

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

UNIVERSITÉ BADJI MOKHTAR - ANNABA
BADJI MOKHTAR – ANNABA UNIVERSI



جامعة باجي مختار - عنابة

Faculté : Technologie
Département : Génie mécanique
Domaine : Sciences et techniques
Filière : Génie mécanique
Spécialité : Energétique

Mémoire
Présenté en vue de l'obtention du Diplôme de Master

Thème :

Modélisation de la convection dans un milieu poreux

Présenté par : *Labidi Zakaria*

Encadrant : *Pr Mechighel Farid*

DEVANT LE JURY

Sari Mohamed Rafik

Prof

Président

Mechighel Farid

Prof

Rapporteur

Dib Amar

MCA

Examineur

Année Universitaire : 2024/2025

Remerciements

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude et mes sincères remerciements à toutes celles et tous ceux qui ont contribué à la réalisation de ce modeste travail, priant le Tout-Puissant de le rendre pur et acceptable.

*En premier lieu, je tiens à remercier chaleureusement le Professeur **Farid Mechighel** pour ses précieuses directives, ses conseils avisés et son soutien constant qui ont joué un rôle majeur dans l'achèvement de ce mémoire.*

Je ne saurais oublier de remercier les membres honorables du jury de soutenance pour avoir bien voulu lire et évaluer mon travail, ainsi que pour leurs remarques constructives qui, sans aucun doute, enrichiront cette étude.

J'exprime également ma profonde reconnaissance et ma gratitude à l'administration de l'Université Badji Mokhtar-Annaba, Faculté des Sciences et de la Technologie, Départements de Génie Mécanique, ainsi qu'à tous les professeurs distingués qui ont éclairé mon chemin tout au long de mes années d'études, me fournissant les connaissances et la science qui ont servi de base à cette recherche.

Quant au rôle de mes parents, aucun mot ne saurait exprimer ma gratitude et ma reconnaissance envers vous. Vous avez été mon pilier et mon soutien, et vos prières sincères ont illuminé mon chemin. À vous tout mon amour et mon appréciation pour votre patience et votre soutien moral, qui ont été ma première motivation.

Enfin Je n'oublie pas non plus le soutien de ma famille et de mes chers amis, qui ont toujours été une source de soutien et d'encouragement durant cette étape importante de mes études.

Dédicaces

*C'est avec une immense gratitude que je dédie ce travail.
À mes très chers parents, **Labidi Hocine** et **Mchouk Salima**,
dont l'amour infini, la patience, et les innombrables
sacrifices ont été le socle de ma persévérance. Ce succès est
avant tout le vôtre.*

*À mes deux grandes-mères chéries, **Wenassa** et **Manissa**,
pour leur sagesse, leur affection, et les bénédictions qui m'ont
toujours accompagnée.*

*À mon frère et ma sœur, complices de toujours, pour les
moments partagés et le soutien mutuel.*

*Enfin, à mes amis, fidèles compagnons de route, pour leur
amitié précieuse et leurs encouragements qui ont rendu ce
parcours plus léger.*

Table des matières

Résumé.....	7
Abstract.....	8
Liste de figures.....	10
Introduction.....	12
Chapitre I : Généralités sur le transfert de chaleur dans milieux poreux	14
I-1. Définition d'un milieu poreux	15
I-2. Les caractéristiques les plus importantes d'un milieu poreux	16
I-2-1. La Structure.....	16
I-2-2. La porosité (ϕ).....	16
I-2-3. La perméabilité (K)	16
I-2-4. La surface spécifique (S).....	17
I-2-5. La Conductivité thermique effective (k_{eff}) :	17
I-2-6. La diffusivité effective (D).....	17
I-2-7. La tortuosité (τ)	18
I-2-8. La mouillabilité.....	18
I-2-9. La saturation.....	18
I-2-10. La compressibilité.....	18
I-3. Transfert de chaleur dans les milieux poreux	18
I-3-1. Milieu poreux et transfert de chaleur.....	18
I-3-2. Influence du milieu poreux sur le transfert de chaleur.....	19
<i>Augmentation de la surface de contact</i> :.....	19
<i>Effet sur la conduction thermique</i> :	19
<i>Effet sur la convection thermique</i> :.....	19
<i>Effet sur le rayonnement thermique</i> :.....	19
I-3-3. Importance de comprendre le transfert de chaleur dans les milieux poreux	20
<i>Isolation thermique pour les bâtiments</i> :	20
<i>Échangeurs de chaleur et dissipateurs de chaleur</i> :.....	20
<i>Energie géothermique</i> :.....	20
Chapitre II : Etat de l'art sur les transferts de chaleur dans les milieux poreux	21
II-1. Introduction	22
II-2. Convection naturelle en milieu poreux	22
II-3. Convection forcée en milieu poreux	39
II-4. Convection MHD en milieu poreux	43

Chapitre III : Modélisation de la convection dans un milieu poreux	45
III-1. Introduction	46
III-2. Modélisation de la convection dans un milieu poreux	46
III-2.1. Approche du volume élémentaire représentatif (VRE) :	46
III-2.2. Équation de conservation de la masse	47
III-2.3. Équations de conservation de la quantité de mouvement	47
<i>III-2.3.1. Loi de Darcy</i>	47
<i>III-2.3.2. Modèle de Brinkman</i>	48
<i>Remarque : Confrontation du modèle de Darcy au modèle de Brinkman</i>	48
<i>III-2.3.3. Equation de Brinkman généralisée</i>	49
III-2.4. Équation de conservation de l'énergie	49
III-3. Récapitulation : Système d'équations pour la convection basé sur le modèle de Brinkman généralisé	50
III-3.1. Convection naturelle dans un milieu poreux	50
III-3.2. Convection forcée dans un milieu poreux	51
III-4. Modèles de détermination de la perméabilité	51
III-4.1. Le modèle de Carman-Kozeny	51
III-5. Application de la loi de Darcy à l'étude de l'écoulement de fluide à travers une couche poreuse	52
III-5.1. Présentation du problème d'écoulement de fluide à travers une couche poreuse	52
III-5.2. Caractéristique de l'écoulement, perméabilité et loi de Darcy	52
III-5.3. Les principaux modèles de calcul de la perméabilité	54
<i>1- Le modèle de Kozeny-Carman :</i>	55
<i>2- Le modèle de Burke-Plummer (Régime Turbulent, $Re > 10$)</i>	56
<i>3- Le modèle d'Ergun ($RL + RT$)</i>	57
Conclusion	58
Liste des références	60

Résumé

Ce mémoire traite de l'étude du phénomène de "transfert de chaleur par convection dans les milieux poreux". Ce travail vise à offrir une compréhension approfondie des mécanismes physiques et mathématiques régissant ce phénomène, d'une importance capitale dans de nombreuses applications industrielles et naturelles. Le volet théorique du mémoire inclut la construction d'un modèle mathématique détaillé basé sur le concept du Volume Élémentaire Représentatif (VER), avec la formulation des équations gouvernantes (continuité, quantité de mouvement et énergie) et l'utilisation des principaux nombres adimensionnels (nombre de Rayleigh poreux, nombre de Prandtl de filtration, nombre de Darcy) pour analyser le comportement thermique et fluïdique. La recherche aborde également l'aspect appliqué en examinant la loi de Darcy et en présentant un exemple pratique illustrant les calculs des propriétés d'écoulement et des pertes de charge dans un milieu poreux, ce qui met en évidence les dimensions ingénierie et applicatives de l'étude. Dans l'ensemble, le mémoire vise à contribuer à l'enrichissement des connaissances dans ce domaine et à fournir des outils d'analyse et de conception pour les ingénieurs et les chercheurs.

Abstract

This Master's thesis focuses on the study of **heat transfer by convection in porous media**. This work aims to provide an in-depth understanding of the physical and mathematical mechanisms governing this phenomenon, which is of critical importance in several industrial and natural applications. The theoretical aspect of the thesis includes the construction of a detailed mathematical model based on the concept of the Representative Elementary Volume (REV), with the formulation of governing equations (continuity, momentum, and energy) and the use of key dimensionless numbers (porous Rayleigh, filtration Prandtl, Darcy) to analyze thermal and fluidic behavior. The research also addresses the applied aspect by reviewing Darcy's law and presenting a practical example illustrating how to calculate flow characteristics and pressure drop in a porous medium, which highlights the engineering and applied dimensions of the study. Overall, the thesis aims to contribute to enriching knowledge in this field and to provide analytical and design tools for engineers and researchers.

ملخص

ملخص

تناول مذكرة الماستر هذه دراسة ظاهرة "انتقال الحرارة بالحمل في الأوساط المسامية". يهدف هذا العمل إلى تقديم فهم معمق للآليات الفيزيائية والرياضية التي تحكم هذه الظاهرة، ذات الأهمية البالغة في عدة تطبيقات صناعية وطبيعية. يشمل الجانب النظري للمذكرة بناء نموذج رياضي تفصيلي مستند إلى مفهوم الحجم التمثيلي الأولي (REV)، مع صياغة المعادلات الحاكمة (الاستمرارية، الزخم والطاقة) واستخدام الأرقام اللابعديّة الرئيسية (رايلي المسامي، براندتل الترشحي، دارسي) لتطيل السلوك الحراري والموائع. كما يتطرق البحث إلى الجانب التطبيقي من خلال استعراض قانون دارسي وتقديم مثال عملي يوضح كيفية حسابات خصائص التدفق وانخفاض الضغط في الوسط المسامي، مما يبرز الأبعاد الهندسية والتطبيقية للدراسة. تهدف المذكرة في مجملها إلى المساهمة في إثراء المعرفة بهذا المجال وتوفير أدوات تحليلية وتصميمية للمهندسين والباحثين.

Liste de figures

Figure I.1 : Image microscopique d'un milieu poreux

Figure I.2 : Une mousse de cuivre

Figure I. 3 : les trois mods de transfert de chaleur

Figure II.1 : Domaine de calcul étudié dans [11]

Figure II.2 : L'image représente une enceinte rectangulaire divisée en deux régions

Figure II.3 : Géométrie du problème [13].

Figure II.4 : Configuration étudiée dans [14]

Figure II.5 : Configuration étudiée dans [15].

Figure II.6 : Nombre critique de Rayleigh-Darcy R_L en fonction du facteur de compressibilité β . (b): Courbes neutres pour les valeurs cotées du facteur de compressibilité

Figure II.7 : Configurations de flux présentent des croquis de limites supérieures et inférieures en termes de flux F et concentration C

Figure II.8 : Modèle physique et système de coordonnées

Figure II.9 : Géométrie du problème [20]

Figure II.10 : Illustration schématique d'une enceinte rectangulaire inclinée, remplie de fluide et soumise à un transfert de chaleur et de masse depuis le côté bordé d'un revêtement poreux et par application de rayonnement thermique

Figure II.11 : Géométrie du problème[22]

Figure II.12 : Géométrie du problème[23]

Figure II.13 : Géométrie du problème[24]

Figure II.14 : Géométrie du problème [25]

Figure II.15 : Géométrie du problème [26]

Figure II.16 : Géométrie du problème [27]

Figure II.17 : Géométrie du problème [28]

Figure II.18 : Géométrie du problème [29]

Figure II.19 : (a) Croquis de la cavité d'essai remplie de sphères de taille $d/H=0.20$ en arrangement tétragonal centré (BCT), et l'emplacement de la nappe lumineuse pour les mesures PIV/LCT à $y/H=0.4$. (b) Vue de face de l'arrangement cubique simple $4 \times 5 \times 5$ imprimés en 3D avec un espace de $w/H=0.10$ entre le milieu poreux et les parois chaudes/froides

Figure II.20. Représentation schématique du modèle [31].

Figure II.21. Géométrie d'un canal semi-poreux [32].

Figure II.22. Visualisation des vecteurs de poids optimaux pour le modèle d'écoulement donné Géométrie d'un canal semi-poreux

Figure II.23. Schéma du problème considéré

Figure II.24. Coordonnées physiques du système d'écoulement Schéma du problème considéré

Figure II.25. Modèle physique [37].

Introduction

Le transfert de chaleur par convection dans les milieux poreux occupe une place importante plusieurs branches de l'ingénierie et des disciplines scientifiques en raison de sa complexité et de ses nombreuses applications dans des domaines variés, tels que l'extraction géothermique, l'isolation thermique des bâtiments, le stockage d'énergie et la filtration.

On définit un milieu poreux comme un milieu continu composé d'un solide (matériau constituant) et d'un fluide (liquide ou gaz) saturant les pores. Il se caractérise par une structure complexe, comprenant une matrice solide et un réseau de pores interconnectés remplis de fluide saturant, ainsi que par des propriétés intrinsèques uniques qui influencent considérablement le transfert de chaleur à l'intérieur de ce milieu. Le fluide saturant peut s'écouler à travers les pores interconnectés, sous l'action de la gravité ou d'un agent externe, conduisant à des modèles de convection très complexes.

Dans ce mémoire, nous proposons de mettre en lumière deux aspects indispensables à l'étude de ce domaine omniprésent dans la pratique, à savoir les modèles existants utilisés dans la modélisation mathématique des problèmes de convection dans les milieux poreux. De plus, un accent particulier a été mis sur l'effet de la convection sur les caractéristiques des milieux poreux et sur l'influence de paramètres clés tels que la porosité, la perméabilité et les propriétés thermophysiques du fluide saturant. Dans ce contexte, des calculs ont été réalisés.

L'objectif principal de ce mémoire est de servir de référence rigoureuse et approfondie sur ce phénomène, qui pourra être exploité pour des recherches futures dans ce domaine, notamment des analyses numériques sur la convection dans les milieux poreux. En effet, les équations développées ici peuvent servir d'équations de départ pour des études ultérieures.

Chapitre I : Généralités sur le transfert de chaleur dans milieux poreux

I-1. Définition d'un milieu poreux

Un milieu poreux est un matériau qui est caractérisé par la présence de pores (trous). Ces pores sont constitués de petits vides (ouvertures) au sein de sa structure interne. Des exemples de milieux poreux nous pouvons citer par exemple :

Matériaux naturels : les sols, les roches (comme le grès ou le calcaire), les aquifères, le bois, et même les tissus biologiques (comme les poumons ou les os).

Matériaux industriels et synthétiques : les filtres (à café, à air), les catalyseurs (souvent sous forme de billes ou de supports poreux), les matériaux d'isolation (laine de roche, mousses de polymère), les éponges, et certains matériaux de construction (béton, briques) [1].

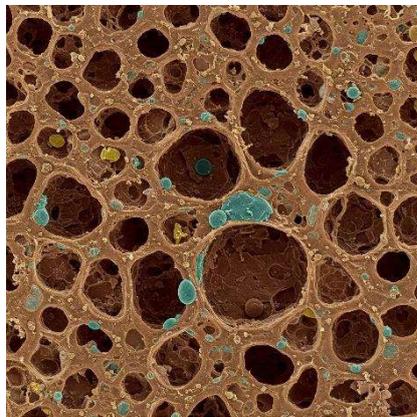
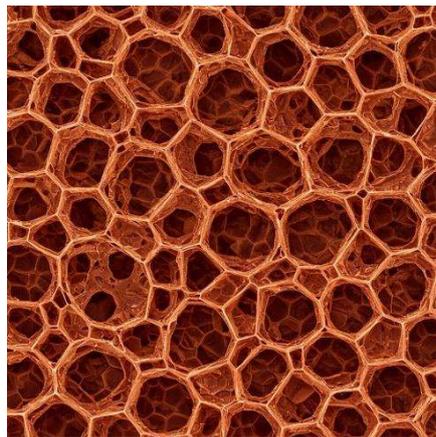


Figure I.3 : Image microscopique d'un milieu poreux [2]



FigureI.4 : Une mousse de cuivre [3]

I-2. Les caractéristiques les plus importantes d'un milieu poreux

Les milieux poreux se distinguent par les caractéristiques et propriétés suivantes :

I-2-1. La Structure

Un milieu poreux présente une structure complexe qui varie grandement en fonction de la nature du matériau constitutif. En général, il se caractérise par la taille, la forme, ainsi que la distribution et la connectivité des vides (pores). Par ailleurs, cette structure affecte fortement les propriétés physico-chimiques du matériau, en particulier la perméabilité, la porosité et la surface spécifique.

I-2-2. La porosité (ϕ)

La porosité ϕ est le rapport du volume des vides (pores) au volume total du matériau constitutif. C'est une grandeur sans dimension, généralement exprimée sous forme de **fraction** (entre 0 et 1) ou en pourcentage.

$$\phi = \frac{V_{vides}}{V_{total}} = \frac{V_p}{V_b} \quad (\text{I-1})$$

Où

V_{vides} : est le volume des pores à l'intérieur du matériau.

V_{total} : est le volume total du matériau.

La porosité mesure la capacité d'un milieu poreux à stocker des fluides. Autrement dit, plus la porosité est élevée, plus la quantité de fluide que le milieu peut contenir est importante.

La porosité se divise en deux types : la porosité **totale** (incluant tous les pores, qu'ils soient connectés ou non) et la porosité **effective** (qui ne prend en compte que les vides interconnectés contribuant à l'écoulement).[4]

I-2-3. La perméabilité (K)

La perméabilité d'un milieu poreux mesure la capacité de son matériau constitutif à permettre l'écoulement du fluide **saturant** à travers ses pores **interconnectés**. En général, cette grandeur est fonction de la taille, de la forme et de la connectivité des pores. En d'autres termes, la

perméabilité régit la facilité avec laquelle le fluide saturant le milieu poreux s'écoule à travers celui-ci sous l'effet d'un gradient de pression. D'ailleurs, comme nous l'avons déjà vu, la perméabilité apparaît dans la relation fondamentale décrivant l'écoulement d'un fluide newtonien monophasique à travers un milieu poreux, selon la **loi de Darcy** :

$$\mathbf{v} = -\frac{K}{\mu} \nabla P \quad (\text{I-2})$$

Où \mathbf{v} : est la vitesse d'écoulement du fluide saturant, μ : est sa viscosité dynamique et ∇P : est le gradient de pression.

La perméabilité est exprimée en (m^2) ou en Darcy (D). Il convient de noter qu'une perméabilité élevée indique que le fluide s'écoule facilement à travers le matériau, tandis qu'une perméabilité faible indique l'inverse. [5]

I-2-4. La surface spécifique (S)

La surface spécifique représente la surface totale des pores par unité de volume (m^3) ou de masse (kg) du milieu poreux. Cette grandeur est importante pour les phénomènes se produisant à l'interface solide-fluide, tels que l'adsorption, la catalyse hétérogène et les réactions chimiques. Une surface spécifique élevée indique une grande interface entre la phase solide et la phase fluide.

La surface spécifique d'un milieu poreux est exprimée en (m^2/m^3) ou en (m^2/kg).

I-2-5. La Conductivité thermique effective (k_{eff}) :

La conductivité thermique effective mesure la **capacité globale** du milieu poreux, qui est une combinaison du matériau constitutif (phase **solide**) et du fluide saturant (phase **fluide**), à conduire la chaleur. Cette propriété est essentielle pour comprendre le transfert de chaleur par conduction à travers le milieu poreux. Elle est fonction des **conductivités thermiques** des phases solide et fluide, ainsi que de la **porosité** et de la microstructure du milieu.

I-2-6. La diffusivité effective (D)

Le phénomène de diffusion de masse se produit dans des milieux poreux naturels, tels que les sols, les roches, les aquifères et les tissus biologiques, mais aussi dans des milieux

industriels, comme les filtres, les catalyseurs, les matériaux d'isolation, les éponges, ainsi que dans des matériaux de construction tels que le béton et les briques.

La diffusivité, ou coefficient de diffusion, mesure la vitesse (taux) à laquelle une substance, comme un soluté par exemple dans le fluide saturant, se propage à travers le milieu poreux en raison des gradients de concentration. Il est important de noter que la diffusivité **effective** dans un milieu poreux est généralement inférieure à la diffusivité en milieu libre, en raison de la tortuosité et de la réduction de la section d'écoulement.

I-2-7. La tortuosité (τ)

La tortuosité d'un milieu poreux mesure la complexité du chemin d'écoulement du fluide saturant à travers le réseau poreux, en comparaison avec un chemin direct sans réseau poreux. Cette grandeur, qui est sans dimension, est toujours supérieure à 1. Elle influence la vitesse réelle du fluide saturant à travers les pores, qui est toujours inférieure à la vitesse macroscopique. De plus, la tortuosité affecte la conductivité effective du milieu et la dispersion des solutés en cas de présence de ceux-ci dans le fluide saturant.

I-2-8. La mouillabilité

La mouillabilité évalue la tendance du fluide saturant à s'adhérer à la surface solide du matériau constitutif (matrice) lorsqu'il est en contact avec un autre fluide immiscible.

I-2-9. La saturation

La saturation mesure la fraction du volume poreux occupé par un fluide saturant spécifique dans un milieu contenant plusieurs fluides saturants.

I-2-10. La compressibilité

La compressibilité mesure la variation du volume poreux (V_{vides}) ou du volume des grains solides ($V_{grains} = V_{total} - V_{vides}$) en fonction de la pression.[6]

I-3. Transfert de chaleur dans les milieux poreux

I-3-1. Milieu poreux et transfert de chaleur

L'étude du transfert de chaleur en milieu poreux est une discipline complexe et étendue, car le milieu poreux joue un rôle primordial dans la manière dont la chaleur est transférée et

distribuée. En effet, dans un milieu poreux, deux phases coexistent : solide et liquide, séparées par une interface. Cette configuration rend l'investigation du transfert de chaleur à travers ce milieu particulièrement difficile.[7]

I-3-2. Influence du milieu poreux sur le transfert de chaleur

Le transfert de chaleur à travers un milieu poreux se caractérise par :

Augmentation de la surface de contact :

Un milieu poreux offre une surface interne très étendue en raison de la présence de pores (vides). Cette augmentation de la surface de contact favorise le transfert de chaleur entre la matrice solide et le fluide saturant qu'elle contient.

Effet sur la conduction thermique :

La structure interne du milieu poreux influence le transfert de chaleur par conduction. En effet, la conduction est efficace à travers le matériau constitutif (solide) du milieu, tandis qu'elle est moins efficace dans les vides remplis de fluide saturant. La conductivité thermique effective du milieu poreux dépend de la composition de la matrice solide, du type de fluide saturant dans les pores, ainsi que de la porosité du milieu lui-même.

Effet sur la convection thermique :

Le milieu poreux influence l'écoulement du fluide saturant et, par conséquent, le transfert de chaleur par convection. En effet, l'écoulement de convection naturelle peut se produire en raison des différences de masse volumique résultant des variations de température à l'intérieur des pores. La convection forcée peut également se produire lorsque le fluide saturant est mis en mouvement à travers les pores du milieu par un moyen externe, tel qu'une pompe ou un ventilateur. Il est important de noter que la convection est fortement affectée par la perméabilité, c'est-à-dire par la capacité du milieu à laisser passer le fluide saturant.

Effet sur le rayonnement thermique :

Dans un milieu poreux soumis à des températures élevées, le transfert de chaleur par rayonnement peut jouer un rôle important. De plus, la composition du milieu poreux, comprenant à la fois le solide constitutif et le fluide saturant, influence l'absorption et la distribution du rayonnement [8, 9].

I-3-3. Importance de comprendre le transfert de chaleur dans les milieux poreux

Le transfert de chaleur dans les milieux poreux revêt une grande importance dans de nombreuses applications pratiques. Par exemple, il est essentiel à la conception d'échangeurs de chaleur, à l'optimisation des processus de séchage, à l'analyse du transfert de chaleur dans les sols et les roches, ainsi qu'au développement de matériaux d'isolation thermique pour les bâtiments. Comprendre ces mécanismes permet d'améliorer l'efficacité énergétique et la performance des systèmes dans divers domaines. Nous détaillons ci-dessous quelques exemples d'applications pratiques :

Isolation thermique pour les bâtiments :

Les milieux poreux sont utilisés comme isolants thermiques efficaces dans le secteur du bâtiment. Dans ce contexte, la laine de roche et la mousse de polyuréthane se distinguent par leur structure poreuse, qui permet de réduire la conduction thermique.

Échangeurs de chaleur et dissipateurs de chaleur :

Favorisés par leur capacité à augmenter la surface de contact, les milieux poreux sont utilisés dans les échangeurs de chaleur et les dissipateurs de chaleur pour optimiser le transfert de chaleur au sein de ces dispositifs.

Energie géothermique :

L'analyse du transfert de chaleur dans une roche poreuse facilite l'extraction de l'énergie géothermique. En comprenant ces mécanismes, il devient possible d'optimiser les méthodes d'exploitation et d'améliorer l'efficacité des systèmes géothermiques [10].

Chapitre II : Etat de l'art sur les transferts de chaleur dans les milieux poreux

II-1. Introduction

Le transfert de chaleur par convection dans les milieux poreux constitue un vaste domaine de recherche multidisciplinaire qui a acquis une importance croissante au cours des dernières décennies en raison de ses applications techniques et scientifiques variées. Ces applications s'étendent de l'extraction des ressources naturelles telles que le pétrole, le gaz et l'énergie géothermique, à la conception de systèmes d'isolation thermique efficaces, au développement de réacteurs chimiques et de catalyseurs, jusqu'aux technologies modernes telles que le refroidissement des composants électroniques et les systèmes de stockage thermique.

Un milieu poreux se caractérise par sa structure complexe, constituée d'une matrice solide interconnectée contenant des vides ou pores interconnectés remplis d'un fluide (liquide ou gaz). La présence de ces deux phases interpénétrées conduit à des mécanismes de transfert de chaleur uniques et complexes qui diffèrent de ceux observés dans les fluides purs ou les solides homogènes. Comprendre comment les forces de flottabilité et les forces de cisaillement interagissent avec la structure poreuse et comment cela affecte le transfert de chaleur représente un défi fondamental pour les chercheurs dans ce domaine.

Le présent chapitre propose une analyse bibliographique sur le transfert de chaleur, en se concentrant particulièrement sur la convection forcée et naturelle dans les milieux poreux.

II-2. Convection naturelle en milieu poreux

Mirzaei et al. [11] ont étudié la convection naturelle dans une cavité poreuse carrée soumise à un champ magnétique partiel, qui pénètre horizontalement une portion de la paroi gauche. Les parois horizontales de la cavité sont thermiquement isolées, avec une paroi verticale droite à basse température et une paroi gauche à haute température. Un modèle d'écoulement de fluide est développé en utilisant l'équation de Brinkman-Forchheimer-Darcy étendue, et la méthode des éléments finis (MEF) est appliquée pour résoudre les équations régissant le phénomène. L'étude évalue l'impact de divers paramètres, tels que la longueur du champ magnétique partiel, le nombre de Hartmann, le nombre de Rayleigh, le nombre de Darcy et le nombre d'ondulations de la paroi. Les résultats montrent que le champ magnétique a un effet négatif sur le transfert de chaleur, tandis qu'une augmentation des ondulations de la paroi améliore le transfert thermique.

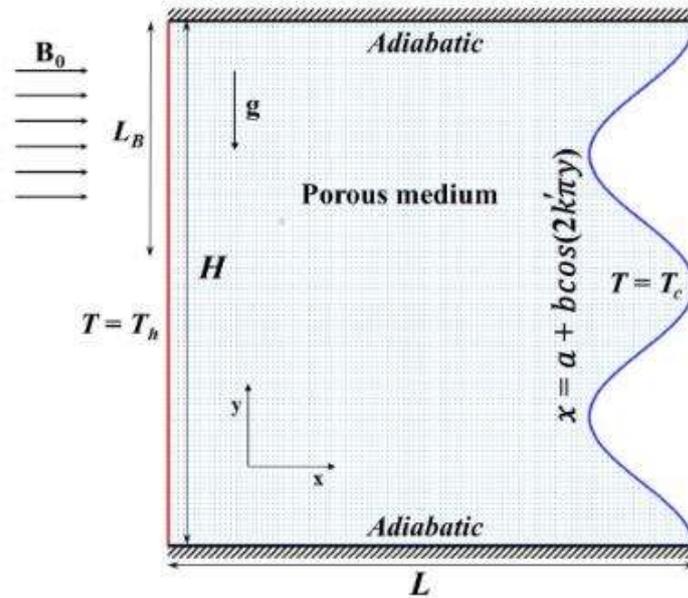


Figure 2.1 : Domaine de calcul étudié dans [11].

Jalili et al. [12] ont étudié numériquement la convection naturelle avec des propriétés de double diffusion dans une enceinte carrée verticale à deux couches. La cavité se compose d'une partie remplie d'un matériau poreux et d'une autre partie contenant un fluide aqueux. Les parois sont adiabatiques et imperméables, tandis que des températures et concentrations constantes sont appliquées sur les autres parois. La méthode des éléments finis (MEF) est utilisée pour résoudre les équations régissant le phénomène. Les résultats montrent l'impact de divers facteurs, tels que l'épaisseur de la couche poreuse, l'angle de rotation de la cavité et le rapport de conductivité thermique, sur le transfert de chaleur par double diffusion. L'étude examine également les effets des nombres de Darcy et de Rayleigh sur les conditions de transfert de chaleur, en constatant que le nombre de Nusselt varie selon l'épaisseur de la couche poreuse. Une augmentation de l'épaisseur de la couche poreuse diminue le nombre de Nusselt jusqu'à un certain seuil, au-delà duquel il augmente. De plus, un angle de rotation plus élevé réduit le transfert de chaleur thermosolutal, tandis qu'une augmentation des nombres de Rayleigh et de Darcy favorise une élévation du nombre de Nusselt. Ces résultats confirment la cohérence des findings obtenus par la MEF avec les études précédentes menées avec d'autres méthodes numériques.

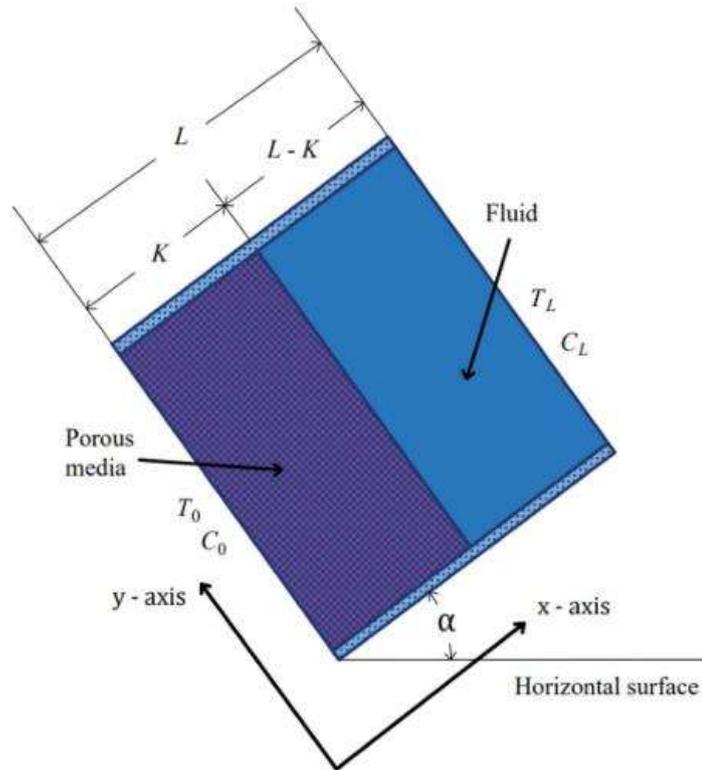


Figure 2.2 : L'image représente une enceinte rectangulaire divisée en deux régions : l'une remplie d'un milieu poreux et l'autre remplie d'un fluide. L'enceinte est inclinée d'un angle α par rapport à la surface horizontale [12]. La région du milieu poreux a une température T_0 et une concentration C_0 , tandis que la région fluide a une température T_L et une concentration C_L . Les dimensions L et K sont également indiquées sur la figure.

Les auteurs [13] ont analysé le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité poreuse remplie d'un nanofluide Cu/eau, équipée d'ailettes horizontales. L'objectif principal est d'optimiser la géométrie des ailettes, les propriétés du milieu poreux et celles du nanofluide pour maximiser le taux de transfert de chaleur. Les paramètres d'entrée comprennent la longueur, le nombre et la distance des ailettes, la porosité, le nombre de Darcy et la fraction volumique de nanoparticules. Divers outils d'optimisation sont employés, tels que la méthode Taguchi pour la génération de points de conception, l'analyse de la variance (ANOVA), le rapport signal/bruit, la méthode de surface de réponse (RSM) et l'algorithme génétique (GA) pour déterminer le point de conception optimal. L'analyse est effectuée à l'aide de la méthode de Boltzmann sur réseau à double temps de relaxation multiple (MRT LBM). Les résultats montrent qu'une configuration optimale atteint un nombre de Nusselt moyen de 5,56, avec des valeurs spécifiques pour les paramètres d'entrée. Il est observé que le nombre de Darcy a un impact significatif sur le nombre de Nusselt, tandis que le nombre d'ailettes influence moins le

résultat. Ces conclusions sont corroborées par les analyses ANOVA et de sensibilité globale, renforçant la compréhension des facteurs affectant le transfert de chaleur dans les systèmes à milieux poreux.

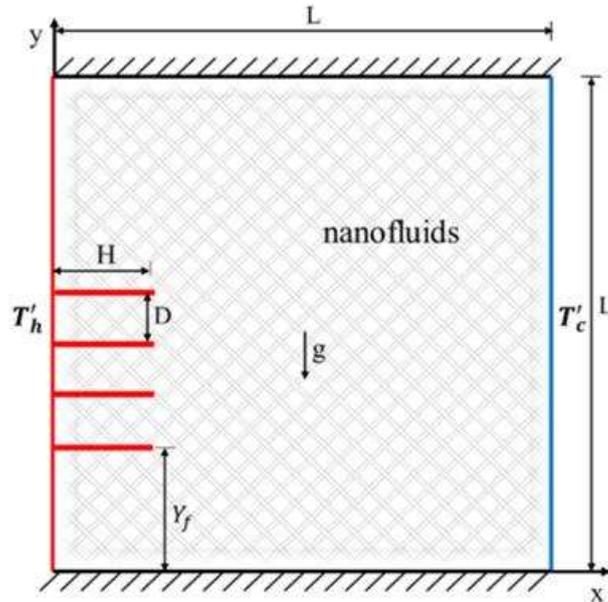


Figure II.3 : Géométrie du problème [13].

Les auteurs [14] ont évalué numériquement l'impact des ailettes circulaires poreuses sur la convection thermique dans une enceinte annulaire avec des parois intérieure et extérieure maintenues à température constante. Les paramètres analysés incluent l'angle d'inclinaison de l'anneau, le rapport d'aspect, le nombre de Darcy, le nombre de Rayleigh, la conductivité thermique, ainsi que les caractéristiques des ailettes. Les résultats indiquent qu'une augmentation du nombre de Darcy améliore significativement le nombre de Nusselt moyen, particulièrement avec un rapport d'aspect de 3:1, qui présente de meilleures performances thermiques que celui de 2:1. De plus, une faible conductivité thermique diminue l'effet bénéfique de l'ajout d'ailettes, tandis qu'une conductivité élevée ($Ke=100$) permet d'augmenter le transfert de chaleur jusqu'à 7% en ajoutant quatre ailettes par rapport à une seule. Ces résultats mettent en lumière l'importance de la conductivité thermique et de la configuration des ailettes dans l'optimisation du transfert de chaleur.

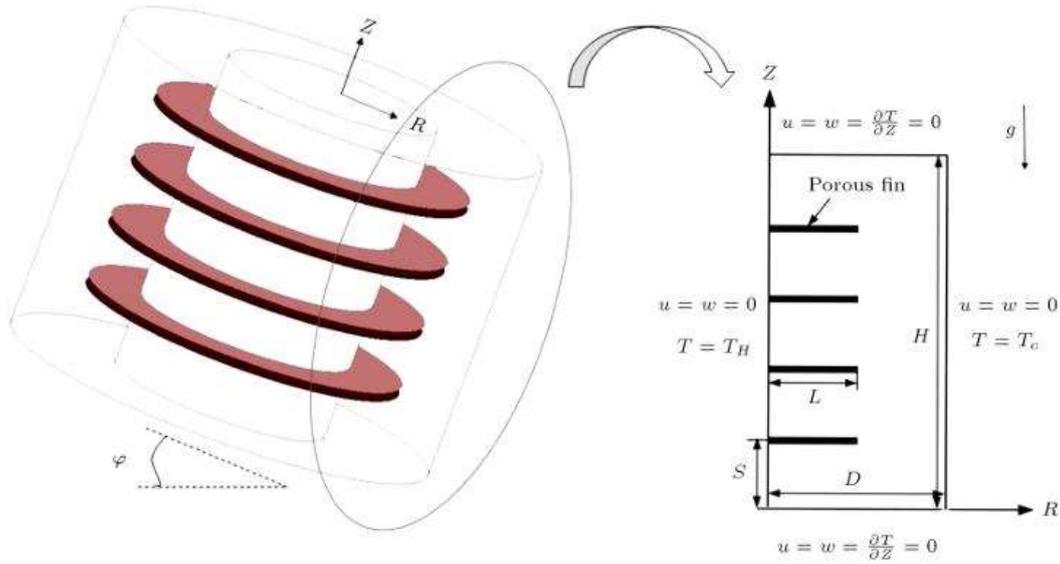


Figure II.4 : Configuration étudiée dans [14].

Les chercheurs [15] ont étudié l'amélioration du transfert thermique à l'aide d'ailettes poreuses dans une cavité cubique chauffée différentiellement. L'objectif est de comprendre comment ces ailettes influencent la performance du transfert de chaleur par convection, en étudiant divers facteurs tels que le nombre de Rayleigh ($10^4 \leq Ra \leq 10^6$), la longueur et la position des ailettes ($0.2 \leq l \leq 0.8$) et ($0.2 \leq d \leq 0.6$), le nombre d'ailettes ($1 \leq N \leq 3$), et la porosité ($0.8 \leq \varepsilon \leq 0.99$). Un modèle mathématique a été élaboré en utilisant les équations d'Oberbeck-Boussinesq et l'approche de Darcy étendue par Brinkman. Les résultats révèlent que l'utilisation d'ailettes poreuses peut accroître le transport d'énergie thermique jusqu'à 50 % par rapport aux cavités sans ailettes. La configuration optimale identifiée est une seule ailette poreuse située près de la surface inférieure (position $d = 0.2$) avec une longueur relative de $l = 0.6$. De plus, la variation de la porosité entre 0.8 et 0.99 a un impact minimal sur les performances de transfert de chaleur. Ces résultats mettent en évidence l'efficacité des ailettes poreuses comme méthode passive pour améliorer le transfert thermique.

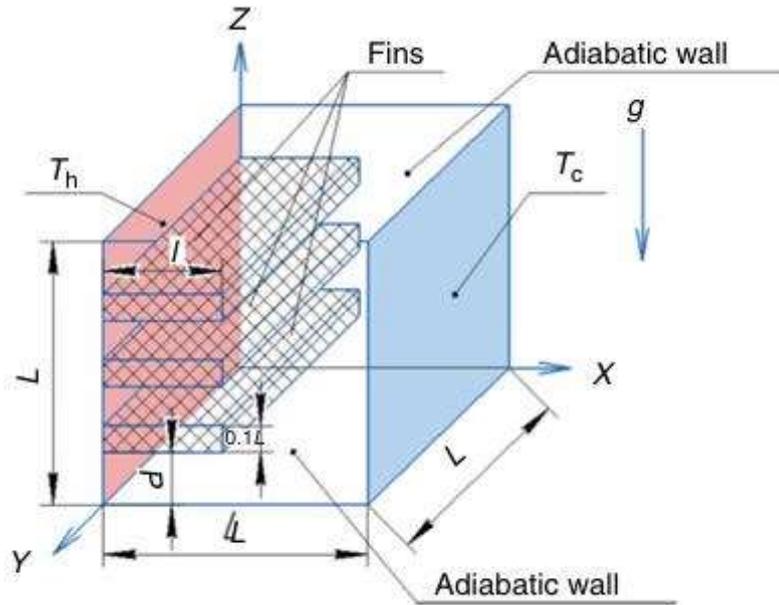


Figure II.5 : Configuration étudiée dans [15].

Les auteurs [16] ont étudié le problème de Darcy-Bénard en utilisant des fluides quasi-thermo-incompressibles étendus, une approximation utile pour des matériaux qui se déforment avec de faibles variations de volume. Bien que les matériaux parfaitement incompressibles n'existent pas dans la nature, cette approche permet d'introduire un facteur de compressibilité essentiel pour l'analyse des instabilités. Une équation plus réaliste pour la densité du fluide est employée, ce qui permet de déterminer le nombre critique de Rayleigh-Darcy pour le début de la convection. L'analyse montre que ce facteur de compressibilité favorise l'apparition des mouvements convectifs, fournissant des résultats thermodynamiquement cohérents et améliorant la compréhension des phénomènes d'instabilité dans des processus non-isothermiques.

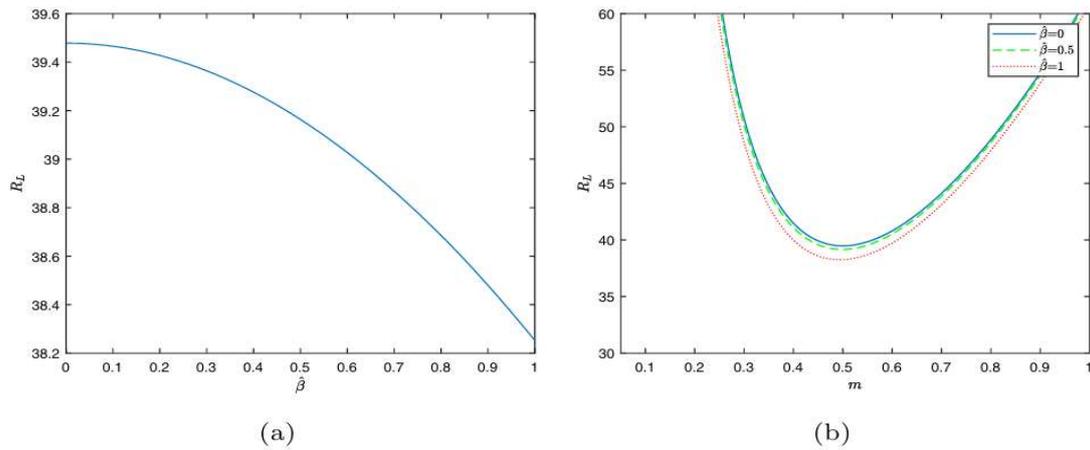


Figure II.6 : Nombre critique de Rayleigh-Darcy R_L en fonction du facteur de compressibilité β . (b): Courbes neutres pour les valeurs cotées du facteur de compressibilité [16].

Les écoulements en milieux poreux entraînés par convection se rencontrent fréquemment dans l'industrie et dans la nature. Leur complexité résulte de leur nature multi-échelles et multi-phases, ainsi que des dynamiques non linéaires qui les caractérisent. Pour mieux comprendre ces phénomènes, diverses approches, incluant la théorie, les simulations et les expériences, ont été mises en œuvre. Les auteurs dans [17] ont passé en revue les découvertes récentes concernant le mélange dans les milieux poreux saturés en fluide, en se concentrant sur la dissolution d'un fluide dense dans un fluide plus léger et en considérant différentes configurations d'écoulement. Les résultats issus des investigations basées sur la loi de Darcy correspondent aux prédictions théoriques, tandis que les études à l'échelle de Hele-Shaw et à l'échelle des pores mettent en évidence des comportements plus complexes, où les effets de taille finie jouent un rôle crucial. Enfin, les développements numériques et expérimentaux récents sont présentés, ainsi que des orientations pour des recherches futures. Ces découvertes sont essentielles pour prédire le comportement à long terme de la dissolution et du mélange dans des contextes d'ingénierie et de phénomènes naturels, contribuant ainsi à relever des défis sociétaux tels que l'atténuation du changement climatique et la transition énergétique.

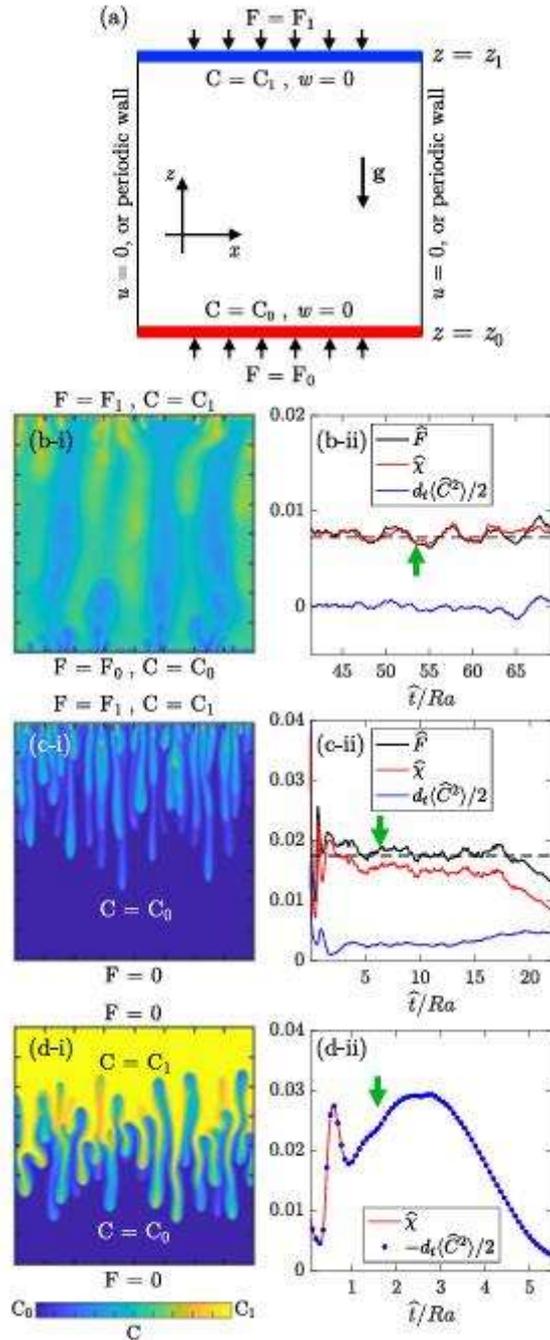


Figure II.7 : Configurations de flux présentant des croquis de limites supérieures et inférieures en termes de flux F et concentration C [17]. Trois configurations d'écoulement sont illustrées. Un champ d'exemple pour $Ra = 7244$ est rapporté.

Les auteurs [18] ont étudié l'apparition de la convection dans une couche poreuse bi-disperse saturée par un mélange de fluides incompressibles, chauffée et salée par le bas. Lorsqu'une couche horizontale de fluide est chauffée, une couche limite thermique de fluide moins dense et chaud s'élève. Lorsque cette couche devient instable, des mouvements convectifs se

produisent, ce qui rend essentiel de prévoir ces instabilités. En prenant en compte l'effet Soret (le flux de masse induit par un gradient de température) l'analyse de stabilité linéaire permet de déterminer les seuils d'instabilité pour le début de la convection, tant dans un état stationnaire qu'oscillatoire. Les résultats montrent que la convection peut entraîner des mouvements instationnaires ou oscillatoires, et que les nombres de Rayleigh critiques pour la température et la concentration dépendent presque linéairement l'un de l'autre. De plus, la rotation et la concentration de sel exercent un effet stabilisateur sur le début de la convection oscillatoire stationnaire. La recherche [18] met en lumière les interactions complexes entre la diffusion thermique, la diffusion de masse et les effets de rotation dans les milieux poreux, contribuant ainsi à une meilleure compréhension des phénomènes convectifs dans des contextes variés.

Les auteurs [19] ont étudié la convection naturelle bidimensionnelle laminaire dans une cavité poreuse multicouche, composée de trois couches homogènes, isotropes et saturées par un fluide unique. Les parois latérales de l'enceinte sont chauffées à des températures différentes, tandis que les autres parois sont isolées. Les équations gouvernantes sont mises sous forme adimensionnelle et modélisées numériquement par la méthode des volumes finis. Les résultats montrent une convection intense dans la première couche, qui possède la perméabilité la plus élevée, et un régime cellulaire. De plus, le taux de transfert de chaleur est fonction croissante du nombre de Rayleigh modifié.

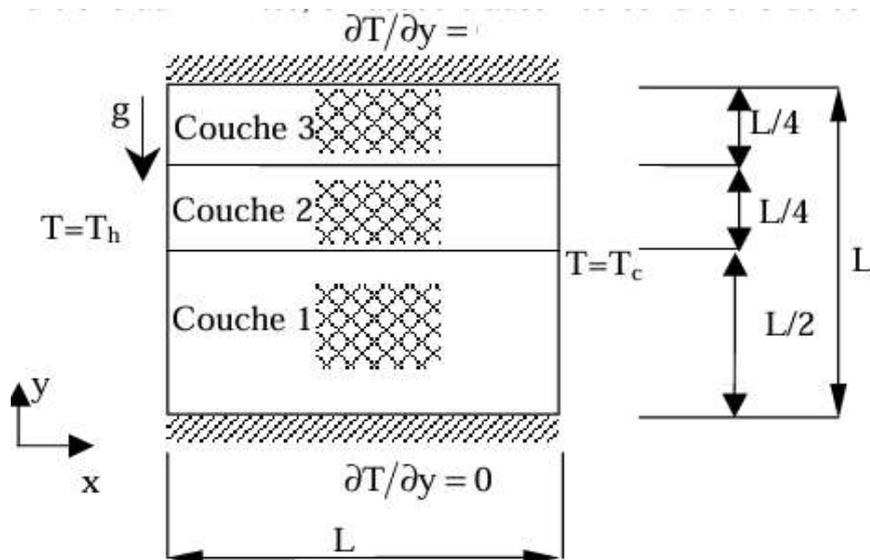


Figure II.8 : Modèle physique et système de coordonnées [19]

Les auteurs [20] ont réalisé la simulation numérique de la convection naturelle dans une cavité cubique poreuse, où les parois verticales sont respectivement chauffées et refroidies,

tandis que les parois horizontales restent adiabatiques. Le fluide étudié est l'air, et le champ d'écoulement est modélisé à l'aide des équations de Navier-Stokes dans la zone fluide et du modèle Darcy-Brinkman-Forchheimer dans la région poreuse. Les équations de continuité, de moment et d'énergie sont résolues par la méthode des volumes finis, ainsi que par le logiciel Fluent. L'étude évalue l'impact des nombres de Rayleigh et de Darcy, de l'épaisseur de la couche de porosité et du nombre de Nusselt sur le transfert de chaleur. Les résultats montrent une relation proportionnelle entre l'augmentation du nombre de Nusselt et les nombres de Rayleigh et de Darcy, tandis qu'une relation inverse est observée avec l'épaisseur de la couche poreuse.

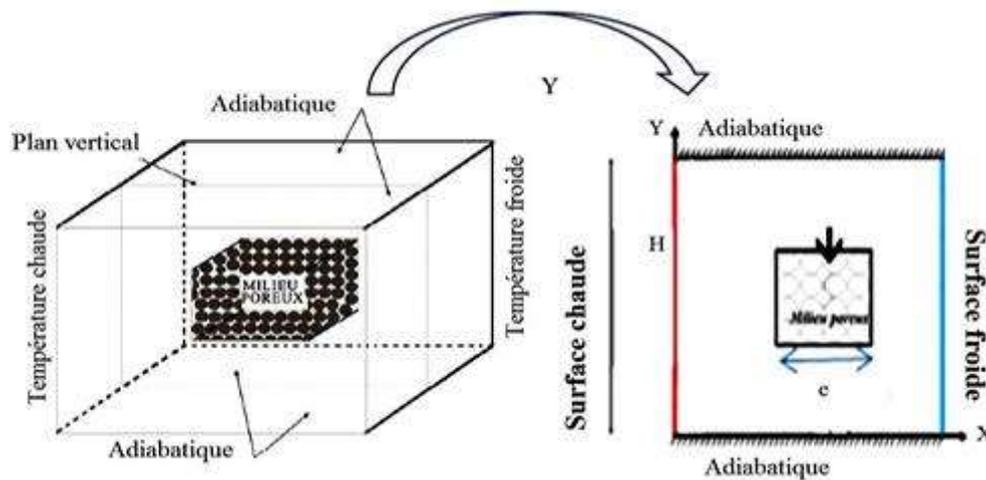


Figure II.9 : Géométrie du problème [20]

Les auteurs [21] ont étudié analytiquement le transfert de chaleur et de masse dans une couche limite régie par la convection naturelle, en examinant une enceinte rectangulaire avec des rapports de flottabilité variables. Les solutions Oseen-linéaires sont utilisées, et la condition de Beavers et Joseph est appliquée à l'interface du fluide poreux. L'interaction du rayonnement thermique avec les revêtements poreux est également analysée, mettant en lumière son impact sur le transfert de chaleur dans des applications telles que les fours, l'isolation et l'électronique. Les résultats indiquent qu'une augmentation des paramètres de glissement et de rayonnement entraîne une amélioration du débit, ainsi qu'une augmentation du transport de chaleur et de masse. Les nombres de Nusselt et de Sherwood atteignent des valeurs maximales avec l'augmentation des paramètres de rayonnement, de Rayleigh et de glissement.

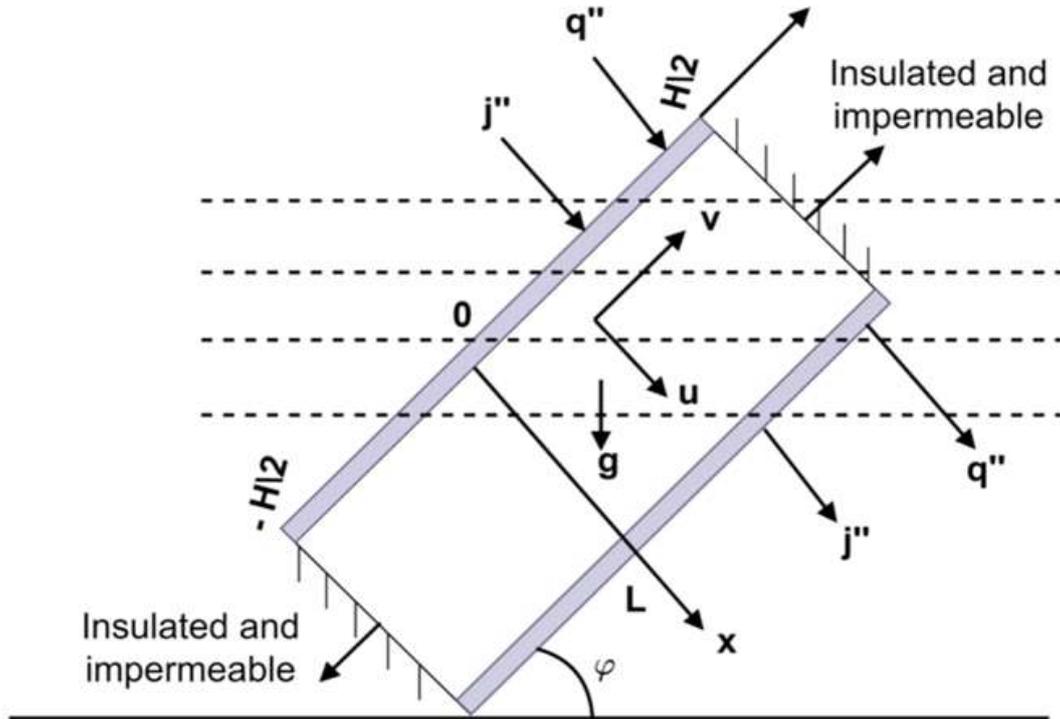


Figure II.10 : Illustration schématique d'une enceinte rectangulaire inclinée, remplie de fluide et soumise à un transfert de chaleur et de masse depuis le côté bordé d'un revêtement poreux et par application de rayonnement thermique [21]

Les auteurs [22] ont présenté des solutions numériques pour la convection naturelle dans une cavité rectangulaire soumise à un flux de chaleur constant sur une paroi verticale, tandis que l'autre paroi est refroidie et les murs horizontaux sont isolés. Les résultats montrent des schémas d'écoulement et de températures distincts par rapport aux cavités avec des parois verticales isothermes, notamment l'absence de symétrie dans le champ d'écoulement. L'augmentation du flux de chaleur appliqué intensifie les effets convectifs sans entraîner une augmentation proportionnelle des températures à la paroi chauffée. Une fraction importante de la chaleur est rejetée à une courte distance du bord supérieur de la paroi refroidie. En outre, le nombre de Nusselt moyen est plus élevé que dans le cas isotherme, atteignant un maximum lorsque le rapport d'aspect de la cavité se situe entre 1 et 2. Deux corrélations pour le nombre de Nusselt moyen sont établies sur la base des résultats obtenus.

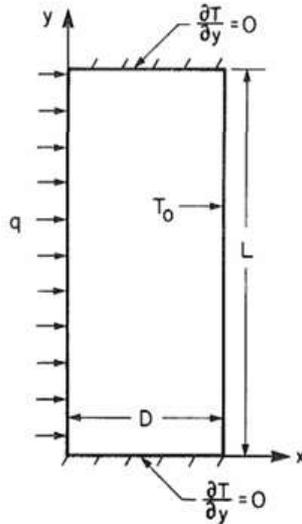


Figure II.11 : Géométrie du problème [22]

Les auteurs [23] ont étudié la convection naturelle dans une cavité carrée poreuse saturée par un nanofluide (Al₂O₃-eau) avec une source de chaleur ondulée. Les murs horizontaux et les parties hachurées des murs verticaux sont considérés comme adiabatiques, tandis que les portions ondulées sont maintenues à des températures constantes. Les équations de conservation de la masse, de Darcy-Brinkman et d'énergie sont résolues par la méthode des éléments finis, en utilisant les modèles de Brinkman et Maxwell pour le nanofluide. Les résultats incluent des isothermes, des lignes de courant, le nombre de Nusselt moyen, ainsi que les profils de vitesse et de température pour diverses combinaisons du nombre de Rayleigh modifié, de la fraction volumique de nanoparticules et de l'amplitude. Il est observé que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh modifié, de la fraction volumique et de l'amplitude. La position optimale pour évacuer le transfert de chaleur par convection est lorsque la source chaude est en bas et la source froide en haut.

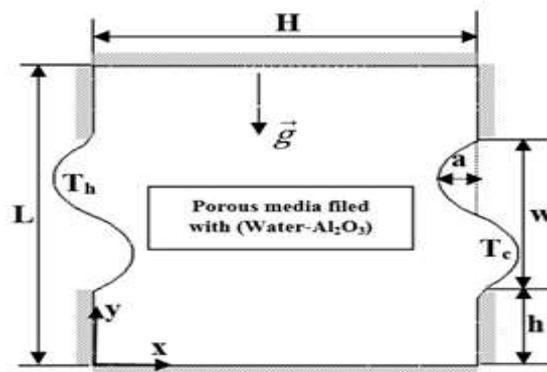


Figure II.12 : Géométrie du problème [23]

Les auteurs [24] ont étudié numériquement et expérimentalement la convection naturelle et le transfert de chaleur dans une enceinte rectangulaire verticale partiellement remplie d'une couche de milieu poreux saturée de fluide. Le flux dans la couche poreuse est modélisé à l'aide des équations de Darcy étendues de Brinkman-Forchheimer. Le modèle numérique a été vérifié par des expériences utilisant des billes de verre comme milieu poreux et de l'eau et de la glycérine comme fluides. Les résultats montrent un bon accord entre la visualisation du flux, les mesures de température et le modèle numérique. Il est constaté que la quantité de fluide pénétrant dans la couche poreuse dépend fortement des nombres de Darcy (Da) et de Rayleigh (Ra). Pour un produit $Ray \cdot Da$ relativement faible, le flux se produit principalement dans la couche de fluide, et le transfert de chaleur dans la couche poreuse se fait uniquement par conduction. En revanche, la pénétration de fluide dans une couche poreuse hautement perméable influence significativement les schémas de convection naturelle dans l'ensemble de l'enceinte.

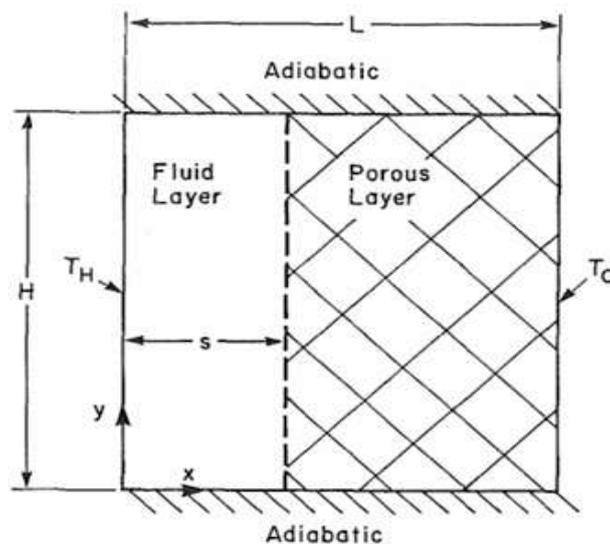


Figure II.13 : Géométrie du problème [24]

Les auteurs [25] ont comparé le modèle de Darcy-Brinkman aux équations de Navier-Stokes modifiées pour analyser la convection naturelle dans une cavité carrée verticale poreuse remplie d'un fluide Newtonien, avec une source de chaleur cylindrique à flux thermique uniforme. Les parois de la cavité sont maintenues à température constante. Les équations de transfert thermique et d'écoulement sont résolues numériquement à l'aide du logiciel Femlab 3.2, basé sur la méthode des éléments finis. Les résultats montrent que l'erreur relative entre les modèles est inférieure à 6 %, tandis que les erreurs de pression peuvent atteindre 13 % dans certains cas. Le modèle de Darcy-Brinkman s'avère plus efficace en termes de temps, permettant un gain de

25 % par rapport au modèle de Navier-Stokes modifié, ce qui en fait le choix recommandé pour cette analyse.

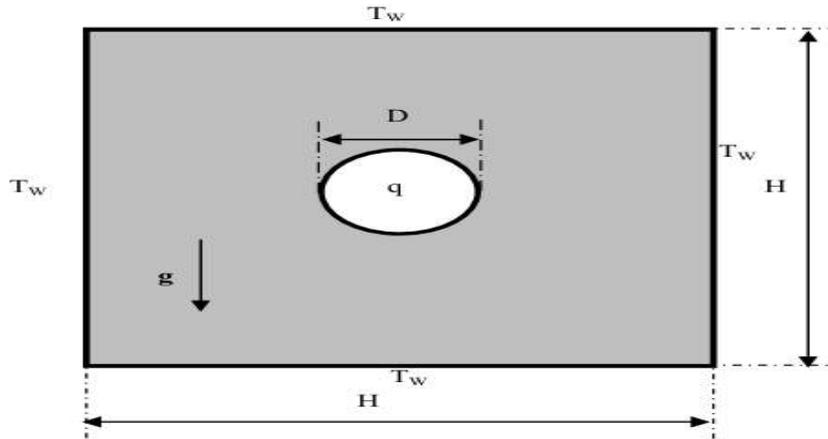


Figure II.14 : Géométrie du problème [25]

Les auteurs [26] ont étudié numériquement la convection naturelle double-diffusive dans une cavité partiellement poreuse saturée d'un fluide binaire, en utilisant les équations de Navier-Stokes pour la région fluide et le modèle de Darcy-Brinkman pour la région poreuse, résolues par la méthode des éléments finis. Les résultats montrent que l'écoulement est généralement circulaire, mais peut inverser sa direction selon le rapport de flottabilité. Bien que l'amplitude de l'interface ondulée n'affecte pas les transferts de chaleur et de masse, les taux de transfert de chaleur excèdent ceux de masse. Une augmentation de l'amplitude élargit la zone pseudo-conductrice, tandis qu'un plus grand nombre d'ondulations diminue la circulation. Enfin, les nombres de Nusselt et de Sherwood montrent des relations exponentielles et polynomiales avec un coefficient de détermination $R = 0,99$, indiquant une forte corrélation entre les paramètres étudiés.

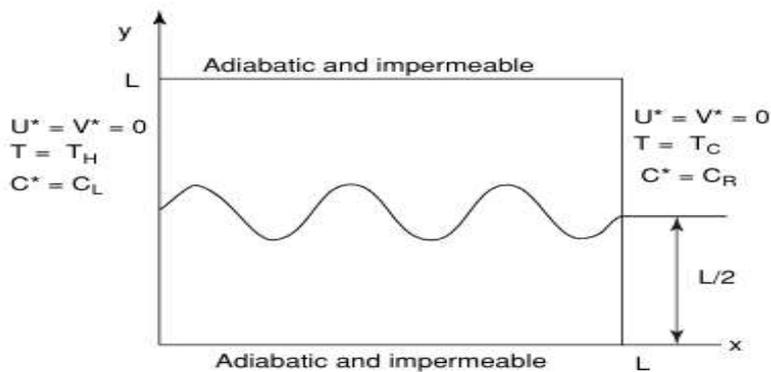


Figure II.15 : Géométrie du problème [26]

Les auteurs [27] ont examiné l'effet de la dissipation de Darcy et de la dissipation visqueuse dans la convection naturelle d'un fluide incompressible à travers un tube composite vertical partiellement rempli de matériau poreux. En utilisant le modèle de Brinkman-Darcy et la méthode de Homotopy perturbation pour résoudre les équations de température et de vitesse, les résultats montrent que l'augmentation du nombre de Brinkman élève les profils de température et de vitesse. De plus, une épaisseur accrue du matériau poreux et une perméabilité supérieure augmentent la vitesse du fluide, tandis qu'une résistance conductrice interne plus élevée réduit la force de flottabilité et, par conséquent, diminue la vitesse du fluide. Ces résultats soulignent l'importance des propriétés du matériau poreux et des conditions d'écoulement sur les performances thermiques du système.

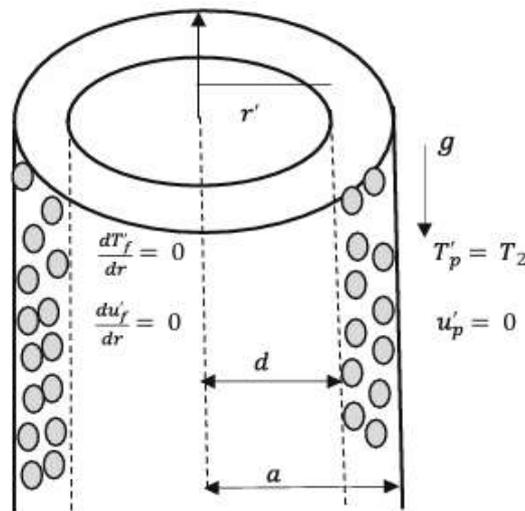


Figure II.16 : Géométrie du problème [27]

Les auteurs [28] ont présenté une analyse numérique de la convection naturelle double-diffusive dans une cavité carrée remplie d'un milieu poreux, où le flux est induit par des variations de température et de concentration. Divers modèles d'écoulement, notamment ceux de Darcy, Forchheimer, Brinkman et généralisé, sont examinés, et les équations sont résolues par la méthode des volumes finis. L'étude évalue les taux de transfert de chaleur et de masse, en comparant les différents modèles selon les variations du nombre de Darcy. De plus, l'influence du nombre de Lewis sur les effets inertiels et de couche limite est explorée, montrant leur impact significatif sur la convection double-diffusive. Cette recherche met en lumière les interactions complexes entre les différents paramètres et modèles dans le cadre de la convection dans des milieux poreux.

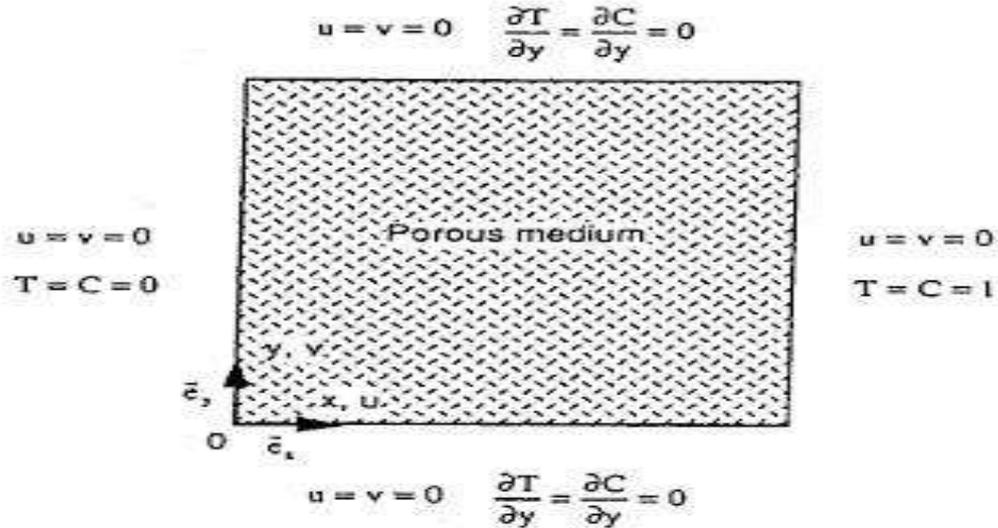


Figure II.17 : Géométrie du problème [28]

Dans cet article par [29], le transfert de chaleur par convection naturelle dans une couche poreuse verticale est étudié à la fois de manière analytique et numérique. Un flux de chaleur constant est appliqué pour chauffer et refroidir les parois latérales longues de la cavité rectangulaire, tandis que les deux autres parois sont isolées. Le milieu poreux est supposé être hydrodynamiquement anisotrope, avec ses axes principaux orientés dans une direction oblique par rapport au vecteur de gravité. Dans la formulation du problème, le modèle de Darcy étendu par Brinkman, est utilisé. Ce modèle permet de satisfaire la condition de non-glissement sur une paroi solide. Les équations régissant le problème sont résolues analytiquement, sous les approximations de couche limite, en utilisant la technique d'Oseen modifiée. Les effets de la variation des nombres de Rayleigh et de Darcy, du rapport de perméabilité anisotrope et de l'angle d'orientation des axes principaux sur l'écoulement et le transfert de chaleur sont étudiés. Une étude numérique du même phénomène, obtenue en résolvant le système complet d'équations régissant, est également réalisée. Les résultats sont rapportés dans la plage $500 \leq Ra \leq 1000$; $10^{-7} \leq Da \leq 10^3$; K^* varie entre 0,25 et 4 ; θ est compris entre 0 et 90 degrés, et A est égal à 1 et 4. Une bonne concordance est trouvée entre la prédiction analytique et la solution numérique.

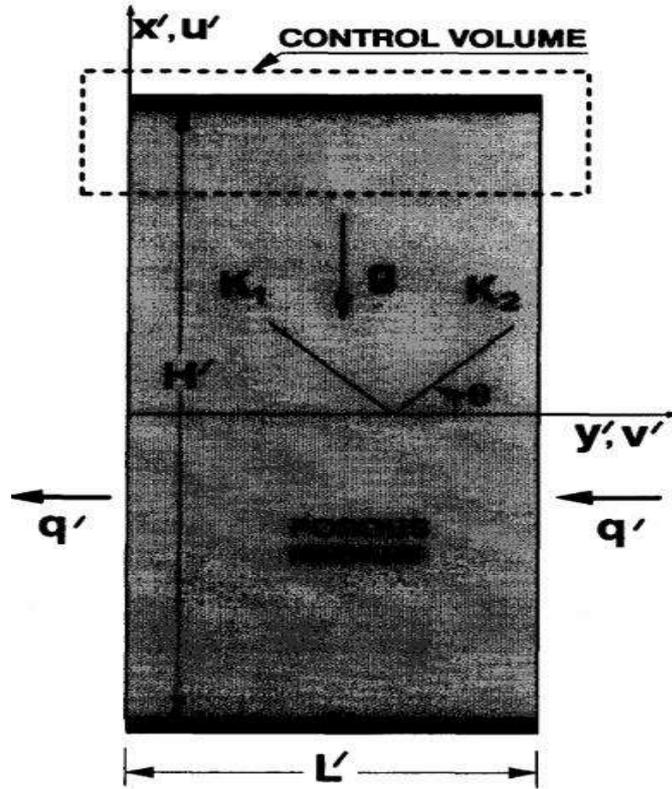


Figure II.18 : Géométrie du problème [29]

Les auteurs [30] ont étudié expérimentalement l'écoulement et le transfert de chaleur dans une cavité cubique chauffée latéralement, remplie de grandes sphères solides formant un milieu poreux grossier. Les nombres de Nusselt ont été mesurés pour des nombres de Rayleigh variant de $1,9 \times 10^7$ à $1,7 \times 10^9$, des ratios de conductivité solide-fluide de 0,32 à 618, et pour différentes tailles de sphères et géométries de remplissage. Les résultats indiquent que la présence d'un milieu poreux réduit le transfert de chaleur par rapport à une cavité remplie de fluide pur, sauf lorsque les sphères solides sont très conductrices. Une nouvelle corrélation du nombre de Nusselt pour les milieux poreux grossiers est présentée, basée sur des nombres sans dimension du milieu poreux. Des mesures de vélocimétrie par images de particules et de thermographie à cristaux liquides ont été réalisées pour obtenir des champs de vitesse et de température à l'échelle des pores. Les résultats montrent que les couches de sphères adjacentes aux parois chaudes/froides jouent un rôle crucial dans la réduction du transfert de chaleur, en entravant la formation de couches limites à haute vitesse le long des parois, modifiant ainsi la distribution de température stratifiée en une distribution inclinée, ce qui entraîne un transfert de chaleur global réduit.

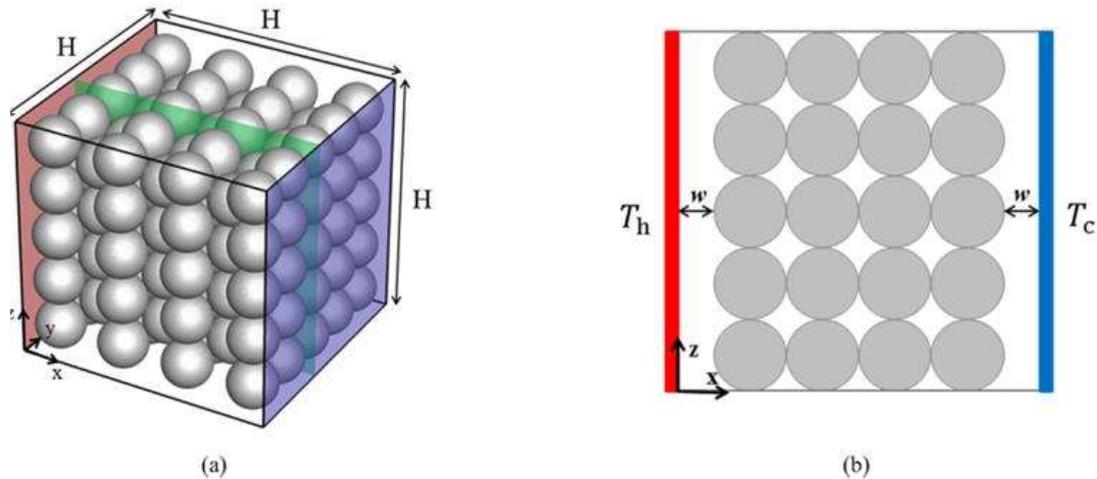


Figure II.19 : (a) Croquis de la cavité d'essai remplie de sphères de taille $d/H=0.20$ en arrangement tétragonal centré (BCT), et l'emplacement de la nappe lumineuse pour les mesures PIV/LCT à $y/H=0.4$. (b) Vue de face de l'arrangement cubique simple $4 \times 5 \times 5$ imprimés en 3D avec un espace de $w/H=0.10$ entre le milieu poreux et les parois chaudes/froides [30].

II-3. Convection forcée en milieu poreux

Les auteurs [31] ont étudié l'écoulement convectif forcé dans un canal à plaques parallèles rempli d'un milieu poreux, sous l'influence de la magnétohydrodynamique (MHD). Utilisant le modèle de Forchheimer pour traiter les effets visqueux et inertiels, le problème est formulé comme un problème de valeur limite non linéaire et résolu par la méthode de transformation différentielle (MTD). Les résultats montrent qu'une augmentation du nombre de Darcy entraîne une réduction de la vitesse d'écoulement, pouvant conduire à un écoulement bouchon à des valeurs élevées. L'étude explore également les caractéristiques thermiques à l'aide d'un chauffage ohmique uniforme, révélant que le nombre de Darcy et les effets MHD influencent significativement les profils de vitesse et de température. Les solutions de la MTD sont validées par rapport à des cas limites de la littérature, montrant une bonne concordance. Cette recherche améliore la compréhension des effets MHD sur l'écoulement convectif et la distribution thermique dans les milieux poreux, offrant des perspectives précieuses pour des applications impliquant des structures poreuses et des champs électromagnétiques.

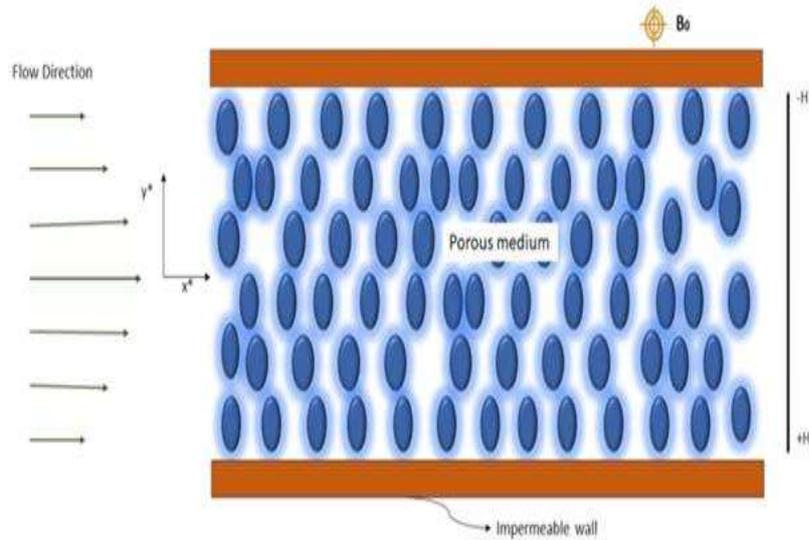


Figure II.20. Représentation schématique du modèle [31].

Les auteurs [32] ont étudié l'impact du rayonnement thermique sur l'écoulement et le transfert de chaleur d'un nanofluide dans un canal semi-poreux, en utilisant les méthodes d'Akbari-Ganji et de perturbation d'homotopie. Elle analyse l'influence de plusieurs paramètres, tels que le nombre de Reynolds, le nombre de Hartmann, le nombre d'Eckert, et les paramètres de rayonnement et d'aspiration, sur les caractéristiques d'écoulement et de transfert de chaleur. Les résultats montrent qu'une augmentation du nombre de Reynolds, de l'aspiration et des paramètres de rayonnement accroît le gradient de température, fournissant des perspectives précieuses pour améliorer le transfert de chaleur. L'étude valide les méthodes utilisées en les comparant à d'autres approches établies dans la littérature. Elle souligne également l'importance d'explorer l'effet de différentes formes de nanoparticules et des propriétés variables sur les performances thermiques. Les conclusions visent à contribuer au développement de systèmes de gestion thermique plus efficaces pour diverses applications industrielles et d'ingénierie.

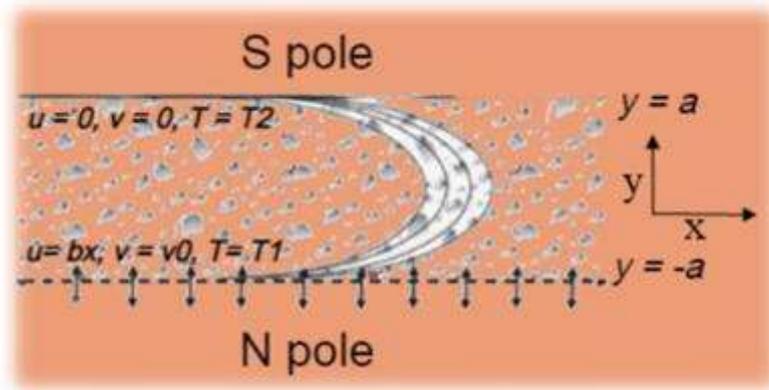


Figure II.21. Géométrie d'un canal semi-poreux [32].

Les réseaux de neurones artificiels (RNA) sont particulièrement efficaces pour résoudre des problèmes mathématiques complexes et non linéaires, ce qui les rend précieux dans des domaines comme la biotechnologie, l'informatique biologique et la dynamique des fluides. Les auteurs dans [33] ont exploré l'utilisation de RNA à rétropropagation avec l'algorithme de Levenberg-Marquardt pour évaluer le transfert de chaleur dans des nanofluides hybrides, en se concentrant sur l'écoulement de convection mixte d'un nanofluide MgO + GO/EG sur une surface étirée exponentiellement. Un système non linéaire d'équations différentielles ordinaires est dérivé des équations différentielles partielles associées. Les ensembles de données de référence sont générés à l'aide de la méthode bvp4c, répartis en ensembles d'entraînement (70 %), de test (15 %) et de validation (15 %). L'algorithme de Levenberg-Marquardt est appliqué aux RNA. L'exactitude de la méthode est vérifiée par l'erreur quadratique moyenne, des histogrammes d'erreur et une analyse de régression, montrant une excellente concordance entre les résultats des RNA et ceux numériques. Les propriétés d'écoulement, telles que la température, la vitesse et les profils de concentration, sont présentées graphiquement et numériquement. L'analyse du transfert de chaleur et de l'écoulement dans les nanofluides hybrides sur des surfaces étendues a des applications pratiques variées, notamment dans la délivrance de médicaments, la fabrication, la microélectronique, le refroidissement des centrales nucléaires et l'ingénierie marine.

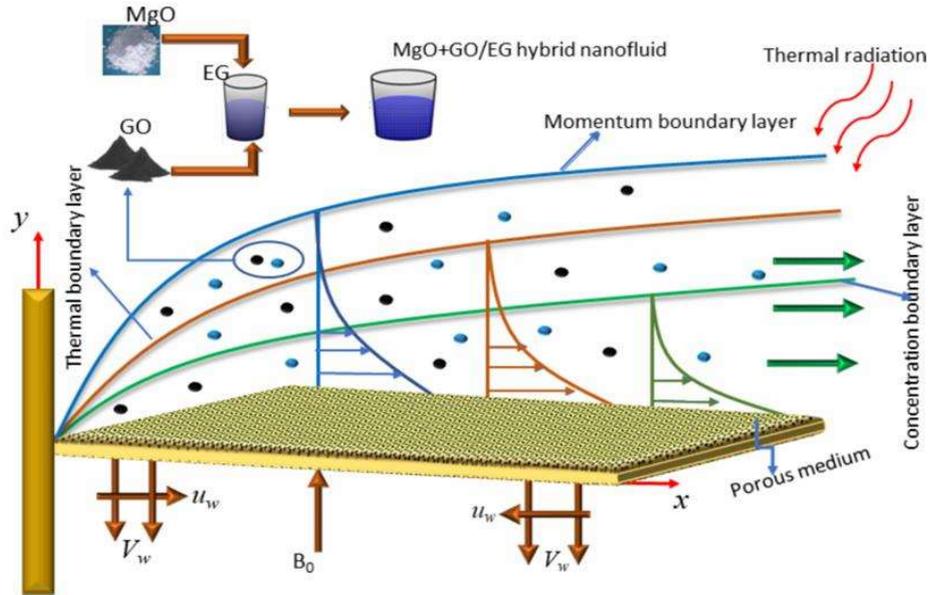


Figure II.22. Visualisation des vecteurs de poids optimaux pour le modèle d'écoulement donné Géométrie d'un canal semi-poreux [33].

Les auteurs [34] ont réalisé une simulation numérique du transfert de chaleur dans un canal horizontal partiellement rempli d'un matériau poreux saturé d'air. Le canal est divisé en trois parties égales, seule la deuxième étant remplie de matériau poreux. Les parois des « première » et « troisième » parties sont adiabatiques et imperméables, tandis que celles de la deuxième partie sont maintenues à une température constante inférieure à celle du flux à l'entrée du canal. Une méthode numérique par volumes finis avec une discrétisation de second ordre est utilisée pour résoudre les équations de conservation de la masse, du moment et de l'énergie. La présence du milieu poreux augmente considérablement le transfert de chaleur. Pour un nombre de Grashof de 10^4 , les résultats de convection mixte sont similaires à ceux de la convection forcée. Cependant, une augmentation du nombre de Grashof à 10^5 entraîne de petites différences entre les résultats de convection forcée et mixte.

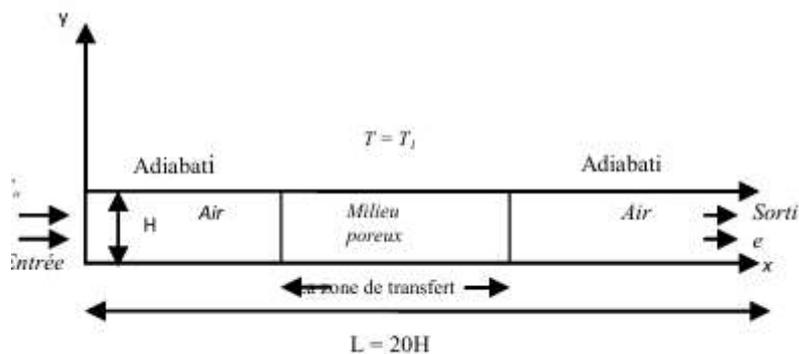


Figure II.23. Schéma du problème considéré [34].

Les auteurs [35] ont examiné les modèles actuels d'écoulements dans les milieux poreux à travers la théorie des mélanges, en se concentrant sur les mélanges solide-fluide. Ils ont analysé la cohérence thermodynamique des équations pour les fluides compressibles, visqueux et conducteurs de chaleur, en intégrant les phénomènes de relaxation à l'aide d'équations de taux. L'analyse thermodynamique utilise l'inégalité de Clausius-Duhem, basée sur les champs spécifiques du mélange, offrant une approche plus détaillée que les méthodes standards. Cela inclut l'étude des flux de chaleur particuliers et des bilans d'énergie et d'entropie, prenant en compte les effets de diffusion. L'article souligne également que les équations constitutives pour les contraintes et les flux de chaleur doivent respecter le principe d'objectivité, souvent exprimé par des dérivées temporelles partielles.

II-4. Convection MHD en milieu poreux

L'utilisation de milieux poreux dans un nouveau modèle mathématique pour améliorer les caractéristiques de transfert de chaleur convective dans diverses applications, telles que le stockage des déchets nucléaires, le refroidissement par évaporation, l'extraction géologique et le chauffage/refroidissement des bâtiments, est de plus en plus importante. Dans ce contexte les auteurs [36] ont proposé une analyse numérique de l'écoulement de convection libre magnétohydrodynamique d'un fluide exothermique avec chauffage newtonien. Deux types de solutions sont révélés : état stationnaire et non stationnaire. Les équations régissant le phénomène sont transformées en forme adimensionnelle, et l'équation de l'état stationnaire est résolue par la méthode de perturbation Homotopy. Les équations dépendantes du temps sont résolues numériquement par une approche implicite par différences finies. L'impact de divers paramètres, tels que le nombre de Hartmann, le nombre de Biot, le nombre de Darcy, le paramètre de glissement de Navier et le paramètre de Frank-Kamenetskii, est discuté et analysé graphiquement. Il est constaté qu'une légère augmentation du nombre de Hartmann intensifie la force de Lorentz, ce qui ralentit l'écoulement du fluide. En revanche, la vitesse du fluide augmente avec l'augmentation du milieu poreux, du nombre de Biot thermique, du paramètre de glissement et du champ de température. Le frottement de surface et le nombre de Nusselt sont également examinés. La comparaison des résultats avec des travaux existants montre une bonne concordance.

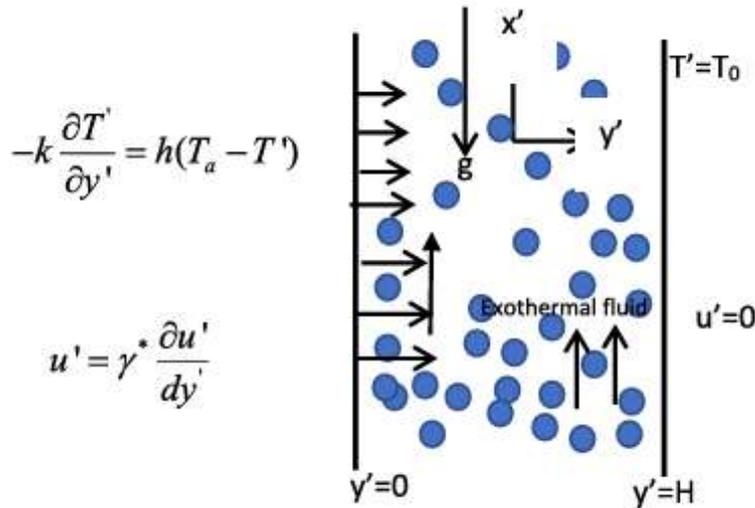


Figure II.24. Coordonnées physiques du système d'écoulement Schéma du problème considéré [36].

Les auteurs [37] ont analysé l'écoulement de convection mixte MHD sur une plaque plane verticale intégrée dans un milieu poreux de type Darcy-Forchheimer. En utilisant des variables de similarité, les équations différentielles sont transformées en équations ordinaires, résolues numériquement avec la fonction `bvp4c` de MATLAB. Les résultats sont présentés sous forme graphique et tabulaire, incluant des frottements de surface réduits, des nombres de Nusselt réduits, ainsi que des profils de vitesse et de température. L'étude révèle des solutions duales (branches supérieure et inférieure) et examine l'impact de divers paramètres régissant tels que G (Darcy-Forchheimer), S (aspiration/injection), et M (MHD). Les résultats sont également validés avec des données existantes, montrant une excellente concordance, et soulignent l'importance d'une analyse asymptotique pour des recherches futures. Des investigations supplémentaires sont recommandées pour optimiser les paramètres physiques.

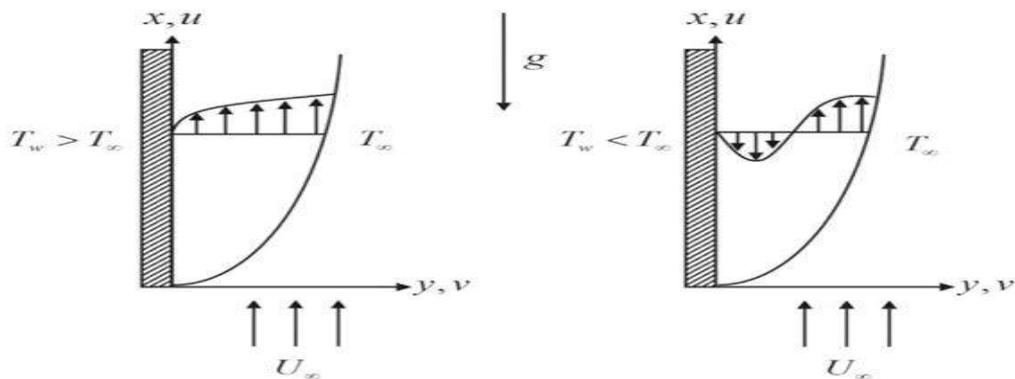


Figure II.25. Modèle physique [37].

Chapitre III : Modélisation de la convection dans un milieu poreux

III-1. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter les équations fondamentales du mouvement des fluides avec transfert de chaleur par convection dans un milieu poreux saturé. Ces équations ont été dérivées dans plusieurs références de la littérature, notamment par Nield et Bejan, en utilisant l'approche du volume élémentaire représentatif (VER). La seconde partie du chapitre détaillera les modèles couramment utilisés pour le calcul de la perméabilité d'un milieu poreux.

III-2. Modélisation de la convection dans un milieu poreux

Les équations régissant la convection dans un milieu poreux peuvent être dérivée en adoptant l'approche du volume élémentaire représentatif (VRE) [38], comme illustré à la figure III.1.

III-2.1. Approche du volume élémentaire représentatif (VRE) :

Selon l'approche VER, le milieu poreux saturé (Fig. III.1) est composé de deux phases : liquide et solide. En réalisant les moyennes sur le volume du milieu poreux V_p , qui se compose d'un mélange fluide et solide, ou sur le volume V_l constitué uniquement de fluide, nous pouvons définir deux vitesses : la vitesse du fluide \mathbf{U} (vitesse **intrinsèque**), résultant de la moyenne sur V_l , et la vitesse \mathbf{u} de composantes (u, v, w) , qui se réfère à la vitesse de **filtration** ou à la vitesse de Darcy, définie par une moyenne sur le volume V_p . Suivant la relation de Dupuit-Forchheimer, ces deux vitesses sont reliées par :

$$\mathbf{u} = \phi \mathbf{U} \quad (\text{III-1})$$

Où ϕ est la porosité.

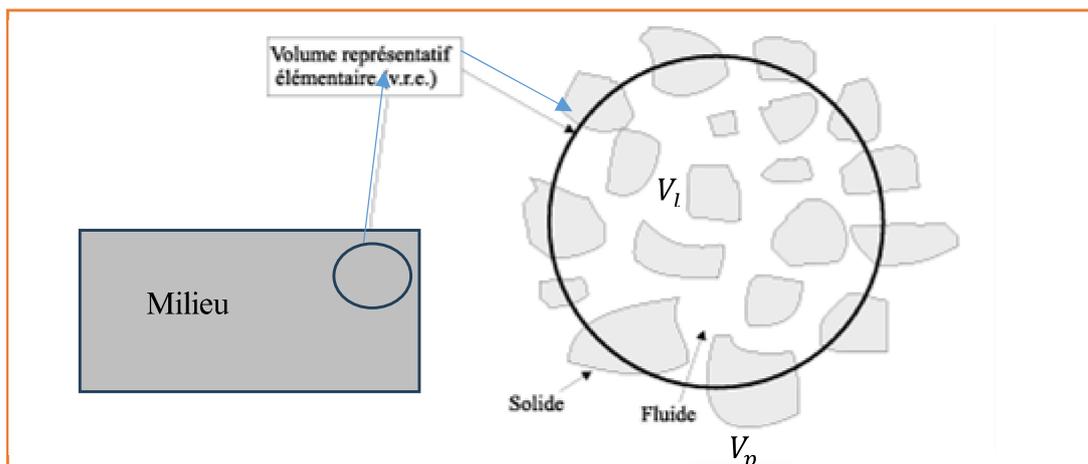


Figure III-1 : Volume représentatif élémentaire (VER) [38]

III-2.2. Équation de conservation de la masse

Dans la dérivation des équations de bilan de masse, de quantité de mouvement et d'énergie à l'aide de l'approche VER, nous nous intéressons à la vitesse de filtration. Ces équations doivent être exprimées en termes de vitesse de filtration \mathbf{u} , qui reflète mieux l'évolution globale du fluide dans le milieu poreux. Cela est justifié, car les équations de ces bilans macroscopiques que nous utilisons sont des moyennes qui masquent les détails structurels de la matrice poreuse. En supposant que le fluide saturant le milieu poreux est incompressible, on peut écrire l'équation de continuité :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (\text{III-2})$$

III-2.3. Équations de conservation de la quantité de mouvement

Il existe de nombreuses formulations d'équations décrivant la conservation de la quantité de mouvement, comme celles rapportées par Nield et Bejan. Nous nous concentrerons sur la loi de Darcy, le modèle de Brinkman et le modèle de Brinkman généralisé, qui sont les modèles les plus couramment utilisés.

III-2.3.1. Loi de Darcy

Selon la littérature, le modèle dit de "Darcy-Brinkman" introduit un terme visqueux similaire à celui des équations de Navier-Stokes afin de prendre en compte les effets de cisaillement près des parois des solides. Ce terme (modèle) découle des expériences historiques de Darcy [39]. En effet, en l'absence de forces extérieures et de forces d'inertie, il existe une proportionnalité entre le gradient de pression appliqué et la vitesse du fluide dans un milieu poreux, telle que :

$$\nabla p = -\frac{\mu_l}{K} \mathbf{u} \quad (\text{III-3})$$

Où

- p : est la pression,
- μ_l : est la viscosité dynamique du fluide et
- K : est la perméabilité du milieu poreux saturé, qui est généralement un tenseur mais se réduit à un scalaire dans le cas d'un milieu poreux isotrope.

Il convient de noter que la loi de Darcy a été validée par diverses expériences et études théoriques (statistiques et thermodynamiques). Cependant, elle n'est valable que pour les écoulements laminaires [38, 40].

III-2.3.2. Modèle de Brinkman

Le modèle de Brinkman propose une alternative intéressante à la loi de Darcy, selon laquelle le gradient de pression peut s'écrire :

$$\nabla p = -\frac{\mu_l}{K} \mathbf{u} + \mu_{\text{eff}} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (\text{III-4})$$

Avec

- μ_{eff} : est référée à la viscosité effective.
- μ_l : est la viscosité du fluide dans le milieu poreux saturé (le fluide est souvent appelé fluide saturant). Notons que la viscosité effective est souvent prise égale à la viscosité du fluide : $\mu_{\text{eff}} = \mu_l$ [38].

Il convient de noter que le modèle de Brinkman, donné par l'équation (III-4), se compose de deux termes visqueux : le terme de Darcy ($-\frac{\mu_l}{K} \mathbf{u}$) et le terme diffusif ($\mu_{\text{eff}} \nabla^2 \mathbf{u}$) qui est similaire à celui rencontré dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement des équations de Navier-Stokes. L'idée derrière cette formulation de Brinkman est de conserver la structure des équations de la mécanique des fluides newtoniens, ce qui facilite l'adaptation rapide des modèles numériques issus de cette discipline aux milieux poreux [38]. La notion fondamentale du modèle de Brinkman est que la présence de particules solides dans le fluide génère une force volumique de traînée dans l'équation de la quantité de mouvement, proportionnelle à la vitesse du fluide et inversement liée à un facteur associé à la perméabilité du milieu poreux [38].

Dans le modèle original de Brinkman, il a été supposé que la viscosité effective μ_{eff} est identique à celle du fluide saturant μ_l , ce qui n'est généralement pas le cas. Toutefois, des études ont démontré que ce modèle n'est valide que pour des milieux poreux présentant une forte porosité [38].

Remarque : Confrontation du modèle de Darcy au modèle de Brinkman

- Bien que la majorité des études sur la convection dans les milieux poreux reposent sur le modèle de Darcy, il est essentiel de noter que le modèle de Brinkman prend en compte la friction due à un cisaillement macroscopique. Ce dernier modifie la structure de l'écoulement, en particulier dans les milieux poreux de faible densité.

- Le modèle de Brinkman considère le milieu poreux saturé comme un fluide spécifique ayant une viscosité effective μ_{eff} , soumis à une force extérieure non conservatrice [38]. En

variant la perméabilité, il est possible de passer d'un milieu poreux de type Darcy à un fluide pur.

- À l'inverse du modèle de Darcy, le modèle de Brinkman intègre un terme de diffusion visqueuse, influençant les zones proches de l'interface solide-fluide [38].

III-2.3.3. Equation de Brinkman généralisée

Pour modéliser le transport de la quantité de mouvement d'un fluide dans un milieu poreux, nous devons recourir à l'équation (III-7), également appelée équation de Brinkman généralisée :

$$\rho_l \left[\frac{1}{\phi} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\phi^2} (u \nabla) u \right] = -\nabla p - \frac{\mu_l}{K} u + \mu_{\text{eff}} \nabla^2 \mathbf{u} + F \quad (\text{III-5})$$

L'équation (III-5) est dérivée de l'équation (III-4) par l'ajout des termes d'inertie [38]. Dans cette équation, les termes d'inertie sont exprimés en fonction de la vitesse de filtration u , de la porosité ϕ , de la masse volumique du fluide ρ_l et du champ de forces externes F .

III-2.4. Équation de conservation de l'énergie

Afin d'établir un bilan énergétique, nous supposons que le milieu poreux est isotrope et que le rayonnement et la dissipation visqueuse sont négligeables. En outre, nous considérons que les phases du fluide saturant et du solide constituant le milieu sont à la même température, c'est-à-dire en *équilibre thermique local*. D'autre part, nous supposons que le transfert de chaleur par conduction se fait au même temps dans le fluide et dans le solide, afin d'éviter tout transfert net de chaleur d'une phase vers l'autre.

En tenant compte de ces hypothèses, nous pouvons utiliser l'équation de Fourier localement et faire des moyennes sur le volume représentatif élémentaire (VRE) du milieu, illustré en Fig. III.1. Cette procédure conduit aux Équations de conservation de l'énergie suivantes :

Phase solide :

$$(1 - \phi)(\rho c_p)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = (1 - \phi)k_s \nabla^2 T_s \quad (\text{III-6})$$

Phase liquide :

$$\phi(\rho c_p)_l \frac{\partial T_l}{\partial t} + (\rho c_p)_l (u \nabla T_l) = \phi k_f \nabla^2 T_l \quad (\text{III-7})$$

Où s et l sont utilisées pour se référer aux solide et fluide, c_p est la chaleur spécifique à pression constante, k est la conductivité thermique assumée constante.

Notons que l'équilibre thermique local implique que $T_l = T_s$. L'addition des deux équations précédentes conduit à l'équation de conservation de l'énergie suivante :

$$(\rho c_p)_{pr} \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c_p)_l u \nabla T = k_{pr} \nabla^2 T \quad (\text{III-8})$$

Avec les paramètres $(\rho c_p)_{pr}$ et k_{pr} représentant respectivement la capacité calorifique totale et la conductivité thermique totale du milieu poreux, désigné par l'indice « pr » sont exprimés par :

$$(\rho c_p)_{pr} = (1 - \phi)(\rho c_p)_s + \phi(\rho c_p)_l \quad (\text{III-9a})$$

Et

$$k_{pr} = (1 - \phi)k_s + \phi k_l \quad (\text{III-9b})$$

III-3. Récapitulation : Système d'équations pour la convection basé sur le modèle de Brinkman généralisé

III-3.1. Convection naturelle dans un milieu poreux

Dans le cas de la convection naturelle, également appelée convection libre, le champ de forces externe est le champ de gravité, $F = \rho_l g$. L'équation qui gouverne le transfert de quantité de mouvement dans le fluide saturant au sein du milieu poreux s'exprime à partir de l'équation (II-5) comme suit :

$$\rho_l \left(\frac{1}{\phi} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\phi^2} (u \nabla) u \right) = -\nabla p - \frac{\mu_l}{K} u + \mu_{\text{eff}} \nabla^2 u + \rho_l g \quad (\text{III-10})$$

La masse volumique du fluide saturant (ρ_l) est souvent approximée par l'approximation de **Boussinesq**. Cette dernière considère constantes toutes les propriétés physiques du fluide, à l'exception de sa masse volumique, qui varie dans le terme de force de volume de l'équation précédente. L'approximation de Boussinesq permet d'exprimer la masse volumique du fluide saturant (ρ_l) par :

$$\rho_l = \rho_0 (1 - \beta_T (T - T_0)) \approx \rho_0 \beta_T (T - T_0) \quad (\text{III-11})$$

Où : T_0 est une température de référence (à l'état « 0 ») et β_T est le coefficient de dilatation thermique du fluide saturant.

En récapitulant, les équations de convection naturelle dans un milieu poreux, basées sur le modèle de Brinkman généralisé, sont les suivantes :

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (\text{III-14})$$

$$\rho_l \left(\frac{1}{\phi} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\phi^2} (u \nabla) u \right) = -\nabla p - \frac{\mu_l}{K} u + \mu_{\text{eff}} \nabla^2 u + \rho_0 (1 - \alpha_T (T - T_0)) g \quad (\text{III-15})$$

$$(\rho c_p)_{pr} \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c_p)_l u \nabla T = k_{pr} \nabla^2 T \quad (\text{III-16})$$

Les équations peuvent servir d'équations de départ pour la simulation numérique du problème de convection naturelle dans un milieu poreux.

III-3.2. Convection forcée dans un milieu poreux

Dans le cas de la convection **forcée**, le champ de forces externe est omis et le mouvement du fluide saturant est provoqué par l'action d'un moyen externe, tel qu'un ventilateur ou une pompe. Les équations de convection forcée dans un milieu poreux, basées sur le modèle de Brinkman généralisé, sont les suivantes :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (\text{III-17})$$

$$\rho_l \left(\frac{1}{\phi} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{1}{\phi^2} (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p - \frac{\mu_l}{K} \mathbf{u} + \mu_{\text{eff}} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (\text{III-18})$$

$$(\rho c_p)_{pr} \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c_p)_l \mathbf{u} \nabla T = k_{pr} \nabla^2 T \quad (\text{III-19})$$

Ce système d'équations peut servir de point de départ pour la simulation numérique du problème de convection forcée dans un milieu poreux.

III-4. Modèles de détermination de la perméabilité

Il existe plusieurs modèles de calcul de la perméabilité, le plus utilisé étant celui de Carman-Kozeny.

III-4.1. Le modèle de Carman-Kozeny

La perméabilité K est souvent mesurée ou calculée. La mesure est réalisée expérimentalement, tandis que le calcul est généralement réalisé en se référant à des formules empiriques, telles que celle de Carman-Kozeny [38]. Cette dernière est fréquemment utilisée et s'exprime comme suit :

$$K = \frac{D_{p2}^2 \phi^3}{180 (1-\phi)^2} \quad (\text{III-20})$$

Notons que la valeur 180 a été sélectionnée par les chercheurs, car elle assure la meilleure corrélation entre les valeurs de K calculées par cette formule et les valeurs expérimentales. Le diamètre D_{p2} est exprimé par :

$$D_{p2} = \frac{\int_0^\infty D_p^3 f(D_p) dD_p}{\int_0^\infty D_p^2 f(D_p) dD_p} \quad (\text{III-21})$$

Avec $f(D_p)$ désigne la fonction de distribution des diamètres, D_p , des particules constitutives du milieu poreux. Il est important de souligner que l'équation de Carman-Kozeny fournit des résultats satisfaisants lorsque les particules ont des formes quasi sphériques [38].

A noter que des développements supplémentaires concernant les modèles de calcul de la perméabilité (Kozeny-Carman et autres), ainsi que la loi de Darcy et ses applications, sont présentés dans la section suivante.

III-5. Application de la loi de Darcy à l'étude de l'écoulement de fluide à travers une couche poreuse

III-5.1. Présentation du problème d'écoulement de fluide à travers une couche poreuse

Le cas d'un fluide s'écoulant à travers une couche de particules solides (couche poreuse) se rencontre dans diverses opérations industrielles, telles que le catalyseur et le garnissage. Ces milieux poreux sont généralement le siège de transferts de matière, permettant des réactions chimiques ou agissant comme séparateurs de produits. On trouve leur application dans les opérations suivantes :

- Purification des fluides sur un lit adsorbant (adsorption).
- Fractionnement des vapeurs organiques (cracking).
- Réaction chimique (catalyseur).

III-5.2. Caractéristique de l'écoulement, perméabilité et loi de Darcy

La Figure III-2 présente un schéma illustrant un fluide s'écoulant à travers une couche de particules solides (couche poreuse).

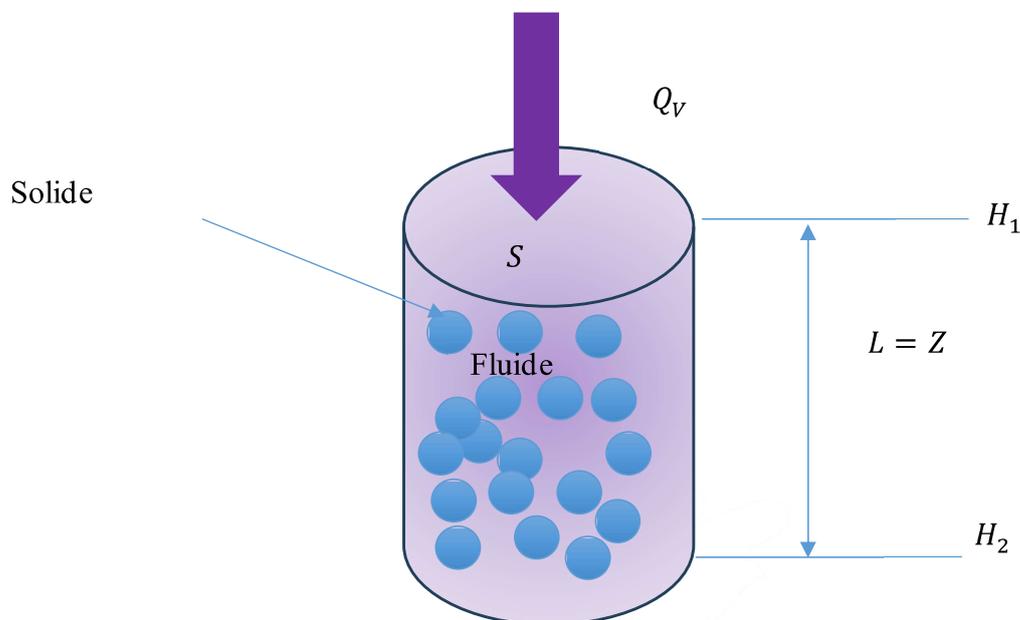


Figure III-2 : Écoulement de fluide à travers une couche poreuse

En se référant à la figure III-2, on peut définir :

D'une part :

1- D'une part, le **débit volumique (Q_v en $[m^3/s]$) transféré à travers la colonne poreuse**, composée de matrice solide et de fluide saturant, qui est exprimé par :

$$Q_v = k_0 \frac{S \Delta H}{L} \quad (\text{III-22})$$

Où :

- k_0 est la conductivité hydraulique. C'est une propriété liée à la perméabilité du milieu poreux, $[m/s]$.
- S est la section droite de la colonne poreuse $[m^2]$.
- H est la hauteur piézométrique $[m]$. On distingue : $H_1 = Z + \frac{P_1}{\rho g}$ et $H_2 = Z + \frac{P_2}{\rho g}$.

2- D'autre part, la **vitesse superficielle du fluide s'écoulant à travers la colonne poreuse** qui peut s'écrire :

$$u = u_f = \frac{Q_v}{S} = k_0 \frac{S \Delta H}{S L} = k_0 \frac{\Delta H}{L} \quad (\text{III-23})$$

Notons que u (également noté u_f) est la vitesse superficielle du fluide saturant. En se référant à l'équation (III-1), elle est aussi appelée vitesse de filtration ou vitesse de Darcy et elle est liée à la vitesse réelle du fluide U par :

$$u = \phi U \quad (\text{III-1})$$

Où ϕ est la porosité.

D'autre part :

1- La perméabilité :

La perméabilité K est une propriété qui dépend des caractéristiques du fluide saturant et de la distribution granulométrique des particules solides. Elle indique la facilité avec laquelle un fluide peut être transporté à travers les pores (vides). En se référant à la figure III-2, elle peut s'écrire :

$$k_0 = K \frac{\rho_f g}{\mu_f} \quad (\text{III-24})$$

Où

- K est la perméabilité en $[m^2]$ ou [Darcy] ($1 \text{ Darcy} = 0,987 \times 10^{-12} m^2$)
- g est la gravité $[m/s^2]$.

- μ_f est la viscosité du fluide, [$\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$] (ou [$\text{Pa}\cdot\text{s}$])
- ρ_f : Masse volumique de fluide [Kg/m^3].

2- La loi de Darcy :

En se référant à la Figure III-2, la loi générale de Darcy s'écrit :

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_f = -\frac{K}{\mu_f} \cdot \nabla P \quad (\text{III-23})$$

Cette formule peut être facilement dérivée de l'équation (III-3) précédente.

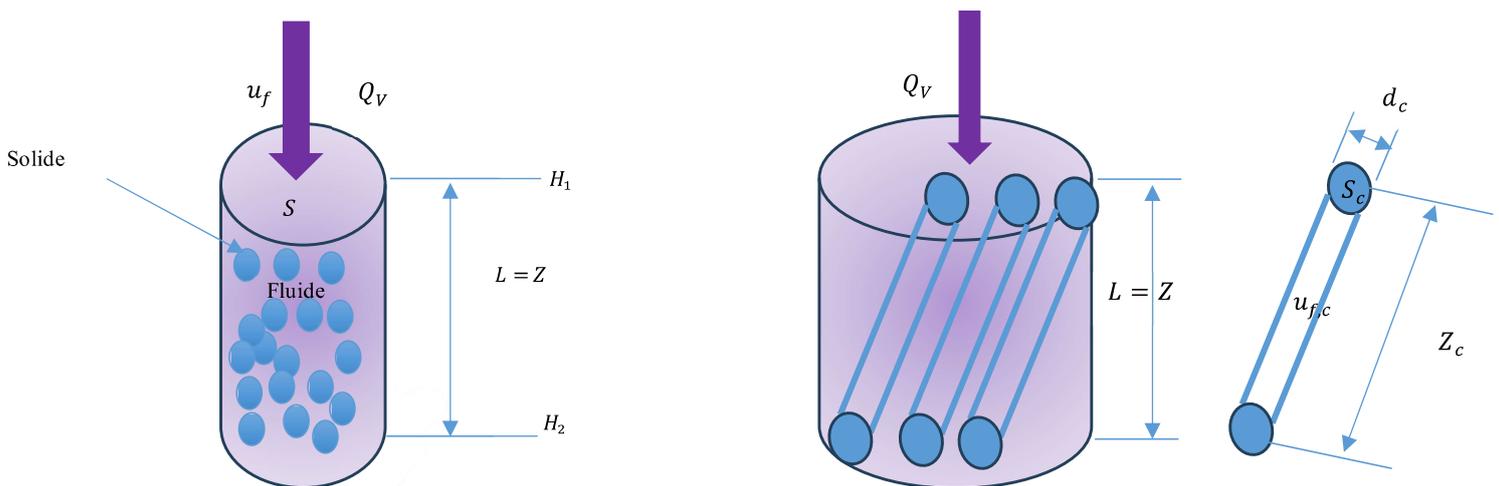
$$\nabla p = -\frac{\mu_l}{K} \mathbf{u} \quad (\text{III-3})$$

A noter que la loi de Darcy assume la vitesse faible (régime laminaire).

III-5.3. Les principaux modèles de calcul de la perméabilité

Parmi les modèles représentatifs du mouvement des particules dans un milieu poreux utilisés pour le calcul de la perméabilité, on peut citer : le modèle de Kozeny-Carman (déjà discuté), le modèle de Burke-Plummer et le modèle d'Ergun.

Pour mettre en évidence ces principaux modèles de calcul de perméabilité, nous allons considérer la Figure III-3. Celle-ci est composée de la configuration initiale (présentée dans la Figure III-2) et d'une configuration qui assume le milieu poreux à un faisceau de pores cylindriques (tubes capillaires).



Cas « a » : Configuration initiale

Cas « b » : Configuration assumée dans le modèle de Kozeny-Carman

Figure III-3 : Écoulement de fluide à travers une couche poreuse. (a) Configuration initiale (colonne poreuse) et (b) Configuration assumée dans le modèle de Kozeny-Carman.

1- Le modèle de Kozeny-Carman :

Dans ce modèle, le milieu poreux est assimilé à un faisceau de pores cylindriques (tubes capillaire), ce qui permet d'utiliser l'équation de Poiseuille. Ainsi, en se référant à la Figure III-3, on peut écrire l'équation de Poiseuille comme suit :

$$Q_v = \frac{\pi d_c^4}{128 \mu_f L} \Delta P = \frac{\pi 2^4 r_c^4}{128 \mu_f L} \Delta P = \frac{\pi r_c^4}{8 \mu_f L} \Delta P \quad (\text{III-24})$$

Où

- Q_v est le débit volumique du fluide (m^3/s),
- μ_f est la viscosité dynamique du fluide ($Pa \cdot s$).
- ΔP est la différence de pression entre les deux extrémités du tube (Pa),
- d_c est le diamètre du tube cylindrique (tube capillaire) [m].
- r_c est le rayon du tube cylindrique (tube capillaire) [m].
- L est la longueur de la couche poreuse (longueur du tube) (m).

En se référant à la Figure III-3, on peut écrire :

La configuration initiale (cas « a ») assume l'écoulement fluide à travers la couche poreuse de la Figure III-2, en conséquence l'équation (III-24) peut s'écrire :

$$Q_v = u_f S = \frac{\pi d_c^4}{128 \mu_f L} \Delta P$$

Ce qui implique

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{128 \mu_f}{\pi d_c^4} u_f S = \frac{128 \mu_f}{\pi d_c^4} u_f \left(\frac{\pi d_c^2}{4} \right) = \frac{32 \mu_f}{d_c^2} u_f$$

Tandis que **la configuration « cas b »** considère l'écoulement dans un tube capillaire, la loi de Poiseuille s'applique donc à des pores de diamètre d_c et de longueur Z_c , avec un coefficient de correction de non-linéarité noté γ . On peut écrire :

$$Q_v = u_{f,c} S_c = \frac{\pi d_c^4}{128 \mu_f Z_c} \Delta P$$

Ce qui implique

$$\frac{\Delta P}{Z_c} = \frac{32 \mu_f \gamma u_{f,c}}{d_c^2}$$

Où

- γ est le facteur de correction ($\gamma = 1 \pm 0,15$)
- Z_c est la longueur du tube cylindrique (tube capillaire) ($Z_c \geq Z$)

- Z est la longueur de la couche poreuse ($Z = L$)
- $u_{f,c}$ est la vitesse du fluide au niveau du tube capillaire.

On définit aussi

Le coefficient de tortuosité :

$$T = \frac{Z_c}{Z} = \frac{1}{\cos(\alpha)}$$

Le diamètre capillaire :

$$d_c = \frac{4 \cdot \varepsilon}{a \cdot (1 - \varepsilon)}$$

La vitesse dans les capillaires :

$$U_c = \frac{U_F \cdot T}{\varepsilon}$$

Équation finale de Kozeny-Carman :

$$\Delta P = h_{k-c} \frac{\mu_F \cdot U_F \cdot a_p^2 \cdot (1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \cdot Z$$

$h_{k-c} = 4,5 \pm 1$ Constante de Carman-Kozeny.

Il convient de noter que le modèle de Carman-Kozeny est valable pour l'écoulement laminaire d'un fluide à travers une couche poreuse (plus précisément, lorsque $Re < 10$).

2- Le modèle de Burke-Plummer (Régime Turbulent, $Re > 10$)

Le modèle suppose que l'axe de chaque pore cylindrique est une ligne brisée dans lequel une certaine fraction d'énergie cinétique du fluide est convertie en chaleur.

La chute de la pression par glissement visqueux sur la paroi des pores représente par l'équation:

$$\Delta p = \beta N_c \frac{\rho_F}{2} U_c^2$$

β : Coefficient de proportionnalité (fraction de l'énergie cinétique du fluide);

λ : Nombre des coudes;

N_c : Nombre de tubes Capillaires.

$$\frac{\Delta P}{Z} = h_{B-P} \rho_F a_p \frac{(1 - \varepsilon)}{\varepsilon^3} U_F^2$$

Equation de Burke-Plummer en régime turbulent (RT). Avec : $h_{B-P} = 0,3 \pm 0,1$: Constante de Burke-Plummer.

3- Le modèle d'Ergun

- Forme générale :

$$\Delta P = \left(\frac{150 \cdot \mu_F \cdot U_F \cdot (1 - \phi)^2}{d_a^2 \cdot \phi^3} + \frac{1.75 \cdot \rho_F \cdot U_F^2 \cdot (1 - \phi)}{d_a \cdot \phi^3} \right) \cdot Z$$

Conclusion

Ce mémoire a exploré le phénomène complexe du transfert de chaleur par convection dans les milieux poreux, un domaine d'une importance capitale avec de vastes applications dans divers secteurs de l'ingénierie et de l'industrie.

Le fondement théorique détaillé dans cette étude a méticuleusement établi les équations régissant le transfert de chaleur par convection dans les milieux poreux saturés, en utilisant des approches de moyenne macroscopique telles que le Volume Élémentaire Représentatif (VER). Les équations de bilan macroscopique de masse, de quantité de mouvement et d'énergie ont été fournies pour le cas de la convection naturelle et forcée dans un milieu poreux. La loi de Darcy, le modèle de Brinkman et le modèle de Brinkman généralisé ont été introduits. Une revue des modèles les plus pertinents pour le calcul de la perméabilité a également été présentée.

En complément de l'exposé théorique, le travail a abordé l'importance pratique de la dynamique des fluides au sein des structures poreuses. L'application de la loi de Darcy, illustrée par un exemple industriel de réacteur catalytique, a démontré comment les principes fondamentaux se traduisent en paramètres quantifiables pour la conception et l'optimisation des processus, tels que la perméabilité et la perte de charge.

Nous pensons et souhaitons que ce travail serve de référence pour toutes les recherches ultérieures entreprises dans le cadre des milieux poreux.

Liste des références

- [1] Bear, J. (1988). *Dynamics of Fluids in Porous Media*. Dover Publications.
<https://store.doverpublications.com/products/9780486656755>
- [2] Microphotographie électronique à balayage d'un matériau polystyrène poreux préparé par une technique https://images.cnrs.fr/photo/20080001_0378
- [3] <https://fr.foam-metal.net/copper-foam/3d-porous-copper.html>
- [4] Dullien, F. A. L. (1992). *Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure*. Academic Press
<https://www.google.com/search?q=https://www.sciencedirect.com/book/9780122236506/porous-media>
- [5] Darcy, H. (1856). *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*. Victor Dalmont.
- [6] Kaviany, M. (1995). *Principles of Heat Transfer in Porous Media*. Springer.
<https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4612-4277-2>
- [7] Nield, D. A., & Bejan, A. (2017). *Convection in Porous Media* (5th ed.). Springer.
<https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-49110-2>
- [8] Abdelkader MOJTABI, Marc Prat ,Michel QUINTARD
https://www.researchgate.net/publication/355639332_Transferts_de_chaleur_dans_les_milieux_poreux_-_Conduction_convection_rayonnement
- [9] <https://www.patisland.fr/modes-de-transfert-de-chaleur.html>
- [10] Wang, Z., Wang, C., Gao, Y., Li, Z., Shang, Y., & Li, H. (2023). Porous Thermal Insulation Polyurethane Foam Materials. *Polymers*, 15(18), 3818.
<https://www.google.com/search?q=https://www.mdpi.com/2073-4363/15/18/3818>
- [11], Amirmohammad Mirzaei , Bahram Jalili , Payam Jalili * & Davood Domiri Ganji *.; Free convection in a square wavy porous cavity with partly magnetic field: a numerical investigation Scientific Reports,. 2024 <https://doi.org/10.1007/s11242-023-01946-0>

- [12] , Bahram Jalili 1, Majdeddin Emad 1, Emad Hasani Malekshah 2, Payam Jalili 1, Ali Akgül 3,4* & Murad Khan Hassani Investigating double-diffusive natural convection in a sloped dual-layered homogenous porous-fluid square cavity , Scientific Reports 2024. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-76757-4>
- [13] H. Sajjadi 1*, N. Mansouri 2*, S. N. Nabavi 1, A. Amiri Delouei 1 & M. Atashafrooz , Sensitivity analysis of natural convection in a porous cavity filled with nanofluid and equipped with horizontal fins using various optimization methods and MRT-LB Scientific Reports ;2024 <https://doi.org/10.1007/s11242-023-01926-4>
- [14] D.Heydariana; ,M.Vajdib,A.Keyhani-Aslc,F.SadeghMoghanloub, andM.ShahediAslb, Numerical investigation of the effect of circular porous fins on natural heat transfer enhancement in an annulus cavity , Scientific Reports ;2024 . <https://doi.org/10.1007/s11242-023-01966-w>
- [15] Xuan Hoang Khoa Le1 · Hakan F. Oztop2,3,4 · Mikhail A. Sheremet1,5 : Impact of porous fins on thermal convection in a differentially-heated cubical chamber Journal of Thermal Analysis and Calorimetry Received: 27 October 2024 / Accepted: 1 March 2025 HAL Id: hal-00163215 <https://hal.science/hal-00163215v1>
- [16] Giuseppe Arnone1 · Florinda Capone1 · Roberta De Luca1 · Giuliana Massa1 Compressibility Effect on Darcy Porous Convection Revue des Energies Renouvelables Vol. 21 N°4 (2018) 495 - 504 DOI Received: 29 November 2022 / Accepted: 27 February 2023 / Published online: 24 March 2023: <https://doi.org/10.54966/jreen.v21i4.707>
- [17] : Bories S., & Prat M., 2005. Convective mixing in porous media: a review of Darcy, pore-scale and Hele-Shaw studies Transferts de chaleur dans les milieux poreux, Techniques de l'Ingénieur. Traité Génie Énergétique, B8 (250),1-32. 16 December 2023 <https://doi.org/10.1140/epje/s10189-023-00390-8>
- [18] Florinda Caponea , Roberta De Lucab , Giuliana Massac, The onset of double diffusive convection in a rotating bi-disperse porous medium Eur. Phys. J. Plus 10 August 2022 <https://www.researchgate.net/publication/26575472> _
- [19] Auteurs, titre, Journal, Pages, Volume, Année. <https://doi.org/10.1007/s40819-023-01623-2>
- [20] Fouzia Ouarhlent et Azeddine Soudani, : **Etude numérique de la convection thermique dans un milieu poreux** Revue des Energies Renouvelables Vol. 21 N°4 (2018) 495 – 504 <https://hal.science/hal-03545802>

- [21], D. R. Sasi Rekha 1, Veena Jawali 2, Mansoor Alshehri 3, Jae Dong Chung 4, Nehad Ali Shah 4*, S. V. Prabhakar 5, R. Naveen Kumar 6, Anjali Verma 7, Gaurav Varshney 8 & B. T. Manjunath **The analytical study of double diffusive convection in a rectangular enclosure bounded by porous lining with thermal radiation**, Scientific Reports | (2024) 14:17095 <https://www.researchgate.net/publication/239394897>
- [22] Natural Convection in a Rectangular Porous Cavity With Constant Heat Flux on One Vertical Wall Department of Mechanical and Aerospace Engineering, University of Delaware, Newark, Del. 19711. G. Degan and P. Vasseur Department of Mechanical Engineering, Ecole Polytechnique, University of Montreal, Montreal, PQ, Canada e: <http://www.asme.org/about-asme/terms-of-use>
- [23] Islam Bouafia¹, Razli Mehdaoui², Syham Kadri^{2,3*}, Mohammed Elmir¹ Natural Convection in a Porous Cavity Filled with Nanofluid in the Presence of Isothermal Corrugated Source_ International Journal of Heat and Technology Vol. 38, No. 2, June, 2020, pp. 334-342 Journal homepage: [http://ijeta.org/journals/ijht_14 May 2020](http://ijeta.org/journals/ijht_14_May_2020) <https://scintiairanica.sharif.edu/>
- [24] C. Beckermann S. Ramadhyani R. Viskanta Natural Convection Flow and Heat Transfer Between a Fluid Layer and a Porous Layer Inside a Rectangular Enclosure__Heat Transfer Laboratory, School of Mechanical Engineering, Purdue University, West Lafayette, IN 47907 MAY 1987, Vol. 109/363 <https://www.sciencedirect.com/journal/international-journal-of-heat-and-mass-transfer>
- [25] Razli MEHDAOUI*, Mohammed ELMIR*, Belkacem DRAOUI*, Omar IMINE**, Abdelkader MOJTABI Comparative Study between the Darcy-Brinkman Model and the Modified Navier-Stokes Equations in the Case of Natural Convection in a Porous Cavity Leonardo Journal of Sciences ISSN 1583-0233 January-June 2008 <https://asmedigitalcollection.asme.org/heattransfer>
- [26] Razli Mehdaoui, Mohamed Elmir, Abdelkader Mojtabi. Effect of the Wavy permeable Interface on Double Diffusive Natural Convection in a Partially Porous Cavity.. The international journal of multiphysics., 2010, 4. <https://ijeta.org/journals/ijht>
- [27] Abiodun O. Ajibade¹ · Jeremiah J. Gambo² · Basant K. Jha Effects of Darcy and Viscous Dissipation on Natural Convection Flow in a Vertical Tube Partially Filled with Porous Material under Convective Boundary Condition Published online: 24 March 2024 <https://asmedigitalcollection.asme.org/heattransfer>
- [28] M karimi fard and M C charrier mojtabi Non-Darcian Effects on Double-Diffusive Convection Within a Porous Medium 15 february 1997 <https://link.springer.com/article/10.1007/s10973-025-14192-x>

- [29] G. Degan and P. Vasseur Boundary-layer regime in a vertical porous layer with anisotropic permeability and boundary effects *elsivier* Vol. 18, No. 3, June 1997 <https://doi.org/10.1038/s41598-024-67998-4>
- [30] Ataei-Dadavi, Iman; Rounaghi, Nima; Chakkingal, Manu; Kenjeres, Sasa; Kleijn, Chris R.; Tummers, Mark J.. An experimental study of flow and heat transfer in a differentially side heated cavity filled with coarse porous media *International Journal of Heat and Mass Transfer* 2019 <https://doi.org/10.1007/s11242-024-02124-6>
- [31] Rajapriyanka Eswaran¹ · M. S. Jagadeesh Kumar¹ Influence of MHD flow on forced convection in a saturated porous duct with ohmic heating *Discover Applied Sciences* 21 december 2024 <https://doi.org/10.1038/s41598-022-16064-y>
- [32] Bahram Jalili ¹, Amirali Shateri ¹, Ali Akgül ^{2,3,4}, Abdul Bariq ^{5*}, Zohreh Asadi ⁶, Payam Jalili ¹ & Davood Domiri Ganji An investigation into a semi-porous channel's forced convection of nano fluid in the presence of a magnetic field as a result of heat radiation *Scientific Reports* 2023 | <https://doi.org/10.1038/s41598-023-44275-4>
- [33] Saleem Nasir^{1,2*}, Abdallah Berrouk^{1,2} & Asim Aamir^{3,4} Exploring nanoparticle dynamics in binary chemical reactions within magnetized porous media: a computational analysis *Scientific Reports* (2024) 14:25505 2 | <https://doi.org/10.1038/s41598-024-76757->
- [34] Benmerkhi Meriem, & Afrid Mohamed Transfert de chaleur dans un canal Partiellement rempli d'une matière poreuse *Université Badji Mokhtar – Annaba* 18/07/2011
- [35] Angelo Morro On the modelling of thermal convection in porous media through rate-type equations *ANNALIDELL'UNIVERSITA' DI FERRARA* (2024) <https://doi.org/10.1007/s11565-024-00492-x>
- [36] Muhammed Murtala Hamza, Abdulsalam Shuaibu* & Ahmad Samaila Kamba¹ Unsteady MHD free convection flow of an exothermic fluid in a convectively heated vertical channel filled with porous medium *Scientific Reports* 2022 | <https://doi.org/10.1038/s41598-022-16064-y>
- [37] John H. Merkin · Natalia C. Roşca · Alin V. Roşc · Ioan Pop MHD Mixed Convection Flow Over a Permeable Vertical Flat Plate Embedded in a Darcy–Forchheimer Porous Medium *Transport in Porous Media* (2024) <https://doi.org/10.1007/s11242-024-02124-6>
- [38] Thèse présentée en vue de l'obtention du grade de Docteur en Sciences Appliquées Liège, décembre 2002 Kaviany, M. (1995). *Principles of Heat Transfer in Porous Media*. Springer Verlag, New York

- [39] Darcy, H. P. G. (1856). *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*. Victor Dalmont, Paris.
- [40] Nield, D. A. (1999). *Convection in Porous Media, Second Edition*. Springer Verlag.
- [41] Oberbeck, A. (1879). Ueber die Wärmeleitung der Flüssigkeiten bei Berücksichtigung der Strömungen infolge von Temperaturdifferenzen. *Ann. Phys. Chem.*, 7:271–292.
- [42] Boussinesq, J. (1903). *Théorie Analytique de la Chaleur*, volume 2. Gauthiers-Villars, Paris.
- [43] Horton, C. W. and Rogers, G. T. (1945). Convection currents in a porous medium. *J. Appl. Phys.*, 16:367–370.
- [44] Lapwood, E. R. (1948). Convection of a fluid in a porous medium. *Proc. Camb. Philos. Soc.*, 44:508–521.

