

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي



جامعة باجي مختار – عنابة

UNIVERSITÉ BADJI MOKHTAR – ANNABA
BADJI MOKHTAR – ANNABA UNIVERSITY

Faculté : TECHNOLOGIE

Département : GENIE MECANIQUE

Domaine : SCIENCES ET TECHNOLOGIES

Filière : GENIE MECANIQUE

Spécialité : CONSTRUCTION MECANIQUE

MEMOIRE

PRESENTE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE MASTER

Thème:

**Contribution à la conception basée sur la fiabilité d'une
roue à denture hélicoïdale**

Présenté par : *MERICHE INTISAR*

Encadrant : *KHELIF RABIA* ET *BOURENANE RABAH* Professeur UBMA

Jury de Soutenance :

CHELIA AZZEDDINE	MAA	UBMA	PRESIDENT
BOURENANE RABAH	Pr	UBMA	ENCADRANT
KHELIF RABIA	Pr.	UBMA	CO-ENCADRANT
TEKILI SABIHA	MCA	UBMA	EXPERT
BOUARICHA AMOR	MCA	UBMA	EXPERT

Année Universitaire : 2022/2023

Remerciements

الحمد والشكر لله الذي رزقني القوة والعزيمة لأكمل مسيرتي

فאלلهم لك الحمد ولك الشكر

J'aimerais remercier Monsieur Khelif Rabia pour avoir accepté de suivre et de diriger mon travail, pour le temps qu'il a consacré à m'apporter les outils méthodologiques indispensables à la réalisation de mon travail, et aussi je veux remercier Monsieur Boureenane Rabah qui m'a guidé et mes systèmes de travail, je tiens à remercier tous mes professeurs, je remercie Mr Fazari Kamel et Mr Houhou Rida ce sont eux qui m'ont aidé dans le stage .

Dédicace

Je dédie mon travail aux personnes les plus chères et plus proches de mon cœur à tout ce que j'ai dans ma vie à ceux qui ont travaillé dur pour que je sois ici à ma chère mère et mon cher père.

À moi qui me suis battu pour arriver ici malgré tous obstacles.

À mes frères.

À tous mes professeurs, du collège à l'université.

À tous ceux qui ont été à mes côtés tout au long de mon parcours scolaire.

Sommaire :

Remerciements

Dédicace

Introduction 1

CHAPITRE 01 : ETAT DE L'ART

1.1.Définition4

1.2.Matériaux pour engrenage.5

1.3. Le Rôle de l'engrenage.7

1.4. Les Types d'engrenages :

1.4.1. Engrenage droit à denture droite pour arbres parallèles.8

1. 4.2.Engrenages droits à denture hélicoïdale.9

1. 4.3.Engrenages coniques (concourants).9

1. 4.4.Engrenages roue et vis sans fin (gauches).10

1.5. Profil des dents.11

1. 6. Avantages et inconvénients des engrenages.12

1.7. Méthodes des calculs.13

1. 7.1. Engrenage droit à denture droite pour arbres parallèles.13

1.7.2. Engrenage Droits à denture hélicoïdale.....15

1. 7.3. Engrenages coniques (concourants).17

1. 7.4. Engrenages roue et vis sans fin (gauches).18

1. 8. Fonctionnement des engrenages.19

CHAPITRE 02 : CONCEPTION DE PIECE

2.1. Le rôle des dentures hélicoïdales.	21
2.2. Les caractéristiques de métaux 42CD4.	21
2.3. Calcul de dentures hélicoïdale	21
2.3.1. Pour la roue.	21
2.3.2. Pour l'arbre pignon.	22
2.4. Le dessin élaboré.	
2.4.1. Dessin sur SolidWorks :	
2.4.1.1. Pour le pignon.	24
2.4.1.2 . Pour la roue.	24
2.4.2. Les Plans :	
2.4.2.1. Pour le pignon.	25
2.4.2.2. Pour la roue.	25

Chapitre 03 : FABRICATION

3.1. Fiche de pré-préparation.	27
3.2. CARTE DE REGLAGE PE500.	28
3.2.1. Données Fraise : (avec données de fraise utilisée).	
3.2.2 . Données pièce.	29
3.2.3. Régimes de coupes.	29
3.3. La gamme d'usinage.	30

Chapitre 04 : DIMENSIONNEMENT BASE SUR LA FAIBILITE

4.1. Introduction.	35
4.2. Evolution des concepts de la fiabilité.....	35
4.3 Variable	36
4.4. Application.	42
4.4.1. Fiabilité à la conception partie calcul	43
Conclusion	51
Référence	52

Liste des figures :

- Figure 01 : Engrenages hélicoïdale dans les réducteurs.	4
- Figure 02 : L'acier 42 CD 4 d'engrenages.	6
- Figure 03 : Différentes positions des arbres d'un engrenage : (a) et (b) axes parallèles, (c) axes concourants, (d) axes orthogonaux Images J.-L. Fanchon.	7
- Figure 04 : Profil d'une dent en comparaison avec une droite et un arc de cercle.	11
- Figure 05 : Engrenages droits à denture droite.....	13
- Figure 06 : Engrenages droits à denture hélicoïdale.	15
- Figure 07 : Engrenages coniques.	17
- Figure 08 : Engrenages roue et vis sans fin.....	18
- Figure 09 : Modèle physique utilisé	44
- Figure 10 : Evolution de l'indice de fiabilité	46
- Figure 11 : Le coefficient de sécurité	46
- Figure 12 : Evolution de l'indice de fiabilité	47

- Figure 13 : Les facteurs d'importance47
- Figure 14 : Evolution de la contrainte au pied de dent en fonction du diamètre47
- Figure 15 : Répartition des contraintes48
- Figure 16 : Evolution de l'épaisseur du film du lubrifiant en fonction de l'angle de rotation.48

Liste de tableaux :

- Tableaux 01 les types d'engrenages.8
- Tableaux 02 de .Caractéristiques mécaniques des matériaux pour les engrenages cylindriques et coniques (les valeurs sont données pour une rugosité $Re=(3...6\mu m)$34

Introduction :

Actuellement, les engrenages occupent une place importante dans les systèmes mécaniques. C'est la façon la plus économique pour transmettre de la puissance et un mouvement de rotation dans des conditions uniformes. Comme les exigences sont vastes et avec des difficultés variées, les engrenages sont très complexes et d'une grande diversité.

L'importance de l'engrenage, comme élément mécanique nécessaire et idéal, est démontrée par la vaste gamme qu'on trouve dans toutes les industries. Le développement des nouvelles technologies, comme l'électronique, a remplacé quelques applications de l'engrenage, mais il reste toujours un élément mécanique dont l'utilisation croît continuellement.

L'histoire des engrenages commence dans les civilisations antiques, avec les roues de friction. Cependant, c'est seulement dans la période de la renaissance que les mathématiciens ont commencé à appliquer les principes géométriques pour déterminer le meilleur profil de la dent d'engrenage. La conception d'un engrenage comprend des calculs mathématiques, l'aspect géométrique, la détérioration, les matériaux, la fabrication et la vérification. Parmi tous ces paramètres, il est essentiel de connaître avec précision les contraintes se trouvant dans la dent d'engrenage pour prévenir certains risques de rupture. Par conséquent, plusieurs méthodes théoriques et expérimentales ont été développées, à partir de la fin du XIII^{ème} siècle.

Les engrenages sont des organes complexes et coûteux. Des inventeurs ont appliqué leur imagination à la recherche de systèmes plus simples pour transmettre un mouvement avec transformation des couples. Dans cette compétition toujours ouverte, les engrenages restent gagnants car ils transmettent les plus fortes puissances sous le plus petit volume et avec les meilleurs rendements.

Le sujet traité concerne la roue dentée hélicoïdale dans un réducteur. Le réducteur à engrenages hélicoïdaux est conçu sur la base d'un système de combinaison modulaire et offre de nombreuses combinaisons de moteurs, formes d'installation et schémas structurels différents. Le rapport de transmission est gradué en fonction des différentes conditions de travail, réalisant l'intégration électromécanique. Ses avantages incluent une efficacité de transmission élevée et des économies d'énergie. Ses dents de broyage sont en acier allié de haute qualité. Il est également peu bruyant et peu échauffé, et offre une capacité portante élevée. Il a de nombreuses applications dans de nombreux domaines.

Dans ce mémoire, nous abordons le cas des engrenages à denture hélicoïdale du point de vue conception. Ainsi, dans le premier chapitre, nous avons développé des généralités sur les engrenages avec la définition d'engrenage et son rôle, les matériaux à partir desquels ils sont fabriqués, les types d'engrenages avec les avantages et les inconvénients, leur fonctionnement et comment faire les calculs.

Le deuxième chapitre est réservé à la clarification du rôle des engrenages hélicoïdaux et les caractéristiques de matériaux 42CD4 avec les dessins de la roue et le pignon y compris les plans et comment faire les calculs.

Le troisième chapitre est dédié la fabrication de la roue, la fiche de préparation et la carte de réglage avec la gamme d'usinage.

Enfin, le quatrième chapitre est consacré à une étude dimensionnelle liée à la fiabilité et son effet sur le dimensionnement.

Chapitre n°01

ETAT DE L'ART

1. Définition :

Les engrenages sont un mécanisme élémentaire composé de deux dentées mobiles centrées sur des axes de position relative invariables, l'un desquels entraîne l'autre par l'action de contacts successivement dents. et est un ensemble de deux pièces dentées calées sur deux arbres, transmettant un mouvement rotatif de l'une à l'autre par le contact des dents [1].

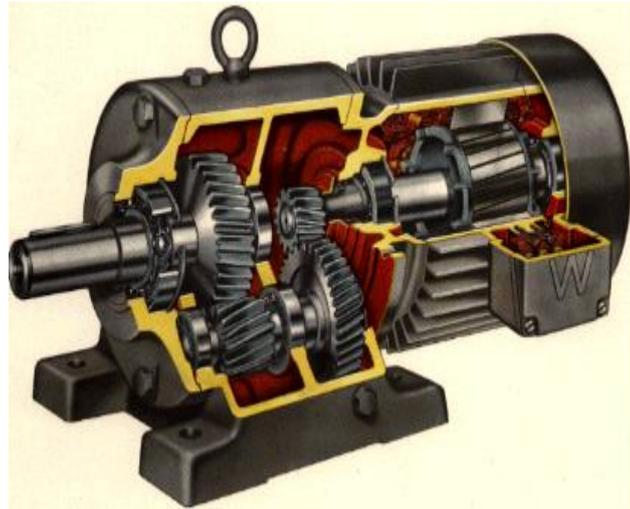


Figure 01 : Engrenages hélicoïdaux dans les réducteurs [1] .

Un engrenage est un mécanisme de base constitué de deux dents mobiles centrées sur un axe de position relative constante, dont l'une entraîne l'autre par l'action de contacts dentés

successifs. Et est un ensemble de deux pièces dentées calées sur deux arbres, le mouvement de rotation est transmis d'un arbre à l'autre par le contact des dents [1].

2. Matériaux pour engrenage :

Le matériau de l'engrenage doit être choisi de telle manière qu'il peut couper et tailler ses dents avec précision et conditions de surface appliquées pour assurer une résistance suffisante à la flexion, résistance suffisante pour supporter des charges alternées haute résistance à l'usure des couches superficielles des dents.

Le matériau commun pour fabriquer des engrenages est l'acier, Fonte et plastique.

Tendance à réduire la taille, augmenter la puissance une large gamme de transmissions et des vitesses croissantes ont été identifiées par Application de roues en acier.

Variété de nuances d'acier et disponibilité des traitements thermiques et thermo-chimiques de nature différente permettent obtenez la combinaison d'attributs la plus favorable.

L'acier au carbone est le plus courant pour les charges moyennes ; sa teneur en carbone varie de 0.35 à 0.50% .

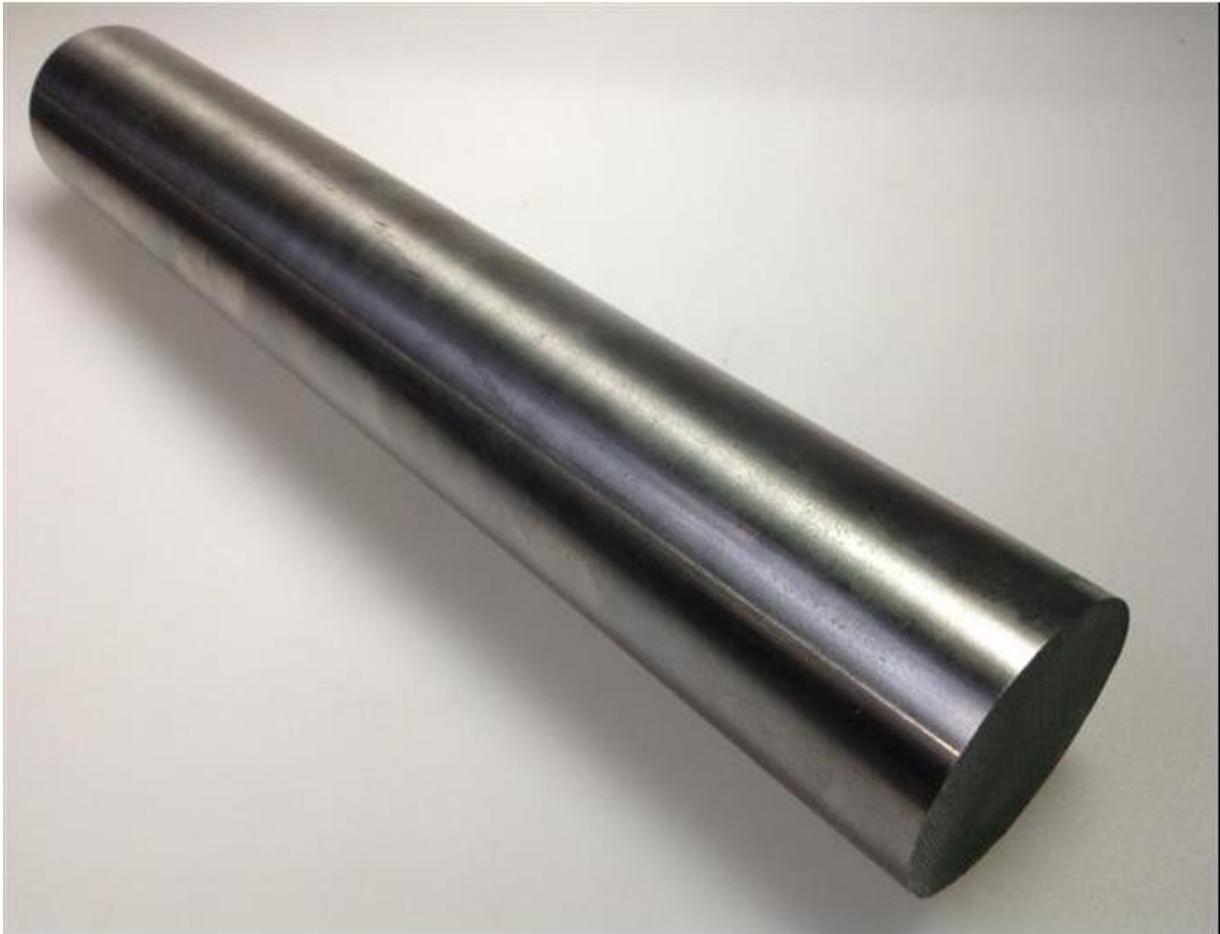


Figure 02 : l'acier 42 CD 4 d'engrenages [2].

3. Le Rôle de l'engrenage :

Un engrenage est un transfert de puissance entre deux arbres adjacents qui modifie la paire transmise ainsi que la vitesse de rotation dans une relation précise et constante [3].

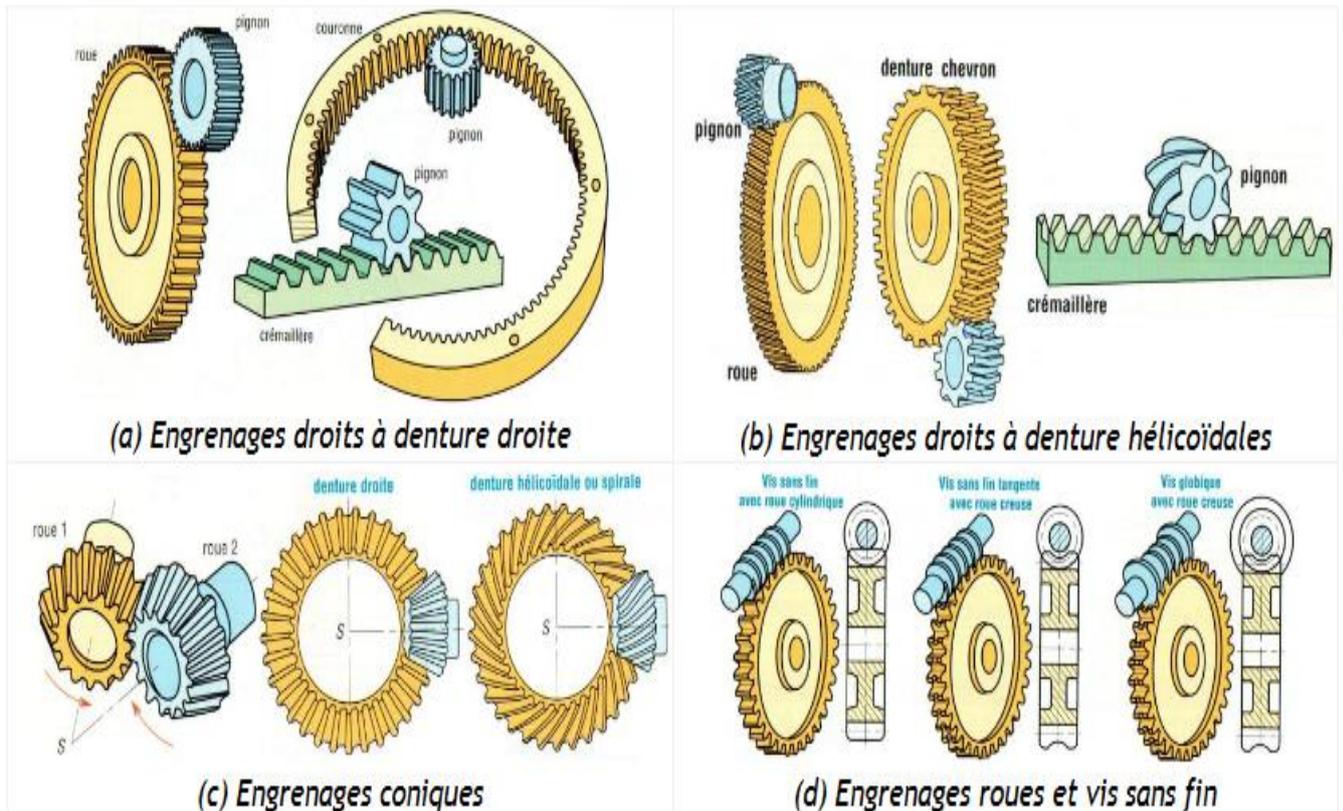
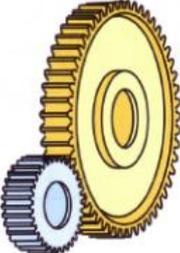
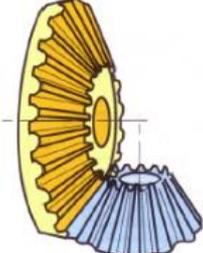
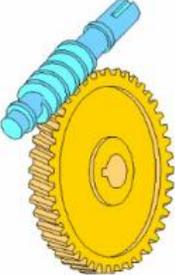


Figure 03 : Différentes positions des arbres d'un engrenage : (a) et (b) axes parallèles, (c) axes concourants, (d) axes orthogonaux Images J.-L. Fanchon [3].

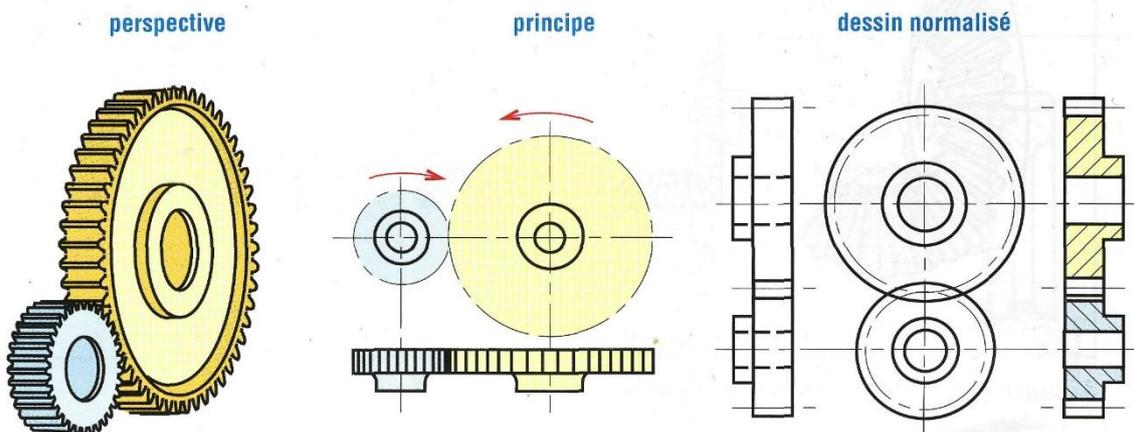
4. Les Types d'engrenages :

Engrenages parallèles	Engrenages concourants	Engrenages gauches
		

Tableaux 01 les types d'engrenages [1].

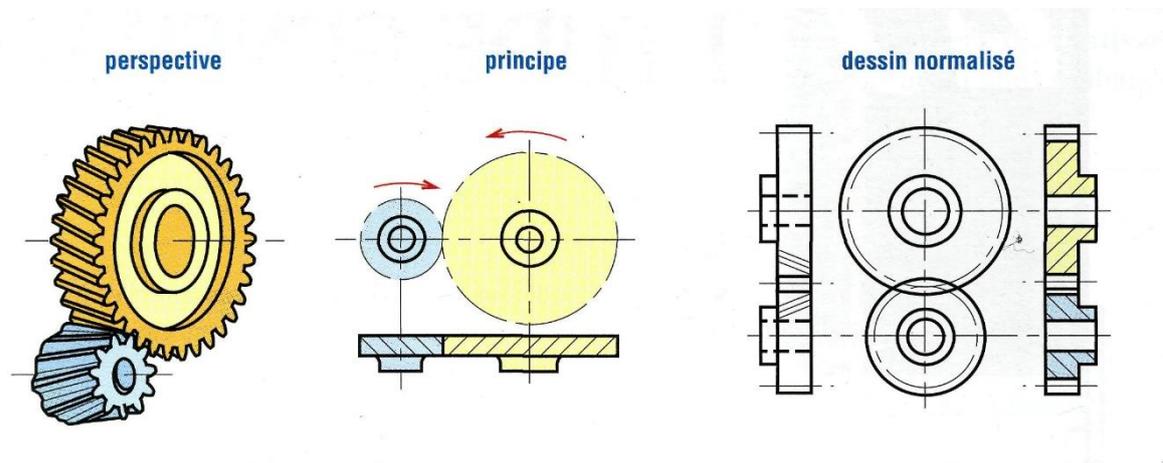
4.1 .Engrenage droit à denture droite pour arbres parallèles :

Ils sont utilisés pour transmettre le mouvement et la puissance entre deux arbres parallèles, c'est le plus simple et le plus économique. Les dents des deux engrenages sont parallèles à l'axe de rotation de l'arbre [1].



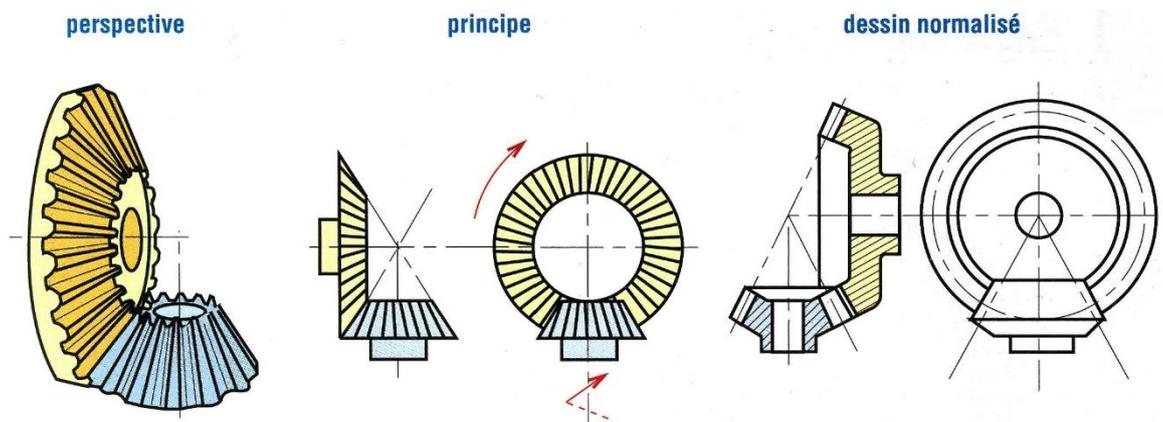
4.2. Engrenages droits à denture hélicoïdale :

Comme les précédents, ils sont largement utilisés dans la transmission de puissance ; les dents des engrenages sont inclinées par rapport aux axes de rotation des deux arbres [1].



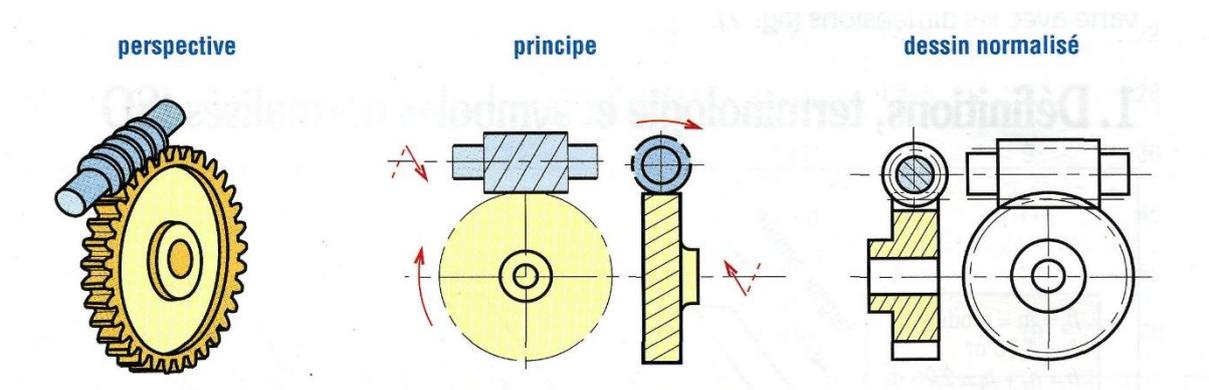
4.3 .Engrenages coniques (concourants) :

Ils sont utilisés pour transférer le mouvement entre des axes concurrents verticaux ou non verticaux. Les dents peuvent être droites, hélicoïdales ou hélicoïdales, et leurs dents sont taillées en surfaces effilées [1].



4.4. Engrenages roue et vis sans fin :(gauches)

L'une des roues ressemble à une vis, l'autre est une roue hélicoïdale. Le sens de rotation de la molette dépend du sens de rotation de la vis, mais aussi de l'inclinaison des dents, pas à droite ou à gauche [1].



5. Profil des dents :

Les dents doivent permettre de maintenir toujours les deux roues en contact, d'assurer une rotation continue d'une roue par rapport à l'autre et de ne pas bloquer le fonctionnement de l'engrenage. Le profil d'une dent de roue dentée n'est ni une droite ni un arc de cercle [3] , figure suivant :

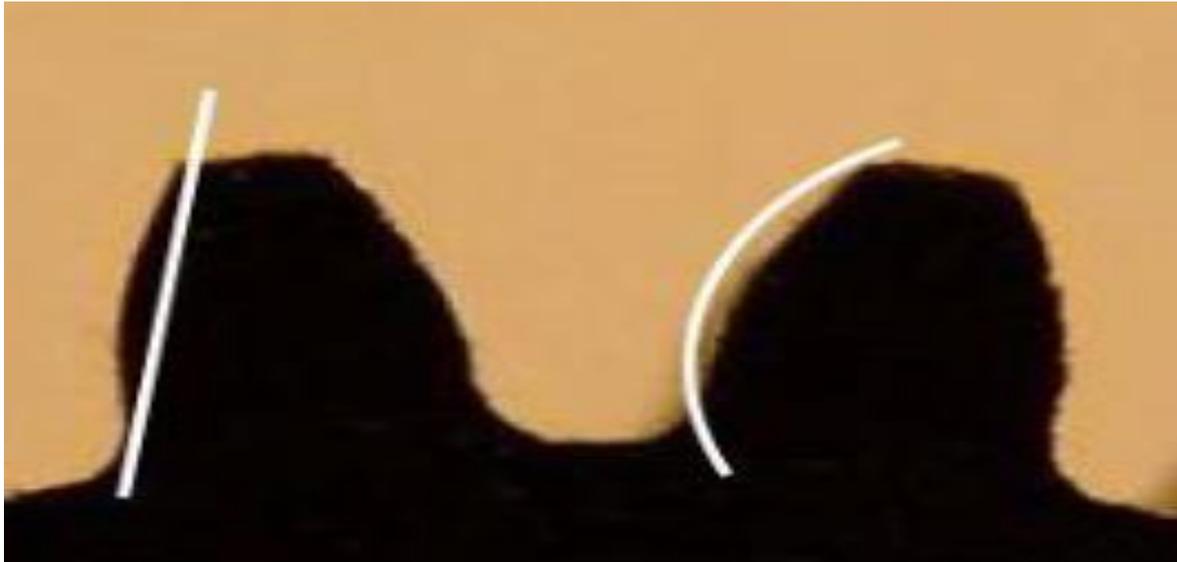


Figure 04 : Profil d'une dent en comparaison avec une droite et un arc de cercle[3].

6. Avantages et inconvénients des engrenages :

6.1. Avantages :

Ils sont synthétisés comme suit :

- Transmission de puissances élevées sous fréquences de rotation élevées.
- Transmission à rapport rigoureusement constante (transmission synchrone).
- Transmission parfaitement homocinétique.
- Possibilités de transmissions entre plusieurs arbres.
- Rendement élevé.
- Durée de vie importante et bonne fiabilité [5].

6.2. Inconvénients :

Parmi les inconvénients, on peut citer :

- Nécessité d'un entraxe précis et constant.
- Niveau sonore variable suivant le type d'engrenage.
- Transmission des à-coups et vibrations.
- Nécessité d'une lubrification, souvent par fluide.
- Réversibilité possible suivant type d'engrenage.
- Coût très variable suivant type d'engrenage et classe de qualité [5].

7. Méthodes de calcul :

7.1 Engrenage droit à denture droite pour arbres parallèles :



Figure 05 : Engrenages droits à denture droite[7].

Il y a deux types de dentures Denture extérieure Denture intérieure.

-Caractéristiques :

-Module m : Données par calcul de résistance des matériaux

-Nombre de dents Z Donné par le rapport :

$$(Z1/Z2) = (N2/N1)$$

-Pas au primitif p : $p = \pi.m$

-Saillie : $h_a = m$

-Creux : $h_f = 1,25.m$

-Hauteur de la dent : $h = h_a + h_f = 2,25.m$

-Diamètre primitif : $d = m.z$

-Largeur de dent $b = k.m$ (avec k : coefficient de largeur de denture

$7 \leq k \leq 12$).

-Engrenage extérieur :

Diamètre de tête : $d_a = d + 2.m$

Diamètre de pied $d_f = d - 2,5.m$

Entraxe : $a = (d_1 + d_2) / 2$

-Engrenage intérieur :

Diamètre de tête : $d_a = d - 2.m$

Diamètre de pied $d_f = d + 2,5.m$

Entraxe : $a = (d_1 - d_2) / 2$ [6].

7.2 Engrenage Droits à denture hélicoïdale :



Figure 06 : Engrenages droits à denture hélicoïdale[7] .

-Caractéristiques :

- $p_n = p_t \cdot \cos\beta$ avec

- $p_n = \pi \cdot m$ (m_n : module réel)

- $p_t = \pi \cdot m_t$ (m_n : module apparent)

-Module réel m_n : Le module normalisé m_n est déterminé par calcul de résistance des matériaux et choisi dans le tableau des modules normalisés.

-Module apparent : $m_t = m_n / \cos\beta$

-Pas apparent : $p_t = \pi \cdot m_n$

-Pas réel $p_n = \pi \cdot m_t$

-Nombre de dents Z Donné par le rapport : $(Z_1/Z_2) = (N_2/N_1)$

-Diamètre primitif : $d = m_t \cdot Z$

-Saillie : $h_a = m_n$

-Creux : $hf = 1,25.mn$

-Hauteur de la dent : $h = 2,25.mn$

-Diamètre de tête : $da = d + 2.mn$

-Diamètre de pied : $df = d - 2,5.mn$

-Angle d'hélice β : $^{\circ}20 \leq \beta \leq 30^{\circ}$

-Largeur de denture $b = K.m$ [6].

7.3 Engrenages coniques (concourants) :



Figure 07 : Engrenages coniques [7] .

-Caractéristiques :

- Module m : Déterminé à partir de m_{moy}
- Module moyen m_{moy} : Donné par calcul de résistance des matériaux
- Nombre de dents Z Donné par le rapport : $(Z1/Z2) = (N2/N1)$
- Largeur de dent : $b = km$ ($4 \leq k \leq 6$)
- Diamètre primitif : $d = m.Z$
- Angle primitif δ :
- $\delta = \arcsin (d/2L)$
- Saillie : $h_a = m$
- Creux : $h_f = 1,25 m$
- Hauteur de la dent : $h = 2,25m$
- Diamètre de tête : $d_a = d + 2m \cos\delta$
- Diamètre de pied : $d_f = d - 2,5m \cos\delta$
- Angle de saillie θ_a : $\tan\theta_a = m/L$

-Angle de creux θ_f : $\tan\theta_f = 1,25m/L$

-Angle de tête δ_a : $\delta_a = \delta + \theta_a$

-Angle de pied δ_f : $\delta_f = \delta - \theta_f$ [6].

7.4 Engrenages roue et vis sans fin (gauches) :



Figure 08 : Engrenages roue et vis sans fin[7] .

-Caractéristiques :

-Module réel m_n : Par un calcul de RDM

-Nombre de filets Z : Déterminé par le rapport des vitesses.

-Angle d'hélice β : Déterminé pour l'irréversibilité :

$$\gamma < 5^\circ ; \gamma + \beta = 90^\circ$$

-Module axial : $m_x = m_n / \cos \gamma$

-Pas axial : $p_x = p_n / \cos \gamma$

-Pas réel : $p_n = m \cdot \pi$

-Pas de l'hélice : $p_z = p_x \cdot z$

-Diamètre primitif : $d = p_z / \pi \tan \gamma$

-Diamètre extérieur : $d_a = d + 2m$

-Diamètre intérieur : $d_f = d - 2.5m$

-Longueur de la vis $4px < L < 6px$ [6].

8. Fonctionnement des engrenages :

Pendant le fonctionnement d'une transmission, le contact d'une dent de la roue menant avec une dent de la roue menée s'amorce au pied de la dent menant et au sommet de la dent menée. L'engrènement s'effectue sur toute la largeur des dents à la fois (engrenage à dentures droites). Pour que la transmission de la rotation à l'arbre mené soit continue, l'attaque du couple de dents suivant doit se produire avant la fin de prise du couple précédent. Dans les sections perpendiculaires aux axes des roues hélicoïdales, le contact s'établit de la même façon que dans le cas des roues à dentures droites, mais du fait que les dents des roues hélicoïdales sont disposées suivant les hélices, la phase de leur engrènement varie dans les sections parallèles, contrairement aux engrenages à dentures droites où cette phase est la même sur toute la largeur des roues. A la différence d'un engrenage droit, dans un engrenage hélicoïdal le contact des dents s'établit non pas simultanément sur toute leur largeur, mais progressivement. L'engrènement d'un couple de dents s'amorce à la racine de la dent menant et sur l'arête de la dent menée[8].

Chapitre n° 02

CONCEPTION DE LA PIECE

1. Le rôle des dentures hélicoïdales :

Les dents hélicoïdales augmentent également l'entraînement de la transmission en rendant constant le nombre de dents en contact simultané, ce qui peut transmettre des forces plus élevées et surtout amortir les vibrations et le bruit.

2. Les caractéristiques du métal 42CD4 :

Le matériau utilisé pour cette étude est un acier faiblement allié, destiné principalement à la fabrication des pièces par l'industrie mécaniques en Algérie.

Cet acier contient des principaux éléments d'addition tels que le chrome et le molybdène ayant une teneur ne dépassant pas 5%.

3. Calcul des dentures hélicoïdales :

3.1 Pour la roue :

On a :

- Sens de l'hélice : droite
- Pas réel : $p_n=6.28$
- L'angle d'hélice $\beta=20^\circ$
- L'angle de pression $\alpha=20^\circ$
- Nombre de dents $Z_2=86$
- Roue conjugué $Z_1=16$
- Pas apparent : p_t
- $p_n = p_t \cdot \cos\beta$ avec $p_n = \pi \cdot m$ (m_n :module réel)
- $m_n = p_n / \pi = 2$
- Pas apparent $p_t = \pi \cdot m_t$ (m_n :module apparent) et on a $p_t = p_n / \cos\beta = 6.68$

- Module apparent : $mt = mn / \cos\beta = 2.128$ et aussi en peut calcul avec $mt = pt / \pi = 2.128$
- Diamètre primitif : $dp2 = mt \cdot Z = 183$
- Saillie : $ha = mn = 2$
- Hauteur de la dent : $h = 2,25 \cdot mn = 4.5$
- Diamètre de tête : $da2 = d + 2 \cdot mn = 187$
- Diamètre de pied (de fond) : $d2f = d - 2,5 \cdot mn = 178$
- Entraxe $a = 108.5$
- La rugosité $Ra = 3.2$

3.2 Pour l'arbre pignon :

On a :

- Sens de l'hélice gauche
- Pas réel : $pn = 6.28$
- L'angle d'hélice $\beta = 20^\circ$
- L'angle de pression $\alpha = 20^\circ$
- Nombre de dents $Z2 = 86$
- Roue conjugué $Z1 = 16$

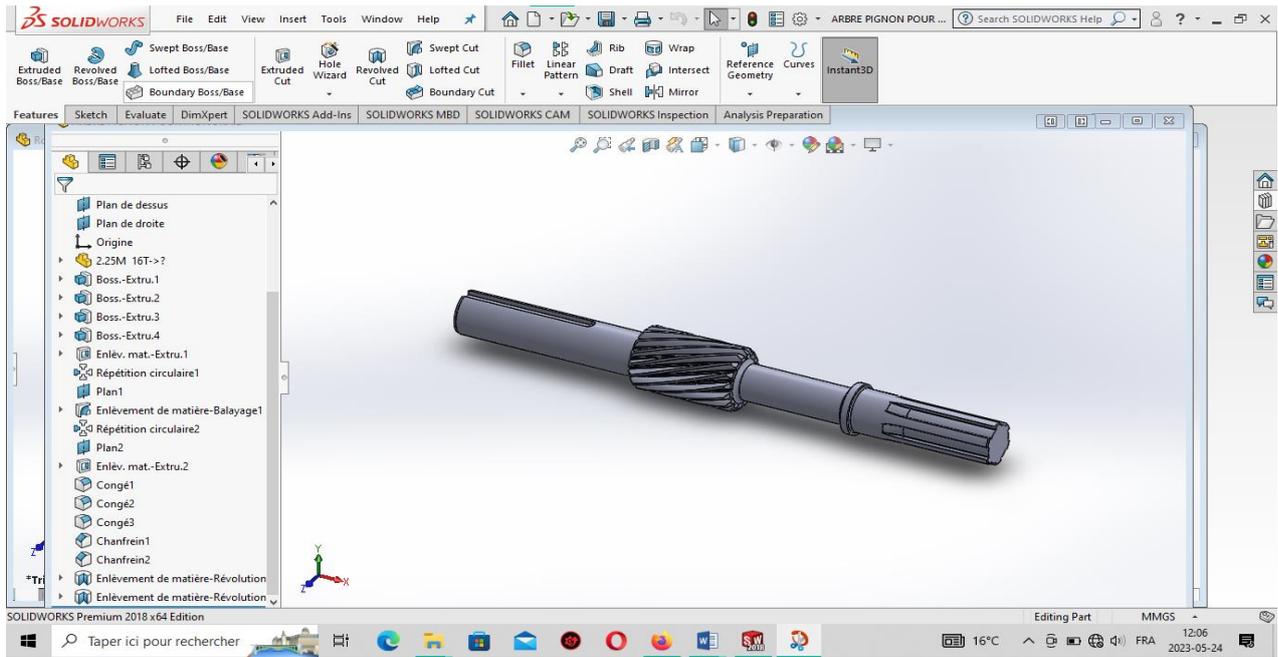
On a le pas réel $pn = pt \cdot \cos\beta$ avec $pn = \pi \cdot m$ (mn : module réel)

- $mn = pn/\pi = 2$
- Pas apparent $pt = \pi \cdot mt$ (mn :module apparent) et on a $pt = pn/\cos\beta = 6.68$
- Module apparent : $mt = mn/\cos\beta = 2.128$ et aussi en peut calcul avec $mt=pt/\pi = 2.128$
- Diamètre primitif : $dp1 = mt \cdot Z=34$
- Saillie : $ha = mn=2$
- Hauteur de la dent : $h = 2,25 \cdot mn = 4.5$
- Diamètre de tête : $da1 = d + 2 \cdot mn = 38$
- Diamètre de pied (de fond) : $df1 = d - 2,5 \cdot mn = 29$
- Entraxe $a = 108.5$
- Rugosité $Ra=3.2$

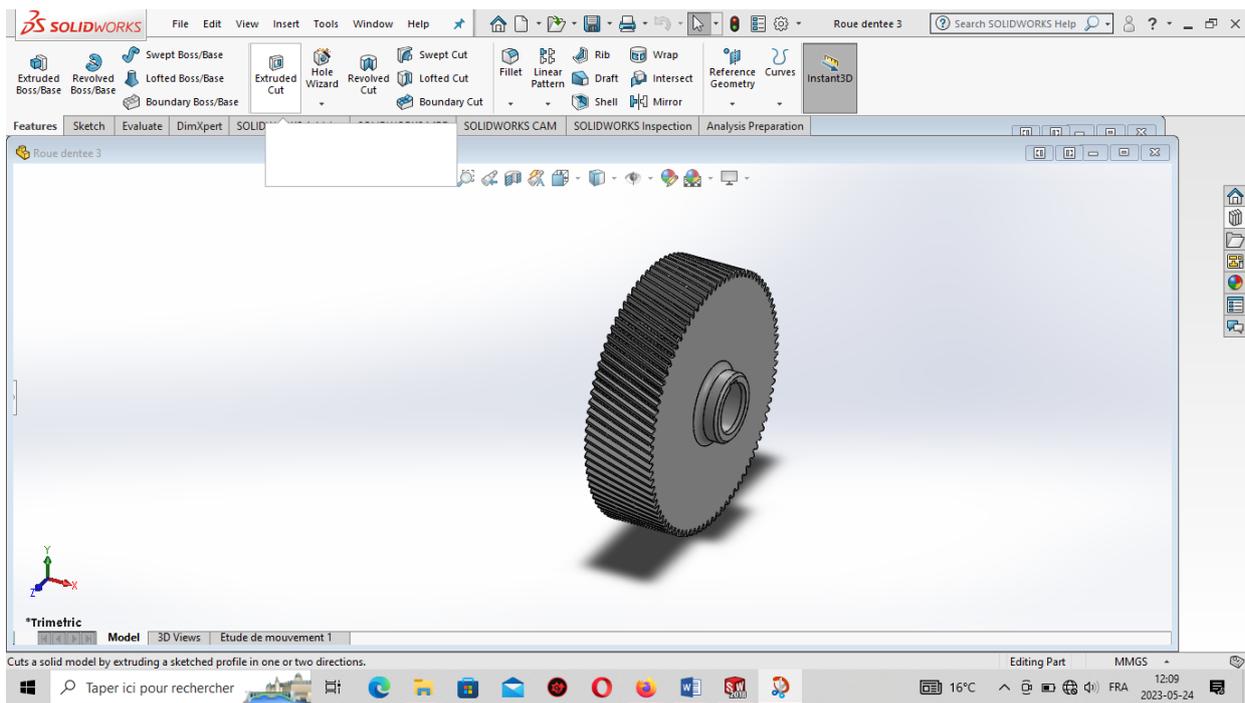
4. Dessin élaboré :

4.1 Sur SolidWorks :

4.1.1 Pour le pignon :

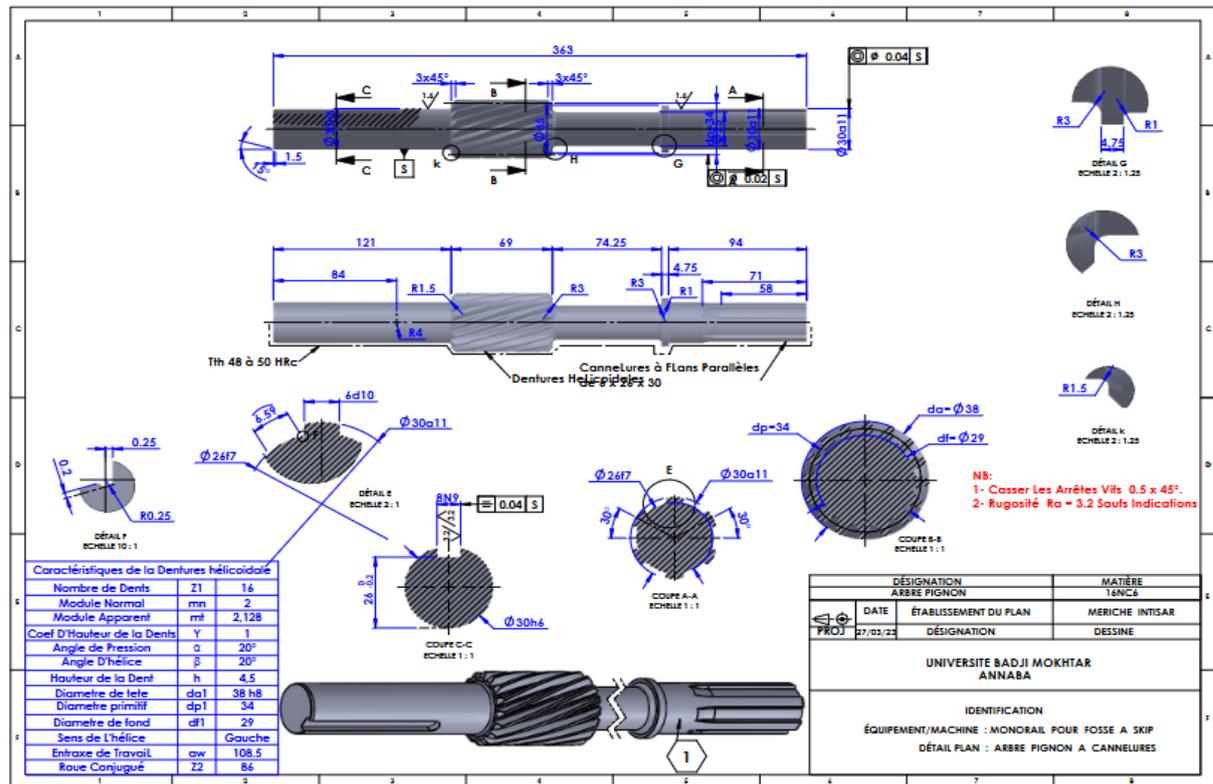


4.1.2 Pour la roue hélicoïdale :

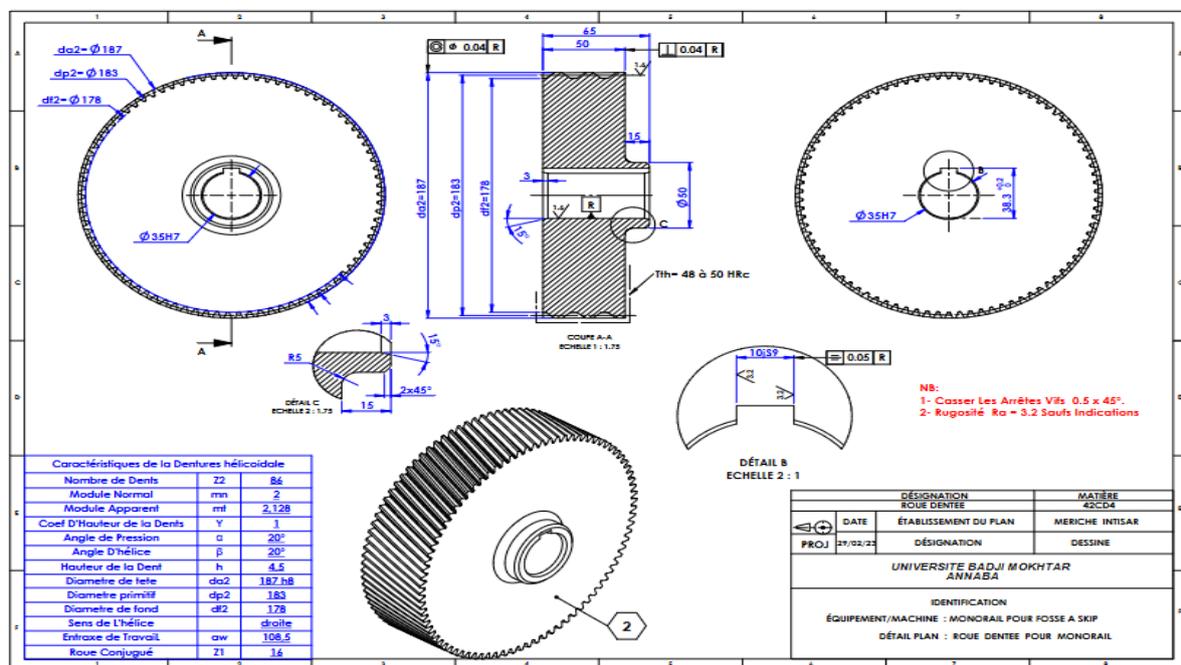


4.2 Les Plans :

4.2.1 Pour le pignon :



4.2.2 Pour la roue :



Chapitre n° 03

FABRICATION

1. Fiche de pré-préparation :

On a élaboré une fiche d'avant préparation qui se résume comme suit :

- Désignation : confection roue pour monorail
- Secteur / DT/N .Plan /Nombre de pièces/Poids total
- Ebauche : Ø200 L=75

N° / Chronologie des opérations (phases) / Outillage

1	F+N	
2	Débitage	0.5H
3	Tournage	6H
4	Taillage	5H
5	Mortaisage	1.5H
6	Rectification	1H
7	TTH	3H
8	Contrôle	

2. CARTE DE REGLAGE PE500 :

Elle est définie comme suit :

- Client / Commande n°/ REP

2.1 Données Fraise : (avec données de fraise utilisée)

MODULE NORMAL /AXIAL	2
ANGLE DE PRESSION	20°
ANGLE D'INCLINISON	20°

2.2 Données de la pièce :

Module normal /axial	2
Nombre de dents	86
Angle d'hélice	20°
Diamètre extérieur	187h8
Largeur de denture	50
Position départ cycle	120
Hauteur de montage	300
Coefficient de déport	0
Profondeur total de taillage	4.5
Nombre de passes	2

2.3 Régimes de coupe :

1er Passe :

-Vitesse de coupe	23
-Avance radial /tangential	0
-Avance axial/tangential	5
-Coefficient d'avance d'entrée	1
-Coefficient d'avance de sortie	1
-Temporisation fin de passe	0

2ème passe :

-Profondeur 2ème passe	0.5
-Vitesse de coupe	28
-Avance radial	0
-Avance axial/tangential	0
-Temporisation fin passe	0

5. La gamme d'usinage :

N° Phase	Détails des opérations	Groupe Machine	Code outil
10	Recevoir 30 ébauche forger $\varnothing 200 \times 75$ matière 42 CD4 Contrôle		2400
20 30	Débitage Découper 30 ébauche 42CD4 $\varnothing 200 \times 75$ Contrôle	EB5360	
40 50	Tournage Montage en l'air Dressage Chariotes au $\varnothing 187$, L=0.5 Chariotes au $\varnothing 50$, L=15 (rayon r =5) ch. $2 \times 45^\circ$ Perce et alésé au $\varnothing 25$ débouchant Tourné la pièce Mise long ; L=65 Contrôle	16D20	
60 70	Taillage Réalise la taille selon les conceptions statique suivant : Z=86 , m=2 , da =187 , dp=183 , df= 178 ,H=4.5 , $\beta = 20^\circ$ sens droite Contrôle	PB=500	

80	Tournage Aléser au \varnothing 34.5 débouchant Ch $3.5 \times 15^\circ$ sur les deux bouts	16D20	
90	Contrôle		
100	Mortaisage Réalise la rainure largeur B= 10 js9 ($\pm 0,018$) L=65	3K360	
110	Contrôle		
120	TTH Trempe Superficielle sur la denture HRC 48 a 50		
130	Contrôle		
140	Rectification Rectifier le diamètre $\varnothing 35H7 \left(\begin{smallmatrix} 0 \\ +25 \end{smallmatrix} \right) L=65$	3K	
150	Contrôle		

Chapitre n° 04

***DIMENSIONNEMENT BASE
SUR LA FAIBILITE***

	Matériaux	Traitement Thermique	HV1*	Degré de dureté de surface des flancs ⁽¹⁾ HV10,	Résistance de roue dentée			
					Limite d'endurance des flancs $P_D^{(2)}$ N/mm ²	Limite d'endurance à la flexion répétée ⁽³⁾ σ_{DRF} N/mm ²	Limite d'endurance à la flexion alternée ⁽³⁾	Résistance à la rupture R_m N/mm ²
0	Fontes grises				270	50	35	200
0	Ft20							
0	Fontes à graphite				360	200	140	800
0	FGS 420				420	210	150	900
1	Aciers de construction				290	170	120	450
1	A42				340	190	135	550
1	Aciers d'amélioration	revenu	140		440	170	120	600
1	XC25	Trempé en	560		1100	270	190	1000
1	XC48	rotation.	400*		1100	350	250	1100
0	XC48	nitruré dans	210		620	220	155	1100
2	42 CD 4	trempé en	650		1360	350	250	1300
3	CD 6	rotation	500*		1220	430	300	1450

Tableaux 02 de .Caractéristiques mécaniques des matériaux pour les engrenages cylindriques et coniques (les valeurs sont données pour une rugosité $R_e = (3 \dots 6\mu\text{m})$).

4.1. Introduction :

Les calculs qui vont suivre tiennent compte des recommandations de la norme DIN 3990 et qui sont valables pour tous les types d'engrenages. Les dents sont soumises à la flexion, à la compression et au cisaillement. On admet tout d'abord qu'un seul couple de dents est en contact (engrené).

La dent est dangereusement sollicitée à sa racine, quand la force normale F_n est appliquée à l'extrémité de la dent ; le moment fléchissant dans la section dangereuse, qui est la racine de la dent, atteint sa valeur maximale. Dans la section dangereuse, en négligeant la contrainte de cisaillement, on a la contrainte de flexion.

Dans cette partie, nous aborderons la fiabilité à la conception pour évaluer l'indice de fiabilité et les facteurs d'importance.

Le dimensionnement des structures est fondé sur une démarche réglementaire dans les calculs afin de respecter des marges importantes pour garantir leur intégrité. Ce dimensionnement ne permet pas d'évaluer le risque lié à la défaillance d'une structure, sa fiabilité, il donne généralement une marge volontairement pessimiste vis-à-vis des différents modes de ruine possible et conduit le plus souvent à des surdimensionnements injustifiés, donc à des surcoûts. En outre, certains chargements peuvent être ignorés au moment de la conception et découverts seulement à l'exploitation. Les structures vieillissent, les propriétés des matériaux peuvent se trouver altérées, les modes d'exploitation ne sont plus les mêmes.

La démarche probabiliste de fiabilité des structures, s'avère alors essentielle, le risque est évalué sous la forme d'une probabilité et non plus sous la forme d'un jugement binaire (le dimensionnement est acceptable ou non, l'exploitation peut être poursuivie ou non).

Le calcul de cette probabilité permet de réduire le risque de défaillance par l'organisation des programmes de maintenance et d'inspection, de prolonger la durée d'exploitation en optimisant leur utilisation.

4.2. Evolution des concepts de la fiabilité :

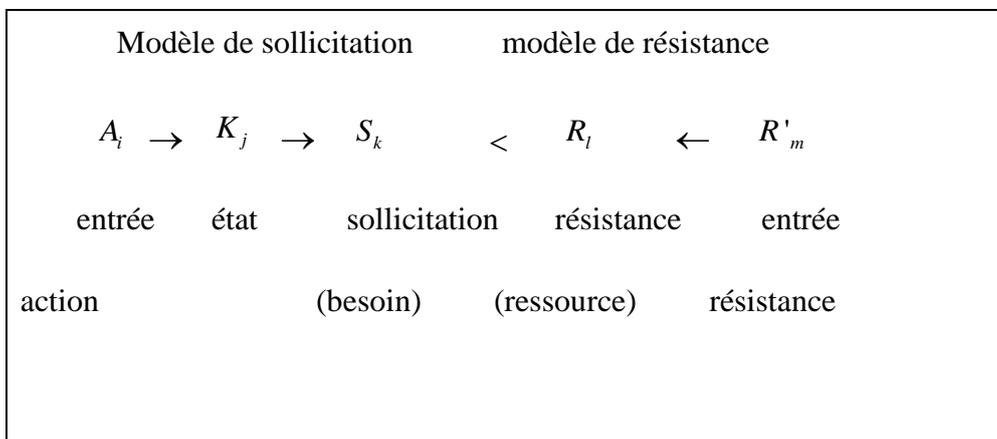
L'introduction d'analyses fiabilistes, dans le domaine de l'ingénierie, s'est produite pour la première fois en 1947 quand Freudentha la présenté les problèmes fondamentaux de la sûreté structurale d'un détail constructif sous chargement variable. Lévi [10] a publié les premiers calculs probabilistes de la sécurité des constructions en 1949. Cette présentation a été alors

suivie par d'autres publications importantes, comme celle de Rjanitzyne en 1949 qui a pour la première fois défini un indice de fiabilité, repris par la suite par Cornel[11] et amélioré par Hasofer et Lind [12]. La publication de Rjanitzyne a été suivie par celles de Johson en 1953 [13], de Pugsley en 1966 [IV.8] et de Ferry-Borges et Castanheta en 1971 [14]. Ces derniers ont développé la théorie classique de la fiabilité, et l'ont fait connaître très largement.

Depuis 1947, diverses méthodes fiabilistes ont été développées telles que les méthodes de transformations FORM (First Order Reliability Method) et SORM (Second Order Reliability Method), les méthodes de simulations, dites de Monte Carlo ou d'autres méthodes comme la théorie de Markov, exploitées par Lin et Yang [15] et par Lassen et Sorensen [16],...Beaucoup d'ouvrages font référence à l'ensemble de ces méthodes comme ceux de Thoft-Christensen et Baker [17], Madsen et al. [18], Melchers [19] et Lemaire [20].

4.3.Variables :

Un matériau ou une structure mécanique sont considérés comme des systèmes comportant une entrée, un état et une sortie à partir le schéma d'organisation des variables suivant :



Notons :

- $A_i(t)$ – les $i = 1, \dots, p$ données d'entrée i du système mécanique, fonction du temps t , relatives au chargement, aux actions appliquées au système et aux déplacements imposés;

- $R'_m(t)$ – les $m = 1, \dots, s'$ variables d'entrée de la ressource disponible, en contexte mécanique ce sont les paramètres de résistance des matériaux, les caractéristiques géométriques de sections et les déplacements admissibles.

- $K_j(t)$ – les $j = 1, \dots, q$ données d'état du système mécanique (sauf celles pouvant être incluses dans les variables de sortie), séparées en deux catégories: K_{jf} (jf données imposées par le cahier des charges) et K_{jp}^p (jp données à la disposition du projeteur), cette séparation est utile dans un contexte de conception ou d'optimisation. Elles contiennent les caractéristiques géométriques, celles des matériaux et les conditions limites.

Un premier modèle de calcul permet de simuler (au sens physique et non statistique) une réalisation des besoins (solllicitations) qui constituent $k = 1, \dots, r$ variables de sortie du modèle, notées $S_k(t)$. Si $F(\dots)$ est un opérateur mathématique représentatif du modèle mécanique, il existe alors une relation du type:

$$F(t, A_i, K_{jf}^f, K_{jp}^p, S_k) = 0$$

Ce modèle est peut-être très complexe, par exemple lorsqu'il résulte d'une modélisation avancée avec une résolution par éléments finis.

De même, un second modèle mécanique permet de construire les réalisations des ressources qui constituent les $l = 1, \dots, s$ variables $R_l(t)$. En général, ce modèle est simple et la relation entre R' et R est souvent l'identité et elle n'est pas explicitée ici. Il faut cependant noter que la séparation entre les variables S et R , telle qu'elle apparaît sur la figure V.1, n'est pas toujours possible, certaines variables pouvant se trouver aussi bien dans le modèle de sollicitation que dans le modèle de résistance. Il en est ainsi en fatigue lorsque les sollicitations successives dégradent la résistance.

-Modèle de dimensionnement :

Le succès d'un dimensionnement est traduit par la vérification d'une égalité fonction du temps t , du type:

$$G(S_k(t), R_l(t)) < 0, \forall t \in [0, T]$$

et dans un cas simple de séparation des variables, pour chaque couple k, l significatif:

$$S_k(t) < R_l(t), \forall t \in [0, T]$$

où $[0, T]$ est la durée de vie exigée ou période de référence pour laquelle le dimensionnement est étudié. Le projeteur tend alors à déterminer le meilleur dimensionnement, c'est-à-dire celui qui optimise un critère d'objectif (souvent de coût généralisé) pour un niveau de fiabilité donné.

Il propose et justifie les valeurs à donner aux variables K_{jp}^p .

$G(\dots)$ est la fonction de performance associée à une règle de fonctionnement, elle traduit le scénario de défaillance combinant l'évaluation des sollicitations et de résistances souvent fonction des variables élémentaires. Le scénario traduit l'équilibre entre la ressource et le besoin et il s'exprime par une fonction de performance. La relation $G(\dots) = 0$ constitue l'état- limite.

Les variables A_i, R'_m et K_j constituent les variables de base alors que S_k et R_l constituent les variables de sortie.

La formulation la plus simple consiste à considérer la résistance R et la sollicitation agissante S comme variables de sortie indépendantes du temps. Il est alors possible de décrire l'état de la structure à travers une seule variable aléatoire globale, la marge $Z = R - S$, ce qui constitue le cas élémentaire résistance – sollicitation.

-Domaines de sûreté et de défaillance :

Soit : $X_n = (A_{i=1,\dots,p}, K_{j=1,\dots,q}, R'_{m=1,\dots,s'})$, $n = 1, \dots, p + q + s'$

Ou bien :

$$X_n = (S_{k=1,\dots,r}, R_{l=1,\dots,s})$$

$m = 1, \dots, r + s$, Le vecteur aléatoire constitué des variables aléatoires considérées. Les équations (V.1) et (V.2) définissent une fonction $G_k(\dots)$ pour chaque scénario k de fonctionnement possible.

Les fonctions $G_k(X_n)$; $k = 1, \dots, \mu$ décrivent l'état de la structure:

- $G_k(X_n) > 0$ définit le domaine de sûreté D_s , domaine intérieur à l'état limite, domaine des événements de succès.

- $G_k(X_n) \leq 0$ définit le domaine de défaillance D_f , domaine extérieur à l'état limite, domaine des événements de défaillance. Il peut ne pas exister.

- $G_k(X_n) = 0$ définit conventionnellement la surface d'état limite, frontière (si D_f existe)

entre deux domaines D_s (intérieur) et D_f (extérieur), c'est la fonction d'état limite. Le choix d'inclure l'état limite $G_k(X_n) = 0$ dans le domaine de défaillance est arbitraire. Si les variables sont continues, la mesure de la probabilité de défaillance sur l'état limite est nulle; si les variables sont discrètes, ce choix est défavorable du point de vue de la sûreté [9]. La notion de scénario souligne une décision à prendre pour séparer l'acceptable de l'inacceptable. Elle dépend du niveau de modélisation nécessaire et des enjeux. L'acceptable peut n'inclure que des réalisations élastiques par exemple, ou bien accepter un comportement élasto-plastique. La continuité de comportement dans le domaine de sûreté et sur l'état limite au moins traduit le fait que le fonctionnement est considéré comme étant en mode dégradé.

-Probabilité de défaillance :

Le scénario de fonctionnement est la disponibilité d'une résistance supérieure à la sollicitation, i.e.:

$$G(r, s) = r - s > 0$$

et le scénario de non fonctionnement, ou de défaillance, est alors:

$$G(r, s) = r - s \leq 0$$

La mesure de la défaillance est alors la probabilité associée à l'événement $\{R - S \leq 0\}$, soit:

-Probabilité de défaillance:

$$P_f = \text{Pr ob}(\{R - S \leq 0\})$$

La fiabilité est, pour sa part, définie comme le complément de la probabilité de défaillance:

$$\text{Fiabilité} = 1 - P_f$$

R et S sont deux variables aléatoires caractérisées par une densité conjointe de probabilité notée $f_{R,S}(r,s)$.

La probabilité de défaillance P_f , associée à la marge Z , est le poids probabiliste de la partie de l'espace constituée par le domaine D_f :

$$z = r - s \leq 0$$

$$P_f = \text{Prob}(R - S \leq 0) = \int_{r-s \leq 0} f_{R,S}(r,s) dr ds$$

Si les deux variables sont statistiquement indépendantes, alors la densité conjointe de probabilité est le produit des densités de chaque variable :

$$f_{R,S}(r,s) = f_R(r) f_S(s)$$

Nous notons les densités de probabilité et les fonctions de répartition de R et S par :

Pour R : $f_R(r)$ et $F_R(r)$; pour S : $f_S(s)$ et $F_S(s)$

Deux expressions sont utilisées pour l'écriture de P_f .

Première expression de P_f :

Soit A l'événement { la sollicitation $S \in [x, x + dx]$ } et B l'événement { la résistance $R < x$ }.

La probabilité de défaillance, pour des sollicitations comprises entre x et $x + dx$, est la probabilité de l'événement { $A \cap B$ } :

$$\text{Prob}\{A\} = f_S(x) dx$$

$$\text{Prob}\{B\} = \int_{-\infty}^x f_R(\xi) d\xi = F_R(x)$$

Comme les événements sont indépendants, alors :

$$dP_f = \text{Prob}\{A \cap B\} = \text{Prob}\{A\} \cdot \text{Prob}\{B\} = f_S(x) dx F_R(x)$$

Pour toutes les sollicitations possibles:

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} f_S(x)F_R(x)dx$$

Deuxième expression de P_f :

Une autre expression de P_f est obtenue à partir des événements:

$$A = \{ \text{la résistance } R \in [x, x + dx] \} \Rightarrow \text{Pr ob}\{A\} = f_R(x)dx$$

$$B = \{ \text{sollicitation } S \prec x \} \Rightarrow \text{Pr ob}\{B\} = \int_{-\infty}^x f_S(\xi)d\xi = F_S(x)$$

La défaillance est l'intersection des événements $\{A\}$ et complémentaire de $\{B\}$.

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} (1 - F_S(x))f_R(x)dx$$

Le calcul de la fiabilité $P_S = 1 - P_f$ sera déduit de la relation :

$$P_S = 1 - \left(\int_{-\infty}^{+\infty} f_R(x)dx - \int_{-\infty}^{+\infty} F_S(x)f_R(x)dx \right) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_S(x)f_R(x)dx$$

4.4. Application :

Pour cette application, l'acier utilisé est le 42CD4.

a) Dimensions principales :

	Pignon	Roue
Diamètre primitif (mm)	$d_1= 34$	$d_2=183$
Diamètre de tête (mm)	$d_{a1}= 38$	$d_{a2}=187h8$
Diamètre de fond (mm)	$d_{f1}= 29$	$d_{f2}=178$
Entraxe (mm)	$a= 108.5$	

Avec :

- La puissance : $P= 16 \text{ KW}$
- Un rapport de transmission $i=5.375$
- vitesse : $n=1300 \text{ tr/min}$
- $b_1=b_2=50\text{mm}$
- $\alpha=20^\circ$
- $\beta=20^\circ$

b) Vérification de résistance de la denture :

$$\sigma_f = \frac{F_t}{b.m_n} \cdot Y_f \cdot Y_\varepsilon \leq [\sigma_f]$$

$$F_{t1,2} = \frac{2000 \cdot M_{t1,2} \cdot (K)}{d_{1,2}} \quad (\text{N})$$

$$M_{t1,2} = 9550 \cdot \frac{P_{1,2}}{n_{1,2}} \quad (\text{N.m})$$

Donc : après calcul

Pour pignon		Pour la roue	
Ft 1 =	17206 N	Ft 2 =	3197 N
Mt 1 =	117 Nm	Mt 2 =	117 Nm

- La qualité 9 Donc le facteur de conduit $y_\epsilon = 1$
- Le facteur de forme d'après (fig 9.61 livre de construction mécanique)

$$Y_{f1} = 2.6 \quad ; \quad Y_{f2} = 2.6$$

$$\sigma_f = \frac{F_t}{b.m_n} \cdot Y_f \cdot Y_\epsilon \leq [\sigma_f]$$

Pour la sollicitation S dans ce cas : $S = \sigma_{f1} = \frac{F_t}{b.m_n} \cdot Y_f \cdot Y_\epsilon \quad \frac{N}{mm^2}$

PIGNON	ROUE
$\sigma_f = 447 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_f = 83 \text{ N/mm}^2$

D'après tb20 :

Et pour la résistance $R = [\sigma_f] = \frac{\sigma_{DRF}}{2} = 175 \text{ N/mm}^2$

4.3.1 Fiabilité à la conception : Partie calcul

-Les données pour le PIGNON

$n_1 = 1300 \text{ (tr/min)}$

$P_1 = 16 \text{ (KW)}$

$K = 1 \text{ (Facteur de service SU)}$

$d_1 = 34 \text{ (mm)}$

$Y_f = 2.6 \text{ (SU)}$

$Y_\epsilon = 1 \text{ (SU)}$

$b=50$! (mm)

$m_n=2$! (mm)

! Moment de torsion

$M_t=9550 \cdot P_1 / (n_1)$

! Force tangentielle

$F_t=(2000 \cdot M_t \cdot K)/(d_1)$

! La contrainte maximale appliquée (SOLLICITATION)

$SEGF=F_t \cdot Y_f \cdot Y_e / (b \cdot m_n)$

! La contrainte admissible (Résistance)

$SEGMA= 215$!(MPa)

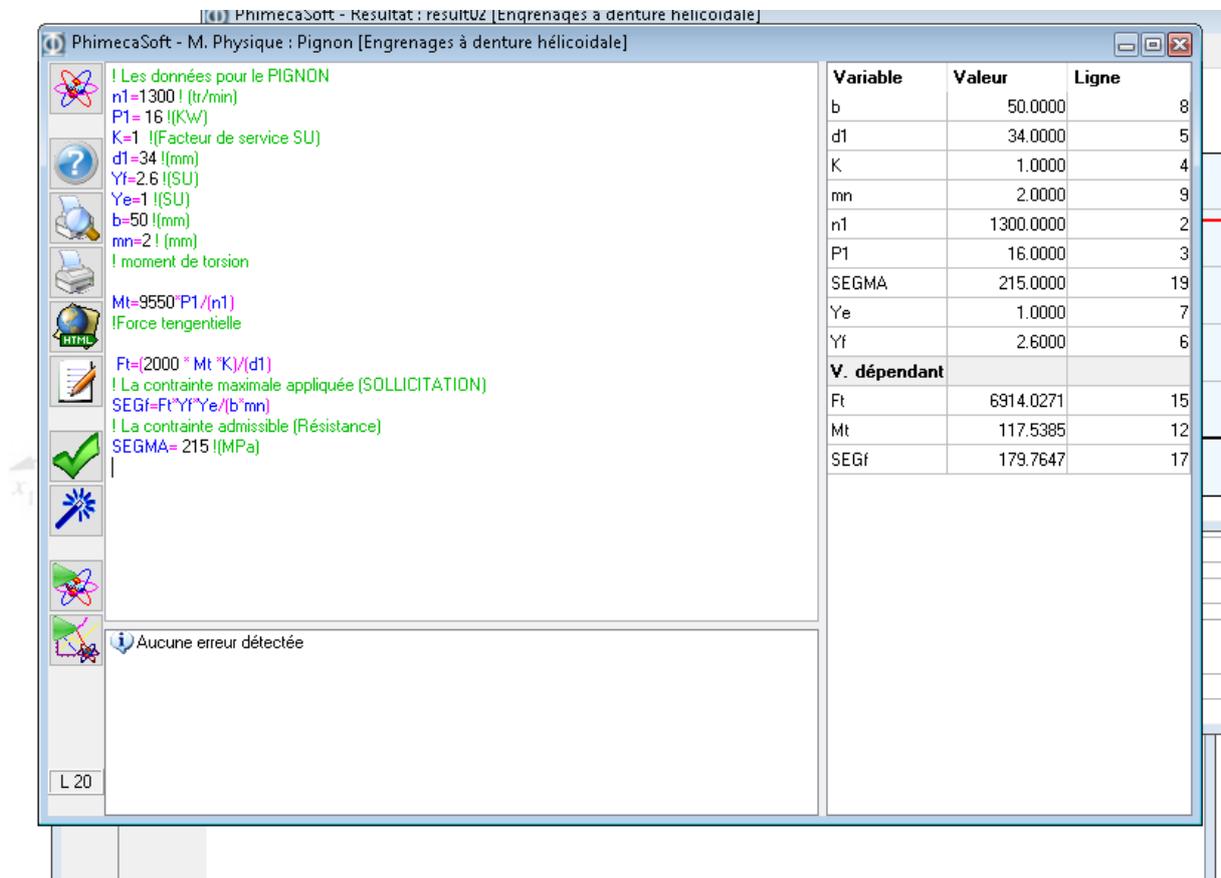
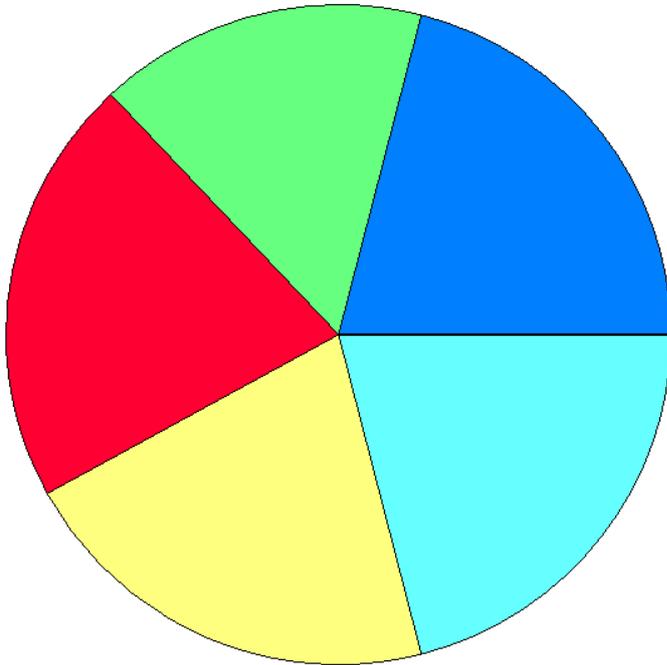


Figure 09 : Modèle physique utilisé

Facteurs d'importance :

Secteurs **Histogrammes**



Var	F. Importance
K (-)	20.99 %
n1 (+)	16.02 %
P1 (-)	20.99 %
Ye (-)	20.99 %
Yf (-)	20.99 %

	Alpha	U*	Sensibilités/Elasticités	Coef. Sécurité	Variables	Teste	Courbe Criv
	Alpha	F. Importance	U*	X*	Coef. Sécurité		
K	-0.4582	0.2099	0.3456	1.0346	1.0346		
n1	0.4003	0.1602	-0.3020	1245.2013	1.0440		
P1	-0.4582	0.2099	0.3456	16.5530	1.0346		
Ye	-0.4582	0.2099	0.3456	1.0346	1.0346		
Yf	-0.4582	0.2099	0.3456	2.6899	1.0346		

	X*
b	50.0000
d1	34.0000
Ft	7725.9161
K	1.0346
mn	2.0000
Mt	126.9525
n1	1245.2013
P1	16.5530
SEGF	215.0000
SEGMA	215.0000
Ye	1.0346
Yf	2.6899

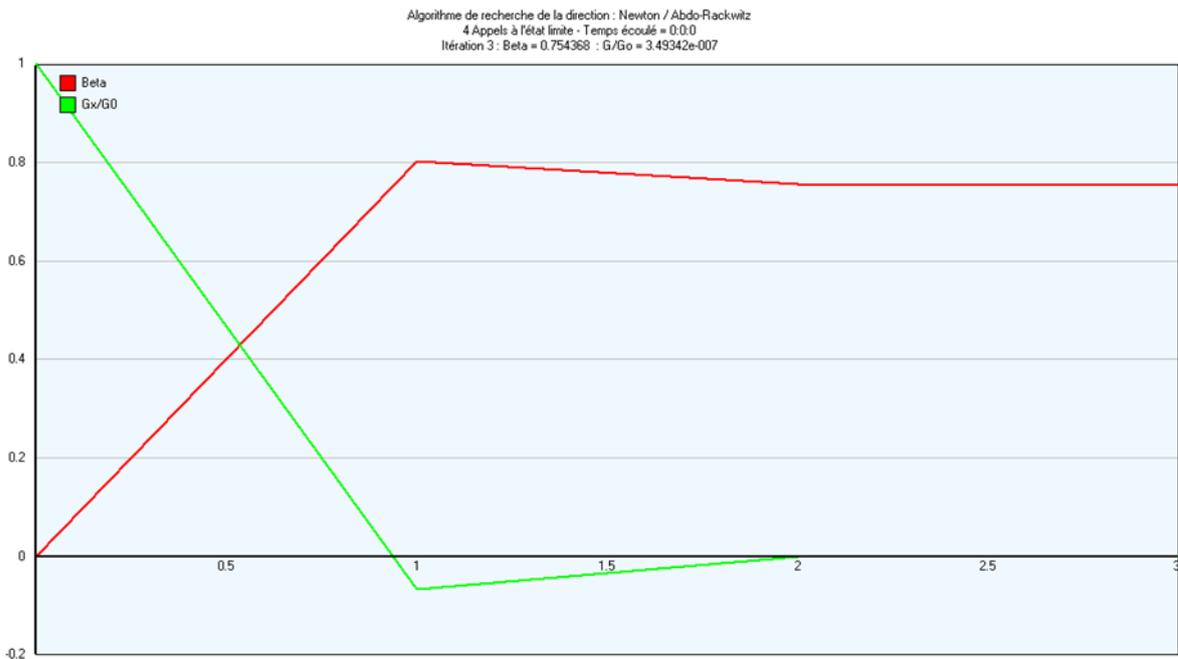


Figure 10 : Evolution de l'indice de fiabilité

En prenant en compte les données réelles, nous obtenons les résultats suivants :

- Un indice de fiabilité $\beta=0.75$
- Une probabilité de défaillance $P_f= 22,5\%$
- Le même facteur d'importance (20,99%) pour les cinq paramètres.

Pour une fiabilité en fonction des codes, nous proposons les points suivants :

Dimensionnement fiabiliste basé sur un seuil donné par des codes de calcul:

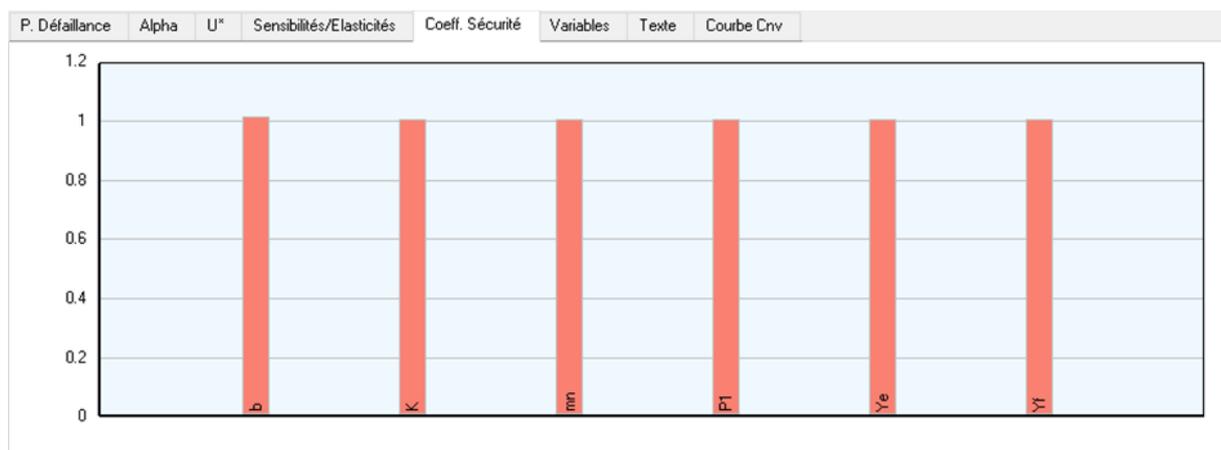


Figure 11 : Le coefficient de sécurité

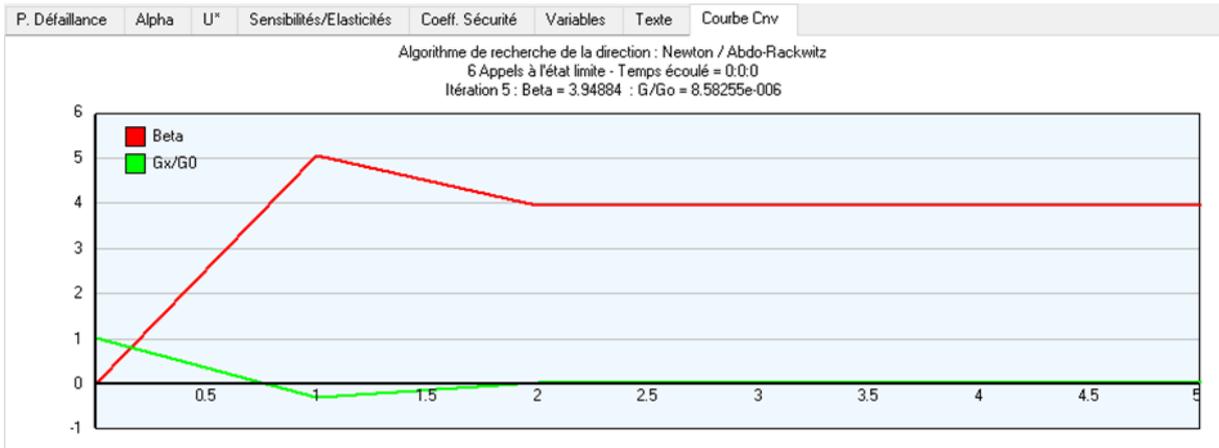


Figure 12 : Evolution de l'indice de fiabilité

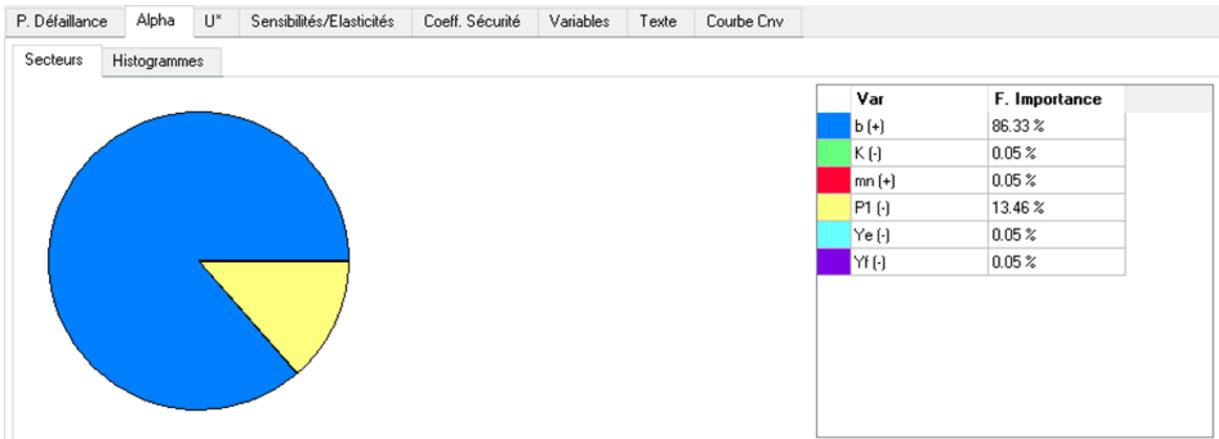


Figure 13 : Les facteurs d'importance

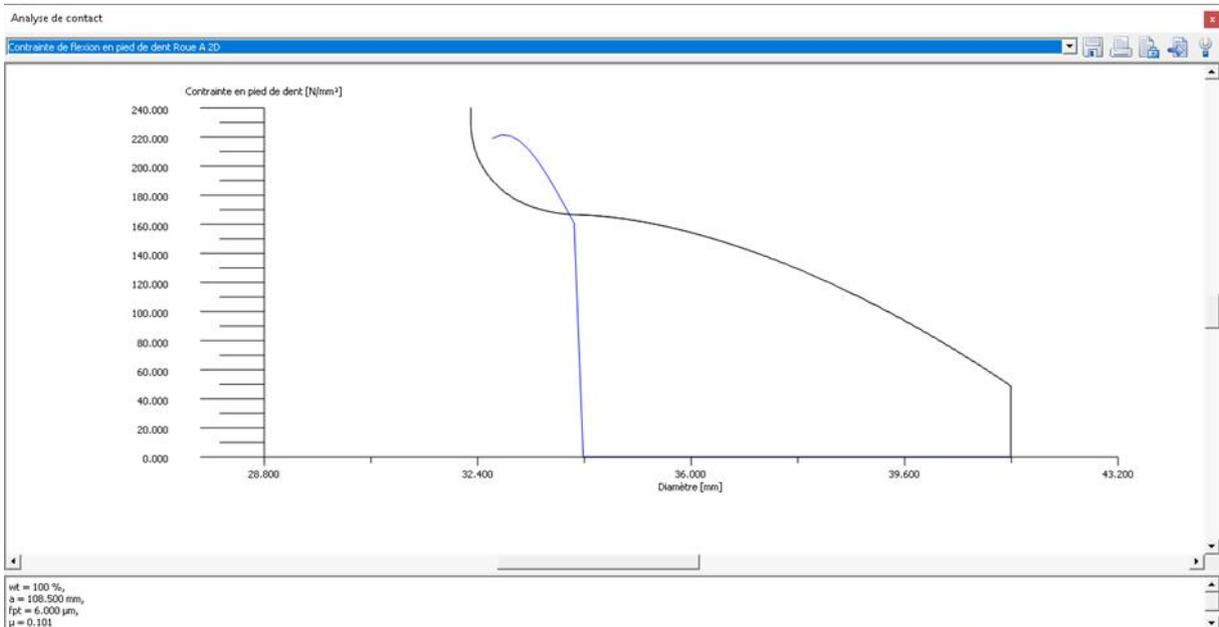


Figure 14 : Evolution de la contrainte au pied de dent en fonction du diamètre

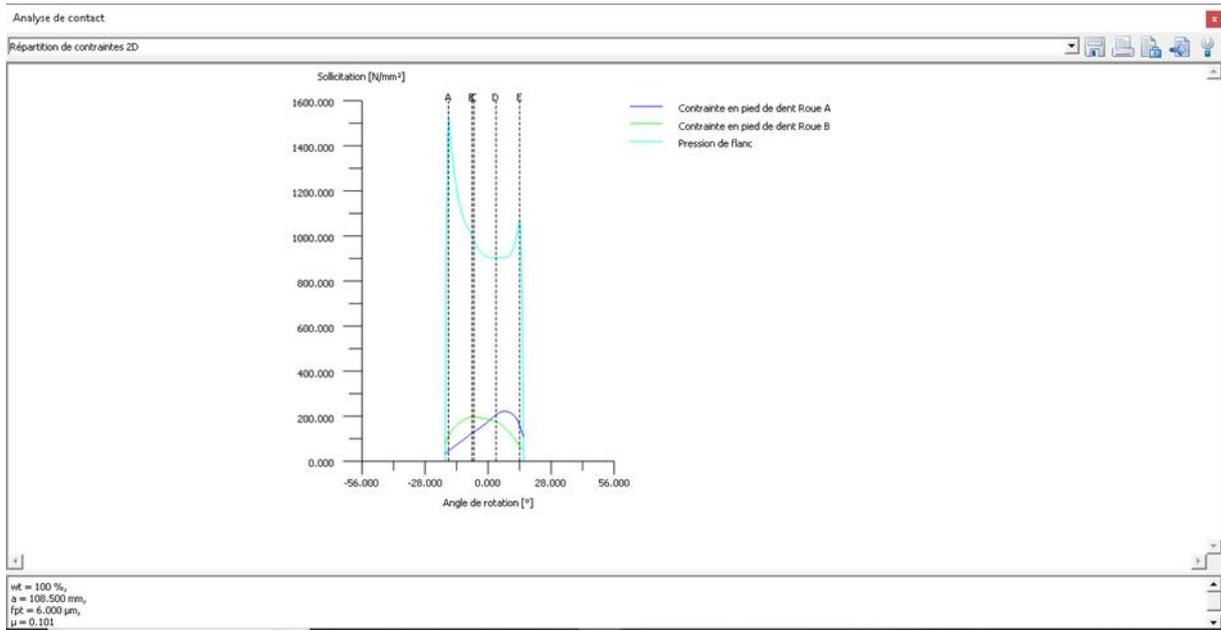


Figure 15 : Répartition des contraintes

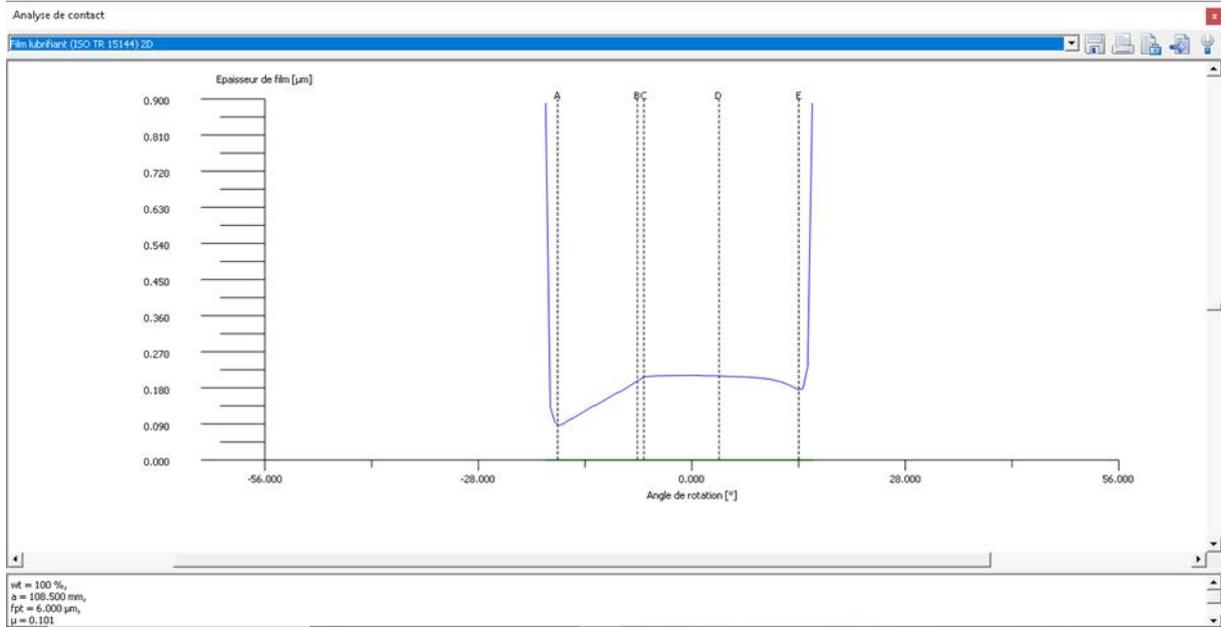


Figure 16 : Evolution de l'épaisseur du film du lubrifiant en fonction de l'angle de rotation.

Discussion des résultats :

L'étude fiabiliste donne des éléments de réponse à une conception des engrenages selon un cahier des charges bien défini en l'optimisant selon une fiabilité fixée.

En utilisant les méthodes FORM, la figure 11 montre le coefficient de sécurité pour toutes les caractéristiques du pignon. Le coefficient demeure presque égal à 1 pour toutes les variables.

L'évolution de l'indice de fiabilité en fonction du rapport entre la fonction de performance et la fonction de performance standard G/Go est montrée sur la figure 12. On voit que l'indice de 3.9 correspond à un rapport de 8.58.

Les facteurs d'importance sont montrés dans la figure 13. Pour un seuil de fiabilité de 3.9 donc une probabilité de défaillance d'environ 10^{-4} , les principaux facteurs sont : b qui représente 86% et $P1$ qui est de 13%. La fiabilité dépend fortement de ces deux paramètres, le reste n'a pas des effets considérables.

L'évolution de la contrainte au pied de la dent en N/mm^2 en fonction du diamètre est donnée dans la figure 14. La contrainte décroît de 220 N/mm^2 pour un diamètre de 32,4mm à 160 N/mm^2 pour un diamètre de 33,9mm. A partir de 34mm, elle chute à 0.

Pour analyser le contact, nous avons montré la répartition de la contrainte (en 2D) en fonction de l'angle de rotation la figure 15. Ceci est fait pour la contrainte au pied de la dent pour la roue à denture hélicoïdale et le pignon ainsi que pour la pression du flanc.

L'évolution du film du lubrifiant en fonction de l'angle de rotation est illustrée dans la figure 16.

CONCLUSION :

Les mécanismes de transmission de puissance par engrenage sont présents dans une grande variété de produits industriels. Les engrenages utilisés sont de différents types : cylindrique à denture droite ou hélicoïdale, conique, à vis sans fin,....

Notre travail s'est concentré sur une contribution pour la conception d'une roue à denture hélicoïdale en intégrant l'aspect fiabiliste. Ainsi, dans le premier chapitre, nous avons présenté les notions de base sur les engrenages. Ceci nous a conduits à aborder une deuxième partie où nous avons montré comment faire la conception de la pièce. Le troisième volet a été consacré à la fabrication de la pièce via sa gamme. Ensuite, nous avons intégré les notions de fiabilité des structures pour développer la fiabilité à la conception. Ceci nous a permis de considérer toutes les caractéristiques de la pièce comme variables aléatoires (moyenne et écart-type) pour identifier l'indice de fiabilité et les facteurs d'importance en se basant sur seuil de fiabilité fixé par les codes.

Références :

[1] <https://yansohmpro.legtux.org/Files/Other/TRANSMISSION/Les%20engrenages.pdf>

[2] <https://www.rcm-machines.com/fr/>

[3] Cour Engrenages, conditions d'engrènement et procédés d'obtention ,école normal supérieur paris .

[4] <https://www.cours-et-exercices.com/2016/03/cours-des-engrenages.html>

Cours des engrenages.

[5] MEFTAHI Ilyas , MEGHALET Youcef , Calculs des pressions de contact dans les engrenages cylindriques à dentures droites, Mémoire master, Université de Mostaganem .

[6] Mécanique les engrenages, Lycée Technique Amadou Bamba.
<file:///C:/Users/dell/Downloads/engrenages.pdf>.

[7] E. Presta ,Engrenage .

<file:///C:/Users/dell/Downloads/etude%20des%20engrenages-2.pdf>

[8] <https://lakhasly.com/ar/view-summary/GhqdTOIvnQ>

[9] Normes françaises, NF X50-120, 1988.

[10] R. Levi, Calculs probabilistes de la sécurité des constructions, Annales des Ponts et Chaussées, 1949, 4, pages 493-539.

[11] C.A. Cornel, A probabilistic- Based Structural Code, Journal of the American Concrete Institute, 1969,66, 12, pages 974-985.

[12] A.M. Hasofer et N.C. Lind, Exact and Invariant Second Moment Code Format, Journal of the Engineering Mechanics Division, 1974,100, pages 111-121.

[13] A.L. Johnson, Strength, Safety and Economical Dimensions of Structures, Stockolm: Statens Kommitte för Byggnadsforskning,1953.

[14] A. Pugsley, The Safety of Structures, London: Edward Arnold, 1966.

- [15] J. Ferry-Borges et M.Castanheta, Structural Safety, Lisbon: laboratorio Nacional de Engenharia Civil, 1971.
- [16] Y.K. Lin et J.N.Yang, On Statistical moments of Fatigue Crack Propagation, Engineering Fracture Mechanics, 18, 1983, pages 243-356.
- [17] T. Lassen et J.D. Sorensen, A probabilistic Damage Tolerance Concept for Welded Joints, Part I: Data base and stochastic modeling, Marine Structures, 15, 6, 2002, pages 599-613.
- [18] P. Thoft- Christensen et M.J Backer, Structural Reliability Theory and its Applications, Berlin: Springer Verlag, 1982.
- [19] H.O. Madsen, S. Krenk et N.C. Lind, Methods of Structural safety, Englewood: Prentice- Hall, 1986.
- [20] R.E. Melchers, Structural Reliability Analysis and Prediction, Chichester: John Wiley & Sons, 1999.