$H(s) = \frac{K_e(K_p s + K_i)}{RJs^2+RK_f s+K_e^2 s+K_e K_p s+K_e K_i} \quad (2.26)$$

$$H(s) = \frac{K_e(K_p s + K_i)}{RJ\left[s^2 + \frac{RK_f+K_e^2+K_e K_p}{RJ} s + \frac{K_e K_i}{RJ}\right]} \quad (2.27)$$

Le dénominateur de l'équation (2.22) peut être exprimé sous la forme d'une équation différentielle du second ordre, comme suit :

$$s^2 + \left(\frac{RK_f+K_e^2+K_e K_p}{RJ}\right) s + \frac{K_e K_i}{RJ} = s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2 \quad (2.28)$$

À partir de cette équivalence, les valeurs de  $K_p$  et  $K_i$  peuvent être déterminées :

$$\begin{cases} K_p = \frac{2\xi\omega_0 RJ - RK_f - K_e^2}{K_e} \\ K_i = \frac{\omega_0^2 RJ}{K_e} \end{cases} \quad (2.29)$$

En choisissant un facteur d'amortissement  $\xi = 1$  et une pulsation naturelle  $\omega_0 = 40$ , l'application de la méthode du placement de pôles permet de déterminer :

$$\bar{K}_p = 0.27 \text{ et } \bar{K}_i = 5.2$$

La valeur  $\xi = 1$  a été retenue afin d'assurer un amortissement critique, éliminant ainsi tout dépassement dans la réponse du système. Le choix de  $\omega_0 = 40$  vise, quant à lui, à réduire le temps de réponse et à accélérer la dynamique du système.

### ➤ Simulation

Ce tableau présente les valeurs de consignes de vitesse et de couple résistant  $Cr$  appliquées au moteur à différents instants

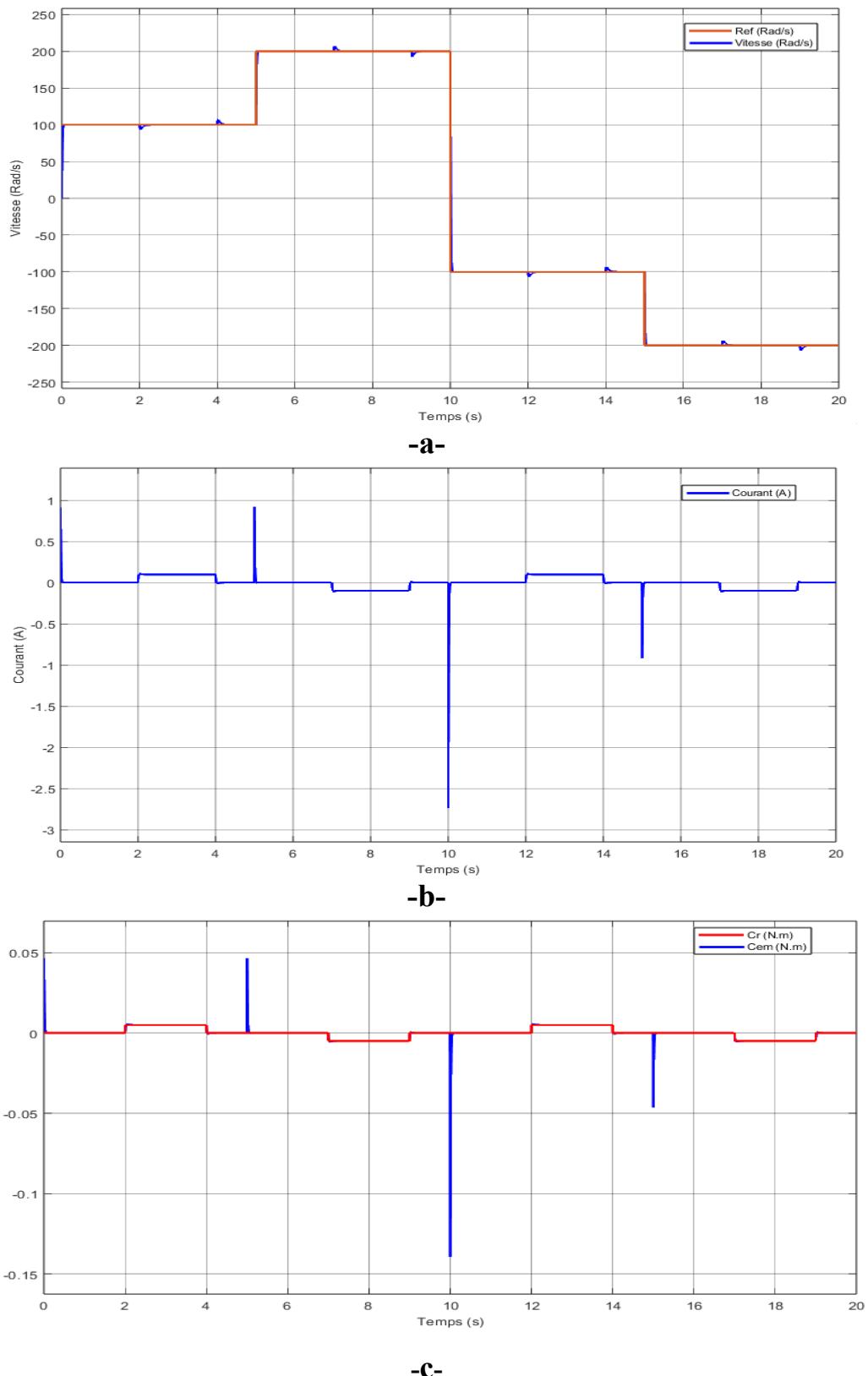
- **Vitesse de consigne (référence)** : elle définit la vitesse que le moteur doit atteindre. Elle change par paliers pour tester la réponse du système.
- **$Cr$  (couple résistant)** : représente des perturbations appliquées au moteur (positif = freinage, négatif = aide à la rotation).

t (s)	0	2	4	5	7	9	10	12	14	15	17	19
$V_{\text{réf}}(\text{rad/s})$	100	100	100	200	200	200	-100	-100	-100	-200	-200	-200
$Cr$ (N.m)	0	0.005	0	0	-0.005	0	0	0.005	0	0	-0.005	0

**Tableau 2.4** Vitesse et couple de charge appliqués en boucle fermée à différents instants

La figure (2.18) montre les différentes réponses obtenues de simulation en boucle fermée du MCC-AP :

- Réponse en vitesse du moteur** : On observe que la vitesse mesurée suit de manière très précise la consigne de vitesse, avec une erreur quasi négligeable, les transitions rapides (changement de vitesse) sont bien gérées, preuve d'un bon asservissement et le moteur passe de  $100 \rightarrow 200 \rightarrow -100 \rightarrow -200$  rad/s sans instabilité ni dépassement excessif. *Donc, la commande en boucle fermée permet un suivi précis de la consigne, avec un bon comportement dynamique*
- Evolution du courant moteur** : on observe que le courant reste faible en régime permanent ( $\approx 0$  A), des pics apparaissent lors des changements de vitesse (accélération ou inversion), d'autres pics plus discrets apparaissent lors des perturbations ( $Cr \neq 0$ ) → réaction du régulateur pour compenser. *Donc, le courant varie en fonction de l'effort demandé au moteur : plus la consigne ou la charge change brusquement, plus le courant augmente temporairement.*
- Réponse du couple électromagnétique face au couple résistant** : il est clair que le couple électromagnétique s'adapte exactement à la valeur du couple résistant. Lorsqu'un  $Cr$  est appliqué (ex. à  $t = 2$  s ou 12 s), le moteur réagit immédiatement pour maintenir la vitesse. *Donc, le moteur compense efficacement les perturbations grâce à un régulateur robuste. Cela montre un bon rejet de perturbations.*



**Figure 2.18** Réponses en boucle fermer du MCC-AP

## **2.7 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons établi un modèle mathématique de la machine à courant continu à aimant permanent, en tenant compte de ses aspects électriques et mécaniques. L'identification expérimentale des paramètres clés, tels que la résistance, l'inductance et les constantes de couple, a permis d'ajuster le modèle à la réalité physique du système. Cette étape est essentielle pour garantir la fiabilité des simulations et l'efficacité des algorithmes de commande. Ainsi, la modélisation et l'identification constituent une base solide pour l'analyse, la commande et l'optimisation de la machine.

## CHAPITRE 3

### Commande par retour d'états

#### 3.1 Introduction

Ce chapitre traite des stratégies avancées de commande par retour d'état, essentielles pour la stabilisation et l'optimisation des systèmes dynamiques. Nous aborderons d'abord la commande par placement de pôles, en explorant ses fondements théoriques et ses performances en simulation, avec et sans action intégrale pour éliminer les erreurs statiques. Ensuite, nous étudierons les méthodes LQ (Linéaire Quadratique) à horizon fini et infini, notamment la commande LQR (optimale en termes de coût énergétique) et LQI (avec intégration pour le rejet de perturbations), en analysant leurs résultats théoriques et simulés. Enfin, nous examinerons la commande LQG (Linéaire Quadratique Gaussienne), qui intègre un filtre de Kalman pour estimer les états en présence de bruits, et comparerons ses performances en simulation avec et sans perturbations.

#### 3.2 Définition de la commande par retour d'état

Le contrôle par retour d'état est une méthode de commande linéaire qui repose sur l'exploitation de l'état complet d'un système dynamique afin de déterminer la commande à appliquer. Plus précisément, cette approche s'applique à un système linéaire continu invariant défini par :

$$\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx, \quad (3.1)$$

Le contrôle d'état prend la forme

$$u = r - Kx \quad (3.2)$$

Où  $K$  désigne la matrice des gains, adaptée aux dimensions du système et  $r$  est éventuellement un terme de consigne ou commande auxiliaire. Cette configuration permet d'ajuster le comportement du système en boucle fermée. L'objectif principal est généralement de repositionner les pôles du système à des emplacements souhaités (technique de placement de pôles) ou d'optimiser un critère de performance quadratique, comme c'est le cas dans la commande LQ (linéaire quadratique).

- **Conditions :** La première exigence fondamentale est que le système soit commandable. De plus, l'état  $x(t)$  doit être accessible, soit directement mesuré, soit estimé à l'aide d'un observateur si nécessaire.
- **Forme de la commande :** La commande prend généralement la forme d'un terme proportionnel à l'état du système, soit  $u = -Kx$ , auquel peut s'ajouter un terme de référence  $K_r$  pour assurer le suivi d'une consigne.

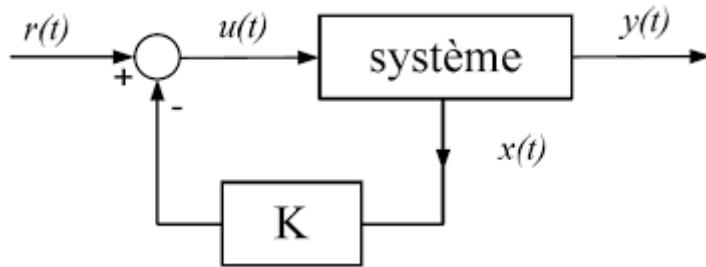


Figure 3.1 Structure de la commande par retour d'état

### 3.3 Commande par placement de pôles

Le placement de pôles est une méthode utilisée pour calculer la matrice de gain  $K$  à travers une stratégie de retour d'état. Elle vise à assigner les pôles du système en boucle fermée à des positions spécifiques afin de garantir les performances dynamiques souhaitées, dotés de parties réelles négatives, à des emplacements spécifiques dans le plan complexe, en accord avec les performances dynamiques souhaitées. [21]

#### 3.3.1 Principe

Soit le système :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (3.3)$$

Afin de garantir un comportement satisfaisant du système, un modèle de référence est introduit, recevant en entrée la consigne ( $r$ ). Ce modèle est élaboré pour produire la réponse dynamique attendue, notamment en termes de vitesse de sortie. À l'état stationnaire, sa sortie doit converger vers la consigne. L'erreur est ensuite définie comme l'écart entre la sortie réelle du moteur et celle du modèle de référence. [22]

Par conséquent, la loi de commande permettant d'assurer le suivi de la trajectoire de référence s'exprime comme suit :

$$U = K_r r - Kx \quad (3.4)$$

Avec :

$$k_r = \frac{1}{c[A-BK]^{-1}B} \quad (3.5)$$

On a :

$$A = \begin{bmatrix} -R_a & -k \\ \frac{L_a}{J} & -\frac{k_f}{J} \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_a \\ \Omega \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{L_a} \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J} \end{bmatrix}, C = [0 \quad 1]$$

Pour analyser la commandabilité du système, Les lignes de code suivantes ont été employées dans MATLAB pour déterminer la matrice de commandabilité ( $M_c$ ):

- $M_c = \text{ctrb}(A, B)$  : Cette commande est utilisée pour générer la matrice de commandabilité à partir des matrices d'état A et B.
- $L = \text{rank}(M_c)$ : Cette instruction permet d'évaluer le rang de la matrice de commandabilité obtenue.

Ce qui a donné :

$$M_c = \begin{bmatrix} 0.0001 & -0.2700 \\ 0 & 1.0160 \end{bmatrix} \cdot 1.0e + 06 \text{ et } L = 2$$

Donc, le système est commandable.

- Détermination des racines caractéristiques associées au polynôme cible :

L'expression du polynôme cible, de degré deux, se présente comme suit :

$$P_{\text{des}}(s) = (s^2 + 2\sigma\omega_n s + \omega_n^2) = (s - \lambda_1)(s - \lambda_2) \quad (3.6)$$

D'où,

- $\lambda_1, \lambda_2$  : représentent les pôles (ou valeurs propres) de l'équation caractéristique souhaitée ;
- $\sigma$  : correspond au coefficient d'amortissement du système ;
- $\omega_n$  : désigne la pulsation naturelle associée à la dynamique du système.

L'objectif est de concevoir un retour d'état assurant un dépassement  $D \sim 5\%$  et une erreur statique ( $\varepsilon_{\text{sta}}$ ) de 0.1

On obtient :

$$P_{\text{des}}(s) = s^2 + 100s + 5000$$

Pour résoudre cette équation du deuxième ordre, on calcule d'abord  $(\Delta)$ .  
Où,  $\Delta = b^2 - 4ac$ . On obtient :

$$\Delta = -10000 < 0$$

La résolution conduit à deux racines complexes (ou pôles) pour le système :

$$\begin{cases} \lambda_1 = -50 + 50i \\ \lambda_2 = -50 - 50i \end{cases}$$

Le calcul du vecteur de gain  $K$  du retour d'état s'effectue sous MatLab à l'aide de la commande suivante :

$$\begin{aligned} K &= \text{place}(A, B, P_{\text{des}}) \\ \rightarrow K &= [-26.0243 \quad -0.0461] \end{aligned}$$

- Le gain statique est déterminé par application de la relation (3.4) :

$$K_r = 0.0049$$

La commande à appliquer est déterminée par :

$$u = -k_1 x_1 - k_2 x_2 + K_r \cdot \omega_{ref} \quad (3.7)$$

Par substitution des valeurs de K dans l'équation (3.7), la loi de commande devient :

$$u = -26.0243 I_a - 0.0461 \omega + 0.0049 \omega_{ref}$$

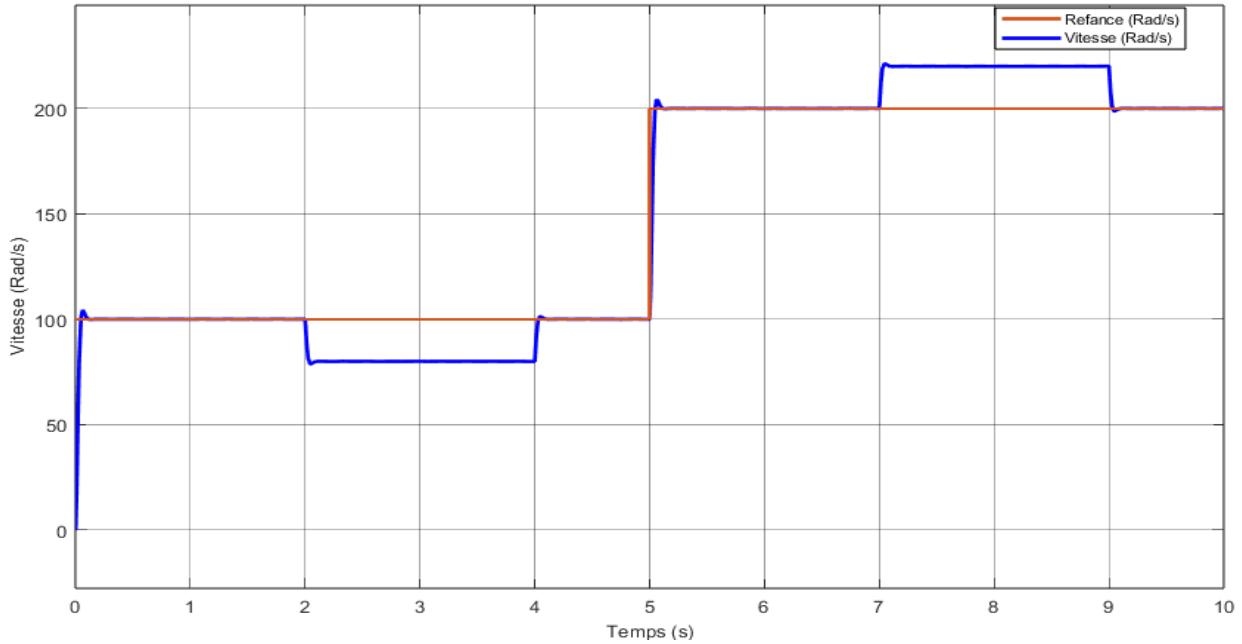
### 3.3.2 Résultats de simulation

Ce tableau présente les valeurs de consignes de vitesse et couple résistant ( $C_r$ ) appliquées au moteur à différents instants.

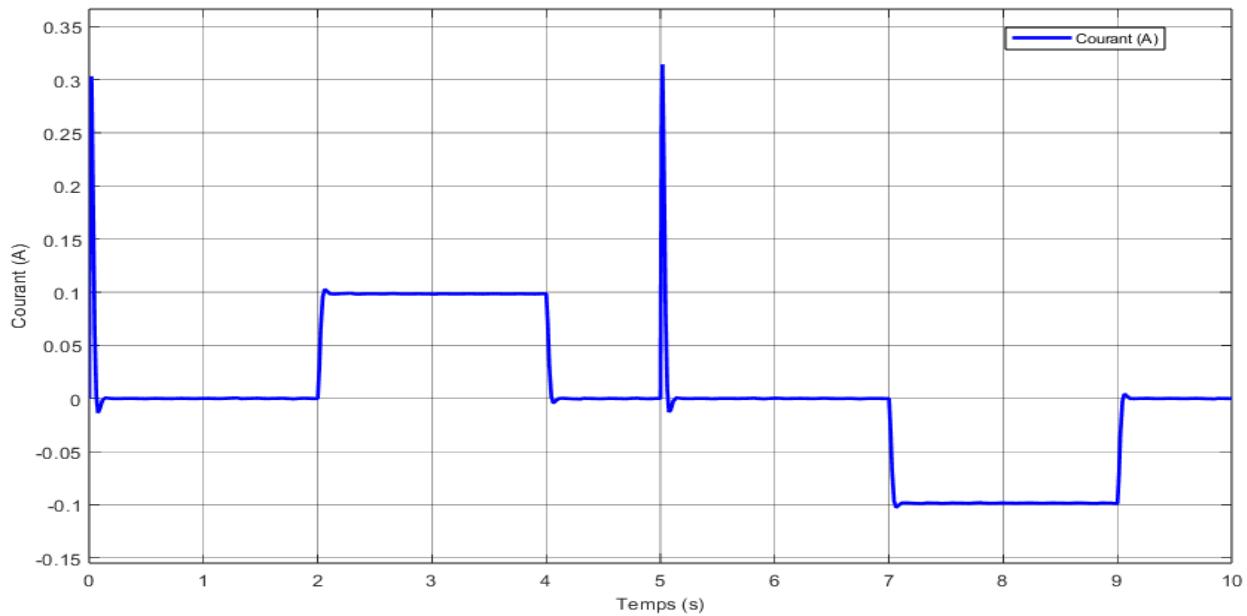
Les valeurs obtenues dans ce tableau seront systématiquement appliquées à l'ensemble des simulations présentées dans ce chapitre.

Temps(s)	0	2	4	5	7	9
$\Omega$ réf (Rad/s)	100	100	100	200	200	200
$C_r$ (N.m)	0	0.005	0	0	-0.005	0

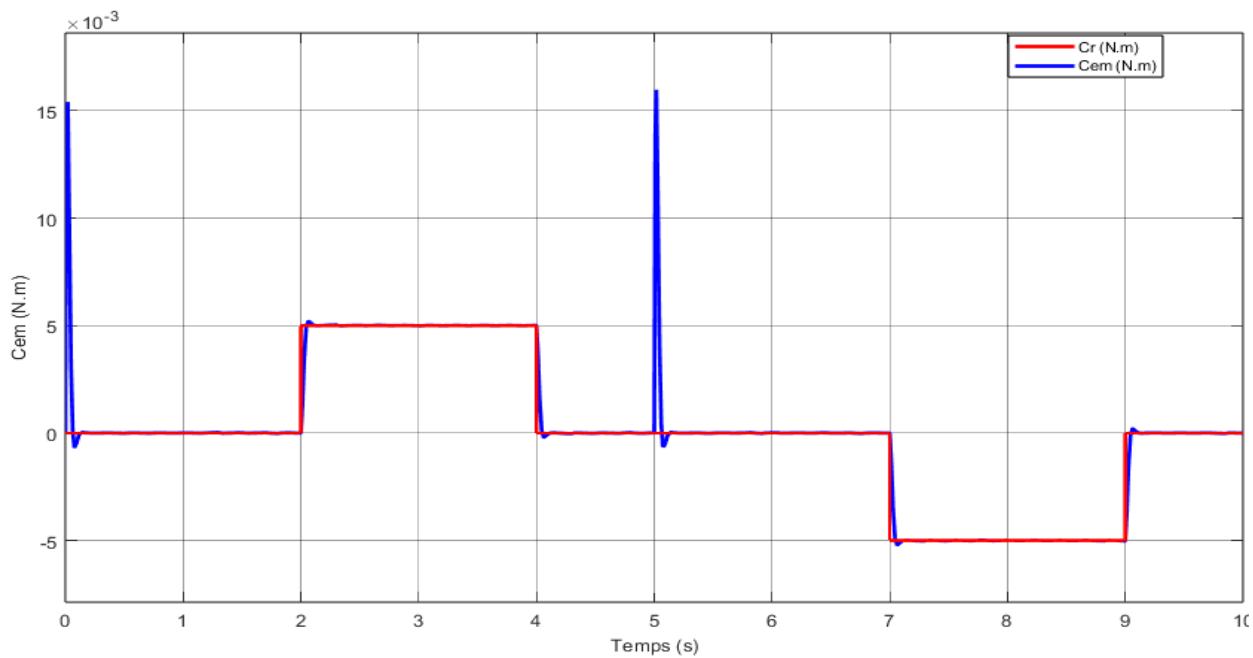
Tableaux 3.1 Vitesse et couple de charge appliqués à différents instants



-a-



-b-



-c-

**Figure 3.2** Résultat de simulation de commande par retour d'état sans action intégrale

➤ **Interprétation des résultats**

**-a- Vitesse ( $\Omega$ ) en fonction du temps**

- On observe que la vitesse réelle du moteur (courbe bleue) suit de très près la consigne de vitesse (courbe rouge), ce qui reflète une bonne régulation.
- À  $t = 5$  s, un changement brusque de consigne ( $100 \rightarrow 200$  rad/s) est bien suivi par le moteur avec une petite oscillation transitoire.
- La prestance du couple de charge ( $Cr$ ) à  $t = 2$  s et  $t = 7$  s provoque des perturbations qui ne sont pas corrigées par le système de contrôle.

**-b- Courant (I) en fonction du temps**

- Les pics de courant visibles aux instants  $t = 2$  s,  $t = 5$  s, et  $t = 7$  s Ils représentent des instants où la consigne de vitesse est modifiée ou où une perturbation mécanique survient.
- Un pic de courant important apparaît à  $t = 5$  s lors du saut de vitesse, ce qui est normal car le moteur doit fournir plus d'effort pour accélérer.
- Le courant chute à  $t = 7$  s, en réponse au couple résistant négatif appliqué (freinage mécanique).

**-c- Couple électromagnétique (Cem) et couple résistant (Cr)**

- Le couple électromagnétique (courbe bleue) s'ajuste instantanément pour compenser les variations du couple résistant (courbe rouge).
- On note une forte réponse de Cem à  $t = 5$  s (accélération) et  $t = 7$  s (freinage).

*Les résultats montrent que le système de contrôle en boucle fermée ne suit pas toujours la consigne (cas de présence de couple résistant), cela donne lieu à l'idée des méthodes de placement de pôle avec une action intégrale.*

### 3.3.3 Placement de pôles avec action intégrale

Pour assurer le suivi de la consigne en dépit des perturbations, il est nécessaire d'enrichir la loi de commande par l'ajout de certains composants. Cette modification vise à améliorer les performances du système dans des conditions perturbées. Plus précisément, l'introduction d'un intégrateur permet d'éliminer l'erreur statique. La figure (3.3) expose l'architecture de la commande en intégrant l'action intégrale.

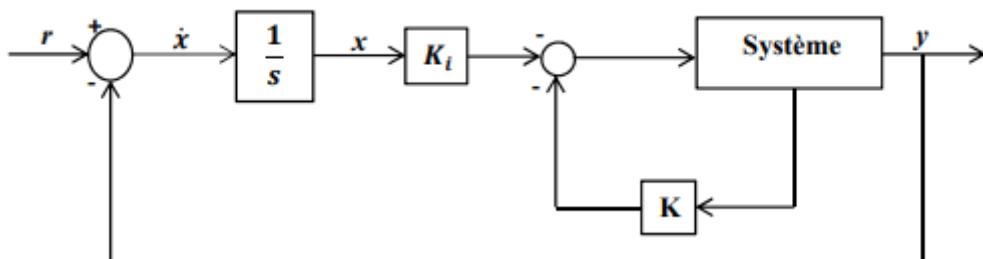


Figure 3.3 Structure de la commande par placement de pôles avec action intégrale

#### 3.3.3.1 Principe

Le couple de charge ( $C_r$ ) est traité comme une perturbation externe constante. Un intégrateur est ajouté au système pour rejeter l'effet de ( $C_r$ ), dont la variable d'état intégral est définie par :

$$x_i = \int r - Cx \quad (3.8)$$

D'où,

- $r$  : Signal de référence (ou consigne) à suivre par le système ;

- $C$  : Matrice de sortie associée à la vitesse du moteur.

$$\rightarrow x_i = \int (\omega_{ref} - \omega) \quad (3.9)$$

L'équation d'état du système augmenté (avec action intégrale) s'écrit comme suit :

$$\dot{x}_i = r - Cx \quad (3.10)$$

La loi de commande appliquée au système augmenté s'exprime par :

$$u = -Kx - K_i x_i = -[K \quad K_i] \begin{bmatrix} x \\ x_i \end{bmatrix} = -K_a x_a \quad (3.11)$$

Avec :

- $x$  : est le vecteur d'état du système  $= \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ ;
- $x_a$  : est le vecteur d'état augmenté (incluant par exemple une action intégrale)  $= \begin{bmatrix} x \\ x_i \end{bmatrix}$ ;
- $K_a$  : est le vecteur des gains associé au système augmenté  $= [K \quad K_i]$ .

Par conséquent, l'équation d'état (3.3) du système prend la forme augmentée suivante :

$$\dot{x}_a = A_a x_a + B_a u + B_r \omega_{ref} + E_a C_r \quad (3.12)$$

Soit le système :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ \dot{x}_i = r - Cx \end{cases} \quad (3.13)$$

En injectant la loi de commande (3.11) dans l'équation d'état du système (3.13), n'obtient la dynamique du système en boucle fermée :

$$\dot{x} = Ax + B[-Kx - K_i x_i] = (A - BK)x - BK_i x_i \quad (3.14)$$

- Obtention des coefficients de la loi de commande  $K$  :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BK_i \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Les racines du polynôme caractéristique sont déterminées à l'aide de :

$$\begin{aligned} \det \left| sI - \begin{bmatrix} A - BK & BK_i \\ -C & 0 \end{bmatrix} \right| &= 0 \\ \rightarrow \det \left| sI - \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} [K \quad K_i] \right| &= 0 \end{aligned}$$

Comme on souhaite que les pôles en boucle fermée correspondent exactement à ceux de  $\alpha(s)$ , on doit nécessairement vérifier la relation suivante :

$$\det \left| sI - \begin{bmatrix} A - BK & BK_i \\ -C & 0 \end{bmatrix} \right| = \alpha(s) \quad (3.16)$$

### 3.3.3.2 Application de la commande par placement de pôles au modèle du MCC

Soit le système (3.11), avec :

$$A_a = \begin{bmatrix} -R_a & -k & 0 \\ L_a & \frac{-k}{L_a} & 0 \\ \frac{k}{J} & \frac{-k_f}{J} & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, x_a = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_i \\ 0 \end{bmatrix}, B_a = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, E_a = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

L'expression du polynôme cible est la suivante :

$$P_{a_{des}} = (s + \alpha)(s^2 + 2\sigma\omega_n s + \omega_n^2) = (s + \alpha)(s - \lambda_1)(s - \lambda_2) \quad (3.17)$$

Avec,  $\alpha = -250$ .

Le vecteur gain  $K_a$  est déterminé par la commande "place" sous MatLab, permettant l'assignation précise des pôles :

$$K_a = \text{place}(A_a, B_a, P_{a_{des}})$$

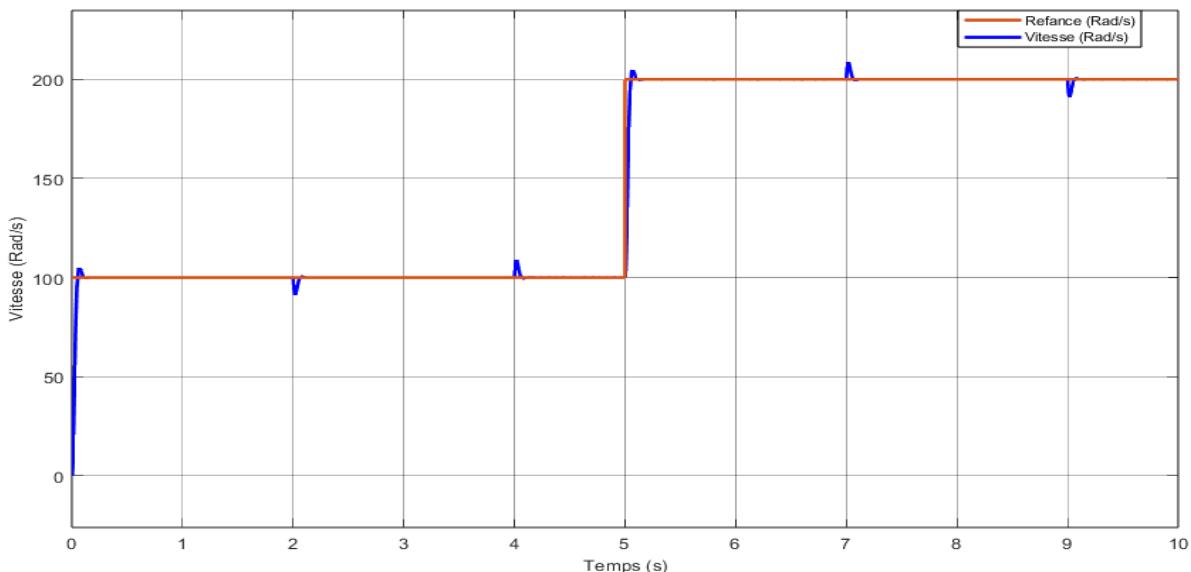
On obtient alors,

$$K_a = [-23.5243 \quad -0.0221 \quad -1.2303]$$

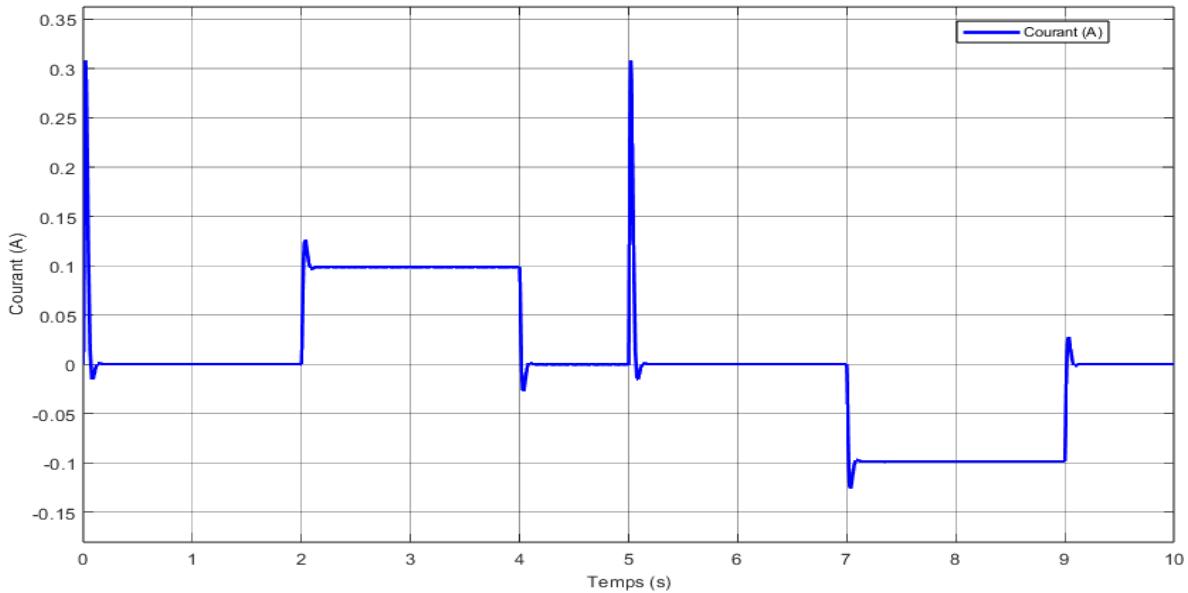
En remplaçant  $K_a$  dans la loi de commande, on aura :

$$u = 23.5243I_a + 0.0221\omega + 1.2303 \int (\omega_{ref} - \omega) \quad (3.18)$$

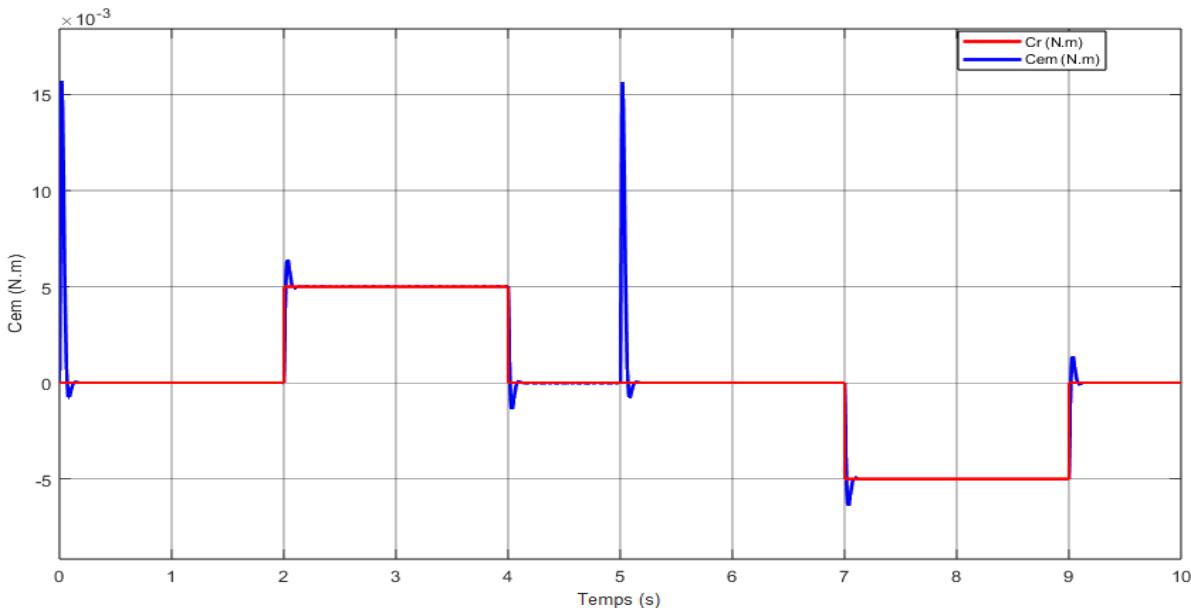
### 3.3.3.3 Résultats de la simulation



-a-



-b-



-c-

Figure 3.4 Résultat de simulation de commande par retour d'état avec action intégrale

➤ Interprétation des résultats de simulation

-a- Vitesse ( $\Omega$ ) en fonction du temps

- Le moteur suit parfaitement la consigne à chaque instant : la superposition quasi parfaite des courbes rouge et bleue indique un suivi précis sans dépassement ni oscillation.
- Changements dynamiques aux instants :
  - $t = 5 \text{ s}$  : montée rapide de la consigne de 100 à 200 rad/s → la vitesse réelle suit immédiatement avec une réponse rapide.
  - $t = 2 \text{ s}, t = 4 \text{ s}, t = 7 \text{ s}$  et  $t = 9 \text{ s}$  : des petites perturbations (provenant du couple résistant  $Cr$ ) sont visibles, mais elles sont immédiatement compensées.

- Le régulateur maintient une vitesse stable et robuste malgré les perturbations introduites.

#### -b- Courant (I) en fonction du temps

- Pics de courant significatifs:**
  - $t = 0 \text{ s}$  : courant initial élevé au démarrage normal pour lancer le moteur.
  - $t = 2 \text{ s}$  : augmentation du couple résistant  $Cr=0.005 \rightarrow$  augmentation du courant pour produire plus de couple.
  - $t = 5 \text{ s}$  : Une élévation soudaine de la consigne de vitesse  $\rightarrow$  pic de courant important pour fournir le couple nécessaire à l'accélération.
  - $t = 7 \text{ s}$  : couple résistant négatif  $Cr=-0.005 \rightarrow$  le courant devient négatif pour compenser le couple externe.

#### -c- Couple électromagnétique (Cem) et couple résistant (Cr)

- Le couple électromagnétique (Cem) s'ajuste instantanément en fonction du couple résistant appliqué.
- Les variations du Cem aux instants clés ( $t = 2 \text{ s}$ ,  $t = 5 \text{ s}$ ,  $t = 7 \text{ s}$ ) traduisent une réponse rapide du moteur pour compenser les perturbations mécaniques.
- Le bon recouvrement entre les courbes Cr et Cem montre que le moteur répond de manière appropriée pour maintenir la stabilité du système.

*Les résultats confirment que le système de commande garantit un excellent compromis entre performance, stabilité et robustesse. Il assure un suivi précis de la consigne de vitesse, un rejet rapide des perturbations dues au couple résistant, et une consommation d'énergie maîtrisée via un courant modéré en régime établi.*

### 3.4 Commande linéaire quadratique

La commande linéaire quadratique, connue sous le nom de LQ (Linear Quadratic) [23], est une méthode alternative permettant de concevoir un retour d'état stabilisant et optimal. Elle vise à atteindre un compromis entre rapidité, performance et consommation d'énergie de commande, tout en assurant le suivi de la consigne. Cette approche repose sur la minimisation d'un critère de performance quadratique qui prend en compte à la fois l'état du système et la commande appliquée.

#### 3.4.1 Principe

##### 3.4.1.1 Formulation du problème

Soit le système linéaire temps invariant (LTI) suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t) + Du(t), \end{cases} x(t_0) = x_0 \quad (3.18)$$

$x \in \mathbb{R}^n$  représente le vecteur d'état du système, tandis que  $u \in \mathbb{R}^m$  désigne le vecteur de commande. L'enjeu principal consiste à déterminer la commande optimale  $u$  qui permet de minimiser le critère de performance défini ci-après :

$$J(u) = \frac{1}{2} x^T(t_f) H_{x(t_f)} + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)) dt \quad (3.19)$$

Où  $t_0$  est l'instant initial,  $t_f$  représente l'instant terminal, tandis que  $H$ ,  $Q$ , et  $R$  ont des matrices de pondération. La matrice  $Q \in R^{n \times n}$  est supposée semi-définie positive ( $Q \geq 0$ ) alors que  $R \in R^{m \times m}$  est définie positive ( $R > 0$ ).

Le critère  $J$  combine deux objectifs : la stabilisation du système autour de l'origine et la réduction de l'effort de contrôle. [24]

Dans le cadre d'un état et d'une entrée non contraints, la solution de ce problème de commande optimale peut être obtenue par deux approches :

- La programmation dynamique via l'équation de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) ;
- Le principe du minimum de Pontryagin (PMP).

Nous développons ici la méthode basée sur le PMP

### 3.4.1.2 Formulation de l'Hamiltonien

L'Hamiltonien de ce problème d'optimisation dynamique est donné par :

$$\mathcal{H}(x(t), p(t), u(t)) = \frac{1}{2} (x^T(t) Q x(t) + u^T R u(t)) + p^T(t) (Ax(t) + Bu(t)) \quad (3.20)$$

Où :  $p(t)$  est l'état adjoint. L'application du principe du minimum de Pontryagin (PMP) donne les conditions nécessaires d'optimalité suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}^*(t) = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p}(x^*, p^*, u^*) = Ax^*(t) + Bu^*(t) \\ \dot{p}^*(t) = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x}(x^*, p^*, u^*) = -Qx^*(t) - A^T p^*(t) \\ 0 = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u}(x^*, p^*, u^*) \Leftrightarrow Ru^*(t) + B^T p^*(t) = 0 \end{cases} \quad (3.21)$$

Comme la matrice de pondération  $R$  est définie ( $R \neq 0$ ) alors son inverse

$R^{-1}$  existe. Par conséquent, la troisième équation du système devient donc :

$$u^*(t) = -R^{-1} B^T p^*(t) \quad (3.22)$$

Ainsi, ce dernier devient :

$$\begin{cases} \dot{x}^*(t) = Ax^*(t) - BR^{-1} B^T p^*(t) \\ \dot{p}^*(t) = -Qx^*(t) - A^T p^*(t) \end{cases} \quad (3.23)$$

Ce qui peut être réécrit sous la forme d'état suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}^*(t) \\ \dot{p}^*(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BR^{-1} B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^*(t) \\ p^*(t) \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

La condition  $x^*(t_f) = x_0$ . Étant imposée, la résolution du système nécessite une seconde condition aux limites, portant soit sur  $x^*(t_f)$  soit sur  $p^*(t_f)$ . Deux cas distincts se présentent :

1• Soit  $x(tf)$  est connu (fixé) ce qui donne ce qu'on appelle la commande optimale LQ en boucle ouverte (B.O).

2• Soit  $x(tf)$  est libre conduisant à ce qu'on appelle la commande optimale LQ en boucle fermée (B.F).

Commande LQ en boucle ouverte, dans ce cas,  $x(tf) = x_f$  étant fixé, le terme  $x_t(tf) H x(tf)$  devient constant et sa présence dans le critère  $J$  devient inutile. Ainsi il devient :

$$J(u) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)) dt \quad (3.25)$$

Pour déterminer la commande optimale  $u^*(t)$ , il est nécessaire de résoudre le système différentiel suivant, sous les conditions aux limites spécifiées :

$$\begin{cases} \dot{x}^*(t) = Ax^*(t) - BR^{-1}B^T p^*(t) \\ \dot{p}^*(t) = -Qx^*(t) - A^T p^*(t) \\ x^*(0) = x_0, x^*(t_f) = x_f \end{cases} \quad (3.26)$$

$$\text{et } u^*(t) = -R^{-1}B^T p^*(t) \quad (3.27)$$

Commande LQ en boucle fermée, lorsque l'état finale  $x_f$  est libre, la solution générale du système d'équation s'écrit :

$$\begin{bmatrix} x^*(t_f) \\ p^*(t_f) \end{bmatrix} = \Phi(t_f, t) \begin{bmatrix} x^*(t) \\ p^*(t) \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Où  $\Phi(tf, t)$  est la matrice de transition du système ; qu'on peut mettre sous la forme découpée suivante :

$$\Phi(t_f, t) = \begin{bmatrix} \Phi_{11}(t_f, t) & \Phi_{12}(t_f, t) \\ \Phi_{21}(t_f, t) & \Phi_{22}(t_f, t) \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Où  $\Phi(tf, t) \in R^{n \times n}$ .

En tenant compte des conditions aux limites :

$$p^*(t_f) = \frac{\partial h}{\partial x}(x(t_f), t_f) = Hx^*(t_f) \quad (3.30)$$

On obtient :

$$\begin{cases} x^*(t_f) = \Phi_{11}(t_f, t)x^*(t) + \Phi_{12}p^*(t) \\ Hx^*(t_f) = \Phi_{21}x^*(t) + \Phi_{22}p^*(t) \end{cases} \quad (3.31)$$

La simplification de ce système donne :

$$p^*(t) = [\Phi_{22}(t_f, t) - H\Phi_{12}(t_f, t)]^{-1} [H\Phi_{11}(t_f, t) - \Phi_{21}(t_f, t)] x^*(t) \quad (3.32)$$

Kalman a démontré que l'inverse de  $[\Phi_{22}(t_f, t) - H\Phi_{12}(t_f, t)]$  existe. Ainsi, l'équation peut être réécrite sous la forme suivante :

$$p^*(t) = K(t)x^*(t), K \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (3.33)$$

Comme le vecteur d'état  $x$  est mesurable alors  $u^*(t) = x(t)$ . Par conséquent, la commande  $u^*(t)$  devient :

$$u^*(t) = -R^{-1}B^T K(t)x(t) \quad (3.34)$$

La matrice  $K(t)$  s'obtient en résolvant l'équation différentielle de Riccati suivante :

$$\begin{cases} \dot{K}(t) = -K(t)A - A^T K(t) - Q + K(t)BR^{-1}B^T K(t) \\ K(t_f) = H, K(t) = K^T(t) \end{cases} \quad (3.35)$$

La commande optimale  $u^*(t)$  admet également la représentation suivante :

$$\begin{cases} u^*(t) = -F(t)x(t) \\ F(t) = R^{-1}B^T K(t) \\ \dot{K}(t) = -K(t)A - A^T K(t) - Q + K(t)BR^{-1}B^T K(t) \\ K(t_f) = H, K(t) = K^T(t) \end{cases} \quad (3.36)$$

Où le gain  $F(t)$  est appelé gain de **Kalman**.

### 3.4.2 Commande linear quadratic regulator (LQR)

Dénommée également commande optimale à horizon infini, cette approche se caractérise par le critère de performance suivant :

$$J(u) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t))dt \quad (3.37)$$

L'objectif consiste donc à déterminer une loi de commande optimale assurant la stabilisation asymptotique du système. Dans ce régime permanent, la loi de commande optimale s'exprime sous la forme suivante :

$$\begin{cases} u^*(t) = -Fx(t) \\ F = R^{-1}B^T K \\ KA + -A^T K + Q - KBR^{-1}B^T K = 0 \\ K = K^T > 0, K \in \mathbb{R}^{n \times n} \end{cases} \quad (3.38)$$

Elle devient constante à long terme et correspond à la solution de l'équation algébrique de Riccati, c'est-à-dire que lorsque  $t$  tend vers l'infini,  $K(t)$  converge vers une matrice  $K$  telle que ( $K = \lim_{t \rightarrow \infty} K(t)$ )

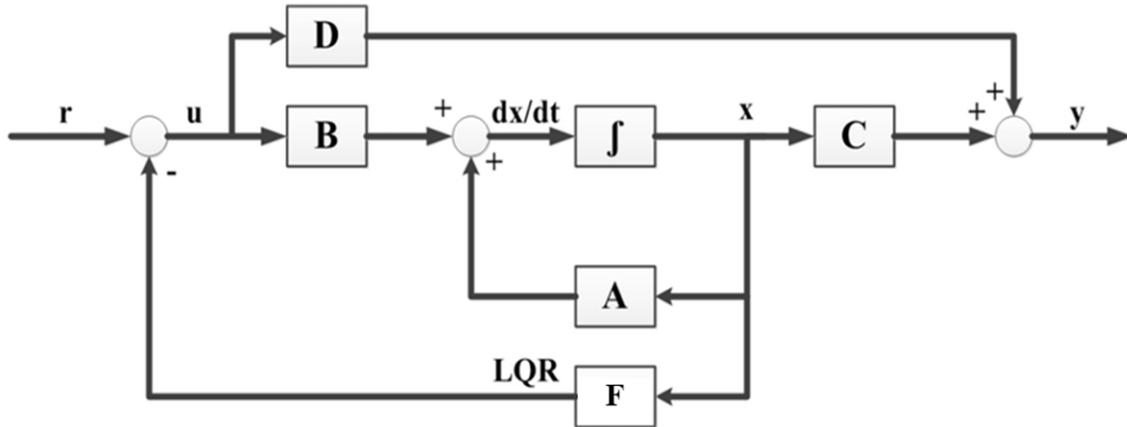


Figure 3.5 Structure de la commande LQR.

### 3.4.2.1 Choix des matrices de pondération

La détermination de la matrice de gain  $F$  dépend étroitement des matrices de pondération sélectionnées  $Q$  et  $R$ . La question qui se pose est comment les choisir ? [25]

1- Par défaut, on utilise souvent des matrices identité comme matrices de pondération pour initialiser le processus

2- Dans une deuxième phase, on ajuste globalement la dynamique du système en multipliant La matrice de pondération  $Q$  est modulée par un facteur scalaire  $\lambda$ , permettant soit d'accélérer la dynamique du système ( $\lambda > 1$ ), soit de la ralentir ( $\lambda < 1$ ), jusqu'à obtenir une vitesse de convergence adaptée aux spécifications désirées.

3- Si certains états présentent une dynamique trop lente comparée aux autres, on peut renforcer sélectivement leur pondération dans la matrice  $Q$ . Cette approche permet d'accélérer spécifiquement ces états tout en conservant la dynamique des autres.

4- Lorsque certains actionneurs subissent une sollicitation excessive comparée aux autres, on peut atténuer leur utilisation en augmentant leurs pondérations associées dans la matrice  $R$ , cette approche permet de rééquilibrer l'effort de commande entre tous les actionneurs.

Les étapes d'ajustement (2, 3 et 4) peuvent être répétées itérativement, dans l'ordre jugé nécessaire, jusqu'à convergence vers un correcteur répondant à toutes les exigences du cahier des charges.

### 3.4.2.2 Application de la commande LQR au modèle du MCC

En s'appuyant sur Les bases de la régulation LQR déjà abordées, nous avons implémenté la régulation de vitesse d'un moteur à courant continu selon la méthodologie suivante :

Soit le système (3.3) :

1. Comme indiqué précédemment, le système est supposé commandable ;
2. Les matrices de pondération suivantes ont été retenues :

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}, R = 1$$

3. Afin de simplifier les calculs, le gain de retour d'état  $K$  a été déterminé à l'aide de la commande MatLab suivante :

$$K_{lqr} = \text{lqr}(A, B, Q, R)$$

On a obtenu les résultats suivants :

$$K_{lqr} = [25.4325 \quad 9.9368]$$

Afin de garantir le suivi d'une consigne de référence, la loi de commande adoptée s'écrit comme suit :

$$U = -K_{lqr}x + K_r\omega_{ref} \quad (3.39)$$

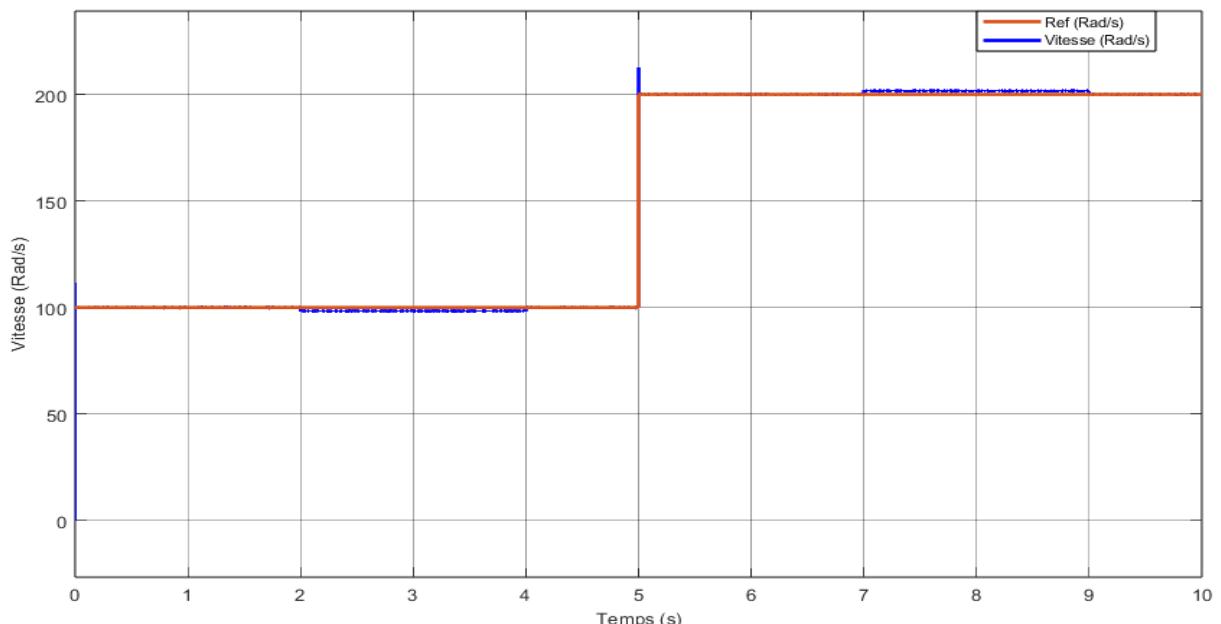
Où :  $K_r$  représente le gain associé à la référence, déterminé selon la relation (3.5).

Après calcul, on trouve :  $K_r = 10.0002$ .

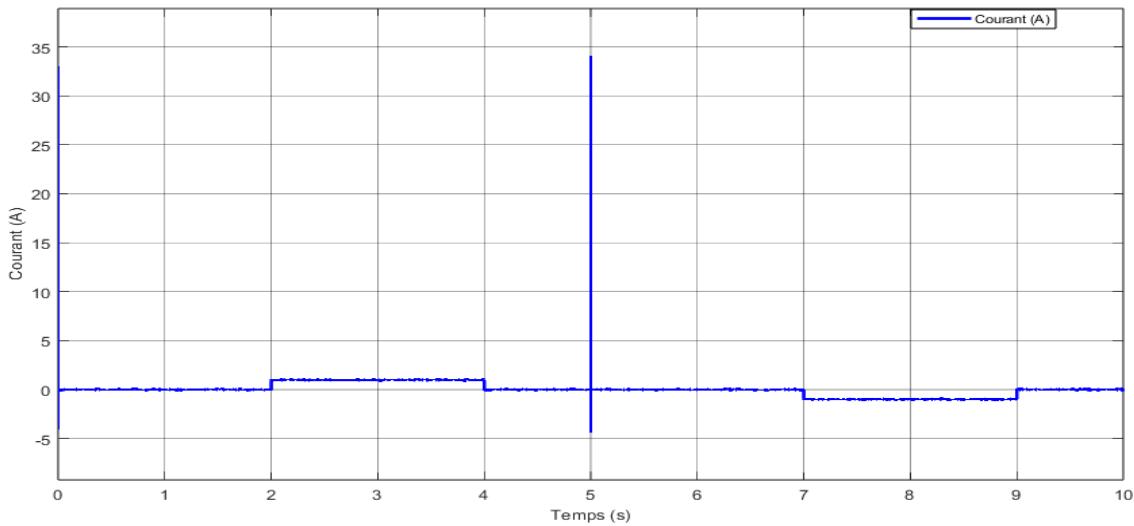
En remplaçant  $K_{lqr}$  et  $K_r$  dans (3.39), on obtient :

$$U = -25.4325I_a - 9.9368\omega + 10.0002\omega_{ref}$$

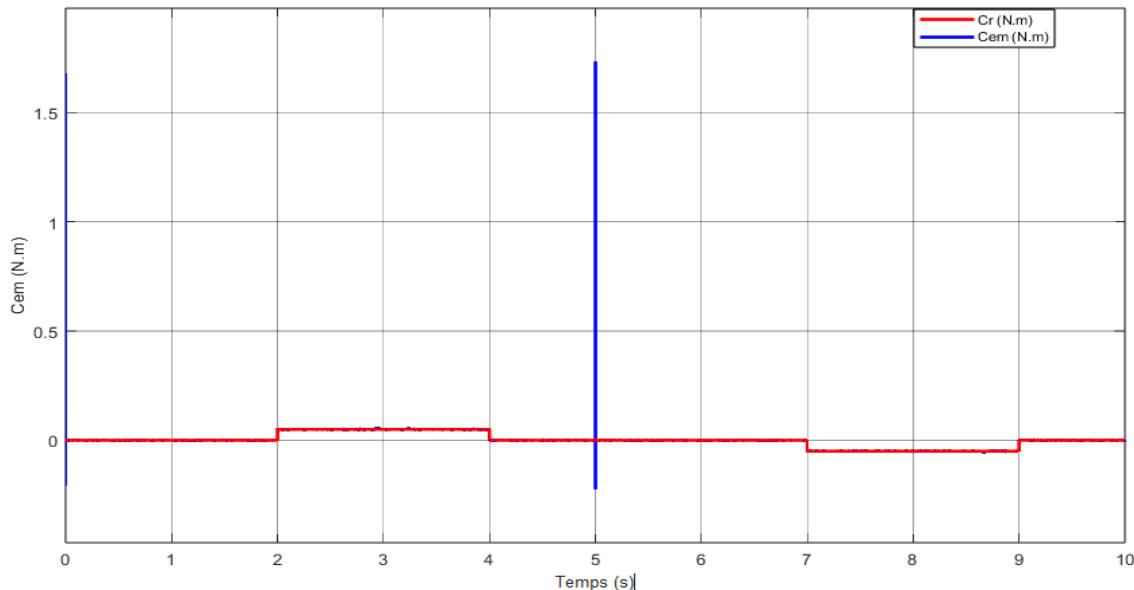
### 3.4.2.3 Résultats de simulations



-a-



-b-



-c-

Figure 3.6 Résultat de simulation de LQR

### ➤ Interprétation des résultats de simulation

#### -a-Vitesse ( $\Omega$ ) en fonction du temps

- Jusqu'à  $t = 5$  s, la vitesse reste proche de 100 rad/s malgré de minimes changements de couple.
- À  $t = 5$  s, une variation soudaine de la consigne à 200 rad/s entraîne un saut de la vitesse réelle.
- Cependant, une erreur statique subsiste après la transition  $\rightarrow \Omega$  réelle  $\neq \Omega$  réf.

#### -b- Courant (I) en fonction du temps

- Le courant augmente brièvement à chaque variation de couple résistant ( $t = 2$  s et  $t = 7$  s).
- Un pic très marqué apparaît à  $t = 5$  s, lié à la montée rapide de la vitesse vers 200 rad/s.

- Le courant revient à un niveau faible et stable en régime établi.

#### -c- Couple électromagnétique (Cem) et Couple résistant (Cr)

- Le Cem suit de près le Cr, avec un pic à  $t = 5$  s correspondant à la demande d'accélération.
- À  $t = 7$  s, le Cem diminue légèrement en réponse à Cr négatif.

*Les résultats montrent que la commande LQR sans action intégrale permet un bon suivi dynamique, mais ne garantit pas un asservissement parfait en régime établi, notamment en présence de perturbations (variations de Cr). Pour améliorer la précision, notamment l'élimination de l'erreur statique, l'introduction d'une action intégrale dans la commande est recommandée*

### 3.4.3 Commande linear quadratic intégral (LQI)

Pour améliorer la précision du système face aux perturbations et garantir un bon suivi de la consigne, la commande LQR peut être enrichie par l'ajout d'une action intégrale. Cette extension, connue sous le nom de commande LQI (Linear Quadratic Integral), permet non seulement d'optimiser les performances dynamiques du système, mais aussi d'éliminer l'erreur statique grâce à l'intégration de l'écart entre la sortie et la consigne.

#### 3.4.3.1 Principe

L'équation d'état intégral est donnée par (3.10)

La loi de commande devient, alors :

$$u = -K_{lqr}x - K_i x_i = -[K_{lqr} \quad K_i] \begin{bmatrix} x \\ x_i \end{bmatrix} = -K_a x_a \quad (3.40)$$

Ainsi, le système peut être exprimé sous forme augmentée (3.12)

Avec :

$$A_a = \begin{bmatrix} -R_a & -k & 0 \\ \frac{L_a}{L_a} & \frac{L_a}{L_a} & 0 \\ \frac{k}{J} & \frac{-k_f}{J} & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, x_a = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_i \end{bmatrix}, B_a = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, E_a = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les pondérations retenues sont les suivantes :

$$Q_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 500 \end{bmatrix}, R = 1$$

Les valeurs du vecteur de gain K sont obtenues à l'aide de la commande Matlab suivante :

$$K_{lqi} = lqr(A_a, B_a, Q_a, R)$$

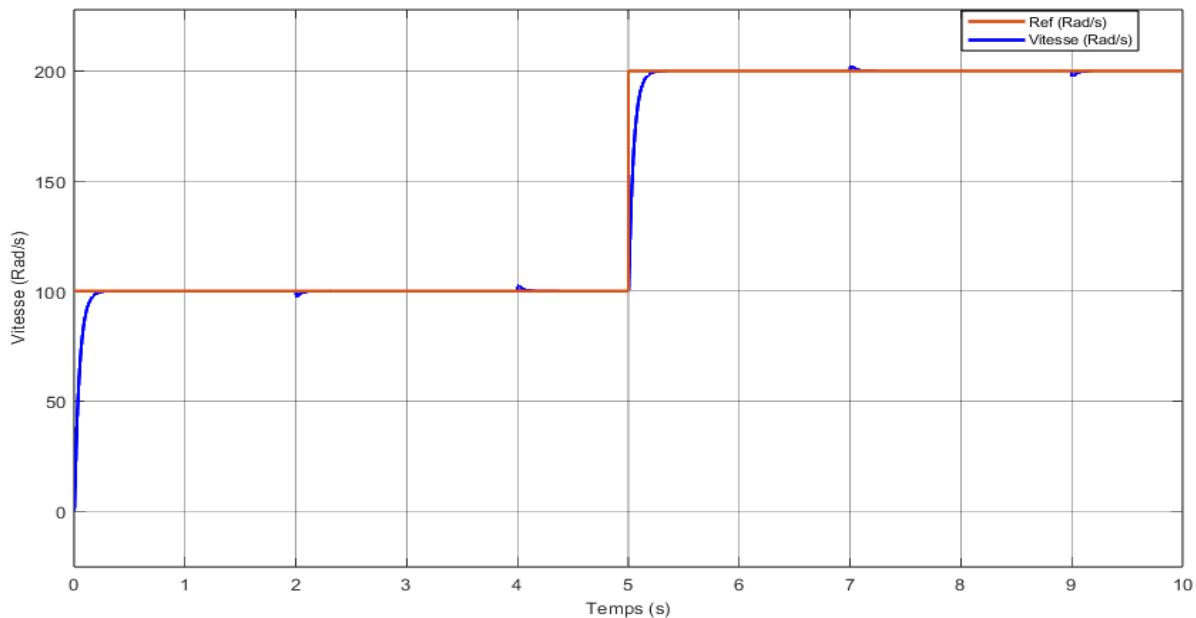
On obtient,

$$K_{lqi} = [3.5771 \ 1.0087 \ -22.3607]$$

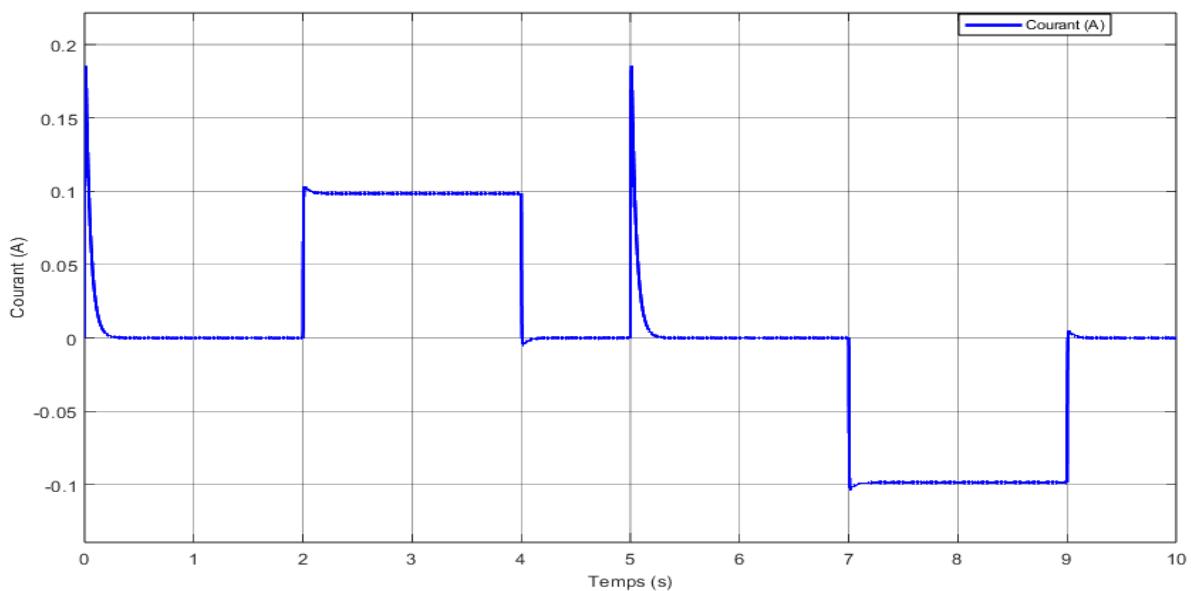
En injectant les valeurs de  $K_{lqi}$  dans (3.40), on déduit la loi de commande suivante :

$$u = -3.5771I_a - 1.0087\omega + 22.3607 \int (\omega_{ref} - \omega)$$

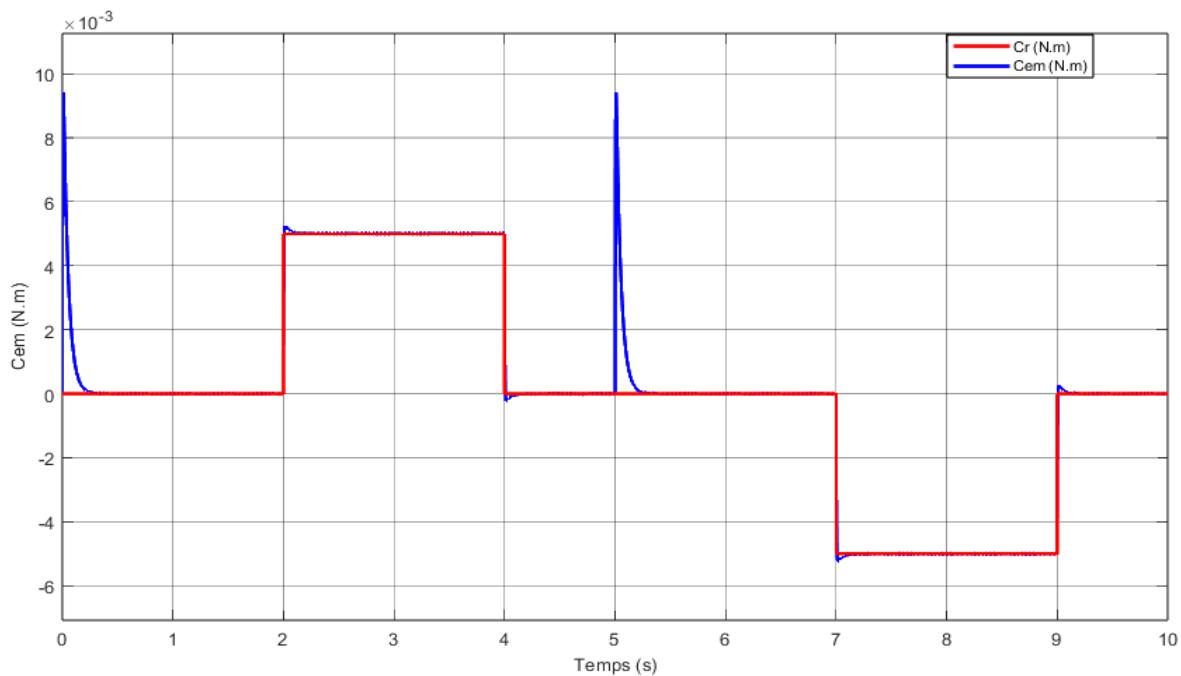
### 3.4.3.2 Résultats de simulations



-a-



-b-



-c-

**Figure 3.7** Résultat de simulation de commande LQI

### ➤ Interprétation des résultats de simulation

#### -a- Vitesse ( $\Omega$ ) en fonction du temps

- La vitesse réelle suit exactement la consigne.
- On ne remarque aucune erreur statique, même après un changement brutal à  $t = 5$  s.
- L'ajout de l'intégrateur dans le régulateur permet une correction automatique des écarts cumulés.

#### -b- Courant (I) en fonction du temps

- Le courant moteur varie en réponse directe aux événements :
  - Augmentation temporaire à  $t = 2$  s (apparition de Cr),
  - Changement net à  $t = 5$  s (doublement de la consigne),
  - Réaction inversée à  $t = 7$  s (Cr négatif).
- Le profil du courant reste contenu, signe d'une commande bien réglée et optimisée.

#### -c- Couple électromagnétique (Cem) et Couple résistant (Cr)

- La courbe du Cem suit rigoureusement le profil du Cr.
- À chaque variation de Cr, le Cem s'ajuste rapidement, sans délai ni décalage résiduel.
- Cela traduit une très bonne réjection des perturbations mécaniques.

*La simulation montre que la commande LQI offre une précision remarquable, un suivi rigoureux des consignes de vitesse, et une compensation très efficace des perturbations (Cr). Comparée à la commande LQR sans intégrale, elle permet :*

- *Un suivi parfait en régime permanent,*
- *Une meilleure robustesse aux perturbations,*

- Une commande plus intelligente et adaptative.

La commande LQI est donc mieux adaptée aux systèmes à exigences élevées en précision, comme les moteurs dans des environnements perturbés.

### 3.5 Commande linéaire gaussienne

La commande linéaire gaussienne (LQG) combine la régulation LQR, qui permet de concevoir un retour d'état optimal, à l'aide du filtre de Kalman, qui permet d'estimer l'ensemble des états du système à partir de mesures bruitées lorsque tous les états ne sont pas directement accessibles. Ce filtre joue également un rôle important dans le filtrage des bruits blancs gaussiens. [26], on retrouve dans la figure (3.8) le schéma de la commande LQG.

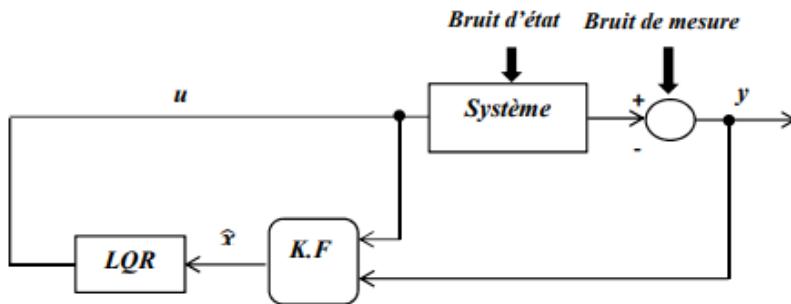


Figure 3.8 Structure de la commande LQG.

#### 3.5.1 Principe

Considérons un système dynamique aléatoire représenté par l'équation d'état suivante : [27]

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + w \\ y = Cx + v \end{cases} \quad (3.41)$$

Dans ce modèle, les bruits d'état  $w$  et de mesure  $v$  sont supposés être des bruits blancs gaussiens de moyenne nulle et de variance :

$$E[vv^T] = V \geq 0 \text{ et } E[ww^T] > 0$$

Le problème de commande LQG (Linear Quadratic Gaussian) consiste à obtenir la loi de commande optimale minimisant le critère quadratique moyen suivant :

$$J(x_0, u) = \lim E \left[ \frac{1}{2} \int_0^{t_f} x^T Q x + r u^2 \right] dt \quad (3.42)$$

Avec  $Q$  et  $R$  représentant les matrices de covariance associées.

Ce problème de commande optimale stochastique trouve sa solution dans ce que l'on nomme le théorème de séparation. Celui-ci indique qu'il est possible de concevoir séparément le régulateur LQR et l'observateur LQE (filtre de Kalman), tout en garantissant que leur combinaison préserve les propriétés souhaitées de chacun des deux composants. [28]

1. Détermination du contrôleur optimal LQR :  $u = -K\hat{x}$  avec  $K = R^{-1}B^T P$
2. Synthèse de l'observateur optimal LQE de gain  $L = MC^T V^{-1}$ .

L'état estimé  $\hat{x}$  est calculé à partir de l'équation dynamique de l'observateur :

$$\dot{\hat{x}} = (A - BK - LC)\hat{x} + Ly \quad (3.43)$$

- Évaluation du spectre propre du système global

L'expression de la loi de commande s'écrit :  $u = -K\hat{x}$

En injectant la loi de commande dans l'équation d'état (3.41), il en résulte :

$$\dot{x} = Ax - BK\hat{x} + v \quad (3.44)$$

On a:

$$\varepsilon = (x - \hat{x})$$

Ainsi,  $\varepsilon$  représente l'erreur d'estimation.

$$\begin{aligned} \Rightarrow \dot{\hat{x}} &= x - (x - \hat{x}) \\ \dot{\varepsilon} &= (A - K_f C)\varepsilon + w - K_f v \end{aligned} \quad (3.45)$$

L'équation d'état combiné est :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\varepsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A - BK) & BK \\ 0 & (A - K_f C) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \varepsilon \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I & 0 \\ I & -K_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

D'où,

Les pôles de la matrice (A-BK) correspondent à ceux définis par la commande LQR, tandis que ceux de (A - K<sub>f</sub>C) sont liés au filtre de Kalman.

On constate alors que les pôles du système (3.41) restent stabilisés grâce à la commande LQR, et la dynamique de l'estimateur conserve les mêmes caractéristiques que celles du filtre de Kalman.

### 3.5.2 Choix des matrices de covariances

Les valeurs de v et w ont été choisies de façon à garantir la stabilité sur l'ensemble des états à estimer, tout en assurant un équilibre entre réactivité dynamique et précision en régime permanent.

L'ajustement du filtre de Kalman se fera en s'appuyant directement sur l'estimation des variances des bruits. Ainsi, l'état sera correctement reconstruit en estimant le bruit de mesure (w) à partir de l'observation directe de (y), contrairement au bruit d'état (v), qui ne peut être évalué de la même manière. [29]

### 3.5.3 Application de la commande LQG au modèle du MCC

Considérons le système dynamique stochastique défini par l'équation d'état (3.41).

Avec :

$$A = \begin{bmatrix} -R_a & -\frac{K}{L_a} \\ \frac{L_a}{K} & -\frac{k_f}{J} \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_a \\ \omega \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ La \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J} \end{bmatrix}, C = [0 \quad 1]$$

La variance du bruit de mesure a été fixée à 0.01.

La stratégie de commande LQR intégrant une action intégrale reprend la forme déterminée précédemment, avec une loi de commande exprimée comme suit :

$$u = -3.5771I_a - 1.0087\omega + 22.3607 \int (\omega_{ref} - \omega)$$

Le calcul des matrices associées au filtre de Kalman est effectué à l'aide de la commande suivante sous MatLab :

$$sys = ss(A, [B \quad E], C, D)$$

$$[K_{est}, L, P] = \text{kalman}(sys, V, W)$$

Avec :

$$V = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & 0.001 \end{bmatrix} \text{ et } W = 0.01$$

Et :

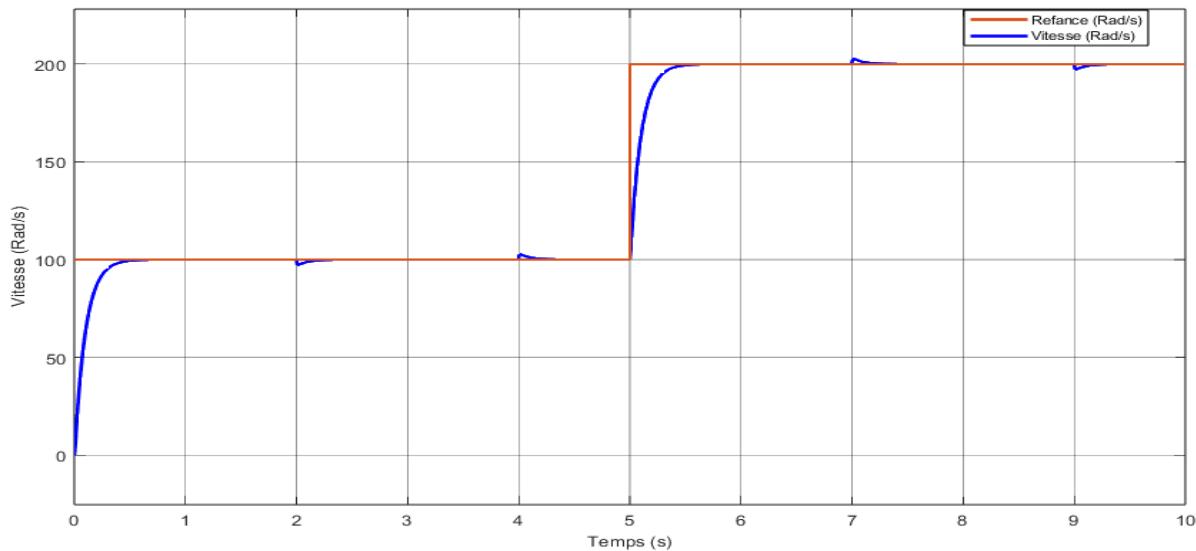
$$A_{est} = A - L * C, B_{est} = [B \quad L], C_{est} = eye(2), D_{est} = zeros(2,2)$$

Ce qui permet d'obtenir :

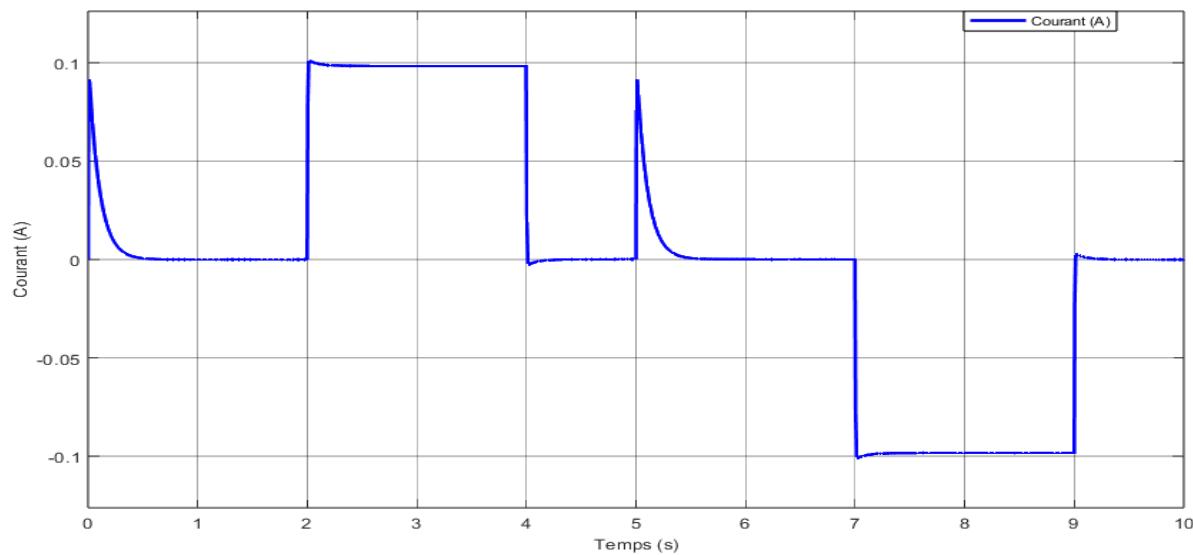
$$A_{est} = \begin{bmatrix} -0.2700 & -0.0005 \\ 1.0160 & -0.0000 \end{bmatrix} * 1.0e + 04, B_{est} = [B \quad L], C_{est} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, D_{est} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### 3.5.4 Résultats de simulations

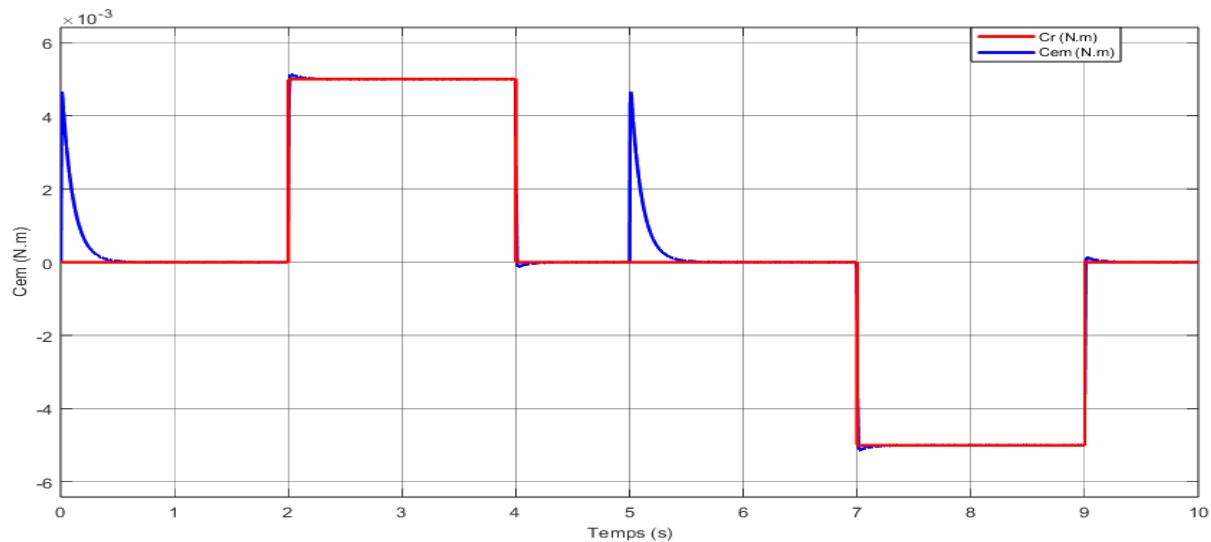
- Résultats d'essai sans bruit blanc



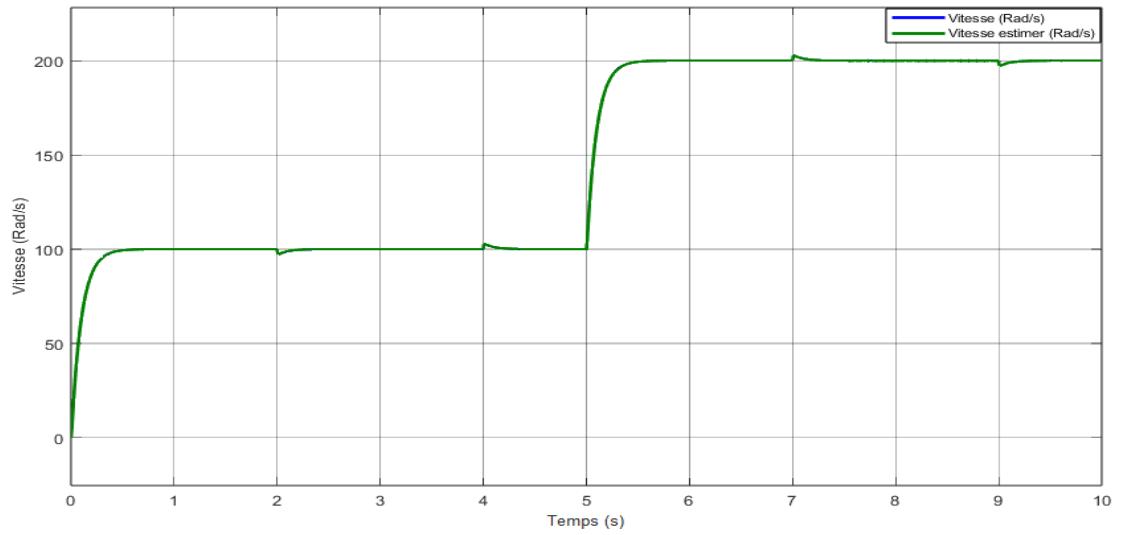
-a-



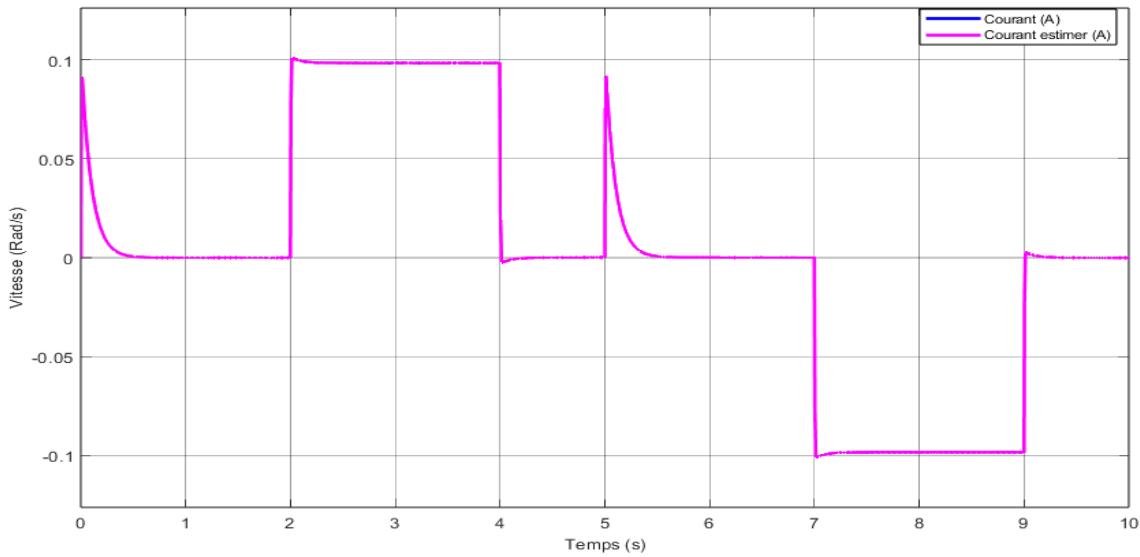
-b-



-c-



-d-



-e-

**Figure 3.9** Résultat de simulation de commande LQG sans bruit blanc

### ➤ Interprétation des résultats de simulation

#### -a- Vitesse ( $\Omega$ ) en fonction du temps

- La réponse en vitesse présente une bonne dynamique, montée rapide, sans dépassement excessif.
- La transition à  $t = 5$  s (passage de 100 à 200 rad/s) est effectuée avec fluidité et stabilité.
- Absence d'oscillations, comportement typique d'une régulation LQG bien conçue.

#### -b- Courant (I) en fonction du temps

- Le courant suit les sollicitations imposées par les changements de  $C_r$ .
- Présence de pics transitoires faibles à chaque changement de consigne ou perturbation.
- Comportement lisse et stable, aucun signe de saturation ou d'instabilité.

**-c- Couple électromagnétique (Cem) et Couple résistant (Cr)**

- Le couple électromagnétique suit dans l'ensemble les variations du couple résistant, avec quelques écarts momentanés au cours des transitions

**-d- Vitesse estimée /réelle**

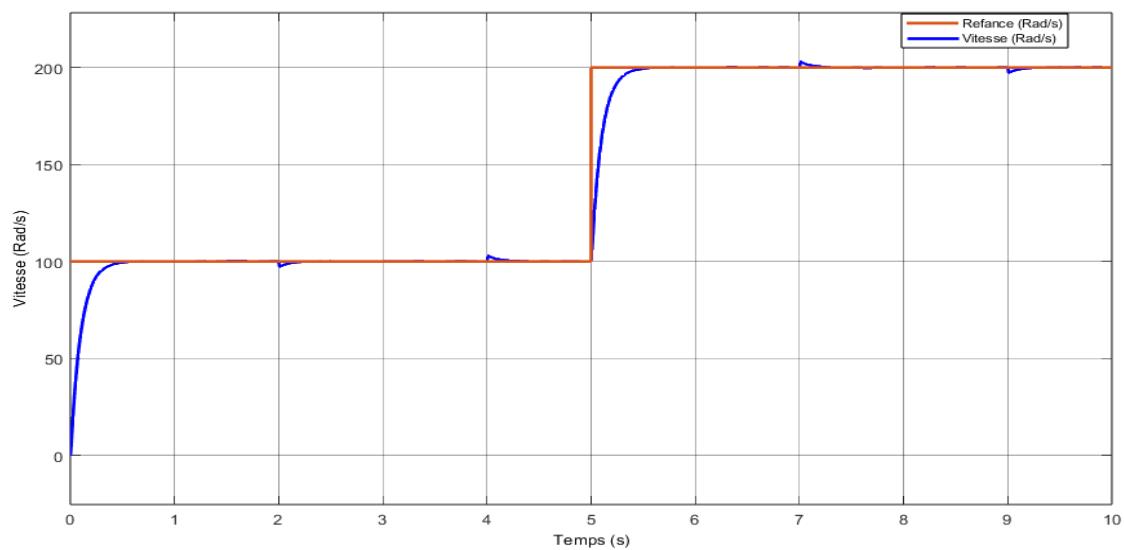
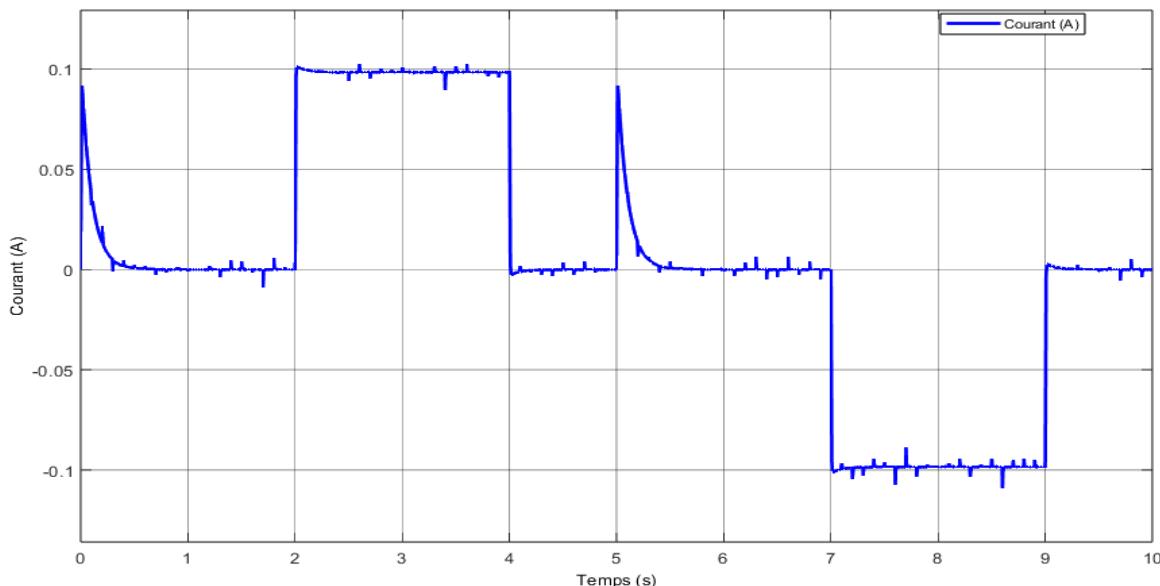
- La superposition des courbes montre que l'estimation de l'état est très fidèle à la vitesse réelle.
- Le filtre de Kalman fait bien son travail d'estimation en l'absence de bruit blanc.

**-d- Courant estimé/réel**

- Très bonne concordance entre courant mesuré et courant estimé, cela prouve que l'observateur (Kalman) est bien dimensionné.

**➤ Résultats d'essai avec bruit blanc**

**Objectif :** Tester la robustesse de l'estimateur de Kalman dans un environnement plus réaliste.


**-a-**

**-b-**

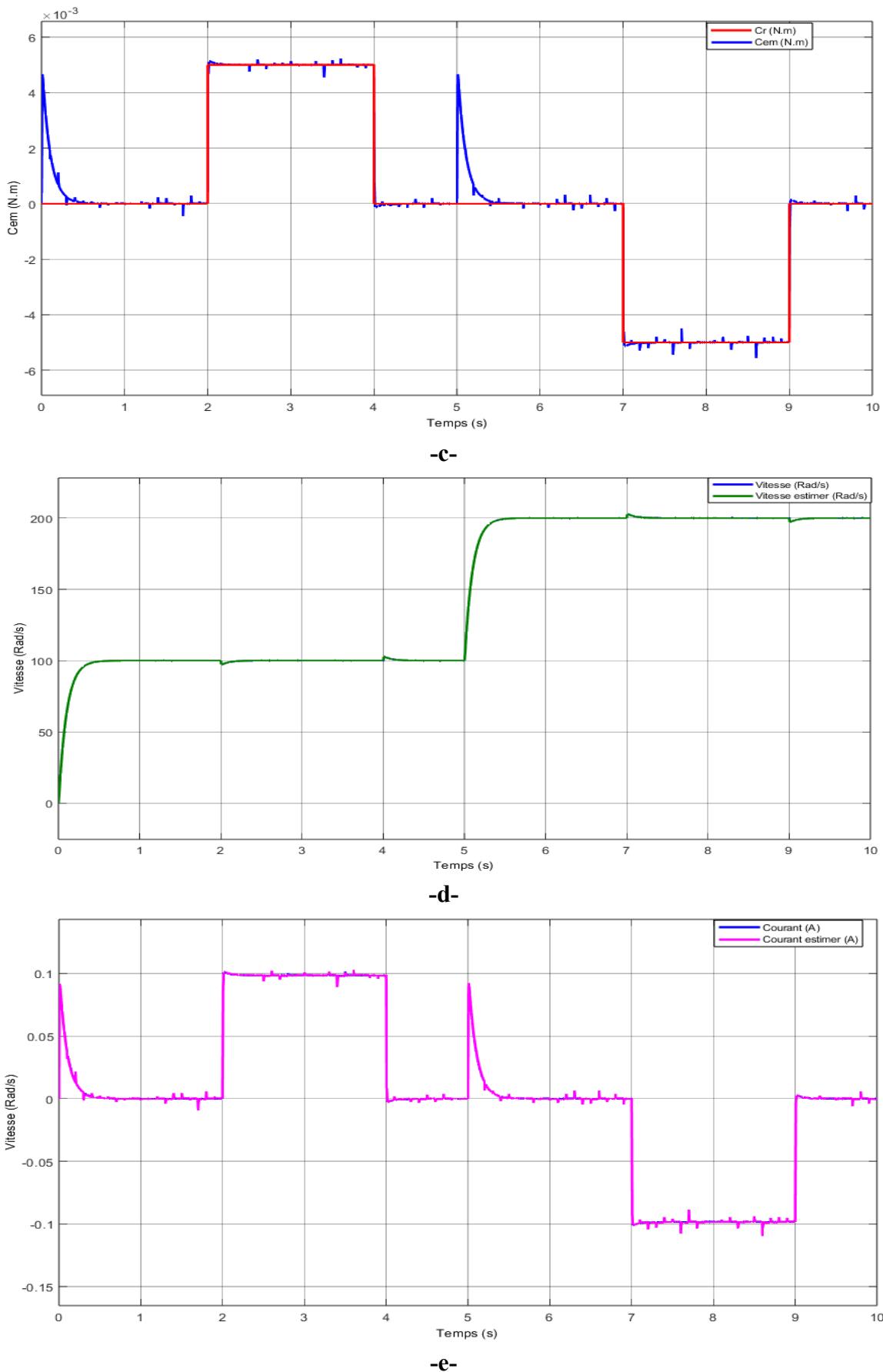


Figure 3.10 Résultat de simulation de commande LQG avec bruit blanc

## ➤ Interprétation des résultats de simulation

### -a- Vitesse ( $\Omega$ ) en fonction du temps

- Le suivi de la vitesse reste très précis, avec une réponse rapide et sans dépassement.
- L'introduction du bruit n'altère pas significativement la performance dynamique.

*La vitesse suit la consigne malgré le bruit, ce qui prouve la robustesse de la commande LQG*

### -b- Courant (I) en fonction du temps

- Le courant affiche des petites fluctuations superposées au signal, effet direct du bruit blanc injecté, malgré cela, le profil global du courant reste conforme aux attentes, avec des variations aux moments d'application de Cr.

*Le bruit est bien filtré par le contrôleur, grâce à la conception robuste du LQG.*

### -c- Couple électromagnétique (Cem) et Couple résistant (Cr)

- Le couple électromagnétique suit très fidèlement les variations de Cr, avec une erreur statique quasi nulle.
- Le bruit génère une petite agitation autour des paliers, mais sans dégradation significative.

### - (d-e)- États estimés / réels

- Malgré la présence de bruit, les estimations de la vitesse (d) et du courant (e) restent précises, avec seulement des fluctuations fines, cela démontre la capacité de l'observateur de Kalman à filtrer le bruit, même lorsque des perturbations sont présentes dans les mesures.

*L'estimateur est robuste au bruit, et l'action intégrale corrige les dérives potentielles.*

## 3.6 Conclusion

Ce chapitre a permis d'explorer les différentes stratégies de commande par retour d'état, depuis le placement de pôles (avec et sans action intégrale) jusqu'aux approches optimales LQR, LQI et LQG, en passant par leur validation théorique et pratique via des simulations. Les résultats obtenus démontrent l'efficacité de ces méthodes pour la stabilisation et l'optimisation des systèmes dynamiques, tout en mettant en évidence leurs avantages et limites respectives

## CHAPITRE 4

### Implémentation de la commande LQR et régulateur PI avec arduino et MatLab/Simulink

#### 4.1 Introduction

Ce chapitre traite l'intégration pratique de deux méthodes de contrôle largement reconnues dans le domaine des systèmes dynamiques : la commande linéaire quadratique (LQR) et le régulateur PI (proportionnel-intégral). L'objectif principal est de démontrer leur efficacité en les appliquant sur une carte Arduino Mega 2560, en lien avec l'environnement de développement MATLAB/Simulink utilisé pour la modélisation et la simulation.

Cette phase de réalisation permet de tester les algorithmes de commande élaborés lors de l'étape théorique, et d'évaluer leur performance dans un système embarqué réel. Elle représente un pont essentiel entre la conception mathématique du contrôleur et son application en temps réel, tout en tenant compte des contraintes techniques liées au matériel utilisé.

#### 4.2 Liste et Description du matériel utilisé

##### 4.2.1 Carte arduino MEGA 2560

La carte Arduino Mega 2560 est une plateforme microcontrôleur open-source reposant sur le composant ATmega2560. Elle est spécialement conçue pour les projets électroniques nécessitant un plus grand nombre d'entrées/sorties ainsi qu'une capacité mémoire étendue par rapport aux modèles Arduino standards.

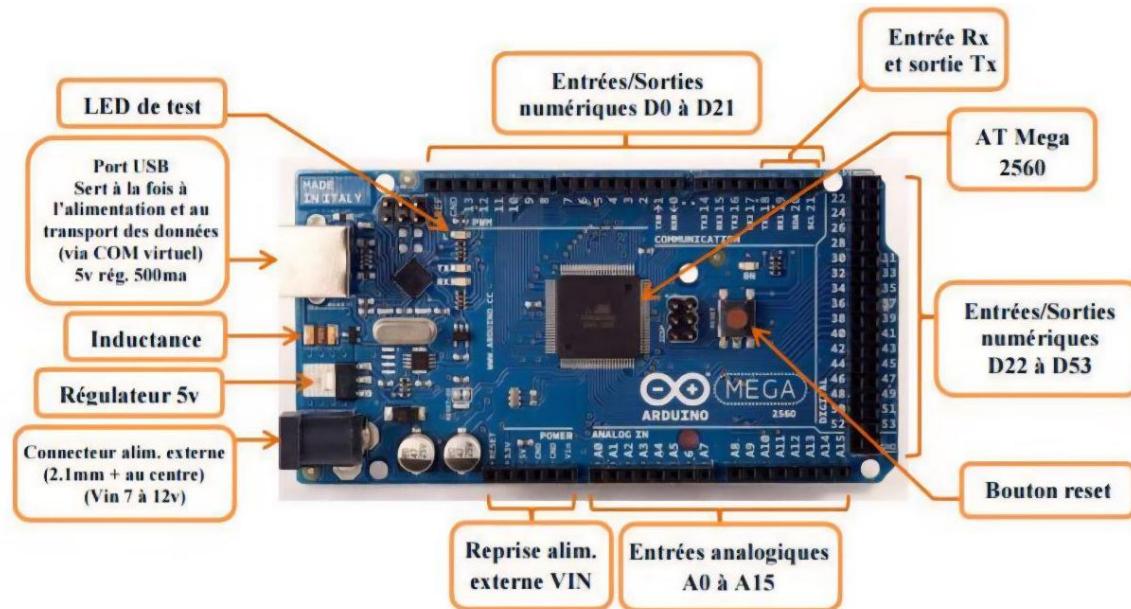


Figure 4.1 Architecture et caractéristiques de la carte Arduino MEGA 2560.

## 4.2.2 Pont en H L298N

Le L298N est un circuit intégré de type pont en H (H-Bridge) permettant de contrôler la vitesse et le sens de rotation de moteurs DC ou de moteurs pas-à-pas bipolaires. Il est largement utilisé en robotique et en automatisation pour piloter des charges inductives avec une bonne précision.[30]

- **Caractéristiques principales :**

Tension d'alimentation moteur : +5V à +35V (max. 2A par canal)

Tension logique (contrôle) : +5V (compatible TTL/CMOS)

Nombre de canaux : 2 (double pont en H) → Peut piloter 2 moteurs DC ou 1 moteur pas-à-pas

Courant maximal : 2A par canal (4A en pic, avec refroidissement)

Protections intégrées:

- Diodes de roue libre (anti-survolage)
- Détection de surchauffe (thermique)

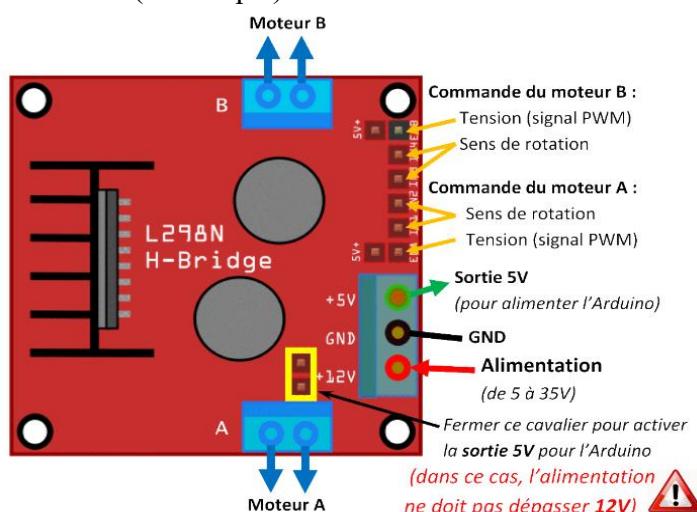


Figure 4.2 Pont en H L298N.

Les ports **ENA** et **ENB** permettent de gérer l'amplitude de la tension délivrée au moteur, grâce à un signal PWM.

Les ports **In1**, **In2** pour le moteur A et **In3**, **In4** pour le moteur B, permettent de contrôler le pont en H et par conséquent le sens de rotation des moteurs.

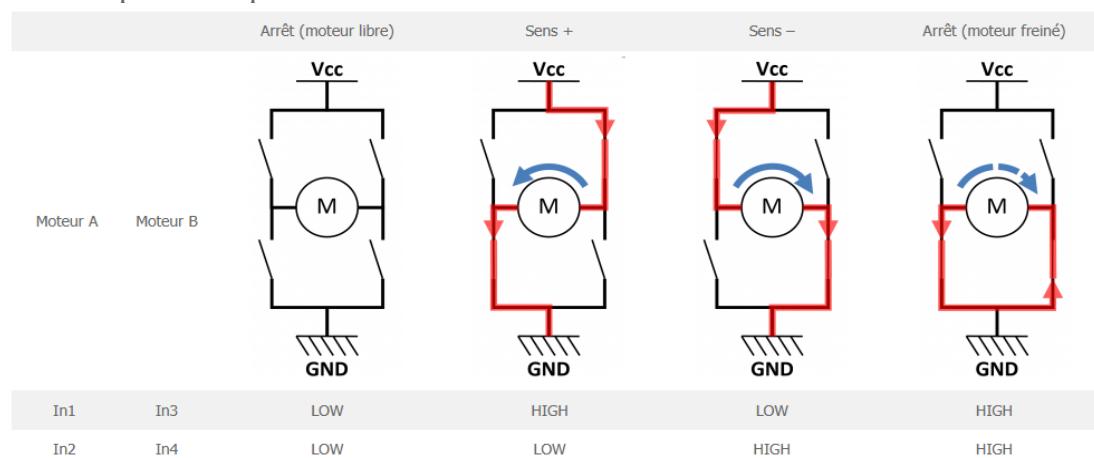
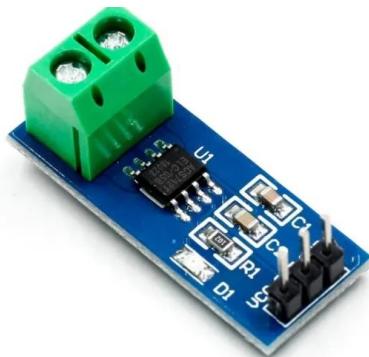


Figure 4.3 Pilotage du sens de rotation.

### 4.2.3 Capteur de courant ACS712 (20A)

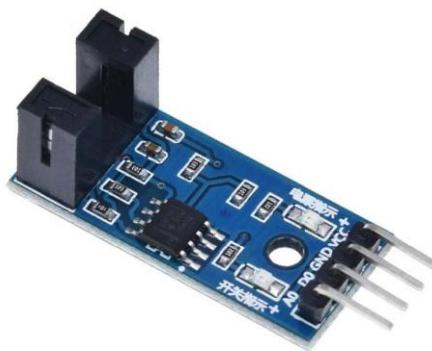
Le ACS712 est un capteur de courant à effet Hall permettant de mesurer des courants AC/DC jusqu'à 20A avec isolation galvanique. Il est couramment utilisé pour le monitoring énergétique, la protection des circuits et le contrôle des moteurs.



**Figure 4.4** Capteur de courant ACS712 utilisée.

### 4.2.4 Capteur de vitesse F249

Il est composé d'une diode infrarouge et d'un phototransistor (ou photorécepteur). La diode émet des impulsions lumineuses qui, après réflexion sur une roue ou un objet en mouvement (comme l'encodeur), sont captées par le phototransistor pour générer un signal électrique. Ce signal est ensuite traité par l'Arduino afin de calculer la vitesse de rotation du moteur.



**Figure 4.5** Capteur de vitesse F249 utilisée.

La roue codeuse utilisée comporte 20 fentes, générant ainsi 20 impulsions électriques par rotation complète.

### 4.2.5 Afficheur LCD avec interface I2C

Un écran LCD avec interface I2C est un dispositif d'affichage utilisant la technologie à cristaux liquides, associé à un module I2C (Inter-Integrated Circuit). Ce module permet de communiquer avec un microcontrôleur à l'aide de seulement deux lignes de données (SDA et SCL), ce qui réduit considérablement le nombre de connexions nécessaires. Il est largement

utilisé dans les systèmes embarqués pour afficher des informations textuelles tout en optimisant le câblage et les ressources du microcontrôleur



**Figure 4.6** Afficheur LCD avec interface I2C.

#### 4.2.6 Moteur à courant continu à aimant permanent

Le moteur à courant continu étudié (24V, 4000 tr/min), visible sur la figure 4.6, a été paramétré selon la méthode d'identification développée dans le chapitre 2.

Dans cette implémentation on a utilisé une alimentation de 12V.



**Figure 4.7** Moteur à courant continu 31ZY.

### 4.3 Implémentation finale

Cette section présente l'implémentation finale du système, dans laquelle l'ensemble des éléments développés précédemment sont intégrés afin de valider le fonctionnement global en conditions réelles

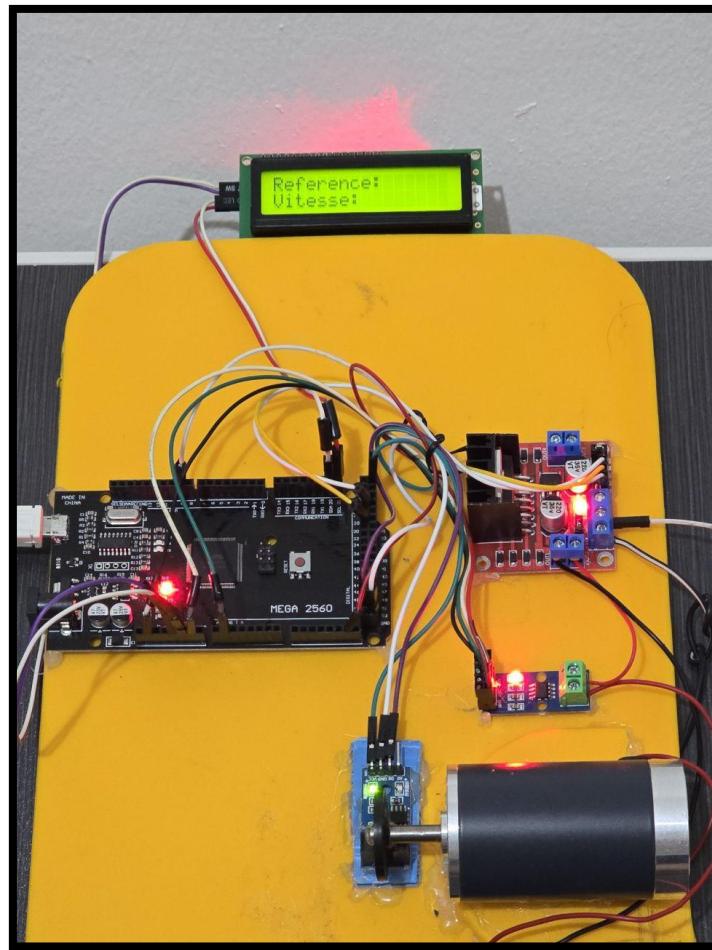
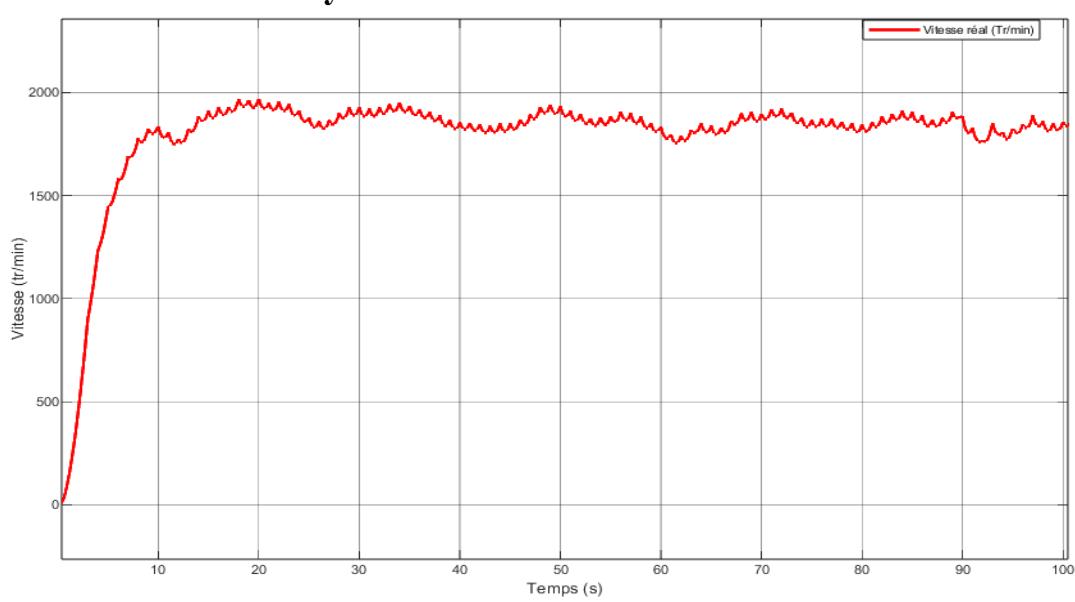


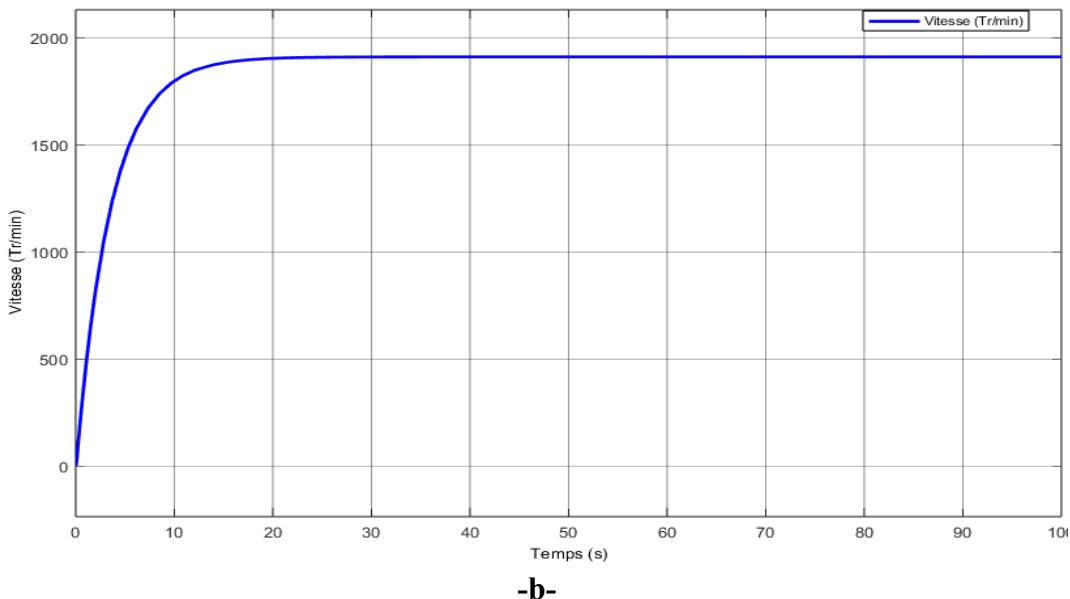
Figure 4.8 Implémentation finale.

#### 4.3.1 Résultats obtenus et analyse critique sans variation de la vitesse

##### 4.3.1.1 Observation du système en boucle ouverte



-a-



**Figure 4.9** Réponses de la vitesse en boucle ouverte

### ➤ Observation

**-a-Correspondant à la réponse expérimentale du moteur à courant continu en boucle ouverte via la carte Arduino :** présente une augmentation rapide de la vitesse, atteignant environ 1900 tr/min en moins de 10 secondes. On observe ensuite une stabilisation autour de cette valeur, avec de légères oscillations continues tout au long du régime permanent.

**-b-Issue de la simulation du moteur dans MATLAB/Simulink :** montre une réponse similaire, avec une montée rapide vers la même valeur finale de 1900 tr/min, mais avec une évolution parfaitement lisse, sans oscillations ni perturbations visibles.

### ➤ Interprétation

- Les deux réponses convergent vers une valeur finale très proche (~1900 tr/min), ce qui valide la cohérence du modèle simulé par rapport au système réel. Cela indique que les paramètres moteurs (constante de vitesse, inertie, etc.) ont été correctement estimés et intégrés dans le modèle Simulink.
- Le temps de montée est comparable dans les deux cas, ce qui confirme que la dynamique d'accélération du moteur est bien représentée dans la simulation.
- Les oscillations visibles sur la courbe -a- (courbe rouge) après stabilisation sont caractéristiques des effets suivants :
  - Bruit de mesure dû au capteur ou à l'acquisition analogique,
  - Variations de la tension d'alimentation en temps réel,
  - Effets parasites dans le câblage ou les composants,
- La courbe -b- (courbe bleue) étant exempte de bruit, elle traduit une modélisation parfaite et linéaire, où aucune perturbation externe n'est prise en compte. Cela explique son comportement parfaitement lisse et stable.

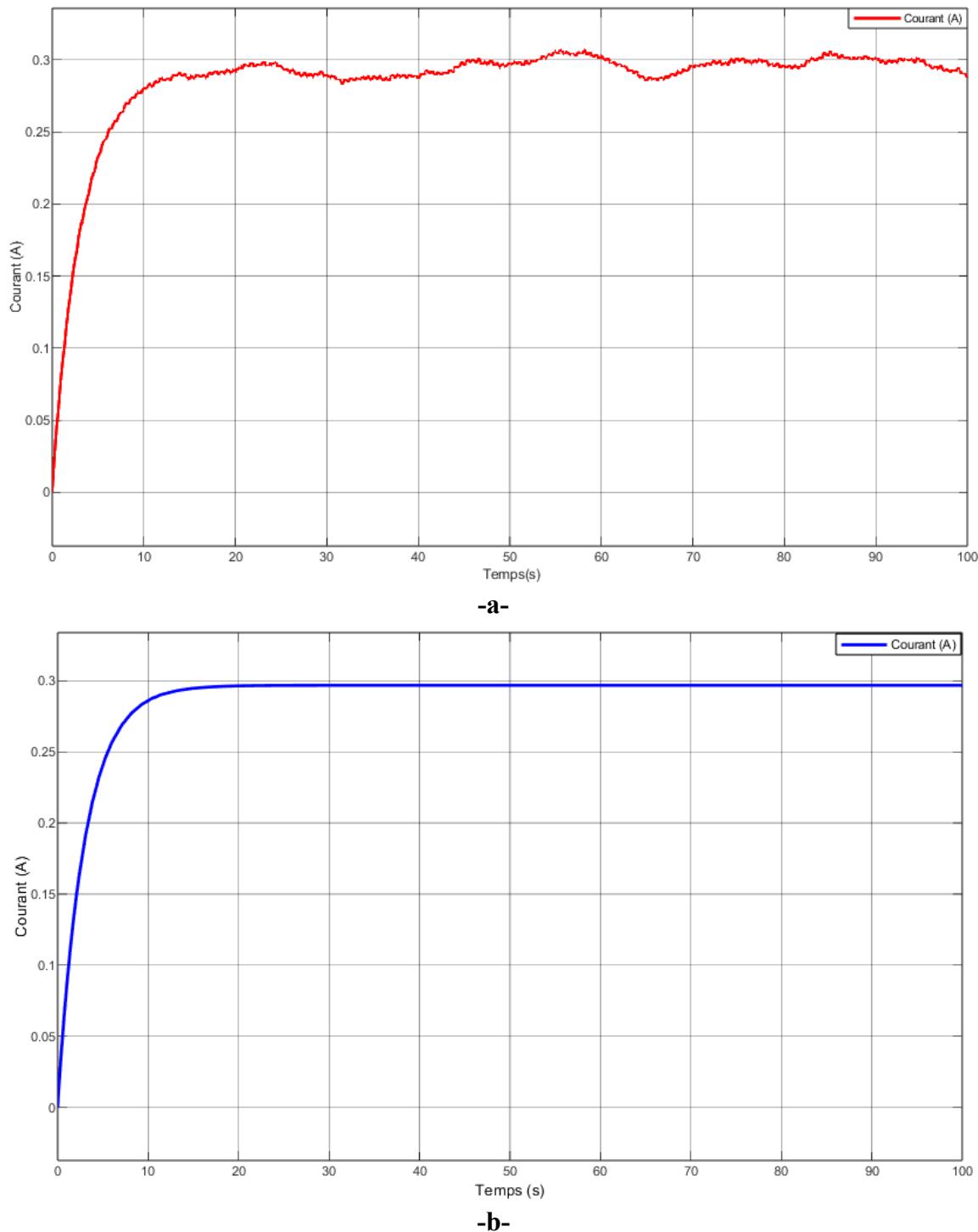


Figure 4.10 Réponses du courant en boucle ouverte

### ➤ Observation

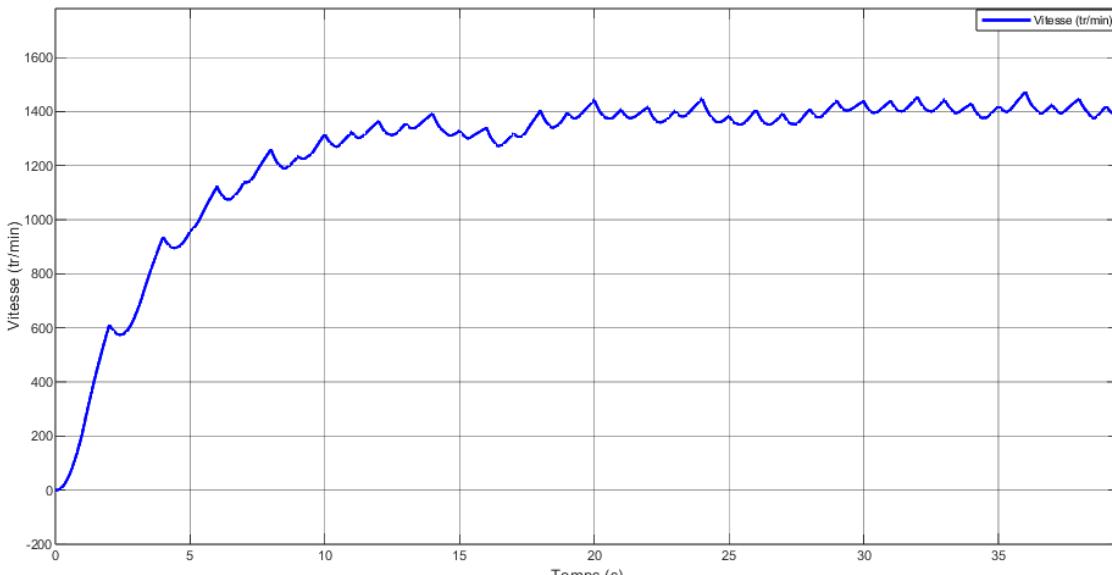
**-a- Réponse réelle du courant via Arduino :** montre une montée progressive du courant, atteignant une valeur proche de 0,3 A. Elle présente des oscillations aléatoires autour de la valeur finale, ce qui reflète la présence de bruit ou de perturbations dans le système physique.

**-b- Réponse simulée du courant sous MATLAB/Simulink :** suit une trajectoire idéale et lisse vers la même valeur finale ( $\sim 0,3$  A), avec un temps de montée similaire à celui observé expérimentalement. Aucune fluctuation n'est visible dans cette simulation.

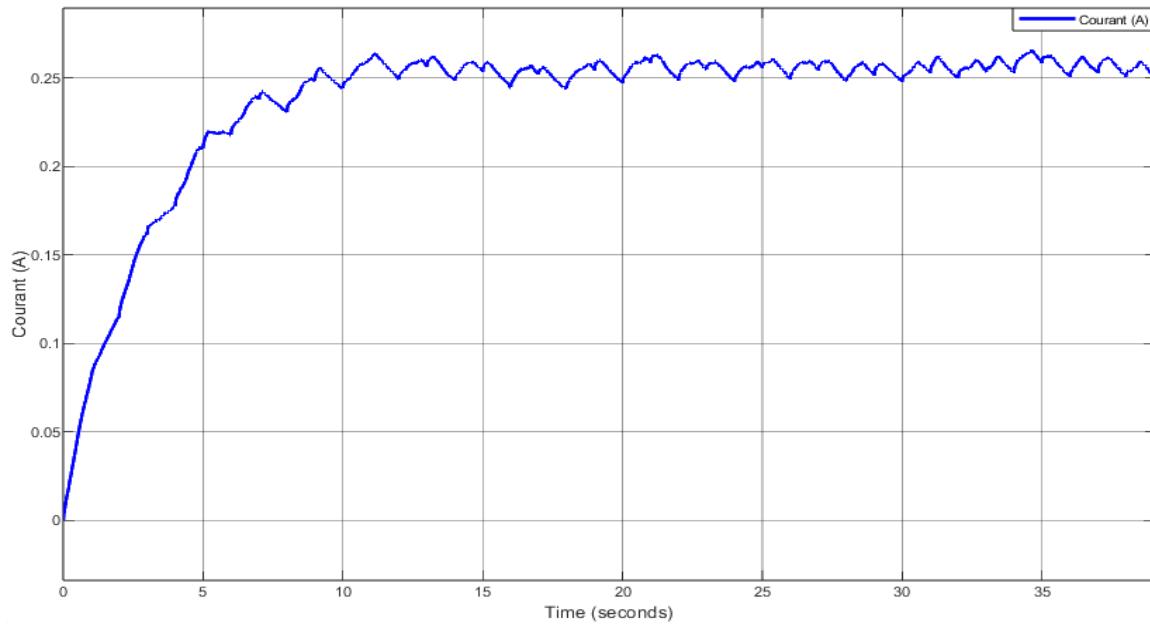
### ➤ Interprétation

- Les deux courbes montrent que le courant atteint une valeur finale stable d'environ 0,3 A, ce qui confirme la cohérence entre le modèle simulé et le comportement réel du moteur. Cela indique que les paramètres électriques du modèle (résistance, inductance, etc.) ont été bien identifiés.
- Le temps de montée est similaire dans les deux cas, ce qui signifie que la constante de temps du circuit électrique est bien représentée dans la modélisation MATLAB/Simulink.
- Les oscillations observées dans la courbe -a- (courbe rouge) sont typiques d'une mesure expérimentale. Elles peuvent provenir :
  - De bruits électriques (parasites sur l'alimentation ou capteur),
  - De bruits de conversion analogique-numérique (ADC) dans Arduino,
  - Ou de perturbations mécaniques ou environnementales.
- La courbe -b- (courbe bleue) est parfaitement lisse, car le modèle dans Simulink ne tient pas compte des perturbations réelles ni des incertitudes de mesure. Cela montre que le modèle est déterministe, sans bruit ni non-linéarités.

#### 4.3.1.2 Observation du système avec régulateur PI



-a-



-b-

Figure 4.11 Réponses de la vitesse et du courant avec régulateur PI

### ➤ Observation

**-a-Réponse de la vitesse :** la courbe montre que la vitesse du moteur augmente progressivement pour atteindre environ 1400 tr/min, valeur correspondant à la consigne de vitesse imposée. La montée est relativement douce mais présente quelques ondulations, particulièrement durant la phase transitoire et légèrement autour du régime permanent.

**-b-Réponse du courant :** le courant évolue de manière corrélée à la variation de vitesse, atteignant un palier autour de 0,25 A. On remarque également des petites fluctuations dans la phase de stabilisation, traduisant des effets de compensation du régulateur PI.

### ➤ Interprétation

- Le système parvient à suivre la vitesse de référence de 1400 tr/min avec une précision satisfaisante. Cela démontre la capacité du régulateur PI à assurer une régulation correcte en boucle fermée.
- Bien que la valeur finale soit atteinte, la réponse est marquée par des oscillations visibles, probablement dues à des perturbations réelles (bruit de mesure, variations de charge ou de tension),
- Malgré ces perturbations, le système montre une stabilisation correcte, sans dérive ni instabilité prolongée.
- Le courant suit une dynamique similaire à celle de la vitesse, avec une phase transitoire rapide, puis une stabilisation autour de 0.25 A. Les variations observées reflètent la réactivité du régulateur PI pour compenser les écarts à la consigne.

### 4.3.1.3 Observation du système avec la commande LQR

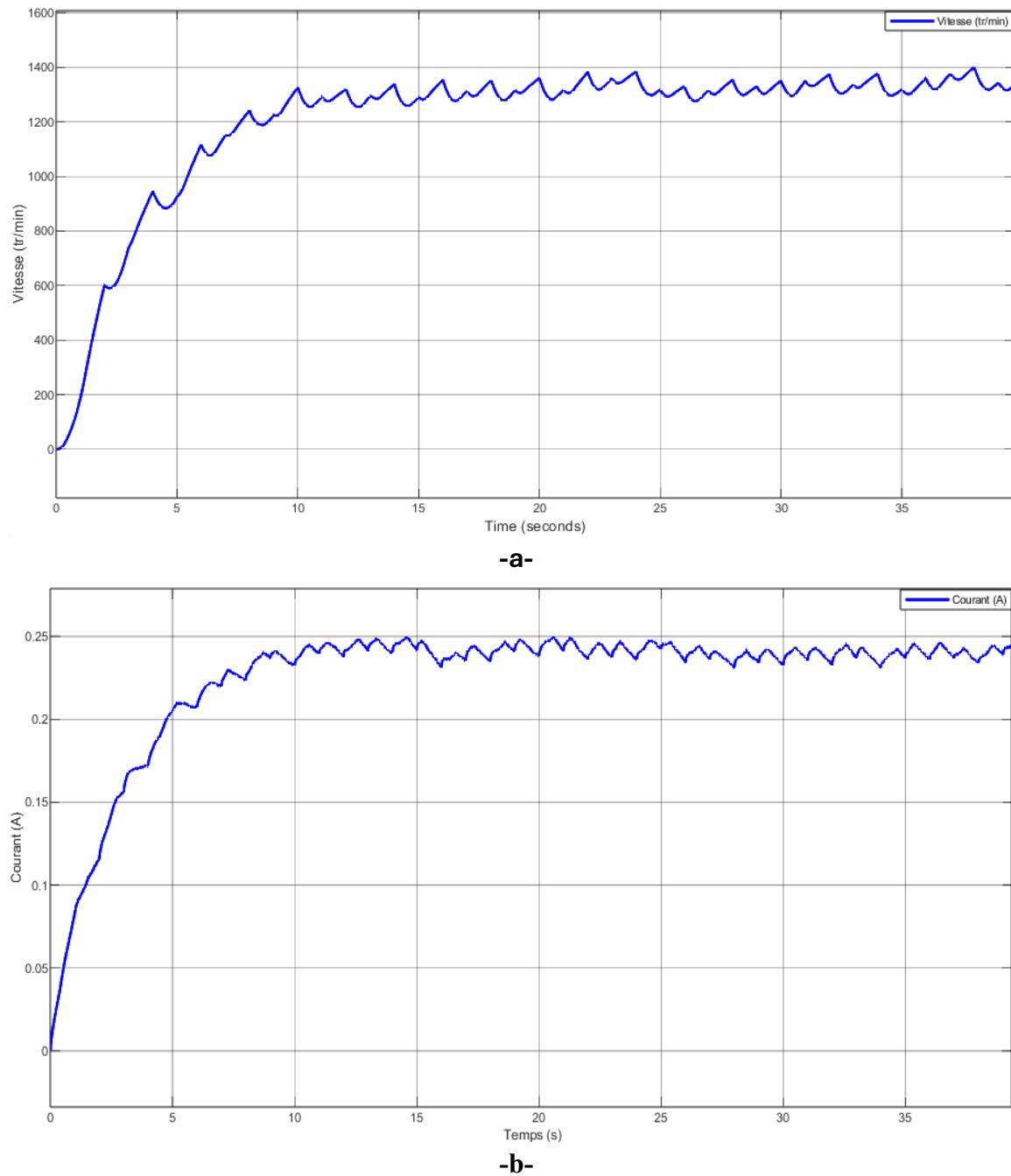


Figure 4.12 Réponses de la vitesse et du courant avec la commande LQR

#### ➤ Observation

**-a- Réponse de la vitesse :** la courbe de vitesse montre une montée rapide vers la consigne de 1400 tr/min, atteinte en moins de 10 secondes. On observe une phase transitoire courte suivie d'un régime permanent avec des petites oscillations autour de la valeur souhaitée.

**-b- Réponse du courant :** le courant augmente initialement pour répondre à la demande de vitesse, puis se stabilise autour de 0,25 A. Comme pour la vitesse, des variations modérées sont visibles en régime établi.

### ➤ Interprétation

- La commande LQR offre un temps de réponse plus court comparé au régulateur PI. Cela témoigne de la capacité de cette méthode à optimiser les performances dynamiques du système.
- Le système parvient à suivre la consigne de 1400 tr/min avec une bonne précision, malgré des légères oscillations probablement dues :
  - **Aux bruits de mesure ou de capteurs,**
  - **Aux limites physiques du système** (friction, variation de charge),
  - Ou à une **saturation des actionneurs** dans certaines phases de transition.
- Le courant est bien maîtrisé, avec un **comportement progressif et fluide**, ce qui montre que la commande LQR assure une **régulation conjointe efficace** de l'état du système (vitesse et courant).
- Bien que présentes, les fluctuations sont **de faible amplitude** et ne compromettent pas la stabilité globale du système. Cela souligne une **robustesse satisfaisante** de la commande face aux perturbations du monde réel.

## 4.3.2 Résultats obtenus et analyse critique avec variation de la vitesse

### 4.3.2.1 Observation du système avec régulateur PI

La figure 4.13 illustre la réponse du système à une variation descendante de la consigne de vitesse sous l'action d'un régulateur PI. Avant  $t = 16$  s, la consigne est fixée à 1600 tr/min et le système parvient à suivre cette valeur avec un léger décalage et des oscillations visibles. À partir de  $t = 16$  s, la consigne est abaissée à 1400 tr/min, entraînant une chute brutale de la vitesse.

On remarque une transition peu amortie, accompagnée d'oscillations persistantes, traduisant une certaine instabilité dans la phase transitoire. Le système met du temps à se stabiliser autour de la nouvelle consigne, et la précision finale reste affectée par des fluctuations résiduelles.

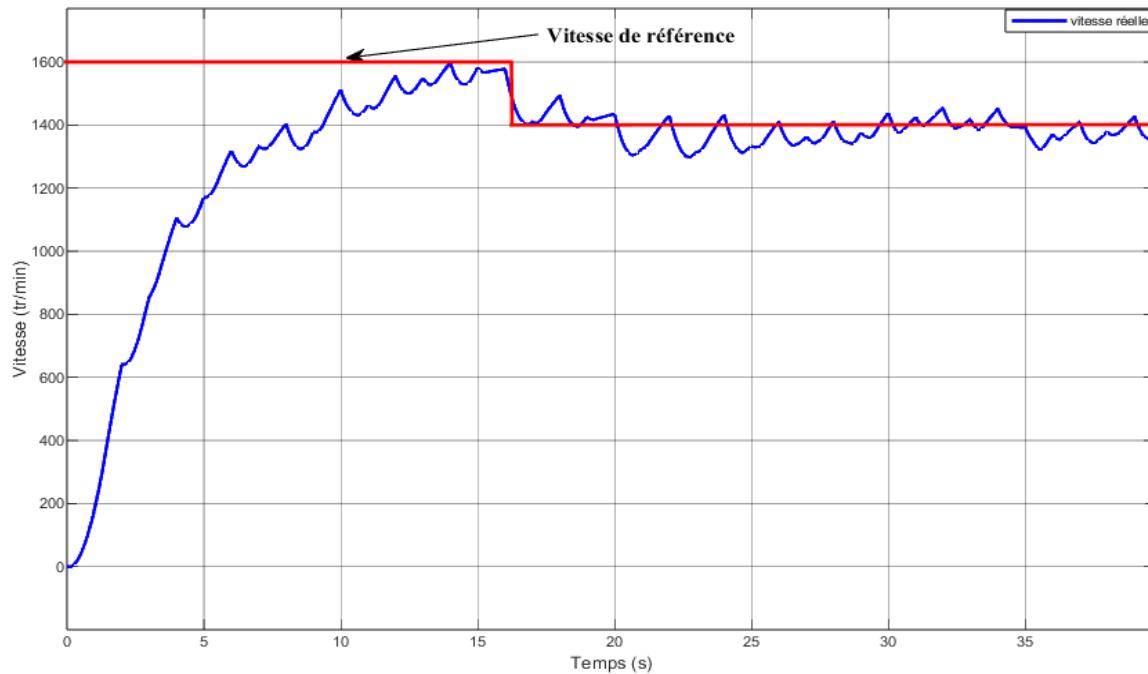


Figure 4.13 Variation de la vitesse avec régulateur PI

#### 4.3.2.2 Observation du système avec la commande LQR

La figure 4.14 présente la réponse du même système piloté cette fois par une commande LQR. La consigne initiale est de 1400 tr/min, puis elle est réduite à 1200 tr/min à  $t = 20$  s. La réponse obtenue est nettement plus fluide : la transition se fait de manière progressive et maîtrisée, sans dépassement excessif ni oscillations marquées.

Le système atteint rapidement un nouveau régime permanent avec une bonne précision et une meilleure robustesse vis-à-vis du changement soudain de consigne.

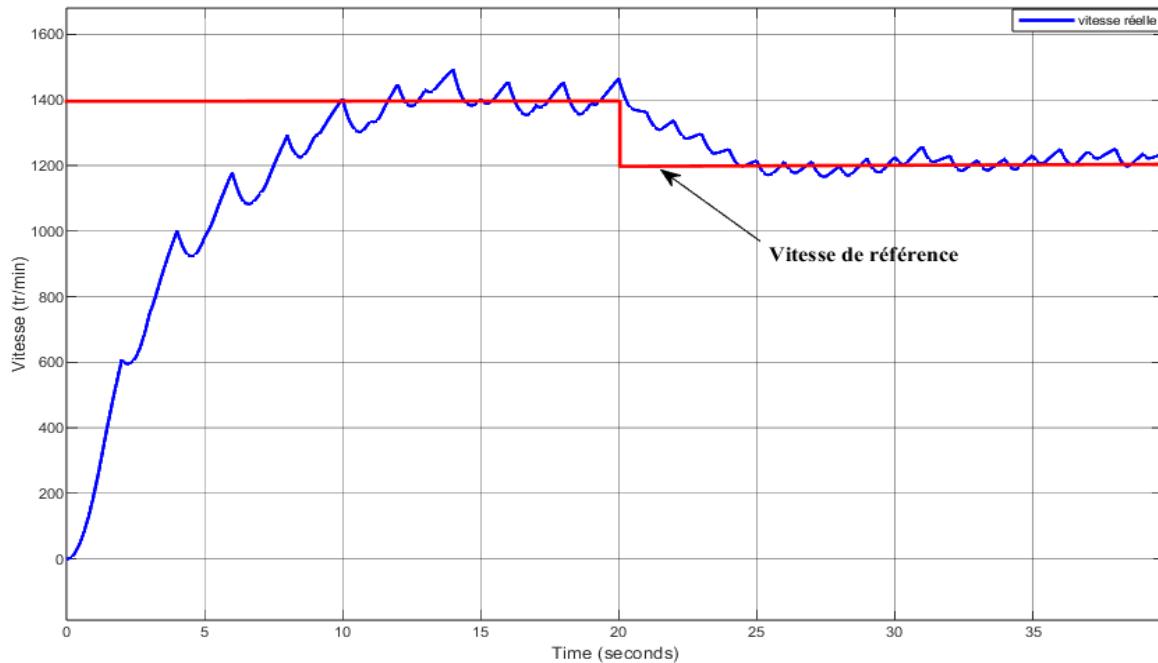


Figure 4.14 Variation de la vitesse avec la commande LQR

*L'analyse comparative met en évidence les limites du régulateur PI, notamment lors des transitions descendantes de la consigne, où l'on observe des oscillations importantes et un temps d'établissement long. En revanche, la commande LQR démontre une meilleure capacité de suivi, avec une réponse rapide, stable et précise, ce qui confirme son efficacité supérieure dans les situations dynamiques.*

#### **4.4 Conclusion**

La réalisation pratique des commandes LQR et PI à l'aide de MATLAB/Simulink et d'une carte Arduino Mega 2560 a permis de passer du cadre théorique à une application réelle. Cette expérimentation a mis en lumière les spécificités de chaque approche : le régulateur LQR a montré une excellente réactivité et une grande précision, tandis que le contrôleur PI s'est démarqué par sa simplicité de mise en œuvre et sa robustesse face aux perturbations.

Les résultats obtenus confirment la pertinence de l'utilisation de lois de commande avancées sur une plateforme matérielle accessible et peu coûteuse. Ce travail ouvre ainsi des perspectives intéressantes pour la commande de systèmes plus complexes, notamment dans des environnements soumis à des contraintes temps réel plus rigoureuses.

# *Conclusion générale*

Ce mémoire a permis d'explorer en profondeur les stratégies de commandes avancées appliquées à la régulation de la vitesse d'une machine à courant continu à aimant permanent. À travers une approche progressive, allant de la modélisation du système jusqu'à la mise en œuvre pratique, nous avons pu analyser, concevoir et tester différentes méthodes de contrôle visant à optimiser les performances dynamiques du système étudié.

Les résultats obtenus confirment que l'usage de techniques modernes telles que la commande par retour d'état et optimales, en particulier les approches LQR et LQG, offre une amélioration significative en termes de stabilité, de précision et de rapidité par rapport aux solutions conventionnelles comme le souligne les références bibliographiques. Le recours aux outils de simulation comme Matlab/Simulink, couplé à l'implémentation expérimentale via Arduino, a permis de valider concrètement les concepts théoriques étudiés et de mettre en évidence leur faisabilité dans un environnement réel.

Au-delà de l'aspect technique, ce travail met en lumière la nécessité d'un équilibre entre performance théorique et contraintes pratiques d'implémentation. Il souligne également l'importance d'une modélisation fine et d'une bonne connaissance du système pour garantir l'efficacité des algorithmes de commandes.

# Références

[1] S. Lekhchine, «Commande d'un entraînement à vitesse variable », Thèse doctorat, Université Badji Mokhtar Annaba, 2014.

[2] « Machine électromagnétique ». Denis Guérin, « Cours conversion électromécanique Machine à courant continu»

[3] Anouar Halila, « Etude des machines à courant continu », Université Laval Canada, 2001.

[4] : Ililten Athmane, « Banc d'essai virtuel pour un moteur à courant continu », Université Abderrahmane Mira Bejaia, 2013.

[5] : [www.elec.jbd.free.fr](http://www.elec.jbd.free.fr), « Machine électromagnétique ».

[6] Benzenati Siham, Rabiai Meriem, « Commande floue d'un moteur à courant continu à excitation séparée », Université Abderrahmane Mira Bejaia, 2013.

[7] Philipe, Baret. « Machine électrique », théorie de mise en œuvre. Edition Dunod. Paris 2002.

[8] Fabrice DESCHAMP, « Cours BAC S SI — Convertir L'énergie — Machine à Courant Continu » Sciences de L'ingénieur, Lycee Jacques Prevert.

[9] Othmani Ahmed Mehdi <<Commande vectorielle d'une machine asynchrone associée à un observateur adaptatif, mémoire fin d'études, Electromécanique, université Badji Mokhtar Annaba, 2019

[10] Diedhioe Tidjini, « Estimation de la Vitesse et des Résistances statorique et rotorique pour la commande par orientation du flux d'une machine asynchrone »Mémoire fin d'étude, Electromécanique, université Badji Mokhtar Annaba, 2018.

[11] Boumediène ALLAOUA « Modélisation & Commande Vectorielle d'un Système Multi-Moteurs» Mémoire fin d'étude, département électrotechnique Centre Universitaire de BECHAR (Algérie)

[12] A. Ameur « Commande sans capteur de vitesse par DTC d'une machine synchrone à aimants permanents dotée d'un observateur d'ordre complet à mode glissants » université de Batna 2005

[13] [www.techniques-ingenieur.fr/auteur/de-fornel-bernard-3156?utm](http://www.techniques-ingenieur.fr/auteur/de-fornel-bernard-3156?utm) « Techniques de l'ingénieur » D3 623

[14] Amrous Hamza « commandes adaptatives d'une machine synchrone a aimant permanent » magister en automatique école nationale supérieure polytechnique département génie électrique ; 2009

[15] Lozano R. Landau I. D. and M'Saad. M. Adaptive control. Springer, 1 998.

[16] P. Mayé, Machines électriques tournantes : Conception et analyse des machines électriques, Eyrolles, 2015.

[17] J. FLAMANT, Machine à courant continu : identification de ses paramètres physiques, boucle de courant, asservissement de vitesse.

[18] J. Smith, «Simple Methods for Estimating Friction Coefficients in DC Motors, » IEEE Transactions on Industrial Electronics. .

[19] G. Séguier, Electronique de puissance : Convertisseurs, commandes et applications, paris, 2012.

[20] C. Delage, Commande d'un moteur à courant continu associé à un hacheur : Modélisation, simulation et validation expérimentale, Université de Lorraine, 2016.

[21] N.Golea, « commande dans l'espace d'état », Cours de Master, option Commande électrique, Université d'Oum El Bouaghi, 2017.

[22] M.A.Guendouzi, « Commande d'un entraînement avec machine à courant continu : Méthodes dans l'espace d'état », Mémoire de Master, option commande électrique, Université Larbi Ben M'hidi Oum El Bouaghi, 2018.

[23] E.Ostertag, « Commande et estimation multi variables : Méthodes linéaires et optimisation quadratique », Université Louis Pasteur de Strasbourg, 2006.

[24] Sarah Mechhoud « Commande Avancée » Laboratoire d'Automatique de Skikda (LAS) Département de Génie Électrique, Université 20 Août 1955 Skikda, 2022.

[25] Edouard Laroche « Commande Optimale » Ecole Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg - Option ISAV Université Louis Pasteur de Strasbourg, 2008.

[26] G. Didier, « Cours de Commande optimale LQG », INP Grenoble, Octobre 2004.

[27] B.D.O.Anderson,J.B.Moore, « Optimal control : linear quadratic methods », Canbera Prentice Hall, 1989.

[28] F.Khedim, « Commande LQG optimale d'un aéronef de type Airbus A300 avec tolérance de pannes », Mémoire de master 2, Université Saad Dahlab de Blida, 2012.

[29] B.Benoit, « «Commande linéaire des systèmes multi variables », 2013.

[30] <https://arduino.blaisepascal.fr/pont-en-h-l298n/> Pont en H L298N