

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

UNIVERSITE BADJI MOKHTAR - ANNABA
BADJI MOKHTAR – ANNABA UNIVERSITY



جامعة باجي مختار – عنابة

Faculté : TECHNOLOGIE

Département : Electronique

Domaine : SCIENCES ET TECHNOLOGIES

Filière : Télécommunications

Spécialité : Systèmes des Télécommunications

Mémoire

Présenté en vue de l'obtention du Diplôme de Master

Thème:

Etude statistique d'un signal diffracté par une surface déformée aléatoirement

Présenté par : *RAMDANI Hayem et BOUKARI Nesrine*

Encadrant : *LAFIFI Saddek* Professeur *Badji Mokhtar Annaba*

Jury de Soutenance :

MESSADEG Djamil	Professeur	Badji Mokhtar Annaba	Président
LAFIFI Saddek	Professeur	Badji Mokhtar Annaba	Encadrant
ZERMI Narima	MCA	Badji Mokhtar Annaba	Examineur

Année Universitaire : 2022/2023



Remerciements

On remercie dieu le tout puissant de nous avoir donné la santé et la volonté d'entamer et de terminer ce mémoire.

Tout d'abord ce travail ne serait pas aussi riche et n'aurait pas pu avoir le jour sans l'aide et l'encadrement de Mr LAFIFI Saddek, on le remercie pour la qualité de son encadrement exceptionnel, pour sa patience, sa rigueur et sa responsabilité durant notre préparation de ce mémoire.

Nos vifs remerciements vont également aux membres du jury : Mr MESSADEG Djamil et Mme ZERMI Narima pour l'intérêt qu'ils ont acceptés d'examiner notre travail et de l'enrichir par leurs prépositions.

Enfin nous tenons également à remercier toutes les personnes qui ont participées de près ou de loin à la réalisation de ce travail.



Dédicaces

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué au succès qui m'ont aidée lors de la rédaction de ce mémoire :

*A mon cher papa **Abdelmadjid** pour ton amour, ton conseils ainsi que ton soutien inconditionnel Je suis très fière d'être votre fille et de pouvoir enfin réaliser.*

*A ma chère maman **Malika** pour ton amour, ton conseils ainsi que ton soutien inconditionnel, à la moral qui m'a permis de réaliser les études que je voulais et par conséquent ce mémoire.*

*A mes frères, **chiheb dinne** et **mohamed nadjme dinne**, de m'avoir fait confiance.*

*A **Mon fiancé**, qui est toujours là pour moi.*

*A ma chère binôme **NESRINE** pour les efforts afin de terminer ce travail dans une bonne ambiance*

*A ma famille aussi mes amis et collègues (**chaima soumaya**) qui m'ont apporté leur soutien moral et intellectuel*

tout au long de ma démarche.

Ramdani Hayem



Dédicace

Je dédie ce travail

Au meilleur des papas Khaled, tu as toujours été pour moi un exemple du père respectueux et honnête. Grace a toi papa j'ai appris le sens du travail et de la responsabilité. Je voudrai te remercier pour ton amour, ta générosité, tes encouragements.

A ma chère mère Linda, tu représente pour moi le symbole de la bonté, et l'exemple de la femme forte et courageuse. Merci d'avoir cru en moi, merci pour mon instruction et mon bien être.

A mes chers frères zinou et amar.

A ma petite princesse roudi.

A tous mes amies

Imen,roumaissa,chaima,soumaya,sihem,nawar

A mon binôme et chère amie hayem, à qui je souhaite bonne chance pour sa vie future.

Et à tous ceux qui aiment le bon travail et ne reculent pas devant les obstacles de la vie.

Boukari Nesrine

ABSTRACT

We present in this thesis a statistical study of the scattering wave by a structure with a random rough interface. The interface separates two media with different permittivities and is characterized by a Gaussian height distribution and Gaussian correlation function. The random function describing the interface is isotropic. Using the Rayleigh expansion and the small perturbation method, we determined the amplitudes of the diffracted fields. Subsequently the statistical properties of the scattered field in modulus, in intensity and in phase in direct polarizations are determined. For a structure formed of a wet agricultural soil, we studied the effect of the length L of the structure on the average diffusion diagram and on the statistics of the fields.

RESUME

Nous présentons dans ce mémoire une étude statistique de la diffusion d'une onde plane par une structure à interface rugueuse aléatoires. L'interface sépare deux milieux de permittivités différentes et est caractérisée par une distribution des hauteurs gaussienne et de fonctions de corrélation gaussienne. La fonction aléatoire décrivant l'interface est isotrope. En utilisant le développement de Rayleigh et la méthode des petites perturbations, nous avons déterminé les amplitudes des champs diffractés. Par la suite les propriétés statistiques du champ diffracté en module, en intensité et en phase en polarisations directe sont déterminées. Pour une structure formée d'un sol agricole humide, nous avons étudié l'effet de la longueur L de la structure sur le diagramme de diffusion moyen et sur la statistique des champs.

ملخص

نقدم في هذه الأطروحة دراسة إحصائية لانتشار موجة مستوية بواسطة بنية ذات واجهة خشنة عشوائية. تفصل الواجهة بين وسيطين لهما سماح مختلفة وتتميز بتوزيع ارتفاع غاوسي ووظائف الغاوسي. الوظيفة العشوائية التي تصف الواجهة متناحية الخواص. باستخدام تمدد رايلي وطريقة الاضطراب الصغير، حددنا اتساع الحقول المنعرجة. بعد ذلك يتم تحديد الخصائص الإحصائية للحقل المنعرج في المعامل والشدة والطور في الاستقطاب المباشر. بالنسبة لهيكل مكون من تربة زراعية رطبة، قمنا بدراسة تأثير الطول L للهيكل على متوسط مخطط الانتشار وعلى إحصائيات الحقول.

Liste des figures

Figure I.1. Schéma simplifié d'une surface séparant deux milieux différents	9
Figure I.2. Schéma représentant la polarisation du champ électrique. (a) polarisation horizontale, (b) polarisation verticale	10
Figure IV .1. Intensité incohérente en polarisation (hh)	31
Figure IV. 2. Intensité incohérente en polarisation (vv)	32
Figure IV. 3. Intensité incohérente en polarisation (vv)	32
Figure IV. 4.. Intensité incohérente en polarisation (hv)	33
Figure IV 5a. Pdf module en polarisation (hh)	34
Figure IV 5b. Pdf module en polarisation (vv)	34
Figure IV 6a. PDF de la phase en polarisation (hh)	35
Figure IV 6b. PDF de la phase en polarisation (vv)	36

Liste des tableaux

Tableau VI.1 Moyenne et Ecart type du module pour (<i>hh</i>)	33
Tableau VI.2 Moyenne et Ecart type du module pour (<i>vv</i>)	34
Tableau VI.3 Moyenne et Ecart type de la phase pour (<i>hh</i>)	35
Tableau VI.4 Moyenne et Ecart type de la phase pour (<i>vv</i>)	36

Sommaire

Introduction générale	2
Chapitre I : Équations de Maxwell et propagation des ondes électromagnétiques	
I.1 Introduction	5
I.2 Les équations de Maxwell	5
I.3 Equations de propagations	7
I.4 Conditions aux limites imposées aux champs électromagnétiques	9
I.5. Réflexion et réfraction des ondes électromagnétiques et coefficients de Fresnel	11
I.6 Conclusion	12
Chapitre II : Diffraction d'une onde plane par une surface rugueuse bidimensionnelle	
II.1. Introduction	14
II.2. Présentation du problème	14
II. 3. Méthode des petites perturbations	20
Chapitre III : Statistique des champs diffractés et de l'intensité de diffraction	
III.1 introduction	24
III.2 Propriétés statistiques des amplitudes de diffraction et de l'intensité diffractée	24
Chapitre IV : Résultat numérique	
IV.1 Introduction	31
IV.2 L'effet de la longueur L	31
Conclusion générale	37
Références bibliographiques	38

Introduction générale

Le problème de la diffraction d'une onde plane par une surface rugueuse bidimensionnelle est un important thème de recherche en électromagnétisme grâce à ses applications dans différents domaines : optique [1-3], télédétection [4], propagation et télécommunication [4-6]. Le but principal de notre étude est de déterminer les effets de la rugosité sur la diffraction de l'onde plane. La diffraction de l'onde à travers la structure rugueuse nécessite le recours aux conditions aux limites qui reste l'une des étapes les plus importantes et aucun problème ne peut y échapper.

Notre objectif est d'étudier statistiquement les champs diffractés par une structure 2D constitué d'une interface rugueuse aléatoire. Cette interface sépare deux milieux de permittivités différentes et est caractérisée par une distribution de hauteur gaussienne et de fonction de corrélation gaussienne. La modélisation de ce phénomène peut se faire soit à l'aide de théories rigoureuses basées sur la résolution des équations de Maxwell [7-8], soit avec des théories approchées.

Dans le premier chapitre nous commençons par présenter, les équations de Maxwell sous forme classique. L'étude de la diffraction d'une onde plane par une surface rugueuse bidimensionnelle repose sur ces équations ainsi que sur les conditions aux limites. L'approche théorique du problème de diffraction par une surface rugueuse a débuté avec Lord Rayleigh [9]. Le développement de Rayleigh consiste à supposer que l'onde diffractée est formée par une somme d'ondes progressives planes et évanescentes. Malgré les nombreuses objections faites à son égard, la méthode du développement de Rayleigh donne des résultats satisfaisants pour les faibles hauteurs de déformation. En adoptant le développement de Rayleigh, nous déterminons par une méthode de perturbation à l'ordre 1 les propriétés statistiques du champ diffracté à grande distance [10-15].

Nous montrons que les intensités incohérentes et les densités de probabilité du champ diffracté dépendent de la longueur de la déformation.

Dans le second chapitre, nous présentons les propriétés statistiques de la surface rugueuse bidimensionnelle et rappelons les expressions des champs diffractés et des conditions aux limites dans le cadre de l'hypothèse de Rayleigh. Pour la modélisation de cette surface rugueuse, une approche probabiliste est utilisée où la surface est un processus

aléatoire vérifiant certaines propriétés statistiques. Pour la surface que nous utilisons, la distribution des hauteurs est supposée gaussienne. La description d'un processus aléatoire gaussien est donnée par sa moyenne, son écart type et sa fonction de corrélation.

Nous allons présenter dans le troisième chapitre, les propriétés statistiques des amplitudes de diffraction et de l'intensité diffractée. Pour des distributions de hauteurs gaussiennes, nous déterminons les intensités incohérentes, les densités de probabilité du module, de la phase et de l'intensité du champ diffracté à grand distance.

Le chapitre quatre permet d'illustrer sur un exemple naturel les formules analytiques obtenues. La structure analysée représente une surface agricole avec un taux d'humidité de 15% où l'interface est caractérisée par une fonction de corrélation gaussienne analysée en bande L [13].

Chapitre I : Équations de Maxwell et propagation des ondes électromagnétiques

I.1. Introduction

I.2. Equations de Maxwell

I.3. Equations de propagations

I.4. Conditions aux limites imposées aux champs électromagnétiques

I.5. Réflexion et réfraction des ondes électromagnétiques et coefficients de
Fresnel

I.6. Conclusion

Chapitre I : Équations de Maxwell et propagation des ondes électromagnétiques

I.1. Introduction

Dans ce premier chapitre nous rappelons les différentes notions fondamentales de l'électromagnétisme. Nous écrivons les équations de Maxwell, les relations de constitutions, ainsi que les relations de continuités. A la fin de ce chapitre nous donnons le comportement de la propagation. Dans ces dernières années, nombreux progrès de la théorie électromagnétique ont été effectués en réponse à de nouvelles applications à micro-ondes, à l'optique et à l'acoustique. En 1865 le physicien James Clark Maxwell propose un système de quatre équations différentielles qui unifient les phénomènes de l'électricité et du magnétisme. Ces équations sont les équations fondamentales d'électromagnétisme, parce que tout l'électromagnétisme est contenu dans ces équations.

Dans ce premier chapitre nous rappelons les différentes notions fondamentales de l'électromagnétisme. Nous écrivons les équations de Maxwell, les relations de constitutions, ainsi que les relations de continuités. A la fin de ce chapitre nous donnons le comportement de la propagation des ondes électromagnétiques dans le vide et dans un milieu diélectrique qui permettra de comprendre les phénomènes de réflexion et de diffraction.

Ondes électromagnétiques

Définition

Une onde électromagnétique est une onde ayant un champ électrique \mathbf{E} et un champ magnétique \mathbf{H} , qui sont dirigés perpendiculaires entre eux et perpendiculaires à la direction de la propagation de l'onde, pour cette raison ils sont dits transversales. Et d'après Maxwell, ces champs sont déterminés, dans le cas général, à partir des densités de charge et de courant, par quatre équations fondamentales, qui sont valables en tout point de l'espace et quel que soit le milieu. Dans cette section, on s'intéresse à la présentation des équations de Maxwell sous leur forme différentielle.

I.2. Equations de Maxwell

D'après Maxwell, nous pouvons déterminer les champs de l'onde électromagnétique, dans le cas général, à partir des densités de charge ρ et de courant \mathbf{J} , par quatre équations fondamentales, qui sont valables en tout point de l'espace et quel que soit le milieu.

En régime temporel, les équations de Maxwell, dans un milieu diélectrique quelconque, sont données par :

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad (\text{I.1})$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{I.2})$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho \quad (\text{I.3})$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{I.4})$$

L'équation (I.1) est appelée l'équation du flux magnétique, cette loi exprime l'absence de charge ou monopole magnétique, cela permet de montrer que le flux magnétique à travers n'importe quelle surface de Gauss est nul. La deuxième équation (I.2) est nommée Maxwell-Faraday, cette équation exprime la relation entre le champ électrique et le flux magnétique en fonction du temps. L'équation (I.3) est l'équation Maxwell-Gauss, elle présente la loi de Gauss en électrostatique qui décrit la relation entre le champ électrique d'une surface fermée et la charge électrique existante dans cette surface. La quatrième équation (I.4) est l'équation de Maxwell-Ampère qui montre que le champ magnétique peut être généré par des courants électriques.

Avec :

E: Champ électrique (volts/m).

B : Densité du flux magnétique (Tesla).

D : Densité de déplacement (Ampères/m).

J : Densité de courant électrique (Ampères/m²).

ρ : Densité de charge électrique (Coulombs/m³).

Dans les coordonnées cartésiennes l'opérateur *div* est remplacé par ∇ et l'opérateur *rot* remplace par $\nabla \wedge$ (avec ∇ opérateur Nabla). Ces quatre équations fondamentales sont valables en tout point de l'espace et quel que soit le milieu.

Les relations de constitutions

Afin de déterminer les composantes des vecteurs **E**, **H**, **D** et **B**, il est nécessaire d'utiliser en plus des équations de Maxwell, les équations de constitutions. Pour un milieu LHI (Linéaire, homogène, isotrope) avec la linéarité caractérise le fait que les quantités ε et

μ sont indépendantes de l'intensité de \mathbf{E} et \mathbf{H} , l'homogénéité que ε et μ ne dépendent pas du point spatial considéré et l'isotropie que ε , μ et σ sont scalaires, les grandeurs \mathbf{D} , \mathbf{B} et \mathbf{J} sont liés à \mathbf{E} et \mathbf{H} par les relations de constitutions suivantes :

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} \quad (\text{I.5})$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad (\text{I.6})$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (\text{I.7})$$

Où σ , ε et μ sont respectivement la conductivité, la permittivité électrique et perméabilité magnétique. Avec ε_0 et μ_0 sont, la permittivité électrique et perméabilité magnétique dans le vide :

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi \times 10^9} \text{ F / m } , \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H / m } .$$

I.3. Equations de propagations

Afin de présenter les équations de propagation, nous introduisons les deux équations de Maxwell (I.2) et (I.4), et les deux relations de constitutions (I.5) et (I.6). En appliquant l'opérateur rot , et en utilisant la propriété suivante :

$$\text{rot}(\text{rot } \mathbf{V}) = \text{grad}(\text{div } \mathbf{V}) - \Delta \mathbf{V} \quad (\text{I.8})$$

Où Δ représente le Laplacien.

Les équations de propagation de \mathbf{E} et \mathbf{H} s'écrivent sous les formes suivantes :

$$\text{grad}(\text{div } \mathbf{E}) - \Delta \mathbf{E} + \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mathbf{0} \quad (\text{I.9})$$

$$\text{grad}(\text{div } \mathbf{H}) - \Delta \mathbf{H} + \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = \mathbf{0} \quad (\text{I.10})$$

Si le milieu de propagation ne contient ni courants ni charges électriques libres ($\rho_s = 0$ et $\mathbf{J}_s = \mathbf{0}$). Les équations de propagation sont écrites par :

$$\Delta \mathbf{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mathbf{0} \quad (\text{I.11})$$

$$\Delta \mathbf{H} - \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = \mathbf{0} \quad (\text{I.12})$$

Les équations (I.11) et (I.12) portent le nom équations de Helmholtz. En régime harmonique, elles acceptent une solution particulière donnée sous la forme :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{j(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})} \quad (\text{I.13})$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{j(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})} \quad (\text{I.14})$$

Cette solution est *l'onde plane progressive* qui présente l'onde la plus simple à manipuler dans la physique. \mathbf{r} est le vecteur représentant les coordonnées d'un point de l'espace et \mathbf{E}_0 et \mathbf{H}_0 définissent les amplitudes complexes initiales sont indépendants de \mathbf{r} . Le vecteur \mathbf{k} est le vecteur d'onde dans le milieu de propagation. Nous montrons facilement qu'en régime harmonique les deux dernières équations de Helmholtz (I.11) et (I.12) imposent la valeur du carré scalaire du vecteur \mathbf{k} :

$$k^2 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \omega^2 \quad (\text{I.15})$$

Finalement, les équations de Helmholtz (I.11) et (I.12) peuvent donc s'écrire sous la forme scalaire :

$$\Delta \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = \mathbf{0} \quad (\text{I.16})$$

$$\Delta \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = \mathbf{0} \quad (\text{I.17})$$

Dans le cas général, ε_r est complexe : $\varepsilon_r = \varepsilon_r' - j\varepsilon_r''$. Si le milieu est transparent ou diélectrique sans perte, ε_r et k sont réels. Le nombre d'ondes k s'exprime dans le vide par :

$$k = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = \omega/c = 2\pi/\lambda \quad (\text{I.18})$$

Les champs, électrique et magnétique, sont reliés par l'impédance du milieu notée Z , qui est donnée par :

$$Z = \|\mathbf{E}\|/\|\mathbf{H}\| = \sqrt{\mu/\varepsilon} \quad (\text{I.19})$$

On note que l'impédance dans le vide est $Z = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0} = 120\pi$ ohms.

I.4. Conditions aux limites imposées aux champs électromagnétiques

Les problèmes électromagnétiques sont basés sur les équations de Maxwell. Ces équations sont applicables pour les milieux continus, au-delà nous ne pouvons pas utiliser ces équations pour les milieux finis. Il faudra associer aux équations de Maxwell les conditions que doivent vérifier les champs électromagnétiques aux frontières entre les différents milieux, possédant des caractéristiques diélectriques différentes.

Considérons une surface qui sépare deux milieux différents, notons 1 et 2 deux milieux homogènes et isotropes, présentée dans la figure I.1. Pour pouvoir décrire le passage du rayonnement du milieu 1 au milieu 2, on définit les conditions aux limites imposées au champ électrique et magnétique par la continuité des composantes normales et tangentielles.

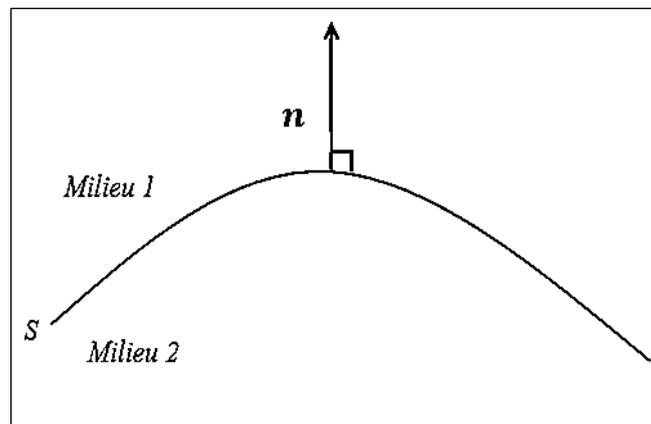


Figure Erreur ! Il n'y a pas de texte répondant à ce style dans ce document..1. Schéma simplifié d'une surface séparant deux milieux différents.

- **La continuité des composantes normales**

Cette dernière est définie à partir du déplacement électrique \mathbf{D} et la densité de flux magnétique \mathbf{B}

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = 0 \quad (\text{I.20})$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0 \quad (\text{I.21})$$

- **La continuité des composantes tangentielles**

Cette condition est écrite selon le champ électrique \mathbf{E} et le champ magnétique \mathbf{H}

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = \mathbf{0} \quad (\text{I.22})$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = \mathbf{0} \quad (\text{I.23})$$

La normale \vec{n} est la direction perpendiculaire à la surface de séparation, on note que pour une surface non plane la normale dépend du point considéré.

La polarisation

La polarisation est une propriété de l'onde électromagnétique qui décrit l'orientation du champ électrique \vec{E} dans la direction perpendiculaire à la direction de propagation. Si le champ électrique \vec{E} de l'onde est perpendiculaire au plan incident (Figure I.2 (a)), on dit que l'onde a une polarisation transversale électrique (TE) appelée aussi polarisation horizontale (h) et notée généralement par E_{\perp} . Si le champ électrique \vec{E} est parallèle au plan incident (Figure I.2 (b)), on dit que l'onde a une polarisation transversale magnétique ou verticale (TM ou v), elle notée H_{\perp} .

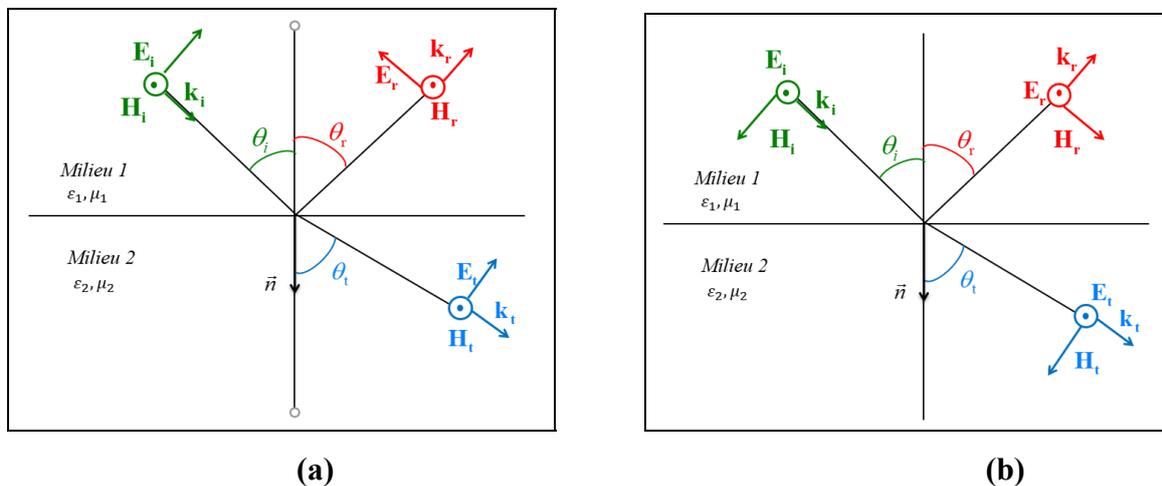


Figure I.2. Schéma représentant la polarisation du champ électrique. (a) polarisation horizontale, (b) polarisation verticale.

Avec :

- \vec{E}_i , \vec{E}_r et \vec{E}_t respectivement le champ électrique incident, réfléchi et transmis.
- \vec{H}_i , \vec{H}_r et \vec{H}_t respectivement le champ magnétique incident, réfléchi et transmis.
- \vec{k}_i , \vec{k}_r et \vec{k}_t respectivement le vecteur d'onde incidente, réfléchi et transmis.
- θ_i , θ_r et θ_t respectivement l'angle d'incidence, réfléchi et transmis.
- ϵ la constante diélectrique (ou permittivité diélectrique) du milieu, μ la perméabilité diélectrique du milieu.

Comme le plan incident est une surface à géométrie plane, alors l'onde incidente, au contact de la surface donne naissance à une onde réfléchi dans le milieu 1 et une onde transmise vers le milieu 2. Ces ondes réfléchi et transmise auront la même polarisation que

l'onde incidente. Mais dans le cas de surface rugueuse, les ondes réfléchiées et transmises ont deux composantes : une composante similaire à la polarisation du champ incident, elle est appelée polarisation directe et l'autre orthogonale appelée, polarisation croisée.

I.5. Réflexion et réfraction des ondes électromagnétiques et coefficients de Fresnel

Nous considérons une onde plane qui se propage dans l'espace et en collision avec une surface parfaitement plane sépare deux milieux caractérisés par les permittivités relatives ϵ_{r1} et ϵ_{r2} respectivement, avec un angle incident θ_i . Elle donne naissance à deux ondes, une onde réfléchie vers le milieu 1 selon un angle θ_r , et une onde transmise selon l'angle θ_t vers le milieu 2. Cette réflexion est dite spéculaire. La condition à la limite qui impose la continuité des composantes tangentielles obéit les ondes pour suivre les lois de Snell-Descartes qui donne la relation suivante :

$$n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_t) \quad (I.24)$$

Où $n_1 = \sqrt{\epsilon_{r1}\mu_{r1}}$ et $n_2 = \sqrt{\epsilon_{r2}\mu_{r2}}$ sont les indices optiques du milieu 1 et 2.

Dans le cas où les milieux 1 et 2 sont diélectriques $\mu_{r1,2} = 1$, on aura $n_{1,2} = \sqrt{\epsilon_{r1,2}}$. Nous supposons que le milieu 1 présente l'air ($\epsilon_{r1} = 1$) et on calcule les coefficients de Fresnel. Ces coefficients interviennent dans la description du phénomène de réflexion et réfraction d'onde électromagnétique. Les coefficients de réflexion R et de transmission T dépendent de la polarisation de l'onde incidente. Ils sont donnés par :

En polarisation électrique $E_{//}$:

$$R_{E//} = \frac{\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_0 - \sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_t}{\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_0 + \sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_t} \quad (I.25)$$

$$T_{E//} = \frac{2\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_0}{\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_0 + \sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_t} \quad (I.26)$$

Et en polarisation magnétique $H_{//}$:

$$R_{H//} = \frac{\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_t - \sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_0}{\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_t + \sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_0} \quad (I.27)$$

$$T_{H//} = \frac{2\sqrt{\varepsilon_1} \cos \theta_0}{\sqrt{\varepsilon_1} \cos \theta_t + \sqrt{\varepsilon_2} \cos \theta_0} \quad (\text{I.28})$$

Dans le cas de $\theta_0 = 0$ (le vecteur d'onde incidente est parallèle à la normale de la surface), les coefficients de réflexion et de transmission ne dépendent pas de la polarisation de l'onde incidente. Ils sont donnés par :

$$R = \frac{\sqrt{\varepsilon_1} - \sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1} + \sqrt{\varepsilon_2}} \quad (\text{I.29})$$

$$T = \frac{2\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_1} + \sqrt{\varepsilon_2}} \quad (\text{I.30})$$

Le phénomène de la diffraction d'une onde électromagnétique par une surface dépend de la géométrie de celle-ci. Les réponses d'une surface plane et d'une surface rugueuse à une excitation électromagnétique sont totalement différentes. Comme nous l'avons dit dans le premier cas, la totalité de l'énergie incidente sera réfléchié suivant la direction spéculaire, alors que la présence des rugosités, dans le deuxième cas, introduit de nouvelles directions de diffraction. L'énergie diffusée dans ce cas est composée de deux parties, une partie cohérente qui représente la partie diffusée dans la région proche de la direction spéculaire et qui résulte d'une réflexion simple de l'onde sur la surface, et une partie incohérente qui correspond à l'énergie diffusée dans toutes les autres directions. Les surfaces rugueuses sont généralement décrites par ses propriétés diélectriques, et par la géométrie de celle-ci.

Afin de définir la rugosité d'une surface rugueuse, nous utilisons la description statistique de cette surface, on définit une fonction d'autocorrélation des hauteurs, un écart type des hauteurs et une longueur de corrélation. Cette description statistique est d'un intérêt fondamental dans la modélisation du phénomène de diffraction par les surfaces rugueuses.

I.6. Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons donné une vision générale sur les différentes notions fondamentales de l'électromagnétisme nécessaire à notre problème. Nous avons commencé par une brève présentation de l'onde électromagnétique, les équations de Maxwell et les équations de propagation. Nous avons aussi présenté le problème de l'interaction d'une onde électromagnétique avec une surface parfaitement lisse.

CHAPITRE II : Diffraction d'une onde plane par une surface rugueuse bidimensionnelle

II.1. Introduction

II.2. Présentation du problème

II.3. Méthode de petite perturbation

Chapitre II : Diffraction d'une onde plane par une surface rugueuse bidimensionnelle

II.1. Introduction

Nous présentons une étude statistique de la diffraction d'une onde plane par un milieu stratifié 2D constitué d'une interface rugueuse aléatoire. L'interface sépare deux milieux de permittivités différentes et est caractérisée par une distribution de hauteur gaussienne et de fonction de corrélation gaussienne. L'interface est définie comme une perturbation de dimensions finies du plan. Le cas de surface d'extension infinie est aussi étudié. Les intensités cohérente et incohérente et la distribution statistique du champ diffracté en module, en phase et en intensité en polarisations directes ou croisées sont déterminés en utilisant le développement de Rayleigh et une méthode de perturbation. Pour une surface d'extension finie, nous montrons que d'une manière générale, le module suit une loi de Hoyt et la phase n'est pas uniforme. Pour une surface d'extension infinie, le module du champ suit une loi de Rayleigh, la phase la loi uniforme et l'intensité la loi exponentielle.

II.2. Présentation du problème

II. 2.1. Description statistique des surfaces

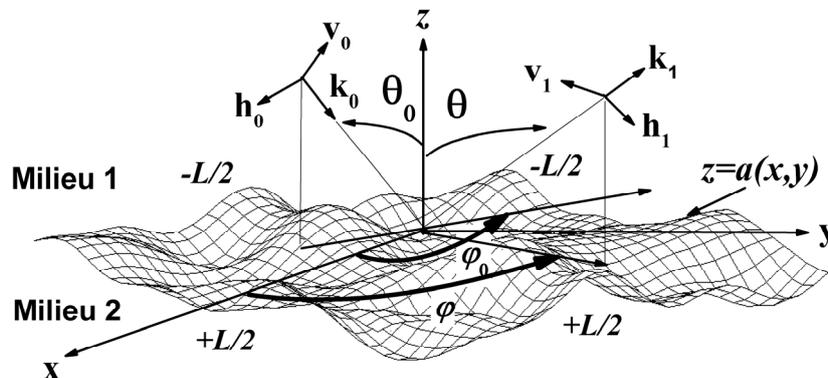


Figure II.1. Surface rugueuse bidimensionnelle

La géométrie du problème est représentée sur la figure 1. La structure est une surface rugueuse aléatoire séparant deux milieux diélectriques différents. L'interface est plan aléatoirement déformé de dimensions $L \times L$.

La fonction décrivant l'interface est un processus aléatoire gaussien centré ($\langle a(x,y) \rangle = 0, \forall (x,y)$) et stationnaires à l'ordre 2. Par la suite, les crochets $\langle \rangle$ désignent l'espérance mathématique. La fonction aléatoire $a(x,y)$ peut être décrite à partir de relations

de filtrage. Pour les applications, nous considérons le cas où l'interface aléatoire présente une fonction de corrélation gaussienne. La fonction d'autocorrélation $R(x, y)$ est donnée par.

$$R(x, y) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{l^2}\right) \quad (\text{II.1})$$

l représente la longueur de corrélation et σ la hauteur quadratique moyenne.

Le spectre est gaussien avec :

$$\hat{R}(\alpha, \beta) = \sigma^2 l^2 \pi \exp\left[-\frac{l^2 (\alpha^2 + \beta^2)}{4}\right] \quad (\text{II.2})$$

où $\hat{R}(\alpha, \beta)$ représente la transformée de Fourier bidimensionnelle de $R(x, y)$.

II. 2.2. Champ incident et développements de Rayleigh

Soit le repère cartésien $(Oxyz)$, muni d'une base orthonormée $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$. La structure est éclairée par une onde plane de longueur d'onde λ . Son vecteur d'onde \mathbf{k}_0 est repéré dans l'espace par l'angle de site θ_0 par rapport à l'axe (Oz) et l'angle azimut φ_0 dans le plan (xOy) .

$$\mathbf{k}_0 = \alpha_0 \mathbf{x} + \beta_0 \mathbf{y} - \gamma_0 \mathbf{z} \quad (\text{II.3})$$

Avec :

$$\alpha_0 = k_1 \sin \theta_0 \cos \varphi_0 ; \beta_0 = k_1 \sin \theta_0 \sin \varphi_0 ; \gamma_0 = k_1 \cos \theta_0 ; k_1 = |\mathbf{k}_0| = 2\pi / \lambda \quad (\text{II.4})$$

On considère une dépendance temporelle en $\exp(j\omega t)$. Le milieu 1 est assimilé au vide. On note $Z_1 = 120\pi$ l'impédance du vide et $k_1 = 2\pi / \lambda$, le nombre d'onde. Par la suite, les grandeurs, $Z_{1,2}$ et $k_{1,2}$ désignent les impédances et les nombres d'onde des milieux 1 et 2. Puisque l'onde incidente est une onde plane, \mathbf{k}_0 est perpendiculaire au champ incident, et nous pouvons décomposer le vecteur champ électrique incident \mathbf{E}_0 en deux vecteurs unités \mathbf{h}_0 et \mathbf{v}_0 dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation. Notons que $(\mathbf{v}_0, \mathbf{h}_0, \mathbf{k}_0 / k_1)$ est un système orthogonale. Les deux vecteurs \mathbf{h}_0 et \mathbf{v}_0 représentent la polarisation horizontale ($E_{//}$) et verticale ($H_{//}$) respectivement, avec :

$$\mathbf{h}_0 = \frac{\mathbf{k}_0 \wedge \mathbf{z}}{|\mathbf{k}_0 \wedge \mathbf{z}|} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_0^2 + \beta_0^2}} (\beta_0 \mathbf{x} - \alpha_0 \mathbf{y}) \quad (\text{II.5})$$

$$\mathbf{v}_0 = \mathbf{h}_0 \wedge \frac{\mathbf{k}_0}{k_1} = \frac{\gamma_0}{k_1 \sqrt{\alpha_0^2 + \beta_0^2}} (\alpha_0 \mathbf{x} + \beta_0 \mathbf{y}) + \frac{\sqrt{\alpha_0^2 + \beta_0^2}}{k_1} \mathbf{z} \quad (\text{II.6})$$

Sachant que l'expression du vecteur champ magnétique dans chaque milieu est donnée par la relation:

$$\mathbf{H}_i = \frac{\mathbf{k}_i}{k_i Z_i} \wedge \mathbf{E}_i \quad (\text{II.7})$$

Les expressions du champ électrique et magnétique incident peuvent s'écrire :

$$\mathbf{E}_0 = (A_{0(h)} \mathbf{h}_0 + A_{0(v)} \mathbf{v}_0) \exp(-j\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}) \quad (\text{II.8})$$

$$\mathbf{H}_0 = \frac{1}{Z_1} (-A_{0(h)} \mathbf{v}_0 + A_{0(v)} \mathbf{h}_0) \exp(-j\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}) \quad (\text{II.9})$$

Avec :

$$\mathbf{r} = x\mathbf{x} + y\mathbf{y} + z\mathbf{z} \quad (\text{II.10})$$

En polarisation horizontale (h) ou $E_{//}$, on a $A_{0(h)} \neq 0$; $A_{0(v)} = 0$ et en polarisation verticale (v) ou $H_{//}$ $A_{0(h)} = 0$; $A_{0(v)} \neq 0$.

Les champs diffractés dans les différents milieux s'expriment sous la forme de développements de Rayleigh. Dans le vide, le champ électrique et magnétique diffractés sont donnés sous la forme suivante :

$$\mathbf{E}_1 = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (A_{1(h)} \mathbf{h}_1^+ + A_{1(v)} \mathbf{v}_1^+) \exp(-j\mathbf{k}_1^+ \cdot \mathbf{r}) d\alpha d\beta \quad (\text{II.11})$$

$$\mathbf{H}_1 = \frac{1}{4\pi^2 Z_1} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (-A_{1(h)} \mathbf{v}_1^+ + A_{1(v)} \mathbf{h}_1^+) \exp(-j\mathbf{k}_1^+ \cdot \mathbf{r}) d\alpha d\beta \quad (\text{II.12})$$

Dans le milieu 2, le développement de Rayleigh ne fait intervenir que des ondes se déplaçant dans le sens $-z$ avec :

$$\mathbf{E}_2 = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (A_{2(h)} \mathbf{h}_2^- + A_{2(v)} \mathbf{v}_2^-) \exp(-j\mathbf{k}_2^- \cdot \mathbf{r}) d\alpha d\beta \quad (\text{II.13})$$

$$\mathbf{H}_2 = \frac{1}{4\pi^2 Z_2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (-A_{2(h)} \mathbf{v}_2^- + A_{2(v)} \mathbf{h}_2^-) \exp(-j\mathbf{k}_2^- \cdot \mathbf{r}) d\alpha d\beta \quad (\text{II.14})$$

Avec :

$$\mathbf{k}_i^\pm = \alpha \mathbf{x} + \beta \mathbf{y} \pm \gamma_i \mathbf{z} \quad (\text{II.15})$$

$$\mathbf{h}_i^\pm = \frac{\mathbf{k}_i^\pm \wedge \mathbf{z}}{|\mathbf{k}_i^\pm \wedge \mathbf{z}|} = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} (\beta \mathbf{x} - \alpha \mathbf{y}) \quad (\text{II.16})$$

$$\mathbf{v}_i^\pm = \mathbf{h}_i^\pm \wedge \frac{\mathbf{k}_i^\pm}{k_i} = \frac{\mp \gamma_i}{k_i \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} (\alpha \mathbf{x} + \beta \mathbf{y}) + \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{k_i} \mathbf{z} \quad (\text{II.17})$$

Notons que $(\mathbf{v}_i^\pm, \mathbf{h}_i^\pm, \mathbf{k}_i^\pm / k_i)$ est un système orthogonale. Les constantes de propagation γ_i ($i=1,2$) présente une partie imaginaire inférieure ou égale à zéro avec :

$$\gamma_i^2 + \beta^2 + \alpha^2 = k_i^2, \quad \text{Im}(\gamma_i) \leq 0 \quad (\text{II.18})$$

Les constantes de propagation γ_i associées à (α_0, β_0) sont notées $\gamma_{i0} = \gamma_i(\alpha_0, \beta_0)$ avec $\gamma_0 = \gamma_{10}$.

L'hypothèse de Rayleigh s'accorde sur la validité des développements de Rayleigh en tout point de l'espace y compris sur les surfaces limites. Cette hypothèse permet d'écrire les conditions aux limites.

II.2.3. Conditions aux limites

Les inconnues du problème sont les amplitudes de diffraction $A_{1(h,v)}$ et $A_{2(h,v)}$ des développements de Rayleigh. Pour les calculer, nous utilisons les conditions aux limites sur les deux interfaces.

La continuité des champs électrique et magnétique tangentiels à l'interface $z = a(x, y)$ est exprimée par les deux relations suivantes :

$$[\mathbf{n} \wedge (\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1)]_{z=a(x,y)} = [\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}_2]_{z=a(x,y)} \quad (\text{II.19})$$

$$[\mathbf{n} \wedge (\mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_1)]_{z=a(x,y)} = [\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}_2]_{z=a(x,y)} \quad (\text{II.20})$$

Avec \mathbf{n} est le vecteur unitaire normal à l'interface, et son expression s'écrit :

$$\mathbf{n} = \frac{-a_x \mathbf{x} - a_y \mathbf{y} + \mathbf{z}}{\sqrt{1 + a_x^2 + a_y^2}} \quad (\text{II.21})$$

et :

$$a_x = \partial a(x, y) / \partial x ; a_y = \partial a(x, y) / \partial y \quad (\text{II.22})$$

On a les deux produits vectoriels suivant :

$$\mathbf{n} \wedge \mathbf{h}_i^\pm = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \left[\alpha \mathbf{x} + \beta \mathbf{y} + (\alpha a_x + \beta a_y) \mathbf{z} \right] \quad (\text{II.23})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{n} \wedge \mathbf{v}_i^\pm = & \frac{1}{k_i \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \left\{ \left[\pm \gamma_i \beta - (\alpha^2 + \beta^2) a_y \right] \mathbf{x} \right. \\ & \left. + \left[\mp \gamma_i \alpha + (\alpha^2 + \beta^2) a_x \right] \mathbf{y} \mp \gamma_i (\alpha a_y - \beta a_x) \mathbf{z} \right\} \end{aligned} \quad (\text{II.24})$$

On remplaçant (II.11-II.14) et (II.23-II.24) dans les expressions des conditions aux limites (II.19-II.20), on obtient deux équations vectorielles :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \left[\frac{A_{0(h)}}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \exp(+j\gamma_1 a) + \frac{A_{1(h)}}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(-j\gamma_1 a) \right] \left[\alpha \mathbf{x} + \beta \mathbf{y} + (\alpha a_x + \beta a_y) \mathbf{z} \right] \right. \\ & + \frac{A_{0(v)}}{k_1} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \exp(+j\gamma_1 a) \left[- \left(\frac{\gamma_1 \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_y \right) \mathbf{x} + \left(\frac{\gamma_1 \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_x \right) \mathbf{y} + \frac{\gamma_1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} (\alpha a_y - \beta a_x) \mathbf{z} \right] \\ & + \frac{A_{1(v)}}{k_1} \exp(-j\gamma_1 a) \left[\left(\frac{\gamma_1 \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_y \right) \mathbf{x} + \left(- \frac{\gamma_1 \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_x \right) \mathbf{y} - \frac{\gamma_1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} (\alpha a_y - \beta a_x) \mathbf{z} \right] \left. \right\} \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \\ & = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \left[\frac{A_{2(h)}}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(+j\gamma_2 a) \right] \left[\alpha \mathbf{x} + \beta \mathbf{y} + (\alpha a_x + \beta a_y) \mathbf{z} \right] \right. \\ & + \frac{A_{2(v)}}{k_2} \exp(+j\gamma_2 a) \left[- \frac{\gamma_2 \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_y \right] \mathbf{x} + \left(\frac{\gamma_2 \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_x \right) \mathbf{y} + \frac{\gamma_2}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} (\alpha a_y - \beta a_x) \mathbf{z} \left. \right\} \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \end{aligned} \quad (\text{II.25})$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{A_{0(v)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \exp(+j\gamma_1 a) + A_{1(v)} \exp(-j\gamma_1 a)}{Z_1 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \left[\alpha \mathbf{x} + \beta \mathbf{y} + (\alpha a_x + \beta a_y) \mathbf{z} \right] \right. \\ & - \frac{A_{0(h)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \exp(+j\gamma_1 a)}{k_1 Z_1} \left[- \left(\frac{\gamma_1 \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_y \right) \mathbf{x} + \left(\frac{\gamma_1 \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_x \right) \mathbf{y} + \frac{\gamma_1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} (\alpha a_y - \beta a_x) \mathbf{z} \right] \\ & - \frac{A_{1(h)} \exp(-j\gamma_1 a)}{k_1 Z_1} \left[\left(\frac{\gamma_1 \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_y \right) \mathbf{x} + \left(- \frac{\gamma_1 \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_x \right) \mathbf{y} - \frac{\gamma_1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} (\alpha a_y - \beta a_x) \mathbf{z} \right] \left. \right\} \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \\ & = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \left[\frac{A_{2(v)} \exp(+j\gamma_2 a)}{Z_2 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \right] \left[\alpha \mathbf{x} + \beta \mathbf{y} + (\alpha a_x + \beta a_y) \mathbf{z} \right] \right. \\ & - \frac{A_{2(h)} \exp(+j\gamma_2 a)}{k_2 Z_2} \left[- \left(\frac{\gamma_2 \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_y \right) \mathbf{x} + \left(\frac{\gamma_2 \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_x \right) \mathbf{y} + \frac{\gamma_2}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} (\alpha a_y - \beta a_x) \mathbf{z} \right] \left. \right\} \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \end{aligned} \quad (\text{II.26})$$

Les expressions précédente représentent les conditions aux limites et peuvent être écrite en tant que trois équations scalaires pour chaque équation vectorielle suivant les directions x , y et z . On note que les équations scalaires linéaires pour des directions x et y sont indépendantes, alors que les équations scalaires linéaires pour des directions z ne sont pas indépendantes. On obtient les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\alpha A_{1(h)}}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(-j\gamma_1 a) + \left(\frac{\gamma_1 \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_y \right) \frac{A_{1(v)}}{k_1} \exp(-j\gamma_1 a) \right. \\ & \left. - \frac{\alpha A_{2(h)}}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(+j\gamma_2 a) + \left(\frac{\gamma_2 \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_y \right) \frac{A_{2(v)}}{k_2} \exp(+j\gamma_2 a) \right] \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \\ & = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\left(\frac{\gamma_1 \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_y \right) \frac{A_{0(v)}}{k_1} - \frac{\alpha A_{0(h)}}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \right] \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \exp(+j\gamma_1 a) \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \end{aligned} \quad (\text{II.27})$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\beta A_{1(h)}}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(-j\gamma_1 a) - \left(\frac{\gamma_1 \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_x \right) \frac{A_{1(v)}}{k_1} \exp(-j\gamma_1 a) \right. \\ & \left. - \frac{\beta A_{2(h)}}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(+j\gamma_2 a) - \left(\frac{\gamma_2 \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_x \right) \frac{A_{2(v)}}{k_2} \exp(+j\gamma_2 a) \right] \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \\ & = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[-\frac{\beta A_{0(h)}}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \left(\frac{\gamma_1 \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_x \right) \frac{A_{0(v)}}{k_1} \right] \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \exp(+j\gamma_1 a) \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \end{aligned} \quad (\text{II.28})$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[-\left(\frac{\gamma_1 \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_y \right) \frac{1}{k_1 Z_1} A_{1(h)} \exp(-j\gamma_1 a) + \frac{\alpha}{Z_1 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} A_{1(v)} \exp(-j\gamma_1 a) \right. \\ & \left. - \left(\frac{\gamma_2 \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_y \right) \frac{A_{2(h)}}{k_2 Z_2} \exp(+j\gamma_2 a) - \frac{\alpha A_{2(v)}}{Z_2 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(+j\gamma_2 a) \right] \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \\ & = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[-\left(\frac{\gamma_1 \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_y \right) \frac{A_{0(h)}}{k_1 Z_1} - \frac{\alpha A_{0(v)}}{Z_1 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \right] \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \exp(+j\gamma_1 a) \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \end{aligned} \quad (\text{II.29})$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\left(\frac{\gamma_1 \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_x \right) \frac{A_{1(h)}}{k_1 Z_1} \exp(-j\gamma_1 a) + \frac{\beta A_{1(v)}}{Z_1 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(-j\gamma_1 a) \right. \\ & \left. + \left(\frac{\gamma_2 \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_x \right) \frac{A_{2(h)}}{k_2 Z_2} \exp(+j\gamma_2 a) - \frac{\beta A_{2(v)}}{Z_2 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \exp(+j\gamma_2 a) \right] \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \\ & = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\left(\frac{\gamma_1 \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_x \right) \frac{1}{k_1 Z_1} A_{0(h)} - \frac{\beta}{Z_1 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} A_{0(v)} \right] \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \exp(+j\gamma_1 a) \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \end{aligned} \quad (\text{II.30})$$

Pour résoudre les quatre équations de continuité (II.27-II.30) et déterminer les expressions analytiques des quatre amplitudes de diffraction $A_{1(h,y)}$ et $A_{2(h,y)}$, on utilise la méthode de perturbation.

II. 3. Méthode des petites perturbations

II.3.1. Considérations générales

Lorsque les hauteurs quadratiques moyennes des interfaces sont faibles devant la longueur d'onde, une bonne approximation consiste à représenter les amplitudes de diffraction et les fonctions exponentielles par leur développement en séries entières

$$A_{i(h,v)}(\alpha, \beta) = \sum_p A_{i(h,v)}^{(p)}(\alpha, \beta) ; \quad \exp[\pm j\gamma_i a(x, y)] = \sum_p \frac{[\pm j\gamma_i a(x, y)]^p}{p!} \quad (\text{II.31})$$

II.3.2. Résolution à l'ordre zéro

A l'ordre zéro, l'interface séparant les deux milieux est plane. A partir du système d'équations (II.27-II.30), on obtient le système suivant :

$$\alpha A_{1(h)} + \frac{\gamma_1 \beta}{k_1} A_{1(v)} - \alpha A_{2(h)} + \frac{\gamma_2 \beta}{k_2} A_{2(v)} = - \left(\alpha A_{0(h)} - \frac{\gamma_1 \beta}{k_1} A_{0(v)} \right) \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \quad (\text{II.32a})$$

$$\beta A_{1(h)} - \frac{\gamma_1 \alpha}{k_1} A_{1(v)} - \beta A_{2(h)} - \frac{\gamma_2 \alpha}{k_2} A_{2(v)} = - \left(\beta A_{0(h)} + \frac{\gamma_1 \alpha}{k_1} A_{0(v)} \right) \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \quad (\text{II.32b})$$

$$-\frac{\gamma_1 \beta}{k_1 Z_1} A_{1(h)} + \frac{\alpha}{Z_1} A_{1(v)} - \frac{\gamma_2 \beta}{k_2 Z_2} A_{2(h)} - \frac{\alpha}{Z_2} A_{2(v)} = - \left(\frac{\gamma_1 \beta}{k_1 Z_1} A_{0(h)} + \frac{\alpha}{Z_1} A_{0(v)} \right) \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \quad (\text{II.32c})$$

$$\frac{\gamma_1 \alpha}{k_1 Z_1} A_{1(h)} + \frac{\beta}{Z_1} A_{1(v)} + \frac{\gamma_2 \alpha}{k_2 Z_2} A_{2(h)} - \frac{\beta}{Z_2} A_{2(v)} = \left(\frac{\gamma_1 \alpha}{k_1 Z_1} A_{0(h)} - \frac{\beta}{Z_1} A_{0(v)} \right) \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \quad (\text{II.32d})$$

D'où les solutions suivantes :

En polarisation horizontale ($E_{//}$) :

$$A_{1(h)}^{(0)} = \frac{\gamma_{10} - \gamma_{20}}{\gamma_{10} + \gamma_{20}} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) A_{0(h)} \quad (\text{II.33a})$$

$$A_{2(h)}^{(0)} = \frac{2\gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) A_{0(h)} \quad (\text{II.33b})$$

En polarisation verticale ($H_{//}$) :

$$A_{1(v)}^{(0)} = \frac{k_2^2 \gamma_{10} - k_1^2 \gamma_{20}}{k_2^2 \gamma_{10} + k_1^2 \gamma_{20}} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) A_{0(v)} \quad (\text{II.34a})$$

$$A_{2(v)}^{(0)} = \frac{2\gamma_1 k_1 k_2}{k_2^2 \gamma_{10} + k_1^2 \gamma_{20}} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) A_{0(v)} \quad (\text{II.34b})$$

Notons que les solutions à l'ordre zéro représentent les amplitudes cohérentes du problème de la diffraction.

II. 3.3. Résolution à l'ordre un :

Le phénomène de diffraction est analysé au premier ordre de la perturbation. A partir du système d'équations (II.27-II.30), on obtient le système suivant

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\alpha A_{1(h)}^{(1)}}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \frac{\gamma_1 \beta A_{1(v)}^{(1)}}{k_1 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \frac{\alpha A_{2(h)}^{(1)}}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \frac{\gamma_2 \beta A_{2(v)}^{(1)}}{k_2 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \right) \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \\ & \left. \begin{aligned} & \left[\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_y \left[\frac{A_{0(v)}^{(0)}}{k_1} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) + \frac{A_{1(v)}^{(0)}}{k_1} - \frac{A_{2(v)}^{(0)}}{k_2} \right] \right. \\ & + j \frac{\beta a}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \left[\frac{\gamma_1^2}{k_1} A_{0(v)}^{(0)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) + \frac{\gamma_1^2}{k_1} A_{1(v)}^{(0)} - \frac{\gamma_2^2}{k_2} A_{2(v)}^{(0)} \right] \\ & \left. - j \frac{\alpha a}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \left[\gamma_1 A_{0(h)}^{(0)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) - \gamma_1 A_{1(h)}^{(0)} - \gamma_2 A_{2(h)}^{(0)} \right] \right\} \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \end{aligned} \quad (\text{II.35}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\beta A_{1(h)}^{(1)}}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \frac{\gamma_1 \alpha A_{1(v)}^{(1)}}{k_1 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \frac{\beta A_{2(h)}^{(1)}}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \frac{\gamma_2 \alpha A_{2(v)}^{(1)}}{k_2 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \right) \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \\ & \left. \begin{aligned} & \left[-\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_x \left[\frac{A_{0(v)}^{(0)}}{k_1} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) + \frac{A_{1(v)}^{(0)}}{k_1} - \frac{A_{2(v)}^{(0)}}{k_2} \right] \right. \\ & + j \frac{\beta a}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \left[\gamma_1 A_{1(h)}^{(0)} - \gamma_1 A_{0(h)}^{(0)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) + \gamma_2 A_{2(h)}^{(0)} \right] \\ & \left. - j \frac{\alpha a}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \left[\frac{\gamma_1^2}{k_1} A_{1(v)}^{(0)} + \frac{\gamma_1^2}{k_1} A_{0(v)}^{(0)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) - \frac{\gamma_2^2}{k_2} A_{2(v)}^{(0)} \right] \right\} \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \end{aligned} \quad (\text{II.36}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(-\frac{\gamma_1 \beta A_{1(h)}^{(1)}}{k_1 Z_1 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \frac{\alpha A_{1(v)}^{(1)}}{Z_1 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \frac{\gamma_2 \beta A_{2(h)}^{(1)}}{k_2 Z_2 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \frac{\alpha A_{2(v)}^{(1)}}{Z_2 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \right) \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \\ & \left. \begin{aligned} & \left[\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_y \left[\frac{A_{2(h)}^{(0)}}{k_2 Z_2} - \frac{A_{1(h)}^{(0)}}{k_1 Z_1} - \frac{A_{0(h)}^{(0)}}{k_1 Z_1} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \right] \right. \\ & + j \frac{\beta a}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \left[\frac{\gamma_2^2}{k_2 Z_2} A_{2(h)}^{(0)} - \frac{\gamma_1^2}{k_1 Z_1} A_{0(h)}^{(0)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) - \frac{\gamma_1^2}{k_1 Z_1} A_{1(h)}^{(0)} \right] \\ & \left. + j \frac{\alpha a}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \left[\frac{\gamma_2}{Z_2} A_{2(v)}^{(0)} - \frac{\gamma_1}{Z_1} A_{0(v)}^{(0)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) + \frac{\gamma_1}{Z_1} A_{1(v)}^{(0)} \right] \right\} \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \end{aligned} \quad (\text{II.37}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\gamma_1 \alpha A_{1(h)}^{(1)}}{k_1 Z_1 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \frac{\beta A_{1(v)}^{(1)}}{Z_1 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \frac{\gamma_2 \alpha A_{2(h)}^{(1)}}{k_2 Z_2 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \frac{\beta A_{2(v)}^{(1)}}{Z_2 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \right) \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \\
& = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\begin{aligned} & \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} a_x \left[\frac{A_{0(h)}^{(0)}}{k_1 Z_1} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) + \frac{A_{1(h)}^{(0)}}{k_1 Z_1} - \frac{A_{2(h)}^{(0)}}{k_2 Z_2} \right] \\ & j \frac{\alpha a}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \left[\frac{\gamma_1^2}{k_1 Z_1} A_{0(h)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) + \frac{\gamma_1^2}{k_1 Z_1} A_{1(h)}^{(0)} - \frac{\gamma_2^2}{k_2 Z_2} A_{2(h)}^{(0)} \right] \\ & j \frac{\beta a}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \left[\frac{\gamma_1}{Z_1} A_{1(v)}^{(0)} - \frac{\gamma_1}{Z_1} A_{0(v)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) + \frac{\gamma_2}{Z_2} A_{2(v)}^{(0)} \right] \end{aligned} \right] \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \quad (II.38)
\end{aligned}$$

En utilisant la relation suivante :

$$\begin{aligned}
& TF \left\{ a(x, y) \cdot TF^{-1} \left[G(\alpha, \beta) \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \right] \right\} \\
& = \hat{a}(\alpha, \beta) * \left[G(\alpha, \beta) \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \right] \\
& = \hat{a}(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) G(\alpha_0, \beta_0) \quad (II.39)
\end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned}
TF \left[a_x(x, y) \right] &= -j\alpha \hat{a}(\alpha, \beta) \\
TF \left[a_y(x, y) \right] &= -j\beta \hat{a}(\alpha, \beta) \quad (II.40)
\end{aligned}$$

$\hat{a}(\alpha, \beta)$ est la transformée de Fourier bidimensionnelle de la fonctions $a(x, y)$ divisée par L :

$$\hat{a}(\alpha, \beta) = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{+L/2} \int_{-L/2}^{+L/2} a(x, y) \exp[j(\alpha x + \beta y)] dx dy \quad (II.41)$$

Nous trouvons les solutions suivantes :

$$\begin{aligned}
A_{1(h)}^{(1)} &= A_{1(hh)}^{(1)} + A_{1(hv)}^{(1)} \\
A_{1(v)}^{(1)} &= A_{1(vh)}^{(1)} + A_{1(vv)}^{(1)}
\end{aligned}$$

Avec :

$$A_{1(hh)}^{(1)} = \frac{2j\gamma_{10} \cos(\varphi - \varphi_0) (k_1^2 - k_2^2) \hat{a}(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0)}{(\gamma_{10} + \gamma_{20})(\gamma_1 + \gamma_2)} A_{0(h)} \quad (II.42)$$

$$A_{1(hv)}^{(1)} = \frac{2jk_1\gamma_{10}\gamma_{20} (k_1^2 - k_2^2) \sin(\varphi - \varphi_0) \hat{a}(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0)}{(k_2^2\gamma_{10} + k_1^2\gamma_{20})(\gamma_1 + \gamma_2)} A_{0(v)} \quad (II.43)$$

$$A_{1(vh)}^{(1)} = \frac{2jk_1\gamma_{10}\gamma_2 \sin(\varphi - \varphi_0) (k_1^2 - k_2^2) \hat{a}(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0)}{(\gamma_{10} + \gamma_{20})(k_2^2\gamma_1 + k_1^2\gamma_2)} A_{0(h)} \quad (II.44)$$

$$A_{1(vv)}^{(1)} = \frac{2j\gamma_{10} (k_1^2 - k_2^2) \left[k_2^2 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \sqrt{\alpha_0^2 + \beta_0^2} - k_1^2 \gamma_2 \gamma_{20} \cos(\varphi - \varphi_0) \right] \hat{a}(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0)}{(k_2^2\gamma_{10} + k_1^2\gamma_{20})(k_2^2\gamma_1 + k_1^2\gamma_2)} A_{0(v)} \quad (II.45)$$

Les solutions du problème à l'ordre un représentent les amplitudes incohérentes.

CHAPITRE III : Statistique des champs diffractés et de l'intensité de diffraction

III.1. Introduction

III.2. Propriétés statistiques des amplitudes de diffraction et de l'intensité diffractée

CHAPITRE III : Etude Statistique des champs diffractés et de l'intensité de diffraction

III.1. Introduction

L'étude de la diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuse nécessite la modélisation de ces surfaces. Pour cela, une approche probabiliste est utilisée. La surface est un processus aléatoire vérifiant certaines propriétés statistiques. Pour les surfaces que nous utilisons, la distribution des hauteurs est supposée gaussienne. De plus les surfaces sont stationnaires spatialement, c'est-à-dire que les propriétés statistiques de la surface sont invariantes par nécessairement gaussiennes, l'utilisation de statistiques gaussiennes permet de réduire la complexité associée au processus aléatoire. La description d'un processus aléatoire gaussien est donnée par sa moyenne et sa fonction de corrélation.

L'objectif de ce chapitre est l'étude statistique (densité de probabilité, moyenne et variance) des champs diffractés et de l'intensité de diffraction afin de trouver la répartition angulaire de l'intensité d'énergie diffractée correspondante à l'ordre de perturbation.

III.2. Propriétés statistiques des amplitudes de diffraction et de l'intensité diffractée

III.2.1 Intensité diffractée

A grande distance, la dépendance angulaire du champ diffracté est donnée par le produit $A_{1(ba)}^{(1)}(k_1 \sin \theta \cos \varphi, k_1 \sin \theta \sin \varphi) \cos \theta$. Cette dépendance conduit au coefficient de diffusion bistatique $I_{d1}^{(ba)}(\theta, \varphi)$ qui est défini comme la densité angulaire de puissance diffractée sous la direction (θ, φ) avec θ son angle au zénith et φ son angle d'azimut divisée par la puissance incidente $P_0^{(a)}$. L'indice supérieur (a) donne la polarisation de l'onde incidente (h ou v) et (b) la polarisation de l'onde diffracté. A l'ordre 1 de la méthode des petites perturbations, nous obtenons :

$$I_{d1}^{(ba)}(\theta, \varphi) = \frac{\cos^2 \theta}{\lambda^2 \cos \theta_0} \left| A_{1(ba)}^{(1)}(k_1 \sin \theta \cos \varphi, k_1 \sin \theta \sin \varphi) \right|^2 \quad (\text{III.1})$$

$A_{1(ba)}^{(1)}(k_1 \sin \theta \cos \varphi, k_1 \sin \theta \sin \varphi)$ est une fonction aléatoire des angles d'observations (θ, φ) . Puisque $\langle a_1(x, y) \rangle = \langle a_2(x, y) \rangle = 0$, nous déduisons que l'amplitude de diffraction est une variable aléatoire centrée ($\langle A_{1(ba)}^{(1)}(k_1 \sin \theta \cos \varphi, k_1 \sin \theta \sin \varphi) \rangle = 0$) et que le champ cohérent et l'intensité cohérente sont nuls. Le coefficient bistatique moyen s'identifie donc à l'intensité incohérente avec :

$$\langle I_{d1}^{(ba)}(\theta, \varphi) \rangle = I_{f1}^{(ba)}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\lambda^2} \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta_0} \left\{ \begin{array}{l} \langle \text{Re}^2 [A_{1(ba)}^{(1)}(k_1 \sin \theta \cos \varphi, k_1 \sin \theta \sin \varphi)] \rangle \\ + \langle \text{Im}^2 [A_{1(ba)}^{(1)}(k_1 \sin \theta \cos \varphi, k_1 \sin \theta \sin \varphi)] \rangle \end{array} \right\} \quad (\text{II.2})$$

où : $-\pi/2 \leq \theta \leq +\pi/2$; $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

III.2.2 Variances et covariance des parties réelle et imaginaire de l'amplitude de diffraction

D'après (II42-II45), nous trouvons pour l'amplitude de diffraction au dessus de la surface s'écrit :

$$A_{1(ba)}^{(1)}(\alpha, \beta) = K_{(ba)} \hat{a}(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \quad (\text{III.3})$$

D'après la relation (III.3), les parties réelle et imaginaire de l'amplitude de diffraction sont données sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \text{Re}[A_{1(ba)}^{(1)}(\alpha, \beta)] &= \text{Re}(K_{(ba)}) \text{Re}[\hat{a}(\zeta, \xi)] - \text{Im}(K_{(ba)}) \text{Im}[\hat{a}(\zeta, \xi)] \\ \text{Im}[A_{1(ba)}^{(1)}(\alpha, \beta)] &= \text{Im}(K_{(ba)}) \text{Re}[\hat{a}(\zeta, \xi)] + \text{Re}(K_{(ba)}) \text{Im}[\hat{a}(\zeta, \xi)] \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

Où

$$\begin{aligned} \zeta &= \alpha - \alpha_0 = k_1 (\sin \theta \cos \varphi - \sin \theta_0 \cos \varphi_0); \\ \xi &= \beta - \beta_0 = k_1 (\sin \theta \sin \varphi - \sin \theta_0 \sin \varphi_0) \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

Et

$$\begin{aligned} \text{Re}[\hat{a}(\zeta, \xi)] &= \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{+L/2} \int_{-L/2}^{+L/2} a(x, y) \cos(\zeta x + \xi y) dx dy \\ \text{Im}[\hat{a}(\zeta, \xi)] &= \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{+L/2} \int_{-L/2}^{+L/2} \hat{a}(x, y) \sin(\zeta x + \xi y) dx dy \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

Les variances et la covariance des parties réelle et imaginaire de la fonction aléatoire $A_{1(ba)}^{(1)}(\alpha, \beta)$ dépendent des variances et des covariances associées aux différentes grandeurs $\text{Re}[\hat{a}(\zeta, \xi)]$ et $\text{Im}[\hat{a}(\zeta, \xi)]$. A partir de l'expression (III.4), nous obtenons les variances $\sigma_{R(ba)}^2$ et $\sigma_{I(ba)}^2$ et la covariance $\Gamma_{RI(ba)}$ des parties réelle et imaginaire de l'amplitude de diffraction sous les formes suivantes :

$$\begin{aligned}\sigma_{R(ba)}^2 &= \langle \text{Re}^2[A_{1(ba)}^{(1)}(\alpha, \beta)] \rangle \\ &= \text{Re}^2(K_{(ba)}) \langle \text{Re}^2[\hat{a}(\zeta, \xi)] \rangle + \text{Im}^2(K_{(ba)}) \langle \text{Im}^2[\hat{a}(\zeta, \xi)] \rangle\end{aligned}\quad (\text{III.7})$$

$$\begin{aligned}\sigma_{I(ba)}^2 &= \langle \text{Im}^2[A_{1(ba)}^{(1)}(\alpha, \beta)] \rangle \\ &= \text{Re}^2(K_{(ba)}) \langle \text{Im}^2[\hat{a}(\zeta, \xi)] \rangle + \text{Im}^2(K_{(ba)}) \langle \text{Re}^2[\hat{a}(\zeta, \xi)] \rangle\end{aligned}\quad (\text{III.8})$$

$$\begin{aligned}\Gamma_{RI(ba)} &= \langle \text{Re}[A_{1(ba)}^{(1)}(\alpha, \beta)] \text{Im}[A_{1(ba)}^{(1)}(\alpha, \beta)] \rangle \\ &= \text{Re}(K_{(ba)}) \text{Im}(K_{(ba)}) \langle \text{Re}^2[\hat{a}(\zeta, \xi)] \rangle - \langle \text{Im}^2[\hat{a}(\zeta, \xi)] \rangle\end{aligned}\quad (\text{III.9})$$

D'après les calculs présentés dans la référence [13], les variances des parties réelle et imaginaire des transformées de Fourier $\hat{a}(\zeta, \xi)$ se mettent sous la forme suivante :

Calcul des variances

$$\begin{aligned}\sigma_{R(a)}^2 \langle \text{Re}^2[\hat{a}(\zeta, \xi)] \rangle &= \frac{1}{2} \int_{-L}^{+L} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) \left(1 - \frac{|y|}{L}\right) \cos(\zeta x + \xi y) R(x, y) dx dy \\ &+ \frac{1}{2} \int_{-L}^{+L} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) \left(1 - \frac{|y|}{L}\right) \text{sinc}[\zeta(L - |x|)] \text{sinc}[\xi(L - |y|)] R(x, y) dx dy\end{aligned}\quad (\text{III.10})$$

$$\begin{aligned}\sigma_{I(a)}^2 \langle \text{Im}^2[\hat{a}(\zeta, \xi)] \rangle &= \frac{1}{2} \int_{-L}^{+L} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) \left(1 - \frac{|y|}{L}\right) \cos(\zeta x + \xi y) R(x, y) dx dy \\ &- \frac{1}{2} \int_{-L}^{+L} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) \left(1 - \frac{|y|}{L}\right) \text{sinc}[\zeta(L - |x|)] \text{sinc}[\xi(L - |y|)] R(x, y) dx dy\end{aligned}\quad (\text{III.11})$$

Où $\text{sinc}x = \sin x / x$.

Nous pouvons par ailleurs montrer que $\text{Re}[\hat{a}(\zeta, \xi)]$ et $\text{Im}[\hat{a}(\zeta, \xi)]$ sont non corrélées :

$$\langle \text{Re}[\hat{a}(\zeta, \xi)] \text{Im}[\hat{a}(\zeta, \xi)] \rangle = 0 \quad (\text{III.12})$$

Pour une valeur du couple (α, β) donnée, les relations (III.7) et (III.8) montrent que les variables aléatoires $\text{Re}[A_{1(ba)}^{(1)}(\alpha, \beta)]$ et $\text{Im}[A_{1(ba)}^{(1)}(\alpha, \beta)]$ présentent, dans le cas général, des variances différentes. La relation (III.9) indique que ces variables aléatoires sont corrélées quelle que soit l'état corrélé ou non corrélé des deux interfaces. En remplaçant (III.10-III.12) dans (III.2), nous montrons que l'intensité incohérente dépend aussi de la longueur L [13] et des fonctions d'autocorrélation et d'intercorrélations :

$$I_{f1}^{(ba)}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\lambda^2} \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta_0} \int_{-L}^{+L} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) \left(1 - \frac{|y|}{L}\right) |K_{(ba)}|^2 R(x, y) \cos(\zeta x + \xi y) dx dy \quad (\text{III.13})$$

Sachant que $A_{1(hh)}^{(1)} = -A_{1(vv)}^{(1)}$ et $A_{1(hv)}^{(1)} = A_{1(vh)}^{(1)}$ pour $\theta = \theta_0 = 0$, l'intensité incohérente rétrodiffusée en incidence normale présente la même valeur en polarisation direct et croisée respectivement.

III.2.3 Comportements asymptotiques des variances, de la covariance et de l'intensité incohérente

D'après (III.10-III.11) et (III.13), on démontre qu'en dehors de la réflexion spéculaire $(\zeta, \xi) \neq (0, 0)$ et pour $L \rightarrow +\infty$,

$$\langle \text{Re}^2[\hat{a}(\zeta, \xi)] \rangle = \langle \text{Im}^2[\hat{a}(\zeta, \xi)] \rangle = \frac{\hat{R}(\zeta, \xi)}{2} \quad (\text{III.14})$$

En substituant (III.14) dans (III.13) nous démontrons que les variables aléatoires $\text{Re}[A_{1(ba)}^{(1)}(\alpha, \beta)]$ et $\text{Im}[A_{1(ba)}^{(1)}(\alpha, \beta)]$ sont non corrélées ($\Gamma_{RI(ba)} = 0$) pour $L \rightarrow +\infty$ et présente la même variance :

$$\sigma_{R(ba)}^2 = \sigma_{I(ba)}^2 = \frac{|K_{(ba)}|^2 \hat{R}(\zeta, \xi)}{2} \quad (\text{III.15})$$

A partir de (III.13), nous montrons que l'intensité incohérente s'exprime sous la forme suivante :

$$I_{f1}^{(ba)}(\theta, \varphi) = \frac{\cos^2 \theta}{\lambda^2 \cos \theta_0} |K_{(ba)}|^2 \hat{R}(\zeta, \xi) \quad (\text{III.16})$$

III.2.4 Densités de probabilité

Nous supposons que les densités de probabilité des hauteurs des deux interfaces sont des gaussiennes. Le caractère gaussien est conservé par opération linéaire. La transformée de Fourier est une opération linéaire donc la transformée de Fourier de la fonction aléatoire $a(x, y)$ est aussi un processus gaussien. En conséquence, les amplitudes de diffraction sont des processus gaussiens de la variable α et β . Les deux variables aléatoires centrées $\text{Re}[A_{1(ba)}^{(1)}(\alpha, \beta)]$ et $\text{Im}[A_{1(ba)}^{(1)}(\alpha, \beta)]$ sont, dans le cas général, corrélées et présentent des variances différentes.

La densité de probabilité conjointe est donc donnée par l'expression suivante.

$$p_{RI}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_{R(ba)}\sigma_{I(ba)}\sqrt{1-\rho_{(ba)}^2}} \exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho_{(ba)}^2)}\left(\frac{x^2}{\sigma_{R(ba)}^2} - 2\rho_{(ba)}\frac{xy}{\sigma_{R(ba)}\sigma_{I(ba)}} + \frac{y^2}{\sigma_{I(ba)}^2}\right)\right] \quad (\text{III.17})$$

où $\rho_{(ba)}$ est le coefficient de corrélation :

$$\rho_{(ba)} = \frac{\Gamma_{(ba)}}{\sigma_{R(ba)}\sigma_{I(ba)}} \quad (\text{III.18})$$

En passant en coordonnées polaires, nous obtenons la densité de probabilité conjointe des variables aléatoires M et Ψ :

$$p_{M\Psi}(m, \phi) = mp_{RI}(m \cos \phi, m \cos \phi) \quad (\text{III.19})$$

En intégrant par rapport à ϕ , on obtient la densité de probabilité du module de l'amplitude définie pour $m \geq 0$:

$$p_{M(ba)}(m) = \frac{m}{\sigma_{R(ba)}\sigma_{I(ba)}\sqrt{1-\rho_{(ba)}^2}} \exp\left[-\frac{m^2}{4(1-\rho_{(ba)}^2)}\left(\frac{1}{\sigma_{R(ba)}^2} + \frac{1}{\sigma_{I(ba)}^2}\right)\right] \times I_0\left[\frac{m^2}{4(1-\rho_{(ba)}^2)}\sqrt{\left(\frac{1}{\sigma_{R(ba)}^2} - \frac{1}{\sigma_{I(ba)}^2}\right)^2 + 4\frac{\rho_{(ba)}^2}{\sigma_R^2\sigma_I^2}}\right] \quad (\text{III.20})$$

où I_0 la fonction de Bessel modifiée d'ordre zéro. Pour des surfaces corrélées ou non corrélées, le module de l'amplitude de diffraction obéit donc à une loi de Hoyt [13]. La densité de probabilité $p_{I_d}(w)$ de l'intensité diffractée se déduit de la densité de probabilité du module $p_M(m)$ par la relation suivante :

$$p_{I_d^{(ba)}}(w) = \frac{1}{2\sqrt{\cos^2 \theta / \lambda \cos \theta_0}} p_M(\sqrt{w\lambda \cos \theta_0 / \cos^2 \theta}) \quad \text{avec } w \geq 0 \quad (\text{III.21})$$

La densité de probabilité de la phase est obtenue par intégration de $p_{M\psi}(m, \phi)$ par rapport à m de 0 à $+\infty$.

$$p_{\phi(ba)}(\phi) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{1 - \rho_{(ba)}^2}}{\frac{\sigma_{I(ba)}}{\sigma_{R(ba)}} \cos^2 \phi - \rho_{(ba)} \sin 2\phi + \frac{\sigma_{R(ba)}}{\sigma_{I(ba)}} \sin^2 \phi} \quad (\text{III.22})$$

La phase est non uniforme sur $[-\pi; \pi]$.

III.2.5 Comportements asymptotiques des densités de probabilité

Si $L \rightarrow +\infty$, la covariance et le coefficient de corrélation sont nuls et les variances $\sigma_{R(ba)}^2$ et $\sigma_{I(ba)}^2$ sont égales. En conséquence, le module du champ diffracté à grande distance suit une loi de Rayleigh, l'intensité de diffraction suit une loi exponentielle et la phase est uniforme sur $[-\pi; \pi]$.

$$p_{M(ba)}(m) = \frac{m}{\sigma_{R(ba)}^2} \exp\left(-\frac{m^2}{2\sigma_{R(ba)}^2}\right) \quad \text{pour } m \geq 0 \quad (\text{III.23})$$

$$p_{I_d^{(ba)}}(w) = \frac{\lambda^2 \cos \theta_0}{2\sigma_{R(ba)}^2 \cos^2 \theta} \exp\left(-\frac{w\lambda^2 \cos \theta_0}{2\sigma_{R(ba)}^2 \cos^2 \theta}\right) \quad \text{pour } w \geq 0 \quad (\text{III.24})$$

$$p_{\phi(ba)}(\phi) = \frac{1}{2\pi} \quad \text{pour } \phi \in [-\pi; \pi[\quad (\text{III.25})$$

CHAPITRE IV : Résultats numériques

III.1. Introduction

III.2. L'effet de la longueur L

CHAPITRE IV : Résultats numériques

IV. 1. Introduction

Pour toutes les simulations, la longueur d'onde est dans la gamme L avec $\lambda = 20\text{cm}$, l'interface rugueuse est caractérisée par une hauteur quadratique moyenne $\sigma = 0.05\lambda$ et une distance de corrélations $l = 0.3\lambda$. Les permittivités relatives ε_{r1} et ε_{r2} des deux milieux sont fixées à 1 et $6.26 - 0.52j$ qui représente une surface d'un sol agricole d'un taux d'humidité de 15%.

IV.2. L'effet de la longueur L

L'effet de la longueur L , sur le diagramme de diffusion moyen et sur la statistique des champs en rétrodiffusion et dans le plan perpendiculaire au plan d'incidence ont été étudiés. Pour étudier l'effet de la longueur L , quatre valeurs de L sont considérées : 2λ , 4λ , 10λ et infinie. Les figures IV.1 et IV.2 montrent l'intensité incohérente en fonction de θ , en polarisations directes (hh) et (vv) dans le plan d'incidence avec : $\theta_0 = 30^\circ$, $\phi_0 = 30^\circ$, $\phi = 30^\circ$ à partir de l'expression III.13. Dans les deux polarisations directes, une longueur L supérieure à 10λ est nécessaire pour approcher le comportement asymptotique de l'intensité incohérente asymptotique donnée par la formule théorique (III.16).

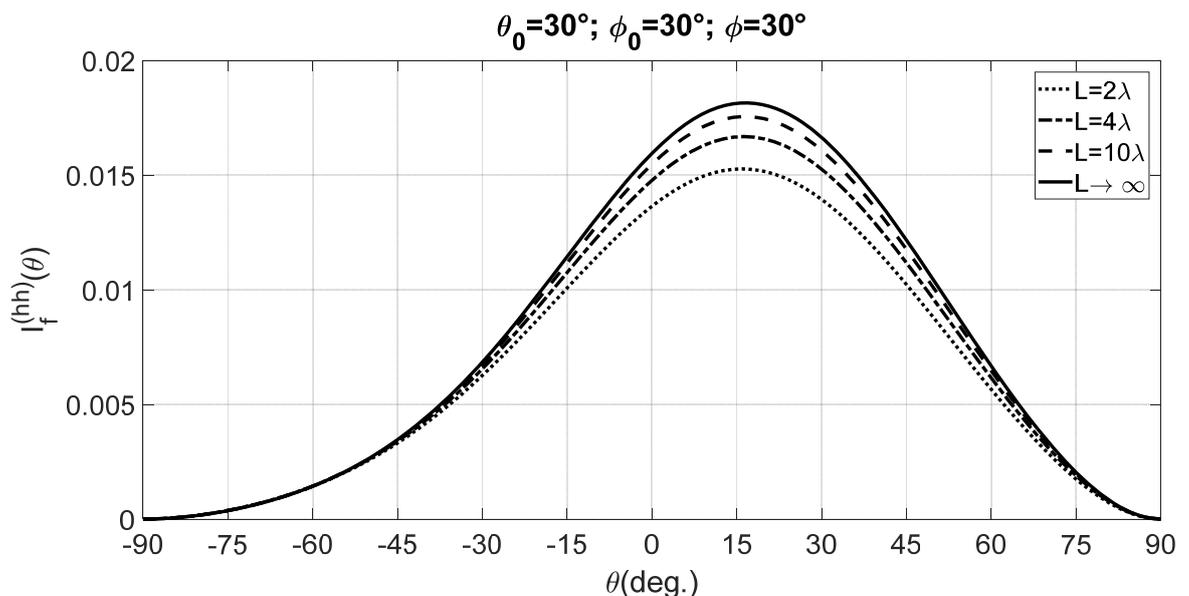
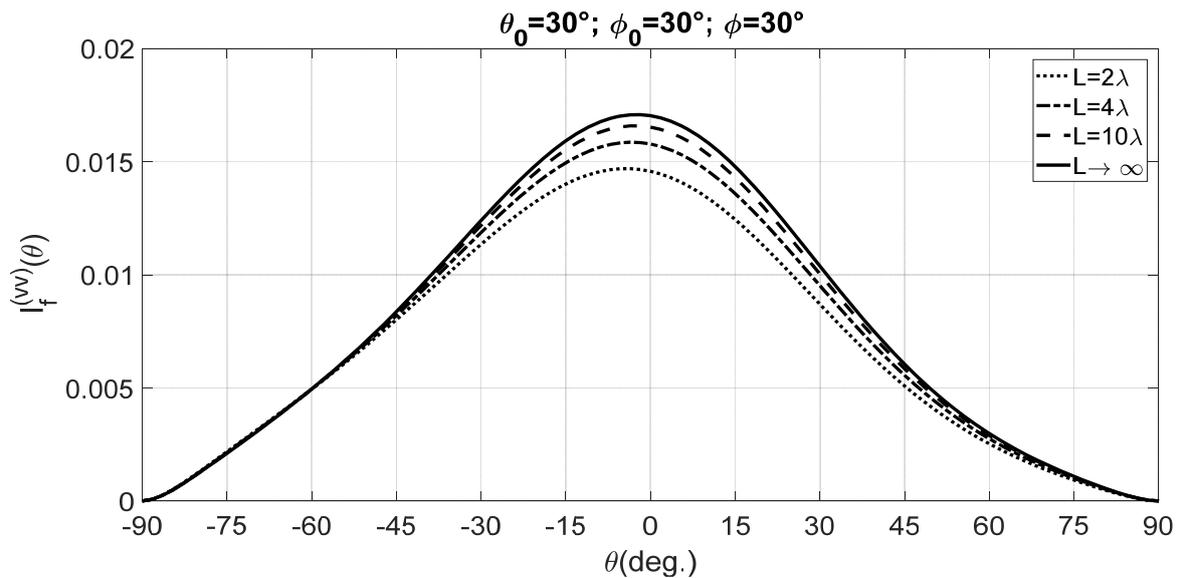
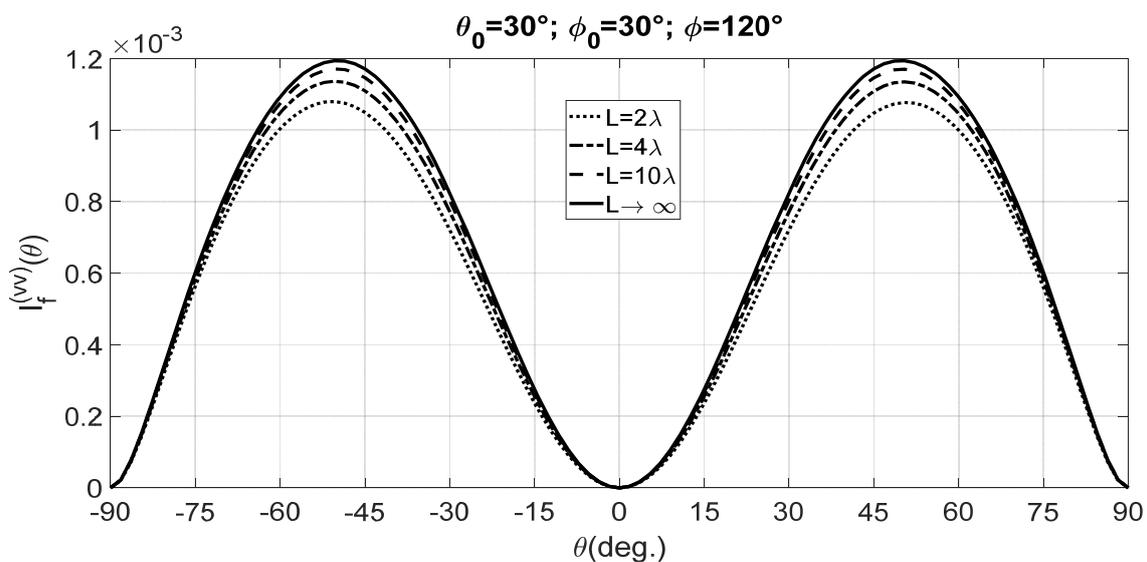
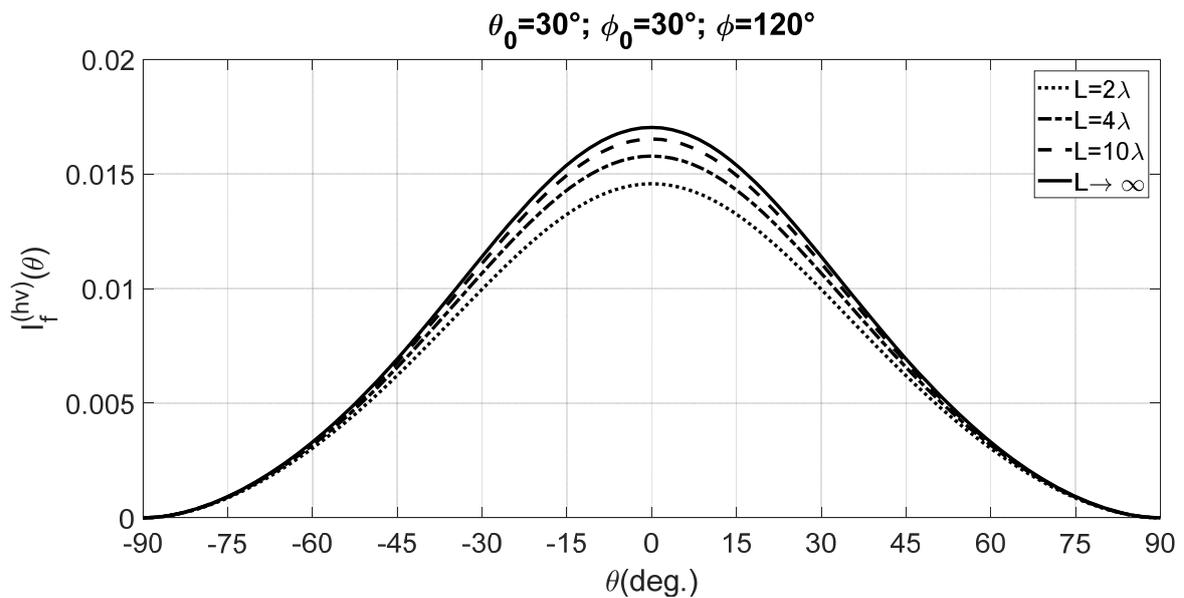


Figure IV .1. Intensité incohérente en polarisation (hh)

Figure IV. 2. Intensité incohérente en polarisation ($\nu\nu$)

Les figures IV. 3 et IV. 4 montrent l'intensité incohérente en fonction de θ en polarisation directe ($\nu\nu$) et croisée ($h\nu$) dans le plan perpendiculaire au plan d'incidence avec : $\theta_0 = 30^\circ$, $\phi_0 = 30^\circ$, $\phi = 120^\circ$. D'après la formule (II.42), l'intensité incohérente en polarisation (hh) est nulle dans le plan perpendiculaire au plan d'incidence. En accord avec la formule (II.45) et comme le montre la figure IV. 3, ce n'est pas le cas pour la polarisation ($\nu\nu$). On remarque que les intensités incohérentes sont symétriques par rapport à $\theta = 0^\circ$. Comme pour les figures IV. 1 et IV. 2, une longueur L supérieure à 10λ est nécessaire pour approcher le comportement asymptotique de l'intensité incohérente.

Figure IV. 3. Intensité incohérente en polarisation ($\nu\nu$)

Figure IV. 4.. Intensité incohérente en polarisation (hv)

Les figures IV 5a et IV 5b montrent la densité de probabilité du module en polarisation directe (hh) et (vv) respectivement dans le plan d'incidence avec: $\theta_0 = 30^\circ$, $\theta = 60^\circ$, $\phi_0 = 30^\circ$, $\phi = 30^\circ$ à partir de l'expression III.20. Dans les deux polarisations directes, une longueur L supérieure à 10λ est nécessaire pour approcher le comportement asymptotique de la densité de probabilité asymptotique donnée par la formule théorique (III.23).

L (λ)	Moyenne	Ecart type
2	2.589×10^{-2}	1.295×10^{-2}
4	2.584×10^{-2}	1.348×10^{-2}
10	2.646×10^{-2}	1.379×10^{-2}
Infinie	2.688×10^{-2}	1.400×10^{-2}

Tableau IV.1 Moyenne et Ecart type du module pour hh

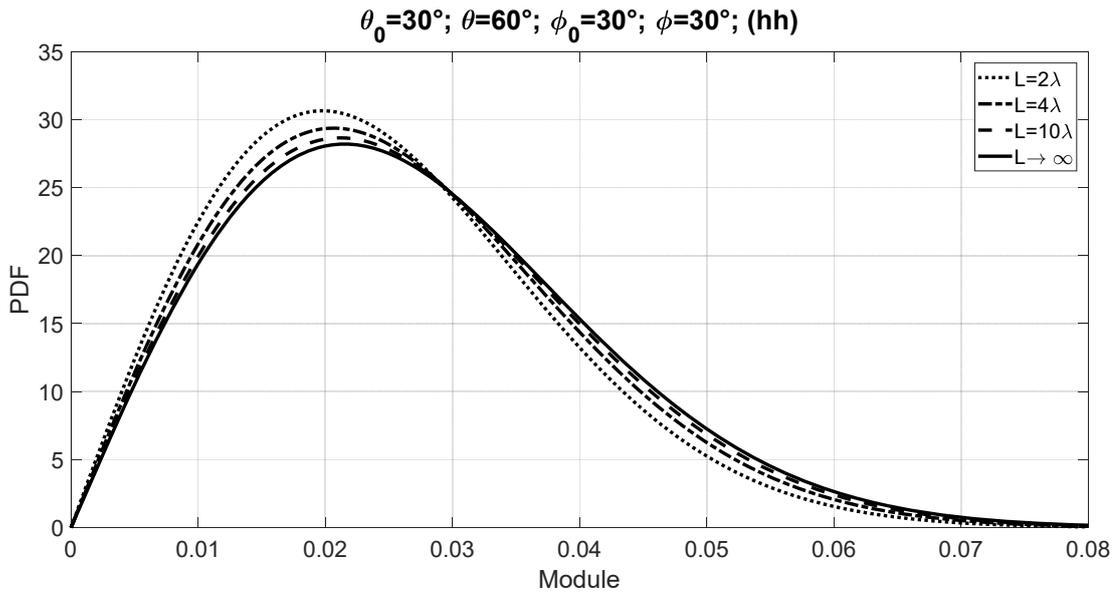


Figure IV 5a. Pdf module en polarisation (hh)

L (λ)	Moyenne	Ecart type
2	1.658×10^{-2}	8.674×10^{-3}
4	1.730×10^{-2}	9.044×10^{-3}
10	1.773×10^{-2}	9.266×10^{-3}
Infinie	1.801×10^{-2}	9.416×10^{-3}

Tableau IV. 2 Moyenne et Ecart type du module pour vv

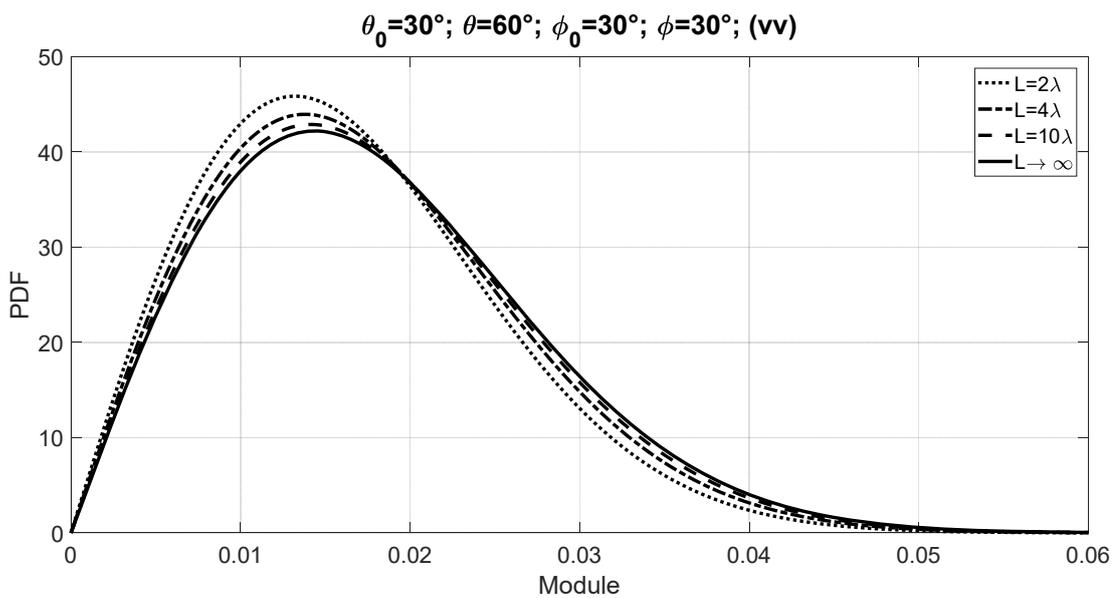


Figure IV 5b. Pdf module en poloisation (vv)

Les figures IV 6a et IV 6b montrent la densité de probabilité de la phase en polarisation directe (hh) et (vv) respectivement dans le plan d'incidence avec: $\theta_0 = 30^\circ$, $\theta = 60^\circ$, $\phi_0 = 30^\circ$, $\phi = 30^\circ$ à partir de l'expression III.22. Dans les deux polarisations directes, une longueur L supérieure à 10λ est nécessaire pour approcher le comportement asymptotique de la densité de probabilité asymptotique donnée par la formule théorique (III.25).

L (λ)	Moyenne	Ecart type
2	2.121×10^{-5}	2.059×10^{-1}
4	1.068×10^{-5}	2.054×10^{-1}
10	1.100×10^{-6}	2.050×10^{-1}
Infinie	1.550×10^{-18}	2.050×10^{-1}

Tableau IV. 3 Moyenne et Ecart type de la phase pour hh

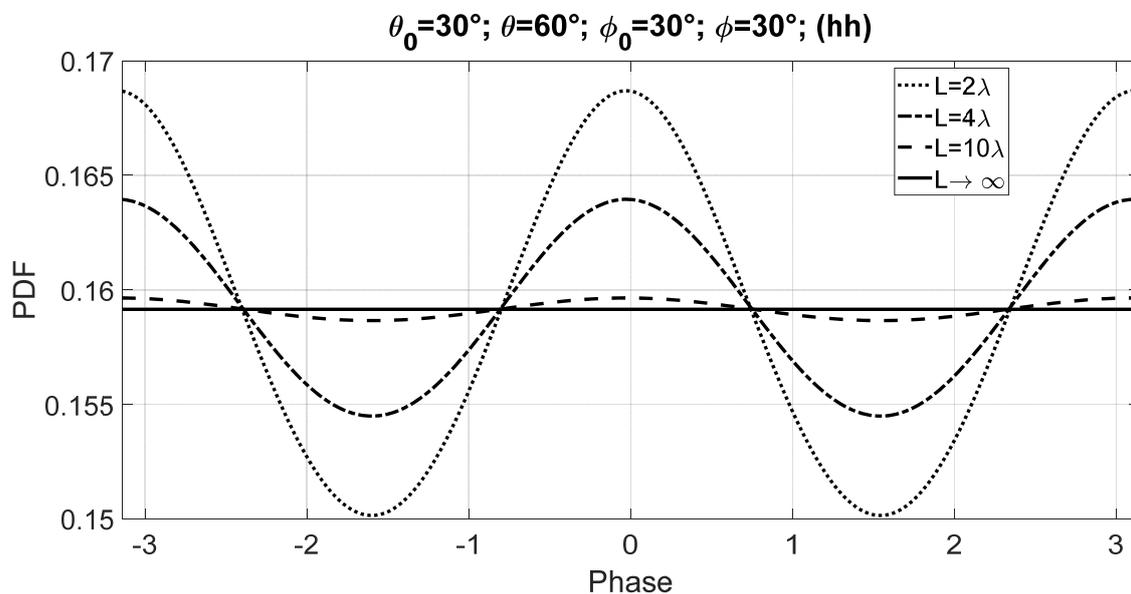


Figure IV 6a. PDF de la phase en polarisation (hh)

L (λ)	Moyenne	Ecart type
2	4.352×10^{-5}	2.059×10^{-1}
4	2.191×10^{-5}	2.054×10^{-1}
10	2.256×10^{-6}	2.050×10^{-1}
Infiniti	1.550×10^{-18}	2.050×10^{-1}

Tableau IV. 4 Moyenne et Ecart type de la phase pour vv

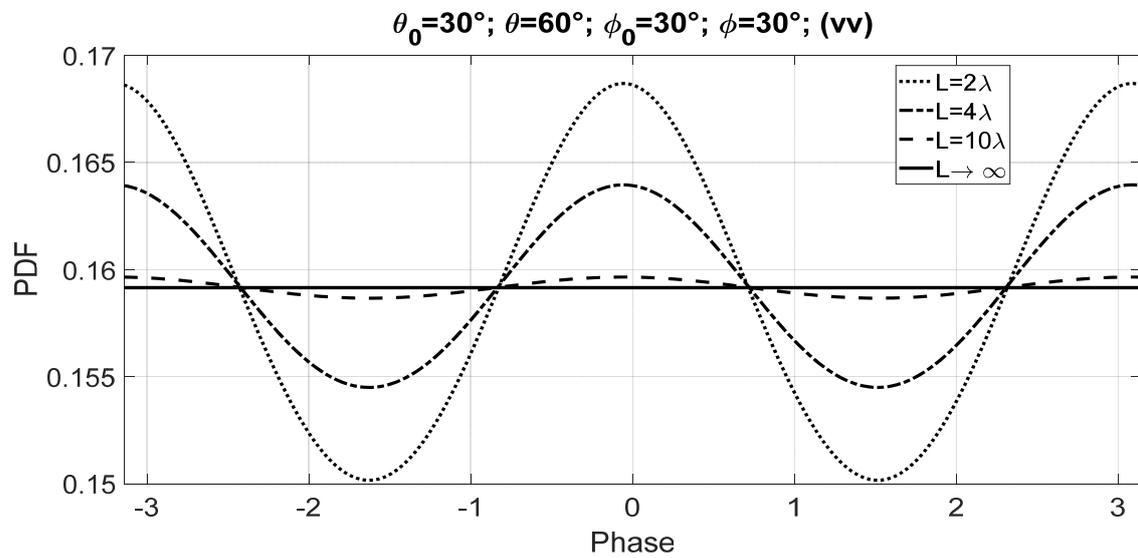


Figure IV 6b. PDF de la phase en polarisation (vv)

Conclusion générale

Dans le but d'étudier la diffraction des ondes électromagnétiques par une surface rugueuse, nous avons utilisé le développement de Rayleigh qui nous a permis d'écrire les expressions des champs dans chaque milieu, et par la suite d'appliquer les conditions aux limites afin d'obtenir les amplitudes des composantes du champ diffracté.

Comme la hauteur des amplitudes de l'interface qui sépare les deux milieux sont faibles devant la longueur d'onde, nous avons utilisé la méthode des petites perturbations qui nous a permis de déterminer les amplitudes à l'ordre zéro qui représente le cas des interfaces lisses et les amplitudes à l'ordre un qui représente le cas de l'interface perturbée (surfaces rugueuses).

Cette étude possède l'avantage d'être analytique. Elle permet ainsi de passer de manière continue du cas non perturbé (interface lisse) au cas perturbé (interface rugueuse). L'originalité du travail réside du fait que la fonction qui décrit la rugosité est aléatoire et qui représente des cas réels.

Nous avons déterminé les densités de probabilité du module et de la phase des amplitudes de diffraction et de l'intensité diffractée dans l'air. Nous avons montré que le module de l'amplitude diffractée sous un angle d'observation donné obéit à une loi de Hoyt et que la phase n'est pas uniforme sur $[-\pi; +\pi]$. Les paramètres des distributions du module, de la phase et de l'intensité dépendent de la polarisation, de l'angle d'observation, de la fonction de corrélation de la surface et de la longueur de déformation. Pour des longueurs de déformation infinies, nous avons montré que le module et la phase des amplitudes de diffraction et l'intensité diffractée vérifiaient respectivement une loi de Rayleigh, une loi uniforme et une loi exponentielle.

Dans la partie simulation, nous avons étudié l'effet de la longueur L , sur les statistiques des champs en module, en phase et en intensité pour une surface agricole avec un taux d'humidité de 15%.

Références bibliographiques

- [1] C. Amra, G. Albrand, and P. Roche, "Theory and application of antiscattering single layers: antiscattering antireflection coatings," *Applied Optics*, vol. 25, pp. 2695-2702, 1986.
- [2] T. Germer, "Polarized light scattering by microroughness and small defects in dielectric layers," *J. Opt. Soc. Am. A.*, vol. 18, pp. 1279-1288, 2001.
- [3] V. Wismann, M. Gade, W. Alpers, and H. Hauhnerfuss, "Radar signature of marine mineral oil spills measured by an airborne multi-radar," *International Journal of Remote Sensing*, Vol. 19, pp. 3607-23, 1998.
- [4] M. Saillard and G. Toso, "Electromagnetic scattering from bounded or infinite subsurface bodies," *Radio Science*, vol. 32, no. 4, pp. 1347-1360, 1997.
- [5] I. Ohlidal and F. Vizda, "Optical quantities of multilayer systems with correlated randomly rough boundaries," *Journal of Modern Optics*, vol. 46, pp. 2043-2062, 1999.
- [6] N. Pinel, N. Déchamps, C. Bourlier and J. Saillard, "Bistatic scattering from one-dimensional random rough homogeneous layers in the high-frequency limit with shadowing effect", *Waves in Random and Complex Media*, Vol. 17, No. 3, pp. 283-303, 2007.
- [7] M.Hulin, N.Hulin, D.Perrin, *Equations de Maxwell, ondes électromagnétiques : cours et problème résolu. 3^{ème} édition.*
- [8] Michel Hulin, *Electromagnétisme du cours aux applications. Collection fondée par Pierre Louquet. Paris-1978.*
- [9] L. Rayleigh "Theory of Sound" Vol II, Dover, New York, 1945.
- [10] S. Afifi and M. Diaf, "Scattering by random rough surfaces: Study of direct and inverse problem" *Optics communications* 265, (2006), 11-17
- [11] S. Afifi and R. Dusséaux, "Statistical study of the radiation losses due to surface roughness for a dielectric slab deposited on a metal substrate" *Opt. Commun.* 281, pp 4663–4670, 2008.
- [12] R.Dusséaux, R. de Oliveira, "Effect of the illumination length on the statistical distribution of the field scattered from one-dimensional random rough surfaces: analytical formulae derived from the small perturbation method" *Waves in Random and Complex Media*, Vol.17, No3, 305-320, 2007.
- [13] S. Afifi, R. Dusséaux, R. de Oliveira, "Statistical distribution of the field scattered by rough layered interfaces: Formulae derived from the small perturbation method," *Waves in Random and Complex Media*, Vol. 20, No. 1, February 2010, 1–22.

[14] S. Afifi, R. Dusséaux, "Scattering by Anisotropic Rough Layered 2D Interfaces", *IEEE Transactions on antennas and propagation*, Vol. 60, NO. 11, 2012.

[15] S. Afifi, R. Dusséaux, A. Berrouk, "Electromagnetic Scattering From 3D Layered Structures With Randomly Rough Interfaces: Analysis With the Small Perturbation Method and the Small Slope Approximation", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Institute of Electrical and Electronics Engineers*, Vol. 62, no.10, pp. 5200-5208, 2014.