

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

BADJIMOKHTAR-ANNABAUNIVERSITY
UNIVERSITEBADJIMOKHTARANNAB



جامعة باجي
مختار-عنابة

Année2021

Faculté :Sciences de l'Ingéniorat

Département: Electronique

MEMOIRE

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de MASTER

Modélisation des systèmes par approximation de la réponse indicielle

Domaine : Sciences et Technologie

Filière : ELECTRONIQUE

Spécialité : INSTRUMENTATION

Présenté par :FEDAL Badreddine

DEVANT LE JURY

Président : BENOUARET Mohamed	Professeur	UBM Annaba
Directeur de mémoire : BENSAKER Bachir	Professeur	UBM Annaba
Examineur : FEZARI Morad	Professeur	UBM Annaba

Remerciements

Je tiens à remercier ALLAH pour le courage et la patience qu'il nous a offert afin de réaliser ce travail.

J'adresse mes vifs et sincères remerciements à mon encadreur

***Pr.BENSAKER** pour sa disponibilité, ses conseils, et surtout, son patience.*

J'exprimemes plus sincères remerciements à mes enseignants et surtoutles enseignants et les administrateurs du département d'électronique,–Université Annaba-

Mes remerciements vont aussi à mes collègues pour leur aide et leur collaboration.

Nos respects aux membres de jury, qui nous ont fait l'honneur d'accepterde juger ce modeste travail.

Dédicace

A mes chers parents, pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse, leur soutien et leurs prières tout au long de mes études,

A mes chères sœurs pour leurs encouragements permanents, et leur soutien moral,

A toute ma famille pour leur soutien tout au long de mon parcours universitaire,

Que ce travail soit l'accomplissement de vos vœux tant allégués, et le fruit de votre soutien infailible,

Merci d'être toujours là pour moi.

List des figures

- Figure 1.1 Système électromécanique
- Figure 1.1 : Schéma fonctionnel (a) et diagramme simplifié d'un système de premier *ordre* (b).
- Figure 2.2: Exponentiel courbe de réponse.
- Figure 2.3 : Identification par la méthode de Broïda
- Figure 2.4: Système servo (a), schéma fonctionnel (b), bloc simplifié diagramme (c).
- Figure 2.5 : Réponse indicielle d'un système du second ordre.
- Figure 2.6 : Méthode de Strejc pour l'identification des systèmes
- Figure 2.7 : Approximation de la réponse indicielle d'un système
- Figure 3.1 : Figure 3.1 : Réponse indicielle d'un système du premier ordre.
- Figure 3.2 : Comparaison de la réponse enregistrée et les réponses identifiée du système avec et sans retard.
- Figure 3.3: Réponse indicielle d'un système du deuxième ordre.

Liste des tableaux

- Tableau 1. Tableau de Strejc
- Tableau 3.1: Valeurs des pentes α_i des segments de droite d'approximation.
- Tableau 3.2: Valeurs numériques des coefficients C_k
- Tableau 3.4: Valeurs numériques des α_i pentes des segments de droite d'approximation
- Tableau 3.5: Valeurs numériques des C_k du système (3.8)

SOMMAIRE

Titre	Page
Remerciement	
Dédicace	
List des figures	
List des tableaux	
Sommaire	
List des symboles	
Résumé, ملخص , Abstract	1
Introduction	2
Chapitre 01 : GENERALITES SUR LA MODELISATION DES SYSTEMES	
1.1. Introduction	4
1.2. Modélisation mathématique	5
1.2.1. Modèle de connaissance	5
1.2.2. Modèle de conduite	6
1.3. Principaux modèles mathématiques	6
1.3.1. Modélisation par équations différentielles	6
1.3.2. Modélisation par fonctions de transfert	7
1.3.3. Modélisation par équations aux intégrales	8
1.4. Identification des systèmes	8
1.5. Exemple d'application : Système électromécanique	10
1.6 Conclusion	12
Chapitre 02 : Analyse indicielle	
2.1. Introduction	14
2.2. Système du premier ordre	14
2.2.1. Modélisation d'un système du premier ordre	14
2.2.2 Identification par la méthode de Boïda	16
2.3. Système du deuxième ordre	17
2.3.1. Modélisation des systèmes du deuxième ordre	17
2.3.2. Identification par la méthode de Strejc	20
2.4. Méthode d'approximation de la réponse indicielle	23
2.5. Conclusion	26
Chapitre 03 : Simulation de quelques exemples	
3.1. Introduction	28
3.2. Système du premier ordre	28
3.2.1. Identification du système sous la forme du 1er ordre sans retard	29
3.2.2 Identification d'un système du 1er ordre avec retard	30
3.3 Simulation des systèmes du deuxième ordre	33
Conclusion	36
Références	37

Liste des symboles

$u(t)$ et $y(t)$: les signaux d'entrée et de sortie du système

$w(t)$: le signal perturbation

a_i , b_j , et c_k : les paramètres du modèle

$U(s)$, $Y(s)$, $W(s)$: les transformées de Laplace de $u(t)$, $y(t)$ et $w(t)$.

$F_u(s)$ et $F_w(s)$: les fonctions de transfert relatives à l'entrée et à la perturbation du système

f_u et f_w : les réponses impulsionnelles relatives à l'entrée $u(t)$ et à la perturbation $w(t)$.

W : le vecteur de bruit

θ : le vecteur de paramètre

$\hat{\theta}$: la valeur numérique optimale du vecteur de paramètre

K_G et K_m : les coefficients de la génératrice et du moteur

Ω : la vitesse de rotation de l'arbre du moteur

r : la résistance électrique du circuit (G, M) .

$I(t)$: la variable courant

$R(s)$ et $C(s)$: les transformées de Laplace des signaux d'entrée et de sortie

T : la constante de temps du système.

τ : la constante de retard

σ : l'atténuation

ω_n : la fréquence normale

ζ : le coefficient d'amortissement du système.

α_i : segments de droite de pente.

C_k : Les paramètres d'une fonction de transfert

Résumé

En résumé , cette étude consiste à injecter un signal de valeur constante à un système de modèle inconnu et d'enregistrer sa réponse. A partir de cette réponse il s'agit de trouver le modèle du système en question par approximation de sa réponse. L'approximation de la réponse consiste à échantillonner cette réponse en un certain nombre d'échantillons. A partir de l'analyse et du traitement de ces échantillons on pourra trouver le modèle du système.

المخلص

و باختصار تتكون هذه الدراسة من حقن اشارة قيمة ثابتة لنظام نموذج غير معروف وتسجيل استجابته. من خلال هذه الاستجابة لابد من العثور على نموذج للنظام المعني عن طريق تقريب إجابته. ويتكون تقريب الاستجابة في عدد معين من العينات. من تحليل وتجهيز هذه العينات يمكننا العثور على نموذج للنظام

Abstract in English

In summary, this study consists of injecting a constant value signal to an unknown model system and recording its response. From this answer it is a question of finding the model of the system in question by approximation of its answer. The approximation of the response consists in sampling this response in a certain number of samples. From the analysis and processing of these samples we can find the model of the system

INTRODUCTION

Dans les systèmes industriels les informations qu'on peut avoir sur le fonctionnement d'un système nous les prélevons sur les entrées et les sorties du système considéré sous la forme analogique, c'est-à-dire, un enregistrement d'un ensemble de signaux représentant les données d'entrées-sorties, ou bien sous la forme de valeurs numériques représentant les amplitudes des signaux analogiques à différents instants. Evidemment on peut passer d'une forme à l'autre en effectuant soit l'opération d'échantillonnage soit l'opération de reconstruction des signaux.

Dans ce travail nous nous intéressons uniquement aux méthodes qui exploitent les signaux analogiques représentant la réponse du système considéré à une certaine excitation. L'objectif de ce travail consiste à identifier les systèmes à partir de la réponse indicielle. Les méthodes déjà connues telles que la méthode de Broïda et la méthode de Strejc sont rappelés. La méthode que nous voulons mettre en œuvre dans ce travail consiste à identifier les systèmes à partir de l'approximation de la réponse indicielle par une série de segments de droites. Chaque segment de droite représente la réponse du système dans l'intervalle de temps considéré.

Pour atteindre notre objectif nous organisons notre travail en trois étapes ou chapitres comme suit.

Dans un premier chapitre nous rappelons les notions de base de la technique de modélisation des systèmes. La représentation des systèmes par équations différentielles et la représentation par fonction de transfert sont détaillées.

Les méthodes d'identification des systèmes à partir de leur réponse indicielle sont présentées au chapitre deux de ce mémoire. La méthode de Broïda et la méthode de Strejc sont rappelées. La méthode exploitant l'approximation de la réponse indicielle par une série de segments de droites est détaillée dans ce même chapitre.

Le troisième et dernier chapitre est consacré à la simulation de quelques exemples pour montrer la validité de la méthode de l'approximation de la réponse indicielle.

Nous terminons ce travail par une conclusion.

Chapitre 01:

GENERALITES SUR LA

MODELISATION DES SYSTEMES

1.1. Introduction

Dans ce chapitre nous allons présenter les généralités sur les modèles mathématiques utilisés pour l'étude des systèmes en insistant sur la représentation par équations différentielles et la représentation par fonctions de transfert.

La plupart des systèmes qui nous entourent sont multidimensionnels, extrêmement complexe, dont les paramètres varient en fonction du temps, et de nature non-linéaire. Ils sont composés en grande partie de sous-ensembles agissant les uns sur les autres activement ou passivement.

La modélisation est une étape essentielle pour l'étude des systèmes au stade de leur conception, de leur exploitation et aussi au stade de leur rénovation ou modification. Elle trouve son application non seulement dans les domaines techniques pour lesquels elle a été développée mais aussi dans les domaines non techniques tels que la biologie, l'écologie, la sociologie et l'économie [1], [2].

La modélisation consiste à traduire les informations, qu'on peut avoir sur le système ou processus considéré, sous une forme qu'on peut facilement manipuler afin d'en tirer un maximum de profit. Cette forme, qu'on appellera par la suite un modèle, doit reproduire au mieux le comportement du système physique face à une situation donnée, par exemple une poursuite parfaite d'un profil prédéterminé dans le cas de la commande des systèmes techniques [3], [4].

Le modèle est un outil qui nous permet d'effectuer tous les essais nécessaires, simulation, à la mise en évidence des performances du système considéré et de choisir la solution la plus appropriée au problème considéré.

Il faut tout d'abord distinguer deux types de modèles : le modèle mathématique et le modèle physique. Le choix d'un type de modèle dépend du domaine d'application, de l'objectif à atteindre et des moyens matériels dont on dispose [4].

Le modèle mathématique se fonde sur une approche algébrique, c'est à dire un ensemble de relations mathématiques tandis que le modèle physique est une réplique à petite échelle, souvent appelé modèle réduit, du système réel.

Il est évident que les essais sur les modèles physiques sont beaucoup plus coûteux et plus dangereux que les essais sur les modèles mathématiques. Dans tout ce qui suit nous nous intéressons uniquement aux modèles mathématiques.

Le problème est comment construire un modèle pour un système ou processus donné, c'est-à-dire, quelles sont les informations à utiliser pour la construction du modèle et quelles sont les étapes à suivre. C'est l'objectif de ce chapitre.

1.2. Modélisation mathématique

La modélisation est la première étape de l'étude d'un système. Elle consiste à rassembler toutes les informations relatives au système considéré et à les traduire sous forme de relations mathématiques mettant en évidence les liens qui peuvent exister entre les variables considérées comme les entrées du système et les variables considérées comme ses sorties. Cette traduction doit prendre en considération le fait que le modèle à obtenir doit rendre compte et au mieux du comportement du système réel face une situation donnée.

Les variables qu'on peut considérer comme étant les entrées du système sont généralement les variables qui l'excitent ou le perturbent. Les sorties du système sont les variables auxquelles on s'intéresse et qui définissent généralement l'objectif de la modélisation.

La modélisation d'un système peut être empirique ou guidée par des connaissances a priori sur le système à considérer. Dans tous les cas et quelles que soient les connaissances qu'on peut avoir sur le système à modéliser on s'oriente vers l'un ou l'autre des deux modèles suivants [4], [5]:

1.2.1. Modèle de connaissance

La première approche consiste à décomposer, éventuellement, le système en un ensemble de sous-systèmes et à appliquer les lois élémentaires de la physique, de la chimie, de l'électricité, de la mécanique, ...etc, de façon à écrire toutes les relations qui peuvent exister entre les entrées et les sorties de chaque sous-système, sans oublier les relations de liaisons entre les sous-systèmes.

Cette représentation du système est appelée un modèle de connaissance. Elle nécessite l'écriture de toutes les relations possibles qui décrivent le fonctionnement

dynamique du système considéré. Ceci suppose qu'on connaît parfaitement et dans le moindre détail le comportement dynamique et la structure du système c'est à dire les parties qui le composent et les relations qui existent entre elles. Malheureusement ceci n'est pas toujours possible à cause de complexité du système réel, du nombre considérable d'équations à envisager ou éventuellement des lois mal connues qui le régissent. De plus ce type de représentation conduit généralement à un modèle non linéaire difficile à exploiter par manque de méthodes analytiques bien adaptées.

1.2.2. Modèle de conduite

La deuxième approche de construction d'un modèle consiste à exploiter au maximum les données expérimentales prélevées sur les entrées et les sorties du système réel sans se préoccuper de ce qui se passe à l'intérieur. Ce type de modèle est aussi appelé modèle de représentation ou modèle « boîte noire ». Les paramètres intervenant dans ce type de modèle ne peuvent pas avoir de signification physique.

Dans ce cas on ne peut parler de précision du modèle en faisant référence à l'exactitude avec laquelle on aurait pu mesurer, indirectement, une grandeur physique donnée. Seule, compte l'efficacité du modèle obtenu, c'est à dire, son aptitude à décrire globalement le comportement dynamique du système (modèle de comportement) et à permettre finalement une prise de décision par exemple la commande ou la surveillance du système dans le domaine industriel.

1.3. Principaux modèles mathématiques

Dans ce qui suit, on se limite aux modèles linéaires continus à paramètres localisés. Les autres modèles, notamment les modèles discrets peuvent être obtenus par des transformations numériques adéquates.

1.3.1. Modélisation par équations différentielles

La première idée qui nous vient à l'esprit lors de l'étude d'un système est de savoir comment varient certaines variables par rapport à d'autres. La notion de variation nous conduit directement à l'utilisation des dérivées de la variable considérée et donc

à une représentation du système par des équations différentielles. La forme générale de cette représentation est :

$$\sum_{i=0}^N a_i \frac{d^i y(t)}{dt^i} = \sum_{j=0}^M b_j \frac{d^j u(t)}{dt^j} + \sum_{k=0}^L c_k \frac{d^k w(t)}{dt^k} \quad (1.1)$$

où $u(t)$ et $y(t)$ sont respectivement les signaux d'entrée et de sortie du système. Ils sont généralement mesurables. Le terme $w(t)$ représente le signal perturbation, appelé généralement bruit, agissant sur le système. Le bruit est non mesurable. Si l'influence du bruit est importante et que l'on doit en tenir compte, à travers ses propriétés statistiques, alors le modèle est dit stochastique. Dans le cas contraire le modèle est dit déterministe. Les coefficients a_i , b_j , et c_k sont les paramètres du modèle, ils peuvent être constants ou variables. Dans le premier cas le modèle est dit stationnaire ou invariant, dans le second cas le modèle est dit non stationnaire ou variant.

Il est évident que dans le cas du modèle de connaissance les paramètres du modèle ont des relations directes avec les paramètres physiques du système réel. Ce qui permettra d'identifier les paramètres du système à travers l'identification de paramètres du modèle.

1.3.2. Modélisation par fonctions de transfert

Si la représentation par des équations différentielles n'est pas exploitable directement, comme c'est le cas pour l'étude des systèmes de régulation, on fera alors appel à la transformation de Laplace mieux adaptées pour l'étude de ces systèmes. Dans ce cas la relation précédente s'écrit :

$$Y(s) = F_u(s)U(s) + F_w(s)W(s) \quad (1.2)$$

où $U(s)$, $Y(s)$, $W(s)$ sont respectivement les transformées de Laplace de $u(t)$, $y(t)$ et $w(t)$. $F_u(s)$ et $F_w(s)$ sont respectivement les fonctions de transfert relatives à l'entrée et à la perturbation du système. Elles ont les formes polynomiales générales suivantes:

$$F_u(s) = \frac{\sum_{j=0}^M b_j s^j}{\sum_{i=0}^N a_i s^i}, F_w(s) = \frac{\sum_{k=0}^L c_k s^k}{\sum_{i=0}^N a_i s^i} \quad (1.3)$$

L'opérateur de Laplace est désigné ici par la lettre $s = j\omega$. Evidemment il faut s'assurer que les coefficients a_i ne sont pas tous nuls.

1.3.3. Modélisation par équations aux intégrales

Dans le cas général où on ne peut ni écrire d'équations différentielles ni de fonctions de transfert on pourra toujours représenter le système, du moins pour les systèmes linéaires, par des intégrales de convolution simples comme suit :

$$y(t) = \int_0^t f_u(t-\tau)u(\tau)d\tau + \int_0^t f_w(t-\tau)w(\tau)d\tau \quad (1.4)$$

où f_u et f_w sont respectivement les réponses impulsionnelles relatives à l'entrée $u(t)$ et à la perturbation $w(t)$.

Le passage d'une représentation continue à une représentation discrète s'effectue en choisissant une approximation adéquate de l'opération de dérivation, de l'opérateur de Laplace ou l'opération d'intégration correspondant aux trois principales représentations.

1.4. Identification des systèmes

L'identification d'un système est la deuxième phase de sa modélisation, elle consiste à rechercher les valeurs numériques optimales des différents paramètres intervenant dans les relations mathématiques (modèle) obtenues dans la première phase de la modélisation [5], [6].

Si la première phase de modélisation pose beaucoup de problèmes par manque de méthodes et doit se faire le plus souvent de façon plus ou moins empirique, l'identification au contraire est systématique, du moins pour les systèmes linéaires, lorsqu'une méthode a été choisie parmi les diverses possibilités existantes. Il existe plus d'une cinquantaine de méthodes dans la littérature scientifique.

Le problème de l'identification est donc de déterminer la valeur numérique optimale $\hat{\theta}$ du vecteur paramètre θ inconnu minimisant le vecteur de bruit W , sur la base de la connaissance de la forme générale du modèle, de l'état et des mesures des variables d'entrées et de sorties du système. Ceci revient à rechercher une fonction de la forme:

$$\hat{\theta} = G[Y, U] \quad (1.5)$$

Le choix d'une méthode est guidé par la formulation mathématique du modèle, les possibilités de mesures sur le système réel et les moyens matériels utilisés pour la simulation.

Nous pouvons classer (le classement n'est pas unique) les méthodes d'identification des systèmes en deux grandes catégories.

La première catégorie des méthodes d'identification des systèmes est celle des méthodes dites classiques. Le principe de ces méthodes consiste à injecter au système un signal test, généralement une séquence binaire pseudoaléatoire (SPBA) et à enregistrer sa réponse. A partir de cet enregistrement il s'agit de déterminer graphiquement les paramètres du modèle dont la forme a été préalablement imposée, généralement une fonction de transfert. Ces méthodes sont couramment utilisées dans le domaine industriel où la régulation est un exemple typique. Parmi ces méthodes nous citons la méthode de Ziegler-Nichols, la méthode de Broïda, et la méthode de Strejc.

La seconde catégorie est celle des méthodes dites modernes, qui utilisent l'ordinateur comme outil de traitement des données, de calcul des solutions optimales, et de génération des ordres nécessaires à la bonne conduite du système.

Une fois la forme générale du modèle obtenue et les valeurs numériques optimales des paramètres calculés on dira qu'on a identifié le système considéré. D'une manière générale, la construction d'un modèle mathématique nécessite souvent l'introduction d'hypothèses simplificatrices car il y a toujours un compromis entre une limite inférieure de précision ou exactitude du modèle et une limite supérieure de sa complexité.

La validité du modèle obtenu, c'est à dire sa capacité de répondre aux exigences dépend en grande partie des :

- Campagnes des mesures obtenues, plus les mesures sont précises plus le modèle se rapproche de la réalité,
- Connaissances sur lesquelles on a fondé la construction du modèle, plus ces connaissances sont complètes plus le modèle tend à accomplir la tâche assignée,
- Méthode d'identification choisie, car certaines méthodes convergent plus rapidement que d'autres.

Les techniques de modélisation et d'identification des systèmes ont prouvées leur efficacité dans différents domaines plus particulièrement dans le domaine industriel où l'automatisation, le contrôle et la surveillance sont des exemples typiques. Ces techniques ont prouvé leur efficacité non seulement dans des domaines techniques pour lesquels elles étaient développées mais aussi dans des domaines non techniques tels que l'économie, l'écologie, la biologie et le biomédical [5].

1.5. Exemple d'application : Système électromécanique

Le système électromécanique considéré est composé essentiellement d'un circuit de commande en tension (R, L), d'un ensemble génératrice-moteur à courant continu (G, M) dont l'arbre est relié à un système mécanique de coefficient de frottement f et d'inertie J assurant la fonction de mélangeur, figure 1.1.

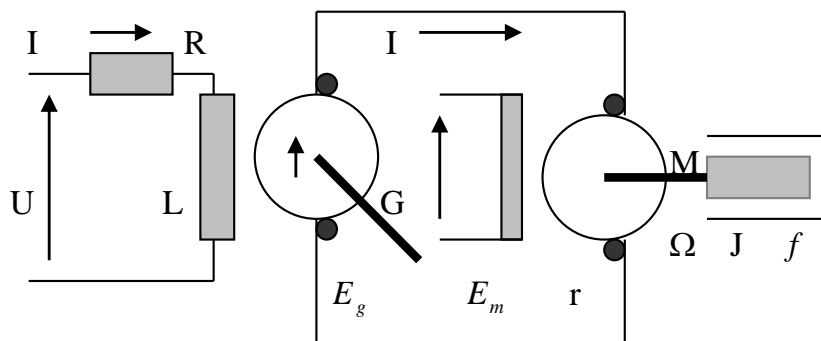


Figure 1.1 Système électromécanique

Le système de commande est alors modélisé par l'équation différentielle du premier ordre suivante :

$$\frac{dI(t)}{dt} = -\frac{R}{L}I(t) + \frac{1}{L}U(t)$$

Le courant du circuit de commande va générer une force contre électromotrice dans la génératrice G proportionnelle.

$$E_G = -K_G I$$

Le couple moteur développé par le courant du circuit de commande est aussi proportionnel au courant.

$$T_m = K_m I$$

Le système électromécanique est modélisé de la même manière, en considérant l'équation de mouvement de l'ensemble moteur-charge, par l'équation différentielle suivante:

$$\frac{d\Omega(t)}{dt} = -\frac{1}{J}\left(f + \frac{K_m^2}{r}\right)\Omega(t) + \frac{K_m K_G}{Jr} I(t)$$

Les paramètres K_G et K_m sont les coefficients de la génératrice et du moteur, Ω est la vitesse de rotation de l'arbre du moteur, r est la résistance électrique du circuit (G, M).

La représentation par équation différentielle est immédiate. En éliminant la variable courant $I(t)$ entre les deux équations nous obtenons une modélisation par une seule équation différentielle du second ordre.

$$\frac{d^2\Omega(t)}{dt^2} + \frac{1}{J}\left(\left(f + \frac{K_m^2}{r}\right) + \frac{R}{L}\right)\frac{d\Omega(t)}{dt} + \frac{R}{JL}\left(f + \frac{K_m^2}{r}\right)\Omega(t) = \frac{K_m K_G}{JLr}U(t)$$

La représentation par fonction de transfert est obtenue en prenant la transformée de Laplace des deux membres de l'équation différentielle précédente.

$$F(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K_m K_G}{JLr}}{s^2 + \left(\frac{1}{J}\left(f + \frac{K_m^2}{r}\right) + \frac{R}{L}\right)s + \frac{R}{JL}\left(f + \frac{K_m^2}{r}\right)}$$

1.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les généralités sur la modélisation et l'identification des systèmes. La représentation des systèmes par un ensemble d'équations différentielles ou par des fonctions de transfert sont les plus utilisées dans la pratique. Evidemment le processus de modélisation et le choix d'une méthode d'identification ne sont pas des opérations simples et faciles

Chapitre 02 : Analyse indicielle

2.1. Introduction

Dans ce chapitre nous allons rappeler les méthodes de base de l'identification des systèmes, qui exploitent les mesures obtenues sous la forme d'un enregistrement. Cet enregistrement correspond à la réponse du système considéré à un signal d'excitation de type échelon (Réponse indicielle). Par la suite nous allons développer la méthode de l'approximation de la réponse indicielle pour identifier les systèmes du premier et du second ordre.

2.2. Système du premier ordre

2.2.1. Modélisation d'un système du premier ordre

Considérons le système de premier ordre représenté sur la figure 2. 1(a). Physiquement, ce système peut représenter un circuit électrique de type RC, un système thermique, ou un système analogue. Un schéma fonctionnel simplifié est montré sur la figure 2.1(b). Le rapport d'entrée-sortie est donné par la relation suivante :

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{Ts+1}$$

(2.1)

Où $R(s)$ et $C(s)$ sont les transformées de Laplace des signaux d'entrée et de sortie du système considéré et T est la constante de temps du système.

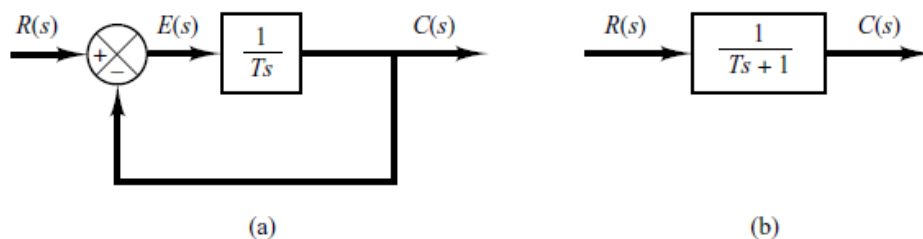


Figure 2.1 : Schéma fonctionnel (a) et diagramme simplifié d'un système de premier ordre (b).

Dans ce qui suit, nous analyserons les réactions de ce système à des excitations sur l'entrée telles que l'échelon unité, une rampe et une impulsion. On assume que les conditions initiales sont nulles.

Notez que tous les systèmes ayant la même fonction de transfert montreront la même réponse à la même entrée. Pour tout système physique donné, la réponse mathématique peut être reliée à une interprétation physique [1], [2].

La réponse indicielle des systèmes de premier ordre de fonction de transfert, relation (2.1) est donnée par :

$$c(t) = 1 - e^{-t/T}, \text{ pour } t \geq 0 \quad (2.2)$$

La relation (2.2) montre qu'au départ, à l'instant initial, la réponse est nulle et finalement elle tend vers l'unité, l'échelon d'excitation.

Une caractéristique importante d'une courbe de réponse indicielle d'un système de premier ordre (de type exponentielle) est que pour un instant $t=T$ elle atteint la valeur de 0.632, autrement dit elle représente 63.2% de sa valeur finale comme le montre la figure 2. Ceci peut être facilement obtenu en substituant $t=T$ dans la relation (2.2).

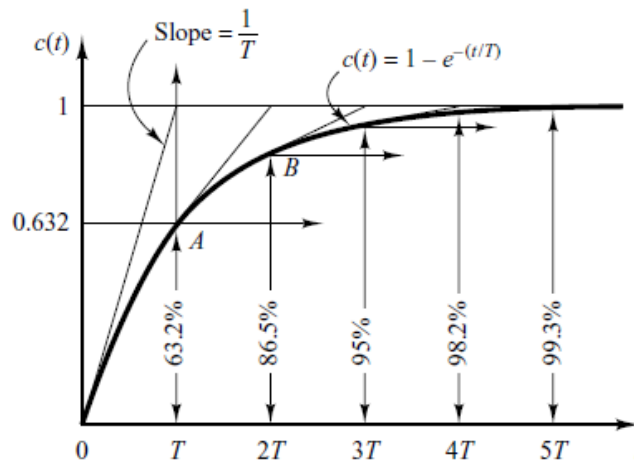


Figure 2.2: Exponentiel courbe de réponse [2].

Notez que plus la constante de temps T est petite, plus la réaction de système est rapide. D'autres caractéristiques importantes de la courbe de réponse exponentielle

est que la pente de la tangente à la réponse à l'instant $t=0$ est $1/T$, comme on peut le vérifier mathématiquement [2], [3] :

$$\left. \frac{dc}{dt} \right|_{t=0} = \left. \frac{1}{T} e^{-t/T} \right|_{t=0} = \frac{1}{T} \quad (2.3)$$

De l'équation (2.3) on peut voir que la pente de la courbe de réponse diminue de manière monotone de $1/T$ depuis $t=0$ jusqu'à zéro à t égale à l'infini.

Pour des valeurs multiples de la constante de temps ($t=2T$; $3T$; $4T$ et $5T$) la réponse indicielle atteint successivement les valeurs suivantes 86.5%, 95%, 98.2%, et 99.3%, respectivement, de la valeur finale. Dans la pratique, une évaluation raisonnable du temps de réponse (la durée pour que la réponse atteigne et reste dans le 2% de la valeur finale), est égale à quatre constantes de temps [3], [4].

2.2.2 Identification par la méthode de Boïda

La méthode de Broïda permet d'identifier les paramètres d'un système modélisé par une fonction de transfert du premier ordre comportant un retard τ . Par conséquent la fonction de transfert de ce système est de la forme [2], [3], [4]:

$$G(s) = \frac{e^{-\tau s}}{(1 + sT)} \quad (2.4)$$

Pour cela on relève sur la réponse indicielle $y(t)$ les temps t_1 et t_2 correspondant, respectivement, à 28% et 40% de sa valeur comme l'indique la figure 2.3.

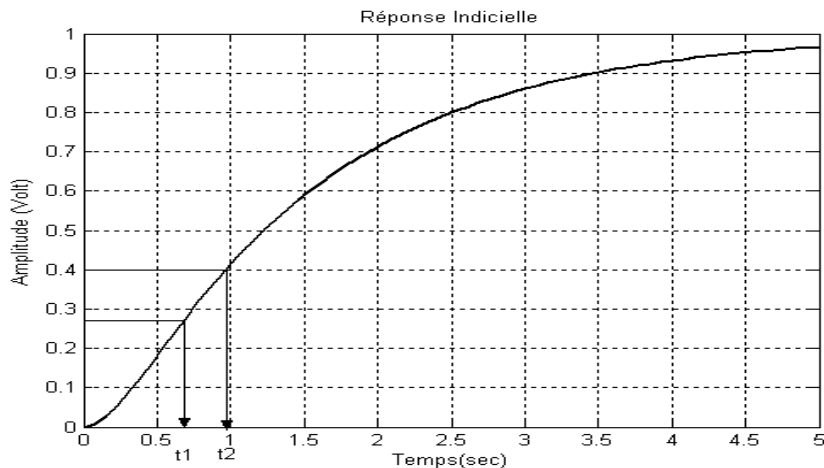


Figure 2.3 : Identification par la méthode de Broïda

La réponse indicielle d'un système de premier ordre avec un retard est de la forme :

$$y(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t - \tau}{T}\right) \quad (2.5)$$

Par conséquent on a :

$$y(t_1) = 28\% = 0.28 = 1 - \exp\left(-\frac{t_1 - \tau}{T}\right) \Rightarrow 1 - 0.28 = \exp\left(-\frac{t_1 - \tau}{T}\right)$$

$$y(t_2) = 40\% = 0.40 = 1 - \exp\left(-\frac{t_2 - \tau}{T}\right) \Rightarrow 1 - 0.40 = \exp\left(-\frac{t_2 - \tau}{T}\right)$$

En simplifiant et en prenant le rapport des deux relations on obtient :

$$\exp\left(\frac{t_2 - t_1}{T}\right) = 1.2 \text{ d'où } T = \frac{t_2 - t_1}{\ln(1.2)} = 5.5(t_2 - t_1)$$

De la première équation on aura : $\tau = t_1 + T \ln(0.72)$

En remplaçant T par sa valeur on obtient alors les deux relations permettant d'identifier la constante de temps T et le retard τ d'un système modélisé par une fonction de transfert de type Broïda.

$$T = 5.5(t_2 - t_1)$$

$$\tau = 2.8t_1 - 1.8t_2 \quad (2.6)$$

2.3. Système du deuxième ordre

2.3.1. Modélisation des systèmes du deuxième ordre

En cette section, nous étudierons la modélisation et l'identification d'un système du deuxième ordre et sa réponse à une entrée de type échelon unité. Ici nous considérons un système servo en tant qu'exemple d'un système de second ordre [4]. Le système servo représenté sur la figure 2.4(a) se compose d'un correcteur proportionnel et d'une charge (éléments d'inertie et de visqueux-frottement).

Supposons qu'on souhaite commander la position c de telle manière qu'elle suive la référence R .

L'équation de mouvement est donnée par :

$$J\ddot{c} + B\dot{c} = T \quad (2.7)$$

Où T est le couple produit par le contrôleur proportionnel dont le gain est K . Par application de la transformée de Laplace des deux côtés de cette dernière équation, pour des conditions initiales nulles, nous obtenons :

$$Js^2C(s) + BsC(s) = T(s) \quad (2.8)$$

Ainsi la fonction de transfert entre C et T est :

$$\frac{C(s)}{T(s)} = \frac{1}{s(Js+B)} \quad (2.9)$$

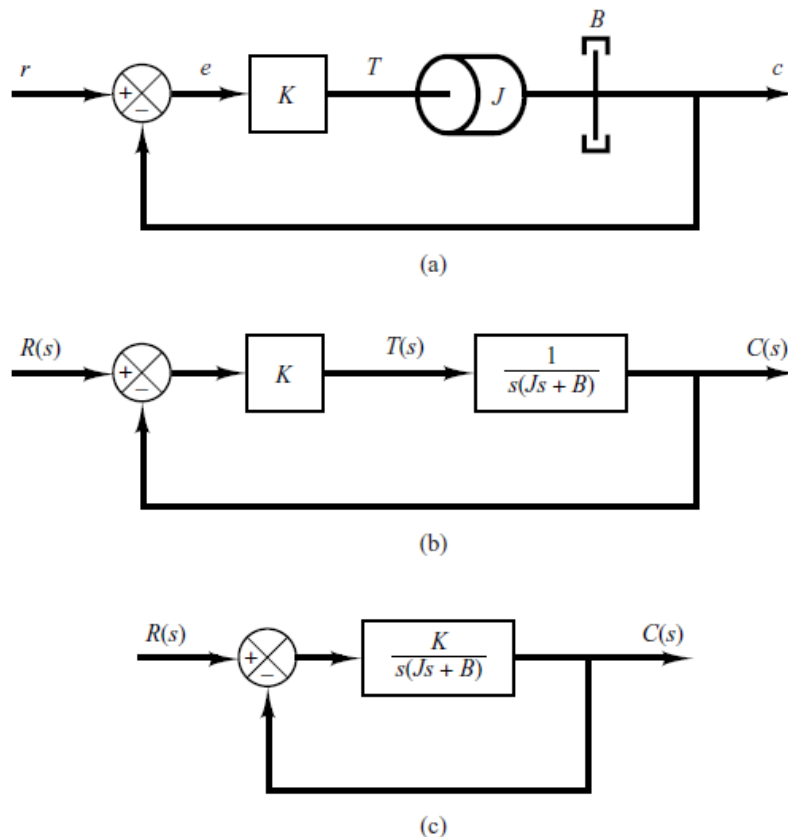


Figure 2.4: Système servo (a), schéma fonctionnel (b), bloc simplifié diagramme (c).

En employant cette fonction de transfert, la figure 2.4(a) peut être transformée en figure 2.4(b), qui peut être encore modifié selon la figure 2.4(c).

La fonction de transfert en circuit fermé est alors obtenue comme :

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{Js^2 + Bs + K} = \frac{K/J}{s^2 + (B/J)s + (K/J)} \quad (2.10)$$

Un tel système où la fonction de transfert en circuit fermé possède deux pôles est représentatif d'un système de second ordre. La fonction de transfert en circuit fermé, relation (2.10), peut aussi s'écrire sous la forme suivante [4], [5]:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K}{J}}{\left[s + \frac{B}{2J} + \sqrt{\left(\frac{B}{2J}\right)^2 - \frac{K}{J}} \right] \left[s + \frac{B}{2J} - \sqrt{\left(\frac{B}{2J}\right)^2 - \frac{K}{J}} \right]} \quad (2.11)$$

Les pôles de la fonction de transfert en circuit fermé sont les complexes conjugués si $B^2 - 4JK < 0$ et ils sont réels si $B^2 - 4JK \geq 0$.

Dans l'analyse fréquentielle, il est commode de poser :

$$\frac{K}{J} = \omega_n^2, \quad \frac{B}{J} = 2\zeta\omega_n = 2\sigma \quad (2.12)$$

Où σ s'appelle l'atténuation, ω_n est la fréquence normale et ζ est le coefficient d'amortissement du système.

En termes de ζ et ω_n le système représenté par la fonction de transfert (2.10) peut être modifié de telle manière qu'il soit représenté par la fonction de transfert en circuit fermé comme suit [4], [6]:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.13)$$

Cette forme s'appelle le format standard du système de second ordre. Dans ces conditions le comportement dynamique du système de second ordre peut alors être décrit en termes de deux paramètres ζ et ω_n . Si $0 < \zeta < 1$, les pôles en circuit fermé sont les complexes conjugués et la réponse indicielle présente des oscillations, figure (2.5).

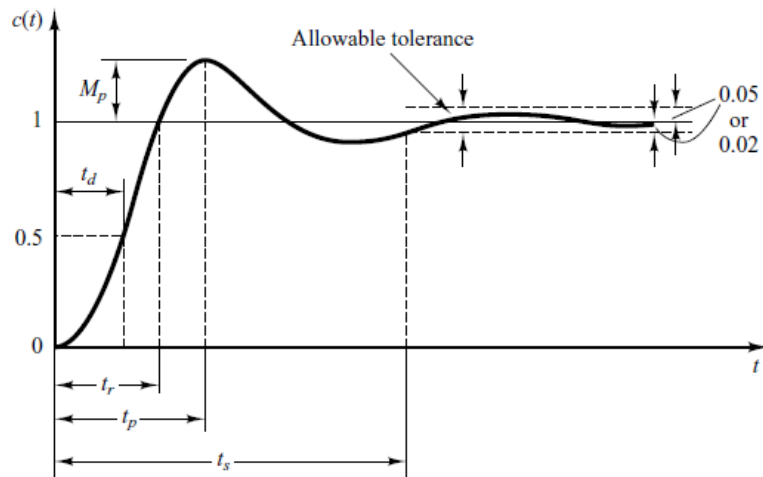


Figure 2.5 : Réponse indicielle d'un système du second ordre.

2.3.2. Identification par la méthode de Strejc

La méthode de Strejc est très utilisée pour l'identification des systèmes industriels d'ordre supérieur ou égal à 2 dont les réponses indicielles sont apériodiques. On peut vérifier expérimentalement que la réponse indicielle de ces systèmes peut être exprimée avec une bonne approximation à l'aide de n constantes de temps égales à T avec éventuellement un retard τ . Ces systèmes industriels peuvent donc être modélisés par la fonction de transfert générale suivante [2], [3], [5] :

$$G(s) = \frac{e^{-\tau s}}{(1 + sT)^n} \quad (2.14)$$

Le principe de cette méthode consiste à lier n , T et τ à des caractéristiques de la réponse indicielle du système en régime apériodique. Pour cela on trace la tangente à la réponse indicielle au point d'inflexion, cette tangente coupe l'axe des temps en un point d'abscisse T_u et l'asymptote qui représente le régime permanent un point d'abscisse $(T_u + T_a)$ comme l'indique la figure 2.6.

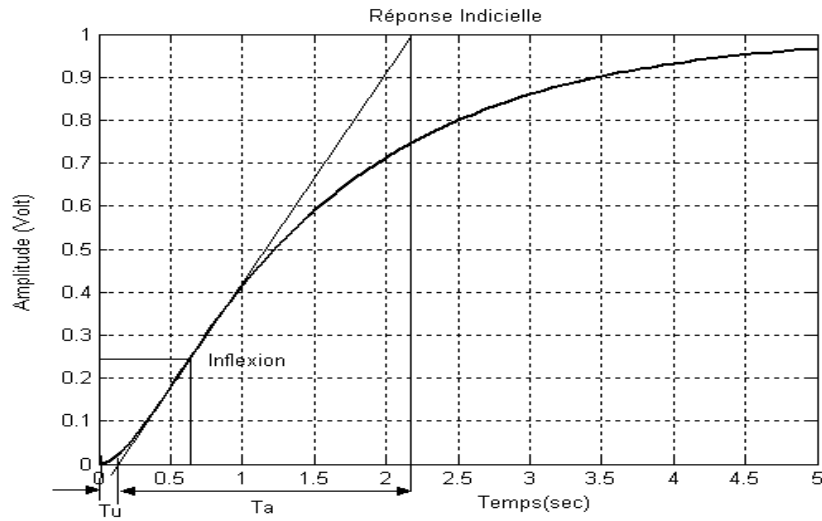


Figure 2.6 : Méthode de Strejc pour l'identification des systèmes

Connaissant T_u et T_a donc le rapport (T_u/T_a) on peut, à l'aide du tableau1, déterminer les paramètres du système. En effet, le rapport (T_u/T_a) est indépendant de la constante de temps T , il permet donc de déterminer l'ordre n du modèle. Connaissant (T_a/T) et T_a on peut alors déterminer T . En pratique on utilise le rapport (T_u/T_a) pour déterminer n et le rapport (T_a/T) pour déterminer T .

Lorsque le rapport (T_u/T_a) ne correspond pas à une valeur exacte du tableau on prend alors la valeur de n immédiatement inférieure et on introduit un temps mort qui est en fait le retard τ de la manière suivante.

Le rapport (T_u/T_a) est en fait :

$$\frac{T_u}{T_a} \Big|_{\text{mesuré}} = \frac{T_u + \tau}{T_a} \Big|_{\text{mesuré}} = \frac{T_u}{T_a} \Big|_{\text{tableau}} + \frac{\tau}{T_a} \Big|_{\text{mesuré}}$$

Ce qui donne :

$$\tau = T_a \Big|_{\text{mesuré}} \left[\frac{T_u}{T_a} \Big|_{\text{mesuré}} - \frac{T_u}{T_a} \Big|_{\text{tableau}} \right] \quad (2.15)$$

Les autres colonnes du tableau nous permettent de vérifier la validité de la valeur trouvée pour la constante de temps T .

n	(T_u/T_a)	(T_a/T)	(T_u/T)	t_i/T	y_i	(T_m/T)	(T_m/T_a)
1	0	1	0	0	0	1	1
2	0.104	2.718	0.282	1	0.261	2.000	0.736
3	0.218	3.695	0.805	2	0.323	2.500	0.677
4	0.319	4.463	1.425	3	0.353	2.888	0.647
5	0.410	5.119	2.100	4	0.371	3.219	0.629
6	0.493	5.699	2.811	5	0.384	3.510	0.616
7	0.570	6.711	3.549	6	0.394	3.775	0.606
8	0.612	7.164	4.307	7	0.401	4.018	0.599
9	0.709	7.164	5.081	8	0.407	4.245	0.587
10	0.773	7.590	5.869	9	0.413	4.458	0.587

Tableau 1: Tableau de Strejc

Ce retard introduit par V. Strejc, présente de nombreux inconvénients si l'on doit faire la synthèse d'un asservissement ou d'une régulation. Si on veut faire disparaître ce temps mort on pourra introduire un nombre n non entier par interpolation de toute la ligne du tableau correspondant à la valeur (T_u/T_a) mesurée.

Cependant, cette méthode permet d'identifier le retard naturel généré par les systèmes réels, appelés systèmes à retard, qui occupent une place très importante dans le domaine industriel tel que les systèmes de transport d'énergie et les systèmes de télécommunications.

2.4. Méthode d'approximation de la réponse indicielle

La méthode de l'approximation de la réponse indicielle permet d'identifier les paramètres d'un système modélisé par une fonction de transfert dont la forme polynomiale générale est la suivante [5] :

$$G(s) = \frac{\sum_{j=0}^m b_j s^j}{\sum_{i=0}^n a_i s^i} \quad (2.16)$$

Son principe consiste à approcher la réponse indicielle d'un système apériodique par une suite de segments de droite de pente α_i . A partir de la connaissance des pentes de tous les segments il s'agit de déterminer les paramètres a_i et b_j du système [5].

Pour cela soit t_i le temps au bout duquel on juge que le régime transitoire est terminé. On divise l'intervalle $[0 \ t_i]$ en n périodes de durée T .

Pour chaque période T la réponse indicielle $y(t)$ est assimilée à un segment de droite de pente α_i comme le montre la figure 2.7

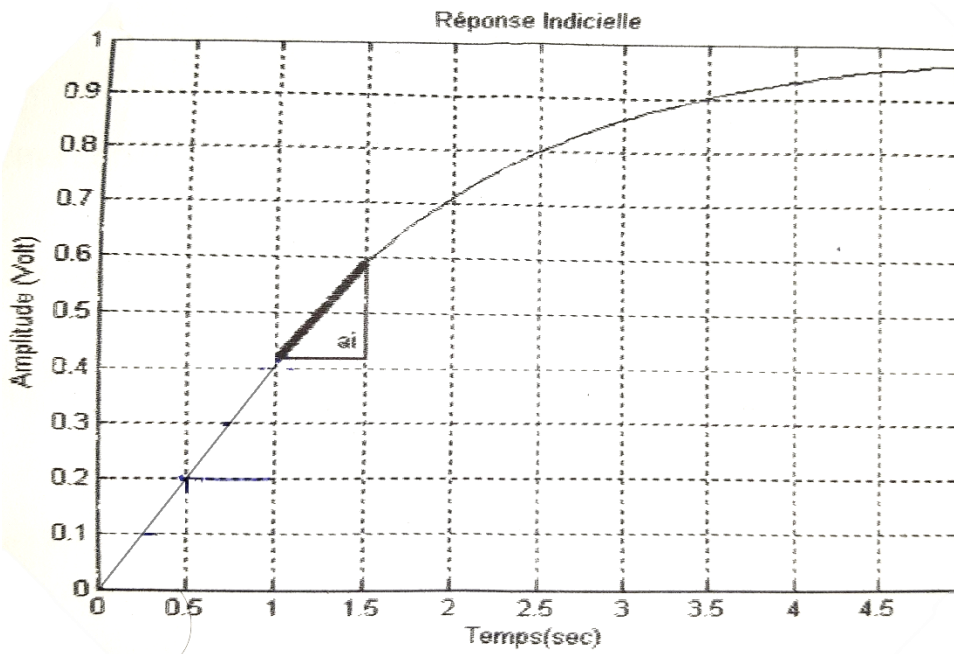


Figure 2.7 : Approximation de la réponse indicielle d'un système

Pour $0 < t < T$ on a $y_0(t) = \alpha_0 t [u(t) - u(t-T)]$

$0 < t < 2T$ on a $y_1(t) = \alpha_1 t [u(t-T) - u(t-2T)]$

... ..

$iT < t < (i+1)T$ on a $y_i(t) = \alpha_i t [u(t-iT) - u(t-(i+1)T)]$

... ..
 $nT < i < (n+1)T$ on aura $y_n(i) = \alpha_n u(t - nT)$

La réponse indicielle du système est alors approximée par la somme des segments de droite et par conséquent on aura :

$$y(t) = \sum_{i=1}^n y_i(t) = \alpha_0 u(t) + (\alpha_1 - \alpha_0)u(t - T) + \dots + (\alpha_n - \alpha_{n-1})u(t - nT) \quad (2.17)$$

La transformée de Laplace de cette réponse indicielle est alors :

$$Y(s) = \frac{1}{s^2} [\alpha_0 + (\alpha_1 - \alpha_0)e^{-sT} + (\alpha_2 - \alpha_1)e^{-2sT} + \dots + (\alpha_n - \alpha_{n-1})e^{-nsT}] U(s)$$

En développant les exponentielles en séries entières et en tenant compte du fait que $\sum_{i=0}^n \alpha_i = 0$ car pour le régime permanent la pente $\alpha_n = 0$, la fonction de transfert du système pour une entrée indicielle est alors :

$$G(s) = -T \sum_{i=1}^n i(\alpha_i - \alpha_{i-1}) + \frac{T^2}{2!} \sum_{i=1}^{n\infty} i^2(\alpha_i - \alpha_{i-1})s - \frac{T^3}{3!} \sum_{i=1}^n i^3(\alpha_i - \alpha_{i-1})s^2 + \dots$$

Ou sous forme condensée :

$$G(s) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{T^{k+1}}{(k+1)!} \left(\sum_{i=1}^n i^{k+1} (\alpha_i - \alpha_{i-1}) \right) s^k \quad (2.18)$$

Cette fonction de transfert est de la forme :

$$G(s) = \sum_{k=0}^{+\infty} C_k s^k \quad (2.19)$$

Avec :

$$C_k = (-1)^{k+1} \frac{T^{k+1}}{(k+1)!} \sum_{i=1}^n i^{k+1} (\alpha_i - \alpha_{i-1}) \quad (2.20)$$

D'autre part, pour une fonction de transfert quelconque, on peut toujours la développer en série de Taylor autour du point $s=0$ sous la forme suivante :

$$G(s) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k s^k$$

$$\text{Où } C_k = \frac{1}{k!} \left. \frac{d^k G(s)}{ds^k} \right|_{s=0} \quad (2.21)$$

Etant donné un enregistrement, correspondant à la réponse indicielle d'un système on peut déterminer les pentes α_i des différents segments de droites pour le calcul des coefficients C_k de la relation (2.20). D'autre part, connaissant la forme générale d'une fonction de transfert (forme polynomiale) et à partir des dérivées successives de cette dernière, prise au point zéro, on obtient les coefficients C_k de la relation (2.21). En égalisant les résultats des deux relations on obtient un système de relation dont la résolution aboutit à l'identification des paramètres du système considéré.

2.5. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les méthodes de base pour l'étude des systèmes du premier et du second ordre ainsi que les méthodes indicielles permettant d'identifier leurs paramètres. Nous avons développé en détails la méthode utilisant l'approximation de la réponse indicielle qui fait l'objet de notre sujet.

Chapitre 3:

Simulation de quelques exemples

3.1. Introduction

Dans ce chapitre nous allons présenter quelques exemples de simulation de la méthode de l'approximation de la réponse indicielle pour l'identification des systèmes du premier et deuxième ordre en prenant en considération ou non l'éventuelle existence d'un retard. Cette méthode nous permettra de trouver le modèle adéquat pour un système à partir d'un enregistrement de sa réponse indicielle comme nous l'avons présenté dans la partie théorique de ce mémoire.

3.2. Système du premier ordre

Dans cette première simulation nous allons nous intéresser à l'identification d'un système du premier ordre sans et avec un retard à partir de sa réponse indicielle en mettant en œuvre la méthode de l'approximation de la réponse indicielle. La réponse indicielle d'un système du premier ordre est donné par l'enregistrement présenté par la figure 3.1.

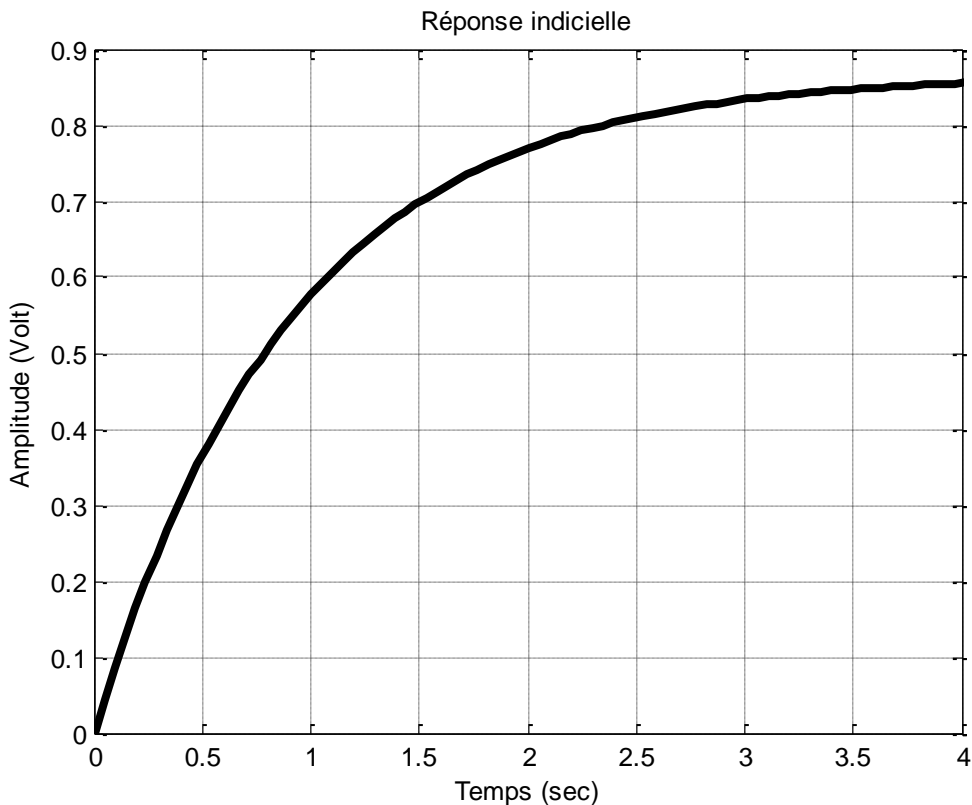


Figure 3.1 : Réponse indicielle d'un système du premier ordre.

Il s'agit à partir de cet enregistrement de mettre en œuvre la méthode de l'approximation de la réponse indicielle pour identifier le système correspondant, c'est-à-dire de trouver les paramètres de sa fonction de transfert.

La mise en œuvre de la méthode de l'approximation de la réponse indicielle, exposée au chapitre deux de ce mémoire, a permis de déterminer la pente des segments de droite représentant l'approximation de la réponse indicielle sur l'intervalle d'approximation considéré. Les valeurs numériques des différents segments de droite sont rassemblées dans le tableau 3.1.

α_i	α_0	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7
Valeur	0.634	0.400	0.238	0.139	0.079	0.045	0.025	0

Tableau 3.1: Valeurs des pentes α_i des segments de droite d'approximation.

Les paramètres C_k d'une fonction de transfert en fonction des pentes des segments de droite d'approximation de la réponse indicielle sont donnés par :

$$C_k = (-1)^{k+1} \frac{T^{k+1}}{(k+1)!} \sum_{i=1}^n i^{k+1} (\alpha_i - \alpha_{i-1}) \quad (3.1)$$

Dans cette relation $T = 0.50$ est la période d'échantillonnage.

Les valeurs numériques obtenues des coefficients C_k à partir de l'application de la relation (3.1) sont rassemblées dans le tableau 3.2.

C_k	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
Valeur	0.780	- 0.691	0.517	- 0.347	0.201	- 0.102	0.046	- 0.942

Tableau 3.2: Valeurs numériques des coefficients C_k

3.2.1. Identification du système sous la forme du 1^{er} ordre sans retard

La forme générale de la fonction de transfert d'un système du premier ordre sans retard est la suivante :

$$F(s) = \frac{K}{1+Ts} \quad (3.2)$$

Les coefficients du développement en série de Taylor de cette fonction de transfert sont donnés par la relation :

$$C_k = \frac{1}{k!} \left. \frac{d^k F(s)}{ds^k} \right|_{s=0} \quad (3.3)$$

L'application de cette relation donne les différents coefficients C_k en fonction des paramètres de la fonction de transfert du système du premier ordre sans retard. Les différentes relations sont les suivantes :

$$C_0 = K ; C_1 = -TK ; C_2 = T^2K ; C_3 = -T^3K ; C_4 = T^4K ; C_5 = -T^5K ; C_6 = -T^6K ; C_7 = T^7K.$$

Il est à remarquer que la fonction de transfert d'un système du premier ordre sans retard possède deux paramètres seulement, par conséquent seules les deux premières relations du système d'équations précédent sont nécessaires pour identifier les paramètres du système.

Par identification terme à terme des résultats des relations (3.1) et (3.3) on obtient le système d'équations suivantes dont la résolution détermine les valeurs numériques des différents paramètres de la fonction de transfert, par conséquent l'identification du système correspondant. Les valeurs numériques des paramètres du système de premier ordre sans retard sont donc $K = 0.780$ et $T = 0.885$.

La fonction de transfert du système est alors :

$$F_{1e}(s) = \frac{k}{1+Ts} = \frac{0.780}{1+0.885s} \quad (3.4)$$

3.2.2 Identification d'un système du 1^{er} ordre avec retard

La forme générale de la fonction de transfert d'un système du premier ordre avec un retard est la suivante :

$$F(s) = \frac{K(e^{-\tau s})}{1+Ts} \quad (3.5)$$

Les coefficients du développement en série de Taylor de cette fonction de transfert sont donnés par la relation (3.3). L'application de cette relation donne les différents

coefficients C_k en fonction des paramètres de la fonction de transfert du système du premier ordre avec retard. Les différentes relations sont les suivantes :

$$C_0 = K$$

$$C_1 = -TK - K\tau$$

$$C_2 = KT^2 + KT\tau + \frac{K\tau^2}{2}$$

$$C_3 = -KT^3 - K\tau T^2 - \frac{K\tau^2 T}{2} - \frac{K\tau^3}{6}$$

$$C_4 = KT^4 + KT^3\tau + \frac{KT^2\tau^2}{2} + \frac{KT\tau^3}{6} + \frac{K\tau^4}{24}$$

$$C_5 = -KT^5 - K\tau T^4 - \frac{K\tau^2 T^3}{2} - \frac{K\tau^3 T^2}{6} - \frac{K\tau^4 T}{24} - \frac{K\tau^5}{120}$$

$$C_6 = KT^6 + KT^5\tau + \frac{KT^4\tau^2}{2} + \frac{KT^3\tau^3}{6} + \frac{KT^2\tau^4}{24} + \frac{KT\tau^5}{120} + \frac{K\tau^6}{720}$$

$$C_7 = -KT^7 - K\tau T^6 - \frac{K\tau^2 T^5}{2} - \frac{K\tau^3 T^4}{6} - \frac{K\tau^4 T^3}{24} - \frac{K\tau^5 T^2}{120} - \frac{K\tau^6 T}{720} - \frac{K\tau^7}{5040}$$

L'identification terme à terme avec les coefficients C_k du tableau 3.2 obtenus à partir des mesures des pentes des segments de droites d'approximation donne les valeurs numériques des différents paramètres de la fonction de transfert du système du premier ordre avec retard. Ces valeurs sont les suivantes :

$$K = 0.780 ; T_1 = 0.765 ; T_2 = -0.705 ; \tau_1 = 0.12 \text{ et } \tau_2 = 0.18$$

Il est à remarquer que la résolution de l'équation du second degré possède deux racines et par conséquent nous avons deux fonctions de transfert possibles pour ce système du premier ordre avec retard.

Les deux fonctions de transfert possibles sont :

$$F_{1e}(s) = \frac{K(e^{-\tau_1 s})}{1+T_1 s} = \frac{0.780(e^{-0.12s})}{1+0.765s} \quad (3.6)$$

$$F_{2e}(s) = \frac{K(e^{-\tau_2 s})}{1+T_2 s} = \frac{0.780(e^{-0.18s})}{1-0.705s} \quad (3.7)$$

La deuxième fonction de transfert est à rejeter car la constante de temps est négative, par conséquent le système est identifié par sa première fonction de transfert.

La figure 3.2 présente la comparaison de la réponse enregistrée du système à identifier à la réponse du système identifié sous la forme d'un système du premier ordre sans et avec retard. On peut voir sur cette figure que le système peut être identifié sous la forme d'un système du premier ordre sans retard avec une grande précision.

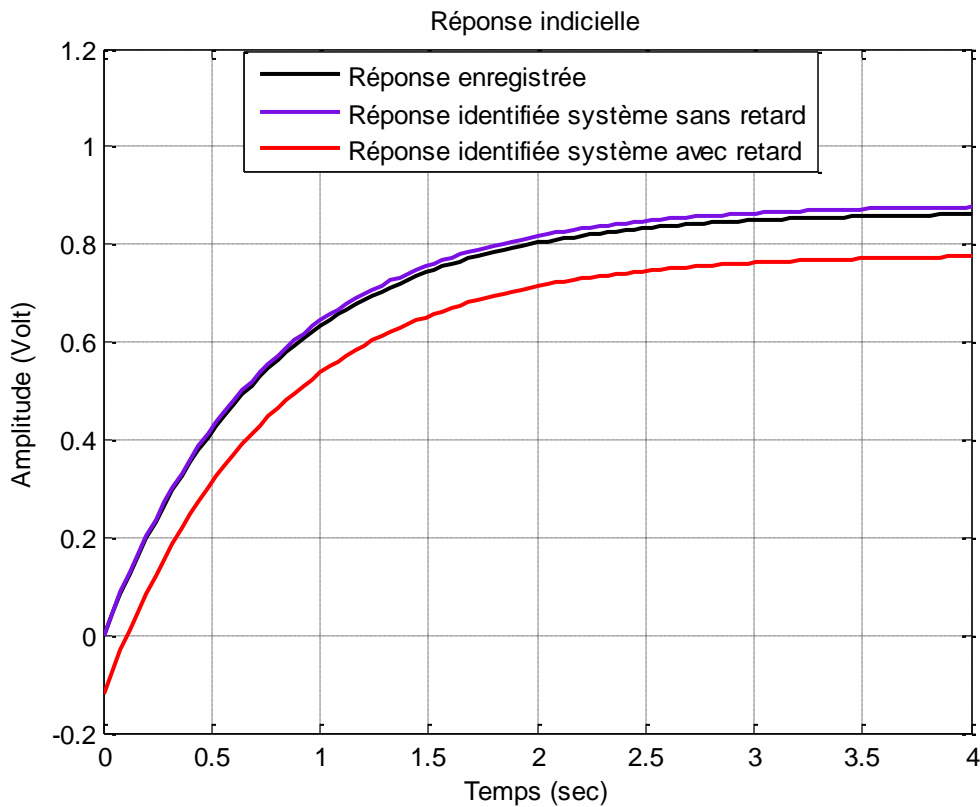


Figure 3.2 : Comparaison de la réponse enregistrée et les réponses identifiée du système avec et sans retard.

3.3 Simulation des systèmes du deuxième ordre

Dans cette deuxième partie on se propose d'identifier un système du deuxième ordre à partir des mesures des pentes de segments de droite qui approximent la réponse indicielle représentée par la figure 3.3.

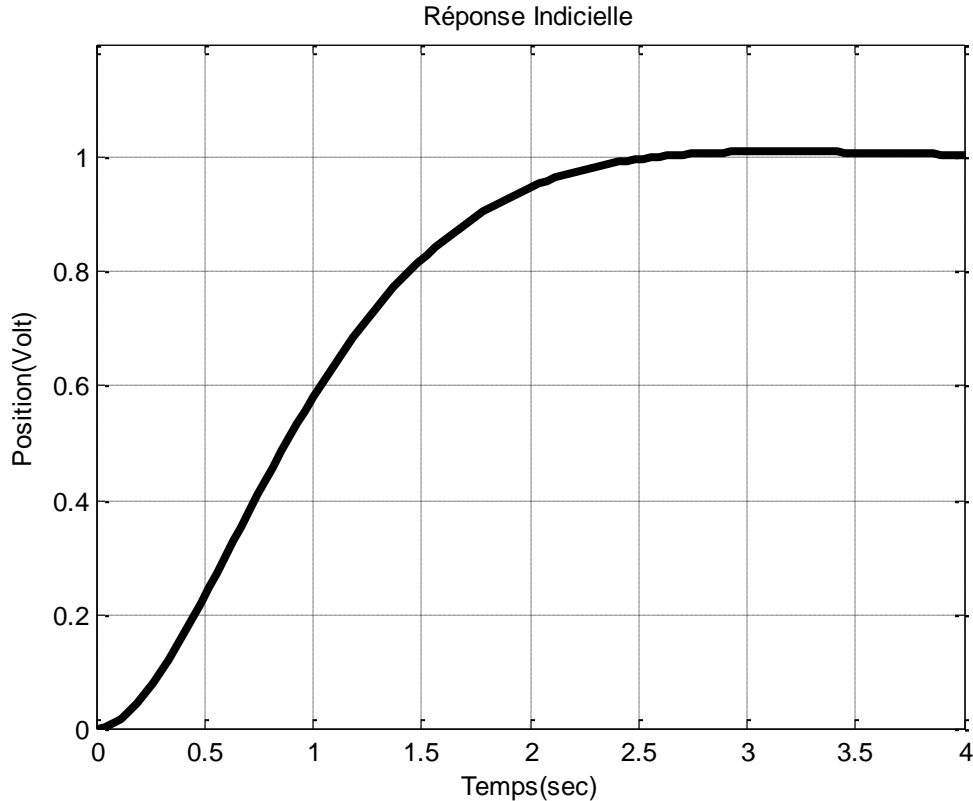


Figure 3.3: Réponse indicielle d'un système du deuxième ordre.

A partir de l'enregistrement de la réponse indicielle, figure 3.3, on détermine les pentes des segments de droite d'approximation de la réponse indicielle comme dans le cas précédent. Les valeurs numériques obtenues sont rassemblés dans le tableau 3.4 ci-dessous.

α_i	α_0	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7
Valeur	0.421	0.625	0.440	0.254	0.095	0.023	0.001	0

Tableau 3.4: Valeurs numériques des α_i pentes des segments de droite d'approximation

L'application de la relation (3.1) donne les valeurs numériques des différents coefficients C_k de la future fonction de transfert du système à identifier. Ces valeurs numériques sont rassemblées dans le tableau 3.5 ci-dessous.

C_k	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
Valeur	0.210	- 0.924	0.645	- 0.351	0.163	- 0.064	0.024	- 0.033

Tableau 3.5: Valeurs numériques des C_k du système (3.8)

On se propose d'identifier le système du deuxième ordre sans retard sous la forme générale de la fonction de transfert suivante :

$$G(s) = \frac{b_0 + b_1 s}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2} \quad (3.8)$$

L'application de la relation (3.3) donnant le développement en série de Taylor, qui est rappelée ici en relation (3.9), donne les différents coefficients en fonction des paramètres de la fonction de transfert du système, relation (3.8).

$$C_k = \frac{1}{k!} \left. \frac{d^k G(s)}{ds^k} \right|_{s=0} \quad (3.9)$$

Les différents coefficients sont alors les suivants :

$$C_0 = \frac{b_0}{a_0}$$

$$C_1 = \frac{b_1}{a_0} - \frac{a_1 \times b_0}{a_0^2}$$

$$C_2 = \frac{(a_1^2 \times b_0)}{a_0^3} - \frac{(a_1 \times b_1)}{a_0^2} - \frac{(a_2 \times b_0)}{a_0^2}$$

$$C_3 = \frac{(a_1^2 \times b_1)}{a_0^3} - \frac{(a_1^3 \times b_0)}{a_0^4} - \frac{(a_2 \times b_1)}{a_0^2} + \frac{2 + a_1 \times a_2 \times b_0}{a_0^3}$$

$$C_4 = \frac{(a_2^2 \times b_0)}{a_0^3} - \frac{(a_1^3 \times b_1)}{a_0^4} + \frac{(a_1^4 \times b_0)}{a_0^5} + \frac{2 + a_1 \times a_2 \times b_1}{a_0^3} - \frac{3 \times a_1^2 \times a_2 \times b_0}{a_0^4}$$

$$C_5 = \frac{(a_2^2 \times b_1)}{a_0^3} + \frac{(a_1^4 \times b_1)}{a_0^5} - \frac{(a_1^5 \times b_0)}{a_0^6} - \frac{3 + a_1 \times a_2^2 \times b_0}{a_0^4} - \frac{3 \times a_1^2 \times a_2 \times b_1}{a_0^4} + \frac{4 \times a_1^3 \times a_2 \times b_0}{a_0^5}$$

$$C_6 = \frac{(a_1^6 \times b_0)}{a_0^7} - \frac{(a_1^5 \times b_1)}{a_0^6} - \frac{(a_2^3 \times b_0)}{a_0^4} + \frac{6 + a_1^2 \times a_2^2 \times b_0}{a_0^5} - \frac{3 \times a_1 \times a_2^2 \times b_1}{a_0^4} + \frac{4 \times a_1^3 \times a_2 \times b_1}{a_0^5} - \frac{5 \times a_1^4 \times a_2 \times b_0}{a_0^6}$$

$$C_7 = \frac{(a_1^6 \times b_1)}{a_0^7} - \frac{(a_2^3 \times b_1)}{a_0^4} - \frac{(a_1^7 \times b_0)}{a_0^8} + \frac{6 + a_1^2 \times a_2^2 \times b_1}{a_0^5} - \frac{10a_1^3 \times a_2^2 \times b_0}{a_0^6} + \frac{4 \times a_1 \times a_2^3 \times b_0}{a_0^5} - \frac{5a_1^4 \times a_2 \times b_1}{a_0^6} + \frac{6a_1^5 \times a_2 \times b_0}{a_0^7}$$

L'identification terme à terme des différents coefficients C_k , relations (3.1) appliquée au système du second ordre et relation (3.9), donne les valeurs numériques des différents paramètres de la fonction de transfert du système du deuxième ordre sans retard sont alors :

$$b_0 = -0.327 ; b_1 = 1.363$$

$$a_0 = -1.56 ; a_1 = -0.377 ; a_2 = 3.123$$

La fonction de transfert du système est alors :

$$F_{4e} = \frac{b_0 + b_1 s}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2} = \frac{-0.327 + 1.363s}{-1.56 - 0.377s + 3.123s^2} \quad (3.10)$$

La simulation du système identifié par cette fonction de transfert n'a pas donné de résultat ce qui montre qu'il y a une erreur de calculs dans la résolution du système de plusieurs équations à plusieurs inconnues. Cette erreur peut être aussi due au choix de la période d'échantillonnage.

Conclusion

En instrumentation industrielle les mesures, obtenues par l'intermédiaire des capteurs, peuvent être analogiques ou numériques. Les mesures numériques sont dérivées à partir des mesures analogiques par l'opération d'échantillonnage qui peut être intégrée directement dans la structure du capteur. Dans ce mémoire, il s'agissait de déterminer le modèle mathématique sous la forme d'une fonction de transfert, autrement dit d'identifier le système correspondant à partir de l'enregistrement analogique.

La méthode de l'approximation de la réponse indicielle des systèmes a été appliquée pour les systèmes du premier et du second ordre. Les résultats obtenus sont très satisfaisant pour le système du premier ordre sans retard.

Références

- [1] Aström K.J. and Eykhoff P: System identification, a survey. *2nd IFAC symposium on Identification and Process Parameter Estimation*. Prague, Czechoslovakia.1970.
- [2] Automatique systèmes linéaires, non linéaires, à temps continu, à temps discret, représentation d'état, (Cours et exercices corrigés), Yves Granjon, 2eme Edition, Dunod, 2010.
- [3] Cem Say A. C. and Kuru S. Qualitative system identification. *Lectures Notes in Control and Information Sciences*. Springer-Verlag. N°180, pp.657-666. 1992.
- [4] Devendra k. Chaturvedi (2010): Modeling and simulation of systems using MATLAB and Simulink, CRC Press, 2010.
- [5] Eykhoff P.: Process parameter and state estimation. *Automatica*, Vol.16, pp.205-233. 1968.
- [6].Fasöl K.H. and Jorgl H.P. Principles of model building and identification. *Automatica*.Vol.16, pp.505-518. 1980.
- [7] Kadeche M. and Bensaker B. Modelling of a biological process. *Lectures Notes in Control and Information Sciences*, Springer-Verlag, n°180, pp.611-616. 1992.
- [8] Leith R.R. Modelling of complex dynamic systems. IEE, Vol.134, N°4, pp.245-250. 1987.
- [9] Modern control engineering (fifth edition), Katsuhiko Ogata, 2010
- [10] Palm III W.J: Modelling, analysis and control of dynamic systems. J. Wiley editor. New York. 1983.