

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Faculté : Sciences de L'ingénierat
Département : Electronique
Domaine : Sciences et Techniques
Filière : Télécommunication
Spécialité : Systèmes des Télécommunications



UNIVERSITE BADJI MOKHTAR - ANNABA
BADJI MOKHTAR – ANNABA UNIVERSITY

جامعة باجي مختار – عنابة

Mémoire

Présenté en vue de l'obtention du Diplôme de Master

Thème:

**Etude statistique des champs diffractés par des surfaces rugueuses
à l'aide de la méthode des petites perturbations.**

Présenté par : BOURAOUI Wissam
BENRAHMA Wouroud

Encadrant : LAFIFI Saddek

Professeur

UBM Annaba

Jury de Soutenance :

| | | | |
|-----------------|------------|------------|-----------|
| BRIK Fatima | MCA | UBM Annaba | Président |
| LAFIFI Saddek | Professeur | UBM Annaba | Encadrant |
| SAOUCHI Kaddour | Professeur | UBM Annaba | Examineur |

Année Universitaire : 2020/2021

ملخص

في هذه الأطروحة ، نقدم دراسة إحصائية لتشتت موجة مستوية بواسطة وسط طبقي ثنائي الأبعاد يتكون من ثلاث طبقات مفصولة بواجهتين مشوهتين عشوائيًا . الواجهات تفصل ثلاث طبقات مختلفة السماحية وتتميز بتوزيعات ارتفاع غاوسي ووظائف الارتباط الغاوسي. يمكن أن تكون الوظائف العشوائية التي تصف الواجهات مرتبطة أم لا ، متباينة الخواص أو لا . باستخدام تطوير رايلي وطريقة الاضطراب الصغير ، حددنا اتساع الحقول المنعرجة. بعد ذلك ، يتم تحديد الخصائص الإحصائية للحقل المنعرج في المعامل والشدة والزوايا في الاستقطابات المباشرة. بالنسبة للهيكل المكون من سطح جرانيت مغطى بالرمال ، قمنا بدراسة تأثير الطول L للهيكل ، والترابط وتباين الأسطح على مخطط الانتشار المتوسط وعلى إحصائيات الحقول.

ABSTRACT

In this master's thesis, we present a statistical study of the scattering of a plane wave by a 2D stratified medium made up of two random rough interfaces. The interfaces separate three media of different permittivities and are characterized by Gaussian heights distributions and Gaussian correlation functions. The random functions describing the interfaces can be correlated or not, isotropic or anisotropic. Using Rayleigh development and the small disturbance method, we determined the amplitudes of the diffracted fields. Subsequently the statistical properties of the diffracted field in modulus, intensity and phase in forward polarizations are determined. For a structure formed by a granite surface covered with sand, we studied the effect of the length L of the structure, the correlation and the anisotropy of the surfaces on the mean scattering diagram and on the field statistics.

RESUME

Nous présentons dans ce mémoire une étude statistique de la diffusion d'une onde plane par un milieu stratifié 2D constitué de deux interfaces rugueuses aléatoires. Les interfaces séparent trois milieux de permittivités différentes et sont caractérisées par des distributions des hauteurs gaussiennes et des fonctions de corrélation gaussiennes. Les fonctions aléatoires décrivant les interfaces peuvent être corrélées ou non, isotropes ou anisotropes. En utilisant le développement de Rayleigh et la méthode des petites perturbations, nous avons déterminé les amplitudes des champs diffractés. Par la suite les propriétés statistiques du champ diffracté en module, en intensité et en phase en polarisations directe sont déterminés. Pour une structure formée d'une surface de granite recouvert de sable, nous avons étudié l'effet de la longueur L de la structure, de la corrélation et de l'anisotropie des surfaces sur le diagramme de diffusion moyen et sur la statistique des champs.

Dédicace

A toutes les personnes qui nous a accueilli avec un sourire radieux quand nous en avons le plus besoin dans notre parcours,

A toutes les personnes qui donne le meilleur d'eux-mêmes chaque jour,

Qui font leurs travaux parfaitement,

Aucun acte de gentillesse n'est du temps gaspillé ! Merci de nous avoir aidé.

BOURAOUI WISSAM

Dédicace

C'est avec une grande gratitude et des mots sincères, que je dédie ce modeste travail de fin d'étude à mes chers parents qui ont sacrifié leur vie pour ma réussite.

A mon père pour avoir toujours cru en moi et pour ses nombreux sacrifices.

A ma mère pour son soutien et ses encouragements.

J'espère qu'un jour, je pourrai leur rendre un peu de ce qu'ils ont fait pour moi, que dieu leur prête bonheur et longue vie.

A mon seul frère.

À mes sœurs.

Et à tous mes amis de près.

BENRAHMA WOUROUD

Remerciements

*Je remercie tout d'abord **Dieu** tout puissant de m'avoir donné le courage, la force et la patience d'achever ce modeste travail.*

*Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à mon directeur de mémoire, **Mr. Lafifi saddek**. Je le remercie de m'avoir encadré, orienté, aidé et conseillé. Je remercie tous les membres de jury.*

*Merci **papa** d'avoir cru en moi avant même que je ne connaisse mes propres objectifs.*

*Merci **maman**, maintenant je réalise que j'ai accompli grâce à votre prière et bons conseils.*

*Merci à ma sœur **Rayen**, et mes frères **Ala Eddine** et **Amir Saddek**, pour leurs encouragements.*

À tous ces intervenants, je présente mes remerciements, mon respect et ma gratitude.

BOURAOUI WISSAM

Remerciements

*Je remercie tout d'abord **Dieu**, le Tout Puissant, de m'avoir bardé de courage et de patience pour venir à bout de mes faiblesses et faire de l'amour des études mon faible.*

*Je tiens à remercier du fond du cœur mon encadreur **Mr. Lafifi saddek** pour avoir daigné diriger cet humble travail et qui, à aucun moment, ne s'est épargné pour m'éclairer, et pour ses conseils et ses encouragements, ainsi que pour sa gentillesse, sa disponibilité, sa pertinence et sa patience légendaire. Je remercie tous les membres de jury.*

*Je remercie **ma mère**, mon **père**, **mes amis** et aussi tout les personnes qui ont pu m'aider et que sont intervenus d'une manière ou d'une autre dans la réalisation de ce mémoire, et pour leur soutien moral et physique.*

BENRAHMA WOUROUD

Liste des figures

| <i>figure</i> | <i>titre</i> | <i>N°</i> |
|--------------------|---|-----------|
| <i>Figure I.1.</i> | <i>Schéma simplifié d'une surface séparant deux milieux différents</i> | <i>8</i> |
| <i>Figure I.2.</i> | <i>Polarisation d'onde électromagnétique a) polarisation horizontale (b) polarisation verticale</i> | <i>10</i> |
| <i>Figure 1</i> | <i>Structure à deux couches non parallèles</i> | <i>12</i> |
| <i>Figure 2a</i> | <i>Intensité incohérente en polarisation (hh)</i> | <i>29</i> |
| <i>Figure 2b</i> | <i>Intensité incohérente en polarisation (vv)</i> | <i>30</i> |
| <i>Figure 3a.</i> | <i>PDF du module</i> | <i>30</i> |
| <i>Figure 3b.</i> | <i>Erreur de phase</i> | <i>31</i> |
| <i>Figure 4a</i> | <i>L'intensité incohérente en polarisation (hh)</i> | <i>32</i> |
| <i>Figure 4b</i> | <i>L'intensité incohérente en polarisation (vv)</i> | <i>32</i> |
| <i>Figure 5a</i> | <i>PDF du module en polarisation (hh)</i> | <i>33</i> |
| <i>Figure 5b</i> | <i>PDF du module en polarisation (vv)</i> | <i>33</i> |

| | |
|---|-----------|
| Résumé..... | I |
| Dédicaces..... | II |
| Remerciements..... | III |
| Liste des figures..... | IV |
| Table des matières..... | 1 |
| Introduction générale..... | 3 |
| CHAPITRE I: Équations de Maxwell et propagation des ondes électromagnétiques | 4 |
| I.1. Introduction..... | 5 |
| I.2. Ondes électromagnétiques..... | 5 |
| I.2.1. Équations de Maxwell..... | 5 |
| I.2.2. Relations de constitution..... | 6 |
| I.2.3. Propagation d'onde électromagnétique et équation de Helmholtz..... | 7 |
| I.2.4. Conditions aux limites..... | 8 |
| I.2.5. Polarisation d'une onde plane..... | 9 |
| I.3. Conclusion..... | 10 |
| CHAPITRE II : Champs diffractés par une structure bidimensionnelle rugueuse..... | 11 |
| II.1. Introduction..... | 12 |
| II.2. Présentation de problème..... | 12 |
| II.2.1. Description statistique des surfaces | 12 |
| II.2.2. Champ incident et développements de Rayleigh | 13 |
| II.3.2. Conditions aux limites | 16 |
| II.3. Méthode de perturbation..... | 18 |
| II.3.1. Considérations générales..... | 18 |
| II.3.2. Résolution à l'ordre zéro..... | 18 |
| II.3.3. Résolution à l'ordre un..... | 20 |
| CHAPITRE III : Étude statistique des champs diffractés par une structure de trois couches 2D rugueuses | 21 |
| III.1. Intensité diffractée, intensité cohérente et intensité incohérente..... | 22 |
| III.2. Variances et covariance des parties réelle et imaginaire de l'amplitude de diffraction..... | 22 |

| | |
|--|-----------|
| III.3. Comportements asymptotiques des variances, de la covariance et de l'intensité incohérente..... | 25 |
| III.4. Densités de probabilité..... | 26 |
| III.5. Comportements asymptotiques des densités de probabilité..... | 27 |
| Chapitre IV : Simulations..... | 28 |
| IV.1. L'effet de la longueur L..... | 29 |
| IV.2. L'effet de la corrélation et de l'anisotropie des surfaces | 31 |
| Conclusion générale..... | 34 |
| Références bibliographies..... | 35 |

INTRODUCTION GENERALE

Le problème de la diffraction d'une onde plane par une surface rugueuse bidimensionnelle est un important thème de recherche en électromagnétisme grâce à ses applications dans différents domaines : optique [1-2], télédétection [4] et télécommunication [4-6]. Le but principal de notre étude est de déterminer les effets de la rugosité sur la diffraction des ondes électromagnétiques par une structure formée de trois couches séparées par des interfaces aléatoirement rugueuses. La diffraction de l'onde à travers la structure rugueuse nécessite le recours aux conditions aux limites qui reste l'une des étapes les plus importantes et aucun problème ne peut y échapper pour déterminer les amplitudes des champs diffractés.

Notre objectif est d'étudier statistiquement les champs diffractés par un milieu stratifié constitué de deux interfaces rugueuses aléatoires. Ces interfaces séparent trois milieux de permittivité différente et sont caractérisées par des distributions des hauteurs gaussiennes et des fonctions de corrélation gaussiennes. La modélisation de ce phénomène peut se faire soit à l'aide de théories rigoureuses basées sur la résolution des équations de Maxwell, soit avec des théories approchées.

Dans le premier chapitre nous commençons par présenter, les équations de Maxwell sous forme classique [5-6]. L'étude de la diffraction des ondes par des surfaces rugueuses repose sur ces équations ainsi que sur les conditions aux limites imposées au champ électromagnétique [6].

Dans le second chapitre, Nous d'étudions le problème de la diffraction par une structure composée de trois couches bidimensionnelles rugueuse. En adoptant le développement de Rayleigh des champs dans chaque milieu, nous appliquons les conditions aux limites au niveau des deux interfaces, afin d'obtenir les amplitudes de diffraction [7-11]. Nous déterminons par une méthode de perturbation à l'ordre 1, les amplitudes des champs diffractés.

Le troisième chapitre porte sur les propriétés statistiques des amplitudes de diffraction et de l'intensité diffractée. Nous déterminons les lois de probabilités du module, intensité et phase des composantes du champ diffracté [8-11].

Le chapitre quatre est réservé aux simulations numériques. Pour une surface de granit recouverte de sable [11-12], nous étudions l'effet de la longueur de la structure, l'anisotropie et la corrélation des interfaces qui séparent les couches sur les propriétés statistiques de l'amplitude, intensité et phase du champ diffracté.

CHAPITRE I

Équations de Maxwell et propagation des ondes électromagnétiques

- I.1 Introduction
- I.2 Ondes électromagnétiques
- I.3 Conclusion

CHAPITRE I

Équations de Maxwell et propagation des ondes électromagnétiques

I.1 Introduction

Nous rappelons dans ce premier chapitre quelques notions d'électromagnétisme, nous nous intéresserons aux équations de Maxwell. Puis nous donnons le comportement de la propagation des ondes électromagnétiques dans le vide et dans les milieux diélectriques comme les surfaces naturelles, ensuite nous présentons un exemple qui permettra de comprendre les phénomènes de réflexion et de diffraction. Ces notions sont utilisées dans les chapitres ultérieurs lors de la modélisation du problème de la diffraction par des structures rugueuses.

I.2 Ondes électromagnétiques

Une onde électromagnétique est une onde ayant un champ électrique \vec{E} et un champ magnétique \vec{H} , qui sont dirigés perpendiculaires entre eux et perpendiculaires à la direction de la propagation de l'onde, pour cette raison ils sont dites transversales. Et d'après Maxwell, ces champs sont déterminés, dans le cas général, à partir des densités de charge et de courant, par quatre équations fondamentales, qui sont valables en tout point de l'espace et quel que soit le milieu. Dans cette section on s'intéresse à la présentation des équations de Maxwell sous leur forme différentielle.

I.2.1 Équations de Maxwell

- **L'équation de Maxwell-Faraday** : cette équation exprime le rotationnel du champ électrique en fonction de la dérivée temporelle du champ magnétique:

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \quad (\text{I.1})$$

- **L'équation de Maxwell-Thomson** : cette équation relie la divergence du champ magnétique à un terme de source identiquement nul:

$$\text{Div}\vec{B} = 0 \quad (\text{I.2})$$

- **L'équation de Maxwell-Ampère** : L'équation de Maxwell-Ampère énonce que les champs magnétiques peuvent être générés de deux manières : par les courants électriques (c'est le théorème d'Ampère) et par la variation d'un champ électrique (c'est l'apport de Maxwell sur cette loi), donc:

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{H} = \vec{J} + \frac{d\vec{D}}{dt} \quad (\text{I.3})$$

- **L'équation de Maxwell-Gauss** : L'équation de Maxwell-Gauss donne la divergence du champ électrique en fonction de la densité de charge électrique:

$$\text{Div} \vec{D} = \rho \quad (\text{I.4})$$

avec

\vec{E} : Champ électrique (v/m).

\vec{B} : Densité du flux magnétique (Tesla).

\vec{D} : Densité de déplacement (A/m).

\vec{J} : Densité de courant électrique (A/m²).

ρ : Densité de charge électrique (c/ m³).

I.2.2 Relations de constitution

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{I.5})$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{I.6})$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (\text{I.7})$$

ε (permittivité diélectrique), μ (perméabilité magnétique) et σ (conductivité électrique)

- en absence de charge et de courant électrique ($\rho=0$ et $j=0$), et supposant un milieu diélectrique isotrope, sans perte et non magnétique ($\mu \approx 1$) caractérisé par la grandeur ε_r , que nous allons considérer dans cette étude, on réécrit les équations de Maxwell où l'on tient compte des propriétés de ce milieu:

$$\overline{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{I.13})$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{I.14})$$

$$\overline{\text{rot}} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{I.15})$$

$$\text{div} \vec{D} = 0 \quad (\text{I.16})$$

Ces équations peuvent admettre des solutions non nulles. Cela signifie que le champ électromagnétique peut exister même en absence des charges.

I.2.3 Propagation d'onde électromagnétique et équation de Helmholtz

Les équations de Maxwell décrites précédemment (I.13-I.16) forment un ensemble d'équations aux dérivées partielles couplées, reliant les quatre grandeurs vectorielles fondamentales du champ électromagnétique. Si on souhaite cependant effectuer une étude directe de champ électrique et magnétique, on peut transformer les équations de Maxwell en des équations où ne figurent plus soit \vec{E} , soit \vec{H} , autrement dit des équations résolues en \vec{E} ou \vec{H} .

Partant de (I.1) et (I.6) on cherche à obtenir l'équation propre pour le champ électrique \vec{E} , en introduisant le rotationnel:

$$\overline{\text{rot}}(\overline{\text{rot}}\vec{E}) = \overline{\text{rot}}\left(-\mu\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}\right) = -\mu\frac{\partial}{\partial t}\overline{\text{rot}}\vec{H} \quad (\text{I.17})$$

Et; d'après (I.3), (I.5) et (I.17) on trouve que:

$$\overline{\text{rot}}(\overline{\text{rot}}\vec{E}) = -\mu\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right) = -\mu\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} - \varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} \quad (\text{I.18})$$

Sachant que l'identité vectorielle nous donne en outre que:

$$\overline{\text{rot}}(\overline{\text{rot}}\vec{E}) = \overline{\text{grad}}(\text{div}\vec{E}) - \Delta\vec{E} \quad (\text{I.19})$$

On substitue (I.19) dans (I.18), on obtient l'équation de propagation du champ électrique \vec{E}

$$\overline{\text{grad}}(\text{div}\vec{E}) - \Delta\vec{E} + \mu\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + \varepsilon\mu\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{I.20})$$

Cette équation d'onde inhomogène montre qu'un champ électrique est produit par des charges et aussi par des courants électriques. En absence de ces termes de sources, on obtient une équation d'onde homogène de deuxième ordre, que l'on appelle équation de Helmholtz. Donc l'équation de propagation du champ électrique dans l'espace est donnée par:

$$\Delta\vec{E} - \varepsilon_0\mu_0n^2\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{I.21})$$

De la même manière, et selon (I.3), (I.5) et (I.7), on obtient l'équation de propagation du champ magnétique:

$$\Delta\vec{H} - \varepsilon_0\mu_0n^2\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{I.22})$$

Les deux champs, électrique et magnétique, ont la même forme d'équation d'onde, comme il a été démontré dans (I.21) et (I.22), alors il est évident qu'ils admettent une solution de même type. Une solution élémentaire de ces équations est l'onde plane progressive qui présente l'onde la plus simple à manipuler dans la physique. Une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ , de pulsation ω ($\omega = 2\pi c/\lambda$) et de vecteur d'onde k , s'écrit dans le cadre d'un régime harmonique sous la forme:

$$\vec{E} = E_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad (I.23)$$

$$\vec{H} = H_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad (I.24)$$

Où \vec{r} est le vecteur directeur de l'onde et \vec{k} est le vecteur de propagation, E_0 et H_0 définissent les amplitudes complexes.

À noter qu'avec cette dépendance, la dérivé par rapport au temps équivaut à multiplier par $j\omega$ ($\partial/\partial t = j\omega$).

Finalement, les équations de Helmholtz (I.21) et (I.22) peuvent donc s'écrire sous la forme scalaire:

$$\Delta E + k^2 E = 0 \quad (I.25)$$

$$\Delta H + k^2 H = 0 \quad (I.26)$$

Où Δ représente le Laplacien scalaire.

Le nombre d'ondes k s'exprime dans le vide par:

$$k = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = \omega/c = 2\pi/\lambda \quad (I.27)$$

Les champs, électrique et magnétique, sont reliés par l'impédance notée Z , qui est donnée par:

$$Z = |\vec{E}|/|\vec{H}| = \sqrt{\mu/\varepsilon} \quad (I.28)$$

On note que l'impédance dans le vide est $Z = 120\pi$ ohms.

I.2.4 Conditions aux limites

La plupart des problèmes électromagnétiques sont basés sur les équations de Maxwell. Ces équations sont valables dans tout l'espace infini. Pour pouvoir appliquer la théorie de l'électromagnétisme à des milieux qui sont finis, il faudra que les équations d'onde plane (I.25) et (I.26) des champs, électrique et magnétique, satisfissent aux conditions aux frontières, appelées aussi conditions aux limites entre les différents milieux, possédant des caractéristiques diélectriques différentes.

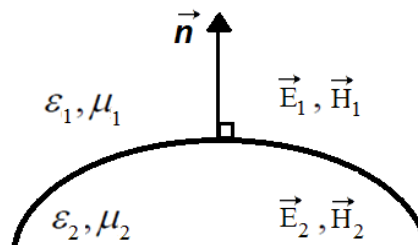


Figure I.1. Schéma simplifié d'une surface séparant deux milieux différents.

Considérons une surface qui sépare deux milieux différents, notons 1 et 2 soit homogènes et isotropes, présentée dans la figure I.1. Pour pouvoir décrire le passage du rayonnement du milieu 1 au milieu 2, on définit les conditions aux limites imposées au champ électrique et magnétique par la continuité des composantes normales et tangentielles.

- **La continuité des composantes normales**

Cette dernière est définie à partir du déplacement électrique \vec{D} et la densité de flux magnétique \vec{B}

$$\vec{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = 0 \quad (\text{I.29})$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \quad (\text{I.30})$$

- **La continuité des composantes tangentielles**

Cette condition est écrite selon le champ électrique \vec{E} et le champ magnétique \vec{H}

$$\vec{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0 \quad (\text{I.31})$$

$$\vec{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = 0 \quad (\text{I.33})$$

La normale \vec{n} est la direction perpendiculaire à la surface de séparation, on note que pour une surface non plane la normale dépend du point considéré.

I.2.5 Polarisation d'une onde plane

La propagation d'une onde plane incidente permet de définir deux types de polarisations, une polarisation transversale électrique notée (TE) appelée aussi polarisation horizontale (*h*) et notée généralement par $E_{//}$, ou le champ électrique de l'onde est perpendiculaire au plan d'incidence (*figure I.2 (a)*), et une polarisation transversale magnétique notée (TM) ou bien polarisation verticale (*v*) aussi notée $H_{//}$; dans ce mode le champ magnétique de l'onde est perpendiculaire au plan d'incidence; c'est-à-dire que le champ électrique est dans le plan d'incidence (*Figure I.2 (b)*).

Quand un champ linéaire incident (\vec{E}_i ou \vec{H}_i), est réfléchi sur une surface parfaitement lisse, les champs réfléchis (\vec{E}_r ou \vec{H}_r) et transmis (\vec{E}_t ou \vec{H}_t) gardent les mêmes caractéristiques de polarisation du champ incident. Cependant, si le champ incident est réfléchi sur une surface rugueuse, dans ce cas la polarisation des champs réfléchis et transmis montre deux composantes: une composante similaire à la polarisation du champ incident que l'on appelle polarisation directe et l'autre orthogonale que l'on appelle, polarisation croisée [9, 10].

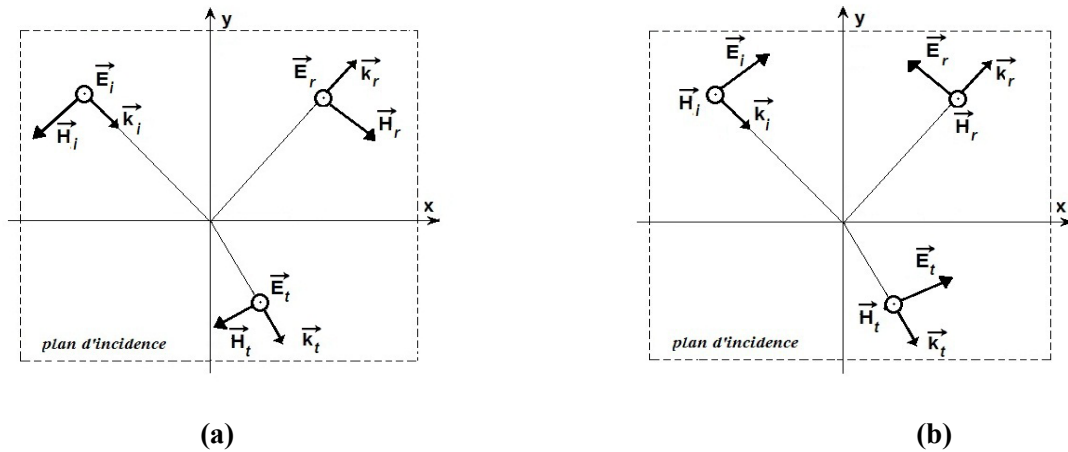


Figure 1.2. Polarisation d'onde électromagnétique (a) polarisation horizontale, (b) polarisation verticale.

I.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons procédé à une présentation globale de quelques notions d'électromagnétisme, qui sont le point de départ dans tout ce qui suit. À partir de là, on peut ébaucher notre objectif qui consiste à modéliser analytiquement le problème de la diffraction des ondes électromagnétiques par des structures multicouches rugueuses aléatoirement.

Chapitre II

Champs diffractés par une structure bidimensionnelle rugueuse

II.1. Introduction

II.2. Présentation du problème

II.2.1. Description statistique des surfaces

II.2.2. Champ incident et développements de Rayleigh

II.2.3. Conditions aux limites

II.3. Méthode de perturbation

II. 3.1. Considérations générales

II. 3.2. Résolution à l'ordre zéro

II.3.3. Résolution à l'ordre un

Chapitre II : Champs diffractés par une structure bidimensionnelle rugueuse

II.1. Introduction

Dans ce chapitre, on va étudier le problème de la diffraction par une structure composée de trois couches bidimensionnelles rugueuse aléatoirement. La principale difficulté pour résoudre ce problème est la détermination des amplitudes de diffraction. La modélisation du signal électromagnétique diffracté par une telle structure passe nécessairement par une bonne description géométrique de la structure. Afin d'obtenir les expressions des champs diffractés, nous utilisons la méthode approchée de petite perturbation (SPM, Small Perturbation Method). Ces expressions nous conduisent, par la suite, au deuxième objectif, qui consiste à faire une étude statistique bien détaillée des champs diffractés en module, intensité et phase.

II.2. Présentation du problème

II.2.1. Description statistique des surfaces

La géométrie du problème est représentée sur la figure 1. La structure est un empilement de deux interfaces non parallèles. Ces deux interfaces sont des plans aléatoirement déformés de dimensions $L \times L$ et séparés par une distance moyenne u_0 . La fonction $a_1(x, y)$ décrit la face supérieure et la fonction $a_2(x, y)$, la face inférieure.

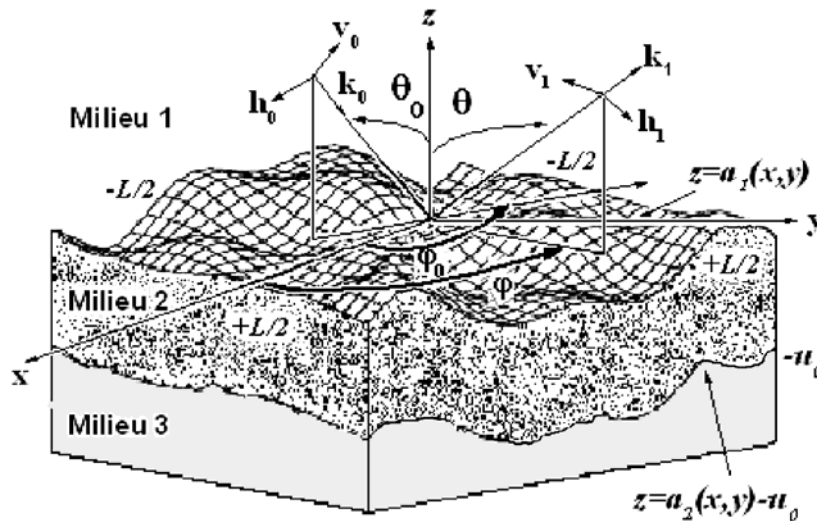


Figure 1. Structure à deux couches non parallèles

Les fonctions décrivant les deux interfaces sont des processus aléatoires gaussiens centrés ($\langle a_{1,2}(x, y) \rangle = 0, \forall (x, y)$) et stationnaires à l'ordre 2. Par la suite, les crochets $\langle \rangle$ désignent l'espérance mathématique. Les deux fonctions aléatoires peuvent être corrélées ou non corrélées. Les fonctions aléatoires $a_1(x, y)$ et $a_2(x, y)$ peuvent être décrites à partir de relations de filtrage. Pour les applications, nous considérons le cas où les deux interfaces aléatoires présentent des fonctions de corrélation anisotropes. Nous avons les fonctions d'autocorrélation $R_{11,22}(x, y)$ et la fonction d'intercorrélation $R_{12}(x, y)$ suivantes :

$$\begin{aligned} R_{11,22}(x, y) &= \sigma_{1,2}^2 \exp \left[- \left(\frac{x^2}{l_{x1,2}^2} + \frac{y^2}{l_{y1,2}^2} \right) \right] \\ R_{12}(x, y) &= q \sigma_1 \sigma_2 2 \sqrt{\frac{l_{x1} l_{x2} l_{y1} l_{y2}}{(l_{x1}^2 + l_{x2}^2)(l_{y1}^2 + l_{y2}^2)}} \exp \left[- \left(\frac{2x^2}{l_{x1}^2 + l_{x2}^2} + \frac{2y^2}{l_{y1}^2 + l_{y2}^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.1})$$

$l_{x(1,2)}, l_{y(1,2)}$ représentent les longueurs de corrélation suivant x et y et déterminent l'anisotropie de la surface. La surface est isotrope si $l_{x(1,2)} = l_{y(1,2)}$ et anisotrope si $l_{x(1,2)} \neq l_{y(1,2)}$. $\sigma_{1,2}$ la hauteur quadratique moyenne. Les spectres associés aux deux interfaces sont eux-mêmes gaussiens avec :

$$\begin{aligned} \hat{R}_{11,22}(\alpha, \beta) &= \sigma_{1,2}^2 l_{x1,2} l_{y1,2} \pi \exp \left(-\alpha^2 \frac{l_{x1,2}^2}{4} - \beta^2 \frac{l_{y1,2}^2}{4} \right) \\ \hat{R}_{12}(\alpha, \beta) &= q \sigma_1 \sigma_2 \pi \sqrt{l_{x1} l_{x2} l_{y1} l_{y2}} \exp \left[-\alpha^2 \frac{(l_{x1}^2 + l_{x2}^2)}{8} - \beta^2 \frac{(l_{y1}^2 + l_{y2}^2)}{8} \right] \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

où $\hat{g}(\alpha, \beta)$ représente la transformée de Fourier bidimensionnelle de $g(x, y)$, pour $q = 0$, les interfaces sont non corrélées. Elles sont totalement corrélées quand $q = 1$.

II.2.2. Champ incident et développements de Rayleigh [9-12]

Soit le repère cartésien $(Oxyz)$, muni d'une base orthonormée $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$. La structure est éclairée par une onde plane de longueur d'onde λ . Son vecteur d'onde \mathbf{k}_0 est repéré dans l'espace par l'angle de site θ_0 par rapport à l'axe (Oz) et l'angle azimut φ_0 dans le plan (xOy) .

$$\mathbf{k}_0 = \alpha_0 \mathbf{x} + \beta_0 \mathbf{y} - \gamma_0 \mathbf{z} \quad (\text{II.3})$$

Avec :

$$\alpha_0 = k_1 \sin \theta_0 \cos \varphi_0; \beta_0 = k_1 \sin \theta_0 \sin \varphi_0; \gamma_0 = k_1 \cos \theta_0; \chi_0 = \sqrt{\alpha_0^2 + \beta_0^2}; k_1 = |\mathbf{k}_0| = 2\pi / \lambda \quad (\text{II.4})$$

On considère une dépendance temporelle en $\exp(j\omega t)$. Le milieu 1 est assimilé au vide. On note $Z_1 = 120\pi$ l'impédance du vide et $k_1 = 2\pi/\lambda$, le nombre d'onde. Par la suite, les grandeurs, $Z_{1,2,3}$ et $k_{1,2,3}$ désignent les impédances et les nombres d'onde des milieux 1, 2 et 3. Puisque l'onde incidente est une onde plane, \mathbf{k}_0 est perpendiculaire au champ incident, et nous pouvons décomposer le vecteur champ électrique incident \mathbf{E}_0 en deux vecteurs unités \mathbf{h}_0 et \mathbf{v}_0 dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation. Notons que $(\mathbf{v}_0, \mathbf{h}_0, \mathbf{k}_0/k_1)$ est un système orthogonale. Les deux vecteurs \mathbf{h}_0 et \mathbf{v}_0 représentent la polarisation horizontale ($E_{//}$) et verticale ($H_{//}$) respectivement, avec :

$$\mathbf{h}_0 = \frac{\mathbf{k}_0 \wedge \mathbf{z}}{|\mathbf{k}_0 \wedge \mathbf{z}|} = \frac{1}{\chi_0}(\beta_0 \mathbf{x} - \alpha_0 \mathbf{y}) \quad (\text{II.5})$$

$$\mathbf{v}_0 = \mathbf{h}_0 \wedge \frac{\mathbf{k}_0}{k_1} = \frac{\gamma_0}{k_1 \chi_0}(\alpha_0 \mathbf{x} + \beta_0 \mathbf{y}) + \frac{\chi_0}{k_1} \mathbf{z} \quad (\text{II.6})$$

Sachant que l'expression du vecteur champs magnétique dans chaque milieu est donné par la relation :

$$\mathbf{H}_i = \frac{\mathbf{k}_i}{k_i Z_i} \wedge \mathbf{E}_i \quad (\text{II.7})$$

Les expressions du champ électrique et magnétique incident peuvent s'écrire :

$$\mathbf{E}_0 = (A_{0(h)} \mathbf{h}_0 + A_{0(v)} \mathbf{v}_0) \exp(-j\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}) \quad (\text{II.8})$$

$$\mathbf{H}_0 = \frac{1}{Z_1} (-A_{0(h)} \mathbf{v}_0 + A_{0(v)} \mathbf{h}_0) \exp(-j\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}) \quad (\text{II.9})$$

Avec :

$$\mathbf{r} = x\mathbf{x} + y\mathbf{y} + z\mathbf{z} \quad (\text{II.10})$$

En polarisation horizontale (h) ou $E_{//}$, on a $A_{0(h)} \neq 0; A_{0(v)} = 0$ et en polarisation verticale (v) ou $H_{//}$ $A_{0(h)} = 0; A_{0(v)} \neq 0$.

Les champs diffractés dans les différents milieux s'expriment sous la forme de développements de Rayleigh. Dans le vide, le champ électrique et magnétique diffractés sont donnés sous la forme suivante :

$$\mathbf{E}_1 = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (A_{1(h)} \mathbf{h}_1^+ + A_{1(v)} \mathbf{v}_1^+) \exp(-j\mathbf{k}_1^+ \cdot \mathbf{r}) d\alpha d\beta \quad (\text{II.11})$$

$$\mathbf{H}_1 = \frac{1}{4\pi^2 Z_1} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(-A_{1(h)} \mathbf{v}_1^+ + A_{1(v)} \mathbf{h}_1^+ \right) \exp(-j\mathbf{k}_1^+ \cdot \mathbf{r}) d\alpha d\beta \quad (\text{II.12})$$

Dans le milieu 2, il faut considérer des ondes se déplaçant dans les sens $+z$ et $-z$:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_2 = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} & \left[\left(A_{2(h)}^- \mathbf{h}_2^- + A_{2(v)}^- \mathbf{v}_2^- \right) \exp(+j\mathbf{k}_2^- \cdot \mathbf{r}) \right. \\ & \left. + \left(A_{2(h)}^+ \mathbf{h}_2^+ + A_{2(v)}^+ \mathbf{v}_2^+ \right) \exp(-j\mathbf{k}_2^+ \cdot \mathbf{r}) \right] d\alpha d\beta \end{aligned} \quad (\text{II.13})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_2 = \frac{1}{4\pi^2 Z_2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} & \left[\left(-A_{2(h)}^- \mathbf{v}_2^- + A_{2(v)}^- \mathbf{h}_2^- \right) \exp(+j\mathbf{k}_2^- \cdot \mathbf{r}) \right. \\ & \left. + \left(-A_{2(h)}^+ \mathbf{v}_2^+ + A_{2(v)}^+ \mathbf{h}_2^+ \right) \exp(-j\mathbf{k}_2^+ \cdot \mathbf{r}) \right] d\alpha d\beta \end{aligned} \quad (\text{II.14})$$

Dans le milieu 3, le développement de Rayleigh ne fait intervenir que des ondes se déplaçant dans le sens $-z$ avec :

$$\mathbf{E}_3 = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(A_{3(h)} \mathbf{h}_3^- + A_{3(v)} \mathbf{v}_3^- \right) \exp(+j\mathbf{k}_3^- \cdot \mathbf{r}) d\alpha d\beta \quad (\text{II.15})$$

$$\mathbf{H}_3 = \frac{1}{4\pi^2 Z_3} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(-A_{3(h)} \mathbf{v}_3^- + A_{3(v)} \mathbf{h}_3^- \right) \exp(+j\mathbf{k}_3^- \cdot \mathbf{r}) d\alpha d\beta \quad (\text{II.16})$$

Avec :

$$\mathbf{k}_i^\pm = \alpha \mathbf{x} + \beta \mathbf{y} \pm \gamma_i \mathbf{z} \quad (\text{II.17})$$

$$\mathbf{h}_i^\pm = \frac{\mathbf{k}_i^\pm \wedge \mathbf{z}}{|\mathbf{k}_i^\pm \wedge \mathbf{z}|} = \frac{1}{\chi} (\beta \mathbf{x} - \alpha \mathbf{y}) \quad (\text{II.18})$$

$$\mathbf{v}_i^\pm = \mathbf{h}_i^\pm \wedge \frac{\mathbf{k}_i^\pm}{k_i} = \frac{\mp \gamma_i}{k_i \chi} (\alpha \mathbf{x} + \beta \mathbf{y}) + \frac{\chi}{k_i} \mathbf{z} \quad (\text{II.19})$$

et : $\chi = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$

Notons que $(\mathbf{v}_i^\pm, \mathbf{h}_i^\pm, \mathbf{k}_i^\pm / k_i)$ est un système orthogonale. Les constantes de propagation γ_i ($i = 1, 2, 3$) présentent une partie imaginaire inférieure ou égale à zéro avec :

$$\gamma_i^2 + \beta^2 + \alpha^2 = k_i^2, \quad \text{Im}(\gamma_i) \leq 0 \quad (\text{II.20})$$

Les constantes de propagation γ_i associées à (α_0, β_0) sont notées $\gamma_{i0} = \gamma_i(\alpha_0, \beta_0)$ avec $\gamma_0 = \gamma_{10}$.

L'hypothèse de Rayleigh s'accorde sur la validité des développements de Rayleigh en tout point de l'espace y compris sur les surfaces limites. Cette hypothèse permet d'écrire les conditions aux limites.

II.2.3. Conditions aux limites

Les inconnues du problème sont les amplitudes de diffraction $A_{1(h,v)}$, $A_{2(h,v)}^-$, $A_{2(h,v)}^+$ et $A_{3(h,v)}$ des développements de Rayleigh. Pour les calculer, nous utilisons les conditions aux limites sur les deux interfaces.

La continuité des champs électrique et magnétique tangentiels à l'interface supérieure $z = a_1(x, y)$ est exprimée par les deux relations suivantes :

$$\left[\mathbf{n}_1 \wedge (\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1) \right]_{z=a_1(x,y)} = \left[\mathbf{n}_1 \wedge \mathbf{E}_2 \right]_{z=a_1(x,y)} \quad (\text{II.21})$$

$$\left[\mathbf{n}_1 \wedge (\mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_1) \right]_{z=a_1(x,y)} = \left[\mathbf{n}_1 \wedge \mathbf{H}_2 \right]_{z=a_1(x,y)} \quad (\text{II.22})$$

La continuité des champs électrique et magnétique tangentiels à l'interface inférieure $z = a_2(x, y) - u_0$ conduit aux relations suivantes :

$$\left[\mathbf{n}_2 \wedge \mathbf{E}_2 \right]_{z=a_2(x,y)-u_0} = \left[\mathbf{n}_2 \wedge \mathbf{E}_3 \right]_{z=a_2(x,y)-u_0} \quad (\text{II.23})$$

$$\left[\mathbf{n}_2 \wedge \mathbf{H}_2 \right]_{z=a_2(x,y)-u_0} = \left[\mathbf{n}_2 \wedge \mathbf{H}_3 \right]_{z=a_2(x,y)-u_0} \quad (\text{II.24})$$

Avec $\mathbf{n}_{1,2}$ est le vecteur unitaire normal à l'interface, et son expression s'écrit :

$$\mathbf{n}_{1,2} = \frac{-a_{1,2x}\mathbf{x} - a_{1,2y}\mathbf{y} + \mathbf{z}}{\sqrt{1 + a_{1,2x}^2 + a_{1,2y}^2}} \quad (\text{II.25})$$

et :

$$a_{1,2x} = \partial a_{1,2}(x, y) / \partial x ; a_{1,2y} = \partial a_{1,2}(x, y) / \partial y \quad (\text{II.26})$$

On a les deux produits vectoriels suivant :

$$\mathbf{n}_{1,2} \wedge \mathbf{h}_i^\pm = \frac{1}{\chi} \left[\alpha \mathbf{x} + \beta \mathbf{y} + (\alpha a_{1,2x} + \beta a_{1,2y}) \mathbf{z} \right] \quad (\text{II.27})$$

$$\mathbf{n}_{1,2} \wedge \mathbf{v}_i^\pm = \frac{1}{k_i} \left[\left(\pm \frac{\gamma_i \beta}{\chi} - \chi a_{1,2y} \right) \mathbf{x} + \left(\mp \frac{\gamma_i \alpha}{\chi} + \chi a_{1,2x} \right) \mathbf{y} \mp \frac{\gamma_i}{\chi} (\alpha a_{1,2y} - \beta a_{1,2x}) \mathbf{z} \right] \quad (\text{II.28})$$

En remplaçant (II.11-II.16) et (II.27-II.28) dans les expressions des conditions aux limites (II.21-II.24), on obtient deux équations vectorielles pour chaque interface.

A l'interface $z = a_1(x, y)$:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{\chi} \left[A_{0(h)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \exp(+j\gamma_1 a_1) + A_{1(h)} \exp(-j\gamma_1 a_1) \right] \left[\alpha \mathbf{x} + \beta \mathbf{y} + (\alpha a_{1x} + \beta a_{1y}) \mathbf{z} \right] \right. \\
& + \frac{A_{0(v)}}{k_1} \left[- \left(\frac{\gamma_1 \beta}{\chi} + \chi a_{1y} \right) \mathbf{x} + \left(\frac{\gamma_1 \alpha}{\chi} + \chi a_{1x} \right) \mathbf{y} + \frac{\gamma_1}{\chi} (\alpha a_{1y} - \beta a_{1x}) \mathbf{z} \right] \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \exp(+j\gamma_1 a_1) \\
& + \left. \frac{A_{1(v)}}{k_1} \left[\left(\frac{\gamma_1 \beta}{\chi} - \chi a_{1y} \right) \mathbf{x} + \left(-\frac{\gamma_1 \alpha}{\chi} + \chi a_{1x} \right) \mathbf{y} - \frac{\gamma_1}{\chi} (\alpha a_{1y} - \beta a_{1x}) \mathbf{z} \right] \exp(-j\gamma_1 a_1) \right\} \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \quad (\text{II.29}) \\
& = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{\chi} \left[A_{2(h)}^- \exp(+j\gamma_2 a_1) + A_{2(h)}^+ \exp(-j\gamma_2 a_1) \right] \left[\alpha \mathbf{x} + \beta \mathbf{y} + (\alpha a_{1x} + \beta a_{1y}) \mathbf{z} \right] \right. \\
& + \frac{A_{2(v)}^-}{k_2} \left[\left(-\frac{\gamma_2 \beta}{\chi} - \chi a_{1y} \right) \mathbf{x} + \left(\frac{\gamma_2 \alpha}{\chi} + \chi a_{1x} \right) \mathbf{y} + \frac{\gamma_2}{\chi} (\alpha a_{1y} - \beta a_{1x}) \mathbf{z} \right] \exp(+j\gamma_2 a_1) \\
& + \left. \frac{A_{2(v)}^+}{k_2} \left[\left(\frac{\gamma_2 \beta}{\chi} - \chi a_{1y} \right) \mathbf{x} + \left(-\frac{\gamma_2 \alpha}{\chi} + \chi a_{1x} \right) \mathbf{y} - \frac{\gamma_2}{\chi} (\alpha a_{1y} - \beta a_{1x}) \mathbf{z} \right] \exp(-j\gamma_2 a_1) \right\} \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{Z_1 \chi} \left[A_{0(v)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \exp(+j\gamma_1 a_1) + A_{1(v)} \exp(-j\gamma_1 a_1) \right] \left[\alpha \mathbf{x} + \beta \mathbf{y} + (\alpha a_{1x} + \beta a_{1y}) \mathbf{z} \right] \right. \\
& - \frac{A_{0(h)}}{k_1 Z_1} \left[- \left(\frac{\gamma_1 \beta}{\chi} + \chi a_{1y} \right) \mathbf{x} + \left(\frac{\gamma_1 \alpha}{\chi} + \chi a_{1x} \right) \mathbf{y} + \frac{\gamma_1}{\chi} (\alpha a_{1y} - \beta a_{1x}) \mathbf{z} \right] \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \exp(+j\gamma_1 a_1) \\
& - \left. \frac{A_{1(h)}}{k_1 Z_1} \left[\left(\frac{\gamma_1 \beta}{\chi} - \chi a_{1y} \right) \mathbf{x} + \left(-\frac{\gamma_1 \alpha}{\chi} + \chi a_{1x} \right) \mathbf{y} - \frac{\gamma_1}{\chi} (\alpha a_{1y} - \beta a_{1x}) \mathbf{z} \right] \exp(-j\gamma_1 a_1) \right\} \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \quad (\text{II.30}) \\
& = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{Z_2 \chi} \left[A_{2(v)}^- \exp(+j\gamma_2 a_1) + A_{2(v)}^+ \exp(-j\gamma_2 a_1) \right] \left[\alpha \mathbf{x} + \beta \mathbf{y} + (\alpha a_{1x} + \beta a_{1y}) \mathbf{z} \right] \right. \\
& - \frac{A_{2(h)}^-}{k_2 Z_2} \left[- \left(\frac{\gamma_2 \beta}{\chi} + \chi a_{1y} \right) \mathbf{x} + \left(\frac{\gamma_2 \alpha}{\chi} + \chi a_{1x} \right) \mathbf{y} + \frac{\gamma_2}{\chi} (\alpha a_{1y} - \beta a_{1x}) \mathbf{z} \right] \exp(+j\gamma_2 a_1) \\
& - \left. \frac{A_{2(h)}^+}{k_2 Z_2} \left[\left(\frac{\gamma_2 \beta}{\chi} - \chi a_{1y} \right) \mathbf{x} + \left(-\frac{\gamma_2 \alpha}{\chi} + \chi a_{1x} \right) \mathbf{y} - \frac{\gamma_2}{\chi} (\alpha a_{1y} - \beta a_{1x}) \mathbf{z} \right] \exp(-j\gamma_2 a_1) \right\} \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta
\end{aligned}$$

A l'interface $z = a_2(x, y) - u_0$:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{\chi} \left[A_{2(h)}^- \exp(+j\gamma_2 (a_2 - u_0)) + A_{2(h)}^+ \exp(-j\gamma_2 (a_2 - u_0)) \right] \left[\alpha \mathbf{x} + \beta \mathbf{y} + (\alpha a_{2x} + \beta a_{2y}) \mathbf{z} \right] \right. \\
& + \frac{A_{2(v)}^-}{k_2} \left[- \left(\frac{\gamma_2 \beta}{\chi} + \chi a_{2y} \right) \mathbf{x} + \left(\frac{\gamma_2 \alpha}{\chi} + \chi a_{2x} \right) \mathbf{y} + \frac{\gamma_2}{\chi} (\alpha a_{2y} - \beta a_{2x}) \mathbf{z} \right] \exp(+j\gamma_2 (a_2 - u_0)) \\
& + \left. \frac{A_{2(v)}^+}{k_2} \left[\left(\frac{\gamma_2 \beta}{\chi} - \chi a_{2y} \right) \mathbf{x} + \left(-\frac{\gamma_2 \alpha}{\chi} + \chi a_{2x} \right) \mathbf{y} - \frac{\gamma_2}{\chi} (\alpha a_{2y} - \beta a_{2x}) \mathbf{z} \right] \exp(-j\gamma_2 (a_2 - u_0)) \right\} \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \quad (\text{II.31}) \\
& = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{A_{3(h)}}{\chi} \left[\alpha \mathbf{x} + \beta \mathbf{y} + (\alpha a_{2x} + \beta a_{2y}) \mathbf{z} \right] \exp(+j\gamma_3 (a_2 - u_0)) \right. \\
& + \left. \frac{A_{3(v)}}{k_3} \left[- \left(\frac{\gamma_3 \beta}{\chi} + \chi a_{2y} \right) \mathbf{x} + \left(\frac{\gamma_3 \alpha}{\chi} + \chi a_{2x} \right) \mathbf{y} + \frac{\gamma_3}{\chi} (\alpha a_{2y} - \beta a_{2x}) \mathbf{z} \right] \exp(+j\gamma_3 (a_2 - u_0)) \right\} \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{Z_2 \chi} \left\{ A_{2(v)}^- \exp[+j\gamma_2(a_2 - u_0)] + A_{2(v)}^+ \exp[-j\gamma_2(a_2 - u_0)] \right\} [\alpha \mathbf{x} + \beta \mathbf{y} + (\alpha a_{2x} + \beta a_{2y}) \mathbf{z}] \right. \\
& - \frac{A_{2(h)}^-}{k_2 Z_2} \left[-\left(\frac{\gamma_2 \beta}{\chi} + \chi a_{2y} \right) \mathbf{x} + \left(\frac{\gamma_2 \alpha}{\chi} + \chi a_{2x} \right) \mathbf{y} + \frac{\gamma_2}{\chi} (\alpha a_{2y} - \beta a_{2x}) \mathbf{z} \right] \exp[+j\gamma_2(a_2 - u_0)] \\
& \left. - \frac{A_{2(h)}^+}{k_2 Z_2} \left[\left(\frac{\gamma_2 \beta}{\chi} - \chi a_{2y} \right) \mathbf{x} + \left(-\frac{\gamma_2 \alpha}{\chi} + \chi a_{2x} \right) \mathbf{y} - \frac{\gamma_2}{\chi} (\alpha a_{2y} - \beta a_{2x}) \mathbf{z} \right] \exp[-j\gamma_2(a_2 - u_0)] \right) \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \\
& = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{A_{3(v)}}{Z_3 \chi} [\alpha \mathbf{x} + \beta \mathbf{y} + (\alpha a_{1x} + \beta a_{1y}) \mathbf{z}] \exp[+j\gamma_3(a_2 - u_0)] \right. \\
& \left. - \frac{A_{3(h)}}{k_3 Z_3} \left[-\left(\frac{\gamma_3 \beta}{\chi} + \chi a_{2y} \right) \mathbf{x} + \left(\frac{\gamma_3 \alpha}{\chi} + \chi a_{2x} \right) \mathbf{y} + \frac{\gamma_3}{\chi} (\alpha a_{2y} - \beta a_{2x}) \mathbf{z} \right] \exp[+j\gamma_3(a_2 - u_0)] \right\} \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta
\end{aligned} \tag{II.32}$$

Les équations vectorielles (II.29)-(II.32), peuvent être écrite en tant que trois équations scalaires pour chaque équation vectorielle suivant les directions \mathbf{x} , \mathbf{y} et \mathbf{z} . On note que les équations scalaires linéaires pour les directions \mathbf{x} et \mathbf{y} sont indépendantes, alors que les équations scalaires linéaires pour des directions \mathbf{z} ne sont pas indépendantes. Pour résoudre les équations scalaires linéaires et déterminer les expressions analytiques des amplitudes de diffraction $A_{1(h,v)}$, $A_{2(h,v)}^-$, $A_{2(h,v)}^+$ et $A_{3(h,v)}$, on utilise la méthode de perturbation.

II.3. Méthode de perturbation

II. 3.1. Considérations générales

Lorsque les hauteurs quadratiques moyennes des interfaces sont faibles devant la longueur d'onde, une bonne approximation consiste à représenter les amplitudes de diffraction et les fonctions exponentielles par leur développement en séries entières

$$A_{i(h,v)}^{\pm}(\alpha, \beta) = \sum_p A_{i(h,v)}^{\pm(p)}(\alpha, \beta) ; \quad \exp[\pm j\gamma_i a_{1,2}(x, y)] = \sum_p \frac{[\pm j\gamma_i a_{1,2}(x, y)]^p}{p!} \tag{II.33}$$

II. 3.2. Résolution à l'ordre zéro

A l'ordre zéro, les deux interfaces sont lisses. A partir des équations scalaires, le système d'équations (II.29-II.32) s'écrit sous la forme de deux systèmes d'équations linéaires séparés en polarisation horizontale (E//) et en polarisation verticale (H//) :

En polarisation horizontale (E//) :

$$A_{1(h)}^{(0)} - A_{2(h)}^{+(0)} - A_{2(h)}^{-(0)} = -A_{0(h)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \tag{II.34a}$$

$$\gamma_1 A_{1(h)}^{(0)} - \gamma_2 A_{2(h)}^{+(0)} + \gamma_2 A_{2(h)}^{-(0)} = \gamma_1 A_{0(h)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \tag{II.34b}$$

$$\exp(+j\gamma_2 u_0) A_{2(h)}^{+(0)} + \exp(-j\gamma_2 u_0) A_{2(h)}^{-(0)} - \exp(-j\gamma_3 u_0) A_{3(h)}^{(0)} = 0 \tag{II.34c}$$

$$\gamma_2 \exp(+j\gamma_2 u_0) A_{2(h)}^{+(0)} - \gamma_2 \exp(-j\gamma_2 u_0) A_{2(h)}^{-(0)} + \gamma_3 \exp(-j\gamma_3 u_0) A_{3(h)}^{(0)} = 0 \tag{II.34d}$$

En polarisation verticale ($H_{//}$) :

$$k_1 A_{1(v)}^{(0)} - k_2 A_{2(v)}^{+(0)} - k_2 A_{2(v)}^{-(0)} = -k_1 A_{0(v)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \quad (\text{II.35a})$$

$$\frac{\gamma_1}{k_1} A_{1(v)}^{(0)} - \frac{\gamma_2}{k_2} A_{2(v)}^{+(0)} + \frac{\gamma_2}{k_2} A_{2(v)}^{-(0)} = \frac{\gamma_1}{k_1} A_{0(v)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \quad (\text{II.35b})$$

$$k_2 \exp(+j\gamma_2 u_0) A_{2(v)}^{+(0)} + k_2 \exp(-j\gamma_2 u_0) A_{2(v)}^{-(0)} - k_3 \exp(-j\gamma_3 u_0) A_{3(v)}^{(0)} = 0 \quad (\text{II.35c})$$

$$\frac{\gamma_2}{k_2} \exp(+j\gamma_2 u_0) A_{2(v)}^{+(0)} - \frac{\gamma_2}{k_2} \exp(-j\gamma_2 u_0) A_{2(v)}^{-(0)} + \frac{\gamma_3}{k_3} \exp(-j\gamma_3 u_0) A_{3(v)}^{(0)} = 0 \quad (\text{II.35d})$$

La résolution de ces deux systèmes donne les amplitudes cohérentes à l'ordre zéro, soit :

En polarisation horizontale ($E_{//}$) :

$$A_{1(h)}^{(0)} = \frac{\gamma_2 (\gamma_1 - \gamma_3) \cos(\gamma_2 u_0) + j(\gamma_1 \gamma_3 - \gamma_2^2) \sin(\gamma_2 u_0)}{r_h(\gamma)} A_{0(h)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \quad (36a)$$

$$A_{2(h)}^{+(0)} = \frac{\gamma_1 (\gamma_2 - \gamma_3) \exp(-j\gamma_2 u_0)}{r_h(\gamma)} A_{0(h)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \quad (36b)$$

$$A_{2(h)}^{-(0)} = \frac{\gamma_1 (\gamma_2 + \gamma_3) \exp(+j\gamma_2 u_0)}{r_h(\gamma)} A_{0(h)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \quad (36c)$$

$$A_{3(h)}^{(0)} = \frac{2\gamma_1 \gamma_2 \exp(+j\gamma_3 u_0)}{r_h(\gamma)} A_{0(h)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \quad (36d)$$

En polarisation verticale ($H_{//}$) :

$$A_{1(v)}^{(0)} = \frac{k_2^2 \gamma_2 (k_3^2 \gamma_1 - k_1^2 \gamma_3) \cos(\gamma_2 u_0) + j(\gamma_1 \gamma_3 k_2^4 - \gamma_2^2 k_1^2 k_3^2) \sin(\gamma_2 u_0)}{r_v(\gamma)} A_{0(v)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \quad (37a)$$

$$A_{2(v)}^{+(0)} = \frac{k_1 k_2 \gamma_1 (\gamma_2 k_3^2 - \gamma_3 k_2^2) \exp(-j\gamma_2 u_0)}{r_v(\gamma)} A_{0(v)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \quad (37b)$$

$$A_{2(v)}^{-(0)} = \frac{k_1 k_2 \gamma_1 (\gamma_2 k_3^2 + \gamma_3 k_2^2) \exp(+j\gamma_2 u_0)}{r_v(\gamma)} A_{0(v)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \quad (37c)$$

$$A_{3(v)}^{(0)} = \frac{2\gamma_1 \gamma_2 k_1 k_3 k_2^2 \exp(+j\gamma_3 u_0)}{r_v(\gamma)} A_{0(v)} \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) \quad (37d)$$

Avec :

$$r_h(\gamma) = \gamma_2 (\gamma_1 + \gamma_3) \cos(\gamma_2 u_0) + j(\gamma_2^2 + \gamma_1 \gamma_3) \sin(\gamma_2 u_0) \quad (\text{II.38})$$

$$r_v(\gamma) = k_2^2 \gamma_2 (k_3^2 \gamma_1 + k_1^2 \gamma_3) \cos(\gamma_2 u_0) + j(k_1^2 k_3^2 \gamma_2^2 + k_2^4 \gamma_1 \gamma_3) \sin(\gamma_2 u_0) \quad (\text{II.39})$$

Notons que les solutions à l'ordre zéro représentent les amplitudes cohérentes du problème de la diffraction.

II.3.3. Résolution à l'ordre un

Le phénomène de diffraction est analysé au premier ordre de la perturbation et les solutions du problème représentent les amplitudes incohérentes. A partir des équations linéaires scalaires issues des équations vectorielles (I.29)-(I.32), les amplitudes à l'ordre un peuvent être séparé suivant la polarisation de l'onde diffractée en deux systèmes linéaires indépendants. Tous calculs faits, nous trouvons pour l'amplitude de diffraction au-dessus de la surface :

$$\begin{aligned} A_{1(h)}^{(1)} &= A_{1(hh)}^{(1)} + A_{1(hv)}^{(1)} \\ A_{1(v)}^{(1)} &= A_{1(vh)}^{(1)} + A_{1(vv)}^{(1)} \end{aligned} \quad (\text{II.40})$$

Avec :

$$A_{1(hh)}^{(1)} = \frac{2j\gamma_{10} \cos(\varphi - \varphi_0)}{r_h(\gamma)r_h(\gamma_0)} \left\{ \begin{aligned} & \left[(k_1^2 - k_2^2) [\gamma_2 \cos(\gamma_2 u_0) + j\gamma_3 \sin(\gamma_2 u_0)] \right] \times \\ & \left[\gamma_{20} \cos(\gamma_{20} u_0) + j\gamma_{30} \sin(\gamma_{20} u_0) \right] \hat{a}_1(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \\ & + (k_2^2 - k_3^2) \gamma_2 \gamma_{20} \hat{a}_2(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \end{aligned} \right\} A_{0(h)} \quad (\text{II.41})$$

$$A_{1(hv)}^{(1)} = \frac{2jk_1\gamma_{10}\gamma_{20} \sin(\varphi - \varphi_0)}{r_h(\gamma)r_v(\gamma_0)} \left\{ \begin{aligned} & \left[(k_1^2 - k_2^2) [\gamma_2 \cos(\gamma_2 u_0) + j\gamma_3 \sin(\gamma_2 u_0)] \right] \times \\ & \left[k_2^2 \gamma_{30} \cos(\gamma_{20} u_0) + jk_3^2 \gamma_{20} \sin(\gamma_{20} u_0) \right] \hat{a}_1(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \\ & + (k_2^2 - k_3^2) k_2^2 \gamma_2 \gamma_{30} \hat{a}_2(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \end{aligned} \right\} A_{0(v)} \quad (\text{II.42})$$

$$A_{1(vh)}^{(1)} = \frac{2jk_1\gamma_{10}\gamma_2 \sin(\varphi - \varphi_0)}{r_v(\gamma)r_h(\gamma_0)} \left\{ \begin{aligned} & \left[(k_1^2 - k_2^2) [k_2^2 \gamma_3 \cos(\gamma_2 u_0) + jk_3^2 \gamma_2 \sin(\gamma_2 u_0)] \right] \times \\ & \left[\gamma_{20} \cos(\gamma_{20} u_0) + j\gamma_{30} \sin(\gamma_{20} u_0) \right] \hat{a}_1(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \\ & + (k_2^2 - k_3^2) k_2^2 \gamma_{20} \gamma_3 \hat{a}_2(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \end{aligned} \right\} A_{0(h)} \quad (\text{II.43})$$

$$A_{1(vv)}^{(1)} = \frac{2j\gamma_{10}}{r_v(\gamma)r_v(\gamma_0)} \left\{ \begin{aligned} & \left(k_1^2 - k_2^2 \right) \left\{ \begin{aligned} & k_2^2 \chi \chi_0 [k_3^2 \gamma_2 \cos(\gamma_2 u_0) + jk_2^2 \gamma_3 \sin(\gamma_2 u_0)] \times \\ & [k_3^2 \gamma_{20} \cos(\gamma_{20} u_0) + jk_2^2 \gamma_{30} \sin(\gamma_{20} u_0)] \\ & - k_1^2 \gamma_2 \gamma_{20} \cos(\varphi - \varphi_0) [k_2^2 \gamma_3 \cos(\gamma_2 u_0) + jk_3^2 \gamma_2 \sin(\gamma_2 u_0)] \times \\ & [k_2^2 \gamma_{30} \cos(\gamma_{20} u_0) + jk_3^2 \gamma_{20} \sin(\gamma_{20} u_0)] \end{aligned} \right\} \hat{a}_1(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \\ & + (k_2^2 - k_3^2) k_1^2 k_2^2 \gamma_{20} \gamma_2 [k_3^2 \chi \chi_0 - k_2^2 \gamma_{30} \gamma_3 \cos(\varphi - \varphi_0)] \hat{a}_2(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \end{aligned} \right\} A_{0(v)} \quad (\text{II.44})$$

et :

$$r_h(\gamma_0) = \gamma_{20} (\gamma_{10} + \gamma_{30}) \cos(\gamma_{20} u_0) + j(\gamma_{20}^2 + \gamma_{10} \gamma_{30}) \sin(\gamma_{20} u_0) \quad (\text{II.45})$$

$$r_v(\gamma_0) = k_2^2 \gamma_{20} (k_3^2 \gamma_{10} + k_1^2 \gamma_{30}) \cos(\gamma_{20} u_0) + j(k_1^2 k_3^2 \gamma_{20}^2 + k_2^4 \gamma_{10} \gamma_{30}) \sin(\gamma_{20} u_0) \quad (\text{II.46})$$

$\hat{a}_{1,2}(\alpha, \beta)$ est la transformées de Fourier bidimensionnelle de la fonctions $a_{1,2}(x, y)$ divisées par L :

$$\hat{a}_{1,2}(\alpha, \beta) = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{+L/2} \int_{-L/2}^{+L/2} a_{1,2}(x, y) \exp[j(\alpha x + \beta y)] dx dy \quad (\text{II.47})$$

Chapitre III

Étude statistique des champs diffractés par une structure de trois couches 2D rugueuses

III.1. Intensité diffractée, intensité cohérente et intensité incohérente

III.2. Variances et covariance des parties réelle et imaginaire de l'amplitude de diffraction

III.3. Comportements asymptotiques des variances, de la covariance et de l'intensité incohérente

III.4. Densités de probabilité

III.5. Comportements asymptotiques des densités de probabilité

Chapitre III

Étude statistique des champs diffractés par une structure de trois couches 2D rugueuses

III.1. Intensité diffractée, intensité cohérente et intensité incohérente [9-12]

A grande distance, la dépendance angulaire du champ diffracté est donnée par le produit $A_{1(ba)}^{(1)}(k_1 \sin \theta \cos \varphi, k_1 \sin \theta \sin \varphi) \cos \theta$. Cette dépendance conduit au coefficient de diffusion bistatique $I_{d1}^{(ba)}(\theta, \varphi)$ qui est défini comme la densité angulaire de puissance diffractée sous la direction (θ, φ) avec θ son angle au zénith et φ son angle d'azimut divisée par la puissance incidente $P_0^{(a)}$. L'indice supérieur (a) donne la polarisation de l'onde incidente (h ou v) et (b) la polarisation de l'onde diffracté. A l'ordre 1 de la méthode des petites perturbations, nous obtenons :

$$I_{d1}^{(ba)}(\theta, \varphi) = \frac{\cos^2 \theta}{\lambda^2 \cos \theta_0} \left| A_{1(ba)}^{(1)}(k_1 \sin \theta \cos \varphi, k_1 \sin \theta \sin \varphi) \right|^2 \quad (\text{III.1})$$

$A_{1(ba)}^{(1)}(k_1 \sin \theta \cos \varphi, k_1 \sin \theta \sin \varphi)$ est une fonction aléatoire des angles d'observations (θ, φ) . Puisque $\langle a_1(x, y) \rangle = \langle a_2(x, y) \rangle = 0$, nous déduisons que l'amplitude de diffraction est une variable aléatoire centrée ($\langle A_{1(ba)}^{(1)}(k_1 \sin \theta \cos \varphi, k_1 \sin \theta \sin \varphi) \rangle = 0$) et que le champ cohérent et l'intensité cohérente sont nuls. Le coefficient bistatique moyen s'identifie donc à l'intensité incohérente avec :

$$\langle I_{d1}^{(ba)}(\theta, \varphi) \rangle = I_f^{(ba)}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\lambda^2 \cos \theta_0} \left[\langle R_{(ba)}^2(\alpha, \beta) \rangle + \langle I_{(ba)}^2(\alpha, \beta) \rangle \right] \quad (\text{III.2})$$

où : $-\pi/2 \leq \theta \leq +\pi/2$; $0 \leq \varphi \leq \pi$.

et : $R_{(ba)}(\alpha, \beta) = \text{Re}[A_{1(ba)}^{(1)}(\alpha, \beta)]$; $I_{(ba)}(\alpha, \beta) = \text{Im}[A_{1(ba)}^{(1)}(\alpha, \beta)]$; $\alpha = k_1 \sin \theta \cos \varphi$; $\beta = k_1 \sin \theta \sin \varphi$

III.2. Variances et covariance des parties réelle et imaginaire de l'amplitude de diffraction

D'après (II.41-II.44), nous trouvons pour l'amplitude de diffraction au-dessus de la surface s'écrit :

$$A_{1(ba)}^{(1)}(\alpha, \beta) = K_{1(ba)} \hat{a}_1(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) + K_{2(ba)} \hat{a}_2(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \quad (\text{III.3})$$

D'après la relation (II.3), les parties réelle et imaginaire de l'amplitude de diffraction sont données sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
R_{(ba)}(\alpha, \beta) &= \operatorname{Re}(K_{1(ba)}) \operatorname{Re}[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] - \operatorname{Im}(K_{1(ba)}) \operatorname{Im}[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \\
&\quad + \operatorname{Re}(K_{2(ba)} K_{(ba)}^{a_2}) \operatorname{Re}[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] - \operatorname{Im}(K_{2(ba)}) \operatorname{Im}[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \\
I_{(ba)}(\alpha, \beta) &= \operatorname{Im}(K_{1(ba)}) \operatorname{Re}[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] + \operatorname{Re}(K_{1(ba)}) \operatorname{Im}[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \\
&\quad + \operatorname{Im}(K_{2(ba)}) \operatorname{Re}[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] + \operatorname{Re}(K_{2(ba)}) \operatorname{Im}[\hat{a}_2(\zeta, \xi)]
\end{aligned} \tag{III.4}$$

Où

$$\begin{aligned}
\zeta &= \alpha - \alpha_0 = k_1 (\sin \theta \cos \varphi - \sin \theta_0 \cos \varphi_0); \\
\xi &= \beta - \beta_0 = k_1 (\sin \theta \sin \varphi - \sin \theta_0 \sin \varphi_0)
\end{aligned} \tag{III.5}$$

Et

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re}[\hat{a}_{1,2}(\zeta, \xi)] &= \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{+L/2} \int_{-L/2}^{+L/2} a_{1,2}(x, y) \cos(\zeta x + \xi y) dx dy \\
\operatorname{Im}[\hat{a}_{1,2}(\zeta, \xi)] &= \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{+L/2} \int_{-L/2}^{+L/2} \hat{a}_{1,2}(x, y) \sin(\zeta x + \xi y) dx dy
\end{aligned} \tag{III.6}$$

Les variances et la covariance des parties réelle et imaginaire de la fonction aléatoire $A_{1(ba)}^{(1)}(\alpha, \beta)$ dépendent des variances et des covariances associées aux différentes grandeurs $\operatorname{Re}[\hat{a}_{1,2}(\zeta, \xi)]$ et $\operatorname{Im}[\hat{a}_{1,2}(\zeta, \xi)]$. A partir de l'expression (III.4), nous obtenons les variances $\sigma_{R(ba)}^2$ et $\sigma_{I(ba)}^2$ et la covariance $\Gamma_{RI(ba)}$ des parties réelle et imaginaire de l'amplitude de diffraction sous les formes suivantes :

$$\begin{aligned}
\sigma_{R(ba)}^2 &= \langle R_{(ba)}^2(\alpha, \beta) \rangle \\
&= \operatorname{Re}^2(K_{1ba}) \langle \operatorname{Re}^2[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \rangle + \operatorname{Im}^2(K_{1ba}) \langle \operatorname{Im}^2[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \rangle \\
&\quad + \operatorname{Re}^2(K_{2(ba)}) \langle \operatorname{Re}^2[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \rangle + \operatorname{Im}^2(K_{2(ba)}) \langle \operatorname{Im}^2[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \rangle \\
&\quad + 2 \operatorname{Re}(K_{1ba}) \operatorname{Re}(K_{2(ba)}) \langle \operatorname{Re}[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \operatorname{Re}[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \rangle \\
&\quad + 2 \operatorname{Im}(K_{1ba}) \operatorname{Im}(K_{2(ba)}) \langle \operatorname{Im}[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \operatorname{Im}[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \rangle \\
&\quad + 2 \operatorname{Im}(K_{1ba}) K_{2(ba)}^* \langle \operatorname{Re}[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \operatorname{Im}[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \rangle
\end{aligned} \tag{III.7a}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{I(ba)}^2 &= \langle I_{(ba)}^2(\alpha, \beta) \rangle \\
&= \operatorname{Re}^2(K_{1ba}) \langle \operatorname{Im}^2[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \rangle + \operatorname{Im}^2(K_{1ba}) \langle \operatorname{Re}^2[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \rangle \\
&\quad + \operatorname{Re}^2(K_{2(ba)}) \langle \operatorname{Im}^2[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \rangle + \operatorname{Im}^2(K_{2(ba)}) \langle \operatorname{Re}^2[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \rangle \\
&\quad + 2 \operatorname{Im}(K_{1ba}) \operatorname{Im}(K_{2(ba)}) \langle \operatorname{Re}[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \operatorname{Re}[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \rangle \\
&\quad + 2 \operatorname{Re}(K_{1ba}) \operatorname{Re}(K_{2(ba)}) \langle \operatorname{Im}[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \operatorname{Im}[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \rangle \\
&\quad + 2 \operatorname{Im}(K_{1ba}) K_{2(ba)}^* \langle \operatorname{Re}[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \operatorname{Im}[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \rangle
\end{aligned} \tag{III.7b}$$

$$\begin{aligned}
\Gamma_{RI(ba)} &= \langle R_{(ba)}(\alpha, \beta) I_{(ba)}(\alpha, \beta) \rangle \\
&= \text{Re}(K_{1ba}) \text{Im}(K_{1ba}) \left(\langle \text{Re}^2[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \rangle - \langle \text{Im}^2[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \rangle \right) \\
&+ \text{Re}(K_{2(ba)}) \text{Im}(K_{2ba}) \left(\langle \text{Re}^2[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \rangle - \langle \text{Im}^2[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \rangle \right) \\
&+ \text{Im}(K_{1ba} K_{2ba}) \left(\begin{array}{l} \langle \text{Re}[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \text{Re}[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \rangle \\ - \langle \text{Im}[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \text{Im}[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \rangle \end{array} \right)
\end{aligned} \tag{III.7c}$$

Les variances des parties réelle et imaginaire des transformées de Fourier $\hat{a}_{1,2}(\zeta, \xi)$ se mettent sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
\langle \text{Re}^2[\hat{a}_{1,2}(\zeta, \xi)] \rangle &= \frac{1}{2} \int_{-L}^{+L} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) \left(1 - \frac{|y|}{L}\right) \cos(\zeta x + \xi y) R_{1,2}(x, y) dx dy \\
&+ \frac{1}{2} \int_{-L}^{+L} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) \left(1 - \frac{|y|}{L}\right) \text{sinc}[\zeta(L - |x|)] \text{sinc}[\xi(L - |y|)] R_{1,2}(x, y) dx dy
\end{aligned} \tag{III.8a}$$

$$\begin{aligned}
\langle \text{Im}^2[\hat{a}_{1,2}(\zeta, \xi)] \rangle &= \frac{1}{2} \int_{-L}^{+L} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) \left(1 - \frac{|y|}{L}\right) \cos(\zeta x + \xi y) R_{1,2}(x, y) dx dy \\
&- \frac{1}{2} \int_{-L}^{+L} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) \left(1 - \frac{|y|}{L}\right) \text{sinc}[\zeta(L - |x|)] \text{sinc}[\xi(L - |y|)] R_{1,2}(x, y) dx dy
\end{aligned} \tag{III.8b}$$

où $\text{sinc} x = \sin x / x$. Nous pouvons par ailleurs montrer que $\text{Re}[\hat{a}_{1,2}(\zeta, \xi)]$ et $\text{Im}[\hat{a}_{1,2}(\zeta, \xi)]$ sont non corrélées :

$$\langle \text{Re}[\hat{a}_{1,2}(\zeta, \xi)] \text{Im}[\hat{a}_{1,2}(\zeta, \xi)] \rangle = 0 \tag{III.8c}$$

Si les surfaces sont corrélées, les covariances associées à $\hat{a}_1(\zeta, \xi)$ et $\hat{a}_2(\zeta, \xi)$ sont non nulles avec :

$$\begin{aligned}
\langle \text{Re}[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \text{Re}[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \rangle &= \frac{1}{2} \int_{-L}^{+L} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) \left(1 - \frac{|y|}{L}\right) \cos(\zeta x + \xi y) R_{12}(x, y) dx dy \\
&+ \frac{1}{2} \int_{-L}^{+L} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) \left(1 - \frac{|y|}{L}\right) \text{sinc}[\zeta(L - |x|)] \text{sinc}[\xi(L - |y|)] R_{12}(x, y) dx dy
\end{aligned} \tag{III.8d}$$

$$\begin{aligned}
\langle \text{Im}[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \text{Im}[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \rangle &= \frac{1}{2} \int_{-L}^{+L} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) \left(1 - \frac{|y|}{L}\right) \cos(\zeta x + \xi y) R_{12}(x, y) dx dy \\
&- \frac{1}{2} \int_{-L}^{+L} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) \left(1 - \frac{|y|}{L}\right) \text{sinc}[\zeta(L - |x|)] \text{sinc}[\xi(L - |y|)] R_{12}(x, y) dx dy
\end{aligned} \tag{III.8e}$$

$$\begin{aligned}
\langle \text{Re}[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \text{Im}[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \rangle &= - \langle \text{Im}[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \text{Re}[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \rangle \\
&= \frac{1}{2} \int_{-L}^{+L} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) \left(1 - \frac{|y|}{L}\right) \sin(\zeta x + \xi y) R_{12}(x, y) dx dy
\end{aligned} \tag{III.8f}$$

Pour une valeur du couple (α, β) donnée, les relations (III.7a) et (III.7b) montrent que les variables aléatoires $R_{(ba)}(\alpha, \beta)$ et $I_{(ba)}(\alpha, \beta)$ présentent, dans le cas général, des variances différentes. La relation (III.8c) indique que ces variables aléatoires sont corrélées quelle que soit l'état corrélé ou non corrélé des deux interfaces. En remplaçant (III.8a-III.8f) dans (III.2), nous montrons que l'intensité incohérente dépend aussi de la longueur L et des fonctions d'autocorrélation et d'intercorrélation :

$$I_{f1}^{(ba)}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\lambda^2} \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta_0} \left(\int_{-L}^{+L} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) \left(1 - \frac{|y|}{L}\right) \left[|K_{1(ba)}|^2 R_{11}(x, y) + |K_{2(ba)}|^2 R_{22}(x, y) \right] \cos(\zeta x + \xi y) dx dy \right. \\ \left. + \int_{-L}^{+L} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) \left(1 - \frac{|y|}{L}\right) 2 \operatorname{Re} \left\{ K_{1(ba)} K_{2(ba)}^* \exp[-j(\zeta x + \xi y)] \right\} R_{12}(x, y) dx dy \right) \quad (\text{III.9})$$

Sachant que $A_{1(hh)}^{(1)} = -A_{1(vv)}^{(1)}$ et $A_{1(hv)}^{(1)} = A_{1(vh)}^{(1)}$ pour $\theta = \theta_0 = 0$, l'intensité incohérente rétrodiffusée en incidence normale présente la même valeur en polarisation direct et croisée respectivement. Dans le cas de surfaces non corrélées, la fonction d'intercorrélation est nulle et l'expression (III.9) de l'intensité incohérente se simplifie avec $R_{12}(x, y) = 0$.

III.3. Comportements asymptotiques des variances, de la covariance et de l'intensité incohérente

D'après (III.8a-b) et (III.8d-f), on démontre qu'en dehors de la réflexion spéculaire $(\zeta, \xi) \neq (0, 0)$ et pour $L \rightarrow +\infty$,

$$\langle \operatorname{Re}^2[\hat{a}_{1,2}(\zeta, \xi)] \rangle = \langle \operatorname{Im}^2[\hat{a}_{1,2}(\zeta, \xi)] \rangle = \frac{\hat{R}_{1,2}(\zeta, \xi)}{2} \quad (\text{III.10a})$$

$$\langle \operatorname{Re}[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \operatorname{Re}[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \rangle = \langle \operatorname{Im}[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \operatorname{Im}[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \rangle \\ = \frac{\hat{R}_{12}(\zeta, \xi) + \hat{R}_{12}(-\zeta, -\xi)}{4} \quad (\text{III.10b})$$

$$\langle \operatorname{Re}[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \operatorname{Im}[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \rangle = - \langle \operatorname{Im}[\hat{a}_1(\zeta, \xi)] \operatorname{Re}[\hat{a}_2(\zeta, \xi)] \rangle \\ = \frac{\hat{R}_{12}(\zeta, \xi) - \hat{R}_{12}(-\zeta, -\xi)}{4j} \quad (\text{III.10c})$$

En substituant (III.10a) et (III.10b) dans (III.7a), (III.7b) et (III.7c), nous démontrons que pour des interfaces corrélées ou non corrélées, les variables aléatoires $R_{(ba)}(\alpha, \beta)$ et $I_{(ba)}(\alpha, \beta)$ sont non corrélées ($\Gamma_{RI(ba)} = 0$) pour $L \rightarrow +\infty$ et présente la même variance :

$$\sigma_{R^{(ba)}}^2 = \sigma_{I^{(ba)}}^2 = \frac{1}{2} \left[\begin{aligned} &|K_{1(ba)}|^2 \hat{R}_{11}(\zeta, \xi) + |K_{2(ba)}|^2 \hat{R}_{22}(\zeta, \xi) \\ &+ K_{1(ba)}^* K_{2(ba)} \hat{R}_{12}(\zeta, \xi) + K_{1(ba)} K_{2(ba)}^* \hat{R}_{12}(-\zeta, -\xi) \end{aligned} \right] \quad (\text{III.11})$$

A partir de (III.9) et compte tenu de la symétrie hermitienne de la fonction $\hat{R}_{12}(\alpha, \beta)$, nous montrons que l'intensité incohérente s'exprime sous la forme suivante :

$$I_f^{(ba)}(\theta, \varphi) = \frac{|K_{1(ba)}|^2 \hat{R}_{11}(\zeta, \xi) + |K_{2(ba)}|^2 \hat{R}_{22}(\zeta, \xi)}{\lambda^2 \cos \theta_0} \cos^2 \theta + \frac{2 \operatorname{Re} [K_{1(ba)}^* K_{2(ba)} \hat{R}_{12}(\zeta, \xi)]}{\lambda^2 \cos \theta_0} \cos^2 \theta \quad (\text{III.12})$$

III.4. Densités de probabilité [8]

Nous supposons que les densités de probabilité des hauteurs des deux interfaces sont des gaussiennes. Le caractère gaussien est conservé par opération linéaire. La transformée de Fourier est une opération linéaire donc les transformées de Fourier des fonctions aléatoires $a_1(x, y)$ et $a_2(x, y)$ sont aussi des processus gaussiens. La somme de deux processus gaussiens est un processus gaussien. En conséquence, les amplitudes de diffraction sont des processus gaussiens de la variable α et β . Les deux variables aléatoires centrées $R_{(ba)}(\alpha, \beta)$ et $I_{(ba)}(\alpha, \beta)$ sont, dans le cas général, corrélées et présentent des variances différentes. La densité de probabilité conjointe est donc donnée par l'expression suivante.

$$p_{RI}(x, y) = \frac{\exp \left[-\frac{1}{2(1-\rho_{(ba)}^2)} \left(\frac{x^2}{\sigma_{R^{(ba)}}^2} - \frac{2\rho_{(ba)}xy}{\sigma_{R^{(ba)}}\sigma_{I^{(ba)}}} + \frac{y^2}{\sigma_{I^{(ba)}}^2} \right) \right]}{2\pi\sigma_{R^{(ba)}}\sigma_{I^{(ba)}}\sqrt{(1-\rho_{(ba)}^2)}} \quad (\text{III.13})$$

où $\rho_{(ba)}$ est le coefficient de corrélation :

$$\rho_{(ba)} = \frac{\Gamma_{(ba)}}{\sigma_{R^{(ba)}}\sigma_{I^{(ba)}}} \quad (\text{III.14})$$

En passant en coordonnées polaires, nous obtenons la densité de probabilité conjointe des variables aléatoires M et Ψ :

$$p_{M\Psi}(m, \phi) = mp_{RI}(m \cos \phi, m \sin \phi) \quad (\text{III.15})$$

En intégrant par rapport à ϕ , on obtient la densité de probabilité du module de l'amplitude définie pour $m \geq 0$:

$$p_{M(ba)}(m) = \frac{m}{\sigma_{R(ba)}\sigma_{I(ba)}\sqrt{1-\rho_{(ba)}^2}} \exp\left[-\frac{m^2}{4(1-\rho_{(ba)}^2)}\left(\frac{1}{\sigma_{R(ba)}^2} + \frac{1}{\sigma_{I(ba)}^2}\right)\right] \times I_0\left[\frac{m^2}{4(1-\rho_{(ba)}^2)}\sqrt{\left(\frac{1}{\sigma_{R(ba)}^2} - \frac{1}{\sigma_{I(ba)}^2}\right)^2 + 4\frac{\rho_{(ba)}^2}{\sigma_R^2\sigma_I^2}}\right] \quad (\text{III.16})$$

où I_0 la fonction de Bessel modifiée d'ordre zéro. Pour des surfaces corrélées ou non corrélées, le module de l'amplitude de diffraction obéit donc à une loi de Hoyt. La densité de probabilité $p_{I_d}(w)$ de l'intensité diffractée se déduit de la densité de probabilité du module $p_M(m)$ par la relation suivante :

$$p_{I_d^{(ba)}}(w) = \frac{1}{2\sqrt{w\cos^2\theta/\lambda^2\cos\theta_0}} p_M(\sqrt{w\lambda^2\cos\theta_0/\cos^2\theta}) \quad \text{avec } w \geq 0 \quad (\text{III.17})$$

La densité de probabilité de la phase est obtenue par intégration de $p_{M\psi}(m, \phi)$ par rapport à m de 0 à $+\infty$.

$$p_{\Phi(ba)}(\phi) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{1-\rho_{(ba)}^2}}{\frac{\sigma_{I(ba)}}{\sigma_{R(ba)}}\cos^2\phi - \rho_{(ba)}\sin 2\phi + \frac{\sigma_{R(ba)}}{\sigma_{I(ba)}}\sin^2\phi} \quad (\text{III.18})$$

La phase est non uniforme sur $[-\pi; \pi]$.

III.5. Comportements asymptotiques des densités de probabilité

Si $L \rightarrow +\infty$, la covariance et le coefficient de corrélation sont nuls et les variances $\sigma_{R(ba)}^2$ et $\sigma_{I(ba)}^2$ sont égales. En conséquence, le module du champ diffracté à grande distance suit une loi de Rayleigh, l'intensité de diffraction suit une loi exponentielle et la phase est uniforme sur $[-\pi; \pi]$. Ce résultat est établi pour des interfaces corrélées ou non corrélées. La forme des densités de probabilité ne permet donc pas de différencier l'état corrélé de l'état non corrélé. De plus, on peut montrer que le champ diffracté par une simple interface obéit aux mêmes lois de probabilité que le champ diffracté par deux interfaces (seuls changent les paramètres de ces lois). La forme des densités de probabilité ne permet pas non plus de différencier la simple surface du milieu stratifié.

$$p_{M(ba)}(m) = \frac{m}{\sigma_{R(ba)}^2} \exp\left(-\frac{m^2}{2\sigma_{R(ba)}^2}\right) \quad \text{pour } m \geq 0 \quad (\text{III.19})$$

$$p_{I_d^{(ba)}}(w) = \frac{\lambda^2\cos\theta_0}{2\sigma_{R(ba)}^2\cos^2\theta} \exp\left(-\frac{w\lambda^2\cos\theta_0}{2\sigma_{R(ba)}^2\cos^2\theta}\right) \quad \text{pour } w \geq 0 \quad (\text{III.20})$$

$$p_{\Phi(ba)}(\phi) = \frac{1}{2\pi} \quad \text{pour } \phi \in [-\pi; \pi] \quad (\text{III.21})$$

Chapitre IV. Simulations

IV.1. L'effet de la longueur L

IV.2. L'effet de la corrélation et de l'anisotropie des surfaces

Chapitre IV. Simulations

Nous considérons le cas d'une surface de granite recouvert de sable où les permittivités relatives ε_{r2} et ε_{r3} des deux milieux sont fixées à $2.5 - 0.01j$ et 8 [11,12]. Pour toutes les simulations, la log les deux parois rugueuses sont caractérisées par des hauteurs quadratiques moyennes $\sigma_1 = 0.05\lambda$ et $\sigma_2 = 0.035\lambda$, les deux interfaces sont distantes de $u_0 = 0.35\lambda$. La longueur d'onde λ dans le vide est fixée à 20 cm. L'effet de la longueur L , de la corrélation et de l'anisotropie des surfaces sur le diagramme de diffusion moyen et sur la statistique des champs ont été étudié.

IV.1. L'effet de la longueur L

Pour étudier l'effet de la longueur L , on considère le cas des surfaces isotropes ($l_{x1} = l_{y1} = 0.3\lambda$; $l_{x2} = l_{y2} = 0.5\lambda$) et non corrélées ($q = 0$). Quatre valeurs de L sont considérées: 2λ , 3λ , 10λ et infinie. Les figures 2a et 2b montrent l'intensité incohérente en fonction de θ , en polarisations directes (hh) et (vv) dans le plan d'incidence avec : $\theta_0 = 30^\circ$, $\varphi_0 = 30^\circ$, $\varphi = 30^\circ$. Dans les deux polarisations, une longueur de déformation supérieure d'une dizaine de longueurs d'onde permet donc d'obtenir l'intensité incohérente asymptotique donnée par la formule théorique (III.12).

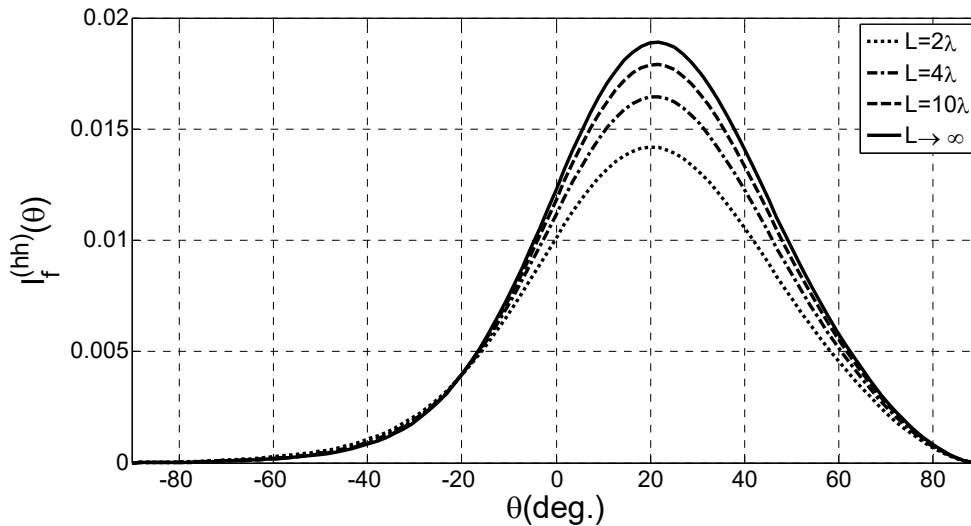
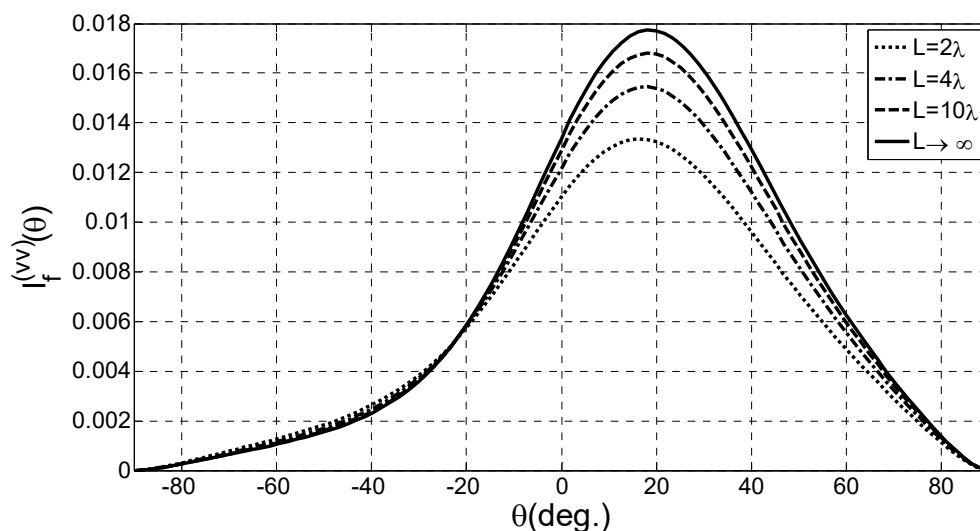


Figure 2a. Intensité incohérente en polarisation (hh)

Figure 2b. Intensité incohérente en polarisation (vv)

Les figures 3a et 3b montrent la densité de probabilité du module et l'erreur de phase dans le plan d'incidence avec : $\theta_0 = 30^\circ$, $\theta = 45^\circ$, $\varphi_0 = 30^\circ$, $\varphi = 30^\circ$ en polarisation directe (hh). On remarque que l'intensité incohérente dans les différents types de polarisations est sensible à la longueur de la déformation L . Pour les configurations traitées, une longueur de déformation d'une dizaine de longueurs d'onde permet donc d'obtenir l'intensité incohérente asymptotique donnée par la formule théorique (III.19) et (III.21).

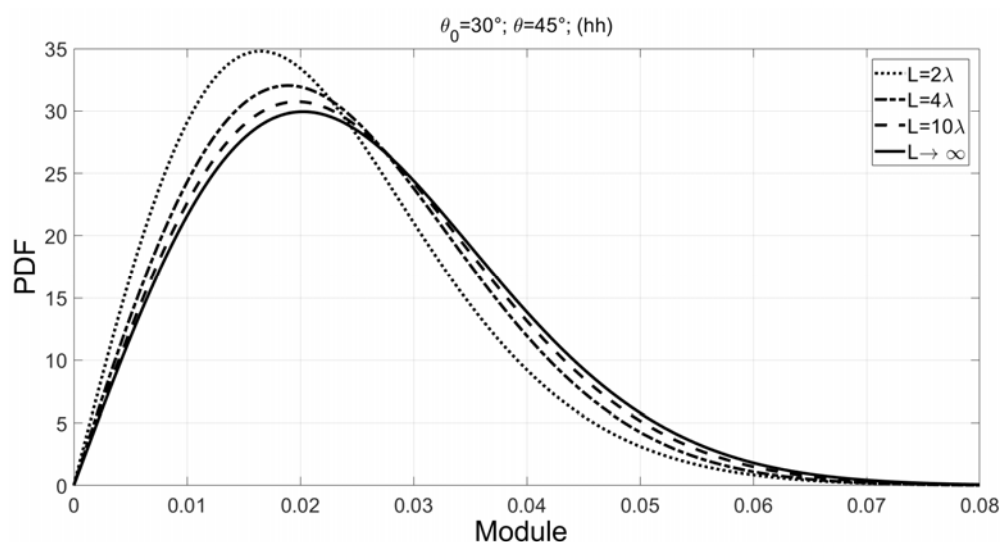


Figure 3a. Pdf module

La longueur d'onde λ dans le vide est fixée à 20 cm. Les deux interfaces sont distantes de $u_0 = 2\lambda$.

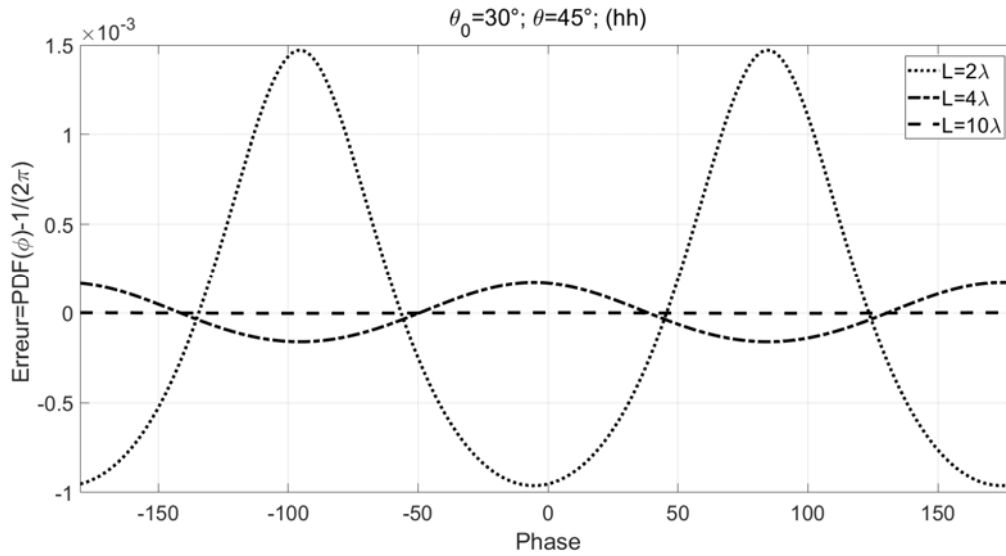
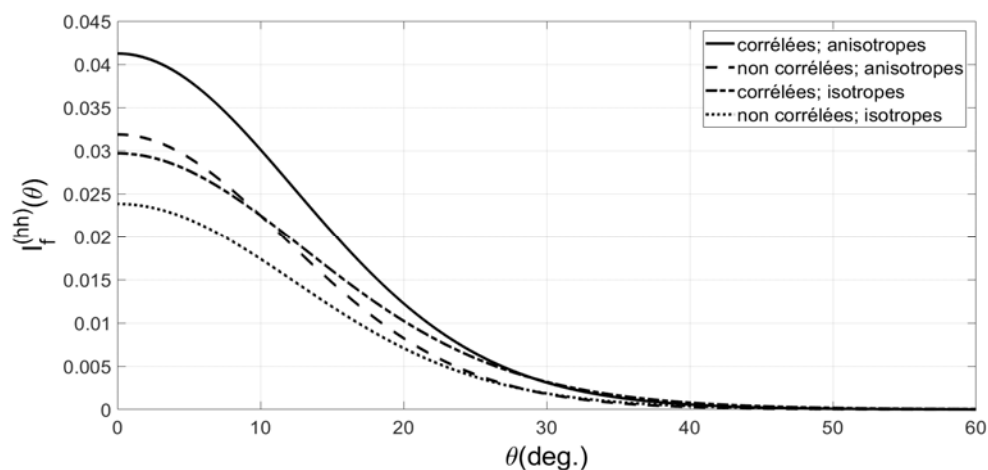
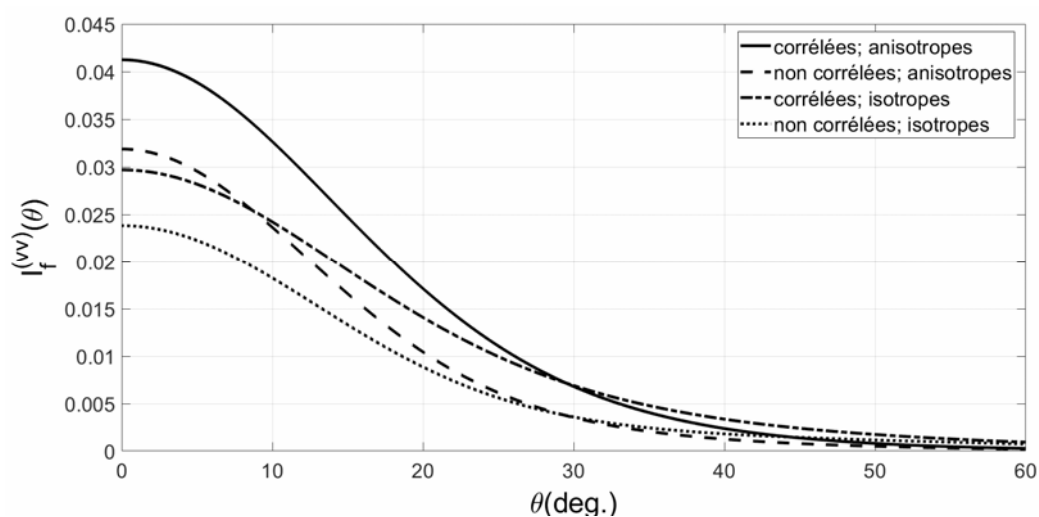


Figure 3b. Erreur de phase

On remarque que la densité de probabilité et l'erreur de phase dans les différents types de polarisations sont sensibles à la longueur de la déformation L .

IV.2. L'effet de la corrélation et de l'anisotropie des surfaces

Pour étudier l'effet de la corrélation et de l'anisotropie des surfaces, on considère le cas L infini. Quatre cas de configurations sont considérées surfaces non corrélées ($q=0$) et corrélées ($q=1$) et isotropes ($l_{x1}=l_{y1}=0.3\lambda; l_{x2}=l_{y2}=0.5\lambda$) et anisotropes ($l_{x1}=0.3\lambda; l_{y1}=0.6\lambda; l_{x2}=0.4\lambda; l_{y2}=0.8\lambda$). La figure 4 montre l'intensité incohérente en fonction de θ en rétrodiffusion en polarisation directe (hh) figure 4a et (vv) figure 4b. En rétrodiffusion, les courbes 4 montrent l'influence combiné de la corrélation et de l'anisotropie. Les surfaces corrélées et anisotropiques sont plus réfléchissantes pour des angles d'observations proche de la direction spéculaires que des surfaces non corrélées et isotropiques. Les courbes montrent que pour $\theta_0 < 25^\circ$, les surfaces corrélées et anisotropes présentent les valeurs d'intensité rétrodiffusée les plus élevées. Pour une polarisation donnée, les courbes montrent que plusieurs configurations donnent la même intensité rétrodiffusée. Par exemple, en polarisation (vv), cette situation se produit pour des interfaces non corrélées et anisotropes et des interfaces corrélées et isotropes sous incidence de 8° et pour des interfaces corrélées et anisotropes et des interfaces corrélées et isotropes sous incidence de 28° .

Figure 4a : L'intensité incohérente en polarisation (hh)Figure 4b : L'intensité incohérente en polarisation (vv)

Les figures 5, représentent la densité de probabilité du module en rétrodiffusion en polarisation directe (hh) figure 5a et (vv) figure 5b. Comme le montrent les courbes des figures 5a et 5b, le passage d'une configuration à une autre parmi les quatre cas, les effets de la corrélation entre les surfaces et l'anisotropie des interfaces est très remarquables.

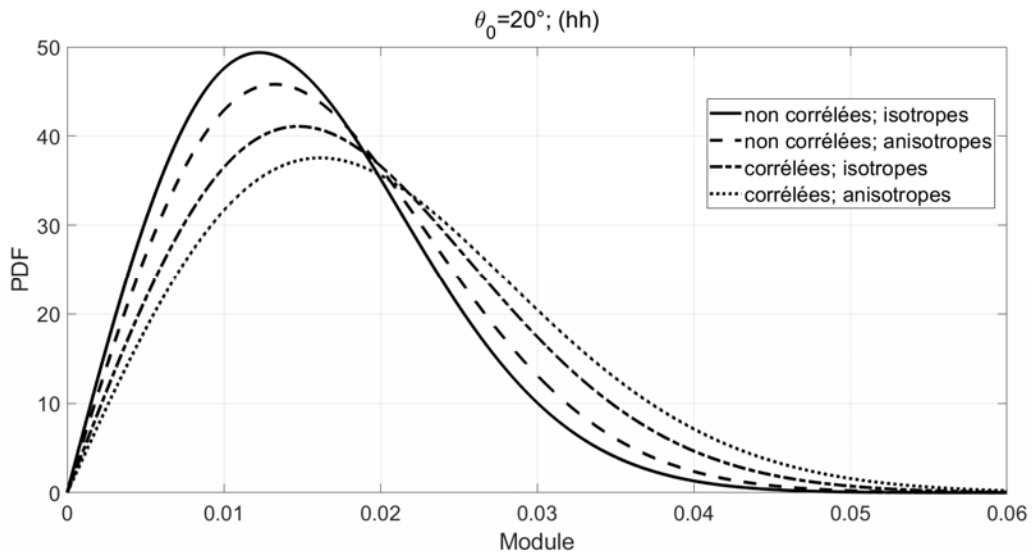


Figure 5a. PDF du module en polarisation (hh)

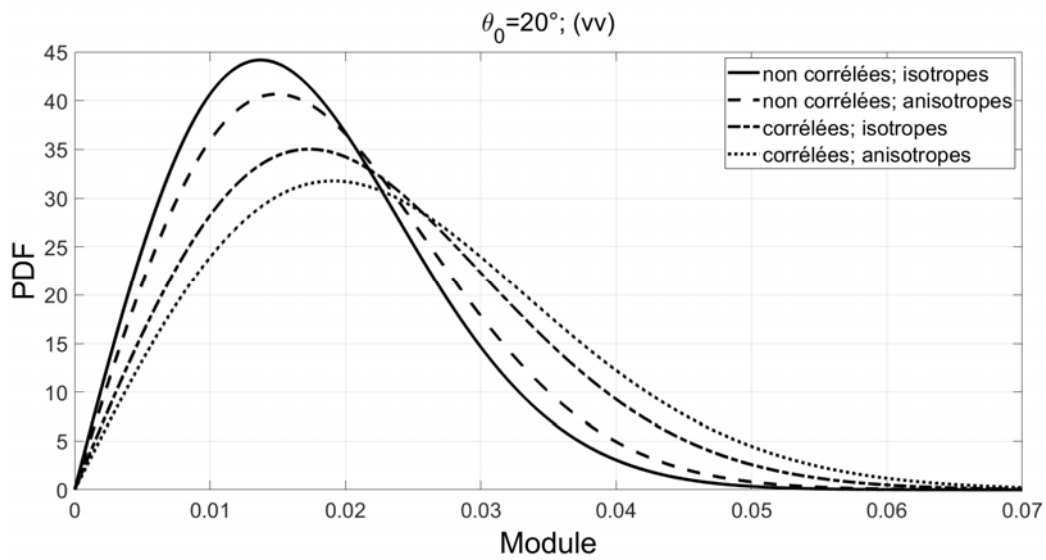


Figure 5b. PDF du module en polarisation (vv)

Conclusion générale

Dans le but d'étudier la diffraction des ondes électromagnétiques par une surface rugueuse formée par trois couches, nous avons utilisé le développement de Rayleigh qui nous a permis d'écrire les expressions des champs dans chaque milieu, et par la suite d'appliquer les conditions aux limites afin d'obtenir les amplitudes des composantes du champ diffracté.

Comme la hauteur des amplitudes des interfaces qui séparent les milieux sont faibles devant la longueur d'onde, nous avons utilisé la méthode des petites perturbations qui nous a permis de déterminer les amplitudes à l'ordre zéro qui représente le cas des interfaces lisses et les amplitudes à l'ordre un qui représente le cas des interfaces perturbées (surfaces rugueuses).

Co Les caractéristiques statistiques et en particulier le rapport des intensités des champs diffractés en polarisation E// et H// par une double interface bidimensionnelle éclairée depuis l'air par une onde plane, nous avons utilisé la méthode de perturbation.

En considérant les fonctions qui décrivent les deux interfaces comme fonctions perturbatrices, nous avons pu rechercher les solutions par une méthode de perturbation. Cette étude possède l'avantage d'être analytique. Elle permet ainsi de passer de manière continue du cas non perturbé (double interface lisse) au cas perturbé (double interface rugueuse). L'originalité du travail réside du fait que des fonctions qui décrivent les rugosités sont aléatoires et qui représentent des cas réels.

Nous avons déterminé les densités de probabilité du module et de la phase des amplitudes de diffraction et de l'intensité diffractée dans l'air. Pour des surfaces corrélées et non corrélées, nous avons montré que le module de l'amplitude diffractée sous un angle d'observation donné obéit à une loi de Hoyt et que la phase n'est pas uniforme sur $[-\pi; +\pi]$. Les paramètres des distributions du module, de la phase et de l'intensité dépendent de la polarisation, de l'angle d'observation, des fonctions d'autocorrélation et d'intercorrélation des surfaces et de la longueur de déformation. Pour des longueurs de déformation infinies et quel que soit l'état corrélé ou non corrélé des interfaces, nous avons montré que le module et la phase des amplitudes de diffraction et l'intensité diffractée vérifiaient respectivement une loi de Rayleigh, une loi uniforme et une loi exponentielle.

Dans la partie simulation, pour la structure formée d'une surface de granit recouvert de sable, nous avons étudié l'effet de la longueur L, de la corrélation et de l'anisotropie des surfaces sur le diagramme de diffusion moyen et sur la statistique des champs.

Références Bibliographiques

- [1] C. Amra, G. Albrand, and P. Roche, "Theory and application of antiscattering single layers: antiscattering antireflection coatings," *Applied Optics*, vol. 25, pp. 2695-2702, 1986.
- [2] T. Germer, "Polarized light scattering by microroughness and small defects in dielectric layers," *J. Opt. Soc. Am. A.*, vol. 18, pp. 1279-1288, 2001.
- [3] V. Wismann, M. Gade, W. Alpers, and H. Hauhnerfuss, "Radar signature of marine mineral oil spills measured by an airborne multi-radar," *International Journal of Remote Sensing*, Vol. 19, pp. 3607-23, 1998.
- [4] M. Saillard and G. Toso, "Electromagnetic scattering from bounded or infinite subsurface bodies," *Radio Science*, vol. 32, no. 4, pp. 1347-1360, 1997.
- [5] M.Hulin, N.Hulin, D.Perrin, *Equations de Maxwell, ondes électromagnétiques : cours et problème résolu*. 3^{ème} édition.
- [6] Michel Hulin, *Electromagnétisme du cours aux applications*. Collection fondée par Pierre Louquet. Paris-1978.
- [7] Y. Oh, K. Sarabandi, and F. T. Ulaby, "Semi-empirical model of the ensemble-averaged differential Mueller matrix for microwave backscattering from bare soil surfaces," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 40, no 6, pp. 1348-1355, Jun. 2002.
- [8] S. Afifi, R. Dusséaux, and R. de Oliveira, "Statistical distribution of the field scattered by rough layered interfaces: Formulae derived from the small perturbation method," *Waves Random Complex Media*, vol. 20, no. 1, pp. 1–22, Feb. 2010.
- [9] Berrouk abla . « Étude statistique de la diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses naturelles ». Thèse de Doctorat, Université Annaba (2014).
- [10] S. Afifi, R. Dusséaux, and A. Berrouk, "Electromagnetic scattering from 3D layered structures with randomly rough interfaces: Analysis with the small perturbation method and the small slope approximation," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 62, no. 10, pp. 5200–5208, Oct. 2014.
- [11] S. Afifi and R. Dusséaux, "On the co-polarized phase difference of rough layered surfaces: Formulas derived from the small perturbation method," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. 59, no. 7, pp. 2607-2618, Jl. 2011.

- [12] S. Afifi and R. Dusséaux, “On the co-polarized scattered intensity ratio of rough layered surfaces: The probability law derived from the small perturbation method,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 60, no. 4, pp. 2133–2138, Apr. 2012.