

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

UNIVERSITÉ BADJI MOKHTAR - ANNABA
BADJI MOKHTAR – ANNABA UNIVERSITY



جامعة باجي مختار – عنابة

Faculté : TECHNOLOGIE

Département : GENIE MECANIQUE

Domaine : SCIENCES TECHNOLOGIES

Filière : GENIE MECANIQUE

Spécialité : ENERGETIQUE ET ENVIRENNMENT

Mémoire

Présenté en vue de l'obtention du Diplôme de Master

Thème

**Calcul des pressions et des contraintes lors de l'écoulement
transitoire de fluide en conduite en polyéthylène**

Présenté par : *MAIZ Seyfeddine*

Encadrant : *DJEMILI Abdelouaheb*

Jury de Soutenance :

SARI Rafik	Prof	UNIVERSITE D'ANNABA	Président
DJEMILI A.	MCA	UNIVERSITE D'ANNABA	Encadrant
NEHAL A.	MCA	UNIVERSITE D'ANNABA	Expert

Année Universitaire : 2022/2023

Remercîments

Je remercie « Allah » de nous avoir donné la force et le courage pour réaliser ce modeste travail.

Je suis profondément reconnaissant envers mon encadreur, M. DJEMILI A, pour son aide précieuse, son orientation éclairée, sa disponibilité et ses précieux conseils. Sa chaleur humaine m'a également beaucoup touché.

J'adresse mes remerciements sincères à tous les membres de jury d'accepter de discuter ce mémoire, et pour le temps qui ont pris l'examiner :

 *SARI Rafik, président de jury, enseignant à l'université d'Annaba*

 *NEHAL Abdellaziz expert, MCA à l'université d'Annaba*

Un grand merci à mes collègues et mes camarades de promotion pour leur collaboration, leurs échanges fructueux et leur soutien mutuel. Leurs idées et leurs discussions ont enrichi mon travail et contribué à son amélioration.

****Dédicaces****

Je dédie ce travail :

*À mes très chers parents qui m'ont toujours poussé, motivé
dans mes études et veillés sur ma réussite*

À toute ma famille,

*Je voudrais exprimer ma gratitude particulière à mes amis, en
particulier chaima, pour leur amitié sincère, leur soutien
continu et leurs encouragements. Leurs encouragements et
leurs conseils avisés ont joué un rôle décisif dans
l'accomplissement de ce travail. et à toutes personnes qui ont
contribués à la réussite de ce travail.*

SEYFO

TABLE DE MATIERE

INTITULE	PAGE
Remerciements	01
Dédicaces	02
Liste des figures	03
Nomenclature	04
Résumé	05
CHAPITRE I : GENERALITES	
I-1 Introduction	10
I-2 Identification du problème physique	11
I-2-1 la problématique	11
I-2-2 la démarche	12
I-3- Objectifs	12
I-4- Mécanique de fluide	13
I-5- Adduction	14
I-5-1- Adduction par refoulement	14
I-5-2- Adduction gravitaire	16
I-6- Coup de bélier	17
I-6-1- Définition du phénomène de coup de bélier	17
I-6-2- Causes du coup de bélier	18
I-6-3- Conséquences du coup de bélier	19
I-6-3-1- Surpressions excessives Ces surpressions	19
I-6-3-2- Très basses pressions	20
I-6-3-3- Inversion de l'écoulement	20
I-6-3-4- Mouvements et vibrations des conduites	21
I-7- Les vannes	21
I-7-1- Introduction	21
I-7-2- Les différents types des vannes	22
I-7-3- La fermeture de la vanne	23
I-7-4- Les différents types de lois de fermeture de vanne et comment sont-elles appliquées dans la pratique industrielle	23
CHAPITRE II : DESCRIPTION DETAILLEE DU PHENOMENE TRANSITOIRE	
II-1- Description des phénomènes physiques en jeu	27
II-1-1- État d'équilibre d'un système hydraulique	27
II-1-2- Onde élastique et oscillation en masse	27
II-1-3- Perturbation de l'équilibre, effet sur les pressions	27
II-2- Description détaillée du phénomène transitoire	28
II-2-1- Définition	28
II-2-2- Les sept facteurs déterminant la sévérité de la propagation de l'onde de pression ou du coup de bélier	29

II-2-3- Visualisation physique	30
II-2-4- Modélisation du coup de bélier pour une conduite à section constante	31
II-2-5- Influence d'une fermeture non instantanée	33
II-2-6- Les vannes	34
II-2-7- Le système continu [eau - conduite]	34
II-2-8- Classification des écoulements in stationnaires ou des phénomènes transitoires	35
II-2-9- Méthode de contrôle de la pression transitoire Classification des méthodes préventives	36
CHAPITRE III : LES EQUATIONS DE BASE DE LA PROPAGATION DES ONDES DANS LES CONDUITES	
III-1-Développements des équations hydrauliques fondamentales	38
III-1-1 Définition	38
III-1-2 Formulation générale	38
A) Equation de conservation de la masse (ou équation de continuité)	39
B) Equation de conservation de la quantité de mouvement	39
C) Equation de conservation de l'énergie	40
D) Loi de comportement mécanique	40
E) Loi de comportement thermodynamique	41
Hypotheses	42
III-2-1- Equation de conservation de la masse ou équation de continuité	42
III-2-2- Equation de quantité de mouvement ou équation dynamique	46
III-3- forme réduite du système des équations de base	51
III-4- Modélisation du terme de frottement (formule de Haaland)	52
CHAPITRE IV : METHODE DE RESOLUTION	
IV-1- INTRODUCTION	54
IV-2 Modélisation mathématique de H et V le long de la conduite :	54
IV-3 Calcul de la hauteur de pression H et de la vitesse V aux points courants	58
IV-3-1 Critère de stabilité du schéma numérique	60
IV-3-2 Intégration des équations de compatibilité	60
IV-3-3 Calcul de H et V (intégration aux points courants)	61
IV-4-Conditions aux limites	62
1- extrémité amont (réservoir)	63
2- extrémité avale (vanne)	63
IV-3-4-Calcul du terme de frottement	64

CHAPITRE IV : APPLICATION ET RESULTATS DE CALCUL	
V-1 Définition des paramètres de l'installation	66
A-Configuration de l'installation hydraulique	66
B- Les propriétés physiques de l'installation	66
V-2- Application et résultats de calcul	68
A-Organigramme	69
B- Cas de la conduite en polyéthylène	71
1- pression au niveau de la vanne	72
2- La contrainte au niveau de la vanne	73
3- La vitesse au milieu de la conduite	74
4- Pression au milieu de la conduite	75
5- La contrainte au milieu de la conduite	75
Conclusion	76
BIBLIOGRAPHIE	77
Annexe 01	78
Annexe 02	81

LISTE DE FIGURES

FIGURE	INTITULLE
FIGURE I-1	schéma explicatif des types d'adduction
FIGURE I-2	Schéma explicatif du phénomène du coup de bélier
FIGURE I-3	Joint de dilatation détruit par un coup de bélier
FIGURE I-4	Effet d'un coup de bélier sur une conduite.
FIGURE I-5	vannes à passage direct
FIGURE II-1	Cycle d'évolution du coup de bélier par onde de choc
FIGURE II-2	Schéma simplifié d'une onde de pression remontant une conduite.
FIGURE III-1	Bilan de masse dans un tronçon de conduite.
FIGURE III-2	Contrainte latérale dans une conduite a paroi mince.
FIGURE III-3	Bilan des forces exercées sur un tronçon de conduite.
FIGURE IV-1	Courbes caractéristiques.
FIGURE IV-2	Droites caractéristiques dans le plan(x,t).
FIGURE IV-3	Points de discrétisation sur lesquels on effectue les calculs.
FIGURE IV-4	Schéma de discrétisation et droites caractéristiques.
FIGURE IV-5	Schéma numérique au point courant.
FIGURE IV-6	Schéma numérique au niveau de l'extrémité amont.
FIGURE IV-7	Schéma numérique au niveau de l'extrémité avale.
FIGURE V-1	Schéma de l'installation hydraulique (réservoir –conduite- vanne)
FIGURE V-2	Organigramme de calcul.
FIGURE V-3	Courbe de la pression au niveau de la vanne
FIGURE V-4	Courbe de la contrainte au niveau de la vanne
FIGURE V-5	Courbe de la vitesse au milieu de la conduite
FIGURE V-6	Courbe de la pression au milieu de la conduite
FIGURE V-7	Courbe de la contrainte au milieu de la conduite

NOMENCLATURE

Symboles	description
\vec{V}	Le vecteur de vitesse, m/s
ρ	La masse volumique, kg/m ³
Q	Le débit d'écoulement de fluide, m ³ /s
V	La vitesse moyenne, m/s
V	Le volume de contrôle, m ³
\vec{F}	Force par unité de volume N
$\bar{\sigma}$	Le tenseur de contrainte, N/m ²
ε	Le tenseur des taux de déformation, s ⁻¹
λ	Coefficient de frottement
μ	Coefficient de viscosité, Pa*s
τ	Le tenseur de contrainte de viscosité Pa*s
x	Le volume occupé par unité de volume, m ³
τ_0	Le coefficient de compressibilité, m ² /N
d	La contrainte tangentielle de viscosité partielle, N/m ²
σ	Le diamètre de la conduite, m
r	La contrainte normale, N/m ²
e	Le rayon de la conduite, m
θ	L'épaisseur de la conduite, m
a	L'angle de variation, °
g	La vitesse de propagation de l'onde de perturbation, m/s
t_f	L'accélération de la pesanteur, m/s ²
L	Le temp de fermeture de la vanne, s
E	La longueur de la conduite, m
V_{PS}	Le module d'élasticité de la conduite, MPa
H	La vitesse (l'extrémité aval), m/s
P	Hauteur de la pression, m
K	Pression du fluide en écoulement, Bar
A	Module d'élasticité de l'eau, MPa
∇	Section de la conduite, m ²

Résumé

Notre étude est structurée en plusieurs chapitres. Le premier chapitre aborde les notions générales de la mécanique des fluides, ainsi que les problèmes de la dynamique des fluides et de l'adduction. Nous avons également défini le phénomène du coup de bélier, ses causes et ses conséquences, ainsi que les vannes en général.

Le deuxième chapitre traite de l'écoulement transitoire et des différentes actions qui le provoquent.

Dans le troisième chapitre, nous avons établi un système d'équations qui régit le phénomène d'écoulement instationnaire de fluide dans une conduite en matériau élastique. Ce système d'équations est principalement basé sur les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie, ainsi que sur les équations de comportement du fluide et de la conduite.

Le quatrième chapitre est consacré à la méthode de résolution. Nous avons utilisé la méthode des caractéristiques pour résoudre les équations différentielles aux dérivées partielles, couplée à la méthode des différences finies avec un schéma explicite.

Le cinquième chapitre présente une application du modèle mathématique et numérique que nous avons développé sur notre installation, composée d'une conduite, d'un réservoir et d'une vanne situés au milieu de la conduite.

Enfin, nous concluons notre étude en L'effet de la pression et de la contrainte de coup de bélier sur une conduite dépend de plusieurs facteurs, tels que la vitesse du fluide, la longueur de la conduite, les propriétés du fluide et les caractéristiques de la conduite elle-même.

CHAPITRE I: GENERALITE

I-1 Introduction:

Le concept d'un modèle consiste à remplacer un système complexe par un objet ou un opérateur simple qui reproduit les aspects ou les comportements principaux de l'original, tels qu'un modèle réduit, une maquette, un modèle mathématique ou numérique, ou un modèle de pensée.

Dans le domaine des ouvrages hydrauliques ou des installations hydrauliques, regroupés sous le terme de systèmes hydrauliques, les phénomènes physiques les plus intéressants qui se produisent, tels que la turbulence des fluides, sont également les plus complexes à étudier. Ils sont souvent régis par de nombreux paramètres non linéaires qui interagissent entre eux. Une solution consiste à effectuer une série d'expériences pour analyser les paramètres et les grandeurs physiques d'un système. Cependant, les essais peuvent être très coûteux (utilisation de matériaux rares, instrumentation spatiale, etc.). De plus, il peut être difficile de mesurer tous les paramètres en raison de la petite échelle du problème (chimie du vivant, couche limite en fluides, etc.) ou de sa grande échelle (astrophysique, météorologie, géophysique, etc.). Dans ce contexte, il est possible de construire un modèle mathématique pour représenter le phénomène physique.

Dans certains cas, des simulations numériques sont réalisées en parallèle avec des expérimentations (E. Goncales, 2005). En effet, la mécanique des fluides, tout comme d'autres domaines de la physique tels que la mécanique des structures et l'électromagnétisme, repose sur l'hypothèse de continuité selon laquelle toutes les variables physiques peuvent être exprimées comme des fonctions continues des coordonnées spatiales et du temps. En appliquant les principes fondamentaux de la physique, on peut établir des équations aux dérivées partielles qui lient ces fonctions. Malheureusement, en raison de la complexité à la fois des équations non linéaires couplées et de la géométrie des domaines dans lesquels elles doivent être résolues, il existe très peu de solutions analytiques.

Pour résoudre les problèmes d'écoulement des fluides, d'autres approches doivent donc être utilisées. Une première approche largement employée consiste à rechercher des solutions analytiques pour des problèmes simplifiés (équations et/ou géométries simplifiées), appelée approche théorique simplifiée. Une deuxième approche consiste à recourir à l'expérimentation en laboratoire, appelée approche expérimentale, qui permet d'obtenir des résultats plus

réalistes malgré certains inconvénients tels que les exigences en équipement, les problèmes d'échelle, les distorsions, les corrections dues aux interférences, les difficultés de mesure et les coûts des opérations.

Enfin, au cours des 40 dernières années, une troisième approche s'est développée, à savoir la simulation numérique, qui consiste à rechercher une solution numérique approximative des équations du problème. C'est cette dernière approche qui sera abordée dans notre travail, sachant que l'appro

I-2- Identification du problème physique :

I-2-1-La problématique :

Lorsque, dans un réseau de canalisation véhiculant un fluide, on modifie localement les conditions d'écoulements (mise en route ou arrêt d'une pompe, manœuvre d'une vanne,...etc), on introduit dans le fluide une discontinuité portant sur les paramètres (pression, vitesse, débit,...) ou sur leur dérivée.

En raison de l'élasticité du milieu (fluide-conduite) cette discontinuité se propage de proche en proche avec une célébrité souvent élevée, affectant ainsi rapidement une zone étendue de l'écoulement considérée.

Cette perturbation, dont l'amplitude peut être importante et qui se propage, est communément appelé onde. Dans le domaine de l'hydraulique, elle est connue sous le extrêmement brutales qui sont souvent observées.

De par leur nature, et hormis les cas particuliers de résonances, les phénomènes liés à l'élasticité du milieu s'amortissent (quelques aller et retour d'onde), conduisant à un nouveau régime permanent.(E.Rieutord.85).

Dés lors, l'étude des régimes transitoires (régime subissant des perturbations ou des variations) peut être traitée avec la prise en compte de l'élasticité du milieu, ce qui conduit à une évaluation précises des paramètres (pression, débit,etc) en chaque point du fluide et quelque soit le temps considéré, c'est la théorie du coup de bélier d'onde, appelé aussi onde

de choc ou choc hydraulique. Nous avons aussi tenu compte de l'influence d'une à travers un orifice situé au milieu de la conduite.

I-2-2-la Démarche :

Dans ce travail, nous avons fixé l'objectif de traiter le régime transitoire (coup de bélier) dans les systèmes hydrauliques en charge, en passant par l'aspect théorique équations de bases (équation de conservation de la masse ou équation de continuité et équation de la conservation de la quantité de mouvement) et les hypothèses de base ainsi que les équations de comportement mécanique et thermodynamique.

Pour la résolution du système d'équations, on a utilisé les méthodes mathématique et numérique, pour nous permettre de quantifier ce type de phénomène.

A l'heure actuelle, la disponibilité croissante de la puissance du calcul des ordinateurs dont le cout est décroissant, à permis de développer des outils numériques de simulation, dont la précision et la fiabilité sont déjà fort acceptables, d'autant que l'on respecte conditions d'utilisations.

Parmi les méthodes numériques les plus utilisées dans ce domaine, on cite :

1. La méthode des caractéristiques la plus robuste des algorithmes d'analyses de phénomènes transitoires (Méthode OF Caractéristique MOC).
2. La méthode des différences finies (FDM).

I-3- Objectifs :

La simulation numérique est utilisée afin :

- ✓ D'examiner les concepts de base de la modélisation et la simulation numérique de la des ondes élastiques dans l'hydraulique transitoire.
- ✓ De définir les conditions d'utilisations d'un tel modèle.
- ✓ De bien comprendre le phénomène de propagation afin de mieux l'interpréter.
- ✓ D'en considérer l'exploitation surtout en matière de protection contre les effets (réseau de canalisation...).

- ✓ D'obtenir des conditions bien précises en ce qui concerne le dimensionnement des organes de protections (chambre d'équilibre, réservoir d'air, soupape de décharge,...).
- ✓ De bien connaître les caractéristiques du matériau afin de mieux dimensionner les conduites forcées (leur épaisseur) qui constituent un organe important et coûteux dans les installations hydrauliques.

I-4- Mécanique de fluide

La mécanique des fluides trouve de nombreuses applications technologiques dans des domaines variés tels que l'aérodynamique, l'énergétique, l'hydraulique, les turbomachines, le génie des procédés, etc. Elle englobe l'étude des mouvements des fluides dans un large spectre d'applications, incluant notamment l'aéronautique, la combustion, le nucléaire et l'hydraulique. Les deux types d'écoulements principalement étudiés sont les écoulements externes, utilisés dans la conception de profils aérodynamiques, et les écoulements internes, utiles dans la conception de systèmes de combustion, de refroidissement, etc.

Bien que la science de la mécanique des fluides soit ancienne, elle a connu un développement rapide au cours de ce siècle. Plus récemment, grâce aux avancées informatiques et aux méthodes numériques, il est devenu possible de résoudre numériquement des écoulements complexes impliquant des phénomènes turbulents avec des transferts de chaleur et/ou de masse.

Dans certains cas d'étude, on s'intéresse au mouvement d'un corps solide dans l'air, mais il est important de souligner que les écoulements considérés sont caractérisés par leurs vitesses.

En général, les problèmes de dynamique des fluides sont difficiles à résoudre car les équations de base sont non linéaires. Il est donc rare de trouver des solutions exactes, sauf dans quelques cas très simples. Cependant, les progrès de la science de la dynamique des fluides ont été fructueux, comme en témoignent les avancées remarquables dans des secteurs technologiques tels que le transport (avions, bateaux, voitures, etc.) et la production d'énergie (turbines, compresseurs, réacteurs, etc.). Ces réussites sont largement attribuables à l'étroite

collaboration entre la théorie et l'expérience en dynamique des fluides. Il convient de noter que ces dernières années, une attention croissante a été accordée à l'aspect numérique grâce aux développements rapides des capacités informatiques puissantes.

Néanmoins, les études expérimentales conservent leur importance car elles sont essentielles pour la validation de nouvelles théories.

I-5- Adduction :

I-5-1- Adduction par refoulement :

Dans une adduction par refoulement, le captage se situe à un niveau inférieur à celui du réservoir d'accumulation.

Les eaux de captage se relèvent par une station de pompage dans cette conduite de refoulement.

En vue de l'établissement de la conduite de refoulement, il y aura lieu de tenir compte de certains impératifs que l'on s'efforcera, dans la mesure du possible, de respecter.

Tout d'abord, il est important de chercher un profil en long aussi régulier que possible, établi de préférence avec une rampe toujours dans le même sens vers le réservoir d'accumulation.

Il y a lieu d'éviter, en effet, les contre-pentes qui au droit du point haut ainsi formé, peuvent donner lieu en exploitation à des cantonnements d'air plus ou moins difficiles à évacuer.

De plus, en cas d'arrêt inopiné et si les dispositions prises pour s'opposer aux effets du coup de bélier n'ont pas été suffisantes, il peut apparaître en ces points hauts, en régime transitoire, par suite de la dépression régnant dans la conduite, une cavitation entraînant une rupture de la veine liquide pouvant occasionner des éclatements de canalisation au cours de la phase de surpression qui succède.

En conséquence, la présence de points hauts sur un refoulement peut faire craindre de graves incidents d'exploitation ou peut entraîner des frais supplémentaires (construction de cheminées d'équilibre) pour y pallier. Il y a donc tout intérêt de les éviter.

Le tracé en plan sera conçu compte tenu de la possibilité de réaliser le profil en long idéal, avec des coudes largement ouverts afin d'éviter les butées importantes.

A cet effet, on sera peut-être amené à emprunter un parcours qui ne suivra pas forcément les accotements de routes et sera parfois nécessaire d'acquérir des terrains particuliers.

Par ailleurs, dans un but d'économie du projet, il sera tenté d'allier au meilleur profil en long le tracé en plan le plus court. On y gagnera en frais de premier établissement, mais aussi en exploitation de la station, car les pertes de charge, donc nous le verrons la hauteur d'élévation et partant l'énergie consommée croissent avec la longueur.

Il est bien certain que les impératifs ci-dessus ne pourront pas toujours être observés en raison de la topographie des lieux.

Le tracé idéal est celui qui correspond à une rampe régulière de la station de pompage vers le réservoir.

Quand à un tracé comme le précédent succède une partie subhorizontale, c'est-à-dire à pente très faible ou légèrement descendante, des cantonnements d'air seront à craindre en A. Un dispositif anti-bélier pourra être éventuellement disposé pour lutter contre les effets de la cavitation possible en ce point. La nécessité de cet appareil découlera de l'étude du coup de bélier.

Enfin, si le tracé ne peut être accepté que moyennant une succession de points hauts, des cantonnements d'air seront à craindre en A et B et un ou plusieurs dispositifs anti-bélier pourront être éventuellement installés comme dans le cas précédent, si l'étude montre la possibilité d'une cavitation en ces points.

Dans certains cas, la topographie des lieux imposera une adduction mixte refoulement gravitaire. Ce pourra être le cas lorsque la distance entre le point de puisage et le réservoir est importante, ce qui suppose un profil accidenté.

En conclusion, comparé à l'étude du tracé d'une conduite gravitaire, où le profil est établi selon le plan de l'adduction, le tracé en plan d'une conduite de refoulement résultera du meilleur profil qui pourra être réalisé pour cette canalisation.

I-5-2- Adduction gravitaire :

Dans un système d'adduction gravitaire, le point de captage se trouve à une altitude plus élevée que celle du réservoir desservant l'agglomération.

L'adduction gravitaire peut également être utilisée lorsque l'eau refoulée par une usine est d'abord recueillie dans un bassin d'accumulation intermédiaire, puis évacuée par gravité jusqu'au réservoir de la ville situé à un niveau inférieur. Cette configuration est déterminée par la topographie des lieux ou par la conception de l'installation, ce qui constitue une forme d'adduction mixte refoulement-gravitaire. L'adduction gravitaire peut être réalisée soit par un aqueduc, soit par une conduite forcée.

Avec les aqueducs, l'eau s'écoule librement, c'est-à-dire sans pression, grâce à une pente généralement uniforme tout au long du trajet, qui est conçue pour permettre le débit requis. Avec les conduites forcées, l'écoulement se fait sous pression.

Cependant, pour un débit donné, les pertes de charge sont plus importantes dans une conduite forcée que dans un aqueduc à faible pente, de même diamètre, lorsque le débit maximal est atteint.

Par conséquent, si la pente disponible est très faible, en particulier pour des débits importants, l'utilisation d'un aqueduc semble être la solution la plus appropriée.

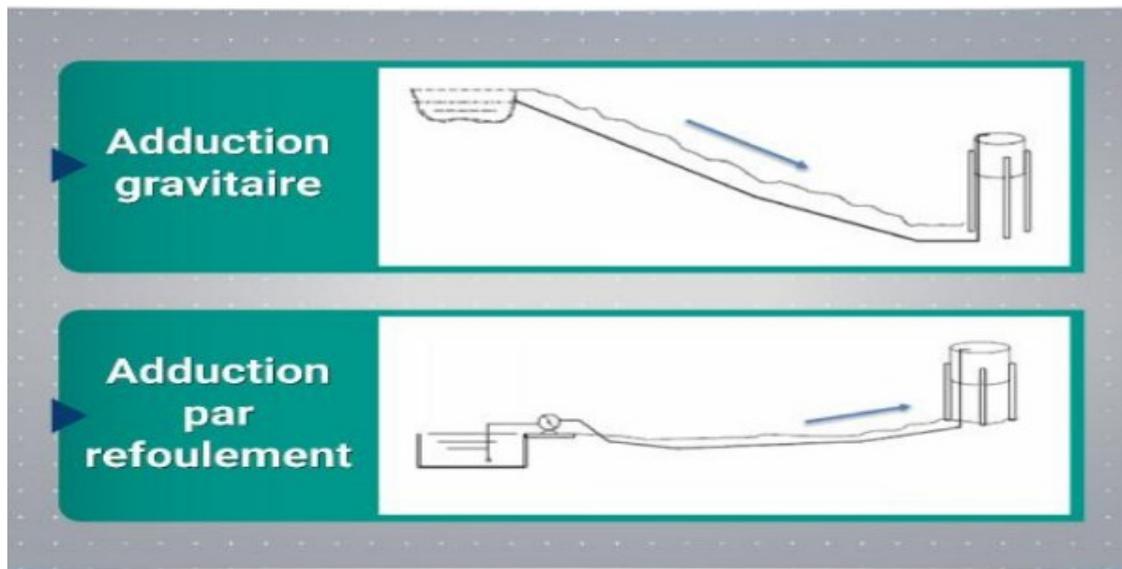


FIGURE I-1 schéma explicatif des types d'adduction

I-6- Coup de bélier :

I-6-1- Définition du phénomène de coup de bélier :

Le coup de bélier est un phénomène oscillatoire qui se produit dans les conduites en charge, qu'elles transportent l'écoulement par gravité ou par refoulement. Il s'agit d'une onde de pression, soit positive (surpression) soit négative (suppression), qui est générée par une perturbation du régime hydraulique et se propage à travers l'eau et la conduite qui la contient. Cette onde possède une vitesse de propagation ou célérité, qui ne dépend pas, dans une première approximation, de l'amplitude de l'onde lorsque celle-ci est faible. Elle se réfléchit sur les obstacles, notamment aux extrémités de la conduite, en changeant de signe ou en conservant son signe, en fonction des conditions physiques rencontrées à ces endroits.

Supposons une canalisation fonctionnant en régime permanent et comportant en un point une vanne V (FIGURE I-2).

Lorsque la vanne est fermée ou ouverte, cela provoque une variation de la pression et de la vitesse en fonction du temps à un point quelconque de la canalisation. Ainsi, le régime permanent initial est remplacé par un régime variable. Si la manœuvre de la vanne est

effectuée rapidement, cela peut entraîner des surpressions ou des dépressions d'une ampleur considérable. Ces chocs peuvent causer des accidents de rupture de la canalisation. Ces phénomènes sont communément appelés "coup de bélier".

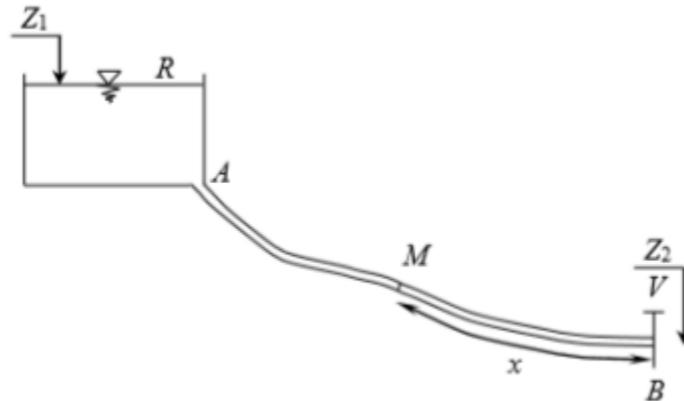


FIGURE I-2 Schéma explicatif du phénomène du coup de bélier

Autrement dit, pour une différence de cote ($Z_1 - Z_2$) constante et la vanne complètement ouverte, il s'établit un débit Q_0 permanent. Supposons qu'à l'instant $t = 0$ nous fermons la vanne instantanément, la colonne liquide lancée à la vitesse V_0 va trouver la vanne fermée et sera obligée de s'arrêter. Ceci aura quatre effets combinés :

- Annulation de la vitesse.
- Augmentation de la pression.
- Dilatation (éventuellement allongement) de la conduite dans les limites élastiques.
- Compressibilité du liquide.

I-6-2- Causes du coup de bélier :

Les principales causes sont :

- Fermeture ou l'ouverture instantanée (trop rapide) d'un robinet vanne placé au bout d'une conduite d'adduction.
- Arrêt brutal par disjonction inopinée d'un ou de plusieurs groupes de pompes.
- Alimentant une conduite de refoulement débitant dans un réservoir.

- Démarrage d'un groupe d'électropompes à vanne ouverte.
- Démarrage ou arrêt d'une pompe débitant dans une conduite déjà alimentée.
- La mise en marche ou la modification de l'opération d'une turbine.
- Variation d'un plan d'eau relié à un réseau en charge.
- Vibration des accessoires de contrôle comme les vannes.
- Vidange ou remplissage inadéquat de la conduite en charge.
- Implosion des poches d'air suite à une cavitation.
- Modification de la vitesse angulaire d'une pompe.

Le phénomène du coup de bélier se caractérise principalement par l'apparition de surpressions et/ou de dépressions d'une ampleur considérable. Cela peut entraîner la rupture des conduites, que ce soit par éclatement ou aplatissement.

I-6-3- Conséquences du coup de bélier :

Potentiellement, le phénomène du coup de bélier peut entraîner de graves conséquences pour les installations hydrauliques. Les risques et dommages liés à ce régime transitoire sont multiples. Nous pouvons les citer comme suit :

I-6-3-1- Surpressions excessives Ces surpressions :

Ces conditions entraînent des déformations permanentes et la rupture des conduites, ainsi que des dommages aux organes hydrauliques de contrôle, le déboîtement des joints, des fuites massives et des perturbations des infrastructures. Cela peut se produire lorsque la pression totale, c'est-à-dire la pression en régime permanent augmentée de la surpression due au coup de bélier, dépasse la pression maximale admissible des canalisations.



FIGURE I-3 Joint de dilatation détruit par un coup de bélier

I-6-3-2- Très basses pressions :

Ces conditions peuvent entraîner l'aplatissement des conduites et l'aspiration des joints, ainsi que la contamination du fluide. Si la pression atteint le vide barométrique (-10 m.c.e) à un point de la conduite, cela peut provoquer une cavitation, où des gaz dissous et de la vapeur d'eau sont libérés, entraînant la formation de bulles de gaz et la séparation de la veine liquide. Lors de phases de surpression dans des profils en long tourmentés, la poche de vapeur se résorbe, ce qui génère une pression pouvant atteindre jusqu'à quatre fois la pression de service. Il est donc crucial d'éviter ce risque à tout prix.

I-6-3-3- Inversion de l'écoulement :

Si la pompe ne possède pas de clapet de retenue (comme c'est le cas dans certaines grandes stations de pompage), l'inversion du sens d'écoulement provoque un fonctionnement en dévirage de la pompe, ce qui endommage le groupe motopompe. Il convient également de noter que cette situation de fonctionnement entraîne la vidange des réservoirs de stockage et d'accumulation.

I-6-3-4- Mouvements et vibrations des conduites :

Ces situations entraînent une surcharge et une sollicitation dynamique des supports d'ancrage et des butées, ce qui conduit à leur rupture ainsi qu'à celle de la conduite elle-même. Ce phénomène se produit généralement lorsque la conduite entre en résonance.



FIGURE I-4 Effet d'un coup de bélier sur une conduite.

I-7- Les vanne:

I-7-1- Introduction:

Une vanne est un dispositif destiné à contrôler (stopper ou modifier) le débit d'un fluide liquide, gazeux, pulvérulent ou multiphasique, en milieu libre (canal) ou en milieu fermé (canalisation)

L'équivalent anglo-saxon de vanne est le mot valve¹, dont le sens est plus général puisqu'il recouvre les traductions de valve, vanne et de soupape en français.

Le terme synonyme de vanne est robinet. Il est parfois utilisé pour des modèles de petites dimensions, couramment montés sur des canalisations domestiques.



FIGURE I-5 Vannes à papillon

I-7-2- Les différents types des vannes

- Vanne à papillon
- Vanne anti retour
- Vanne d'étranglement
- Vanne à diaphragme
- Vanne à clapet
- Vanne à soupape
- Vanne à pointeau
-

I-7-3- La fermeture de la vanne :

La fermeture en cas d'échec signifie que la vanne se fermera automatiquement une fois que la source d'alimentation ou le signal est interrompu. Ce type de vanne nécessite d'alimenter une source d'alimentation en continu.

Si vous voulez que la vanne se ferme automatiquement pour protéger votre projet lorsque l'alimentation est coupée, la vanne à fermeture automatique sera votre meilleur choix.

Comme vannes pneumatiques à rappel par ressort et vannes motorisées normalement fermées à sécurité intégrée.

Pour les vannes à actionneur pneumatique à rappel par ressort, il existe un certain nombre de ressorts dans les vannes à actionneur pneumatique à rappel par ressort. Fournir de l'air pour s'ouvrir, une fois l'air interrompu, la vanne se fermera.

Pour les vannes motorisées normalement fermées à sécurité intégrée, il existe une capacité dans les vannes motorisées normalement fermées. Une fois l'alimentation coupée, la capacité sera une source d'alimentation et entraînera la vanne à se fermer

I-7-4- Les différents types de lois de fermeture de vanne et comment sont-elles appliquées dans la pratique industrielle :

Dans la pratique industrielle, il existe différents types de lois de fermeture de vanne utilisées pour contrôler le débit des fluides et assurer la sécurité des processus. Voici quelques-uns des types courants de lois de fermeture d'une vanne

➤ Loi linéaire :

Dans cette loi, la vanne se ferme à un rythme constant. Elle est utilisée lorsque le processus nécessite une diminution linéaire du débit.

➤ Loi logarithmique :

Cette loi est basée sur une diminution logarithmique du débit lorsque la vanne se ferme. Elle est souvent utilisée pour les applications où une précision accrue est nécessaire à mesure que le débit diminue.

➤ Loi exponentielle :

La loi exponentielle est similaire à la loi logarithmique, mais elle suit une courbe exponentielle lors de la fermeture de la vanne. Elle est utilisée pour les applications où une fermeture rapide de la vanne est requise au début, suivie d'une diminution plus lente.

➤ Loi inverse du temps :

Cette loi de fermeture de vanne est basée sur une réduction du débit qui diminue plus rapidement au début et se ralentit progressivement au fil du temps. Elle est souvent utilisée lorsque des conditions particulières de processus doivent être respectées lors de la fermeture de la vanne.

CHAPITRE II : RECHERCHE
BIBLIOGRAPHIQUE SUR
L'ÉCOULEMENT TRANSITOIRES

II-1-Description des phénomènes physiques en jeu :

II-1-1-Etat d'équilibre d'un système hydraulique :

Les phénomènes transitoires hydrauliques surviennent lorsque l'équilibre des forces qui agissent sur un système est altéré.

Lorsqu'un liquide circule dans une conduite et que ce mouvement reste constant dans le temps, on parle d'état d'équilibre permanent.

En réalité, il existe un équilibre entre l'énergie potentielle disponible et l'énergie cinétique due au mouvement, qui sera perdue en raison du frottement, définissant ainsi le mouvement. Cette approche est une vue macroscopique, car à une échelle plus fine, on observe des fluctuations constantes de la vitesse autour d'une valeur moyenne, ce qui est une manifestation de la turbulence. Dans notre analyse, nous considérerons les effets moyens dans le temps de la turbulence, en particulier en ce qui concerne l'estimation des forces de frottement qui sont les principales responsables des pertes de charge, en fonction du régime d'écoulement (J.L.Robert, 2004).

II-1-2 - Onde élastique et oscillation en masse :

Les variations de régime dans un système sous pression peuvent adopter deux comportements différents comme cités au début. Si le système est fermé, c'est-à-dire qu'il ne contient pas d'endroit où il est possible d'accumuler de l'eau en grande quantité on observe une variation locale importante de la pression ; c'est le coup de bélier par onde élastique.

Dans le cas où l'eau peut être accumulée dans un réservoir ou une cheminée d'équilibre on parle plutôt d'oscillation en masse.

Dans ce qui suit, nous examinerons avec plus d'attention le phénomène de propagation d'ondes élastiques, car il entraîne des effets plus contraignants sur le matériel que le phénomène, plus particulier aux cheminées d'équilibres, de l'oscillation en masse.

II-1-3- Perturbation de l'équilibre, effet sur les pressions :

Si l'on considère une conduite dans laquelle un liquide s'écoule en régime permanent, la pression est généralement raisonnable et inférieure à celle de la pression hydrostatique dans des conditions d'écoulement nul. Mais que se passe-t-il lorsque, pour une raison ou une autre, il y a une modification temporelle de l'écoulement, par accélération ou décélération ? La réponse du physicien est basée sur les principes de la mécanique newtonienne. Il se produit alors un transfert d'énergie entre les énergies potentielles et cinétiques, dans le but d'atteindre un nouvel équilibre en tenant compte des pertes, tout en respectant le principe de conservation de l'énergie. Cette réponse, bien qu'rigoureuse, peut sembler abstraite, et nous pourrions nous demander comment cela s'applique au simple cas d'une masse d'eau qui s'écoule en régime permanent dans une conduite et dont le mouvement est modifié. En partant des principes selon lesquels l'énergie potentielle dans un fluide se traduit par une énergie de pression, et que l'eau n'est pas totalement incompressible et que la conduite peut se déformer élastiquement, nous pouvons envisager des cas particuliers (J.L.Robert, 2004).

II-2-Description détaillée du phénomène transitoire :

II-2-1-Définition :

Lorsqu'il y a un changement brusque dans le régime d'écoulement d'un fluide à l'intérieur d'une conduite fermée, une série d'ondes de pression se propage le long de la conduite, s'amortissant progressivement en raison des pertes d'énergie dues aux forces de frottement. Ainsi, toute phase d'opération qui entraîne des variations de la pression dynamique du fluide, en créant des trains d'ondes de pression, peut présenter un risque de "coup de bélier".

Les causes les plus fréquentes de création de trains d'ondes de pression (et de dépression) d'amplitudes importantes sont les suivantes :

- ✚ Un démarrage ou arrêt d'une pompe.
- ✚ Une modification de position de vanne.
- ✚ Une ouverture ou fermeture de vanne.

- ✚ Un changement de vitesse.
- ✚ Une panne d'alimentation d'énergie.
- ✚ Des opérations incontrôlées.

À l'exception des deux derniers scénarios, les opérations mentionnées sont des actions volontaires qui peuvent être effectuées en toute sécurité. Cependant, il est essentiel de prendre en compte les pannes de courant ou les opérations incontrôlées, car ce sont des situations extrêmes qui nécessitent la mise en place de dispositifs supplémentaires appropriés.

Les ondes se réfléchissent aux extrémités de la conduite et se déplacent alternativement dans une direction puis dans l'autre. Ces trains successifs d'ondes génèrent des zones de pression et de dépression en fonction de leur direction de propagation et des différents points le long de la conduite qui sont pris en compte.

L'addition algébrique des variations de pression à la pression normale existante peut entraîner des surpressions qui peuvent devenir dangereuses. Cela peut entraîner la formation d'obstructions gazeuses, dont la résorption peut amplifier de manière dangereuse l'onde de suppression au moment de son retour.

Le coup de bélier est généralement considéré comme une onde de choc qui se propage le long d'un tronçon de conduite lorsqu'il y a un changement dans l'une de ses conditions aux limites. Ce phénomène est répétitif, mais il devient stable grâce à l'intervention des forces de frottement. Il se reproduit avec une période égale à $4L/C$, où C représente la célérité ou la vitesse de propagation de l'onde de pression dans la conduite de longueur L .

II-2-2 les sept facteurs déterminant la sévérité de la propagation de l'onde de pression ou du coup de bélier :

- ✚ La vitesse d'écoulement en régime initial (généralement le régime est permanent) dans la conduite (V).
- ✚ Le module d'élasticité du matériau constituant la conduite (E).
- ✚ Le module d'élasticité de l'eau (K).

- ✚ Le diamètre intérieur de la conduite (D).
- ✚ L'épaisseur des parois de la conduite (e).
- ✚ La durée de fermeture de la vanne (t_f).
- ✚ La longueur de la conduite (L).

II-2-3-Visualisation physique :

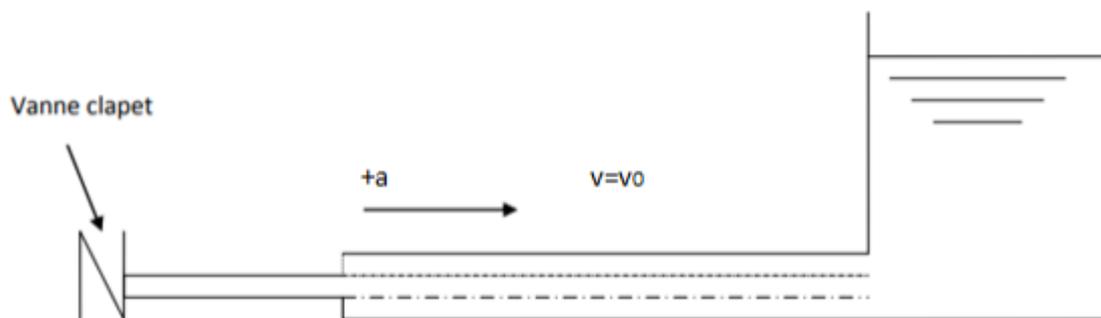
Analysons le cas général d'une fermeture instantanée d'une vanne aval à l'instant $t_0=0$. La propagation du coup de bélier ainsi générée se subdivise en quatre phases

(B. Greiveldinger.2004) fig. (2-1) :

Le rapport $t_{ca} = L / C$ est défini comme étant le temps caractéristique du tronçon de conduite.

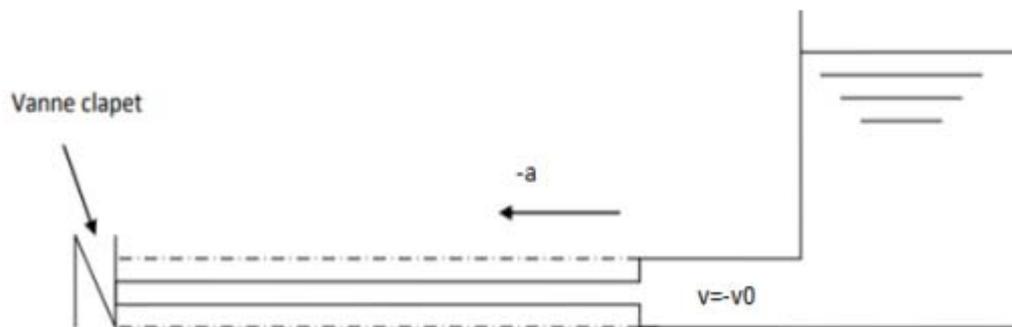
Phase 1 : $0 < t < t_{ca}$:

Remontée d'une onde de surpression à partir de la vanne.



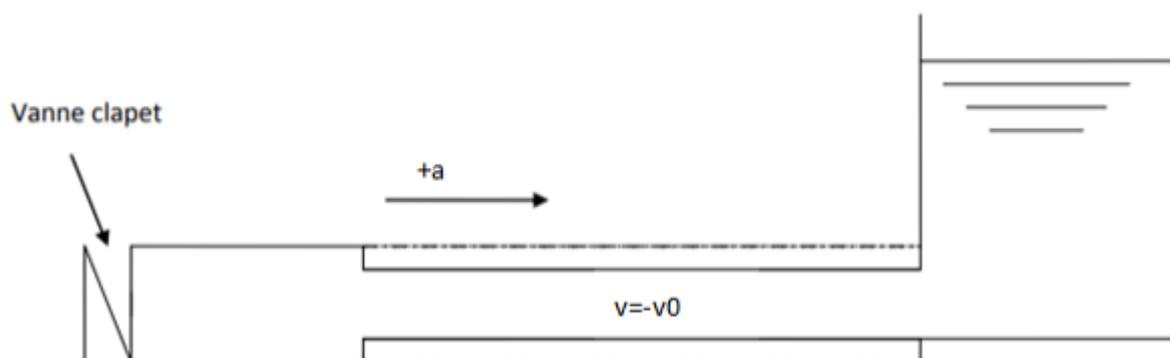
Phase 2 : $t_{ca} < t < 2 t_{ca}$:

Descente de l'onde après réflexion totale au réservoir, qui joue le rôle d'un nœud de pression ; de diamètre de la conduite reprend sa valeur initiale.



Phase 3 : $2t_{ca} < t < 3 t_{ca}$:

Remontée de l'onde sous forme d'une onde de dépression, produite par la réflexion totale à la vanne aval, qui représente un nœud de débit. La conduite se contracte.



Phase 4 : $3t_{ca} < t < 4 t_{ca}$:

Redescente de l'onde de dépression. La conduite reprend sa forme initiale.

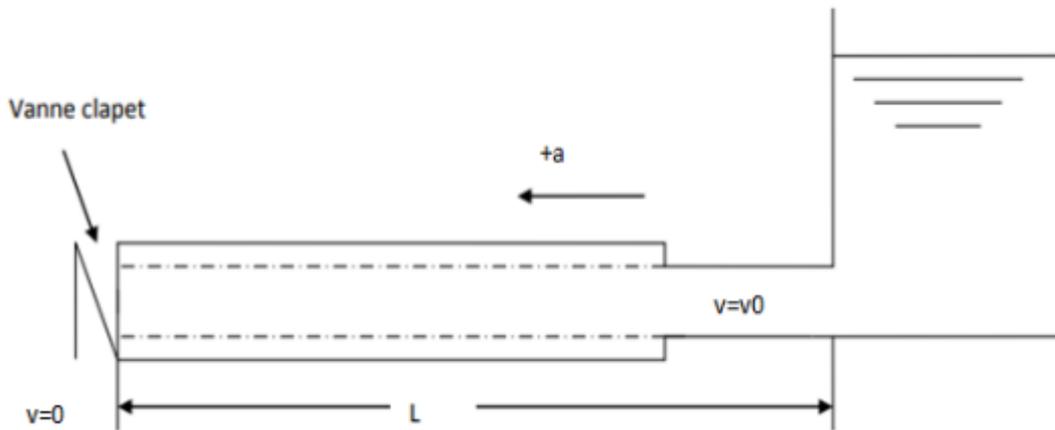


Figure II-1 : Cycle d'évolution du coup de bélier par onde de choc

II-2-4 -Modélisation du coup de bélier pour une conduite à section constante :

En considérant un tronçon de conduite comme un volume de contrôle, et pour simplifier, en négligeant la variation de la section de la conduite, lorsqu'on remonte la conduite après une fermeture complète et instantanée de la vanne aval, l'onde de choc modifie à la fois la densité de l'eau (p) et la vitesse de l'écoulement.

($\Delta V = -V$ pour une fermeture complète).

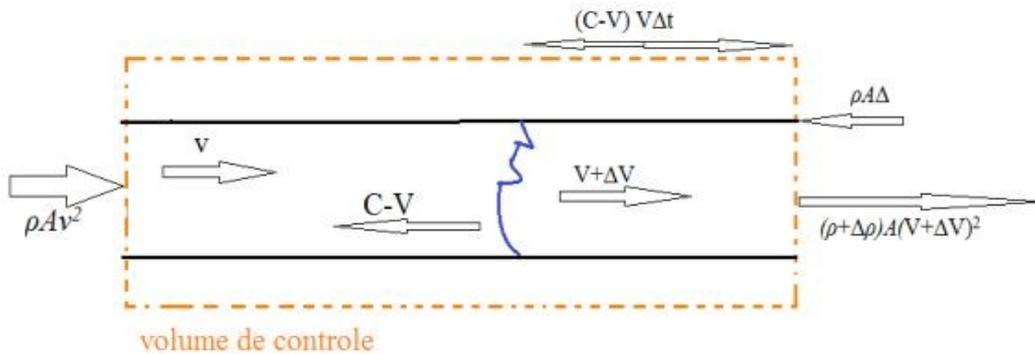


Figure II-2 : Schéma simplifié d'une onde de pression remontant une conduite.

a) D'après la **fig. (II-2)**, l'équation de continuité peut s'écrire :

$$\rho AV - (\rho + \Delta\rho)(V + \Delta V) = A(C - V)\Delta t[(\rho + \Delta\rho) - \rho]/\Delta t \quad (2-1)$$

Le deuxième terme exprime le gain de masse résultant du changement de densité, c'est-à-dire de la compression de l'eau.

Remarque :

Théoriquement, les liquides peuvent être considérés comme incompressibles lorsque les variations de pression impliquées sont faibles par rapport aux pressions absolues. Cependant, dans la réalité, les liquides présentent une certaine compressibilité qui doit être prise en compte en cas de variations rapides de pression, même si elles sont très petites. En effet, ce sont les phénomènes de compressibilité qui permettent d'expliquer la propagation des ondes élastiques dans les milieux matériels.

$$-\Delta PA = A(C - V)[(\rho + \Delta\rho)(V + \Delta V) - \rho C] + A(\rho + \Delta\rho)(V + \Delta V)^2 - \rho AV^2 \quad (2-2)$$

B) l'équation de la conservation de la quantité de mouvement s'exprime par :

$$\Delta P = C\rho\Delta V \quad (2-3)$$

Cela démontre que, lors d'une fermeture complète, l'amplitude du coup de bélier est directement proportionnelle à la vitesse initiale de l'écoulement dans la conduite. Cette vitesse dépend principalement du débit et de la section de la conduite, ce qui est influencé par les conditions d'exploitation et les dimensions de l'installation.

De plus, l'équation indique que la surpression est d'autant plus importante lorsque la vitesse de l'onde est élevée. Ainsi, la différence de pression ($\Delta\rho$) serait infiniment grande pour un écoulement parfaitement incompressible et des conduites rigides.

II-2-5 Influence d'une fermeture non instantanée :

Pour réduire la surpression maximale à la vanne, il est nécessaire d'ajuster judicieusement le temps de fermeture de celle-ci. Lorsqu'elle se ferme instantanément, les 4 phases décrites précédemment se résument à l'évolution de la hauteur piézométrique.

Il en résulte qu'une évolution linéaire est possible, où la valeur maximale de ΔH reste inchangée par rapport à une fermeture instantanée. Ainsi, la sollicitation mécanique maximale de la conduite ne peut être réduite. Pour diminuer la valeur de ΔH max par rapport à une fermeture instantanée, le temps de fermeture (t_{ferm}) doit être plus long que le temps critique (t_{cr}), tel que défini par :

Bien que les figures présentées dans ce paragraphe soient qualitatives, elles permettent néanmoins de comprendre l'influence des lois de fermeture et d'être conscient de l'importance des temps de fermeture qui peuvent résulter de contraintes mécaniques sévères. [B.Greiveldinger.2004].

Remarque :

Selon la théorie de [Joukowski-Allievi], une surpression instantanée près de la vanne se propage sans affaiblissement jusqu'à la chambre d'eau avec une vitesse C , puis elle se réfléchit et revient inversée vers la vanne.

Les coups de bélier générés par des fermetures instantanées se propagent donc intégralement le long de la conduite. Cependant, les fermetures réelles ne sont jamais instantanées, elles ont toujours une certaine durée. Par conséquent, le coup de bélier en un point de la conduite résulte de la combinaison de l'onde provenant de la vanne et de l'onde inversée provenant de la chambre d'eau.

II-2-6 –Les vannes :

Une vanne est principalement utilisée pour réguler le débit d'un fluide. Pour contrôler le débit d'un fluide, on utilise principalement un robinet à soupape. Le robinet à vanne, quant à lui, est utilisé comme une barrière à l'écoulement d'un matériau solide pulvérulent qui s'écoule comme un fluide. Il peut être utilisé dans une conduite fermée ou dans des ouvrages ou appareils à écoulement libre, tels qu'un canal d'irrigation ou un silo.

Différentes sortes de vannes :

On peut ranger les vannes dans différentes catégories :

- Par la taille : depuis le simple robinet jusqu'à la vanne de régulation du débit d'arrivée de l'eau dans une centrale hydroélectrique.
- Par la fonction : vanne régulatrice, vanne de purge, vanne d'arrêt....
- Par le principe employé : vanne papillon, vanne à opercule, vanne à boisseau, vanne trois voies....
- Par le système de commande : manuelle, électrovane, hydraulique.....

II-2-7-Le système continu [eau-conduite] :

En général, les systèmes continus sont constitués de masses réparties et déformables, ainsi que d'éléments élastiques et dissipatifs continus, généralement liés aux propriétés constitutives des masses associées. Un réseau hydraulique ou une station hydroélectrique sont des exemples de systèmes continus. Lorsqu'une perturbation est appliquée au fluide, elle se propage à travers le système avec une vitesse finie en raison de la compressibilité du fluide et de l'élasticité des conduites.

Afin de pouvoir décrire les phénomènes transitoires, on considère le liquide comme une succession de tranches infinitésimales extrêmement minces. [G.Blommaert.2000].

II-2-8-Classification des écoulements in stationnaires ou des phénomènes transitoires :

A-Oscillation en masse ou montée subite :

Ce terme fait référence à des situations d'écoulements instationnaires dans lesquelles le changement initial du mouvement du fluide est régulier et où le temps nécessaire pour que les conditions importantes imposées changent est lent par rapport au temps qu'il faut à une onde de pression pour se propager à travers la colonne de fluide.

Dans les stations de pompage, cette situation peut être provoquée par l'installation de chambres à air (pour protéger la ligne de charge) ou de réservoirs de montée subite (pour protéger la conduite d'aspiration). Dans ces systèmes, les effets élastiques sont négligeables par rapport aux effets d'inertie de la colonne liquide. Un changement régulier du mouvement du fluide entraînera des oscillations de masse avec un long temps d'oscillation. Le comportement de la colonne liquide dans un système de montée subite peut être évalué en utilisant la théorie de la colonne rigide (théorie de l'écoulement incompressible).

La théorie de la colonne rigide considère que toute la colonne de fluide s'accélère ou ralentit à la même valeur sur toute sa longueur et se comporte comme un solide incompressible. Elle suppose également que le système de conduites est non élastique.

B-Coup de bélier ou écoulement transitoire :

Ce terme fait référence à des situations d'écoulement transitoire dans lesquelles le changement du mouvement du fluide est relativement rapide et où le temps nécessaire pour que les conditions imposées changent est court par rapport au temps qu'il faut à une onde de pression pour se propager à travers la colonne de fluide. Le comportement de la pression transitoire est influencé par l'inertie du mouvement de l'eau et l'élasticité combinée de l'eau et du système de conduites. En général, ces deux paramètres, à savoir l'inertie et l'élasticité, sont pris en compte, ce qui correspond à la théorie de l'écoulement compressible.

II-2-9-Méthode de contrôle de la pression transitoire :

Classification des méthodes préventives :

Les variations transitoires de pression sont inévitables lors de changements soudains d'écoulement dans un système de conduites. Pour maintenir ces variations dans des limites tolérables, plusieurs méthodes de contrôle des phénomènes transitoires sont disponibles. Du point de vue analytique, les méthodes suivantes peuvent être distinguées. [J.Schubert.2002].

A- Méthode de réduction de la vitesse de l'onde :

Un exemple de mesure visant à réduire la pression transitoire consiste à purger l'air présent dans le fluide. Cependant, cette méthode n'est pas utilisée dans les systèmes d'approvisionnement en eau comme mesure de protection contre la pression transitoire. Il existe cependant une variante de cette méthode connue, qui consiste à purger l'air afin de réduire la sévérité de la cavitation dans les pompes.

B- Réduction du taux de changement d'écoulement :

Lorsque la vanne se ferme plus lentement (c'est-à-dire avec un taux de fermeture plus lent), cela entraîne une augmentation de l'inertie de la pompe.

C- Méthode de limitation de la pression :

Des exemples de ces dispositifs de contrôle de pression incluent les réservoirs de montée subite, également appelés anti-béliers, et les chambres d'air, également connues sous le nom de réservoirs d'air.

D- D'autres méthodes :

Des exemples de ces dispositifs de contrôle de pression comprennent les valves d'admission d'air, les soupapes de décharge et les by-pass. En général, le choix final de ces dispositifs est basé sur des considérations telles que la fiabilité, les inconvénients associés, la quantité d'entretiens requis et le coût.

CHAPITRE III : LES EQUATIONS POUR LE PHINOMENE TRANSITOIRE

III-1 Développement des équations hydraulique fondamentales :

III-1-1 Définition :

Les équations de Navier-Stokes sont largement reconnues pour leur capacité à décrire la cinématique et la dynamique des fluides visqueux monophasiques, y compris l'eau dans les systèmes hydrauliques. Cependant, au lieu d'utiliser les formes classiques localisées des équations de Navier-Stokes, nous adopterons les équations de base de Saint-Venant en effectuant des bilans de masse et de forces sur un élément de fluide situé dans un tronçon de conduit de section variable. Ces équations hydrauliques, tout comme les équations de Navier-Stokes, reposent sur :

- La théorie de la conservation de la masse.
- Le principe de la conservation de la quantité de mouvement.
- Précision que, bien que l'eau soit souvent modélisée comme étant un fluide incompressible, les modèles mis en œuvres pour des calculs hydrauliques transitoires, devront tenir compte de la faible compressibilité de l'eau, ainsi que de la souplesse des conduites ; en effet, ce sont ces deux propriétés qui sont à l'origine des ondes de chocs dans les conduites, appelées coups de bélier [B.Greiveldinger .2004].
- Le principe de la conservation de la quantité de mouvement.

III-1-2 Formulation générale :

Les équations du mouvement d'un fluide dans une conduite sont déduites à partir des équations de conservation :

- ✚ De la masse
- ✚ De la quantité de mouvement
- ✚ De l'énergie
- ✚ Et celle du comportement mécanique et thermodynamique du fluide et du matériau de la paroi de la conduite.

A) Équation de conservation de la masse (ou équation de continuité) :

L'équation de continuité est une expression du principe de conservation de la masse.

Elle stipule que l'augmentation de la masse du fluide contenu dans un volume donné pendant un certain temps est égale à la somme des masses de fluide qui y entrent, diminuée de celle qui en sort.

La forme différentielle de l'équation de continuité est la suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0$$

Tel que :

\vec{V} : est le vecteur de vitesse.

ρ : la masse volumique.

B) Équation de conservation de la quantité de mouvement :

Nous prenons en compte une quantité fixe de fluide occupant un volume donné à un instant « t ».

La variation de la quantité de mouvement par unité de temps contenant cette masse est :

$$\frac{d}{dt} \int_0^V \rho \vec{V} dV = \sum \vec{F}_{\text{ext}} \quad (\text{III-1})$$

1)

Tel que :

\vec{V} : est vitesse moyenne. (III-1)

V : est le volume de contrôle.

$\sum \vec{F}_{\text{ext}}$: représentent les forces extérieures qui sont :

-la force de volume : $\int_{D_0}^D \vec{F}_{dv}$

-la force de surface : $\int_{D_0}^D \vec{T}$

Ou :

\vec{F} : est la résultante des forces a distance qui s'exercent sur l'élément de volume dV .

\vec{T} : Représente la force par unité de surface.

Sous une autre forme, on peut écrire :

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho \vec{F} - \overrightarrow{gradP} + \vec{fv} \quad (\text{III-2})$$

Tel que :

$\rho \frac{d\vec{v}}{dt}$: représente la force d'inertie de volume.

$\rho \vec{F}$: représente la force du volume.

\overrightarrow{gradP} : représente la force de pression.

\vec{fv} : représente la force de viscosité.

C) Équation de conservation de l'énergie :

Lorsqu'un système matériel subit une transformation entre des états d'équilibre, la variation de la somme de l'énergie interne (E) et de l'énergie cinétique (K) est équivalente au travail effectué (ΔW) et à la chaleur échangée (ΔQ).

$$\Delta(E + K) = \Delta W + \Delta Q \quad (\text{III-3})$$

D) Loi de comportement mécanique :

Il existe une forte relation entre les phénomènes mécaniques et thermodynamiques. En général, nous distinguons les lois de comportement qui définissent les fluides et les lois de comportement thermodynamique qui sont moins spécifiques à un type particulier de milieu.

Par ailleurs, l'expérience démontre qu'il est parfois possible de se concentrer uniquement sur l'aspect mécanique dans certains cas.

La loi de comportement mécanique des fluides est donnée par la relation suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\sigma} = (\bar{\varepsilon}) \\ \bar{\sigma} = \bar{\tau} - P\bar{I} \\ \bar{\tau} = \lambda(\text{div}V)\bar{I} + 2\mu\bar{\varepsilon} \end{array} \right. \quad \text{(III-4)}$$

Tel que :

$\bar{\sigma}$: Le tenseur des contraintes.

$\bar{\varepsilon}$: Le tenseur des taux de déformation.

λ et μ : sont les coefficients de viscosité.

$\bar{\tau}$: Le tenseur des contraintes de viscosité.

L'équation (III-) sera :

$$\bar{\sigma} = \lambda(\text{div}V)\bar{I} + 2\mu\bar{\varepsilon} - P \quad \text{(III-5)}$$

E) Loi de comportement thermodynamique :

Les transformations rapides associées au phénomène de propagation d'ondes peuvent être considérées comme isothermes.

Dans ces conditions, le fluide présente un comportement pratiquement barotrope, ce qui signifie que la masse volumique dépend essentiellement de la pression.

$$\chi = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP} \quad \text{(III-6)}$$

Tel que :

χ : Le coefficient de compressibilité.

V : le volume occupé par unité de masse.

En vertu de la relation qui lie $\llcorner p \llcorner$ et $\llcorner v \llcorner$ on peut déduire :

$$\mathcal{X} = + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dP} \quad (\text{III-7})$$

Le module d'élasticité du fluide (k) est l'inverse du coefficient de compressibilité (\mathcal{X}) du fluide, ce qui peut être exprimé comme suit :

$$\frac{d\rho}{dP} = \frac{1}{K} dP \quad (\text{III-8})$$

$\mathcal{X} = \frac{1}{K}$: Coefficient de compressibilité isotherme.

Tel que :

K : le module d'élasticité du fluide.

Hypothèses :

Dans le contexte spécifique des écoulements en conduites, les équations précédentes se simplifient en prenant en considération certaines hypothèses :

- L'écoulement est supposé unidimensionnel
- La viscosité de l'eau est constante.
- Le fluide est légèrement compressible.
- La conduite est supposée cylindrique circulaire, rectiligne et assimilée à une juxtaposition d'anneaux indépendants.

III-2-1 Équation de conservation de la masse ou équation de continuité :

En prenant en compte un volume de fluide et en faisant référence à la **figure (III-1)**, on peut affirmer que la continuité est exprimée par l'égalité entre la différence des masses entrantes et sortantes, ainsi que la variation du volume de contrôle.

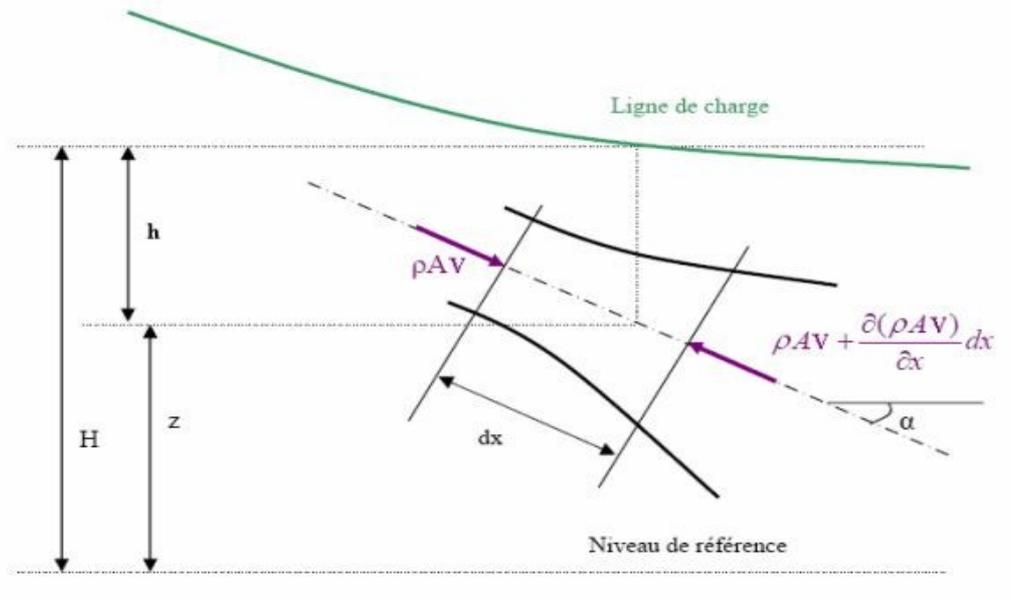


Figure III-1 : bilan de masse dans un tronçon de conduite.

$$\frac{\partial(\rho A dx)}{\partial t} = \rho AV - \left(\rho AV + \frac{\partial(\rho AV)}{\partial x} dx\right) \quad \text{(III-9)}$$

Supposant que l'élément de la conduite ne subisse pas de variation de longueur ($dx/dt = 0$), (III-9) peut s'écrire :

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} = -\left(\frac{\partial(\rho AV)}{\partial x}\right) \quad \text{(III-10)}$$

En explicitant les dérivées partielles spatiales et temporelles, ainsi qu'en regroupant les termes, on obtient.

$$\frac{1}{V\rho} \left(V \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) + \frac{1}{AV} \left(V \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad \text{(III-11)}$$

Et comme :

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{\rho} \left(V \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) \text{ et } \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{1}{A} \left(V \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} \right) \quad (\text{III-12})$$

L'expression (III.11) se simplifie pour donner :

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (\text{III-13})$$

Exprimons ce qui se passe du point de vue de l'analyse des contraintes et déformations.

Le terme $\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}$ prend en compte la compressibilité du fluide.

Et $\frac{1}{A} \frac{dA}{dt}$ l'élasticité transversale de la conduite.

On suppose que la conduite est construite avec des joints de dilatation, ce qui permet une déformation longitudinale libre. Mathématiquement, cette contrainte longitudinale s'exprime par $\rho = 0$. Si l'on suppose que les déformations sont petites et proportionnelles aux contraintes, on peut écrire, selon la **loi de Hooke** :

On a : $\rho = f(A, P)$ mais puisqu'on suppose que les phénomènes thermiques liés à la dissipation mécanique ou aux échanges avec l'extérieur ($A = \text{constante}$) sont négligeables, et que l'eau est un fluide barotrope, on peut considérer :

La définition suivante de son module d'élasticité : K

$$dP = K \frac{d\rho}{\rho} \quad (\text{III-14})$$

Selon la théorie de résistance des matériaux, la contrainte latérale pour une conduite hydraulique circulaire (supposée élastique et se déformant comme si elle était constituée d'anneaux indépendants) et dont l'épaisseur est relativement faible, permet d'admettre que la

contrainte est uniforme sur l'épaisseur, comme illustré dans la figure (III-2). L'équation de comportement correspondante est la suivante :

$$\sigma = \frac{PD}{2e} \quad (\text{III-15})$$

Cette équation est utilisée pour exprimer la contrainte σ en fonction de la différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur de la conduite.

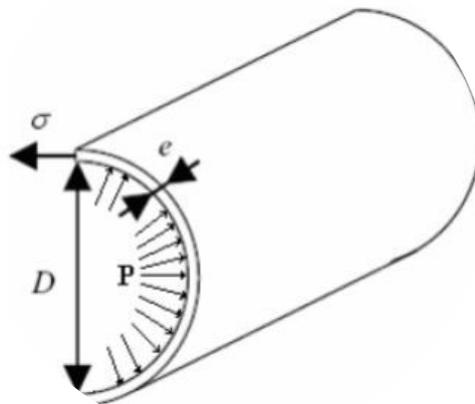


Figure III-2 : Contrainte latérale dans une conduite a paroi mince.

En utilisant la définition de la déformation du matériau, à savoir :

$$d\varepsilon = \frac{dR}{R} \quad (\text{III-16})$$

R étant le rayon hydraulique de la conduite.

Et en introduisant le module d'élasticité constant E du matériau, défini par :

$$\sigma = E\varepsilon \quad (\text{III-17})$$

Cette contrainte mécanique latérale s'explique comme :

$$d\sigma = E \frac{dR}{R} \quad (\text{III-18})$$

En combinant les expressions (III-15) et (III-18), en tenant compte de $dA = 2\pi R dR$ et en supposant que l'épaisseur (e) de la paroi reste constante pendant le processus de déformation de la conduite, on obtient :

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{D}{eE} \frac{dP}{dt} \quad (\text{III-19})$$

Ainsi, en combinant les équations (III-13), (III-14) et (III-19), on obtient l'expression suivante de l'équation de continuité :

$$\rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{dP}{dt} = 0 \quad (\text{III-20})$$

Et comme la pression est fonction uniquement de x de t , on trouve :

$$\rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial t} = 0 \quad (\text{III-21})$$

C'est la vitesse de propagation de l'onde de pression, définie par **Lorenzo Allievi** comme étant égal a :

$$a = \sqrt{\frac{1}{\rho \left(\frac{1}{K} + \frac{D}{eE} \right)}} \quad (\text{III-22})$$

III-2-2-Équation de quantité de mouvement ou équation dynamique :

- Hypothèse :

Les hypothèses admises dans ce cas sont les mêmes qu'au point précédent à l'exception de la 3ème hypothèse, Fig. (III-3) :

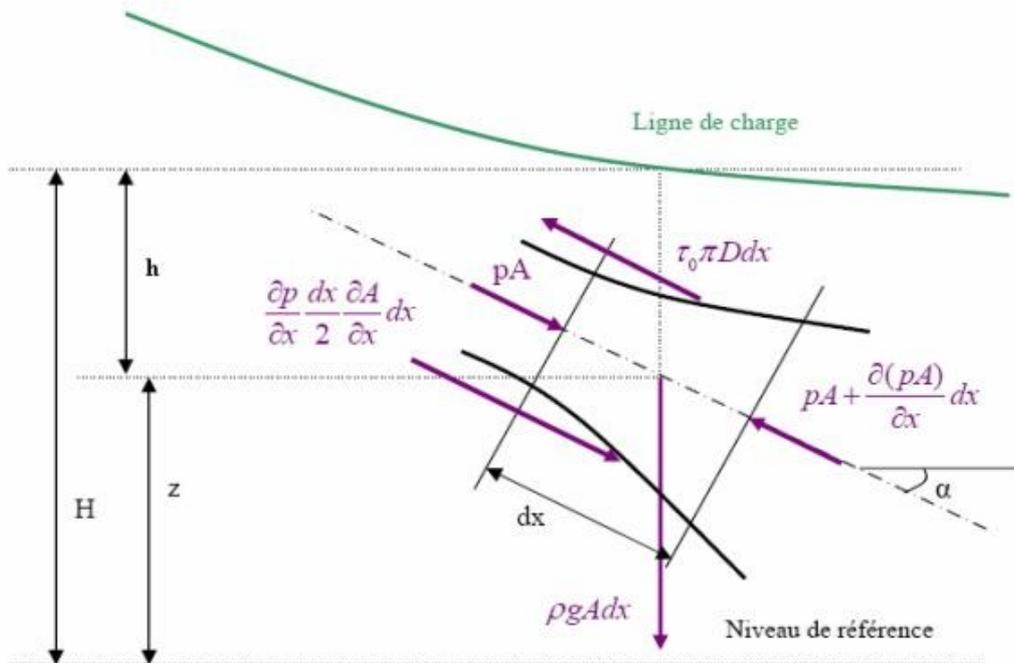


Figure III-3 : bilan des forces exercées sur un tronçon de conduite.

Les forces prises en compte dans le bilan de quantité de mouvement sont :

- Les forces d’inertie.
- Les forces de pressions.
- Les forces de frottements visqueuses (Fr).
- La force de pesanteur.

L’équation fondamentale de la dynamique s’écrit alors :

$$\underbrace{\rho A - PA + \frac{\partial(PA)}{\partial x} dx + \left(\rho + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}\right) \frac{\partial A}{\partial x} dx}_{\text{Forces de pression normales et latérales}} - \underbrace{\tau_0 \pi D dx}_{\text{force de frottement}} - \underbrace{g \rho A dx \sin a}_{\text{force de gravité}} = \rho A dx \frac{dV}{dt} \tag{III-23}$$

Avec :

τ_0 : contrainte visqueuse [N/m^2]

α : Angle de la conduite.

D : diamètre de la conduite [M]

A : aire de section [m^2]

ρ : Masse volumique du fluide [kg/m^3]

V : vitesse du fluide [m/s]

En négligeant les termes de second ordre, on obtient immédiatement :

$$\frac{\partial P}{\partial x} A + \tau_0 \pi D + \rho g A \sin(\alpha) + \rho A \frac{dV}{dt} = 0 \quad (III-24)$$

Dans notre cas la conduite est horizontale on peut maitre :

$$\rho g A \sin(\alpha) = 0$$

Donc on aura :

(III-25)

$$\rho \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + 4 \frac{\tau_0}{D} = 0$$

- Les variables P, V, p dépendent uniquement des paramètres indépendants x et t
- Exprimons les différentielles exactes des deux dernières équations sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\rho}{K} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\rho}{K} \frac{\partial P}{\partial t} \end{array} \right. \quad \text{(III-26)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial A}{\partial x} = \frac{AD}{E \cdot e} \frac{\partial P}{\partial t} \\ \frac{\partial A}{\partial x} = \frac{AD}{E \cdot e} \frac{\partial P}{\partial x} \end{array} \right. \quad \text{(III-27)}$$

L'équation de la masse (III-23) développée comme suit :

$$\rho \frac{\partial A}{\partial t} + A \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho V \frac{\partial A}{\partial x} + \rho A \frac{\partial V}{\partial x} + AV \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \quad \text{(III-28)}$$

En substituant l'équation (3-18) et (3-19) dans (3-20) on aura :

$$\rho \left(\frac{AD}{E} \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) + A \left(\frac{\rho}{K} \frac{\partial P}{\partial t} \right) + \rho V \left(\frac{AD}{E} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \rho A \frac{\partial V}{\partial x} + AV \left(\frac{\rho}{K} \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} \left(\rho \frac{AD}{E} + \frac{A\rho}{K} \right) + \frac{\partial P}{\partial x} V \left(\rho \frac{AD}{E} + \frac{A\rho}{K} \right) + \rho A \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

$$\rho \left(\frac{1}{K} + \frac{D}{E} \right) \frac{\partial P}{\partial x} + \rho V \frac{\partial P}{\partial x} \left(\frac{1}{K} + \frac{D}{E} \right) + \rho \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

$$\rho \left(\frac{1}{K} + \frac{D}{E} \right) \left(\frac{\partial P}{\partial t} + V \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \rho \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

En divisant par $\rho \left(\frac{1}{K} + \frac{D}{E} \right)$ on obtient :

$$\frac{\partial P}{\partial t} + V \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\rho}{\rho \left(\frac{1}{K} + \frac{D}{E} \right)} \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

$$\text{Avec : } a^2 = \frac{1}{\rho \left(\frac{1}{K} + \frac{D}{E} \right)}$$

$$a = \sqrt{\frac{1}{\rho \left(\frac{1}{K} + \frac{D}{eE} \right)}}$$

Avec :

α : Célérité de l'onde de pression (ou onde élastique en m/s).

ρ : La masse volumique de l'eau (1000 Kg/m³).

K : module d'élasticité du liquide ou compressibilité de l'eau (2070 MPa).

D : diamètre inférieur de la conduite (m).

e : épaisseur de la paroi (m).

E : Module d'élasticité du matériau constituant la conduite (MPa).

Remarque :

La vitesse de propagation de l'onde de pression est principalement influencée par deux facteurs essentiels : la compressibilité de l'eau K et l'élasticité du matériau constituant la conduite E

Dans notre cas, la vitesse du fluide est considérablement plus faible que la vitesse de propagation de l'onde, ce qui nous permet de négliger le terme convectif.

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (\text{III-29})$$

III-3- Forme réduite du système des équations de base :

L'agencement des équations fondamentales nous conduit à un système d'équations à résoudre:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{4\tau_0}{\rho D} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{III-30})$$

Avec :

H : la hauteur de pression.

G : l'accélération de la pesanteur.

Le système d'équation (III-30) est un système d'équation différentielle aux dérivées partielles du type hyperbolique.

Condition aux limites :

Dans notre installation, nous avons un réservoir qui est connecté à une conduite droite. À l'extrémité de cette conduite, nous avons une vanne à fermeture rapide.

Condition aux extrémités :

Au niveau des extrémités de la conduite, les valeurs de pression du fluide en amont et de la vitesse en aval de la conduite sont fixées/imposées.

III-4- Modélisation du terme de frottement (formule de Haaland)

Dans le but de simplifier le calcul du coefficient de frottement f , Haaland propose la relation approximative suivante :

$$f = \left[-1.8 \log \left(\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} \right)^{1.11} + \frac{6.9}{Re} \right) \right]^{-2} \quad (\text{III-31})$$

Comme l'indique la relation (III.31), le coefficient de frottement f en fonction du nombre de Reynolds Re ($4.10^3 < Re < 10^8$) pour diverses valeurs de la rugosité relative ε/D telle que $10^{-6} < \frac{\varepsilon}{D} < 5.10^{-2}$. [(GENIC' Et Al. (2011)].

CHAPITRE IV : METHODE DE RESOLUTION

IV-1- INTRODUCTION :

Nous avons employé la méthode des caractéristiques avec des différences finies parmi les diverses approches pour résoudre le système d'équations aux dérivées partielles hyperboliques.

IV-2-Modélisation mathématique de H et V le long de la conduite :**A-Recherche des caractéristiques :**

Le système d'équations (III-22) représente un système d'équations aux dérivées partielles de type hyperbolique. Pour déterminer les directions caractéristiques de ce système, on peut étudier les fonctions H et V le long des courbes du plan x, t, où les dérivées de ces fonctions sont indéterminées.

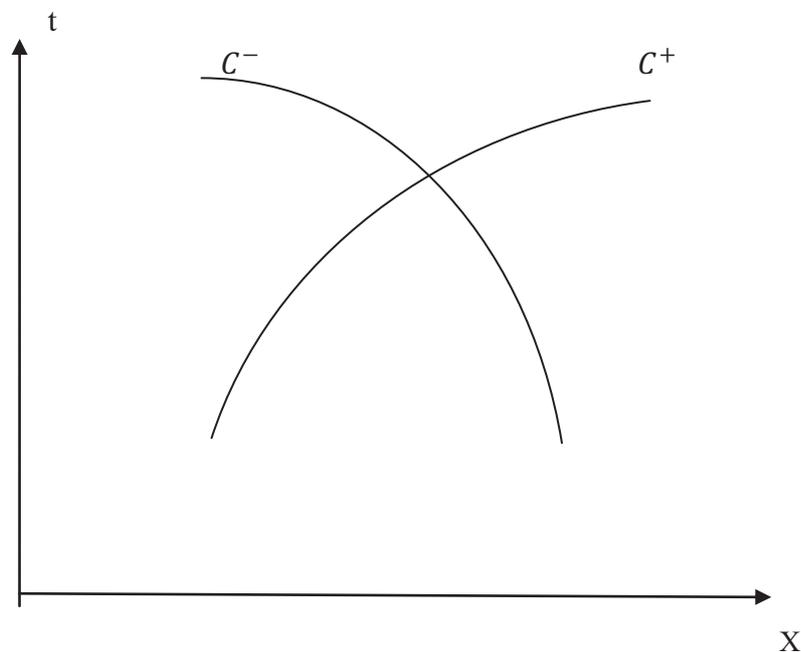


Figure IV-1 : courbes caractéristiques

Le système d'équations différentielles aux dérivées partielles du type hyperbolique :

(III-22) peut s'écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} = A \end{array} \right. \quad (\text{IV-1})$$

Ici le terme de frottement $\lambda = -\frac{4\tau_0}{\rho D}$

On rajoute les différences totales de H et V :

(IV-2)

$$dH = \frac{\partial H}{\partial x} dx + \frac{\partial H}{\partial t} dt$$

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial t} dt$$

Le système d'équations devient :

(IV-3)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} = A \\ \frac{\partial H}{\partial t} dt + \frac{\partial H}{\partial x} dx = dH \\ \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{\partial V}{\partial x} dx = dV \end{array} \right.$$

On peut aussi arranger ce système sous la forme :

(IV-4)

$$\left\{ \begin{array}{l} 1. \frac{\partial H}{\partial t} + 0. \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \\ 0. \frac{\partial H}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + 1. \frac{\partial V}{\partial t} + 0 \frac{\partial V}{\partial x} = A \\ \frac{\partial H}{\partial t} dt + \frac{\partial H}{\partial x} dx + 0. \frac{\partial V}{\partial t} + 0. \frac{\partial V}{\partial x} = dH \\ 0. \frac{\partial H}{\partial t} + 0. \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{\partial V}{\partial x} dx = dV \end{array} \right.$$

En écrivant le système (IV-4) sous la forme matricielle (M.X = B) on aura :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{a^2}{g} \\ 0 & g & 1 & 0 \\ dt & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dt & dx \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial t} \\ \frac{\partial H}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial t} \\ \frac{\partial V}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ A \\ dH \\ dV \end{bmatrix} \tag{IV-5}$$

On a Δ ; ΔP_t ; ΔP_x ; ΔV_t ; ΔV_x

Calcul du déterminant, Δ , de la matrice M :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{a^2}{g} \\ 0 & g & 1 & 0 \\ dt & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dt & dx \end{vmatrix} \tag{IV-6}$$

$$\Delta = 1 \begin{vmatrix} g & 1 & 0 \\ dx & 0 & 0 \\ 0 & dt & dx \end{vmatrix} - 0 + 0 - \frac{a^2}{g} \begin{vmatrix} 0 & g & 1 \\ dt & dx & 0 \\ 0 & 0 & dt \end{vmatrix}$$

$$\Delta = -(dx^2 - 0) + a^2(dt^2 - 0)$$

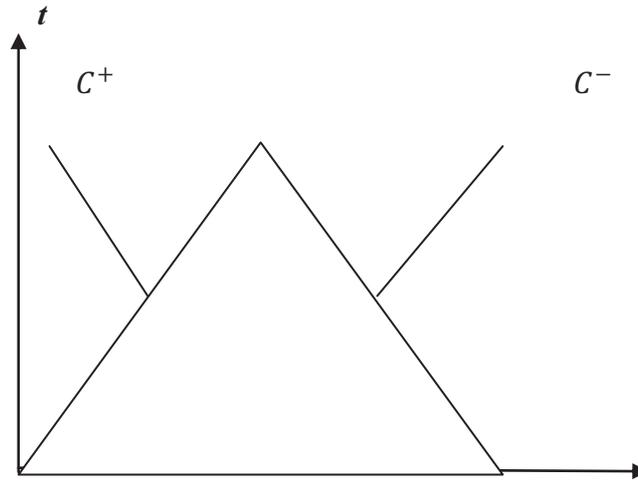
$$\Delta = a^2dt - dx^2$$

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow a^2dt - dx^2 = 0 \Rightarrow a^2 = \frac{dx^2}{dt^2}$$

$$\Rightarrow dx = \pm a dt$$

$$\begin{cases} dx = +adt \dots\dots\dots C^+ \\ dx = -adt \dots\dots\dots C^- \end{cases} \tag{IV-7}$$

C^+ Et C^- Représentent les droites caractéristiques du système d'équations.



X

Figure IV-2 : droites caractéristique dans le plan (x,t) .

F) Recherche de la relation de compatibilité :

$$\Delta H_t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{a^2}{g} \\ A & g & 1 & 0 \\ dH & dx & 0 & 0 \\ dV & 0 & dt & dx \end{bmatrix} \tag{IV-8}$$

$$\Delta H_t = 0 \begin{bmatrix} g & 1 & 0 \\ dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx \end{bmatrix} + 0 + 0 - \frac{a^2}{g} \begin{bmatrix} A & g & 1 \\ dH & dx & 0 \\ dV & 0 & dt \end{bmatrix}$$

$$\Delta H_t = \frac{-a^2}{g} [A(dxdt - 0) - g(dHdt) + gdV \cdot 0 + dH \cdot 0 - dxdv]$$

$$\Delta H_t = \frac{-a^2}{g} [Adxdt - gdHdt - dx dV]$$

$$\Delta H_t = 0$$

$$\Leftrightarrow Adxdt - gdHdt - dx dV = 0$$

$$A dx - g dH - \frac{dx}{dt} DV = 0 \tag{IV-9}$$

Avec :

$$\begin{cases} dx = +s dt \dots\dots\dots C^+ \\ dx = -a dt \dots\dots\dots C^- \end{cases}$$

Donc l'équation (IV-9) devient :

$$\begin{cases} A dt - \frac{g}{a} dH - dV = 0 \dots\dots\dots C^+ \\ A dt + \frac{g}{a} dH - dH = 0 \dots\dots\dots C^- \end{cases} \tag{IV-10}$$

IV-3 Calcul de la hauteur de pression H et de la vitesse V aux points courants :

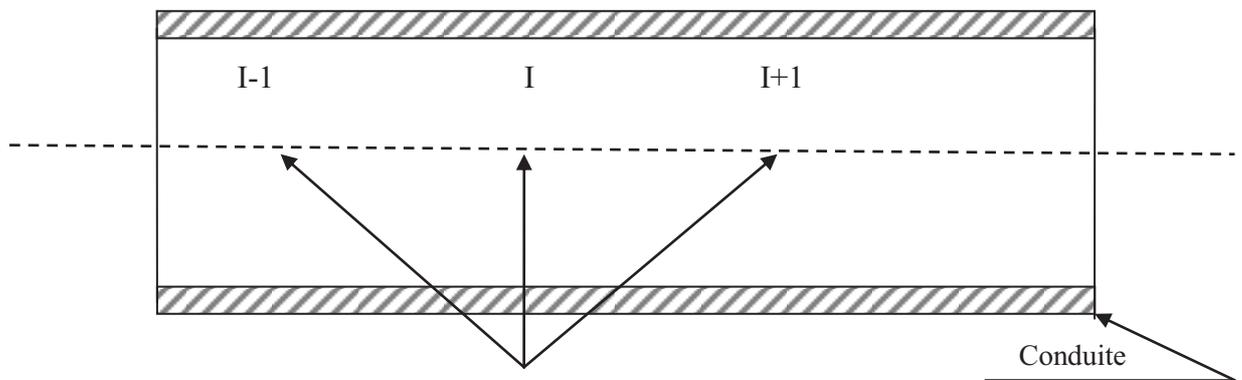


Figure IV-3 : points de discrétisation sur lesquels on effectue les calculs.

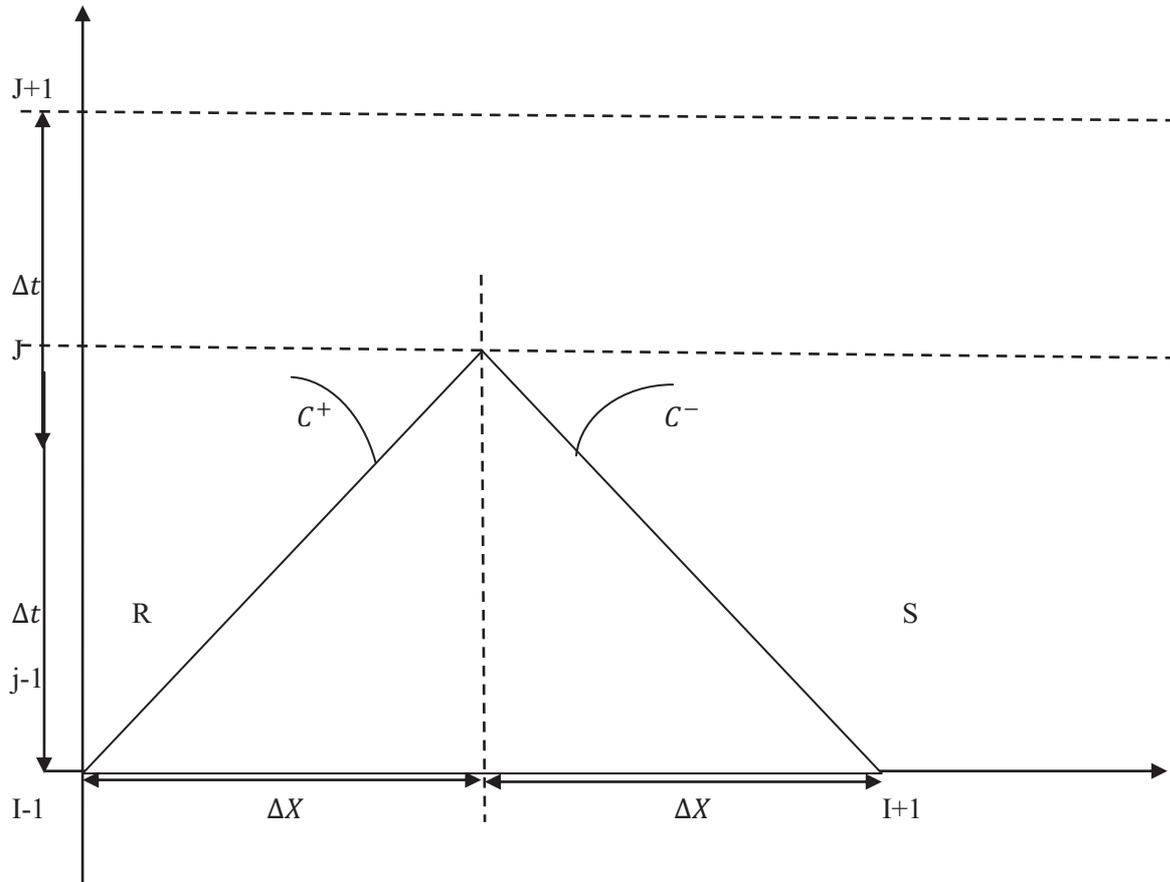


Figure IV-4 : Schéma de discrétisation et droites caractéristiques.

Le but est de calculer :

- La hauteur de pression H (ou la pression) $P = \rho g H$
- La vitesse d'écoulement V (ou le débit) $Q = VS$.

Pour cela, on est conduit à résoudre numériquement et simultanément les relations (IV-10) pour chaque partie de la conduite.

Le schéma représenté sur la figure (IV-3), nous montre que le calcul de la hauteur de pression au point à l'instant $(t + \Delta t)$ se fait en fonction des points $(I-1)$ et $(I+1)$ et à l'instant (t) précédent.

Dans notre cas, nous avons utilisé de maillage régulier dans le plan (x, t) d'une division de la conduite en (N) tronçons (Δx) égaux, cela conduit à des intervalles de temps (Δt) .

Les points de discrétisation seront supposés suffisamment proches pour permettre d'écrire :

$$\int_{R,S}^P dV \mp \frac{g}{a} \int_{R,S}^P dH + \int_{R,S}^P \frac{4\tau_0}{\rho D} dt = 0 \quad (\text{IV-11})$$

IV-3-1- Critère de stabilité du schéma numérique :

Le critère de Courant-Friedrich (C-F), nous donne la condition de stabilité du schéma numérique et il est exprimé par :

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{|\pm a|} \quad (\text{IV-12})$$

Ceci signifie que les point R, S soient compris entre (I+1) et (I-1).

Pour un maillage régulier, on adopte le cas suivant : $\Delta x = \pm a \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{|\pm a|}$

IV-3-2-Intégration des équations de compatibilité :

L'intégration des relations de compatibilité le long des droites caractéristiques donne :

a) Le long de la droite caractéristique C^+ :

$$\int_R^P dV + \frac{g}{a} \int_R^P dH + \int_R^P \frac{4\tau_0}{\rho D} dt = 0 \quad (\text{IV-13})$$

b) Le long de la droite caractéristique C^-

$$\int_S^P dV - \frac{g}{a} \int_S^P dH + \int_S^P \frac{4\tau_0}{\rho D} dt = 0 \quad (\text{IV-14})$$

IV-3-3- Calcul de H et V (intégration aux points courants) :

-Au niveau du point courant :

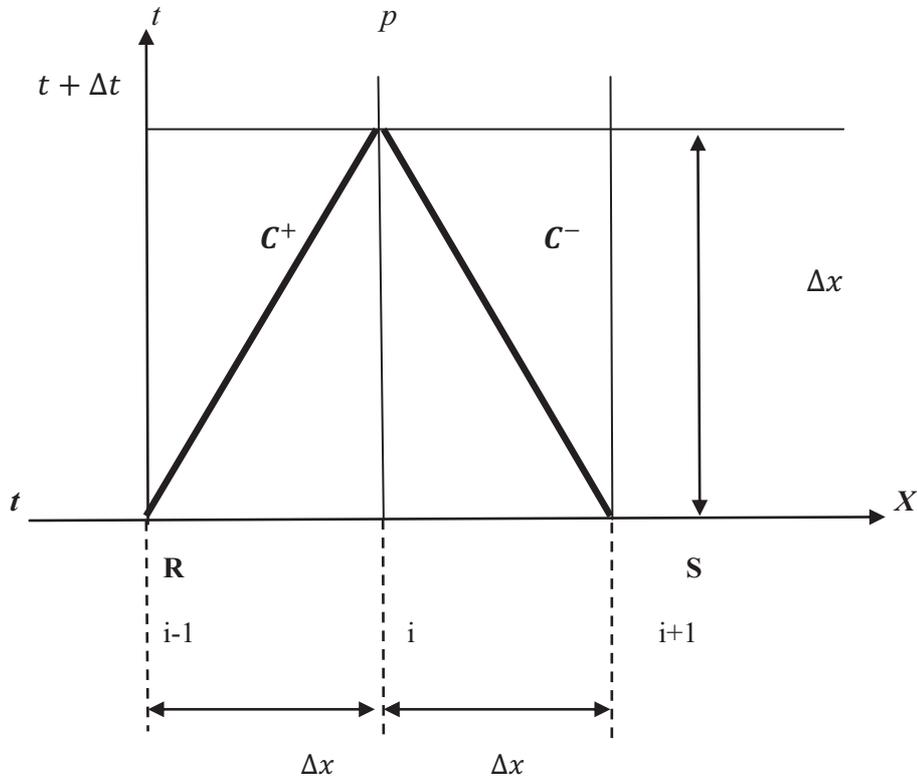


Figure IV-5 : Schéma numérique du point courant P.

$$C^+ : (V_P - V_R) + \frac{1}{\rho a} (P_P - P_R) + \frac{\lambda}{2D} V_R |V_R| \Delta t = 0 \quad (IV-15)$$

$$C^- : (V_P - V_S) - \frac{1}{\rho a} (P_P - P_S) + \frac{\lambda}{2D} V_S |V_S| \Delta t = 0 \quad (IV-16)$$

$$C^+ : (V_P - V_R) \rho a + (P_P - P_R) + \frac{\lambda}{2D} \rho a V_R |V_R| \Delta t = 0$$

$$C^- : (V_P - V_S) \rho a - (P_P - P_S) + \frac{\lambda}{2D} \rho a V_S |V_S| \Delta t = 0$$

$$C^+ : \rho a V_P + P_P = \rho a V_R + P_R - \rho a \frac{\lambda \Delta t}{2D} V_R |V_R| = CP$$

$$C^- : \rho a V_P - P_P = \rho a V_S - P_S - \frac{\lambda \Delta t}{2D} \rho a V_S |V_S| = CM$$

On pose : $\rho a = B$ et $a\Delta t = dx$

On aura :

$$C^+ : BV_P + P_P = BV^R + P_R - \rho \frac{\lambda}{2D} dx V_R |V_R| = CP \quad (\text{IV-17})$$

$$C^- : BV_P - P_P = BV_S - P_S - \rho \frac{\lambda}{2D} dx V_S |V_S| = CM \quad (\text{IV-18})$$

$$(\text{IV-26}) - (\text{IV-27}) \Rightarrow 2P_P = CP - CM \Rightarrow$$

$$(\text{IV-19})$$

$$P_P = \frac{CP - CM}{2}$$

$$(\text{IV-26}) + (\text{IV-27}) \Rightarrow 2BV_P = CP + CM \Rightarrow$$

$$V_P = \frac{CP + CM}{2B} \quad (\text{IV-20})$$

IV-4-Conditions aux limites :

L'installation hydraulique représentée dans la **figure (V-1)** a été utilisée pour la simulation numérique et diverses applications. Elle est caractérisée par deux conditions aux extrémités (amont et aval).

1-extrémité amont (réservoir) :

En ce point, nous disposons d'une seule équation, qui est l'équation de compatibilité le long de la caractéristique C^- , mais nous avons besoin d'une autre équation, qui correspond à la condition imposée. Dans ce cas, la condition stipule que la hauteur de pression au niveau du réservoir est supposée constante, comme illustré dans la figure (IV-6).

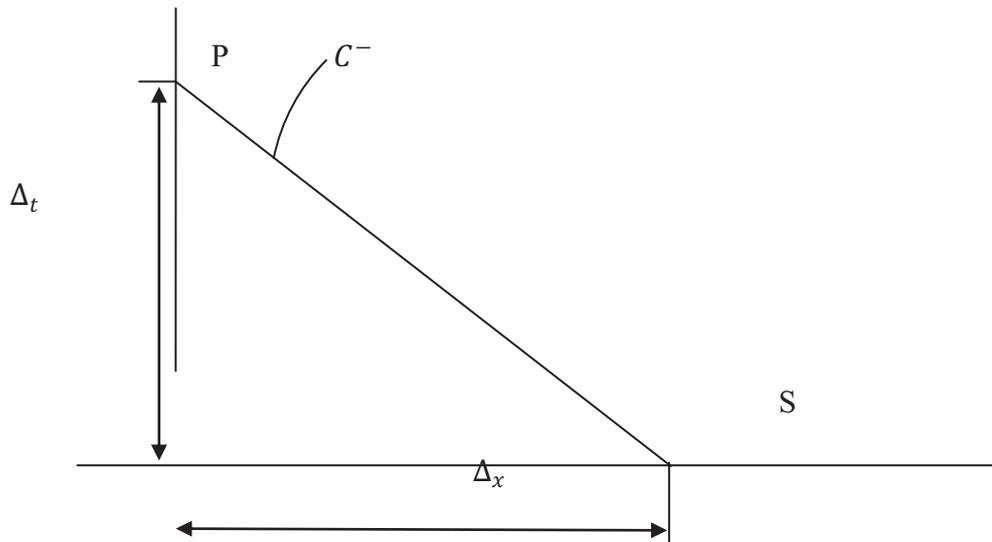


Figure IV-6 : Schéma numérique au niveau de l'extrémité amont.

$$H_P = H_{Reservoir}$$

$$(V_P - V_S) - \frac{g}{a}(H_P - H_S) + \frac{4}{\rho D} \tau_{OS} \Delta t = 0 \quad (IV-21)$$

2-extrémité aval (vanne) :

Ici, nous disposons d'une équation le long de la caractéristique C^+ et d'une autre équation imposée, qui correspond à la loi de fermeture de la vanne, comme illustré dans la figure (IV-7).

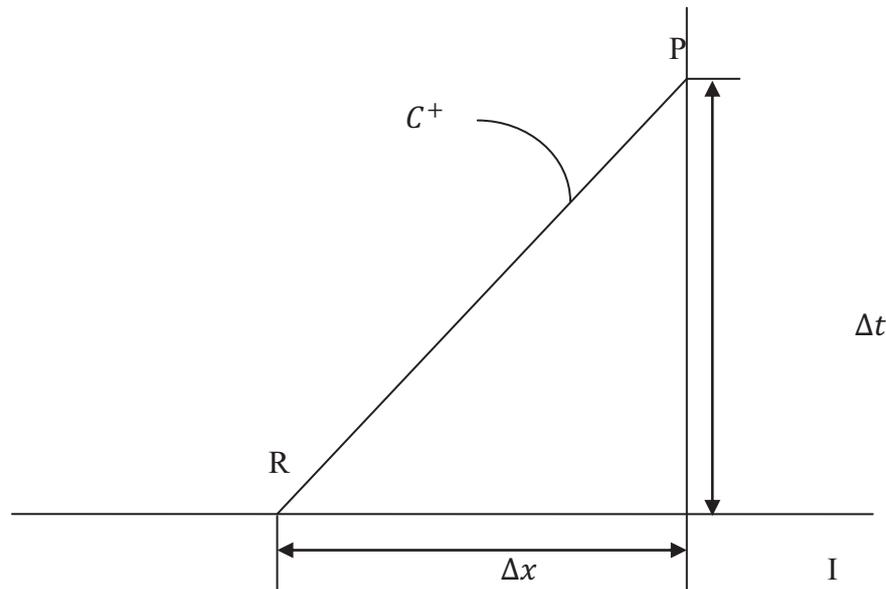


Figure IV-7 : schéma numérique au niveau de l'extrémité aval.

$$\begin{aligned} \text{+} V_{PS} &= V_0 \left(1 - \frac{t}{t_f}\right) & t < t_f \\ \text{+} V_{PS} &= 0 & t > t_f \end{aligned}$$

$$(V_P - V_R) + \frac{g}{a}(H_P - H_R) + \frac{4}{\rho D} \tau_{0R} \Delta t = 0 \quad \text{(IV-22)}$$

Ou :

t_f : est le temps de la fermeture de la vanne.

V_{PS} : est la vitesse a l'extrémité aval.

IV-3-4-Calcul du terme de frottement (formule de halaand) :

Dans le but de simplifier le calcul du coefficient de frottement f , Haaland propose la relation approximative suivante :

$$f = \left[-1.8 \log \left(\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} \right)^{1.11} + \frac{6.9}{Re} \right) \right]^{-2} \quad \text{(III-31)}$$

Comme l'indique la relation (III.31), le coefficient de frottement f en fonction du nombre de Reynolds Re ($4.10^3 < Re < 10^8$) pour diverses valeurs de la rugosité relative ε/D telle que $10^{-6} < \frac{\varepsilon}{D} < 5.10^{-2}$. [(GENIĆ Et Al. (2011)].

CHAPITRE V : APPLICATION ET RESULTATS DE CALCUL

Afin de mettre en évidence l'influence du module d'élasticité des différents matériaux sur les écoulements en conduite normale, une mise au point d'un code de calcul en langage FORTRAN a été réalisée, suivie d'une simulation numérique.

Les résultats de calcul pour le matériau tel que le polyéthylène utilisé dans les installations hydrauliques sont présentés dans les graphiques ci-dessous.

V-1 Définition des paramètres de l'installation :

A-Configuration de l'installation hydraulique :

La fig. (V-1) donne le schéma de l'installation hydraulique sur laquelle a été appliqué notre modèle de calcul et qui se compose de :

- ✚ Un réservoir.
- ✚ Une conduite (en polyéthylène).
- ✚ Une vanne.

B- Les propriétés physiques de l'installation :

Les propriétés physiques de l'installation sont les suivantes :

- ✚ La hauteur de pression au réservoir $H_0=70\text{ m}$
- ✚ le débit initial de $0.20\text{ m}^3/\text{s}$
- ✚ le coefficient de frottement $\lambda = 1,989125 \cdot 10^{-2}$
- ✚ la vitesse initiale de l'écoulement du fluide $V_0=1,592357 \cdot 10^{-1}\text{ m/s}$
- ✚ la longueur de la conduite $L=1500\text{m}$
- ✚ le diamètre de la conduite $d=0,4\text{ m}$
- ✚ l'épaisseur de la conduite $e=0,042\text{ m}$
- ✚ nombre de reynolds $Re= 63694,26$

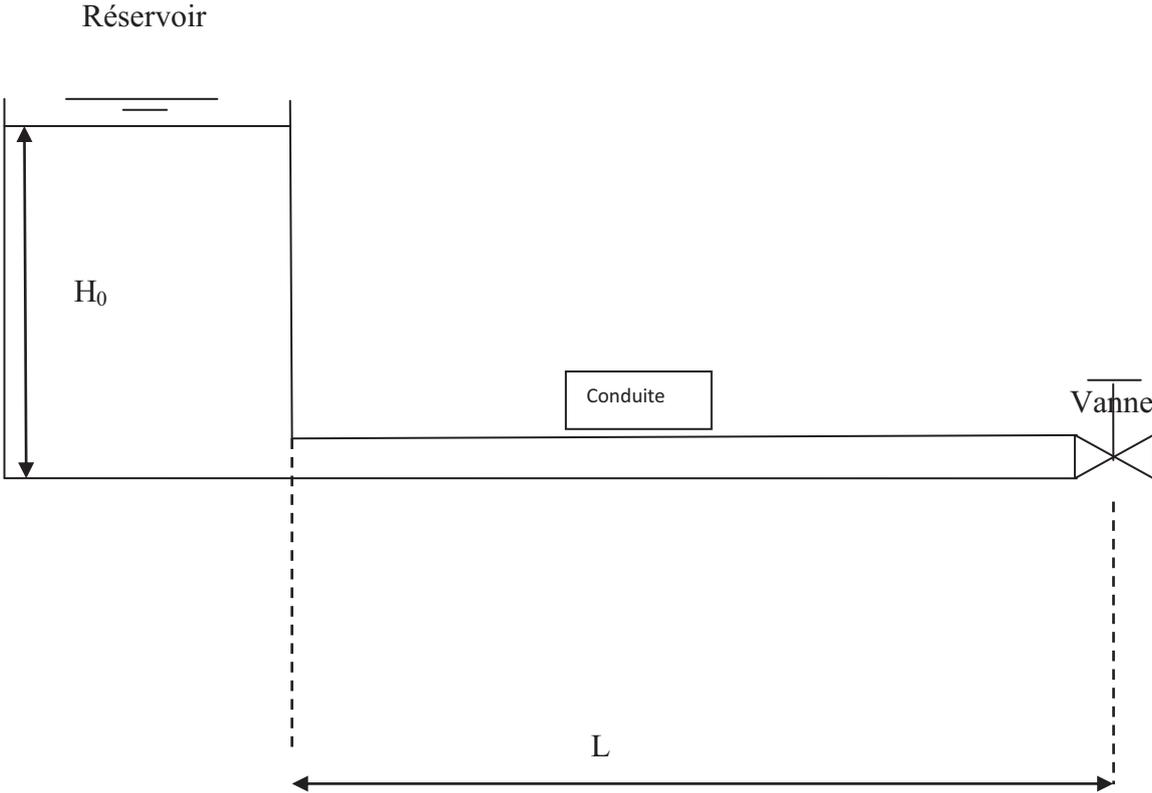
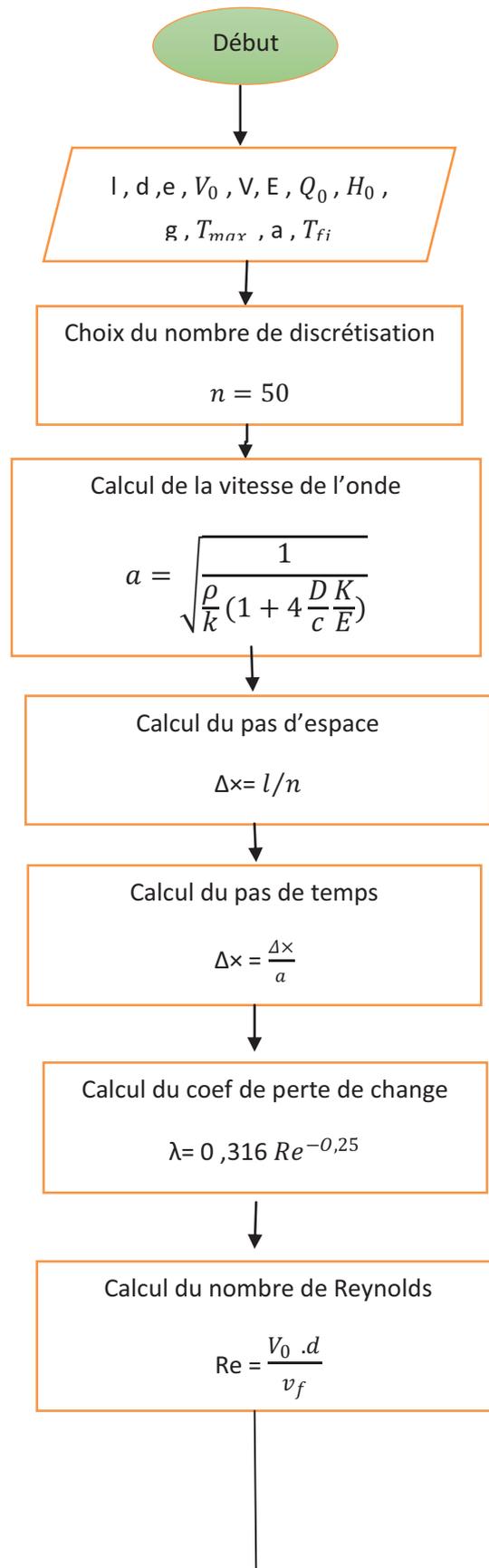


Figure V-1 : Schéma de l'installation hydraulique (réservoir –conduite- vanne)

V-2- Application et résultats de calcul :**A-Organigramme :**

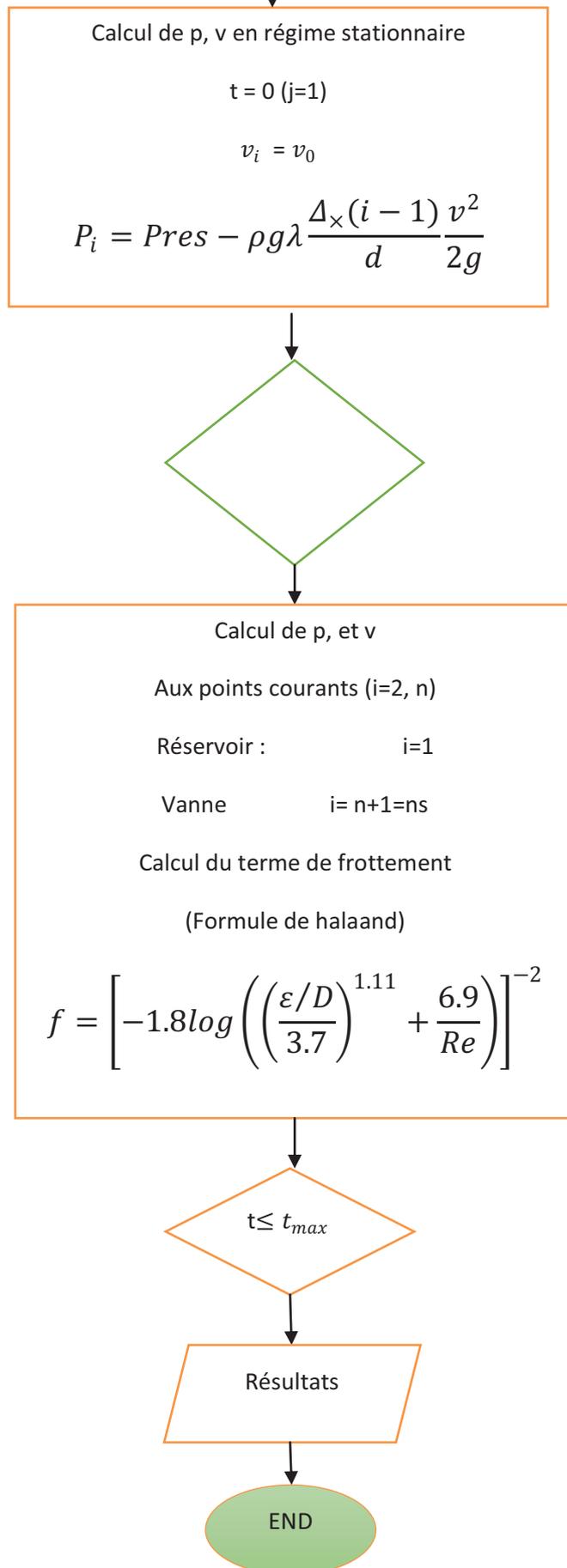


Figure V-2:
Organigramme de calcul

B- Cas de la conduite en polyéthylène :

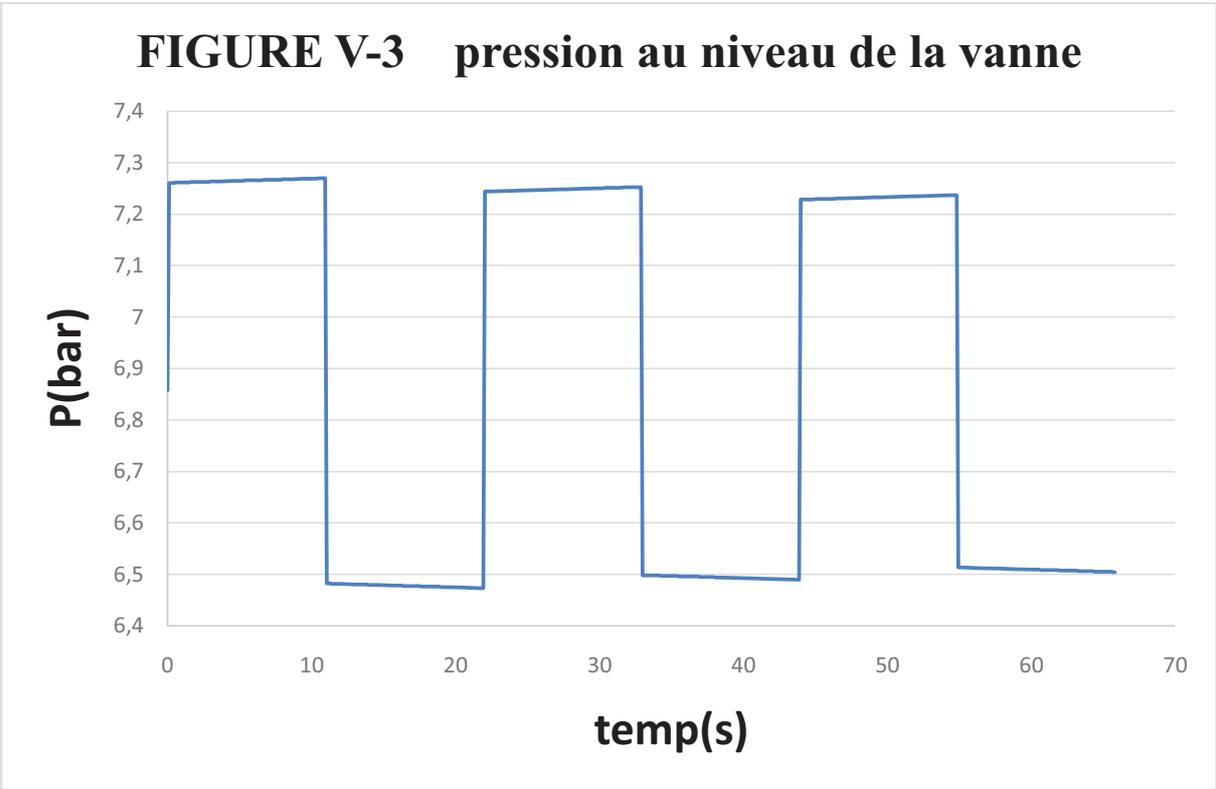
Le module d'élasticité d'une conduite en polyéthylène est de ($E=64,5$ GPa). La vitesse de l'onde acoustique a été mesurée à ($a = 291.1019$ m/s), et le pas de temps utilisé est de $\Delta t = 1,030567 \cdot 10^{-1}$ s. Pour calculer le frottement, nous avons employé la formule de Halaand.

Dans cette section, la figure (V-3) présente les valeurs de pression au niveau de la vanne. Après une fermeture de la vanne d'une durée de 2 ms, la pression augmente jusqu'à atteindre ($P=7,2688$ bar).

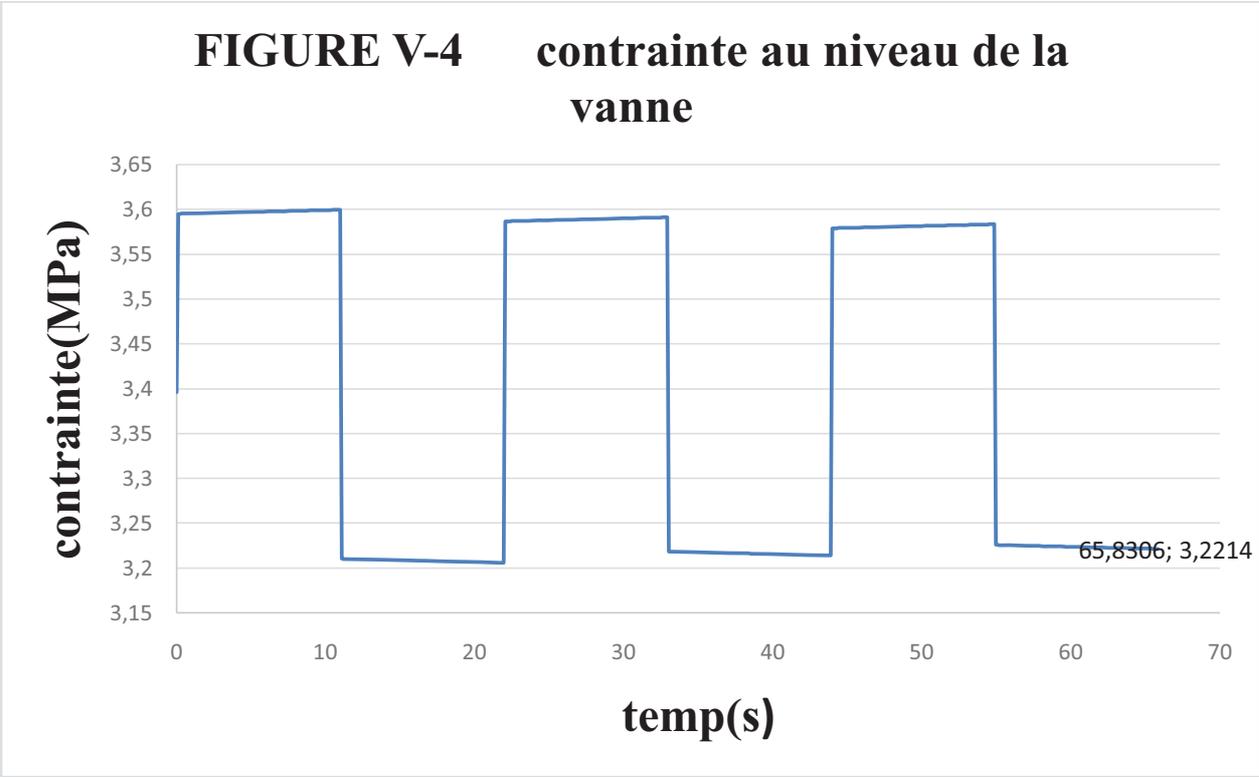
Ensuite, la pression diminue davantage pour atteindre ($P=6,4739$ bar) au moment correspondant à un aller-retour d'onde de $t=11,00814$ s ($T=2L/a$). Par la suite, la pression augmente à nouveau à $t=22,00531$ s ($T=4L/a$), revenant ainsi à des valeurs presque identiques à celles du début de l'effet du coup de bélier. Ce phénomène se répète. Cependant, on observe un certain amortissement du signal de pression et de contrainte (voir figures (V-3) et (V-4)) en raison du frottement du matériau de la conduite (polyéthylène). Les courbes des contraintes ont une allure générale similaire à celle des courbes de pression.

La vitesse au centre de la conduite présente des oscillations entre des valeurs maximales de $0,1472$ m/s et des valeurs minimales de $-0,1439$ m/s. De plus, on observe également un amortissement progressif du signal de vitesse dans le temps (voir figure (V-5)), en raison des facteurs de frottement liés à l'impact du matériau de la conduite. Les courbes de vitesse au centre de la conduite présentent une allure générale similaire à celles des courbes de pression et de contrainte au centre de la conduite (voir figures (V-6) et (V-7)).

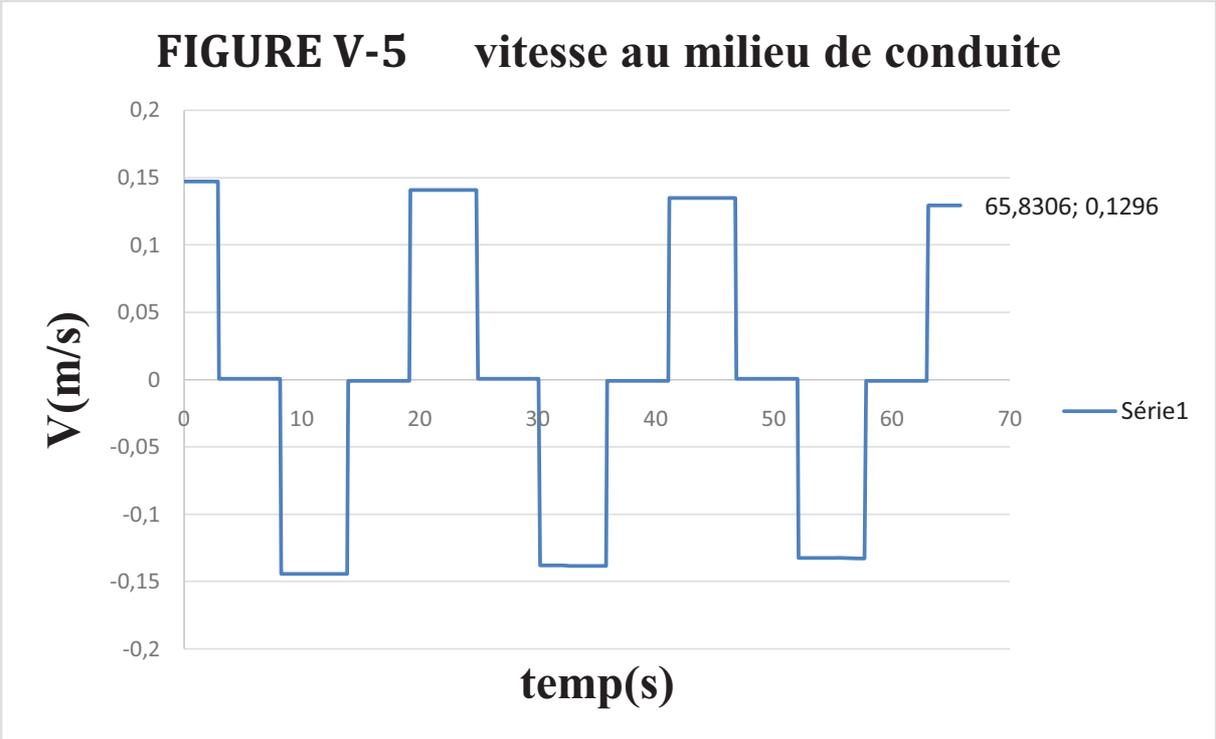
1- pression au niveau de la vanne



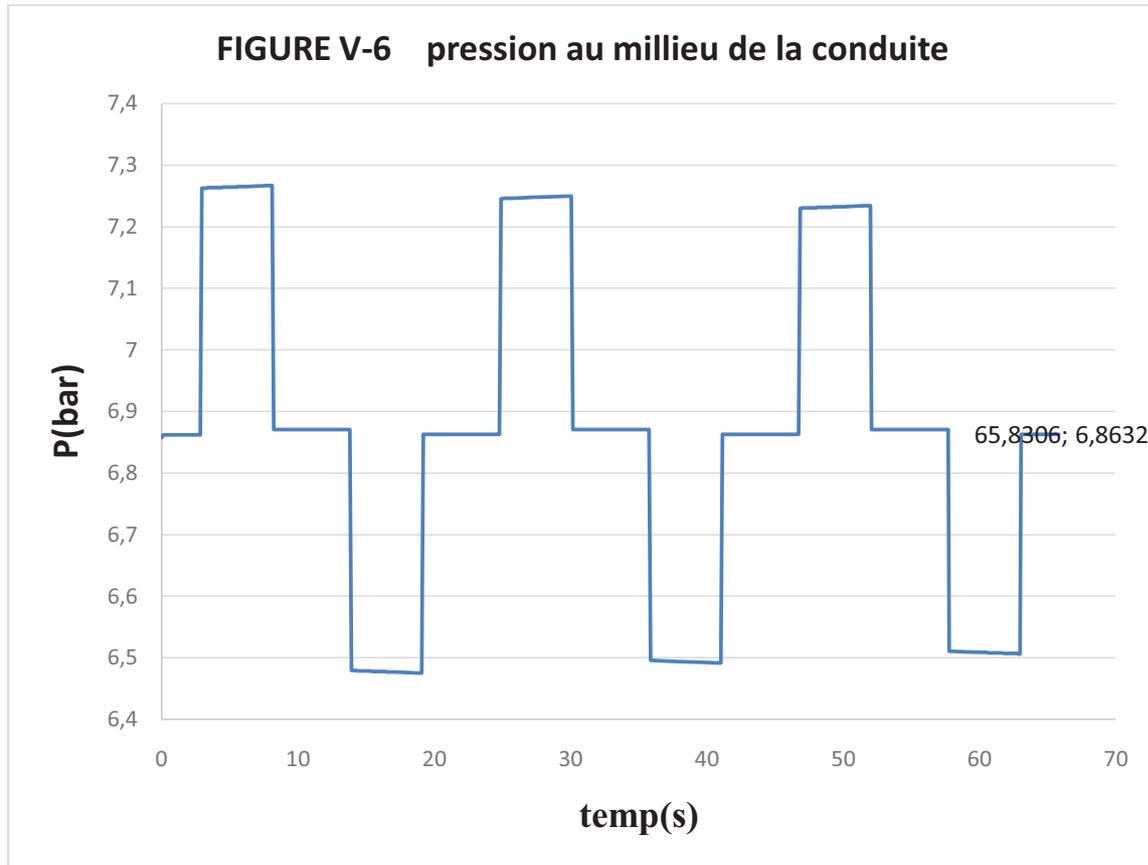
2- La contrainte au niveau de la vanne :



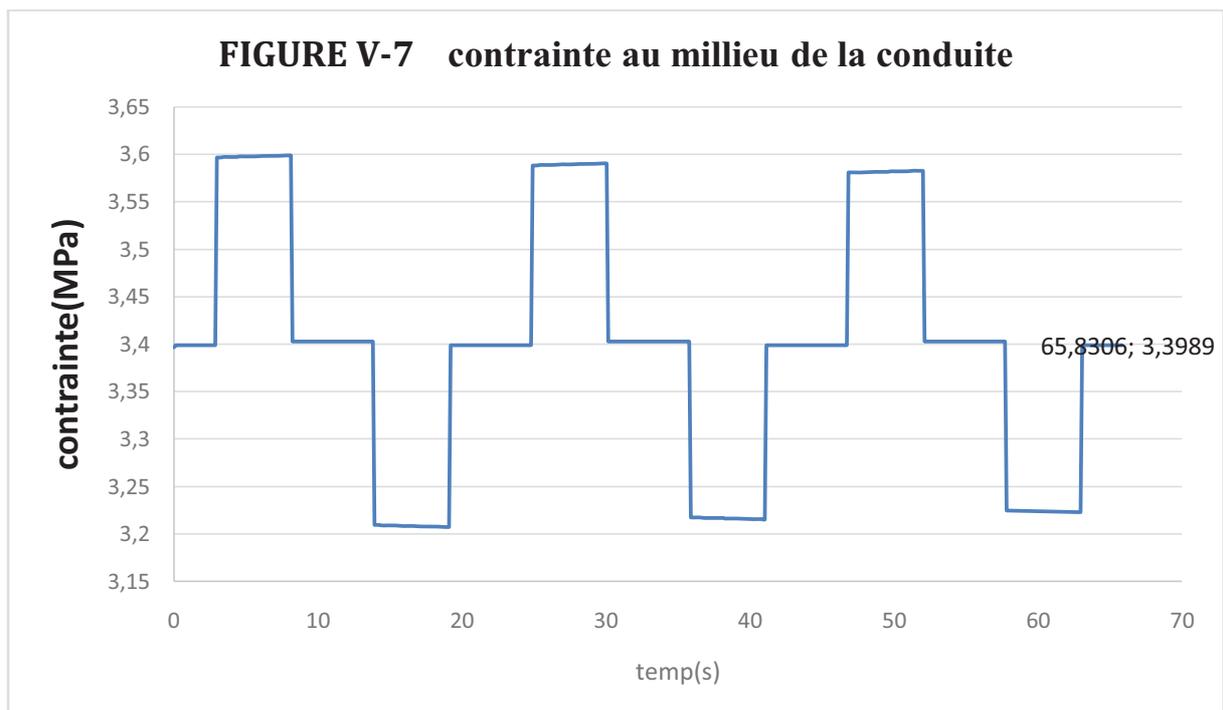
3- La vitesse au milieu de la conduite :



4- Pression au milieu de la conduite :



5- La contrainte au milieu de la conduite :



Conclusion

Dans le cadre de cette étude, nous avons scruté les répercussions des réglementations de fermeture des vannes sur l'écoulement transitoire des fluides au sein des conduites. Nos observations ont révélé que la fermeture des vannes peut engendrer des phénomènes transitoires indésirables, tels que des coups de bélier, des surpressions et des contraintes mécaniques.

Pour traiter cette problématique, nous avons élaboré un système d'équations décrivant le phénomène d'écoulement temporaire des fluides dans des conduites en matériau élastique, en particulier en polyéthylène. Ce système d'équations, de nature hyperbolique, a été résolu au moyen d'une approche combinant la méthode des caractéristiques et celle des différences finies.

En appliquant notre modèle à une installation hydraulique décrite dans la littérature, nous avons obtenu des résultats mettant en évidence l'influence du matériau de la conduite (notamment son module d'élasticité) sur les paramètres de l'écoulement tels que la pression et la contrainte.

En fin, il est recommandé d'enregistrer l'historique de la pression dans le temps à une seule section de la conduite (par exemple, au niveau de la vanne) afin d'analyser les ondes de pression. La vitesse de l'écoulement peut avoir une influence significative sur la période et l'intensité du coup de bélier, ce qui peut avoir des conséquences importantes. L'effet de la pression et de la contrainte de coup de bélier sur une conduite dépend de plusieurs facteurs, tels que la vitesse du fluide, la longueur de la conduite, les propriétés du fluide et les caractéristiques de la conduite elle-même.

Bibliographies:

1- Ancien mémoire qui s'intitule sur : Simulation numérique de la propagation des ondes Elastiques dans les conduites en charge.pdf

2-Improved method for simulating frictional losses in laminar transient liquid pipe flow.pdf

3-GENIĆ Et Al. (2011). A Review of Explicit Approximations of Colebrook's Equation, FME Transactions, Vol.39, 2, 67- 71.

4- Mémoire d'AIT MOUSSA Mourad sous thème : Étude du coup de bélier dans une conduite en refoulement (2019/2020) .pdf

5- Mémoire de T.HAZEM (2014/2015)

Annexe 01

Calcul détaillé de concernons de l'équation de conservation de la masse

$$\frac{\partial(\rho A dx)}{\partial t} = \rho AV - (\rho AV + \frac{\partial(\rho AV)}{\partial x} dx) \quad (A-1.1)$$

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} = - \left(\frac{\partial(\rho AV)}{\partial x} \right) \quad (III - 10)$$

En explicitant les dérivées partielles spatiales et temporelles, ainsi qu'en regroupant les termes, on obtient.

$$A \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + \rho \left(\frac{\partial A}{\partial t} + v \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \rho A \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (A - 1.1)$$

Et comme :

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \text{ et } \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{1}{A} \left(\frac{\partial A}{\partial t} + v \frac{\partial A}{\partial x} \right) \quad (A - 1.1)$$

L'expression (III.11) se simplifie pour donner :

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (A - 1.1)$$

Exprimons ce qui se passe du point de vue de l'analyse des contraintes et déformations.

Le terme $\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}$ prend en compte la compressibilité du fluide.

Et $\frac{1}{A} \frac{dA}{dt}$ l'élasticité transversale de la conduite.

La tuyauterie doit être construite avec des joints de dilatation qui peuvent être librement déformés dans les en vertical. Mathématiquement, cette contrainte long étudiable est exprimée

par $\rho=0$, en supposant que la déformation est petite et proportionnelle à la contrainte. On peut écrire selon la **loi de Hooke** :

On a : $\rho = f(A, P)$ Ce pendant, les phénomènes thermiques liés à la dissipation mécanique et à l'échange avec l'extérieur ($A=Cte$) sont négligeables, et l'eau est supposée être un fluide barométrique, donc ceci est pris en compte

L'explication suivante de son module d'élasticité : K

$$dP = K \frac{d\rho}{\rho} \quad (A-1.1)$$

Selon la théorie de la résistance des matériaux, les conduites hydrauliques circulaires (de vrai en t'être élastiques, se déformer comme si elle s'était constituées d'anneaux séparés et avoir une épaisseur relative ment min ce pour égaliser la contrainte).L'épaisseur représentée sur la figure (III2) est obtenue à partir de l'équation de mouvement suivante:

$$\sigma = \frac{PD}{2e} \quad (A-1.2)$$

Cette formule exprime la contrainte σ pour la différence de pression entre le fond et l'extérieur

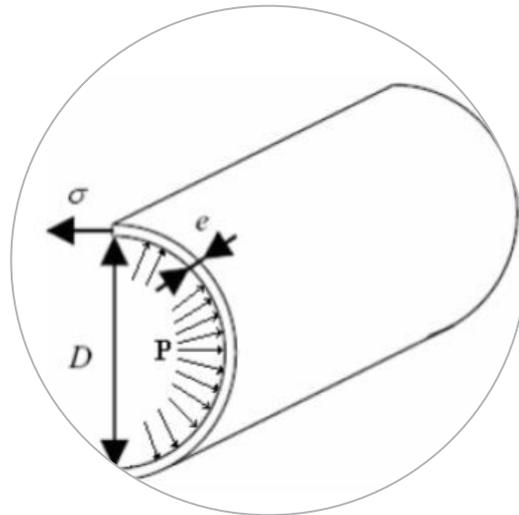


Figure III-2 : Contrainte latérale dans une conduite a paroi mince.

En utilisant la définition de la déformation du matériau, à savoir :

$$d\varepsilon = \frac{dR}{R} \quad (A-1.3)$$

R étant le rayon hydraulique de la conduite.

Et en introduisant le module d'élasticité constant E du matériau, défini par :

$$\sigma = E \varepsilon \quad (\text{A-1.4})$$

Cette contrainte mécanique latérale s'explique comme :

$$d\sigma = E \frac{dR}{R} \quad (\text{A-1.5})$$

Combiner des expressions (III-15) et (III-18), sachant que $dA = 2\pi R dR$ et En supposant que l'épaisseur de paroi (e) reste constante pendant le processus de déformation du tube :

$$\frac{dA}{A} = D \frac{dP}{eE} \quad (\text{A-1.6})$$

Par la résolution mathématique des équations (III-13), (III-14) et (III-19), on obtient l'expression suivante de l'équation de continuité :

$$\rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{dP}{dt} = 0 \quad (\text{A.1.7})$$

Et comme la pression est fonction uniquement de x de t, on trouve :

$$\rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial t} = 0 \quad (\text{A.1.8})$$

C'est la vitesse de propagation de l'onde de pression, définie par Lorenzo Allievi comme étant égal a :

$$a = \sqrt{\frac{1}{\rho \left(\frac{1}{K} + \frac{D}{eE} \right)}} \quad (\text{A.1.9})$$

Annexe 02

Le système d'équations devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} = A \\ \frac{\partial H}{\partial t} dt + \frac{\partial H}{\partial x} dx = dH \\ \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{\partial V}{\partial x} dx = dV \end{array} \right. \quad (\text{A.2.1})$$

On peut aussi arranger ce système sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} 1. \frac{\partial H}{\partial t} + 0. \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \\ 0. \frac{\partial H}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + 1. \frac{\partial V}{\partial t} + 0. \frac{\partial V}{\partial x} = A \\ \frac{\partial H}{\partial t} dt + \frac{\partial H}{\partial x} dx + 0. \frac{\partial V}{\partial t} dt + 0. \frac{\partial V}{\partial x} dx = dH \\ 0. \frac{\partial H}{\partial t} dt + 0. \frac{\partial H}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{\partial V}{\partial x} dx = dV \end{array} \right. \quad (\text{A.2.2})$$

En écrivant le système (IV-4) sous la forme matricielle (M.X = B) on aura :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{a^2}{g} \\ 0 & g & 1 & 0 \\ dt & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dt & dx \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial t} \\ \frac{\partial H}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial t} \\ \frac{\partial V}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ A \\ dH \\ dV \end{bmatrix} \quad (\text{A.2.3})$$

On a $\Delta; \Delta P_t; \Delta P_x; \Delta V_t; \Delta V_x$

Calcul du déterminant, Δ , de la matrice M :

$$\Delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{a^2}{g} \\ 0 & g & 1 & 0 \\ dt & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dt & dx \end{bmatrix} \quad (\text{A.2.4})$$

$$\Delta = 1 \begin{bmatrix} g & 1 & 0 \\ dx & 0 & 0 \\ 0 & dt & dx \end{bmatrix} - 0 + 0 - \frac{a^2}{g} \begin{bmatrix} 0 & g & 1 \\ dt & dx & 0 \\ 0 & 0 & dt \end{bmatrix}$$

$$\Delta = -(dx^2 - 0) + a^2(dt^2 - 0)$$

$$\Delta = a^2 dt^2 - dx^2$$

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow a^2 dt^2 - dx^2 = 0 \Rightarrow a^2 = \frac{dx^2}{dt^2}$$

$$\Rightarrow dx = \pm a dt$$

$$\left\{ \begin{array}{l} dx = +a dt \dots\dots\dots C^+ \quad (\text{A.2.5}) \\ dx = -a dt \dots\dots\dots C^- \end{array} \right.$$

C^+ Et C^- Représentent les droites caractéristiques du système d'équations.

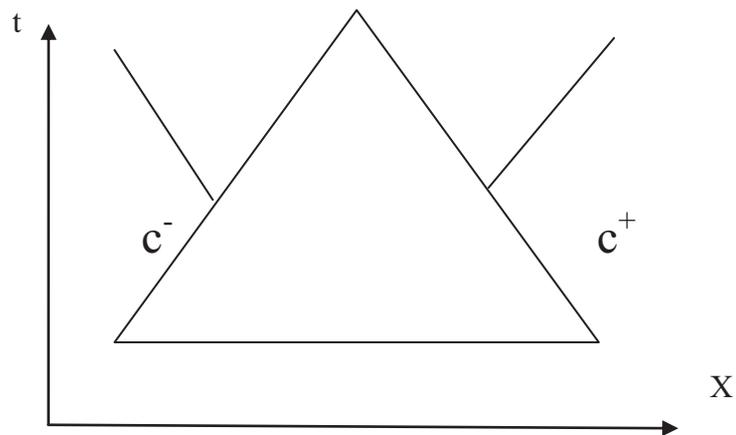


Figure IV-2 : droites caractéristique dans le plan (x, t) .

A) Recherche de la relation de compatibilité :

$$\Delta H_t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{a^2}{g} \\ Ag & 1 & 0 & \\ dHdx & 0 & 0 & \\ dV & 0 & dt & dx \end{bmatrix} \quad (\text{A.2.6})$$

$$\Delta H_t = 0 \begin{bmatrix} g & 1 & 0 \\ dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx \end{bmatrix} + 0 + 0 - \frac{a^2}{g} \begin{bmatrix} Ag & 1 \\ dHdx & 0 \\ dV & 0 & dt \end{bmatrix}$$

$$\Delta H_t = \frac{-a^2}{g} [A(dxdt - 0) - g(dHdt) + gdV \cdot 0 + dH \cdot 0 - dx dv]$$

$$\Delta H_t = \frac{-a^2}{g} [Adxdt - gdHdt - dx dV]$$

$$\Delta H_t = 0$$

$$\Leftrightarrow Adxdt - gdHdt - dx dV = 0$$

$$Adx - gdH - \frac{dx}{dt} DV = 0 \quad (\text{A.2.7})$$