



Faculté : TECHNOLOGIE

Département : Génie mécanique

Domaine : SCIENCES ET TECHNOLOGIES

Spécialité : ...Energétique.....

Mémoire

Présenté en vue de l'obtention du Diplôme de Master

Thème:

Influence de la loi de fermeture d'une vanne lors des écoulements transitoires de fluide

Présenté par : Hellal amer

Encadrant : Djemili abdelouaheb MCA univ Badji Mokhtar ANNABA

Jury de Soutenance :

Mechighel farid	Pr	Université de Annaba	Président
Djemili abdelouaheb	MCA	Université de Annaba	Encadrant
Kadri salim	MAA	Université de Annaba	Examineur

Année Universitaire : 2022/2023

Sommaire

- **REMERCIEMENT**
- **INTRODUCTION**

CHAPITRE I : GENERALITES SUR LES ECOULEMENTS TRANSITOIRES DE FLUIDE DANS UNE CONDUITE

I.1.1- Importance et implication dans les systèmes de vanne.....	13
I. 1.2- Problématique et objectifs de l'étude	13
I .2.1 la Démarche	14
I.2.2 Définition l'écoulement transitoire	15
I.2.3 Les types d'écoulement	15
I.2.4 LES vannes	16
I.2.5 Vannes dans la conduite	17
I.2.6 Les différents types des vannes	17
I.2- La fermeture de la vanne	17
I.3- Les différents types de lois de fermeture de vanne et comment sont-elles appliquées dans la pratique industrielle	18

CHAPITRE II : RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE SUR L'ÉCOULEMENT TRANSITOIRE

II-1-Description des phénomènes physiques en jeu	21
II-1-1 Facteurs influençant les écoulements transitoires	21
II-1-2-Etat d'équilibre d'un système hydraulique	21
II-1-3 – Onde élastique et oscillation en masse	22
II.1.4 Les types des ondes	22
II-2-Description détaillée du phénomène transitoire	22
II-2-1-Définition	22
A) Causes du coup de bélier	23

Sommaire

B) Conséquences du coup de bélier	23
II.2.2- facteurs qui déterminent la propagation du souffle et la sévérité des coups de bélier	24
II.2.3- Visualisation physique	25
II-2-4 –Modélisation du coup de bélier pour une conduite à section constante	26
II.2.5- Influence d'une fermeture non instantanée	28
II.2.6- Les vannes	29
II.2.7- Le système continu [eau-conduite]	29
II.2.8- Classification des écoulements instationnaires ou des phénomènes transitoires	29
A-Oscillation en masse ou montée subite	29
B-Coup de bélier ou écoulement transitoire	30
II.2.9- Méthode de contrôle de la pression transitoire	30
Classification des méthodes préventives	30
A-Méthode de réduction de la vitesse de l'onde	30
B- Réduction du taux de changement d'écoulement	31
C-Méthode de limitation de la pression	31
D-D 'autres méthodes	31
 CHAPITRE III : RECHERCHE DES EQUATIONS DE BASE POUR LE PHENOMENE TRANSITOIRE	
III.1 Développement des équations hydraulique de base.....	33
III.1.1 Définition	33
III-1-2 Formulation générale	33

Sommaire

A) Équation de conservation de la masse (ou équation de continuité).....	33
B) Équation de conservation de la quantité de mouvement	34
C) Équation de conservation de l'énergie	35
D) Lois de comportement mécanique	35
D) Lois de comportement thermodynamique	35
D) Lois de comportement de la conduite	36
III.2 Equations simplifiées (dans le cas particulier de l'écoulement de l'eau dans une conduite)	36
III.2 .1 Hypothèses	36
III-1-2 –Équation de conservation de la masse ou équation de continuité	36
III-1-3-Équation de quantité de mouvement ou équation de la dynamique	38
Terme de frottement tricha	42

CHAPITRE IV : METHODE DE RESOLUTION DU SYSTEME D'EQUATIONS

IV-INTRODUCTION	45
IV-2-Modélisation mathématique de H (ou P) et V le long de la conduite	46
A-Recherche des caractéristiques.....	46
IV-3 Calcul de la hauteur de pression H et de la vitesse V aux points courants	47
IV-3-1- Critère de stabilité du schéma numérique.....	48
IV-3-2-Intégration des équations de compatibilité	48
IV-3-3-Calcul de H (ou P) et V (intégration aux points courants)	49
IV-3-4-Calcul et modélisation du terme de frottement de Trikha	50
IV-4-Conditions aux limites.....	51

Sommaire

1-extrémité amont (réservoir).....51

2-extrémité avale (vanne).....51

CHAPITRE V : APPLICATION ET RESULTATS DE CALCUL

I.1. Introduction55

V.2. Définition des paramètres de l'installation55

V.3. Les propriétés physiques de l'installation55

V-4- Application et résultats de calcul.....56

DISCUSSION60

Observation des différentes lois de fermeture de vanne65

CONCLUSION.....66

Annexe A1.....69

Annexe A2.....72

REMERCIEMENT

Remerciements

Tout d'abord, louanges à Dieu, qui m'a fournis de la patience au moment de besoin, de la force au moment de la faiblesse et de la volonté contre le désespoir, et aussi je le remercie car il m'a mis dans de bonnes mains.

Je tiens à exprimer mes remerciements à mon encadreur Mr DJEMILI Abdelouaheb, enseignant (MCA) au département de Génie mécanique, Université Badji Mokhtar Annaba (UBMA). Mes remerciements vont aussi à mes enseignants Mr Mechighel Farid Professeur à l'université Badji Mokhtar Annaba (UBMA) ainsi que Mr Kadri salim , MAA à l'UBMA d'avoir participer au jury de soutenance.

Je remercie beaucoup ma famille et surtout ma mère et mon frère hamdi pour m'avoir motivé le long de ma préparation de mon travail.

Je remercie aussi tous les enseignants et mes collègues de département Génie Mécanique de L'UBMA.

dédicace

Tous les mots ne sauraient exprimer la gratitude, l'amour, le respect, la reconnaissance, c'est tout simplement que : Je dédie ce mémoire de master à :

A Ma tendre Mère : Tu représentes pour moi la source de tendresse et l'exemple de dévouement qui n'a pas cessé de m'encourager. Tu as fait plus qu'une mère puisse faire pour que ses enfants suivent le bon chemin dans leur vie et leurs études

A Mon très cher Père : Aucune dédicace ne saurait exprimer l'amour, l'estime, le dévouement et le respect que j'ai toujours pour vous. Rien au monde ne vaut les efforts fournis jour et nuit pour mon éducation et mon bien être. Ce travail et le fruit de tes sacrifices que tu as consentis pour mon éducation et ma formation le long de toute ma vie.

A mes chers freres et sœurs : hamdi et adel et nadia et warda et nouha et houria

A mon encadreur : Monsieur DJEMILI A.

A mes très chère amis : Badri, Issam, , Sami, Toufik, Chamso

A tous les membres de ma promotion.

Liste du figure

FIGURE	INTITULLE
Figure I.1	Vanne a passage direct
Figure II.2	Phénomene de coup de belier
FIGURE III-1	Bilan de masse dans un tronçon de conduite.
FIGURE III-2	Constraint lateral dans une conduite a paroi mince.
FIGURE III-3	Bilan des forces exercées sur un tronçon de conduite.
FIGURE IV -1	Courbe caractéristique
FIGURE IV -2	Droites caractéristiques dans le plan(x,t).
FIGURE IV -3	Points de discrétisation sur lesquels on effectue les calculs.
FIGURE IV -4	Schéma de discrétisation et droites caractéristiques.
FIGURE IV -5	Schéma numérique au point courant.
FIGURE IV -6	Schéma numérique au niveau de l'extrémité amont.
FIGURE IV -7	Schéma numérique au niveau de l'extrémité avale.
FIGURE V -1	Organigramme de calcul.
FIGURE V -2	Courbe de la pression au niveau de la vanne
FIGURE V -3	Courbe de la contrainte au niveau de la vanne
FIGURE V -4	Courbe de la vitesse au milieu de la conduite
FIGURE V -5	Courbe de la pression au niveau de la conduite
FIGURE V -6	Courbe de la contrainte au niveau de la conduite
FIGURE V-7	Courbe de la vitesse au milieu de la vanne
FIGURE V -8	Courbe de la pression au niveau de la vanne
FIGURE V-9	Courbe de la contrainte au niveau de la vanne
FIGURE V -10	Courbe de la vitesse au milieu de la conduite
FIGURE V -11	Courbe de la pression au niveau de la vanne

Nomenclature

Symboles	description
\vec{v}	Le vecteur de vitesse , m/s
ρ	La masse volumique , kg/m^3
Q	Le débit d'écoulement de fluide , m^3/s
V	La vitesse moyenne, m/s
V	Le volume de contrôle, m^3
\vec{F}	Force par unité de volume N
$\bar{\sigma}$	Le tenseur de contrainte, N/m^2
ε	Le tenseur des taux de déformation , s^{-1}
λ	Coefficient de frottement
μ	Coefficient de viscosité, Pa s
τ	Le tenseur de contrainte de viscosité, Pa
V	Le volume occupé par , m^3
α	Le coefficient de compressibilité, m^2/N
τ_0	La contrainte tangentielle de viscosité partielle, N/m^2
d	Le diamètre de la conduite, m
σ	La contrainte normale, N/m^2
r	Le rayon de la conduite, m
e	L'épaisseur de la conduite , m
θ	L'angle de variation, °
a	La vitesse de propagation de l'onde de perturbation, m/s
g	L'accélération de la pesanteur, m/s^2
t_f	Le temp de fermeture de la vanne , s
L	La longueur de la conduite , m
E	Le module d'élasticité de la conduite, MPa
V_{NS}	La vitesse (l'extrémité aval),m/s
H	Hauteur de pression, m
P	Pression du fluide en écoulement, bar
K	Module d'élasticité de l'eau, Pa
A	Section de la conduite, m^2

Résumé

Ce mémoire se concentre sur l'étude de l'influence de la loi de fermeture d'une vanne sur les écoulements transitoires de fluide dans une conduite. La fermeture d'une vanne entraîne parfois une surpression à l'intérieur de la conduite. Cette surpression produit un phénomène de coup de bélier. Pour cela il faut utiliser les équipements anti bélier pour protéger la conduite.

Dans cette étude, on a écrit un système d'équations régissant le phénomène des écoulements transitoires de fluide dans une conduite pour le cas du matériau élastique comme l'acier. La résolution du système d'équations différentielles aux dérivées partielles de type hyperbolique a été réalisée en utilisant la méthode des caractéristiques couplé à celle des différences finies. Le calcul du terme frottement est basé sur le modèle de Trikha [20]. Pour montrer l'influence de la fermeture de la vanne sur la variation de pression, de la vitesse du fluide et des contraintes mécaniques dans la paroi de la conduite, nous avons utilisé trois lois de fermeture de vanne.

Introduction générale :

L'étude de la dynamique des fluides est une branche importante de la mécanique des fluides qui permet de comprendre le comportement des fluides en mouvement dans les conduites.

Les écoulement transitoire (coup de bélier) qui correspondent à des variations soudaines de la pression ou des contraintes dans la conduite, sont des phénomènes complexes qui peuvent avoir des effets sur la stabilité et la sécurité des systèmes de tuyauterie.

L'influence de la loi de fermeture d'une vanne dans un système de conduites est un sujet de recherche important et d'actualité. La vanne, qui est utilisée pour contrôler les propriétés physiques de fluide, peut être soumise à différentes lois de fermeture.

Le but de ce mémoire de fin d'études est d'analyser l'influence de la loi de fermeture d'une vanne sur la dynamique des fluides lors des écoulements transitoires dans une conduite. Pour ce faire, nous étudierons différents modèles mathématiques et une simulations numériques pour évaluer l'effet de la loi de fermeture de la vanne sur les variables hydrauliques telles que la pression, la contrainte et la vitesse de fluide, Enfin nous discuterons des résultats de cette étude.

CHAPITRE I

GENERALITES SUR LES ECOULEMENTS TRANSITOIRES DE FLUIDE DANS UNE CONDUITE

I. 1.1- Importance et implications dans les systèmes de la vanne

Le sujet de l'influence de la loi de fermeture d'une vanne lors des écoulements transitoires de fluide dans une conduite est d'une importance capitale pour plusieurs raisons.

Tout d'abord, les systèmes de tuyauterie sont utilisés dans de nombreuses applications industrielles telles que la production et le transport de pétrole, le traitement des eaux usées et la production d'électricité. Les écoulements transitoires de fluide peuvent survenir dans ces systèmes, par exemple lorsqu'une vanne est fermée brusquement, ce qui peut entraîner des phénomènes tels que des ondes de pression, des cavitations et des pertes de charge.

Ensuite, la loi de fermeture de la vanne est un facteur important qui influe sur la dynamique des fluides lors des écoulements transitoires dans une conduite. La fermeture rapide ou progressive de la vanne peut affecter les variables hydrauliques clés telles que la pression, le débit et la vitesse du fluide.

Enfin, une compréhension approfondie de l'influence de la loi de fermeture de la vanne sur les écoulements transitoires de fluide peut aider à optimiser la conception des systèmes de tuyauterie pour garantir une sécurité et une efficacité énergétique accrues. En effet, des conceptions de systèmes de tuyauterie inadéquates peuvent entraîner des pertes d'énergie, des pannes et même des accidents graves.

En somme, l'étude de l'influence de la loi de fermeture d'une vanne lors des écoulements transitoires de fluide dans une conduite est un sujet crucial qui peut contribuer à améliorer la sécurité et l'efficacité énergétique des systèmes de tuyauterie dans différents domaines industriels.

II. 1.2- Problématique et objectifs de l'étude :

La problématique de cette étude est de comprendre l'impact de la loi de fermeture d'une vanne sur la dynamique des fluides lors des écoulements transitoires dans une conduite. En particulier, il s'agit de déterminer comment la loi de fermeture de la vanne affecte les variables hydrauliques clés telles que la pression, le débit et la vitesse du fluide.

Les objectifs de cette étude sont les suivants :

- Analyser différentes lois de fermeture de vanne et leur impact sur les écoulements transitoires de fluide dans une conduite.
- Modéliser mathématiquement la dynamique des fluides lors des écoulements transitoires de fluide dans une conduite, en prenant en compte la loi de fermeture de la vanne.
- Utiliser des simulations numériques pour évaluer l'effet de la loi de fermeture de la vanne sur les variables hydrauliques clés telles que la pression, le débit et la vitesse du fluide.
- Discuter des résultats de l'étude et proposer des recommandations pour optimiser la conception des systèmes de tuyauterie en fonction de la loi de fermeture de la vanne, afin de garantir une sécurité optimale et une efficacité énergétique accrue.

En somme, l'objectif de cette étude est d'améliorer notre compréhension de l'influence de la loi de fermeture d'une vanne sur les écoulements transitoires de fluide dans une conduite, afin d'optimiser la conception des

Systèmes de tuyauterie et d'assurer une sécurité et une efficacité énergétique maximales.

I.2.1- la Démarche

Dans ce travail, nous avons fixé l'objectif de traiter le régime transitoire (coup de bélier) dans les systèmes hydrauliques en charge, en passant par l'aspect théorique équations de bases (équation de conservation de la masse ou équation de continuité et équation de la conservation de la quantité de mouvement) et les hypothèses de base ainsi que les équations de comportement mécanique et thermodynamique.

Pour la résolution du système d'équations, on a utilisé les méthodes mathématique et numérique, pour nous permettre de quantifier ce type de phénomène.

A l'heure actuelle, la disponibilité croissante de la puissance du calcul des ordinateurs dont le cout est décroissant, a permis de développer des outils numériques de simulation, dont la précision et la fiabilité sont déjà fort acceptables, d'autant que l'on respecte conditions d'utilisations.

Des pertes de charge, ainsi que des conditions aux limites peuvent être prises en compte dans ces méthodes d'analyses.

Parmi les méthodes numériques les plus utilisées dans ce domaine, on cite :

1. La méthode des caractéristiques la plus robuste des algorithmes d'analyses de phénomènes transitoires (Méthodes OF Caractéristiques MOC).
2. La méthode des différences finies (FDM)

I.2.2 Définition l'écoulement transitoire :

L'écoulement transitoire, également appelé écoulement instable, fait référence à un type d'écoulement dans lequel les propriétés du fluide telles que la vitesse, la pression et la densité changent avec le temps à des endroits spécifiques. Contrairement à l'écoulement en régime permanent, où les propriétés du fluide restent constantes dans le temps, l'écoulement transitoire modifie dynamiquement le comportement du fluide.

Dans les écoulements transitoires, les conditions initiales et aux limites jouent un rôle important dans le comportement du liquide. Les débits peuvent être affectés par des changements brusques de vitesse d'écoulement, des fluctuations de pression, des perturbations

Des écoulements transitoires peuvent se produire dans de nombreuses situations, telles que le démarrage ou l'arrêt de systèmes de fluides, des changements soudains dans les conditions de fonctionnement et des interactions complexes entre les fluides et les corps environnants. La compréhension et la modélisation des écoulements transitoires sont importantes pour de nombreuses disciplines d'ingénierie, telles que la conception de conduites d'eau, l'aérodynamique de décollage et d'atterrissage d'avions et les études sur les vagues et les marées.

I.2.3 Les types d'écoulement :

Les types de d'écoulements font référence aux différentes manières dont un fluide (liquide ou gaz) peut se déplacer. Voici quelques types de courants

Écoulement laminaire : Dans l'écoulement laminaire, les particules liquides se déplacent de manière ordonnée et ordonnée dans des chemins parallèles. Les différentes couches de liquide glissent les unes sur les autres sans trop se mélanger. Cet écoulement est caractérisé par des lignes de courant douces et régulières

Turbulence : Dans la turbulence, les particules liquides se déplacent de manière chaotique avec des tourbillons et des fluctuations de vitesse. Les différentes couches de

liquide sont activement mélangées. Cet écoulement est caractérisé par des changements irréguliers et aléatoires de vitesse et de pression

Écoulement stationnaire : Dans un écoulement les propriétés du fluide (vitesse, pression, etc.) à un emplacement particulier ne changent pas avec le temps. Les lignes de courant de courant

Écoulement instationnaire : Dans un écoulement instationnaire les propriétés du fluide changent avec le temps à des endroits spécifiques. Les lignes de courant changent continuellement au fil du temps.

Écoulement compressible : l'écoulement compressible présente de grandes fluctuations de la densité du liquide, principalement en raison des fluctuations de pression. Surtout lorsque la vitesse du fluide se rapproche de la vitesse du son, l'effet de la compressibilité du fluide doit être pris en compte

Écoulement incompressible : Pour un écoulement incompressible, la variation de densité du liquide est négligeable. Étant donné que les fluctuations de pression ont peu d'effet sur la densité d'un liquide, la densité est considérée comme constante.

I.2.4 Les vannes

Une vanne est un dispositif destiné à contrôler (stopper ou modifier) le débit d'un fluide liquide, gazeux, pulvérulent ou multiphasique, en milieu libre (canal) ou en milieu fermé (canalisation)

L'équivalent anglo-saxon de vanne est le mot valve¹, dont le sens est plus général puisqu'il recouvre les traductions de valve, vanne et de soupape en français.

Le terme synonyme de vanne est robinet. Il est parfois utilisé pour des modèles de petites dimensions, couramment montés sur des canalisations domestiques.



Figure I.1 : vanne à passage direct

I.2.5 Vannes dans la conduite :

Une variété de vannes peut être utilisée dans les pipelines pour contrôler le débit, la pression et le débit des liquides. Les vannes couramment utilisées dans les pipelines

Vanne de régulation : Les vannes de régulation sont utilisées pour réguler le débit ou la pression du fluide dans une conduite. Ils permettent un contrôle précis des volumes de liquide en circulation, ce qui est essentiel dans de nombreux processus industriels

Vanne d'isolement : Les vannes d'isolement sont utilisées pour couper complètement le débit de liquide dans une conduite. Des sections spécifiques de tuyau peuvent être isolées pour l'entretien ou la réparation, ou le débit peut être complètement arrêté si nécessaire

Vanne de dérivation : Les vannes de dérivation sont utilisées pour détourner une partie ou la totalité du débit de liquide de la conduite principale. Peut être utilisé pour détourner le débit vers un autre tuyau, réservoir ou équipement spécifique

Vanne de vidange : Une vanne de vidange est utilisée pour vidanger le liquide de la conduite. Vous pouvez vidanger les conduites lorsqu'elles ne sont pas utilisées, éliminer les fluides indésirables du système ou effectuer des opérations de vidange pendant la maintenance

Vanne de surverse : les Vannes de surverses sont utilisées pour expulser l'excès de liquide lorsqu'une pression excessive s'accumule dans les conduites. Protège les conduites contre les dommages causés par une pression excessive en drainant l'excès de liquide dans un réservoir de décharge

Vanne anti-retour : les Vannes anti-retour sont utilisés pour empêcher le reflux de liquides. Le fluide est libre de s'écouler dans une direction, tandis que l'écoulement dans la direction opposée est bloqué. Ceci est important pour maintenir la direction du flux dans le système

I.2.6 Les différents types des vannes

1. Vanne à papillon
2. Vanne anti retour
3. Vanne d'étranglement
4. Vanne à diaphragme
5. Vanne à clapet
6. Vanne à soupape
7. Vanne à pointeau

I.2.7 La fermeture de la vanne

La fermeture en cas d'échec signifie que la vanne se fermera automatiquement une fois que la source d'alimentation ou le signal est interrompu. Ce type de vanne nécessite d'alimenter une source d'alimentation en continu.

Si vous voulez que la vanne se ferme automatiquement pour protéger votre projet lorsque l'alimentation est coupée, la vanne à fermeture automatique sera votre meilleur choix.

Comme vannes pneumatiques à rappel par ressort et vannes motorisées normalement fermées à sécurité intégrée.

Pour les vannes à actionneur pneumatique à rappel par ressort, il existe un certain nombre de ressorts dans les vannes à actionneur pneumatique à rappel par ressort. Fournir de l'air pour s'ouvrir, une fois l'air interrompu, la vanne se fermera.

Pour les vannes motorisées normalement fermées à sécurité intégrée, il existe une capacité dans les vannes motorisées normalement fermées. Une fois l'alimentation coupée, la capacité sera une source d'alimentation et entraînera la vanne à se fermer

I.3.1- Les différents types de lois de fermeture de vanne et comment sont-elles appliquées dans la pratique industrielle

Dans la pratique industrielle, il existe différents types de lois de fermeture de vanne utilisées pour contrôler le débit des fluides et assurer la sécurité des processus. Voici quelques-uns des types courants de lois de fermeture d'une vanne

1. Loi linéaire : Dans cette loi, la vanne se ferme à un rythme constant. Elle est utilisée lorsque le processus nécessite une diminution linéaire du débit.
2. Loi logarithmique : Cette loi est basée sur une diminution logarithmique du débit lorsque la vanne se ferme. Elle est souvent utilisée pour les applications où une précision accrue est nécessaire à mesure que le débit diminue.
3. Loi exponentielle : La loi exponentielle est similaire à la loi logarithmique, mais elle suit une courbe exponentielle lors de la fermeture de la vanne. Elle est utilisée pour les applications où une fermeture rapide de la vanne est requise au début, suivie d'une diminution plus lente.
4. Loi inverse du temps : Cette loi de fermeture de vanne est basée sur une réduction du débit qui diminue plus rapidement au début et se ralentit progressivement au fil du

temps. Elle est souvent utilisée lorsque des conditions particulières de processus doivent être respectées lors de la fermeture de la vanne.

CHAPITRE II

RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE SUR L'ÉCOULEMENT TRANSITOIRE

II-1-Description des phénomènes physiques en jeu :

II-1-1 Facteurs influençant les écoulements transitoires :

1- Changement de débit soudain : Un écoulement transitoire est généralement associé à des changements de débit soudains dans le système. Cela peut inclure l'ouverture et la fermeture rapide des vannes, le démarrage ou l'arrêt des pompes ou des perturbations soudaines des conditions de débit.

2- Propriétés des fluides : les propriétés des fluides telles que la viscosité, la densité, la compressibilité et la température peuvent affecter l'écoulement transitoire. Par exemple, les liquides visqueux ou compressibles peuvent présenter des réponses transitoires plus prononcées que les liquides incompressibles ou non visqueux

3- Longueur et forme des conduites : les propriétés géométriques des conduites, notamment la longueur, le diamètre, la rugosité, la configuration (droite, courbée, etc.) peuvent affecter la propagation des ondes de pression et des perturbations dans le système

4- Effets d'inertie : L'inertie du fluide peut jouer un rôle important dans les écoulements transitoires. Les changements brusques de débit peuvent entraîner des variations rapides de la vitesse du fluide, ce qui peut provoquer des surpressions ou des dépressions transitoires.

5- Conditions aux limites : Les conditions aux limites du système, telles que les pressions d'entrée et de sortie, peuvent également influencer les écoulements transitoires. Des variations brusques ou inappropriées des conditions aux limites peuvent entraîner des phénomènes transitoires indésirables.

6- Résonance et réflexions : Dans certains cas, les écoulements transitoires peuvent être amplifiés par des phénomènes de résonance ou de réflexions d'ondes. Cela se produit lorsque les caractéristiques de la conduite, telles que sa longueur ou sa rigidité, sont proches des valeurs qui favorisent ces phénomènes

II-1-2- Équilibre du système hydraulique :

L'équilibre permanent est un état dans lequel un fluide se déplace dans un tuyau et son mouvement ne change pas dans le temps. En fait, il existe un équilibre entre l'énergie disponible (ou potentiel) et l'énergie produite par le mouvement et perdue par frottement (mouvement), qui définit le mouvement. Cette vision est macroscopique. En effet, à des échelles plus petites on observe que la vitesse fluctue toujours autour de la valeur

moyenne. C'est une manifestation de confusion. Aux fins de l'analyse effectuée ici, nous considérons les effets moyens dans le temps de la turbulence, en particulier en ce qui concerne l'évaluation des forces de frottement, qui sont les principaux contributeurs à la chute de pression. En fonction des conditions d'écoulement

II-1-3 – Ondes élastiques et oscillations de masse :

Comme mentionné ci-dessus, les fluctuations de vitesse dans les systèmes sous pression peuvent se comporter de deux manières différentes. Si le système est fermé, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de place pour que de grandes quantités d'eau s'accumulent, des fluctuations de pression locales importantes se produisent. Coup de bélier par onde élastique.

Lorsque l'eau s'accumule dans un réservoir ou une cheminée d'équilibre, on parle plus communément d'oscillation de masse.

Dans la suite, nous étudierons avec plus d'attention le phénomène de propagation des ondes élastiques. Les phénomènes de propagation d'ondes élastiques ont un effet plus limitant sur les matériaux que les phénomènes de vibration de masse inhérents à une cheminée à l'équilibre.

II.1.4 Les types des ondes :

Onde de pression : Onde de fluctuation de pression se propageant dans un liquide. Lorsqu'un changement soudain de débit se produit, une onde de pression se propage à travers le fluide à la vitesse du son à partir du point d'impact du changement. Ces ondes de pression peuvent se refléter sur les parois des conduites et provoquer des transitoires

Onde de vitesse : la vitesse du liquide change lorsque le débit dans le tuyau change. Ces fluctuations de vitesse se propagent le long de la conduite sous forme d'ondes de vitesse. Celles-ci impliquent des fluctuations de la quantité de mouvement du liquide et peuvent provoquer des perturbations dans le système

Ondes de densité : les écoulements transitoires peuvent également générer des ondes de densité dans les liquides compressibles. Ces ondes sont associées aux fluctuations de densité dans les liquides et sont principalement affectées par les fluctuations de pression et de température. Les ondes de densité se propagent dans les liquides et peuvent avoir des effets significatifs sur le comportement transitoire

II-2-Description détaillée du phénomène transitoire :

II-2-1-Définition :

Un changement soudain des conditions d'écoulement dans un tuyau fermé crée une série d'ondes de pression qui se propagent sur toute la longueur du tuyau et se désintègrent

progressivement par les pertes d'énergie et les forces de frottement. Ainsi, à tout stade de fonctionnement conduisant à des variations de la pression dynamique du liquide, ou plus précisément à la génération de trains d'ondes de pression, le risque de « coup de bélier » peut survenir. Les causes les plus courantes d'ondes de pression :

A) Causes du coup de bélier :

1. Fermeture rapide d'une vanne : Lorsqu'une vanne est fermée brusquement, le flux de fluide est arrêté brutalement, ce qui provoque une onde de choc et une surpression.
2. Changement de direction du flux : Lorsqu'un fluide circule dans une conduite et rencontre un changement brusque de direction, cela peut entraîner une augmentation soudaine de la pression.
3. Arrêt brusque d'une pompe : Lorsqu'une pompe s'arrête subitement, l'énergie cinétique du fluide en mouvement est convertie en énergie de pression, provoquant une surpression.
4. Chute de pression dans le réseau : Si la pression dans un réseau hydraulique diminue rapidement, cela peut créer un déséquilibre entre les différentes sections de la conduite, générant ainsi une onde de choc.

B) Conséquences du coup de bélier :

1. Endommagement des équipements : Les surpressions engendrées par le coup de bélier peuvent entraîner des dommages aux vannes, aux tuyaux, aux joints, aux pompes et à d'autres composants de l'installation hydraulique, entraînant des fuites, des ruptures ou des défaillances.
2. Rupture des conduites : L'onde de choc du coup de bélier peut causer une contrainte excessive sur les parois des conduites, pouvant entraîner leur rupture.
3. Résonance et vibrations : Le coup de bélier peut générer des vibrations et une résonance dans les conduites et les équipements, ce qui peut affecter leur durée de vie et leur bon fonctionnement.

Les mesures de protection suivantes sont souvent prises pour prévenir les effets néfastes des coups de bélier : B. Utilisation de dispositifs d'atténuation des coups de

bélier tels que des amortisseurs de surpression, des soupapes de surpression, des régulateurs de pression et des pratiques de conception de système hydraulique appropriées. Hormis ces deux derniers cas, les autres interventions chirurgicales sont des actes conscients et peuvent être pratiquées sans risque. En revanche, les coupures de courant et les mouvements incontrôlés sont des cas extrêmes et doivent être pris en compte en utilisant des dispositifs complémentaires adaptés.

Les trains d'ondes se réfléchissent sur les bords, se propagent dans un sens, puis dans l'autre sens. Ces trains d'ondes successifs créent des pressions et des dépressions en fonction de leur sens de propagation et des différents points considérés à l'intérieur de la canalisation.

Les fluctuations de pression ajoutées algébriquement à la pression normale régnante peuvent provoquer des surpressions dangereuses et conduire à la formation de poches de gaz, et la réabsorption des poches de gaz amplifie dangereusement l'onde de suppression au retour.

Par conséquent, le coup de bélier est généralement considéré comme une onde de choc se propageant à travers une section de conduite lorsque l'une des conditions aux limites change. Ce phénomène est répétitif (mais stabilisé par l'intervention des forces de frottement) et se reproduit à une valeur égale à $4L/a$, où a désigne la vitesse ou la vitesse de propagation de l'onde de pression sur la longueur du tuyau L .



II.2.2- facteurs qui déterminent la propagation de l'onde de pression et la sévérité des coups de bélier :

- l'état initial de la vitesse (généralement l'état est permanent) le débit dans la conduite (V).
- Le module d'élasticité du matériau constituant la conduite (E).

- Le module d'élasticité de l'eau (K).
- Le diamètre intérieur de la conduite (D).
- L'épaisseur des parois de la conduite (e).
- La durée de fermeture de la vanne (Tf).
- La longueur de la conduite (L).

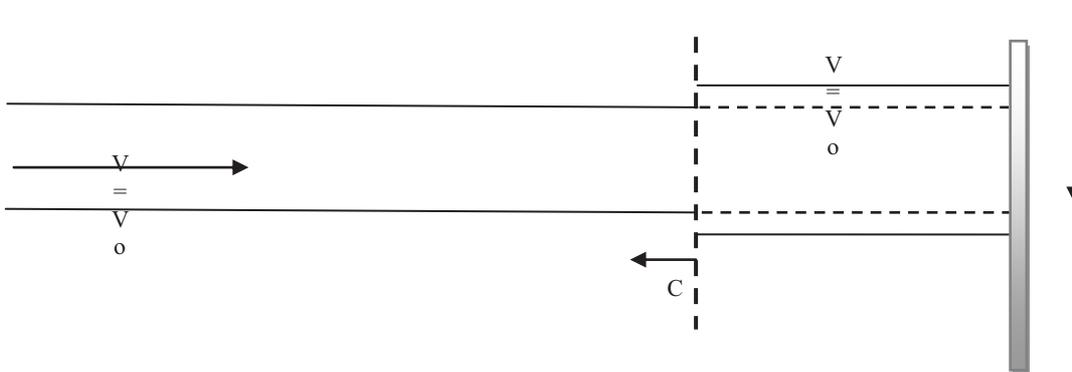
II.2.3- Visualisation physique :

-Analysons le cas général d'une fermeture instantanée d'une vanne aval à l'instant $t_0=0$. La propagation du coup de bélier ainsi générée se subdivise en quatre phases (B. Greiveldinger.2004) fig. (2-1) :

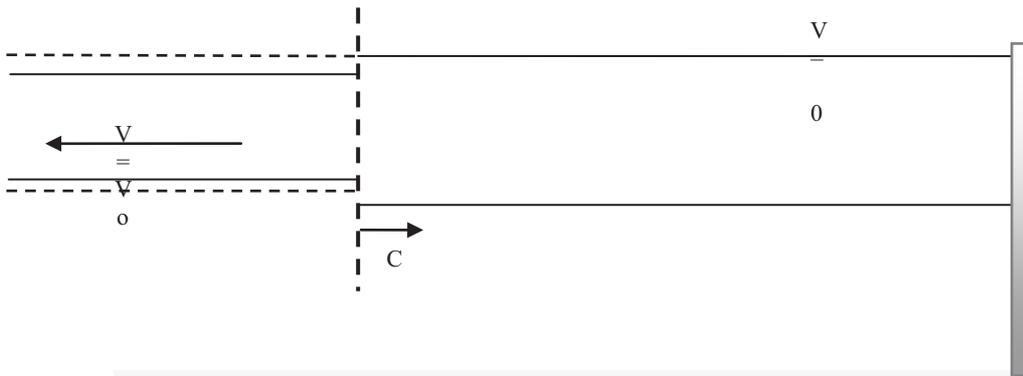
-Le rapport $t_{ca} = L / C$ est défini comme étant le temps caractéristique du tronçon de conduite.

Phase 1 :

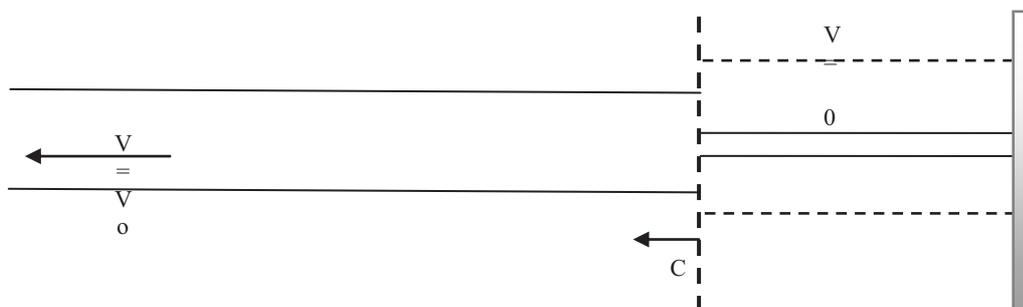
Phase d'ouverture de la vanne : Lorsque la vanne commence à s'ouvrir, le débit dans la conduite augmente progressivement. Pendant cette phase, la pression dans la conduite augmente légèrement, mais le phénomène du coup de bélier n'est pas encore initié



Phase 2 : Phase de fermeture de la vanne : Lorsque la vanne se ferme brusquement, le débit est instantanément réduit, ce qui crée une onde de pression qui se propage dans la conduite. Cette onde de pression se propage à la vitesse du son dans le fluide et se réfléchit aux extrémités de la conduite.



Phase 3 : Phase d'onde de pression réfléchié : Pendant cette phase, l'onde de pression réfléchié à l'extrémité fermée de la conduite revient vers la vanne. Lorsqu'elle atteint la vanne, elle se reflète à nouveau et se propage dans la direction opposée. Ces réflexions successives de l'onde de pression créent des surpressions et des dépressions dans la conduit



Phase 4 : Phase de stabilisation : Dans cette phase, les ondes de pression réfléchiés continuent à se propager dans la conduite et à se refléchiir, mais leur amplitude diminue progressivement à mesure que l'énergie est dissipée. Finalement, la conduite retrouve son équilibre et le régime d'écoulement normal est rétabli

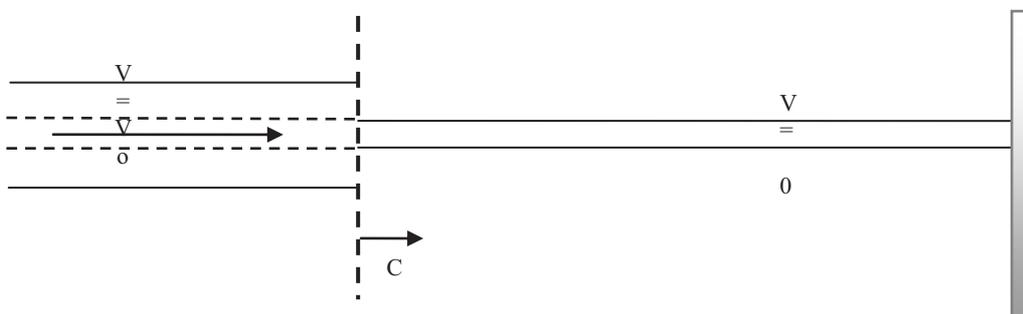


Figure II-2 : Les 4 phases du coup de béliier dans une conduite hydraulique.

II-2-4 –Modélisation du coup de bélier pour une conduite à section constante :

Considérons un tronçon de conduite comme volume de contrôle. Pour simplifier, la variation de la section de conduite est négligée. En remontant la conduite suite à une fermeture complète et instantanée de la vanne aval, l'onde de choc modifie la densité de l'eau ρ , ainsi que la vitesse de l'écoulement ($\Delta V = -V$ pour une fermeture complète).

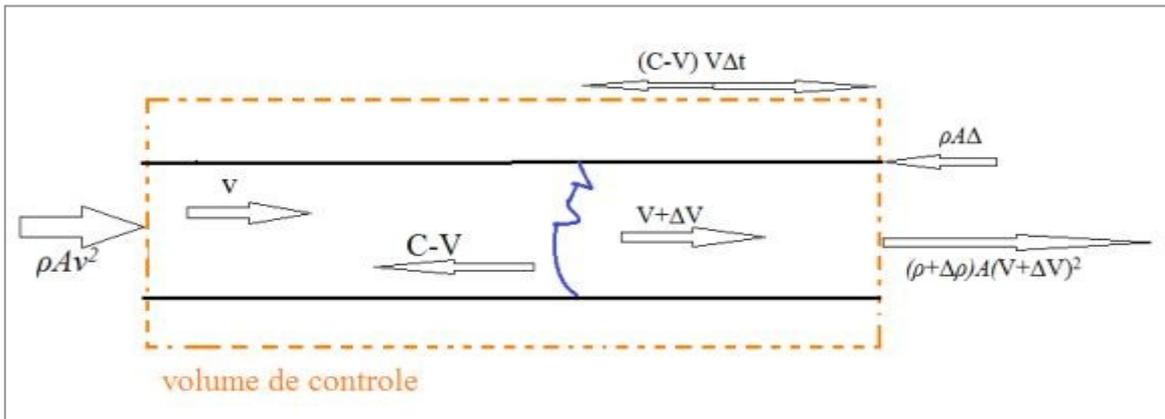


Figure II-2 : Schéma simplifié d'une onde de pression remontant une conduite.

a) D'après la **fig. (II-2)**, l'équation de continuité peut s'écrire :

$$\rho AV - (\rho + \Delta\rho)(V + \Delta V) = A(C - V)\Delta t[(\rho + \Delta\rho) - \rho]/\Delta t \quad (2-1)$$

Second membre exprime le gain en masse résultat du changement de la densité, donc de la compression de l'eau.

Remarque :

Théoriquement on peut considérer les liquides comme incompressibles quand les variations de pression mise en jeu sont faibles devant les pressions absolues. Toute fois les milieux réels présentent une certaine compressibilité dont il faut tenir compte s'il se produit de rapides variations de pressions (même très petites). Car ce sont les phénomènes de compressibilité qui permettent d'expliquer la propagation des ondes élastiques dans les milieux matériels.

$$-\Delta P A = A(C - V)[(\rho + \Delta\rho)(V + \Delta V) - \rho C] + A(\rho + \Delta\rho)(V + \Delta V)^2 - A\rho V^2 \quad (2-2)$$

B) l'équation de la conservation de la quantité de mouvement s'exprime par :

$$\Delta P = C\rho\Delta V \quad (2-3)$$

Ceci montre que, pour une fermeture complète, l'amplitude du coup de bélier est directement proportionnelle à la vitesse initiale de l'écoulement dans la conduite. Cette vitesse dépend principalement du débit et de la section de la conduite, donc des conditions d'exploitations, ainsi que des dimensions de l'installation.

De plus, l'équation montre que la surpression est d'autant plus importante que la vitesse de l'onde est élevée ; $\Delta\rho$ serait donc infiniment grand pour un écoulement parfaitement incompressible et des conduites rigides.

II.2.5- Influence d'une fermeture non instantanée :

Pour réduire la surpression maximale de la vanne, le temps de fermeture de la vanne doit être spécialement adapté. Pour la fermeture immédiate, nous résumons l'évolution de la charge piézométrique dans les quatre phases décrites dans le paragraphe précédent

La valeur maximale de ΔH semble être inchangée par rapport au cours de clôture immédiat, créant un espace pour un développement linéaire. Par conséquent, la contrainte mécanique maximale sur le tuyau n'a pas pu être soulagée. Pour diminuer la valeur de ΔH max par rapport à la fermeture immédiate, le temps de fermeture ferme doit être supérieur au temps critique t_{cr} défini par

Bien que les chiffres donnés dans ce paragraphe ne soient que des phénomènes qualitatifs, il est néanmoins important de comprendre l'impact de la loi de fermeture et de faire attention aux temps de fermeture critiques qui peuvent être causés par de fortes sollicitations mécaniques.

Remarque :

D'après la théorie de **Joukowski-Allievi** La surpression momentanée à proximité du distributeur (vanne) se propage dans la chambre à eau (réservoir) à une vitesse C sans amortissement. Elle réfléchit et retourne le signe altéré au distributeur (valve).

Ainsi, le coup de bélier généré par la fermeture instantanée se propage à l'ensemble de la tuyauterie. Mais les fermetures ne sont jamais momentanées; En pratique, il y a toujours

une période de temps. Ainsi, un coup de bélier en un point de la canalisation est généré en combinant l'onde provenant du distributeur (vanne) et l'onde revenant de la chambre à eau (réservoir) de signe différent

II.2.6- Les vanne :

Les vannes sont des dispositifs conçus principalement pour permettre l'écoulement. Les robinets à tournant sphérique sont principalement utilisés pour contrôler le débit de liquides. Les robinets-vannes constituent une barrière à l'écoulement des solides en poudre sous forme de liquides dans des conduites fermées ou dans des structures ou des équipements à écoulement libre tels que des canaux d'irrigation et des silos.

Différentes sortes de vannes :

On peut ranger les vannes dans différentes catégories :

- ✓ Par la taille : depuis le simple robinet jusqu'à la vanne de régulation du débit d'arrivé de l'eau dans une centrale hydroélectrique.
- ✓ Par la fonction : vanne régulatrice, vanne de purge, vanne d'arrêt....
- ✓ Par le principe employé : vanne papillon, vanne a opercule, vanne à boisseau, vanne trois voies....
- ✓ Par le système de commande : manuelle, électrovanne, hydraulique.....

II.2.7- Le système continu [eau-conduite] :

Les systèmes continus sont généralement constitués de masses déformables réparties et d'éléments continus élastiques et dissipatifs, qui sont généralement directement liés aux propriétés constitutives des masses impliquées. Les réseaux d'eau et les centrales hydroélectriques sont des exemples de systèmes continus. Une perturbation appliquée au fluide se propage dans le système à une vitesse finie du fait de la compressibilité du fluide et de l'élasticité des canalisations.

Et pour pouvoir expliquer les transitoires, on considère le liquide comme une suite de disques infiniment fins.

II.2.8- Classification des écoulements instationnaires ou des phénomènes transitoires :

A-Oscillation en masse ou montée subite :

Ce terme se réfère à des situations d'écoulements instationnaires où le changement initial du mouvement du fluide est lisse et où le temps pour que les conditions importantes imposées changent est lent comparé avec le temps mis par une onde de pression pour passer à travers la colonne de fluide.

Dans les stations de pompes cette situation peut être provoquée par exemple par l'installation des chambres à air (pour protéger la ligne de charge) ou des réservoirs de montée subite (pour protéger la conduite d'aspiration). Dans ces systèmes les effets élastiques sont petits comparés aux effets d'inertie de la colonne liquide. Un changement du mouvement régulier du fluide causera des oscillations de masse avec un long temps d'oscillation. Le comportement de la colonne liquide dans un système de montée subite peut être évalué en utilisant la théorie de la colonne rigide (théorie d'écoulement incompressible).

La théorie de la colonne rigide considère que toute la colonne du fluide en s'accélération ou en ralentissant à la même valeur dans toute sa longueur et se comporte comme un solide incompressible et considère le système de conduites comme non élastique.

B-Coup de bélier ou écoulement transitoire :

Ce terme se réfère à des situations d'écoulements transitoires où le changement du mouvement du fluide est comparativement rapide et le temps pour que les conditions imposées changent est court comparé avec le temps mis par une onde de pression pour passer à travers la colonne de fluide. Le comportement de la pression transitoire est régi par l'inertie du mouvement de l'eau et l'élasticité combinée de l'eau et du système de conduites. En général ces deux paramètres qui sont l'inertie et l'élasticité sont pris en compte, c'est la théorie de l'écoulement compressible.

II.2.9- Méthode de contrôle de la pression transitoire :

Classification des méthodes préventives :

Les changements soudains de l'écoulement dans un système de conduites mèneront toujours aux variations transitoires de la pression. Pour les restituer dans des limites

tolérables plusieurs méthodes de contrôle des phénomènes transitoires sont disponibles. D'un point de vue analytique les méthodes suivantes peuvent être distinguées.

A-Méthode de réduction de la vitesse de l'onde :

Par exemple en purgeant l'air dans le fluide. Cette méthode n'est pas employée dans des systèmes d'approvisionnement en eau comme mesure de protection contre la pression transitoire. Seulement une forme diverse est connue qui est de purger l'air pour réduire la sévérité de la cavitation dans des pompes.

B-Réduction du taux de changement d'écoulement :

Par exemple par une fermeture plus lente de la vanne (taux de fermeture) augmentation de l'inertie de la pompe.

C-Méthode de limitation de la pression :

Par exemple par des réservoirs de montée subites (des anti-béliers), des chambres d'air (réservoir d'air).

D-D 'autres méthodes :

Par exemple valves d'admission d'air, soupapes de décharge, by-pass.

Le choix final des dispositifs de contrôle de pression se fait normalement après une considération de la fiabilité, des inconvénients, de la quantité d'entretien exigée et du cout.

CHAPITRE III

RECHERCHE DES EQUATIONS DE BASE POUR LE PHENOMENE TRANSITOIRE

III.1 Développement des équations hydrauliques de base :

III.1.1 Définition :

Les équations de Navier-Stokes sont connues pour fournir des descriptions cinématiques et dynamiques des fluides monophasiques visqueux, y compris l'eau, impliqués dans les éléments du système hydraulique. Cependant, au lieu d'utiliser la forme locale classique de l'équation de Navier-Stokes, l'équation de base de Saint-Venant est établie en trouvant l'équilibre des masses et des forces agissant sur les éléments fluides dans une section de conduite à section variable. Semblables aux équations de Navier-Stokes, ces équations hydrauliques sont basées sur

- La théorie de la conservation de la masse.
- Le principe de la conservation de la quantité de mouvement.
- Précision que, bien que l'eau soit souvent modélisée comme étant un fluide incompressible, les modèles mis en œuvre pour des calculs hydrauliques transitoires, devront tenir compte de la faible compressibilité de l'eau, ainsi que de la souplesse des conduites ; en effet, ce sont ces deux propriétés qui sont à l'origine des ondes de chocs dans les conduites, appelées coups de bélier
- Le principe de la conservation de la quantité de mouvement.

III-1-2 Formulation générale :

Les équations de mouvement des liquides dans les conduites sont dérivées des équations de conservation :

- équation de la masse
- équation de la quantité de mouvement
- équation de l'énergie
- Et celle du comportement mécanique et thermodynamique du fluide et du matériau de la paroi de la conduite.

A) Équation de conservation de la masse (ou équation de continuité) :

Les équations de continuité doivent mettre en œuvre le principe de conservation de la masse.

L'augmentation de la masse de liquide contenue dans un volume donné pendant un temps donné doit être égale à la somme de la masse de liquide entrant dans ce volume moins la masse de liquide qui en sort.

La forme différentielle de l'équation de continuité est la suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (\text{III-1})$$

Tel que :

\vec{V} : est le vecteur de vitesse.

ρ : La masse volumique.

B) Équation de conservation de la quantité de mouvement :

On considère une masse déterminée de fluide occupant au temps $\langle\langle t \rangle\rangle$ un volume $\langle\langle v \rangle\rangle$.

$$\frac{d}{dt} \int_0^v \rho \vec{V} dV = \sum \vec{F}_{\text{Ext}} \quad (\text{III-2})$$

Tel que :

\vec{V} : est vitesse moyenne.

V : est le volume de contrôle.

$\sum \vec{F}_{\text{Ext}}$: représentent les forces extérieures qui sont :

-la force de volume : $\int_{V_0}^V \vec{F} dv$

-la force de surface : $\int_{S_0}^S \vec{T} ds$

Ou :

\vec{F} : est la résultante des forces a distance qui s'exercent sur l'élément de volume dv .

\vec{T} : Représente la force par unité de surface.

Sous une autre forme, on peut écrire :

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{F} - \overrightarrow{\text{grad}P} + \vec{fv} \quad (\text{III-3})$$

Tel que :

$\rho \frac{d\vec{V}}{dt}$: représente la force d'inertie de volume.

$\rho \vec{F}$: représente la force du volume.

$\overrightarrow{\text{grad}P}$: représente la force de pression.

\vec{fv} : représente la force de viscosité.

C) Équation de conservation de l'énergie :

Pour tous les systèmes matériels, la variation totale de l'énergie interne E et de l'énergie cinétique K est égale au travail ΔW et à la chaleur ΔQ lors de la transformation entre les états d'équilibre.

$$\Delta(E + K) = \Delta W + \Delta Q \quad (\text{III-4})$$

D) Loi de comportement mécanique :

Les phénomènes mécaniques et thermodynamiques sont étroitement liés. Et on distingue généralement les lois de comportement qui nous servent à définir les fluides et les lois de comportement thermodynamique qui sont moins spécifiques au type de milieu.

D'autre part, l'expérience montre que dans de nombreux cas il est possible de ne conserver que les aspects mécaniques.

Les lois de comportement mécanique des liquides découlent des relations :

$$\bar{\sigma} = \lambda(\text{div}V - P)\bar{I} + 2\mu\bar{\epsilon} \quad (\text{III-5})$$

Tel que :

$\bar{\sigma}$: Le tenseur des contraintes.

$\bar{\epsilon}$: Le tenseur des taux de déformation.

λ et μ : sont les coefficients de viscosité.

$\bar{\tau}$: Le tenseur des contraintes de viscosité.

E) Loi de comportement thermodynamique :

Les transformations rapides liées au phénomène de propagation d'onde peuvent être considérées comme isothermes.

Dans ces conditions, le fluide a un comportement pratiquement barotrope, c'est-à-dire la masse volumique dépend essentiellement de la pression.

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{1}{K} dP \quad (\text{III-6})$$

Tel que :

K : le module d'élasticité du fluide.

III-1-2 Equation de comportement mécanique de la conduite :

Pour un matériau élastique et isotrope, et en admettant qu'il n'y ait pas de changement de température, les déformations que subit une conduite cylindrique soumise à des contraintes sont données par les expressions :

$$\epsilon_{rr} = \frac{1}{E} [\sigma_{rr} - \nu(\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{xx})] \quad (\text{III-7})$$

$$\epsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{rr})]$$

$$\epsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{E} [\sigma_{\theta\theta} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{rr})]$$

Où :

E : est le module d'élasticité (module de Young) de la conduite.

V : est le coefficient de Poisson.

III.2 Equations simplifiées (dans le cas particulier de l'écoulement de l'eau dans une conduite)

III.2 .1 Hypothèses :

Dans le cas particulier des écoulements en conduites, les équations précédentes se simplifient en tenant compte de certaines hypothèses :

- L'écoulement est supposé unidimensionnel
- Le problème est un problème de petites déformations
- L'écoulement est axisymétrique.
- La viscosité de l'eau est supposé constante.
- Le fluide est légèrement compressible
- La conduite est supposée cylindrique circulaire, rectiligne et assimilée à une juxtaposition d'anneaux indépendants.

III-1-2 –Équation de conservation de la masse ou équation de continuité :

En considérant le volume du liquide et en se référant à la Figure (III-1), on peut dire que la continuité s'exprime par l'équivalence de la différence entre les masses entrantes et sortantes et la variation du volume de contrôle :

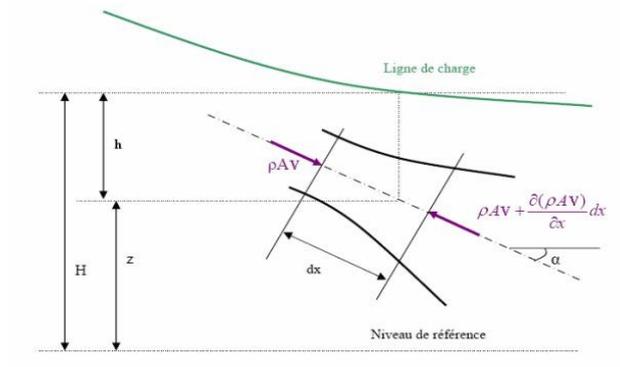


Figure III-1 : bilan de masse dans un tronçon de conduite

$$\frac{\partial(\rho A dx)}{\partial t} = \rho AV - \left(\rho AV + \frac{\partial(\rho AV)}{\partial x} dx \right) \quad (III-8)$$

En explicitant les dérivées partielles spatiales et temporelles, ainsi qu'en regroupant les termes, on obtient.

$$\frac{dA}{A} = D \frac{dP}{eE} \quad (III-9)$$

Par la résolution mathématique des équations (III-6), (III-8) et (III-9), on obtient l'expression suivante de l'équation de continuité :

$$\rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial t} = 0 \quad (III-10)$$

C'est la vitesse de propagation de l'onde de pression, définie par Lorenzo Allievi comme étant égal à :

$$a = \sqrt{\frac{1}{\rho \left(\frac{1}{K} + \frac{D}{eE} \right)}} \quad (III-11)$$

II-1-3-Équation de quantité de mouvement ou équation dynamique :

Les hypothèses retenues dans ce cas sont les mêmes qu'au point précédent. Le bilan des forces exercées sur un tronçon de conduite s'écrit (Figure.(III-3)) :

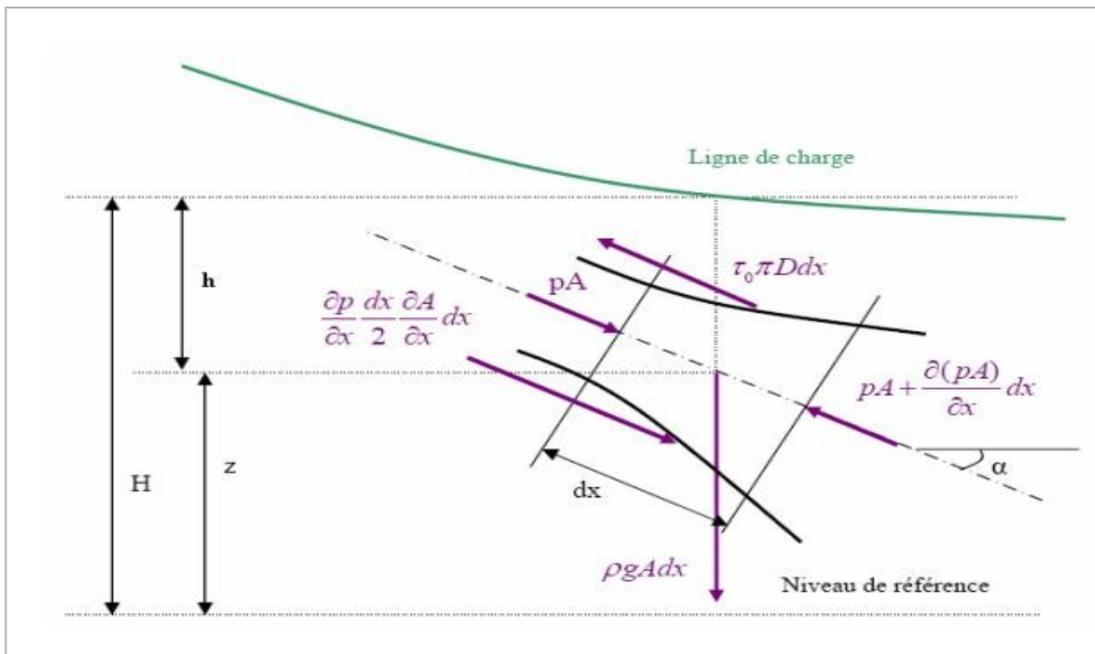


Figure III-3 : bilan des forces exercées sur un tronçon de conduite.

Les forces considérées dans le bilan de quantité de mouvement sont : :

Les forces d'inertie.

Les forces de pressions.

Les forces de frottements visqueuses (Fr).

La force de pesanteur.

L'équation fondamentale de la dynamique s'écrit alors :

$$\underbrace{\rho A - PA + \frac{\partial(PA)}{\partial x} dx + \left(\rho + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) \frac{\partial A}{\partial x} dx}_{\text{Forces de pression normales et latérales}} - \underbrace{\tau_0 \pi D dx}_{\text{force de frottement}} - \underbrace{\rho g A dx \sin \alpha}_{\text{force de gravité}} = \rho A dx \frac{dV}{dt} \quad (\text{III-12})$$

avec : τ_0 : contrainte visqueuse [N/m²]

α : angle d'inclinaison de la conduite.

D : diamètre de la conduite [M]

A : aire de la conduite [m²]

ρ : masse volumique du fluide [kg/m³]

V : vitesse du fluide [m/s]

En négligeant le terme quadratique, on obtient rapidement :

$$\frac{\partial P}{\partial x} A + \tau_0 \pi D + \rho g A \sin(\alpha) + \rho A \frac{dV}{dt} = 0 \quad (\text{III-13})$$

Dans notre cas, le tuyau est horizontal, nous pouvons donc écrire :

$$\frac{dV}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{4 \tau_0}{\rho D} = 0 \quad (\text{III-14})$$

III-3-4- Forme réduite du système des équations de base :

L'arrangement des équations de base nous conduit au système d'équation à résoudre :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{4\tau_0}{\rho D} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{III-19})$$

Avec :

H : la hauteur de pression.

G : l'accélération de la pesanteur.

Le système d'équation (III-30) est un système d'équation différentielle aux dérivées partielles du type hyperbolique.

-Condition aux limites :

Dans notre installation, nous avons un réservoir relié u une conduite droite, a l'extrémité de cette conduite nous avons une vanne a fermeture rapide.

-Condition aux extrémités :

Au niveau des extrémités de la conduite, la valeur de pression du fluide en amont et la valeur de la vitesse en aval de la conduite sont imposées.

III.3.4. Terme de frottement Trikha ;

Après une recherche a été fait par Trikha pour éviter le stockage de toutes les valeurs antérieures de la vitesse : gain sur le temps de calcul et l'autre sur l'espace mémoire

$$f(t) = \frac{\lambda}{8} \rho v^2 + \frac{4p.v}{a^2} \cdot (y_1 + y_2 + y_3) \quad (\text{III-20})$$

Comme l'indique la relation (2.21), le coefficient de frottement f en fonction du nombre de Reynolds Re ($2.10^3 < Re < 10^6$) pour diverses valeurs de la rugosité relative ϵ/D telle que $10^{-6} < \frac{\epsilon}{D} < 5.10^{-2}$. (**Genić et al, 2011**)

Calcul et modélisation des thermes de frottement :

$$\tau_0 = \frac{\lambda}{8} \rho v^2 + \frac{2\rho v}{R} \left(\frac{4pv}{r^2} w(t) \frac{\partial v}{\partial t} dt \right) \quad (\text{IV} - 21)$$

$$w = \sum_{i=1}^3 y_i(t)$$

$$y_{i(t)} = y_i(t - \Delta t) \cdot e^{-\eta \frac{vt}{R^2}} + mi(v(t) - v(t - \Delta t)) \quad (\text{IV} - 22)$$

$$\eta_i = (26.4; 200; 8000)$$

$$i = 1, 2, 3$$

$$m_i = (1, 8.1; 40)$$

$$i = 1, 2, 3$$

CHAPITRE IV

METHODE DE RESOLUTION DU SYSTEME D'EQUATIONS

IV-INTRODUCTION :

Le calcul des écoulements transitoires sous charge (coups de bélier) par des méthodes numériques a beaucoup progressé ces dernières années. Aujourd'hui, les concepteurs font rarement ce type d'analyse eux-mêmes. En fait, les problèmes auxquels nous sommes confrontés aujourd'hui sont si complexes qu'ils nécessitent souvent l'utilisation de programmes de simulation sophistiqués. Ainsi, l'avènement des ordinateurs a facilité le développement rapide de la modélisation mathématique et la résolution des équations de base de l'écoulement liquide dans des conditions transitoires par des méthodes numériques telles que [21]. - Méthode des caractéristiques (MC) - Méthode des différences finies (MDF) MC est certainement le matériau le plus populaire et actuellement le plus utilisé. Les avantages de MC sont une simulation précise des ondes à front raide, une représentation simple de leur propagation, une faible difficulté de programmation et une efficacité de calcul. Les MDF peuvent avoir des schémas explicites ou implicites. Ceux-ci ont l'avantage de la rapidité. Pour résoudre le système d'équations aux dérivées partielles hyperboliques (III.36), nous avons choisi la méthode des caractéristiques combinée à la méthode des différences finies. IV.1.Méthode des caractéristiques : la méthode des caractéristiques en mathématiques est une technique de résolution d'équations aux dérivées partielles hyperboliques. Il est particulièrement bien adapté aux problèmes de transport et est utilisé dans de nombreux domaines tels que l'hydraulique, la mécanique des fluides et le transport de particules en suspension.

Dans certains cas particuliers, la méthode des caractéristiques peut permettre la résolution purement analytique des EDP. Dans les cas les plus complexes rencontrés par exemple en modélisation des systèmes hydrauliques, la méthode des caractéristiques peut être utilisée comme une méthode de résolution numérique du problème de propagation des ondes dans les conduites en charge. Pour une équation aux dérivées partielles (EDP) du premier ordre, la méthode des caractéristiques consiste à rechercher des courbes (appelées « lignes caractéristiques », ou plus simplement « caractéristiques ») le long desquelles l'EDP se réduit à une simple équation différentielle ordinaire (EDO). La résolution de l'EDO le long d'une caractéristique permet de retrouver la solution du problème original.

Chapitre IV : méthode de résolution

IV-2-Modélisation mathématique de H et V le long de la conduite :

A-Recherche des racines du système ou les directions (droites) caractéristiques :

Le système d'équation (III-19) est un système d'équation différentielle aux dérivées partielles du type hyperbolique dont les directions caractéristiques peuvent être obtenues en considérant des fonctions H et V le long des courbes du plan x, t ou ces dérivées sont indéterminées. Les détails des calculs sont donnés à l'annexe A2.

Le système d'équations différentielles aux dérivées partielles du type hyperbolique : (III-19) peut s'écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} = A \end{array} \right. \quad (IV-1)$$

Les racines du système d'équations sont

$$\left\{ \begin{array}{l} dx = +adt \dots\dots\dots C^+ \\ dx = -adt \dots\dots\dots C^- \end{array} \right. \quad (IV-3)$$

Les équations solutions du système d'équations ou équations de compatibilité sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} Adt - \frac{g}{a} dH - dV = 0 \dots\dots\dots C^+ \\ Adt + \frac{g}{a} dH - dH = 0 \dots\dots\dots C^- \end{array} \right. \quad (IV-4)$$

IV-3 Calcul de la hauteur de pression H et de la vitesse V aux points courants :

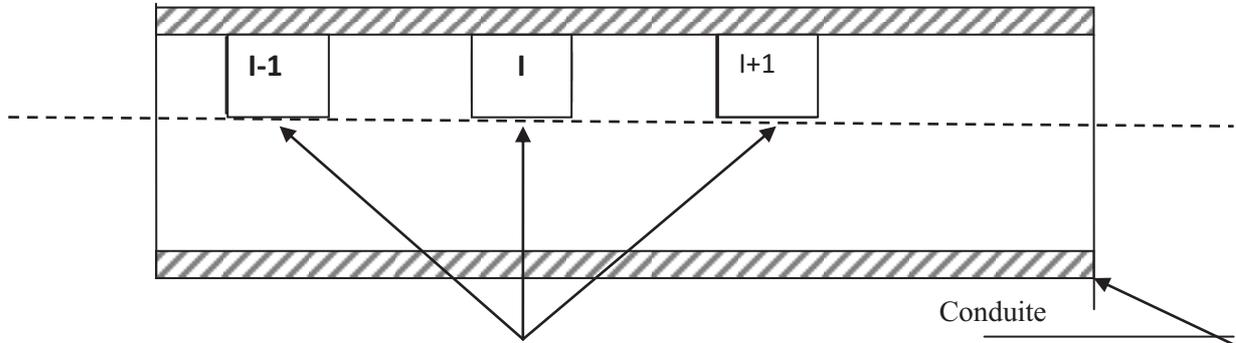


Figure IV-3 : points de discrétisation sur lesquels on effectue les calculs.

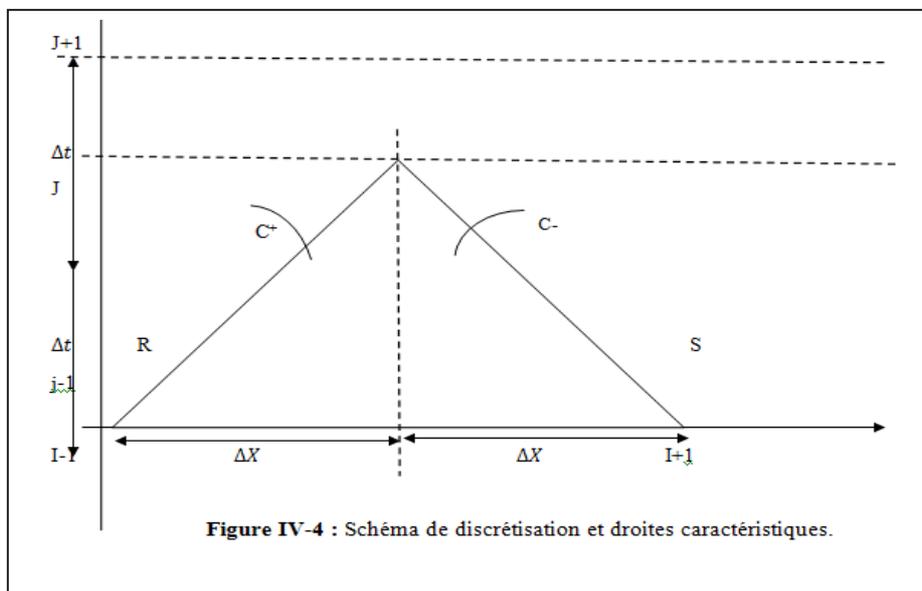


Figure IV-4 : Schéma de discrétisation et droites caractéristiques.

Le but est de calculer :

- La hauteur de pression H ou la pression $P = \rho g H$
- La vitesse d'écoulement V ou le débit $Q = VS$.

Pour cela, on est conduit à résoudre numériquement et simultanément les relations (IV-10) pour chaque partie de la conduite.

Le schéma représenté sur la figure (IV-3), nous montre que le calcul de la hauteur de pression au point à l'instant $(t + \Delta t)$ se fait en fonction des points (I-1) et (I+1) et à l'instant (t) précédent.

Chapitre IV : méthode de résolution

Dans notre cas, nous avons utilisé de maillage régulier dans le plan (x, t) d'une division de la conduite en (N) tronçons (Δx) égaux, cela conduit à des intervalles de temps (Δt) .

Les points de discrétisation seront supposés suffisamment proches pour permettre d'écrire :

$$\int_{R,S}^P dV \mp \frac{g}{a} \int_{R,S}^P dH + \int_{R,S}^P \frac{4\tau_0}{\rho D} dt = 0 \quad (\text{IV-5})$$

IV-3-1- Critère de stabilité du schéma numérique :

Le critère de Courant-Friedrich (C-F), nous donne la condition de stabilité du schéma numérique et il est exprimé par :

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{|\pm a|} \quad (\text{IV-6})$$

Ceci signifie que les point R, S soient compris entre $(l+1)$ et $(l-1)$.

Pour un maillage régulier, on adopte le cas suivant : $\Delta x = \pm a \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{|\pm a|}$

IV-3-2-Intégration des équations de compatibilité :

L'intégration des relations de compatibilité le long des droites caractéristiques donne :

Le long de la droite caractéristique C^+ :

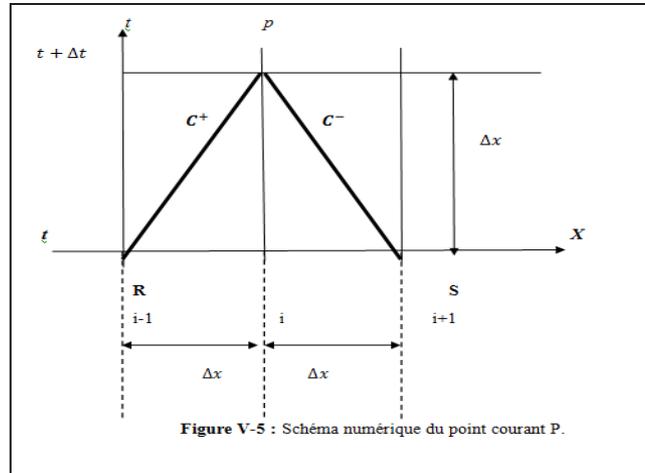
$$\int_R^P dV + \frac{g}{a} \int_R^P dH + \int_R^P \frac{4\tau_0}{\rho D} dt = 0 \quad (\text{IV-7})$$

Le long de la droite caractéristique C^-

$$\int_S^P dV - \frac{g}{a} \int_S^P dH + \int_S^P \frac{4\tau_0}{\rho D} dt = 0 \quad (\text{IV-8})$$

IV-3-3-Calcul de H et V (intégration aux points courants) :

-Au niveau du point courant :



$$C^+ : (V_P - V_R) + \frac{1}{\rho a} (P_P - P_R) + \frac{\lambda}{2D} V_R |V_R| \Delta t = 0 \quad (IV-9)$$

$$C^- : (V_P - V_S) - \frac{1}{\rho a} (P_P - P_S) + \frac{\lambda}{2D} V_S |V_S| \Delta t = 0 \quad (IV-10)$$

On pose : $\rho a = B$ et $a \Delta t = dx$

On aura :

$$C^+ : BV_P + P_P = BV^R + P_R - \rho \frac{\lambda}{2D} dx V_R |V_R| = CP \quad (IV-11)$$

$$C^- : BV_P - P_P = BV_S - P_S - \rho \frac{\lambda}{2D} dx V_S |V_S| = CM \quad (IV-12)$$

$$(IV-26)-(IV-27) \Rightarrow 2P_P = CP - CM \Rightarrow$$

$$P_P = \frac{CP - CM}{2} \quad (IV-13)$$

$$(IV-26)+(IV-27) \Rightarrow 2BV_P = CP + CM \Rightarrow$$

$$V_P = \frac{CP + CM}{2B} \quad (IV-14)$$

IV-3-4-Calcul et modélisation du terme de frottement (Triakha) :

La contrainte de viscosité (frottement) est déterminée par la relation suivante :

$$\tau_{0R} = \lambda \frac{\rho}{2D} \cdot v_R |v_R| + \frac{4\rho v}{R^2} (W_R) \quad (IV-15)$$

$$\tau_{0S} = \lambda \frac{\rho}{2D} \cdot v_s |v_s| + \frac{4\rho v}{R^2} (W_s) \quad (IV-16)$$

$$w = \sum_{i=1}^3 y_i(t)$$

$$y_i(t) = y_i(t - \Delta t) \cdot e^{-\eta_i \frac{vt}{R^2}} + m_i (v(t) - v(t - \Delta t)) \quad (IV - 17)$$

$$y_{iR} = y_{i0R} e^{-\eta_i \frac{vt}{R^2}} + m_i (v_R - v_{R0}) \quad i = 1, 2, 3 \quad (IV-18)$$

$$y_{is} = y_{i0s} e^{-\eta_i \frac{vt}{R^2}} + m_i (v_s - v_{s0}) \quad i = 1, 2, 3 \quad (IV-19)$$

$$\eta_i = (26.4 ; 200 ; 8000) \quad i = 1, 2, 3$$

$$m_i = (1 ; 8.1 ; 40) \quad i = 1, 2, 3$$

IV-4- Conditions aux limites :

Pour la simulation numérique et les différentes applications, nous avons utilisé l'installation hydraulique schématisée sur la fig. (IV-1). On a deux conditions aux extrémités (amont et aval) et une condition au niveau de l'orifice de fuite.

1-extrémité amont (réservoir) :

En ce point, nous avons une seule équation qui est l'équation de compatibilité le long de la caractéristique C^- , il nous faut une autre équation c'est la condition imposée (la hauteur de pression au niveau du réservoir est supposée constante, voir fig. (IV-6)).

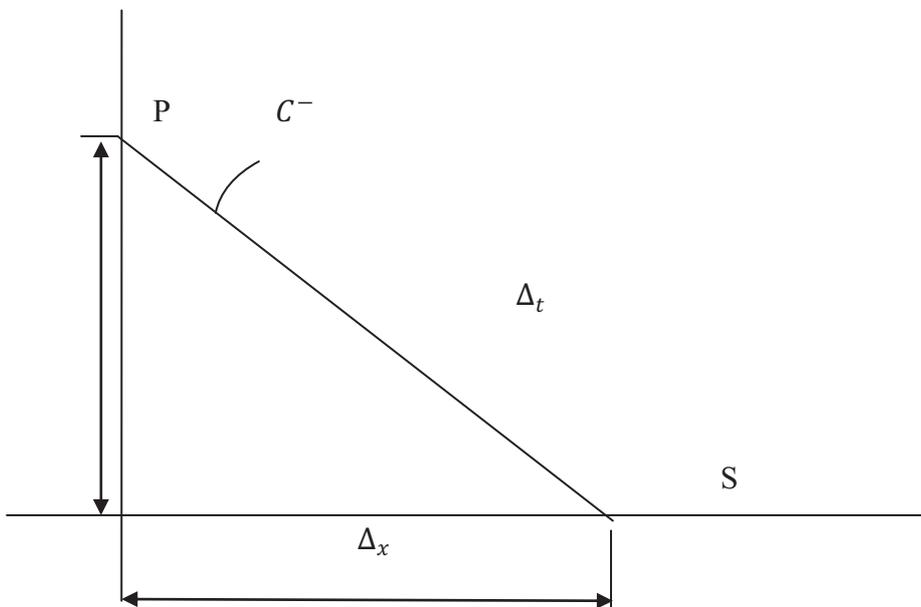


Figure IV-6 : Schéma numérique au niveau de l'extrémité amont.

$$H_P = H_{Reservoir}$$

Chapitre IV : méthode de résolution

$$(V_P - V_S) - \frac{g}{a}(H_P - H_S) + \frac{4}{\rho D} \tau_{OS} \Delta t = 0 \quad (\text{IV-20})$$

2-extrémité avale (vanne) :

Ici on a une équation de la mécanique des fluides le long de la caractéristique C^+ et une autre équation imposée c'est la loi de fermeture de la vanne [18] [19] Fig. (IV-7).

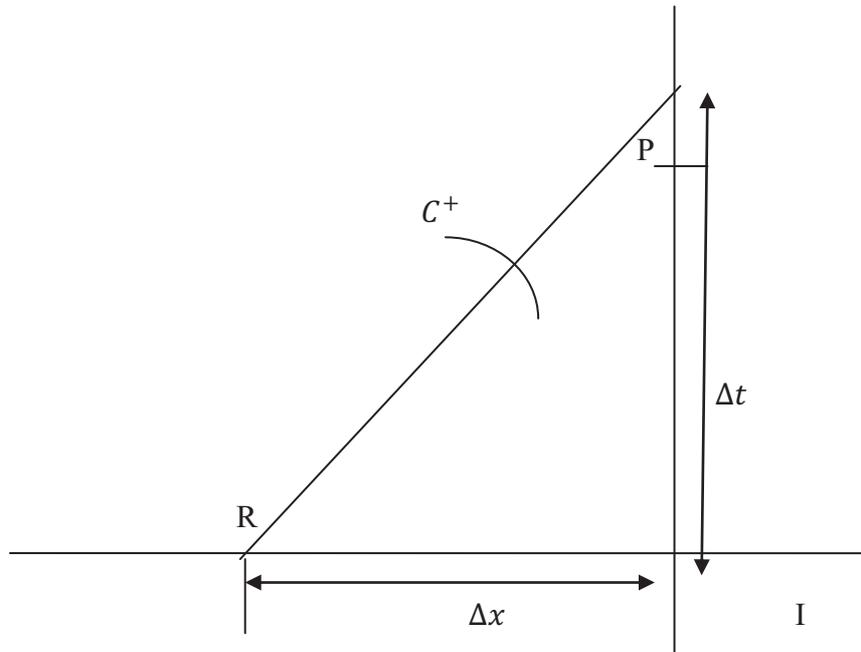


Figure IV-7 : schéma numérique au niveau de l'extrémité avale.

Les différentes lois de fermeture de la vanne [18] [19] sont données comme suit :

La première loi de fermeture de la vanne :

- Loi 1 :	$V_{ps} = V_0$	$t < \frac{1}{5} tf$
	$V_{ps} = V_0 \left(1 - \frac{t}{tf}\right)$	$\frac{1}{5} tf < t < \frac{4}{5} tf$
	$V_{ps} = \frac{V_0}{3}$	$\frac{4}{5} tf < t < tf$
	$V_{ps} = 0$	$t > tf$

La deuxième loi de fermeture de la vanne :

-Loi 2 :	$V_{ps} = V_0 \left(1 - \frac{2}{3} * \frac{t}{tf}\right)$	$t < tf$
	$V_{ps} = \frac{V_0}{3}$	$t > tf$

La troisième loi de fermeture de la vanne :

-Loi 3 : $V_{ps} = \frac{2V_0}{3} \quad 0 < t < t_f$

t_f : est le temps de la fermeture de la vanne.

V_{ps} : est la vitesse a l'extrémité aval.

CHAPITRE V

APPLICATION ET RESULTATS DE CALCUL

V.1. Introduction :

Pour montrer l'influence de la loi de fermeture de la vanne ainsi que du terme de frottement et du module d'élasticité du matériau sur les écoulements de fluide en conduite, une mise au point d'un code de calcul écrit en Langage FORTRAN puis une simulation numérique a été réalisée.

Pour le matériau tel que l'acier utilisé dans les installations hydrauliques, les résultats de calcul sont consignés sur les graphes ci-dessous.

V.2. Définition des paramètres de l'installation :

a) Configuration de l'installation hydraulique :

La figure (V-1) donne le schéma de l'installation hydraulique sur laquelle a été appliqué notre modèle de calcul et qui se compose de :

- Un réservoir en amont.
- Une conduite.
- Une vanne en aval.

Le fluide utilisé :

Le fluide utilisé dans cette installation est de l'eau avec les caractéristiques physique suivantes :

-un module d'élasticité du fluide $K = 2.1 \text{ GPa}$

La masse volumique $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

La viscosité cinématique $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

Les propriétés physiques de l'installation :

V.3. Les propriétés physiques de l'installation sont les suivantes :

- La hauteur de pression au réservoir $H = 60 \text{ m}$.

- Le débit initial $Q_0 = 0.030 \text{ m}^3/\text{s}$

-Le coefficient de frottement de Darcy $\lambda = 0,01679299$

La vitesse initiale de l'écoulement du fluide $v_0 = 0.411$ m/s.

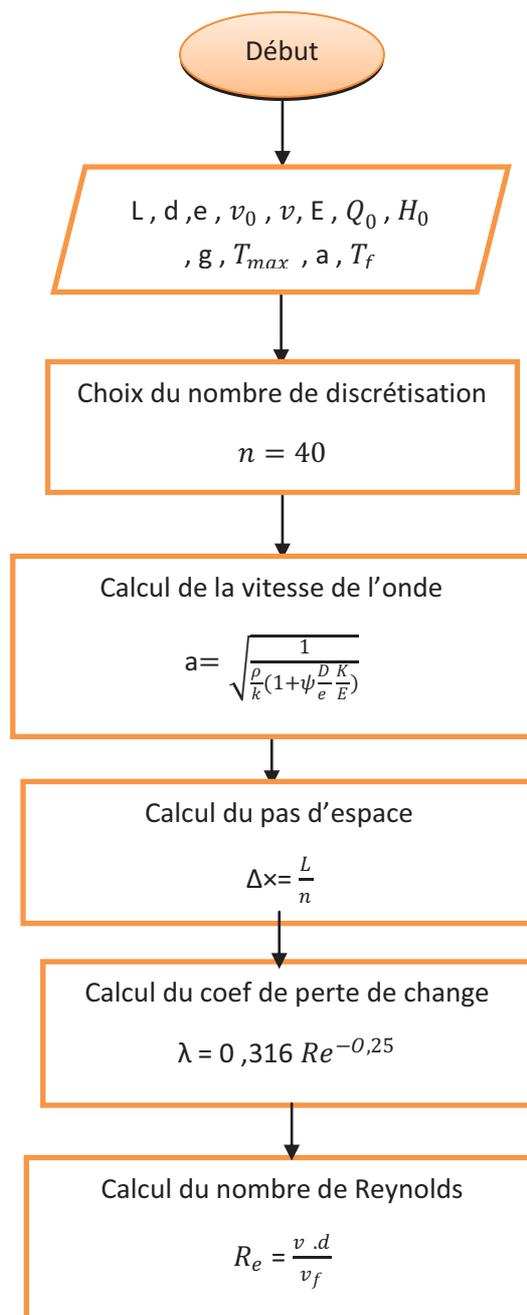
-La longueur de la conduite $L=1200$ m.

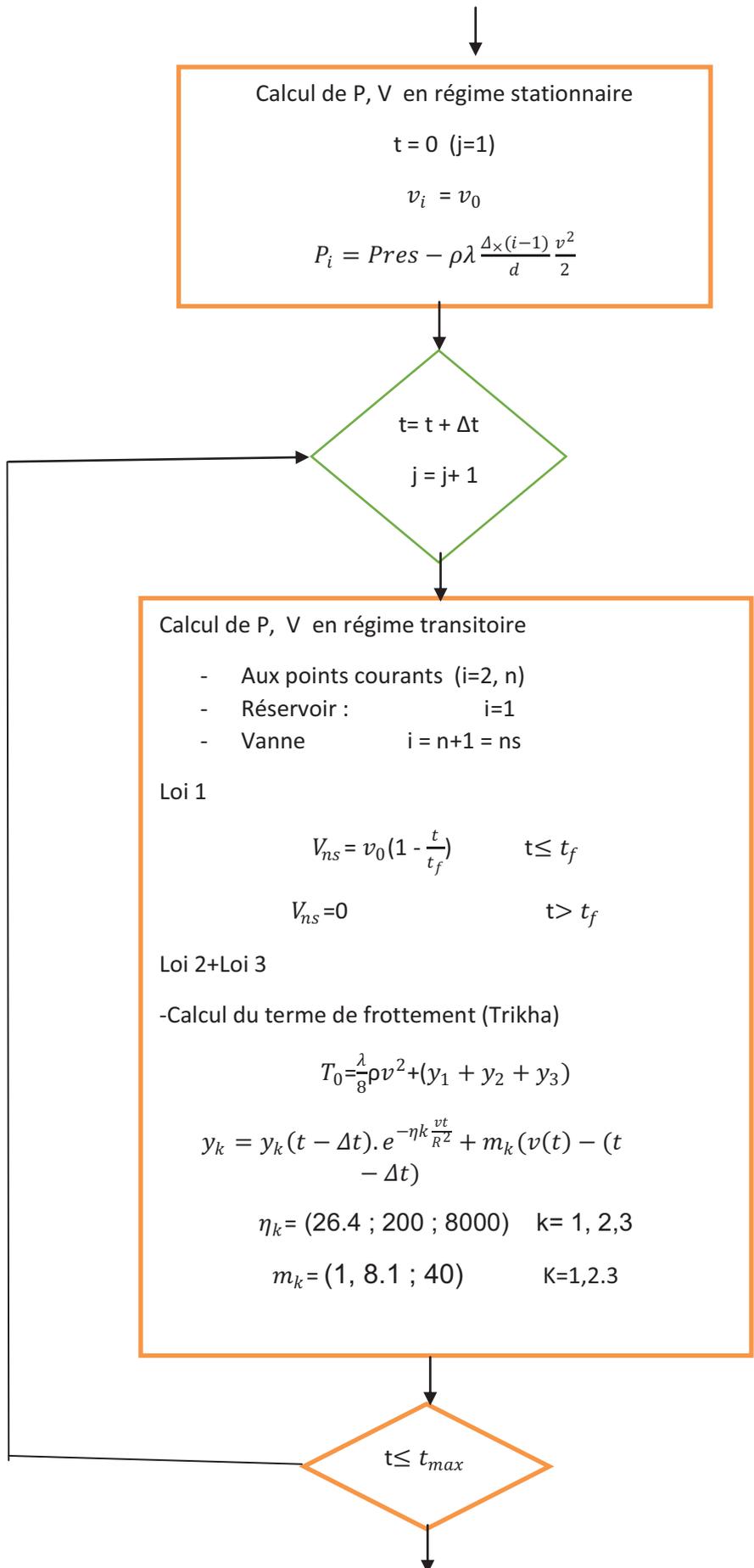
-Le diamètre de la conduite $d = 0.40$ m

- L'épaisseur de la conduite $e = 0.007$ m

V-4- Application et résultats de calcul

A-Organigramme :





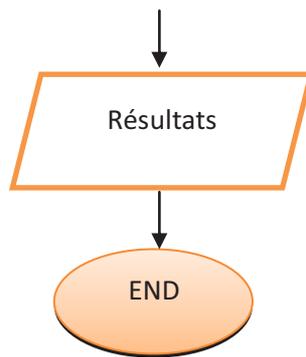


FIGURE V 1-Organigramme de calcul

Résultats de calcul pour le cas de la conduite en acier

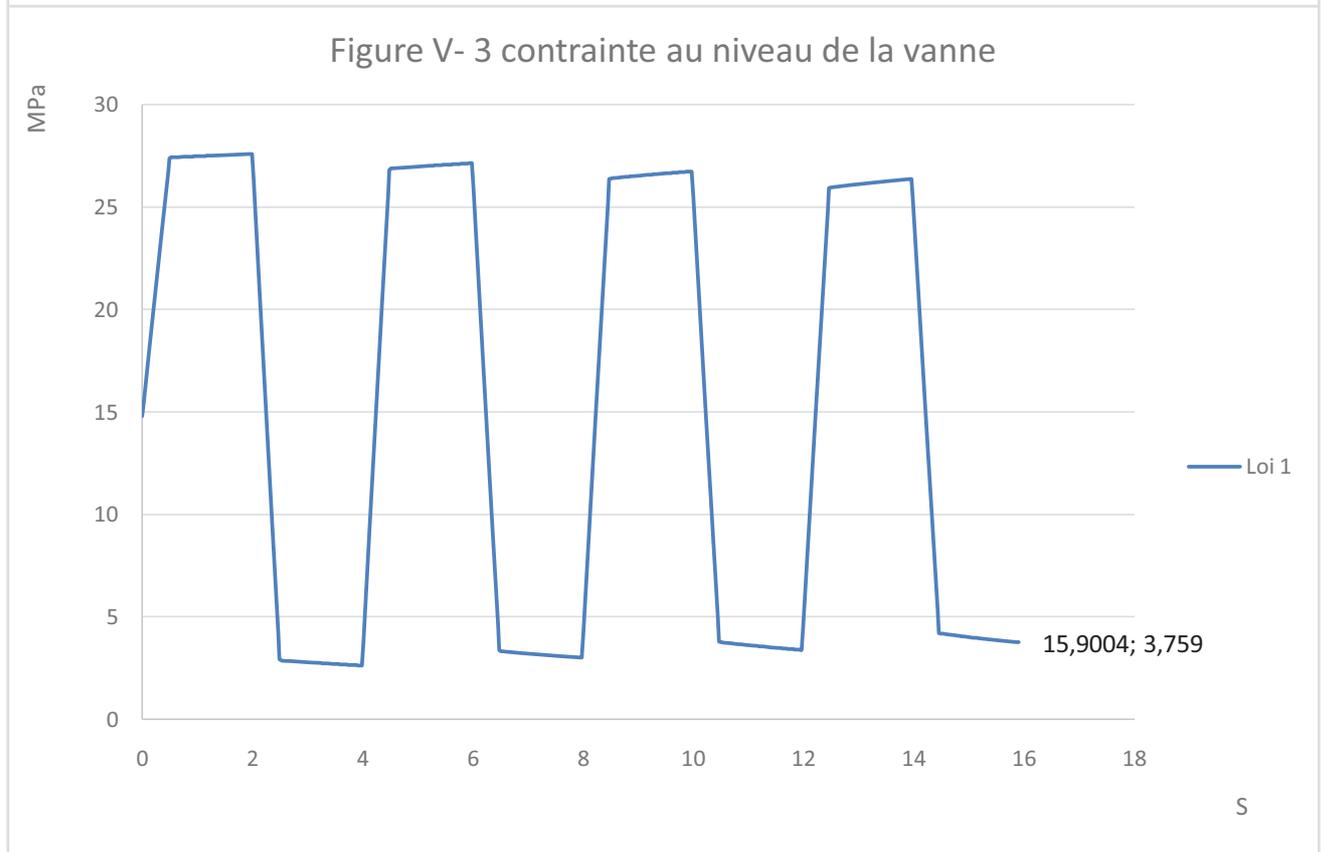
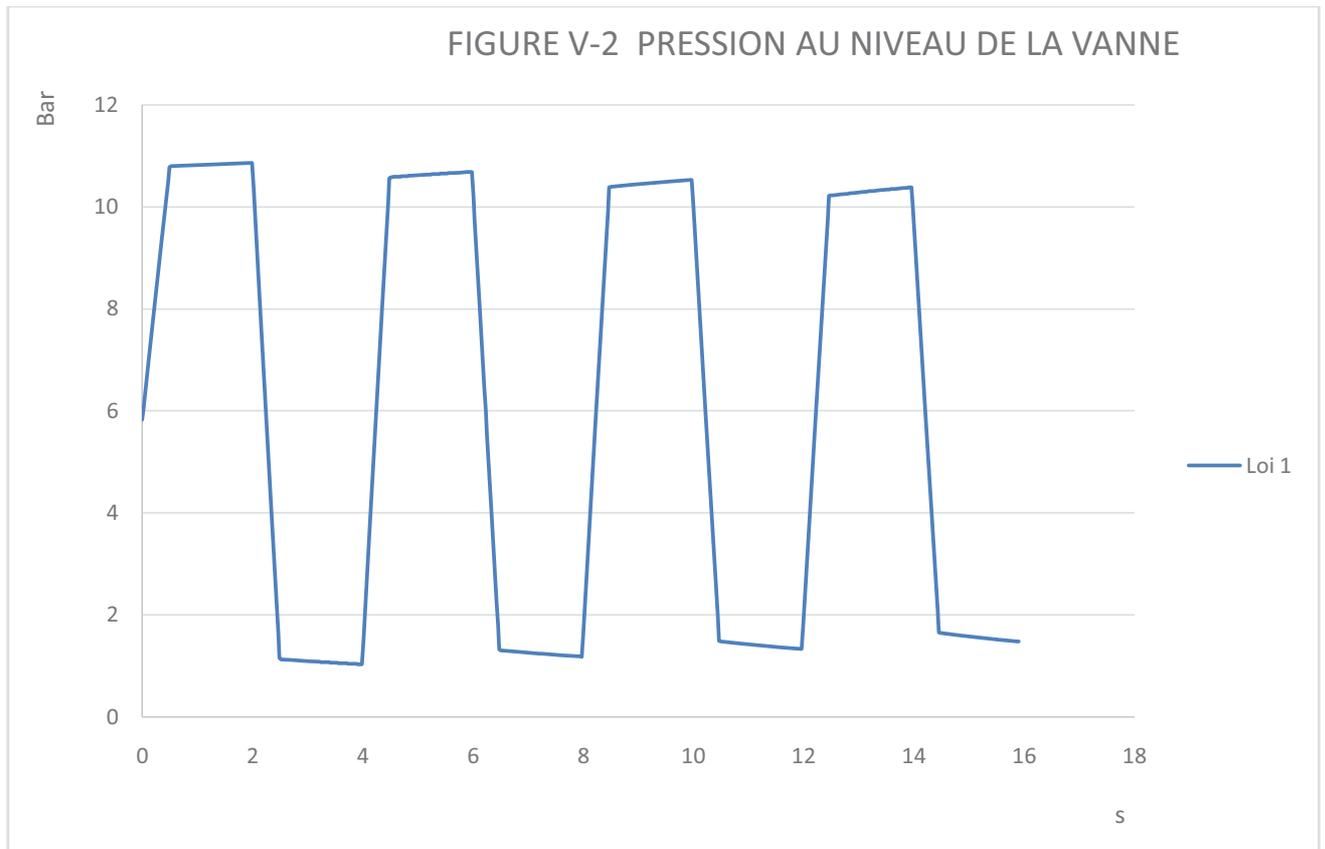
Une première simulation par le code de calcul a été réalisée pour un temps de fermeture $T_f = 0,5$ seconde. Les résultats sont donnés comme suit :

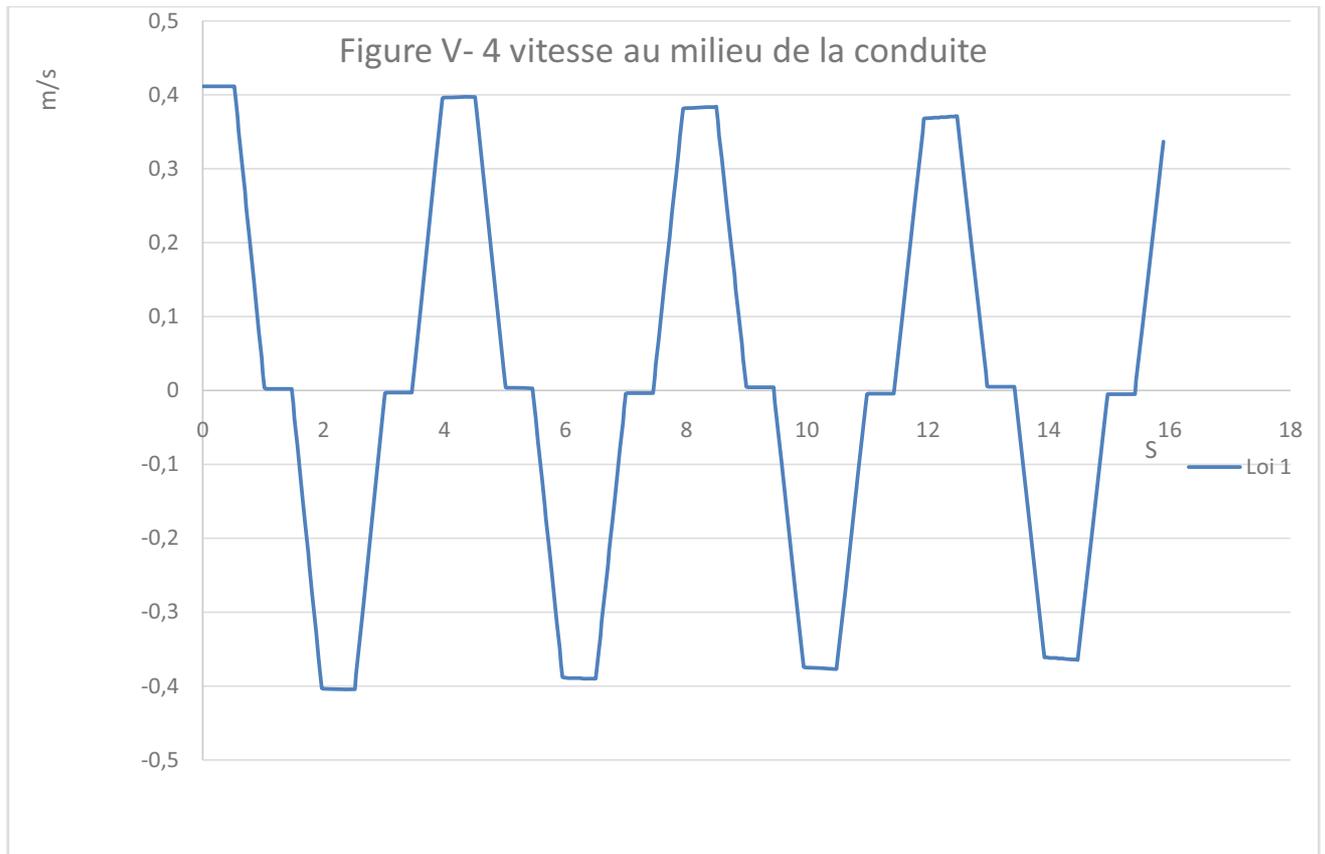
```
entrer Tf
0.5
dt= 2.492224E-02 a= 1203.744000 tmax= 15.950230 jmax= 639 i
max= 41 Re= 125382.400000 lamda= 1.679299E-02 v0= 4.113596E-01
dx= 30.000000
Stop - Program terminated.

Press any key to continue
```

Pour un module d'élasticité de l'acier $E=210$ GPa, on a calculé la vitesse de l'onde de pression $a = 1203.744$ m/s. le pas d'espace est $\Delta x = 30$ m et le pas de temps est $\Delta t = 0,02492224$ s en respectant le critère de stabilité de schéma numérique de CHF (Courant –Hilbert – Friedrich).

Sur les figures (V-2, 3 et 4), on donne la pression, la contrainte et la vitesse pour la première loi de fermeture





DISCUSION :

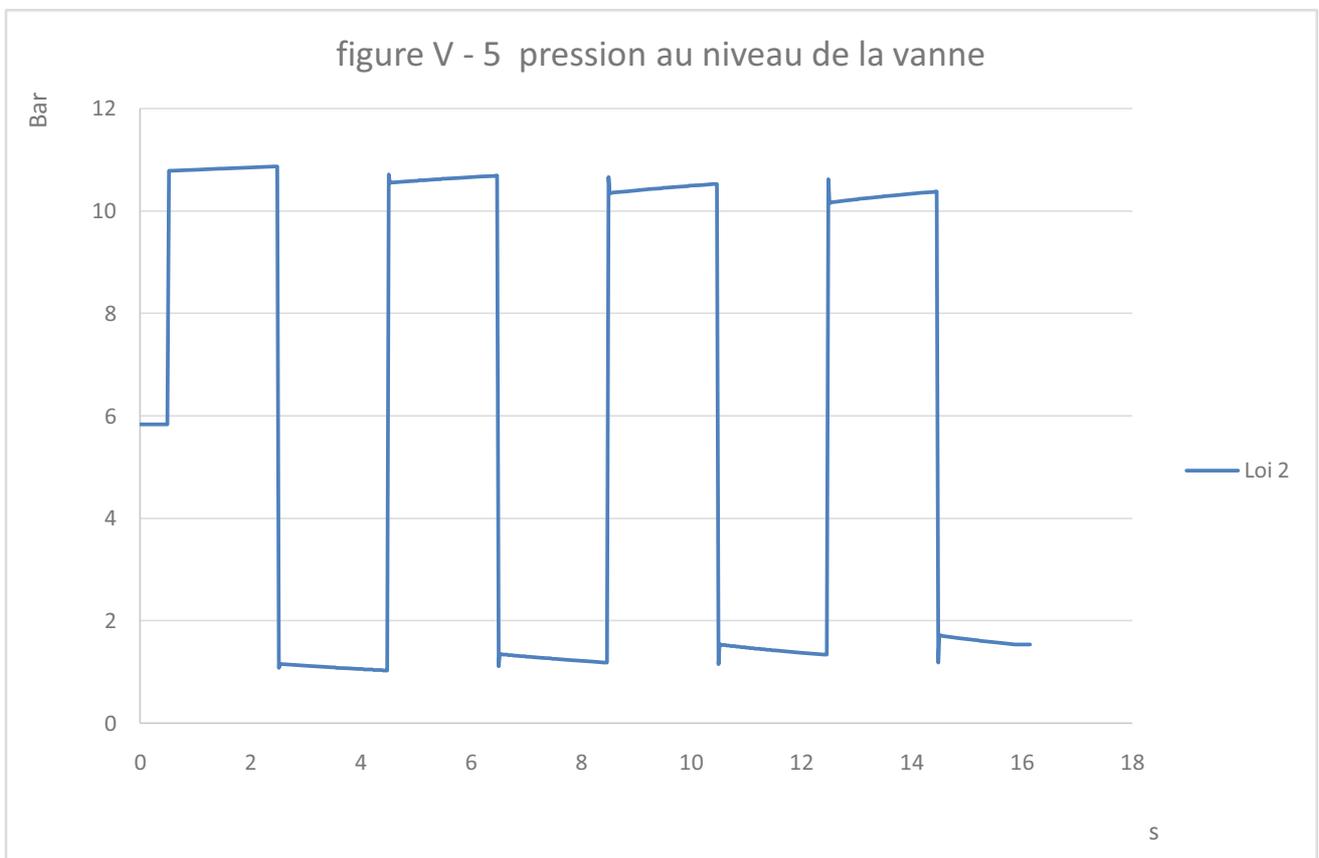
Les 3 figures (V -2, V -3 et V -4) présentent la variation de la pression et de la contrainte au niveau de la vanne et la vitesse au milieu de la conduite en fonction du temps. sur la figure V-2 on donne la pression au niveau de la vanne. Après une fermeture de la vanne d’un temps égale à

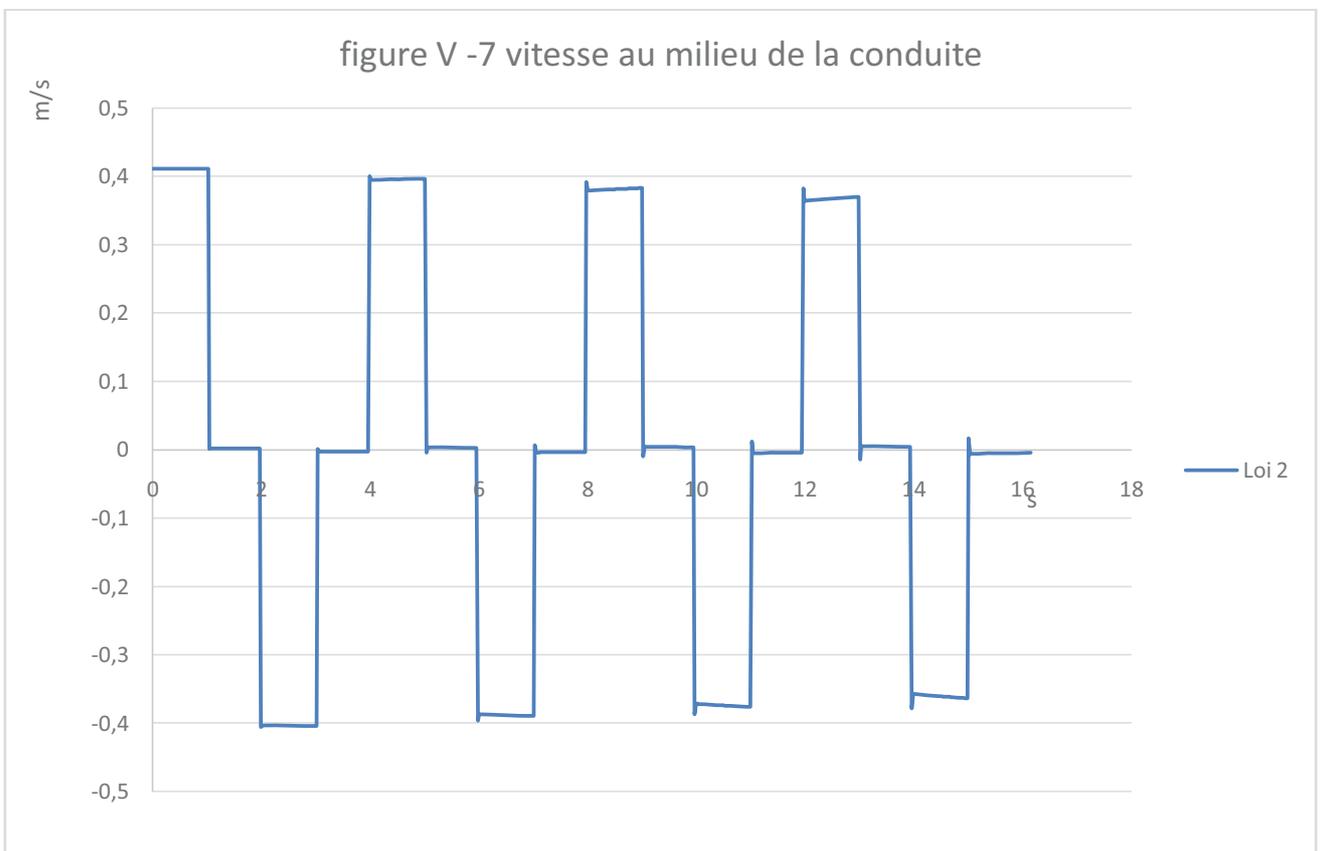
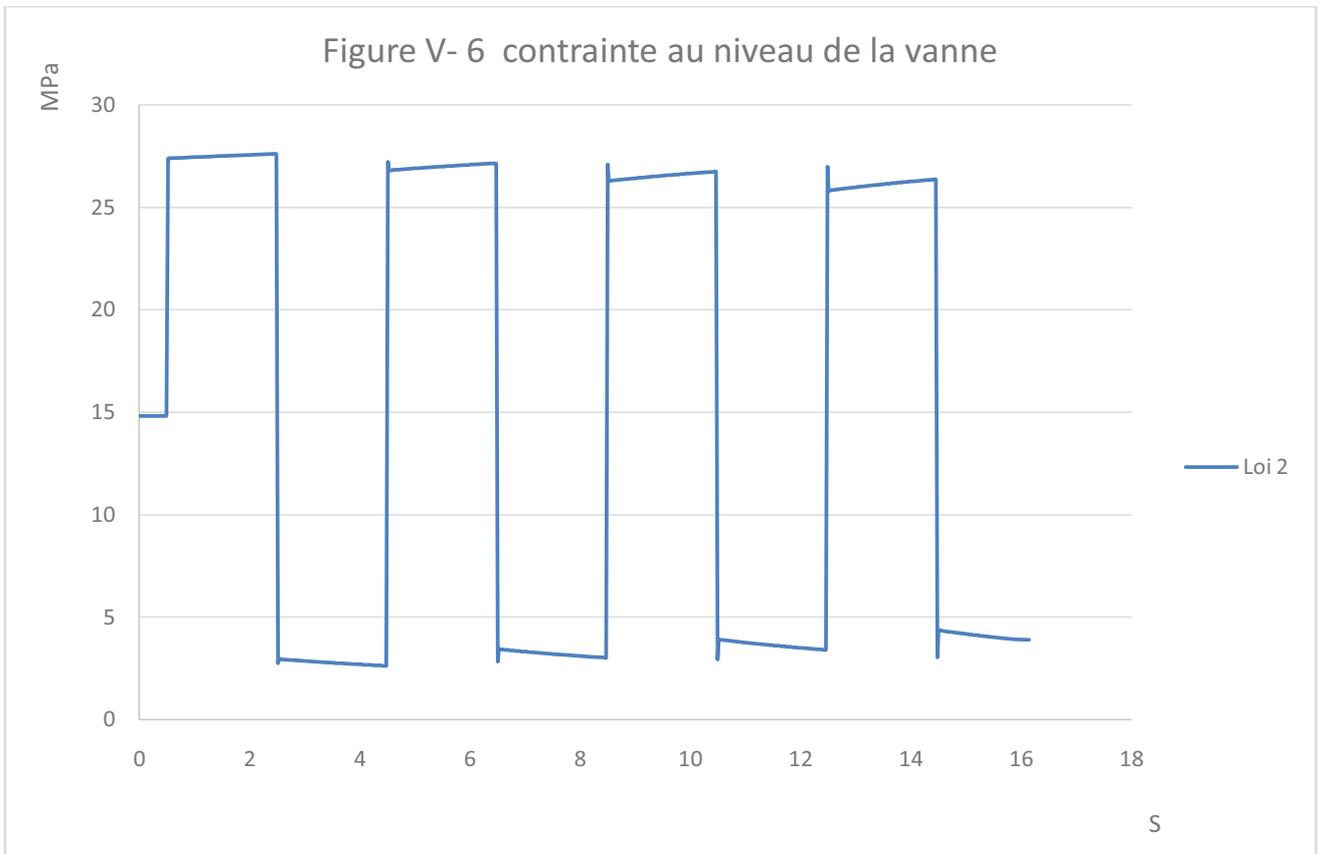
$T_f = 0.5 \text{ sec}$, la pression augmente jusqu’à $P=10,8306 \text{ bar}$ ($T=L / a$). Ensuite, on observe une augmentation de la surpression $\Delta P=5,006 \text{ bar}$ par rapport à la pression initial. Au temps ($t = T =2L / a$) la pression diminue jusqu’à $P= 6,0185 \text{ bar}$, au temps $t= 3L/a$ la pression diminue jusqu’à $P= 1,0345 \text{ bar}$. Au temps t égale à une période du phénomène ($T= 4L/a$) la pression recommence l’augmentation jusqu’à $P = 5,7889 \text{ bar}$. Par la suite le phénomène se poursuit avec la même périodicité sauf que les amplitudes diminuent au cours du temps et ceci est du au effet du terme de frottement. Sur le tableau suivant, on remarque l’influence du terme de frottement sur la variation de pression.

Chapitre IV : application et résultats de calcul

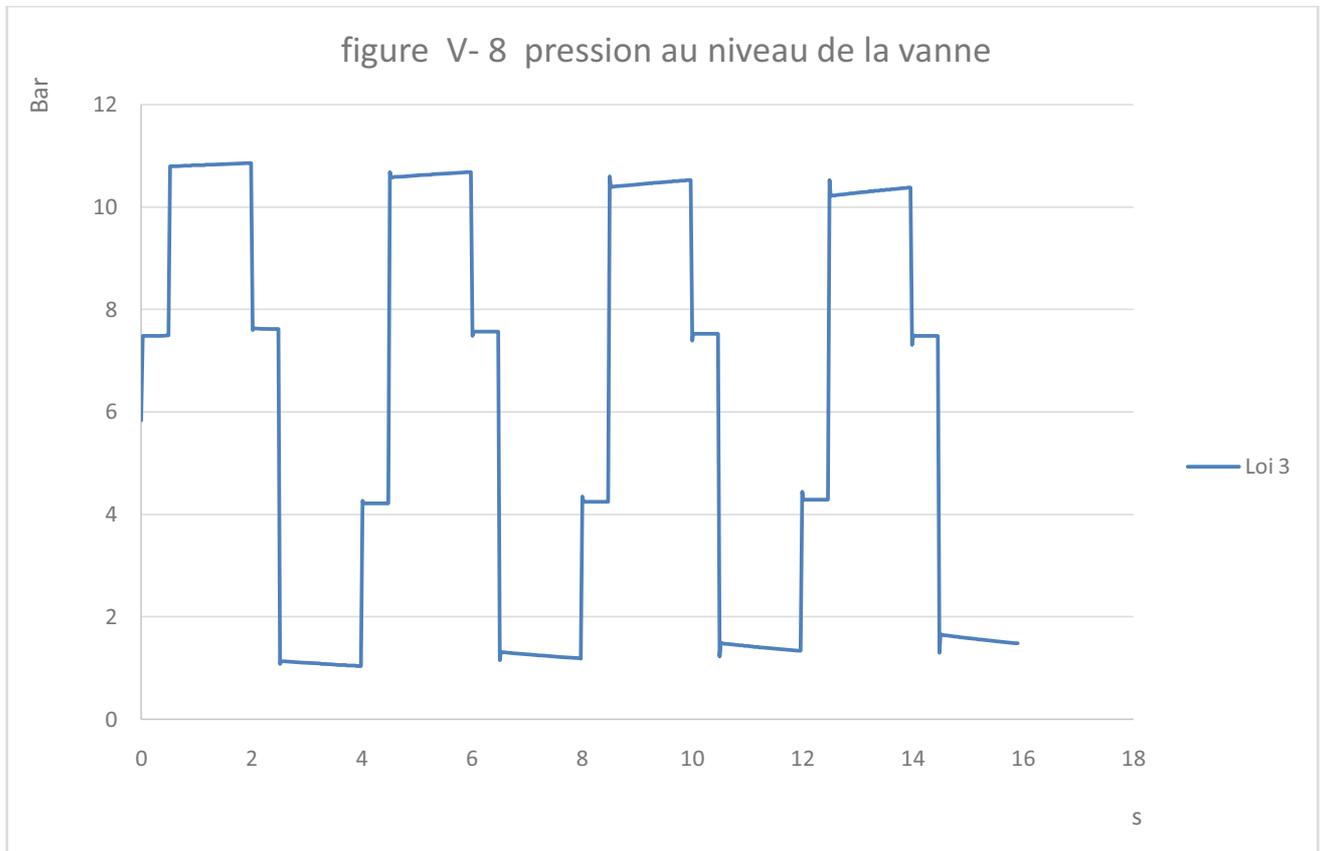
Temps (s)	1,3209	5,3334	9,296	13,2337
Pression (bar)	10,8328	10,6432	10,4722	10,3093

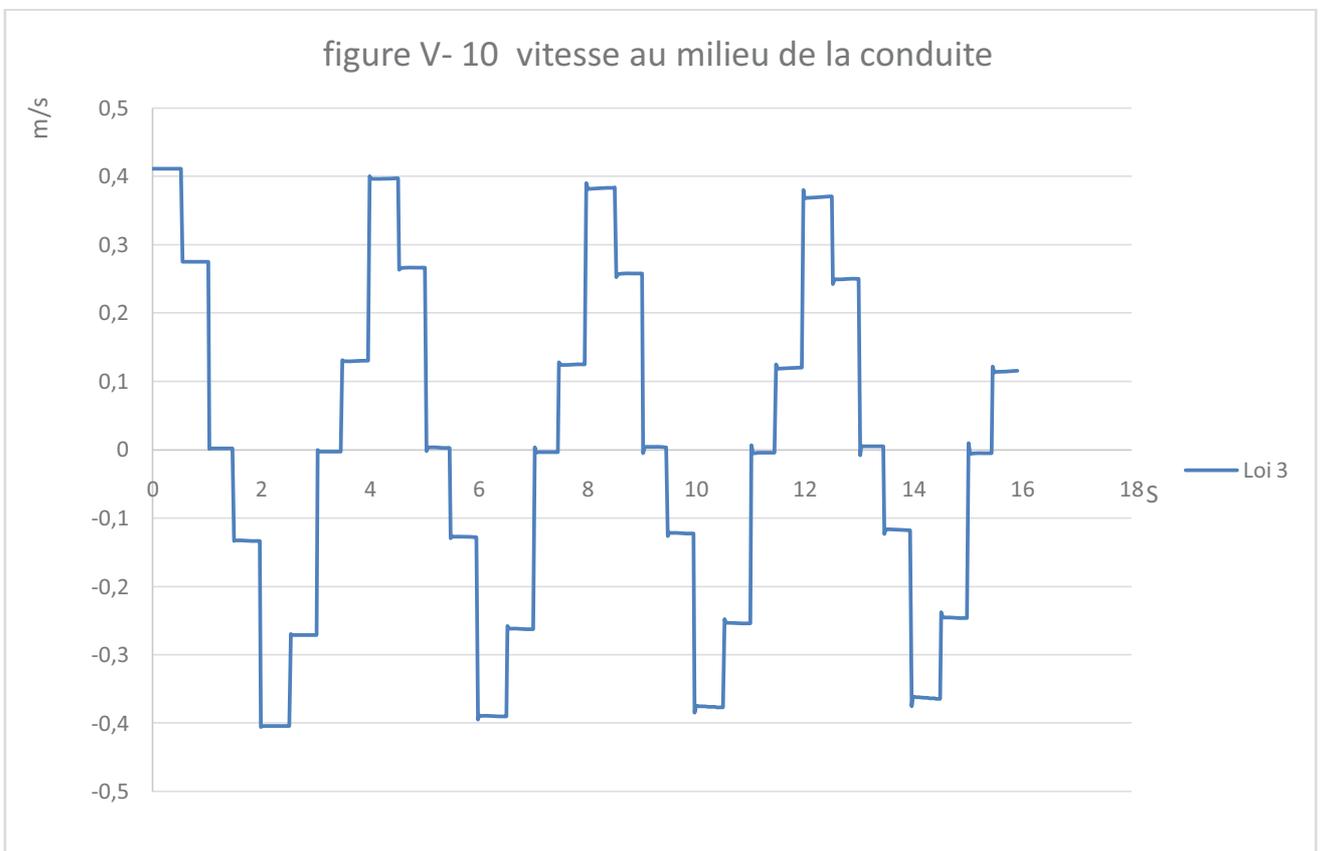
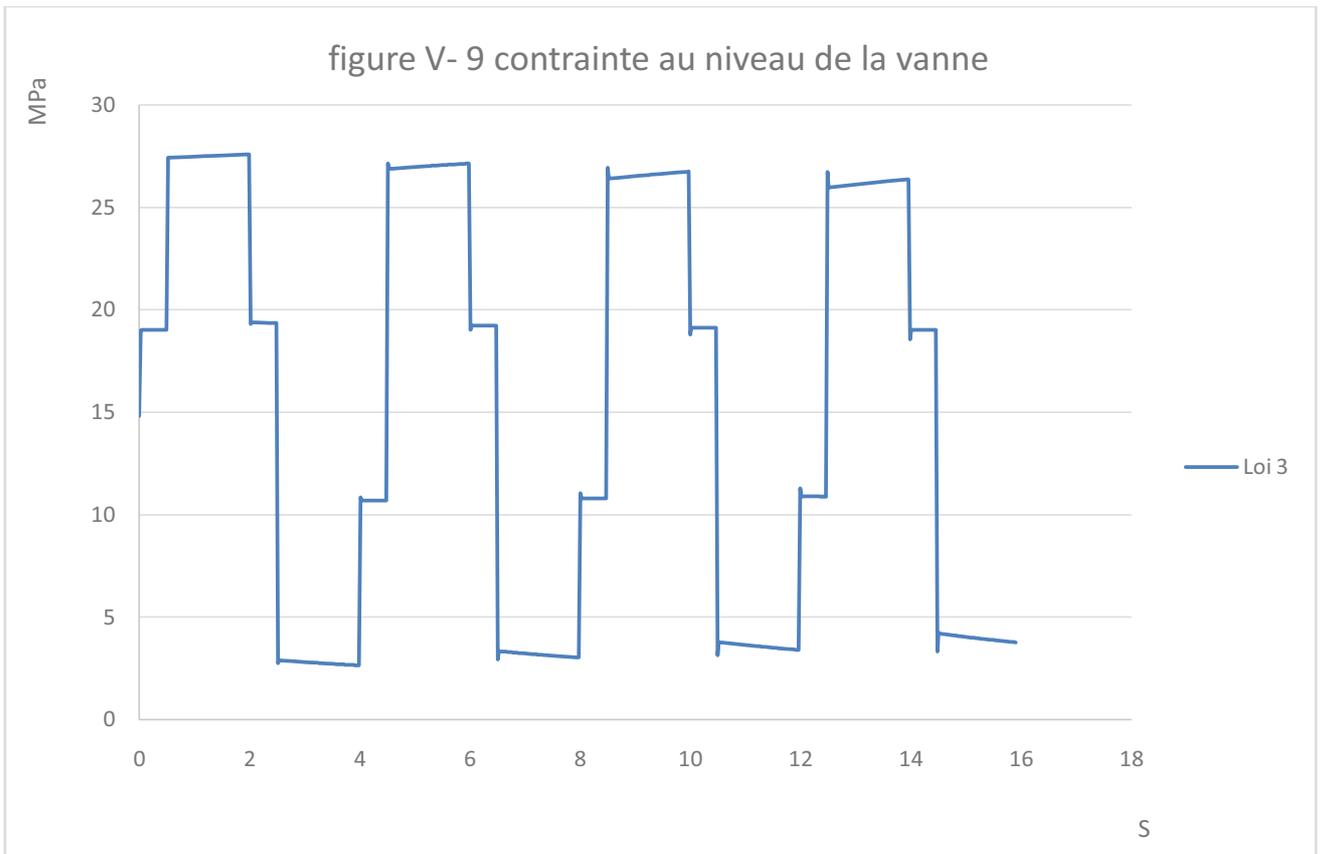
Sur les figures (V-5, 6 et 7), on donne la pression, la contrainte et la vitesse pour la deuxième loi de fermeture



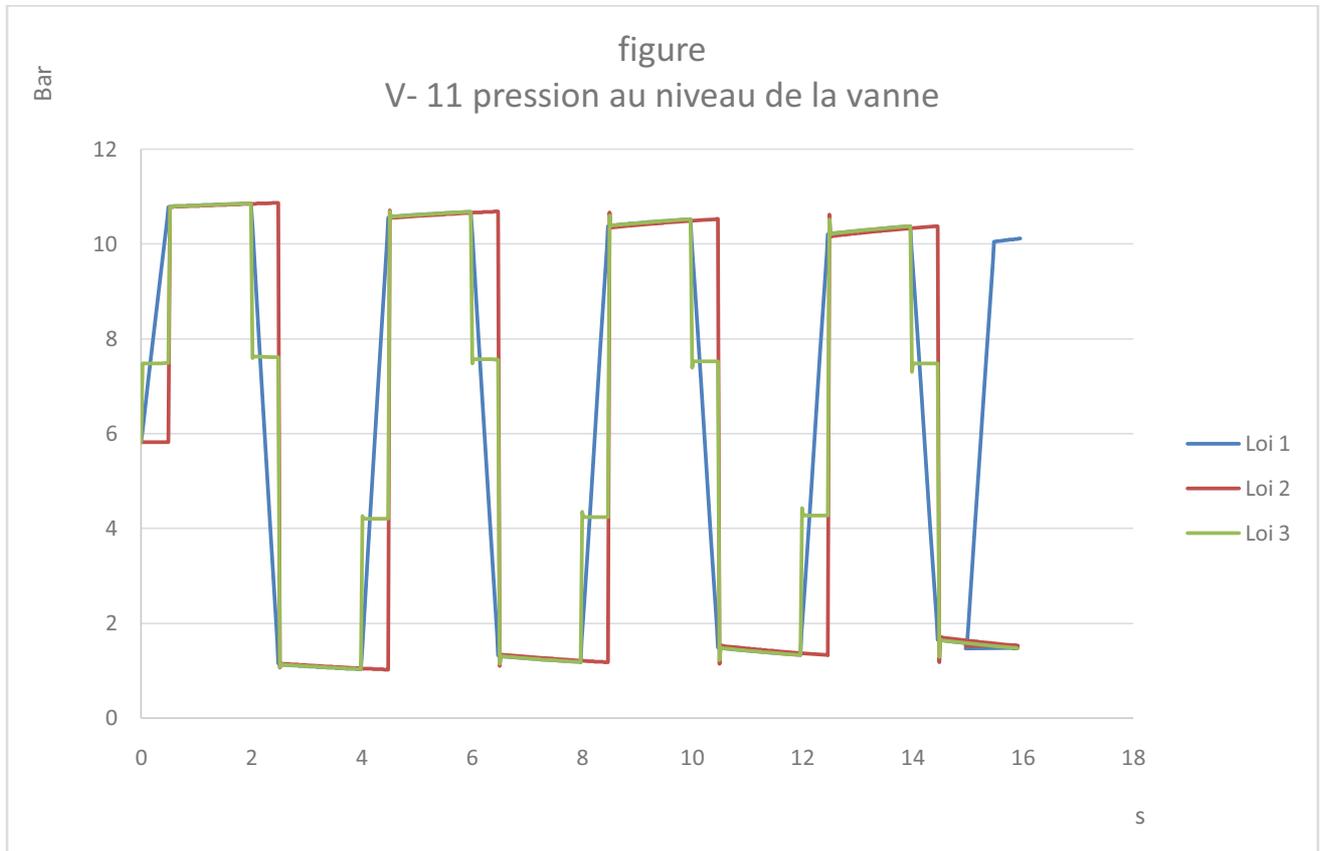


Sur les figures (V-8, 9 et 10), on donne la pression, la contrainte et la vitesse pour la troisième loi de fermeture





- Observation des différentes lois de fermeture de vanne :



Discusion :

La figure V-11 presente la variation de pression pour les différentes lois de fermeture de la vanne. On observe au niveau de l'amplitude du signal est sensiblement identique avec une petite distorsion d'une loi à loi et un léger décalage dans le temps. On observe aussi les piques dans la courbe de la loi 2 propablement du aux instabilités numériques .

CONCLUSION :

Dans cette étude, nous avons étudié l'impact des lois de fermeture des vannes sur l'écoulement transitoire du fluide dans une conduite. Il a été constaté que la fermeture de la vanne peut provoquer le phénomène d'écoulement transitoire (coup de bélier), une alternance de surpressions et de basses pression ainsi des contraintes mécaniques dans la conduite,

Nous avons écrit un système d'équations régissant ce phénomène d'écoulement de fluide dans une conduite en matériau élastique (acier)

Ce système d'équations aux dérivées partielles du type hyperboliques a été résolu en utilisant la méthode des caractéristiques combinée à celle des différences finies.

L'analyse des différents types de lois de fermeture de vanne, a montré que chaque loi peut avoir des effets différents sur les paramètres de l'écoulement. Par exemple, une loi de fermeture linéaire peut entraîner des variations de pression brusques et des phénomènes de surpression,

Il est donc essentiel de choisir judicieusement la loi de fermeture en fonction des objectifs spécifiques de l'application. Une meilleure compréhension de l'influence de cette loi peut contribuer à améliorer la sécurité et l'efficacité des systèmes de manipulation des fluides.

Enfin, l'étude des effets des lois de fermeture des vannes sur les écoulements transitoires de liquide dans les conduites met en évidence plusieurs points importants. Tout d'abord, il est clair que la loi de fermeture de la vanne a une grande influence sur les propriétés d'écoulement transitoire, en particulier les fluctuations de pression, de contrainte et de vitesse du fluide

BIBLIOGRAPHIE :

- [1] Cheong, L.C. "Unaccounted for water and the economics of leak detection". Proceedings of the 18th International Water Supply Congress and Exhibition, 15-31 mai 1991, Copenhague, publié dans Water Supply, 9, 3&4, IR1.1, 1991
- [2] AWWA. Water audits and leak detection. Manual of Water Supply Practices No. M36, American Water Works Association, 1990.
- [3] Hunaidi O, Chu, W., Wang, A., et Guan, W. Detecting leaks in plastic pipes. Journal AWWA, 92, 2, 82-94, American Water Works Association, 2000
- [4] B. SALAH, A. KETTAB, B. MASSOUH, B. MBANGANGOYE " Célérité de l'onde de coup de bélier dans les réseaux enterrés, revue la houille blanche, n°/4, 2001
- [5] M. Meunier. Les coups de bélier et la protection des réseaux d'eau sous pression .édition DOUND 1980.
- [6] J. Michaud. « Coup de bélier dans les conduites; étude des moyens employés pour en atténuer les effets.» Bulletin de la Soc. vaudoise des Ing. et Architectes, Lausanne 1878.
- [7] <http://www.solutionsbyharper.com/page.asp?PageID=6275>.
- [8]. <http://www.kirsner.org/pages/forensicResAlt.html>.
- [8] <http://www.ksb.com/ksb-en/Producs-and-Services/waste-water/water-hammer>
- [9] M. MEUNIER "Le coup de bélier et la protection des réseaux d'eau sous pression" ENGREF, PARIS 1980.
- [10] RIADH BENHAMOUDA: Notions de mécanique des fluides
- [11] RISSER Laurent, « Différences finies pour la résolution numérique des équations de la mécanique des fluides », 2006.
- [12] E. Benjamin Wylie et Vector L. Streeter, "Fluid Transients", McCraw Hill International Book Company
- [13] B. Després, « Méthodes numériques pour les EDP instationnaires : Différences Finies et Volumes Finis » Notes pour le cours de base M2-Mathématiques de la modélisation (2014) . - 15 juillet 2014
- [14] E.HADJ TAIEB, "Transient analysis for leak detection in pipe with fluid structure interaction.

BIBLIOGRAPHIE :

- [15] ZIANI Salim, DJEMILI Abdelouaheb, « Influence du matériau de la conduite et du terme de frottement sur les écoulements transitoires en présence d'une fuite », PFE département génie mécanique UBMA Annaba, juin 2016
- [16] HAZEM Tarek, Djemili Abdelouaheb, « Influence du matériau de la conduite sur les écoulements instationnaires en présence d'une fuite», PFE département génie mécanique université UBMA Annaba, juin 2015
- [17] GHERIS.HANENE, DJEMILI Abdelouaheb, « Etude de l'influence de la vitesse initiale sur le débit de fuite en écoulement transitoire», PFE département génie mécanique université UBMA Annaba, juin 2021
- [18] Yong Han 1 , Weidong Shi 2,* , Hong Xu 3 , Jiabin Wang 4 and Ling Zhou 5, «Effects of Closing Times and Laws on Water Hammer in a Ball Valve Pipeline, », * published: 7 May 2022
- [19] «Hydraulic transients in pipelines due to various valve closure schemes, » Springer Nature Switzerland AG 2019
- [20] A. K. TRIKHA, « An Efficient Method for Simulating Frequency-Dependent Friction term in Transient, » , Journal of Fluids Engineering , March 1975.
- [21]W. Mpesha, S. L. Gassman, M. H. Chaudhry: *Leak Detection in Pipes by Frequency Response Method.* Journal of Hydraulic Engineering, 127 (2001) 134-147.

Annexe A1

Calcul détaillé concernant l'équation de conservation de la masse

$$\begin{aligned}\frac{\partial(\rho A dx)}{\partial t} &= \rho AV - (\rho AV + \frac{\partial(\rho AV)}{\partial x} dx) \\ \frac{\partial(\rho A)}{\partial t} &= - \left(\frac{\partial(\rho AV)}{\partial x} \right)\end{aligned}\tag{A-1.1}$$

En explicitant les dérivées partielles spatiales et temporelles, ainsi qu'en regroupant les termes, on obtient.

$$A \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial X} \right) + \rho \left(\frac{\partial A}{\partial t} + v \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \rho A \frac{\partial V}{\partial X} = 0\tag{A - 1.)}$$

Et comme :

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial X} \right) \text{ et } \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{1}{A} \left(\frac{\partial A}{\partial t} + v \frac{\partial A}{\partial x} \right)\tag{A - 1.)}$$

L'expression (III.11) se simplifie pour donner :

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0\tag{A - 1.)}$$

Exprimons ce qui se passe du point de vue de l'analyse des contraintes et déformations.

Le terme $\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}$ prend en compte la compressibilité du fluide.

BIBLIOGRAPHIE :

Et $\frac{1}{A} \frac{dA}{dt}$ l'élasticité transversale de la conduite.

La tuyauterie doit être construite avec des joints de dilatation qui peuvent être librement déformés dans le sens vertical. Mathématiquement, cette contrainte longitudinale est exprimée par $\rho = 0$, en supposant que la déformation est petite et proportionnelle à la contrainte. on peut écrire selon la **loi de Hooke** :

On a : $\rho = f(A, P)$ Cependant, les phénomènes thermiques liés à la dissipation mécanique et à l'échange avec l'extérieur ($A=Cte$) sont négligeables, et l'eau est supposée être un fluide barométrique, donc ceci est pris en compte

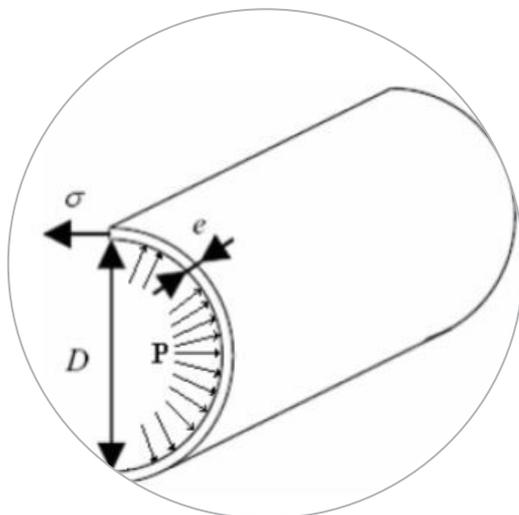
L'explication suivante de son module d'élasticité : K

$$dP = K \frac{d\rho}{\rho} \quad (\text{A-1.})$$

Selon la théorie de la résistance des matériaux, les conduites hydrauliques circulaires (devraient être élastiques, se déformer comme si elles étaient constituées d'anneaux séparés et avoir une épaisseur relativement mince pour égaliser la contrainte). L'épaisseur représentée sur la figure (III-2) est obtenue à partir de l'équation de mouvement suivante :

$$\sigma = \frac{PD}{2e} \quad (\text{A-1.2})$$

Cette formule exprime la contrainte σ pour la différence de pression entre le fond et l'extérieur



BIBLIOGRAPHIE :

Figure III-2 : Contrainte latérale dans une conduite a paroi mince.

En utilisant la définition de la déformation du matériau, à savoir :

$$d\varepsilon = \frac{dR}{R} \quad (\text{A-1.3})$$

R étant le rayon hydraulique de la conduite.

Et en introduisant le module d'élasticité constant E du matériau, défini par :

$$\sigma = E \varepsilon \quad (\text{A-1.4})$$

Cette contrainte mécanique latérale s'explique comme :

$$d\sigma = E \frac{dR}{R} \quad (\text{A-1.5})$$

Combiner des expressions (III-15) et (III-18), sachant que $dA = 2\pi R dR$ et En supposant que l'épaisseur de paroi (e) reste constante pendant le processus de déformation du tube :

$$\frac{dA}{A} = D \frac{dP}{eE} \quad (\text{A-1.6})$$

Par la résolution mathématique des équations (III-13), (III-14) et (III-19), on obtient l'expression suivante de l'équation de continuité :

$$\rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{dP}{dt} = 0 \quad (\text{A.1.7})$$

Et comme la pression est fonction uniquement de x de t, on trouve :

$$\rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial t} = 0 \quad (\text{A.1.8})$$

C'est la vitesse de propagation de l'onde de pression, définie par Lorenzo Allievi comme étant égal a :

$$a = \sqrt{\frac{1}{\rho \left(\frac{1}{K} + \frac{D}{eE} \right)}} \quad (\text{A.1.9})$$

BIBLIOGRAPHIE :

Annexe A2

Le système d'équations s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} = A \\ \frac{\partial H}{\partial t} dt + \frac{\partial H}{\partial x} dx = dH \\ \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{\partial V}{\partial x} dx = dV \end{array} \right. \quad (\text{A.2.1})$$

On peut aussi arranger ce système sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} 1. \frac{\partial H}{\partial t} + 0. \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \\ 0. \frac{\partial H}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + 1. \frac{\partial V}{\partial t} + 0. \frac{\partial V}{\partial x} = A \\ \frac{\partial H}{\partial t} dt + \frac{\partial H}{\partial x} dx + 0. \frac{\partial V}{\partial t} + 0. \frac{\partial V}{\partial x} = dH \\ 0. \frac{\partial H}{\partial t} + 0. \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{\partial V}{\partial x} dx = dV \end{array} \right. \quad (\text{A.2.2})$$

En écrivant le système (IV-4) sous la forme matricielle (M.X = B) on aura :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{a^2}{g} \\ 0 & g & 1 & 0 \\ dt & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dt & dx \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial t} \\ \frac{\partial H}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial t} \\ \frac{\partial V}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ A \\ dH \\ dV \end{bmatrix} \quad (\text{A.2.3})$$

BIBLIOGRAPHIE :

On a $\Delta; \Delta P_t; \Delta P_x; \Delta V_t; \Delta V_x$

Calcul du déterminant, Δ , de la matrice M :

$$\Delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{a^2}{g} \\ 0 & g & 1 & 0 \\ dt & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dt & dx \end{bmatrix} \quad (\text{A.2.4})$$

$$\Delta = 1 \begin{bmatrix} g & 1 & 0 \\ dx & 0 & 0 \\ 0 & dt & dx \end{bmatrix} - 0 + 0 - \frac{a^2}{g} \begin{bmatrix} 0 & g & 1 \\ dt & dx & 0 \\ 0 & 0 & dt \end{bmatrix}$$

$$\Delta = -(dx^2 - 0) + a^2(dt^2 - 0)$$

$$\Delta = a^2 dt - dx^2$$

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow a^2 dt - dx^2 = 0 \Rightarrow a^2 = \frac{dx^2}{dt^2}$$

$$\Rightarrow dx = \pm a dt$$

$$\left\{ \begin{array}{l} dx = +a dt \dots \dots \dots C^+ \\ dx = -a dt \dots \dots \dots C^- \end{array} \right. \quad (\text{A.2.5})$$

C^+ Et C^- Représentent les droites caractéristiques du système d'équations.

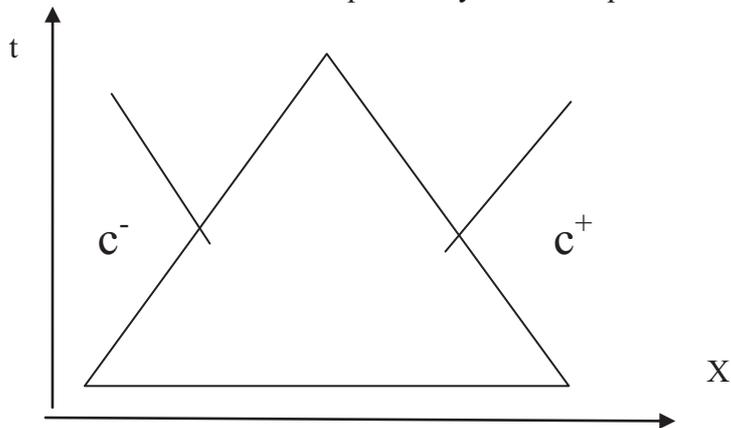


Figure IV-2 : droites caractéristique dans le plan (x, t) .

B) Recherche de la relation de compatibilité :

$$\Delta H_t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{a^2}{g} \\ Ag & 1 & 0 & \\ dH & dx & 0 & 0 \\ dV & 0 & dt & dx \end{bmatrix} \quad (\text{A.2.6})$$

BIBLIOGRAPHIE :

$$\Delta H_t = 0 \begin{bmatrix} g & 1 & 0 \\ dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx \end{bmatrix} + 0 + 0 - \frac{a^2}{g} \begin{bmatrix} Ag & 1 \\ dHdx & 0 \\ dV & 0 & dt \end{bmatrix}$$

$$\Delta H_t = \frac{-a^2}{g} [A(dxdt - 0) - g(dHdt) + gdV \cdot 0 + dH \cdot 0 - dx dv]$$

$$\Delta H_t = \frac{-a^2}{g} [Adxdt - gdHdt - dx dV]$$

$$\Delta H_t = 0$$

$$Adxdt - gdHdt - dx dV = 0$$

$$Adx - gdH - \frac{dx}{dt} DV = 0 \tag{A.2.7}$$