

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

UNIVERSITE BADJI MOKHTAR - ANNABA
BADJI MOKHTAR – ANNABA UNIVERSITY



جامعة باجي مختار – عنابة

Faculté : Sciences de L'ingénierat
Département : Electronique
Domaine : Sciences et Techniques
Filière : Télécommunication
Spécialité : Systèmes des Télécommunications

Mémoire

Présenté en vue de l'obtention du Diplôme de Master

Thème:

Etude statistique des rapports d'intensités diffractées par un milieu stratifié à interfaces rugueuses en polarisation directe.

Présenté par : *BOUHADJAR IBTISSAM*
DELLALOU YASMINE

Encadrant : S. LAFIFI Professeur UBM Annaba

Jury de Soutenance :

N.BOUTERAA	MCA	UBM Annaba	Président
S. LAFIFI	Professeur	UBM Annaba	Encadrant
M. BOUGHAZI	Professeur	UBM Annaba	Examineur

Année Universitaire : 2020/2021

ملخص

أصبحت مشاكل موجات الانتثار الكهرومغناطيسي من خلال الهياكل المشوهة في السنوات الأخيرة موضوعًا بحثيًا مهمًا في الكهرومغناطيسية بفضل مجال تطبيقها الواسع في البصريات المتكاملة والاتصالات السلكية واللاسلكية. في أطروحة الماجستير هذه ، نحدد للبنية المكونة من ثلاث طبقات مفصولة بواجهتين مشوهتين عشوائيًا الخصائص الإحصائية لنسبة شدة الحقول المنعرجة في الاستقطابات المباشرة للواجهات ضعيفة الارتفاع ذات الطول اللانهائي وتوزيعات الارتفاع الغاوسي. نوضح أن الكثافة الاحتمالية لنسبة الشدة هي دالة لمعلمتين فقط. بالنسبة لسطح الجرانيت المغطى بالرمال وتكوينات التشتت الخلفي ، نقوم بدراسة تأثير زاوية السقوط ومعلمة الارتباط بين الواجهتين على إحصائيات نسبة الشدة.

ABSTRACT

The problems of the electromagnetic scattering waves through deformed structures have become in recent years an important research topic in electromagnetism thanks to its wide field of application in integrated optics and telecommunications. In this Master's thesis, we determine for a structure formed of three layers separated by two randomly deformed interfaces the statistical properties of the ratio of the intensities of the diffracted fields in direct polarizations for weakly rough interfaces of infinite length and Gaussian height distributions. We show that the probability density of the ratio of intensities is a function of only two parameters. For a granite surface covered with sand and backscattering configurations, we study the influence of the incidence angle and the correlation parameter between the two interfaces on the intensity ratio statistics.

RESUME

Les problèmes de la diffraction des ondes électromagnétiques à travers des structures déformées sont devenus au cours de ces dernières années un important thème de recherche en électromagnétisme grâce à son large domaine d'application en optique intégré et télécommunications. Dans ce mémoire, nous déterminons pour une structure formée de trois couches séparées par deux interfaces aléatoirement déformées les propriétés statistiques du rapport des intensités des champs diffractés en polarisations directes pour des interfaces faiblement rugueuses de longueur infinie et des distributions des hauteurs gaussiennes. Nous montrons que la densité de probabilité du rapport des intensités est une fonction seulement de deux paramètres. Pour une surface de granite recouverte de sable et des configurations en rétrodiffusion, nous étudions l'influence de l'angle d'incidence et du paramètre de corrélation entre les deux interfaces sur les statistiques du rapport des intensités.

Dédicace

Je dédie ce modeste travail de fin d'étude à mes chers parents qui ont sacrifié leur vie pour ma réussite.

*A **mon père** pour avoir toujours cru en moi et pour ses nombreux sacrifices.*

*A **ma mère** pour son soutien et ses encouragements.*

J'espère qu'un jour, je pourrai leur rendre un peu de ce qu'ils ont fait pour moi, que dieu leur prête bonheur et longue vie.

*A mon seul frère, À ma seule sœur. A toute ma famille. Et mes amies **Fayza, Narimane, Khaoula et Amira** et aussi tout les personnes qui ont pu m'aider et que sont intervenus d'une manière ou d'une autre dans la réalisation de ce mémoire ,et pour leur soutien moral et physique.*

*A la fin, Je dédie ce mémoire à Mon oncle **Fawzi** et ma tante **Souraya**, qui ne m'a pas abandonnée tout au long de cette période.*

Bouhadjar ibtissam

Dédicace

Je dédie ce modeste travail à :

Ma très chère mère,

Mon cher père,

Mes deux chers frères,

Toute ma famille DELLALOU,

Et toutes mes amies,

Et toute la promotion de Télécommunication (2021).

Dellalou Yasmine.

Remerciements

Je remercie tout d'abord Dieu, le Tout Puissant, de m'avoir bardé de courage et de patience pour venir à bout de mes faiblesses et faire de l'amour des études mon faible.

*Je tiens à remercier du fond du coeur mon encadreur **Mr. Lafifi saddek** pour avoir daigné diriger cet humble travail et qui, à aucun moment, ne s'est épargné pour m'éclairer, Et pour lui donner des conseils et des encouragements, ainsi que pour lui Gentillesse, disponibilité, pertinence et patience légendaire. je remercier tous les membres de jury*

Bouhadjar ibtissam

Remerciements

*Louange à DIEU le tout puissant, de nous avoir aidé à réaliser ce modeste projet.
Nous tenons à témoigner de nous gratitude à nos chers parents pour leurs aides
financières et morale durant nos études.*

Nous remerciments vont tout particulièrement à notre encadreur Monsieur Saddek Lafifi pour son suivi durant la période de préparation de notre mémoire, son aide et ses conseils qui nos ont été très précieux.

Je tiens à remercier profondément les membres de jury ainsi tous les enseignants du département d'électronique.

Dellalou Yasmine.

Liste des figures

Figure	Titre	N ^o
Figure I.1	Schéma simplifié d'une surface séparant deux milieux différents	10
Figure I.2	Polarisation d'onde électromagnétique (a) polarisation horizontale, (b) polarisation verticale.	11
Figure II.1	Structure à deux couches non parallèles	13
Figure IV.1	Rapport des intensités moyennes $I_{f(h)}^{(2)} / I_{f(v)}^{(2)}$ en fonction de l'angle d'incidence θ_0	35
Figure IV.2	Paramètre r en fonction de l'angle d'incidence θ_0	35
Figure IV.3	Densité de probabilité du rapport des intensités pour trois valeurs de θ_0	36
Figure IV.4	$\text{Prob}[I_{(h)}^{(2)} > pI_{(v)}^{(2)}]$ pour trois valeurs de θ_0	36
Figure IV.5	Densité de probabilité du rapport des intensités pour quatre valeurs de q	37
Figure IV.6	$\text{Prob}[I_{(h)}^{(2)} > pI_{(v)}^{(2)}]$ pour quatre valeurs de q	37

Table des matières

Résumé.....	I
Dédicaces.....	II
Remerciements.....	III
Liste des figures.....	IV
Table des matières.....	1
Introduction générale.....	3
CHAPITRE I: Les équations de Maxwell et la diffraction des ondes électromagnétiques	5
I.1. Introduction.....	6
I.2. Equations de Maxwell.....	6
I.3. Équations de propagation.....	8
I.4. Conditions aux limites imposées aux champs électromagnétiques.....	9
I.4.1. Conditions aux limites.....	9
I.4.2. Polarisation d'une onde plane.....	10
I.5. Conclusion.....	11
CHAPITRE II : Diffraction des ondes électromagnétiques par un milieu stratifié.....	12
II.1. Introduction.....	13
II.2. Présentation de problème.....	13
II.3. Amplitudes diffractées et développement de Rayleigh.....	14
II.3.1. Développements de Rayleigh.....	14
II.3.2. Champ incident.....	14
II.3.3. Conditions aux limites.....	16
II.4. Méthode de perturbation.....	18
II.4.1. Résolution à l'ordre zero.....	18
II.4.2. Résolution à l'ordre un.....	19
II.5. Intensité diffractée.....	21
CHAPITRE III : Statistique des champs diffractés et du rapport des intensités diffractées.....	23
III.1. Introduction.....	24
III.2. Variances et covariance des parties réelle et imaginaire de l'amplitude de diffractions	24

III.3. Densités de probabilité	26
III.4. Propriétés statistiques des rapports des intensités diffractées	28
III.4.1. La densité de probabilité conjoints des amplitudes de diffractions...28	
III.4.2. Densité de probabilité du rapport des intensités.....	31
Chapitre IV : Simulations.....	33
IV.1. L'effet de θ_0 sur le rapport des intensités moyennes et sur le paramètre r.....	34
IV.2. L'effet de θ_0 sur la distribution du rapport des intensités.....	35
IV.3. L'effet du paramètre de corrélation q sur la distribution du rapport des intensités.....	37
Conclusion générale.....	38
Références bibliographies.....	39

INTRODUCTION GENERALE

Dans notre thème, on va étudier le problème de la diffraction d'une onde électromagnétique par une structure composée de trois couches monodimensionnelles séparées par deux interfaces aléatoirement rugueuse. Il a plusieurs domaines d'applications que ce soit en télécommunication [1-2], dans le domaine optique [3-4] et en télédétection [1]. Le but principal de notre étude est de déterminer les effets de la rugosité des interfaces sur les ondes diffractées, en module, intensité et phase et en particulier rapport des intensités en polarisation directe qui fait l'objet de notre mémoire.

Dans ce mémoire pour la structure proposé, on va résoudre le problème de l'étude statistique des rapports des intensités diffractées ($I_1^{(h)} / I_1^{(v)}$) en polarisation E// et H// à grande distance par un milieu stratifié éclairée par une onde plane. La structure est composée de deux interfaces rugueuse de hauteurs gaussiennes qui séparent trois milieux de permittivités électrique différente. Cette étude nécessite la modélisation de ces surfaces par l'application des équations de Maxwell, les conditions aux limites et les méthodes approchées afin de déterminer les amplitudes des champs diffractés.

Dans le premier chapitre nous commençons par présenter, les équations de Maxwell sous forme classique [6-2]. L'étude de la diffraction des ondes par des surfaces rugueuses repose sur ces équations avec les grandeurs caractéristiques du milieu et l'équations de propagation (\vec{E} et \vec{H}) ainsi que sur les conditions aux limites imposées au champ électromagnétique [2].

Dans le deuxième chapitre, nous étudions le problème de la diffraction par la structure proposée. Nous commençons par la description statistique de la surface et le rappel des expressions des champs diffractés et transmises dans le cadre de l'hypothèse de Rayleigh [7] suivit par les conditions aux limites. La principale difficulté pour résoudre ce problème et la détermination des amplitudes de diffraction. Pour résoudre ce problème, nous utilisons la méthode des petites perturbations (SPM) conduisant aux expressions à l'ordre 0 et 1 des amplitudes des champs diffractés.

Dans le troisième chapitre, à partir des résultats du chapitre 2 nous déterminons les statistiques en polarisation directe (horizontale et verticale) du champ diffracté (amplitude, phase et intensité) à grande distance en fonction des propriétés électriques (permittivités) et statistiques du milieu stratifié (distances de corrélations et écart type) par le calcul de la moyenne, la variance, la densité de probabilité (module, phase et l'intensité). A partir duquel, nous déterminons les statistiques (densité de probabilité, moyenne et variance) du rapport des intensités en polarisation directe (horizontale E// et verticale H//).

Le chapitre quatre est réservé aux simulations numériques. Nous considérons le cas d'une surface de granite recouvert de sable. Nous étudions l'effet de l'angle d'incidence θ_0 sur le rapport

des intensités moyennes, sur le paramètre r , et sur la distribution du rapport des intensités. L'effet du paramètre de corrélation q sur la distribution du rapport des intensités a fait l'objet de quelques simulations.

CHAPITRE I :

Les équations de Maxwell et la diffraction des ondes électromagnétiques

I.1. Introduction

I.2. Equations de Maxwell

I.3. Équations de propagation

I.4. Conditions aux limites imposées aux champs électromagnétiques.

I.4.1. Conditions aux limites

I.4.2. Polarisation d'une onde plane

I.5. Conclusion

CHAPITRE I :

Les équations de Maxwell et la diffraction des ondes électromagnétiques

I.1. Introduction

La génération et la propagation des ondes électromagnétiques sont régies par les lois de l'électrodynamique. En particulier, les équations de Maxwell, associées aux conditions aux limites des champs électrique et magnétique et d'un modèle physique du milieu de propagation.

La théorie de l'électromagnétisme repose sur les célèbres équations de Maxwell. La synthèse de l'électromagnétisme peut être condensée en quatre équations qui décrivent la dynamique des champs. La diffraction des ondes électromagnétiques à travers des structures rugueuses nécessite le recours aux conditions aux limites qui reste l'une des étapes les plus importantes utilisées pour la résolution du problème et la détermination des champs diffractés. La modélisation de ce phénomène peut se faire soit à l'aide de théories rigoureuses basées sur la résolution des équations de Maxwell, soit avec des théories approchées.

Le but principal est :

- Présentation des équations de Maxwell.
- Les équations de la propagation et les conditions aux limites imposées aux champs électromagnétiques.
- A la fin, le phénomène de la diffraction d'une onde électromagnétique.

I.2. Equations de Maxwell

Les équations de Maxwell, aussi appelées équations de Maxwell-Lorentz, sont des lois fondamentales de la physique. Elles constituent les postulats de base de l'électromagnétisme, avec l'expression de la force électromagnétique de Lorentz.

Dans tout "milieu continu", ces champs de vecteurs vérifient les relations dites de Maxwell.

Ces relations peuvent être groupées en deux systèmes d'équations :

- Un système concernant les excitations électrique \vec{D} et magnétique \vec{H} :

$$\overrightarrow{rot}(\vec{H}) = \vec{J}_s + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{loi de Maxwell-Ampère}) \quad (\text{I.1})$$

$$\text{div}(\vec{D}) = \rho_s \quad (\text{loi de Gauss électrique}) \quad (\text{I.2})$$

où \vec{J}_s est le vecteur densité de courant en A/m² et ρ_s , la densité volumique de charge en C/m³.

- Un système concernant les champs électrique \vec{E} et magnétique \vec{B} :

$$\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{loi de Maxwell - Faraday}) \quad (\text{I.3})$$

$$\text{div}(\vec{B}) = 0 \quad (\text{loi de Gauss magnétique}) \quad (\text{I.4})$$

Le premier système (I.1,2) exprime les relations entre les sources (ρ_s, \vec{J}_s) et excitation électromagnétique vecteurs (\vec{D}, \vec{H}) , associée.

Le second système (I.3,4) exprime les relations entre les composantes \vec{E} et \vec{B} du champ électromagnétique responsable des forces qui s'exerceraient sur des charges et des courants d'essai. La connexion entre les deux systèmes s'établit en faisant intervenir les propriétés du milieu matériel (ou du vide) dans lequel se produisent les phénomènes, au moyen des relations constitutives.

Les sources ρ_s et \vec{J}_s vérifient l'équation de conservation de la charge :

$$\text{div}(\vec{J}_s) + \frac{\partial \rho_s}{\partial t} = 0 \quad (\text{I.5})$$

Avec:

- $\vec{E}(\vec{r}, t)$ est le vecteur champ électrique en V/m,
- $\vec{B}(\vec{r}, t)$ est le vecteur champ magnétique en Weber /m² (ou Tesla),
- $\vec{D}(\vec{r}, t)$ est le vecteur induction (ou déplacement) électrique en C/m²,
- $\vec{H}(\vec{r}, t)$ est le vecteur excitation magnétique en A/m.

Grandeurs caractéristiques du milieu :

De nouvelles relations doivent venir compléter les équations de Maxwell, en fonction des propriétés des milieux auxquels on les appliquera.

De telles relations sont appelées « équations constitutives » : un bon exemple est la loi d'Ohm (pour un conducteur ohmique de conductivité σ) :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (I.6)$$

Pour les champs \vec{D} et \vec{B} :

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (I.7)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (I.8)$$

Où ε , μ et σ sont des constantes indépendantes de \vec{E} et \vec{H} ; ils ont les caractéristiques suivantes :

$$\sigma = 0 \quad \text{Pour un milieu non conducteur ;}$$

$$\sigma \neq 0 \quad \text{Pour un milieu conducteur ;}$$

$$\mu_r = \mu / \mu_0$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon / \varepsilon_0 = n^2 \quad (n: \text{indice de réfraction du milieu}).$$

I.3. Équation de propagation

L'équation de propagation d'une onde électromagnétique peut se déterminer à partir des équations de Maxwell.

Pour le champ électrique \vec{E} :

Le rotationnel de l'équation (I.3) et d'après (I.7) on a:

$$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot} \vec{E}) = \overrightarrow{rot} \left(-\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right) = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \overrightarrow{rot} \vec{H} \quad (I.9)$$

Et; d'après (I.4), (I.6) et (I.8) on trouve que:

$$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot} \vec{E}) = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = -\mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (I.10)$$

Sachant que :

$$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot} \vec{E}) = \overrightarrow{grad}(\text{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E} \quad (I.11)$$

On obtient d'après (I.9) et (I.10) l'équation de propagation de \vec{E} :

$$\overrightarrow{grad}(\text{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E} + \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (I.12)$$

Dans le cas du vide :

$$\sigma = \rho = 0; \quad \mu = \mu_0; \quad \varepsilon = \varepsilon_0$$

Et l'équation devient :

$$\Delta \vec{E} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad (\text{I.13})$$

• **Pour le champ magnétique \vec{H} :**

De la même façon, et dans le vide l'équation de propagation s'écrit :

$$\Delta \vec{H} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad (\text{I.14})$$

On suppose que toutes les grandeurs complexes dépendent du temps par le facteur $\exp(j\omega t)$.

Les équations (I.12) et (I.13) peuvent donc s'écrire sous la forme :

$$\Delta \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \quad (\text{I.15})$$

$$\Delta \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0 \quad (\text{I.16})$$

Avec : k est le nombre d'onde ($k = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$), ces équations portent le nom d'équations de Helmholtz. Une solution élémentaire de ces équations est l'onde plane uniforme, où les champs sont exprimés sous forme exponentielle.

$$\vec{E}(r, t) = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - k \cdot r)} \quad (\text{I.17})$$

$$\vec{H}(r, t) = \vec{H}_0 e^{j(\omega t - k \cdot r)} \quad (\text{I.18})$$

Où \vec{E}_0 et \vec{H}_0 sont indépendants de r .

La relation entre les champs électrique et magnétique est donnée par :

$$Z = \left| \frac{E}{H} \right| = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \quad (\text{I.19})$$

Z : représente l'impédance du milieu.

I.4. Conditions aux limites imposées aux champs électromagnétiques.

I.4.1. Conditions aux limites

La plupart des problèmes électromagnétiques sont basés sur les équations de Maxwell. Ces équations sont valables dans tout l'espace infini [8]. Pour pouvoir appliquer la théorie de l'électromagnétisme à des milieux qui sont finis.

$$\Delta E + k^2 E = 0 \quad (\text{I.20})$$

$$\Delta H + k^2 H = 0 \quad (\text{I.21})$$

Où Δ représente le Laplacien scalaire.

Il faudra que les équations d'onde plane (I.19) et (I.20) des champs, électrique et magnétique, satisfissent aux conditions aux frontières, appelées aussi conditions aux limites entre les différents milieux, possédant des caractéristiques diélectriques différentes.

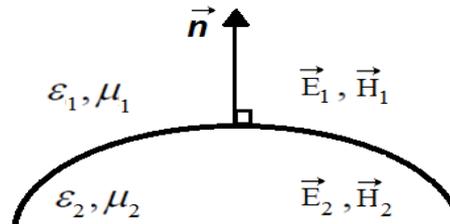


Figure I.1. Schéma simplifié d'une surface séparant deux milieux différents [2].

Considérons une surface qui sépare deux milieux différents, notons 1 et 2 soit homogènes et isotropes, présentée dans la figure.I.1 [9]. Pour pouvoir décrire le passage du rayonnement du milieu 1 au milieu 2, on définit les conditions aux limites imposées au champ électrique et magnétique par la continuité des composantes normales et tangentiellles.

✓ **La continuité des composantes normales:**

Cette dernière est définie à partir du déplacement électrique \vec{D} et la densité de flux magnétique \vec{B} .

$$\vec{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = 0 \quad (I.22)$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \quad (I.23)$$

✓ **La continuité des composantes tangentiellles**

Cette condition est écrite selon le champ électrique \vec{E} et le champ magnétique \vec{H}

$$\vec{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0 \quad (I.24)$$

$$\vec{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = 0 \quad (I.25)$$

La normale \vec{n} est la direction perpendiculaire à la surface de séparation, on note que pour une surface non plane la normale dépend du point considéré.

I.4.2. Polarisation d'une onde plane

La propagation d'une onde plane incidente permet de définir deux types de polarisations, une polarisation transversale électrique notée **(TE)** appelée aussi polarisation horizontale (**h**) et notée généralement par $E_{//}$, ou E le champ électrique de l'onde est perpendiculaire au plan d'incidence (figure I.2 (a)), et une polarisation transversale magnétique notée **(TM)** ou bien polarisation verticale

(V) aussi notée H_{\parallel} ; dans ce mode le champ magnétique de l'onde est perpendiculaire au plan d'incidence; c'est-à-dire que le champ électrique est dans le plan d'incidence (Figure I.2 (b)).

Quand un champ linéaire incident (\vec{E}_i ou \vec{H}_i), est réfléchi sur une surface parfaitement lisse, les champs réfléchis (\vec{E}_r ou \vec{H}_r) et transmis (\vec{E}_t ou \vec{H}_t) gardent les mêmes caractéristiques de polarisation du champ incident. Cependant, si le champ incident est réfléchi sur une surface rugueuse, dans ce cas la polarisation des champs réfléchis et transmis montre deux composantes: une composante similaire à la polarisation du champ incident que l'on appelle polarisation directe et l'autre orthogonale que l'on appelle, polarisation croisée [10-13].

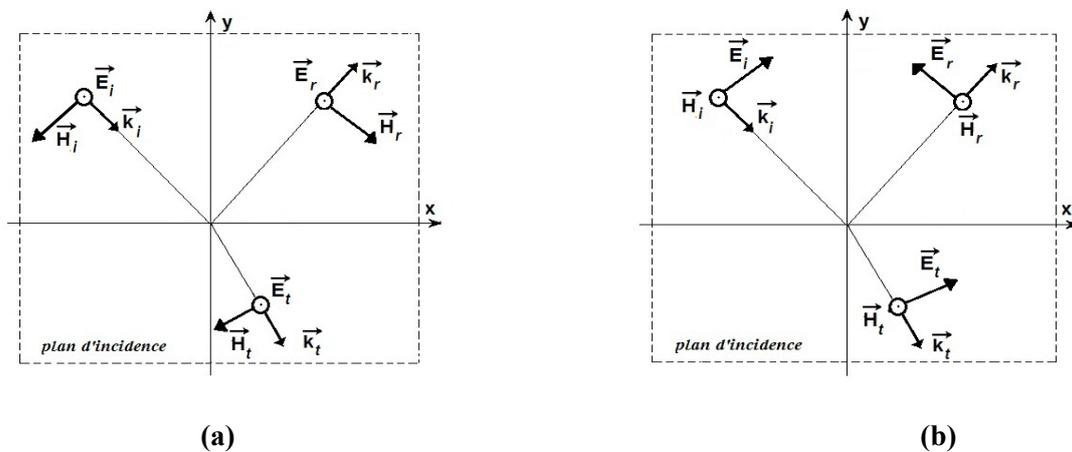


Figure I.2. Polarisation d'onde électromagnétique (a) polarisation horizontale, (b) polarisation verticale.

I.5. Conclusion:

Dans ce chapitre, nous avons procédé à une présentation globale de quelques notions d'électromagnétisme, nous avons présenté les équations de Maxwell, les équations de la propagation et les conditions aux limites imposées aux champs électromagnétiques.

CHAPITRE II :

Diffraction des ondes électromagnétiques par un milieu à interfaces rugueuses

II.1. Introduction

II.2. Présentation de problème

II.3. Amplitudes diffractées et développement de Rayleigh

II.3.1. Développements de Rayleigh

II.3.2. Champ incident

II.3.3. Conditions aux limites

II.4. Méthode de perturbation

II.4.1. Résolution à l'ordre zero

II.4.2. Résolution à l'ordre un

II.5. Intensité diffractée

CHAPITRE II :

Diffraction des ondes électromagnétiques par un milieu à interfaces rugueuses

II.1. Introduction

Dans ce chapitre, on considère d'étudier le problème de la diffraction par une structure composée de trois couches monodimensionnelles aléatoirement rugueuse. La principale difficulté pour résoudre ce problème est la détermination des amplitudes de diffraction. Afin d'obtenir les expressions des champs diffractés, nous utilisons la méthode approchée de petites perturbations (SPM, Small Perturbation Method).

Le but principal de ce chapitre :

- Présentation du problème de la diffraction par la structure.
- Le développement de Rayleigh.
- Méthode de perturbation.
- Intensité diffractée.

II.2. Présentation de problème

La géométrie du problème est représentée sur La figure II.1, présente une description géométrique de deux surfaces déformées aléatoirement. La structure est un empilement de deux interfaces non parallèles. Dans un intervalle de $-L/2$ à $+L/2$ et distantes de u_0 . Chaque surface est décrite par une fonction dérivable, $a(x)$ et $b(x)$ comme il est indiqué sur le schéma.

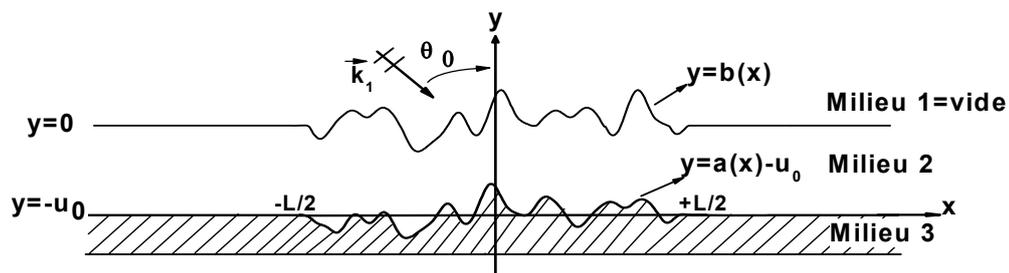


Figure II.1 : Structure à deux couches non parallèles

Les fonctions décrivant les interfaces sont des processus aléatoires gaussiens centrés ($\langle a(x) \rangle = \langle b(x) \rangle = 0, \forall x$) et supposés stationnaires à l'ordre 2. Par la suite, les crochets $\langle \rangle$

désignent l'espérance mathématique. Les fonctions aléatoires $a(x)$ et $b(x)$ peuvent être décrites à partir des relations de filtrage. Pour les applications, nous considérons le cas où les interfaces aléatoires présentent des fonctions de corrélation gaussiennes. Les fonctions d'autocorrélation $R_{ii}(x)$ ($R_{aa}(x)$ ou $R_{bb}(x)$) et la fonction d'intercorrélation $R_{ab}(x)$ sont données par.

$$\begin{aligned} R_{ii}(x) &= \sigma_i^2 \exp\left[-\frac{x^2}{l_i^2}\right] \\ R_{ab}(x) &= q_{ab} \sigma_a \sigma_b \frac{2l_a l_b}{l_a^2 + l_b^2} \exp\left[-\frac{2x^2}{l_a^2 + l_b^2}\right] \end{aligned} \quad (\text{II.1})$$

l_i Représenté la longueur de corrélation et σ_i la hauteur quadratique moyenne. Pour $q_{ab}=0$, les interfaces sont non corrélées. Elles sont totalement corrélées ($q_{ab}=1$). Les spectres et l'interspectre sont des gaussiennes avec :

$$\begin{aligned} \hat{R}_{ii}(\alpha) &= TF[R_{ii}(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{ii}(x) \exp(+j\alpha x) dx = \sigma_i^2 l_i \sqrt{\pi} \exp\left(-\frac{l_i^2 \alpha^2}{4}\right) \\ \hat{R}_{ab}(\alpha) &= TF[R_{ab}(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{ab}(x) \exp(+j\alpha x) dx = q_{ab} \sigma_a \sigma_b \sqrt{\pi l_a l_b} \exp\left[-\frac{(l_a^2 + l_b^2) \alpha^2}{8}\right] \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

Où $\hat{R}(\alpha)$ représente la transformée de Fourier de $R(x)$.

II.3. Amplitudes diffractées et développement de Rayleigh

II.3.1. Développements de Rayleigh

La principale difficulté à la résolution du problème de la diffraction par des surfaces déformées aléatoirement est la détermination des amplitudes diffractées en fonction des amplitudes incidentes et des caractéristiques du milieu. Une hypothèse a été introduite par Rayleigh à la fin du XIXème siècle, qui définit que l'onde diffractée est formée par une somme d'onde plane qui est dans le cas continu par une intégrale.

II.3.2. Champ incident

Les ondes diffractées sont dues au rayonnement des courants de surface créée par l'onde incidente, cette dernière est une onde plane de longueur d'onde λ , et dont le vecteur d'onde \vec{k}_1 , situé dans le plan (xOy) , fait l'angle d'incidence θ_0 avec l'axe (Oy) . On considère une dépendance temporelle en $\exp(j\omega t)$.

Le milieu 1 est assimilé au vide. On note $Z_1 = 120\pi$ son impédance et $k_1 = 2\pi / \lambda$, le nombre d'onde. Par la suite, les grandeurs $n_{2,3}$, $\varepsilon_{r,2,3}$, $Z_{2,3}$ et $k_{2,3}$ désignent les indices optiques, les permittivités relatives, les impédances et les nombres d'onde des milieux 2 et 3. En polarisation E//, le

champ électrique incident est parallèle à l'axe (Oz). En polarisation H//, c'est le champ magnétique qui est parallèle à l'axe (Oz).

En absence de déformation ($a(x) = b(x) = 0$), le phénomène de diffraction se réduit à la réflexion et réfraction spéculaire.

Dans le cas où l'onde incidente est plane, les champs réfléchi et réfracté sont également des ondes planes.

Par contre ; en cas de la présence de déformation, les ondes diffractées correspondent aux ondes rayonnées uniquement par la zone d'interaction de la surface, c'est la zone qui comprend la déformation et voisinage proche d'un point de vue électromagnétique.

Le champ incident se met sous la forme :

$$F_0(x, y) = \exp(-j\alpha_0 x + j\beta_0 y) = \begin{cases} E_{z0}(x, y) & \text{pour } E_{//} \\ Z_1 H_{z0}(x, y) & \text{pour } H_{//} \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

Où :

$$\alpha_0 = k_1 \sin \theta_0 ; \quad \beta_0 = k_1 \cos \theta_0 \quad (\text{II.4})$$

La puissance incidente P_0 indépendante de la longueur L de la déformation :

$$P_0 = \frac{\cos \theta_0}{2Z_1} \quad (\text{II.5})$$

Le plan étant localement déformé ($a(x) \neq b(x) \neq 0$). On a donc des champs diffractés dans chaque milieu s'expriment sous la forme de développements de Rayleigh.

Dans le vide, la composante parallèle à Oz est donnée sous la forme suivante :

$$F_1(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A_1(\alpha) \exp(-j\alpha x) \exp(-j\beta_1(\alpha)y) d\alpha \quad (\text{II.6})$$

Dans le milieu 2, il faut considérer des ondes se déplaçant dans les sens $+y$ et $-y$:

$$F_2(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A_2^{(-)}(\alpha) \exp(-j\alpha x) \exp(+j\beta_2(\alpha)y) d\alpha \\ + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A_2^{(+)}(\alpha) \exp(-j\alpha x) \exp(-j\beta_2(\alpha)y) d\alpha \quad (\text{II.7})$$

Dans le milieu 3, le développement de Rayleigh ne fait intervenir que des ondes se déplaçant dans le sens $-y$ avec :

$$F_3(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A_3(\alpha) \exp(-j\alpha x) \exp(+j\beta_3(\alpha)y) d\alpha \quad (\text{II.8})$$

Les constantes de propagation β_j ($j = 1, 2, 3$) présente une partie imaginaire inférieure ou égale à zéro avec :

$$\beta_j^2 + \alpha^2 = k_j^2, \quad \text{Im}(\beta_j) \leq 0 \quad (\text{II.9})$$

Les constantes de propagation β_j associées à α_0 sont notées $\beta_{j0} = \beta_j(\alpha_0)$ avec $\beta_0 = \beta_{10}$.

Les expressions des composantes électriques et magnétiques se déduisent des fonctions $F(x, y)$ avec :

En polarisation E// :

$$\begin{aligned} H_x(x, y) &= -\frac{1}{jkZ} \frac{\partial F(x, y)}{\partial y} \\ H_y(x, y) &= \frac{1}{jkZ} \frac{\partial F(x, y)}{\partial x} \end{aligned} \quad ; \quad F(x, y) = E_z \quad (\text{II.10})$$

En polarisation H// :

$$\begin{aligned} E_x(x, y) &= \frac{1}{jk} \frac{\partial F(x, y)}{\partial y} \\ E_y(x, y) &= -\frac{1}{jk} \frac{\partial F(x, y)}{\partial x} \end{aligned} \quad ; \quad F(x, y) = ZH_z \quad (\text{II.11})$$

L'hypothèse de Rayleigh s'accorde sur la validité des développements en tout point de l'espace y compris sur les surfaces limites [8]. Cette hypothèse permet d'écrire les conditions aux limites :

II.3.3. Conditions aux limites :

Les conditions aux limites ont pour but de déterminer et de calculer les inconnus (qui sont les amplitudes de diffraction, notés $A_1(\alpha)$, $A_2^{(-)}(\alpha)$, $A_2^{(+)}(\alpha)$ et $A_3(\alpha)$) produits par le développement de Rayleigh, en les appliquant sur les deux interfaces [15-19].

La continuité des composantes tangentielles à l'interface supérieure $y = b(x)$ donne :

En polarisation TE ($E_{//}$)

$$[F_{1z}(x, y)]_{y=b(x)} - [F_{2z}(x, y)]_{y=b(x)} = -[F_{0z}(x, y)]_{y=b(x)} \quad (\text{II.12})$$

$$\left[\frac{\partial F_1}{\partial y} - \dot{b}(x) \frac{\partial F_1}{\partial x} \right]_{y=b(x)} - \left[\frac{\partial F_2}{\partial y} - \dot{b}(x) \frac{\partial F_2}{\partial x} \right]_{y=b(x)} = - \left[\frac{\partial F_0}{\partial y} - \dot{b}(x) \frac{\partial F_0}{\partial x} \right]_{y=b(x)} \quad (\text{II.13})$$

En polarisation TM ($H_{//}$) :

$$n_2 \left[\frac{\partial F_1}{\partial y} - \dot{b}(x) \frac{\partial F_1}{\partial x} \right]_{y=b(x)} - \left[\frac{\partial F_2}{\partial y} - \dot{b}(x) \frac{\partial F_2}{\partial x} \right]_{y=b(x)} = -n_2 \left[\frac{\partial F_0}{\partial y} - \dot{b}(x) \frac{\partial F_0}{\partial x} \right]_{y=b(x)} \quad (\text{II.14})$$

$$[F_1(x, y)]_{y=b(x)} - n_2 [F_2(x, y)]_{y=b(x)} = -[F_0(x, y)]_{y=b(x)} \quad (\text{II.15})$$

La continuité des composantes tangentielles à l'interface inférieure $y = a(x) - u_0$ conduit aux relations suivantes :

En polarisation TE ($E_{//}$) :

$$[F_{2z}(x, y)]_{y=a(x)-u_0} = [F_{3z}(x, y)]_{y=a(x)-u_0} \quad (\text{II.16})$$

$$\left[\frac{\partial F_2}{\partial y} - \dot{a}(x) \frac{\partial F_2}{\partial x} \right]_{y=a(x)-u_0} = \left[\frac{\partial F_3}{\partial y} - \dot{a}(x) \frac{\partial F_3}{\partial x} \right]_{y=a(x)-u_0} \quad (\text{II.17})$$

En polarisation TM ($H_{//}$),

$$n_3 \left[\frac{\partial F_2}{\partial y} - \dot{a}(x) \frac{\partial F_2}{\partial x} \right]_{y=a(x)-u_0} = n_2 \left[\frac{\partial F_3}{\partial y} - \dot{a}(x) \frac{\partial F_3}{\partial x} \right]_{y=a(x)-u_0} \quad (\text{II.18})$$

$$n_3 [F_3(x, y)]_{y=a(x)-u_0} = n_2 [F_2(x, y)]_{y=a(x)-u_0} \quad (\text{II.19})$$

La résolution du problème de la diffraction par un milieu stratifié constitué de deux interfaces rugueuses aléatoires consiste à déterminer les champs F_1 , F_2 et F_3 , en utilisant la méthode de perturbation (SPM).

II.4. Méthode de perturbation

La méthode des petites perturbations (à l'ordre 1) a été introduite par Rayleigh pour la diffraction des ondes acoustiques par une surface rugueuse. Elle est valable pour des surfaces rugueuses dont la hauteur est petite devant la longueur d'onde. Cette méthode peut s'obtenir grâce à la décomposition en ondes planes du champ diffracté au dessus de la surface. Cette décomposition est supposée valable aussi sur la surface rugueuse. À partir du développement perturbatif du champ diffracté sur la surface rugueuse et des conditions de continuité du champ électrique et magnétique, il est possible de déterminer l'amplitude diffractée [15-19].

Pour des faibles hauteurs quadratiques moyennes des interfaces devant la longueur d'onde λ , une bonne approximation consiste à représenter les amplitudes de diffraction et les fonctions exponentielles par leur développement en séries entières.

$$A(\alpha) = \sum_p A^{(p)}(\alpha) \quad (\text{II.20})$$

$$\exp(\pm j\beta a(x)) = \sum_p \frac{(\pm j\beta a(x))^p}{p!}; \quad \exp(\pm j\beta b(x)) = \sum_p \frac{(\pm j\beta b(x))^p}{p!} \quad (\text{II.21})$$

Pour chaque ordre de perturbation (p), on sera donc amené à écrire les conditions aux limites afin de trouver les termes $A^{(p)}(\alpha)$ qui permettent par la suite de trouver la répartition angulaire de l'intensité d'énergie diffractée correspondante à cet ordre. Ceci fera l'objet du chapitre III avec l'étude statistique (densité de probabilité, moyenne et variance) de l'intensité de diffraction.

II.4.1. Résolution à l'ordre zéro :

A l'ordre zéro, les deux interfaces sont parfaitement lisses. A partir des conditions aux limites, on obtient un système d'équations dans les deux modes, chaque système est formé par quatre équations à quatre inconnus. La résolution de ce système permet de trouver l'amplitude de diffraction à l'ordre zéro dans les trois milieux.

En polarisation E//, on a :

$$\begin{aligned} A_{1,h}^{(0)}(\alpha) - A_{2,h}^{(+,0)}(\alpha) - A_{2,h}^{(-,0)}(\alpha) &= -\delta(\alpha - \alpha_0) \\ -\beta_1 A_{1,h}^{(0)}(\alpha) + \beta_2 A_{2,h}^{(+,0)}(\alpha) - \beta_2 A_{2,h}^{(-,0)}(\alpha) &= -\beta_0 \delta(\alpha - \alpha_0) \\ A_{2,h}^{(+,0)}(\alpha) \exp(+j\beta_2 u_0) + A_{2,h}^{(-,0)}(\alpha) \exp(-j\beta_2 u_0) - A_{3,h}^{(-,0)}(\alpha) \exp(-j\beta_3 u_0) &= 0 \\ \beta_2 A_{2,h}^{(+,0)}(\alpha) \exp(+j\beta_2 u_0) - \beta_2 A_{2,h}^{(-,0)}(\alpha) \exp(-j\beta_2 u_0) + \beta_3 A_{3,h}^{(-,0)}(\alpha) \exp(-j\beta_3 u_0) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{II.22})$$

La résolution de ce système donne les résultats suivants :

$$\begin{aligned} A_{1,h}^{(0)}(\alpha) &= \frac{j(\beta_{10}\beta_{30} - \beta_{20}^2) \sin \beta_{20} u_0 + \beta_{20}(\beta_{10} - \beta_{30}) \cos \beta_{20} u_0}{r_{0h}} \delta(\alpha - \alpha_0) \\ A_{2,h}^{(+,0)}(\alpha) &= \frac{\beta_{10}(\beta_{20} - \beta_{30}) \exp(-j\beta_{20} u_0) \delta(\alpha - \alpha_0)}{r_{0h}} \\ A_{2,h}^{(-,0)}(\alpha) &= \frac{\beta_{10}(\beta_{20} + \beta_{30}) \exp(+j\beta_{20} u_0) \delta(\alpha - \alpha_0)}{r_{0h}} \\ A_{3,h}^{(-,0)}(\alpha) &= \frac{2\beta_{20}\beta_{10} \exp(+j\beta_{30} u_0) \delta(\alpha - \alpha_0)}{r_{0h}} \end{aligned} \quad (\text{II.23})$$

Avec

$$r_{0h} = \beta_{20}(\beta_{30} + \beta_{10}) \cos \beta_{20} u_0 + j(\beta_{10}\beta_{30} + \beta_{20}^2) \sin \beta_{20} u_0 \quad (\text{II.24})$$

En polarisation H//, on a :

$$\begin{aligned}
A_{1,v}^{(0)}(\alpha) - n_2 A_{2,v}^{(+,0)}(\alpha) - n_2 A_{2,v}^{(-,0)}(\alpha) &= -\delta(\alpha - \alpha_0) \\
-n_2 \beta_1 A_{1,v}^{(0)}(\alpha) + \beta_2 A_{2,v}^{(+,0)}(\alpha) - \beta_2 A_{2,v}^{(-,0)}(\alpha) &= -n_2 \beta_0 \delta(\alpha - \alpha_0) \\
n_2 \left(A_{2,v}^{(+,0)}(\alpha) \exp(+j\beta_2 u_0) + A_{2,v}^{(-,0)}(\alpha) \exp(-j\beta_2 u_0) \right) &= n_3 A_{3,v}^{(-,0)}(\alpha) \exp(-j\beta_3 u_0) \\
n_3 \beta_2 \left(A_{2,v}^{(+,0)}(\alpha) \exp(+j\beta_2 u_0) - A_{2,v}^{(-,0)}(\alpha) \exp(-j\beta_2 u_0) \right) &= -n_2 \beta_3 A_{3,v}^{(-,0)}(\alpha) \exp(-j\beta_3 u_0)
\end{aligned} \tag{II.25}$$

Les amplitudes sont données par :

$$\begin{aligned}
A_{1,v}^{(0)}(\alpha) &= \frac{j(n_2^4 \beta_{10} \beta_{30} - n_3^2 \beta_{20}^2) \sin \beta_{20} u_0 + n_2^2 \beta_{20} (n_3^2 \beta_{10} - \beta_{30}) \cos \beta_{20} u_0}{r_{0v}} \delta(\alpha - \alpha_0) \\
A_{2,v}^{(+,0)}(\alpha) &= \frac{(-n_2^2 \beta_{30} + n_3^2 \beta_{20}) n_2 \beta_0 \exp(-j\beta_{20} u_0)}{r_{0v}} \delta(\alpha - \alpha_0) \\
A_{2,v}^{(-,0)}(\alpha) &= \frac{(n_2^2 \beta_{30} + n_3^2 \beta_{20}) n_2 \beta_{10} \exp(+j\beta_{20} u_0)}{r_{0v}} \delta(\alpha - \alpha_0) \\
A_{3,v}^{(0)}(\alpha) &= \frac{2n_3 n_2^2 \beta_{10} \beta_{20} \exp(+j\beta_{30} u_0)}{r_{0v}} \delta(\alpha - \alpha_0)
\end{aligned} \tag{II.26}$$

Avec :

$$r_{0v} = n_2^2 \beta_{20} (n_3^2 \beta_{10} + \beta_{30}) \cos \beta_{20} u_0 + j(n_3^2 \beta_{20}^2 + n_2^4 \beta_{10} \beta_{30}) \sin \beta_{20} u_0 \tag{II.27}$$

On suppose pour établir les relations des amplitudes que $r_{0h,v} \neq 0$.

II.4.2. Résolution à l'ordre un

Le phénomène de diffraction est analysé au premier ordre de la perturbation. On cherche la solution des conditions limites (II.12)-(II.19) au premier ordre de perturbation. Tous calculs faits, nous trouvons pour l'amplitude de diffraction au dessus de la surface s'exprime par la relation:

$$A_1^{(1)}(\alpha) = K_a \hat{a}(\alpha - \alpha_0) + K_b \hat{b}(\alpha - \alpha_0) \tag{II.28}$$

$\hat{a}(\alpha)$ et $\hat{b}(\alpha)$ sont les transformées de Fourier des fonctions $a(x)$ et $b(x)$:

$$\hat{a}(\alpha) = \int_{-L/2}^{+L/2} a(x) \exp(j\alpha x) dx \tag{II.29}$$

$$\hat{b}(\alpha) = \int_{-L/2}^{+L/2} b(x) \exp(j\alpha x) dx \tag{II.30}$$

Les coefficients K_a et K_b dépendent de la polarisation. En polarisation E//, on obtient les expressions suivantes :

$$K_{a,h} = j2\beta_{10} \frac{\beta_2\beta_{20}(k_2^2 - k_3^2)}{r_h(\alpha)r_{0h}} \quad (\text{II.31})$$

$$K_{b,h} = j2\beta_{10} \frac{(\beta_2 \cos \beta_2 u_0 + j\beta_3 \sin \beta_2 u_0)(\beta_{20} \cos \beta_{20} u_0 + j\beta_{30} \sin \beta_{20} u_0)(k_1^2 - k_2^2)}{r_h(\alpha)r_{0h}} \quad (\text{II.32})$$

Et :

$$r_h(\alpha) = \beta_2(\beta_3 + \beta_1) \cos \beta_2 u_0 + j(\beta_1 \beta_3 + \beta_2^2) \sin \beta_2 u_0 \quad (\text{II.33})$$

En polarisation H//, nous trouvons :

$$K_{a,v} = j2\beta_{10} \frac{\beta_2\beta_{20}n_2^2(n_3^2 - n_2^2)(\beta_3\beta_{30}n_2^2 - n_3^2\alpha\alpha_0)}{r_v(\alpha)r_{0v}} \quad (\text{II.34})$$

$$K_{b,v} = \frac{2\beta_{10}(1-n_2^2)}{r_v(\alpha)r_{0v}} \left\{ \begin{array}{l} n_2^2 n_3^2 \left[\begin{array}{l} \beta_2(\beta_{20}^2\beta_3 - n_2^2\beta_{30}\alpha\alpha_0) \sin \beta_{20} u_0 \cos \beta_2 u_0 \\ -\beta_{20}(n_2^2\beta_3\alpha\alpha_0 - \beta_{30}\beta_2^2) \cos \beta_{20} u_0 \sin \beta_2 u_0 \end{array} \right] \\ +j \left[\begin{array}{l} (n_3^4\beta_{20}^2\beta_2^2 - n_2^6\beta_3\beta_{30}\alpha\alpha_0) \sin \beta_{20} u_0 \sin \beta_2 u_0 \\ +n_2^2\beta_{20}\beta_2(n_3^4\alpha\alpha_0 - n_2^2\beta_{30}\beta_3) \cos \beta_{20} u_0 \cos \beta_2 u_0 \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (\text{II.35})$$

et

$$r_v(\alpha) = n_2^2\beta_2(n_3^2\beta_1 + \beta_3) \cos \beta_2 u_0 + j(n_3^2\beta_2^2 + n_2^4\beta_1\beta_3) \sin \beta_2 u_0 \quad (\text{II.36})$$

Si les deux milieux sont identiques, les amplitudes $A_2^{(+,1)}(\alpha)$ sont égales à zéro. La fonction $A_2^{(-,1)}(\alpha)$ s'identifie à la fonction $A_3(\alpha)$. Nous retrouvons les amplitudes de diffraction d'une simple interface [16].

Dans le cas où les milieux 2 et 3 sont identiques, le coefficient K_a est égal à zéro et nous obtenons les amplitudes de diffraction d'une simple interface. On peut noter que $K_{(a,b),h} = -K_{(a,b),v}$ pour $\alpha = \alpha_0 = 0$.

II.5. Intensité diffractée

Nous considérons que l'onde plane a une amplitude de manière à avoir une puissance apportée à la déformation indépendante de la longueur L avec :

$$P_0 = \frac{k \cos \theta_0}{2kZ_1} = \frac{\beta_0}{2kZ_1} \quad (\text{II.37})$$

La puissance diffractée est calculée à partir de la composante N^y du vecteur de Poynting :

$$N^y = E_z H_x = -F(x, y) \frac{\partial F(x, y)}{jkZ \partial y}. \quad \text{E//} \quad (\text{II.38})$$

$$N^y = -E_x H_z = -F(x, y) \frac{\partial F(x, y)}{jkZ \partial y} \quad H// \quad (\text{II.39})$$

Donc, pour les deux types de polarisation, l'expression de la composante N^y du vecteur de Poynting est la même. Elle est donnée par :

$$N^y(x, y) = jF(x, y) \frac{\partial F(x, y)}{kZ \partial y} \quad (\text{II.40})$$

Sa valeur moyenne est :

$$\bar{N}^y(x, y) = \frac{1}{2kZ} \text{Re} \left(jF(x, y) \frac{\partial F(x, y)^*}{\partial y} \right) \quad (\text{II.41})$$

La puissance totale diffractée par unité de largeur est :

$$P^d = \int_0^1 \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{N}^y(x, y) dx dz = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{N}^u(x, u) dx \quad (\text{II.42})$$

Suivant le théorème de Parseval, la relation de la puissance diffractée s'écrit :

$$P^d = \frac{1}{2kZ} \text{Re} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \beta |A_1(\alpha)|^2 d\alpha \right] \quad (\text{II.43})$$

Loin de la surface de séparation des deux milieux, l'énergie est transportée uniquement par des ondes planes. Dans l'air pour les ondes planes, on a : $\beta^2 \geq 0 \Rightarrow |\alpha| \leq k$ ce qui permet de réduire l'intervalle d'intégration à $[-k, +k]$:

$$P^d = \frac{1}{2kZ} \text{Re} \left[\int_{-k}^{+k} \beta |A_1(\alpha)|^2 d\alpha \right] = \frac{1}{2kZ} \text{Re} \left[\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} k^2 \cos^2 \theta |A_1(k \sin \theta)|^2 d\theta \right] \quad (\text{II.44})$$

L'intégrand de l'intégrale représente la densité angulaire de puissance diffractée $p^d(k \sin \theta)$ pour $-\pi/2 \leq \theta \leq +\pi/2$. Dans une direction θ donnée ($\alpha = k \sin \theta$), la puissance diffractée est donnée par :

$$p^d(k \sin \theta) = \frac{k^2 \cos^2 \theta |A_1(k \sin \theta)|^2}{2kZ} = \frac{k^2 \cos^2 \theta |A_1(k \sin \theta)|^2}{2kZ} \quad (\text{II.45})$$

Comme nous nous intéressons particulièrement à la répartition angulaire de l'énergie diffractée, nous définissons une quantité dite "intensité diffractée" par le rapport de la puissance diffractée par la partie rugueuse dans la direction θ ($\alpha = k \sin \theta$) à la puissance incidente :

$$I^d(k \sin \theta) = \frac{p^d(k \sin \theta)}{2\pi P_0} = \frac{k^2 \cos^2 \theta |A_1(k \sin \theta)|^2}{2\pi k \cos \theta_0} \quad (\text{II.46})$$

D'où :

$$I^d(k \sin \theta) = \frac{\cos^2 \theta \{ \text{Re}^2 [A_1(k \sin \theta)] + \text{Im}^2 [A_1(k \sin \theta)] \}}{\lambda \cos \theta_0} \quad (\text{II.47})$$

A grande distance, la dépendance angulaire du champ diffracté est donnée par le produit $A_1^{(1)}(\alpha = k_1 \sin \theta) \cos \theta$. Cette dépendance conduit au coefficient de diffusion bistatique $I_{d1}^{(2)}(\theta)$ qui est défini comme la densité angulaire de puissance diffractée sous la direction θ divisée par la puissance incidente P_0 [16]. A l'ordre 1 de la méthode des petites perturbations, nous obtenons :

$$I_{d1}^{(h,v)}(\theta) = \frac{\cos^2 \theta}{\lambda \cos \theta_0} |A_{1(h,v)}^{(1)}(k_1 \sin \theta)|^2 \quad (\text{II.48})$$

$A_{1(h,v)}^{(1)}(k_1 \sin \theta)$ est une fonction aléatoire de l'angle d'observation θ .

Puisque $\langle a(x) \rangle = \langle b(x) \rangle = 0$, nous déduisons que le champ cohérent est égal à zéro et que l'amplitude de diffraction est une variable aléatoire centrée ($\langle A_{1(h,v)}^{(1)}(k_1 \sin \theta) \rangle = 0$) et que le champ cohérent et l'intensité cohérente sont nuls. L'intensité cohérente étant nulle. Le coefficient bistatique moyen s'identifie donc à l'intensité incohérente avec :

$$\langle I_{d1}^{(h,v)}(\theta) \rangle = I_{f1}^{(h,v)}(\theta) = \frac{\langle \text{Re}^2 (A_{1(h,v)}^{(1)}(k_1 \sin \theta)) \rangle + \langle \text{Im}^2 (A_{1(h,v)}^{(1)}(k_1 \sin \theta)) \rangle}{\lambda \cos \theta_0} \cos^2 \theta \quad (\text{II.49})$$

Où : $-\pi/2 \leq \theta \leq +\pi/2$.

CHAPITRE III

Statistique des champs diffractés et du rapport des intensités diffractées

III.1. Introduction

III.2. Variances et covariance des parties réelle et imaginaire de l'amplitude de diffractions

III.3. Densités de probabilité

III.4. Propriétés statistiques des rapports des intensités diffractées

III.4.1. La densité de probabilité conjointes des amplitudes de diffractions

III.4.2. Densité de probabilité du rapport des intensités

CHAPITRE III

Statistique des champs diffractés et du rapport des intensités diffractées

III.1. Introduction

L'étude de la diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses nécessite la modélisation de ces surfaces. Pour cela, une approche probabiliste est utilisée. La surface est un processus aléatoire vérifiant certaines propriétés statistiques. Pour les surfaces que nous utilisons, la distribution des hauteurs est supposée gaussienne. De plus les surfaces sont stationnaires spatialement, c'est à dire que les propriétés statistiques de la surface sont invariantes par translation des coordonnées spatiales. Bien que les surfaces rugueuses ne soient pas nécessairement gaussiennes, l'utilisation de statistiques gaussiennes permet de réduire la complexité associée au processus aléatoire. La description d'un processus aléatoire gaussien est donnée par sa moyenne et sa fonction de corrélation.

Le but de ce chapitre est :

L'étude statistique (densité de probabilité, moyenne et variance) des champs diffractés (amplitude, intensité) et rapports des intensités diffractées en polarisation directe (horizontale et verticale).

III.2. Variances et covariance des parties réelle et imaginaire de l'amplitude de diffraction [18-20]:

D'après la relations (II.28 $A_1^{(1)}(\alpha) = K_a \hat{a}(\alpha - \alpha_0) + K_b \hat{b}(\alpha - \alpha_0)$), les parties réelle et imaginaire de l'amplitude de diffraction sont données sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \text{Re}[A_1^{(1)}(\alpha)] &= \text{Re}(K_a) \text{Re}[\hat{a}(\gamma)] - \text{Im}(K_a) \text{Im}[\hat{a}(\gamma)] + \text{Re}(K_b) \text{Re}[\hat{b}(\gamma)] - \text{Im}(K_b) \text{Im}[\hat{b}(\gamma)] \\ \text{Im}[A_1^{(1)}(\alpha)] &= \text{Im}(K_a) \text{Re}[\hat{a}(\gamma)] + \text{Re}(K_a) \text{Im}[\hat{a}(\gamma)] + \text{Im}(K_b) \text{Re}[\hat{b}(\gamma)] + \text{Re}(K_b) \text{Im}[\hat{b}(\gamma)] \end{aligned} \quad (\text{III.1})$$

Avec $\gamma = \alpha - \alpha_0$. A partir de l'expression (III.1), nous obtenons les variances σ_R^2 et σ_I^2 et la covariance Γ_{RI} des parties réelle et imaginaire de l'amplitude de diffraction sous les formes suivantes :

$$\begin{aligned} \sigma_R^2 = \langle \text{Re}^2[A_1^{(1)}(\alpha)] \rangle &= \text{Re}^2(K_a) \langle \text{Re}^2(\hat{a}(\gamma)) \rangle + \text{Im}^2(K_a) \langle \text{Im}^2(\hat{a}(\gamma)) \rangle \\ &+ \text{Re}^2(K_b) \langle \text{Re}^2(\hat{b}(\gamma)) \rangle + \text{Im}^2(K_b) \langle \text{Im}^2(\hat{b}(\gamma)) \rangle \\ &+ 2 \text{Re}(K_a) \text{Re}(K_b) \langle \text{Re}(\hat{a}(\gamma)) \text{Re}(\hat{b}(\gamma)) \rangle \\ &+ 2 \text{Im}(K_a) \text{Im}(K_b) \langle \text{Im}(\hat{a}(\gamma)) \text{Im}(\hat{b}(\gamma)) \rangle \\ &+ 2 \text{Im}(K_a K_b^*) \langle \text{Re}(\hat{a}(\gamma)) \text{Im}(\hat{b}(\gamma)) \rangle \end{aligned} \quad (\text{III.2})$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_I^2 = & \langle \text{Im}^2[A_1^{(1)}(\alpha)] \rangle = \text{Re}^2(K_a) \langle \text{Im}^2(\hat{a}(\gamma)) \rangle + \text{Im}^2(K_a) \langle \text{Re}^2(\hat{a}(\gamma)) \rangle \\
 & + \text{Re}^2(K_b) \langle \text{Im}^2(\hat{b}(\gamma)) \rangle + \text{Im}^2(K_b) \langle \text{Re}^2(\hat{b}(\gamma)) \rangle \\
 & + 2 \text{Im}(K_a) \text{Im}(K_b) \langle \text{Re}(\hat{a}(\gamma)) \text{Re}(\hat{b}(\gamma)) \rangle \\
 & + 2 \text{Re}(K_a) \text{Re}(K_b) \langle \text{Im}(\hat{a}(\gamma)) \text{Im}(\hat{b}(\gamma)) \rangle \\
 & + 2 \text{Im}(K_a K_b^*) \langle \text{Re}(\hat{a}(\gamma)) \text{Im}(\hat{b}(\gamma)) \rangle
 \end{aligned} \tag{III.3}$$

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{RI} = & \langle \text{Re}[A_1^{(1)}(\alpha)] \text{Im}[A_1^{(1)}(\alpha)] \rangle = \text{Re}(K_a) \text{Im}(K_a) (\langle \text{Re}^2(\hat{a}(\gamma)) \rangle - \langle \text{Im}^2(\hat{a}(\gamma)) \rangle) \\
 & + \text{Re}(K_b) \text{Im}(K_b) (\langle \text{Re}^2(\hat{b}(\gamma)) \rangle - \langle \text{Im}^2(\hat{b}(\gamma)) \rangle) \\
 & + \text{Im}(K_a K_b) (\langle \text{Re}(\hat{a}(\gamma)) \text{Re}(\hat{b}(\gamma)) \rangle - \langle \text{Im}(\hat{a}(\gamma)) \text{Im}(\hat{b}(\gamma)) \rangle)
 \end{aligned} \tag{III.4}$$

D'après les calculs présentés dans la référence [18-20], les variances des parties réelle et imaginaire des transformées de Fourier $\hat{a}(\gamma)$ et $\hat{b}(\gamma)$ se mettent sous la forme suivante :

Calcul des variances :

On a :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{Ra}^2 &= \frac{1}{2} \int_{-L}^L \left(1 - \frac{|\kappa|}{L}\right) R_{aa}(\kappa) \cos \gamma \kappa d \kappa + \frac{1}{2} \int_{-L}^L \left(1 - \frac{|\kappa|}{L}\right) \sin c \gamma (L - |\kappa|) R_{aa}(\kappa) d \kappa \\
 \sigma_{Ia}^2 &= \frac{1}{2} \int_{-L}^L \left(1 - \frac{|\kappa|}{L}\right) R_{aa}(\kappa) \cos \gamma \kappa d \kappa - \frac{1}{2} \int_{-L}^L \left(1 - \frac{|\kappa|}{L}\right) \sin c \gamma (L - |\kappa|) R_{aa}(\kappa) d \kappa
 \end{aligned} \tag{III.5}$$

Où $\text{sinc}x = \sin x/x$. Nous pouvons par ailleurs montrer que $\text{Re}[\hat{c}(\gamma)]$ et $\text{Im}[\hat{c}(\gamma)]$ sont non corrélées :

$$\langle \text{Re}(\hat{c}(\gamma)) \text{Im}(\hat{c}(\gamma)) \rangle = 0 \tag{III.6}$$

Si les surfaces sont corrélées, les covariances associées à $\hat{a}(\gamma)$ et $\hat{b}(\gamma)$ sont non nulles avec :

$$\begin{aligned}
 \langle \text{Re}(\hat{a}(\gamma)) \text{Re}(\hat{b}(\gamma)) \rangle &= \frac{1}{2} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) \cos \gamma x R_{ab}(x) dx + \frac{1}{2} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) \text{sinc}(\gamma(L - |x|)) R_{ab}(x) dx \\
 \langle \text{Im}(\hat{a}(\gamma)) \text{Im}(\hat{b}(\gamma)) \rangle &= \frac{1}{2} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) \cos \gamma x R_{ab}(x) dx - \frac{1}{2} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) \text{sinc}(\gamma(L - |x|)) R_{ab}(x) dx \\
 \langle \text{Re}(\hat{a}(\gamma)) \text{Im}(\hat{b}(\gamma)) \rangle &= - \langle \text{Im}(\hat{a}(\gamma)) \text{Re}(\hat{b}(\gamma)) \rangle = \frac{1}{2} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) \sin(\gamma x) R_{ab}(x) dx
 \end{aligned} \tag{III.7}$$

Pour une valeur de α donnée, les relations (III.4) à (III.5) montrent que les variables aléatoires $\text{Re}[A_1^{(1)}(\alpha)]$ et $\text{Im}[A_1^{(1)}(\alpha)]$ présentent, dans le cas général, des variances différentes. La relation (III.6) indique que ces variables aléatoires sont corrélées quelle que soit l'état corrélé ou non corrélé des

Chapitre III : *Statistique des champs diffractés et des rapports des intensités diffractées*

deux interfaces. En remplaçant (III.2), (III.3), (III.4), (III.6) dans (II.49), nous montrons que l'intensité incohérente dépend aussi de la longueur L [11] et des fonctions d'autocorrélation et d'intercorrélation :

$$I_{f1}^{(h,v)}(\theta) = \frac{\cos^2 \theta}{\lambda \cos \theta_0} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) \left(|K_{a(h,v)}|^2 R_{aa}(x) + |K_{b(h,v)}|^2 R_{bb}(x) \right) \cos(\gamma x) dx + \frac{\cos^2 \theta}{\lambda \cos \theta_0} \int_{-L}^{+L} \left(1 - \frac{|x|}{L}\right) 2 \operatorname{Re}[K_{a(h,v)} K_{b(h,v)}^* \exp(-j\gamma x)] R_{ab}(x) dx \quad (\text{III.8})$$

Sachant que $K_{a,b}^{(E//)} = -K_{a,b}^{(H//)}$ pour $\alpha = \alpha_0 = 0$, l'intensité incohérente rétrodiffusée en incidence normale présente la même valeur en polarisation E// et H//. Dans le cas de surfaces non corrélées, la fonction d'intercorrélation est nulle et l'expression (III.8) de l'intensité incohérente se simplifie avec $R_{ab}(x) = 0$.

Comportements asymptotiques des variances, de la covariance et de l'intensité incohérente :

D'après (III.7), on démontre qu'en dehors de la réflexion spéculaire $\gamma \neq 0$ et pour $L \rightarrow +\infty$,

$$\langle \operatorname{Re}^2(\hat{c}(\gamma)) \rangle = \langle \operatorname{Im}^2(\hat{c}(\gamma)) \rangle = \frac{\hat{R}_{cc}(\gamma)}{2} \quad (\text{III.9})$$

$$\langle \operatorname{Re}(\hat{a}(\gamma)) \operatorname{Re}(\hat{b}(\gamma)) \rangle = \langle \operatorname{Im}(\hat{a}(\gamma)) \operatorname{Im}(\hat{b}(\gamma)) \rangle = \frac{\hat{R}_{ab}(\gamma) + \hat{R}_{ab}(-\gamma)}{4} \quad (\text{III.10})$$

$$\langle \operatorname{Re}(\hat{a}(\gamma)) \operatorname{Im}(\hat{b}(\gamma)) \rangle = -\langle \operatorname{Im}(\hat{a}(\gamma)) \operatorname{Re}(\hat{b}(\gamma)) \rangle = \frac{\hat{R}_{ab}(\gamma) - \hat{R}_{ab}(-\gamma)}{4j}$$

En substituant (III.9) et (III.10) dans (III.2), (III.3) et (III.4), nous démontrons que pour des interfaces corrélées ou non corrélées, les variables aléatoires $\operatorname{Re}[A_1^{(1)}(\alpha)]$ et $\operatorname{Im}[A_1^{(1)}(\alpha)]$ sont non corrélées ($\Gamma_{RI} = 0$) pour $L \rightarrow +\infty$ présente la même variance :

$$\sigma_{R(h,v)}^2 = \sigma_{I(h,v)}^2 = \frac{|K_{a(h,v)}|^2 \hat{R}_{aa}(\gamma) + |K_{b(h,v)}|^2 \hat{R}_{bb}(\gamma)}{2} + \frac{K_{a(h,v)}^* K_{b(h,v)} \hat{R}_{ab}(\gamma) + K_{a(h,v)} K_{b(h,v)}^* \hat{R}_{ab}(-\gamma)}{2} \quad (\text{III.11})$$

A partir de (III.9) et compte tenu de la symétrie hermitienne de la fonction $\hat{R}_{ab}(\alpha)$, nous montrons que l'intensité incohérente s'exprime sous la forme suivante :

$$I_f^{(h,v)}(\theta) = \frac{|K_{a(h,v)}|^2 \hat{R}_{aa}(\gamma) + |K_{b(h,v)}|^2 \hat{R}_{bb}(\gamma)}{\lambda \cos \theta_0} \cos^2 \theta + \frac{\operatorname{Re}(K_{a(h,v)}^* K_{b(h,v)} \hat{R}_{ab}(\gamma))}{\lambda \cos \theta_0} \cos^2 \theta \quad (\text{III.12})$$

III.3. Densités de probabilité :

Nous supposons que les densités de probabilité des hauteurs des deux interfaces sont des gaussiennes. Le caractère gaussien est conservé par opération linéaire. La transformée de Fourier est une opération linéaire donc les transformées de Fourier des fonctions aléatoires $a(x)$ et $b(x)$ sont

aussi des processus gaussiens. La somme de deux processus gaussiens est un processus gaussien. En conséquence, les amplitudes de diffraction sont des processus gaussiens de la variable α . Les deux variables aléatoires centrées $\text{Re}[A_1^{(1)}(\alpha)]$ et $\text{Im}[A_1^{(1)}(\alpha)]$ sont, dans le cas général, corrélées et présentent des variances différentes. La densité de probabilité conjointe est donc donnée par l'expression suivante.

$$p_{RI}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_R\sigma_I\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left(\frac{x^2}{\sigma_R^2} - 2\rho\frac{xy}{\sigma_R\sigma_I} + \frac{y^2}{\sigma_I^2}\right)\right) \quad (\text{III.13})$$

Où ρ est le coefficient de corrélation entre partie réelle et imaginaire :

$$\rho = \frac{\Gamma}{\sigma_R\sigma_I} \quad (\text{III.14})$$

En passant en coordonnées polaires, nous obtenons la densité de probabilité conjointe des variables aléatoires M et Ψ :

$$\begin{aligned} \text{Re}[A_1(\alpha)] &= M \cos \Psi \\ \text{Im}[A_1(\alpha)] &= M \sin \Psi \end{aligned} \quad (\text{III.15})$$

$$p_{M\Psi}(m, \phi) = mp_{RI}(m \cos \phi, m \sin \phi) \quad (\text{III.16})$$

En intégrant par rapport à ϕ , on obtient la densité de probabilité du module de l'amplitude définie pour $m \geq 0$:

$$p_M(m) = \frac{m}{\sigma_R\sigma_I\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{m^2}{4(1-\rho^2)}\left(\frac{1}{\sigma_R^2} + \frac{1}{\sigma_I^2}\right)\right) \times I_0\left(\frac{m^2}{4(1-\rho^2)}\sqrt{\left(\frac{1}{\sigma_R^2} - \frac{1}{\sigma_I^2}\right)^2 + 4\frac{\rho^2}{\sigma_R^2\sigma_I^2}}\right) \quad (\text{III.17})$$

Où I_0 la fonction de Bessel modifiée d'ordre zéro. Pour des surfaces corrélées ou non corrélées, le module de l'amplitude de diffraction obéit donc à une loi de Hoyt [16]. La densité de probabilité $p_{I_d}(w)$ de l'intensité diffractée se déduit de la densité de probabilité du module $p_M(m)$ par la relation suivante :

$$p_{I_d}(w) = \frac{1}{2\sqrt{w\cos^2\theta/\lambda\cos\theta_0}} p_M(\sqrt{w\lambda\cos\theta_0/\cos^2\theta}) \text{ Avec } w \geq 0 \quad (\text{III.18})$$

La densité de probabilité de la phase est obtenue par intégration de $p_{M\Psi}(m, \phi)$ par rapport à m de 0 à $+\infty$.

$$p_\phi(\phi) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{1-\rho^2}}{\frac{\sigma_I}{\sigma_R} \cos^2 \phi - \rho \sin 2\phi + \frac{\sigma_R}{\sigma_I} \sin^2 \phi} \quad (\text{III.19})$$

Comportements asymptotiques des densités de probabilité :

Si $L \rightarrow +\infty$, la covariance et le coefficient de corrélation sont nuls et les variances σ_R^2 et σ_I^2 sont égales. En conséquence, le module du champ diffracté à grande distance suit une loi de Rayleigh, l'intensité de diffraction suit une loi exponentielle et la phase est uniforme sur $[-\pi; \pi]$. Ce résultat est établi pour des interfaces corrélées ou non corrélées. La forme des densités de probabilité ne permet donc pas de différencier l'état corrélé de l'état non corrélé. De plus, dans la référence [18], le champ diffracté par une simple interface obéit aux mêmes lois de probabilité que le champ diffracté par deux interfaces (seuls changent les paramètres de ces lois). La forme des densités de probabilité ne permet pas non plus de différencier la simple surface du milieu stratifié.

$$p_M(m) = \frac{m}{\sigma_R^2} \exp\left(-\frac{m^2}{2\sigma_R^2}\right) \text{ Pour } m \geq 0 \quad (\text{III.20})$$

$$p_{I_d}(w) = \frac{\lambda \cos \theta_0}{2\sigma_R^2 \cos^2 \theta} \exp\left(-\frac{w\lambda \cos \theta_0}{2\sigma_R^2 \cos^2 \theta}\right) \text{ Pour } w \geq 0 \quad (\text{III.21})$$

$$p_\phi(\phi) = \frac{1}{2\pi} \text{ Pour } \phi \in [-\pi; \pi] \quad (\text{III.22})$$

III.4. Propriétés statistiques des rapports des intensités diffractées

III.4.1. La densité de probabilité conjointes des amplitudes de diffractions

Nous supposons que les densités de probabilité des hauteurs des deux interfaces sont des gaussiennes. Le caractère gaussien est conservé par opération linéaire. La transformée de Fourier est une opération linéaire donc les transformées de Fourier des fonctions aléatoires $a(x)$ et $b(x)$ sont aussi des processus gaussiens. La somme de deux processus gaussiens est un processus gaussien. En conséquence, les amplitudes de diffraction $A_{1,a}^{(1)}(\alpha)$ sont des processus gaussiens. Les parties réelle et imaginaire de l'amplitude de diffraction à l'ordre 1 sont données sous la forme suivante :

$$R_a(\alpha) = \text{Re}[A_{1,a}^{(1)}(\alpha)] ; I_a(\alpha) = \text{Im}[A_{1,a}^{(1)}(\alpha)] \quad (\text{III.23})$$

La lettre a désigne la polarisation ($a = h$ ou $a = v$). D'après la relation (III.1), la partie réelle et la partie imaginaire de l'amplitude diffractée sont données par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} R_a(\alpha) &= \text{Re}(K_a) \text{Re}[\hat{a}(\gamma)] - \text{Im}(K_a) \text{Im}[\hat{a}(\gamma)] + \text{Re}(K_b) \text{Re}[\hat{b}(\gamma)] - \text{Im}(K_b) \text{Im}[\hat{b}(\gamma)] \\ I_a(\alpha) &= \text{Im}(K_a) \text{Re}[\hat{a}(\gamma)] + \text{Re}(K_a) \text{Im}[\hat{a}(\gamma)] + \text{Im}(K_b) \text{Re}[\hat{b}(\gamma)] + \text{Re}(K_b) \text{Im}[\hat{b}(\gamma)] \end{aligned} \quad (\text{III.24})$$

Chapitre III : *Statistique des champs diffractés et des rapports des intensités diffractées*

Comme les fonctions aléatoires $a(x)$ et $b(x)$ sont centrées ($\langle a(x) \rangle = \langle b(x) \rangle = 0$), les deux fonctions $R_a(\alpha)$ et $I_a(\alpha)$ sont centrées. Le crochet désigne la moyenne statistique. Pour α fixé, les variables aléatoires $R_h(\alpha)$, $R_v(\alpha)$, $I_h(\alpha)$ et $I_v(\alpha)$ obéissent à une densité de probabilité conjointe gaussienne :

$$p_{R_h I_h R_v I_v}(a, b, c, d) = \frac{1}{4\pi^2 \sqrt{\det(\Gamma)}} \exp\left[-\frac{1}{2}(a, b, c, d)\Gamma^{-1}(a, b, c, d)^T\right] \quad (\text{III.25})$$

Le symbole T désigne la transposée. Γ Est la matrice covariance :

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \sigma_{R_h}^2 & \Gamma_{R_h I_h} & \Gamma_{R_h R_v} & \Gamma_{R_h I_v} \\ \Gamma_{R_h I_h} & \sigma_{I_h}^2 & \Gamma_{I_h R_v} & \Gamma_{I_h I_v} \\ \Gamma_{R_h R_v} & \Gamma_{I_h R_v} & \sigma_{R_v}^2 & \Gamma_{R_h I_v} \\ \Gamma_{R_h I_v} & \Gamma_{I_h I_v} & \Gamma_{R_h I_v} & \sigma_{I_v}^2 \end{pmatrix} \quad (\text{III.26})$$

Pour une longueur de déformation L finie, la matrice de covariance est pleine. Dans la suite nous considérons une longueur de déformation infinie et nous déterminons les expressions analytiques des rapports des intensités. D'après les expressions (III.2), (III.3), (III.4), (III.6), (III.7) et (III.11) quant $L \rightarrow +\infty$, les variances $\sigma_{R_a}^2(\alpha)$ et $\sigma_{I_a}^2(\alpha)$ de la partie real et imaginaire sont égales avec :

$$\begin{aligned} \sigma_{R_a}^2(\alpha) &= \langle R_a^2(\alpha) \rangle \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 |K_{i,a}|^2 \hat{R}_{ii}(\alpha - \alpha_0) + \frac{1}{2} \text{Re}[K_{2,a}^* K_{1,a} \hat{R}_{21}(\alpha - \alpha_0)] \end{aligned} \quad (\text{III.27})$$

De plus nous avons établis que pour une polarisation donnée, la partie réelle et la partie imaginaire sont non corrélées :

$$\Gamma_{R_h I_h} = \Gamma_{R_v I_v} = 0 \quad (\text{III.28})$$

A partir de (III.2), (III.3), (III.4), (III.7) et (III.11) nous trouvons les covariances $\Gamma_{R_h R_v}$, $\Gamma_{R_h I_v}$, $\Gamma_{I_h R_v}$ et $\Gamma_{I_h I_v}$ et nous démontrons que pour une longueur infinie les variables aléatoires $R_h(\alpha)$ et $I_h(\alpha)$ sont corrélées avec les variables $R_v(\alpha)$ et $I_v(\alpha)$ avec :

$$\begin{aligned} \Gamma_{R_h R_v}(\alpha) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \text{Re}[K_{i,h}^* K_{i,v}] \hat{R}_{ii}(\alpha - \alpha_0) \\ &+ \frac{1}{2} \text{Re}[(K_{2,h}^* K_{1,v} + K_{2,v}^* K_{1,h}) \hat{R}_{21}(\alpha - \alpha_0)] \end{aligned} \quad (\text{III.29})$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{R_h I_v}(\alpha) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \text{Im}[K_{i,h}^* K_{i,v}] \hat{R}_{ii}(\alpha - \alpha_0) \\ &+ \frac{1}{2} \text{Im}[(K_{2,h}^* K_{1,v} + K_{2,v}^* K_{1,h}) \hat{R}_{21}(\alpha - \alpha_0)] \end{aligned} \quad (\text{III.30})$$

$$\Gamma_{I_h I_v}(\alpha) = \Gamma_{R_h R_v}(\alpha) \quad (\text{III.31})$$

$$\Gamma_{I_h R_v}(\alpha) = -\Gamma_{R_h I_v}(\alpha) \quad (\text{III.32})$$

Quant $L \rightarrow +\infty$, la matrice de covariance ne dépend que de quatre paramètres ($\sigma_{R_h}^2, \sigma_{R_v}^2, \Gamma_{R_h R_v}$ et $\Gamma_{R_h I_v}$). En conséquence, la matrice inverse de la matrice de covariance est définie comme suit :

$$\Gamma^{-1} = \frac{1}{\sqrt{\det(\Gamma)}} \begin{pmatrix} \sigma_{R_v}^2 & 0 & -\Gamma_{R_h R_v} & -\Gamma_{R_h I_v} \\ 0 & \sigma_{R_h}^2 & \Gamma_{R_h I_v} & -\Gamma_{R_h R_v} \\ -\Gamma_{R_h R_v} & \Gamma_{R_h I_v} & \sigma_{R_h}^2 & 0 \\ -\Gamma_{R_h I_v} & -\Gamma_{R_h R_v} & 0 & \sigma_{R_h}^2 \end{pmatrix} \quad (\text{III.33})$$

Où

$$\det(\Gamma) = \sigma_{R_h}^2 \sigma_{R_v}^2 |1 - r^2| \quad (\text{III.34})$$

Et

$$r = \sqrt{\frac{\Gamma_{R_h R_v}^2 + \Gamma_{R_h I_v}^2}{\sigma_{R_h}^2 \sigma_{R_v}^2}} \quad (\text{III.35})$$

Le coefficient r est par définition supérieur ou égale à zéro. Suivant l'expression (III.35), si $r \leq 1$, les variances $\sigma_{R_h}^2$ et $\sigma_{R_v}^2$ et les covariances $\Gamma_{R_h R_v}$ et $\Gamma_{R_h I_v}$ satisfont la condition:

$$\Gamma_{R_h R_v}^2 + \Gamma_{R_h I_v}^2 - \sigma_{R_h}^2 \sigma_{R_v}^2 \leq 0 \quad (\text{III.36})$$

Tous calculs fait, nous obtenons à partir de (III.27), (III.29) et (III.30) que la relation (III.36) et équivalent à :

$$|\hat{R}_{ab}(\alpha - \alpha_0)|^2 - \hat{R}_{aa}(\alpha - \alpha_0) \hat{R}_{bb}(\alpha - \alpha_0) \leq 0 \quad (\text{III.37})$$

D'après (II.2) et sachant que $0 \leq |q| \leq 1$, la relation (III.37) est vérifiée pour toutes α_0 et α . En conséquence $0 \leq r \leq 1$.

En utilisant les coordonnées polaires, nous obtenons à partir des équations (III.25), (III.33), la densité de probabilité conjointe des variables aléatoires M_h, Φ_h, M_v and Φ_v qui représente le module et la phase de $A_{1(h)}^{(1)}(\alpha)$ and $A_{1(v)}^{(1)}(\alpha)$, respectivement :

$$p_{M_h \phi_h M_v \phi_v}(m_h, \phi_h, m_v, \phi_v) = m_h m_v p_{R_h I_h R_v I_v}(m_h \cos \phi_h, m_h \sin \phi_h, m_v \cos \phi_v, m_v \sin \phi_v) \quad (\text{III.38})$$

III.4.2. Densité de probabilité du rapport des intensités [20]

La densité de probabilité conjointe des modules M_h et M_v se déduit de $p_{M_h \phi_h M_v \phi_v}$ par une double intégration :

$$p_{M_h M_v}(m_h, m_v) = \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{m_h m_v}{4\pi^2 \sqrt{\det(\Gamma)}} \exp\left[-\frac{\sigma_{R_h}^2 \sigma_{R_v}^2}{2\sqrt{\det(\Gamma)}} \left(\frac{m_h^2}{\sigma_{R_h}^2} - 2\zeta m_h m_v + \frac{m_v^2}{\sigma_{R_v}^2}\right)\right] d\phi_h d\phi_v \quad (\text{III.39})$$

Où :

$$\zeta = \frac{\Gamma_{R_h R_v} \cos(\phi_h - \phi_v) - \Gamma_{R_h I_v} \sin(\phi_h - \phi_v)}{\sigma_{R_h}^2 \sigma_{R_v}^2} \quad (\text{III.40})$$

$$\det(\Gamma) = \sigma_{R_h}^2 \sigma_{R_v}^2 |1 - r^2| \quad (\text{III.41})$$

$$r = \sqrt{(\Gamma_{R_h R_v}^2 + \Gamma_{R_h I_v}^2) / \sigma_{R_h}^2 \sigma_{R_v}^2} \quad (\text{III.42})$$

$\sigma_{R_{(h,v)}}^2$, $\Gamma_{R_h R_v}$ et $\Gamma_{R_h I_v}$ représentent la variance et les covariances des parties réelles et imaginaires de l'amplitude de diffraction. En effectuant la double intégration (III.39), l'expression de la densité conjointe des modules devienne :

$$p_{M_h M_v}(m_h, m_v) = \frac{m_h m_v}{\sigma_{R_h}^2 \sigma_{R_v}^2 (1 - r^2)} \exp\left[-\frac{1}{2(1 - r^2)} \left(\frac{m_h^2}{\sigma_{R_h}^2} + \frac{m_v^2}{\sigma_{R_v}^2}\right)\right] I_0\left[\frac{r m_h m_v}{\sigma_{R_h} \sigma_{R_v} (1 - r^2)}\right] \quad (\text{III.43})$$

Où I_0 la fonction de Bessel modifiée d'ordre zéro.

D'après (3), les expressions des modules $M_{(h,v)}$ en fonctions des intensités $I_{d1}^{(h,v)}$ s'écrivent :

$$M_{(h,v)} = \sqrt{\frac{\lambda \cos \theta_0}{\cos^2 \theta} I_{d1}^{(h,v)}} \quad (\text{III.44})$$

La densité de probabilité conjointe des variables aléatoires $I_{d1}^{(h)}$ et $I_{d1}^{(v)}$ s'écrit :

$$p_{I_{d1}^{(h)} I_{d1}^{(v)}}(w_h, w_v) = J(w_h, w_v) p_{M_h M_v}[m_h(w_h), m_v(w_v)] \quad (\text{III.45})$$

Avec :

$$J(w_h, w_v) = \frac{\lambda^2 \cos^2 \theta_0}{\cos^4 \theta} \frac{1}{\sqrt{\frac{\lambda \cos \theta_0}{\cos^2 \theta} I_{d1}^{(h)}}} \frac{1}{\sqrt{\frac{\lambda \cos \theta_0}{\cos^2 \theta} I_{d1}^{(v)}}} \quad (\text{III.46})$$

$J(w_h, w_v)$ Est le Jacobien de la transformation (III.45). Tous calculs fait, on obtient :

$$p_{I_{d1}^{(h)}/I_{d1}^{(v)}}(w_h, w_v) = \frac{\lambda^2 \cos^2 \theta_0 \exp\left[-\frac{\lambda \cos \theta_0}{2 \cos^2 \theta (1-r^2)} \left(\frac{w_h}{\sigma_{R_h}^2} + \frac{w_v}{\sigma_{R_v}^2}\right)\right]}{4 \sigma_{R_h}^2 \sigma_{R_v}^2 (1-r^2) \cos^4 \theta} I_0\left[\frac{r \lambda \cos \theta_0 \sqrt{w_h w_v}}{\cos^2 \theta \sigma_{R_h} \sigma_{R_v} (1-r^2)}\right] \quad (\text{III.47})$$

La densité de probabilité du rapport $I_{d1}^{(h)} / I_{d1}^{(v)}$ est donnée par :

$$p_{I_{d1}^{(h)}/I_{d1}^{(v)}}(v) = \int_0^{+\infty} w_v p_{I_{d1}^{(h)}/I_{d1}^{(v)}}(vw_v, w_v) dw_v \quad (\text{III.48})$$

Tous calculs fait, on obtient :

$$p_{I_{d1}^{(h)}/I_{d1}^{(v)}}(v) = \frac{p_0(v+p_0)(1-r^2)}{[v^2 + 2vp_0(1-2r^2) + p_0^2]^{3/2}} \quad (\text{III.49})$$

Avec :

$$p_0 = \frac{\sigma_{R_h}^2}{\sigma_{R_v}^2}; \quad p_{I_{d1}^{(h)}/I_{d1}^{(v)}}(0) = \frac{1-r^2}{p_0} \quad (\text{III.50})$$

La fonction de répartition est donnée par l'expression suivante :

$$F_{I_{d1}^{(h)}/I_{d1}^{(v)}}(v) = \int_0^v p_{I_{d1}^{(h)}/I_{d1}^{(v)}}(v') dv' = \frac{1}{2} + \frac{v-p_0}{2[v^2 + 2vp_0(1-2r^2) + p_0^2]^{1/2}} \quad (\text{III.51})$$

On vérifie que : $\langle I_{d1}^{(h)} / I_{d1}^{(v)} \rangle = p_0$

La probabilité pour que $I_{d1}^{(h)} > pI_{d1}^{(v)}$ est donnée par :

$$\begin{aligned} \text{Prob}[I_{d1}^{(h)} > pI_{d1}^{(v)}] &= \text{Prob}[I_{d1}^{(h)} / I_{d1}^{(v)} > p] \\ &= 1 - F_{I_{d1}^{(h)}/I_{d1}^{(v)}}(p) = \frac{1}{2} - \frac{p-p_0}{2[p^2 + 2p_0(1-2r^2)p + p_0^2]^{1/2}} \end{aligned} \quad (\text{III.52})$$

Suivant (III.52), pour les deux valeurs limites de r , la probabilité pour que $I_{d1}^{(h)} > pI_{d1}^{(v)}$ est donnée

par :

$$\text{Prob}[I_{d1}^{(h)} > pI_{d1}^{(v)}] = \begin{cases} \frac{p_0}{p+p_0} & \text{si } r=0 \\ U(p) - U(p-p_0) & \text{si } r=1 \end{cases} \quad (\text{III.53})$$

La fonction d'Heaviside $U(p)$ est égale à 1 pour $p \geq 0$ et égale à 0 pour $p < 0$.

Chapitre IV. Simulations

IV.1. L'effet de θ_0 sur le rapport des intensités moyennes et sur le paramètre r

IV.2. L'effet de θ_0 sur la distribution du rapport des intensités

IV.3. L'effet du paramètre de corrélation q sur la distribution du rapport des intensités

Chapitre IV. Simulations

Nous considérons le cas d'une surface de granite recouvert de sable où les permittivités relatives ε_{r2} et ε_{r3} des deux milieux sont fixées à $2.5 - 0.01j$ et $8[19,20]$. Les deux interfaces sont caractérisées par des hauteurs quadratiques moyennes $\sigma_1 = 0.7 \text{ cm}$ et $\sigma_2 = 0.5 \text{ cm}$, des longueurs de corrélation $l_1 = 4 \text{ cm}$ et $l_2 = 5 \text{ cm}$ avec des fonctions de corrélation gaussiennes. La longueur d'onde λ dans le vide est fixée à 20 cm . Les deux interfaces sont distantes de $u_0 = 2\lambda$. D'une simulation à une autre, nous modifions le paramètre de mélange q et l'angle de d'incidence θ_0 . L'étude est faite en rétrodiffusion ($\theta = -\theta_0$).

IV.1. L'effet de θ_0 sur le rapport des intensités moyennes et sur le paramètre r

La figure IV.1 représente le rapport des intensités moyennes $I_f^{(h)} / I_f^{(v)}$ en fonction de l'angle d'incidence θ_0 . Quatre valeurs du paramètre de corrélation sont considérées 0 , 0.9 , 0.99 et 1 . Pour $\theta_0 \in [47^\circ; 56^\circ]$, la valeur de $I_f^{(h)} / I_f^{(v)}$ est supérieur à la valeur 1 c'est-à-dire $I_f^{(h)} > I_f^{(v)}$ et elle passe par un maximum pour $\theta_{0\max} = 51.4^\circ$. Pour $\theta_0 = 0^\circ$, 47° et 56° la valeur de $I_f^{(h)} / I_f^{(v)}$ est proche de 1 quel que soit la valeur de q et $I_f^{(h)} / I_f^{(v)} = 0$ pour $\theta_0 = 90^\circ$. $I_f^{(h)} / I_f^{(v)}$ est sensible au paramètre de corrélation q et en particulier dans l'intervalle $[47^\circ; 56^\circ]$. La figure IV.2 représente le paramètre r en fonction de l'angle d'incidence θ_0 pour quatre valeurs du paramètre de corrélation 0 , 0.9 , 0.99 et 1 . Le paramètre r pour les deux valeurs $q = 0.9$ et $q = 0.99$ est sensible dans l'intervalle $[47^\circ; 56^\circ]$ est passe par un minimum pour $\theta_0 = 51.4^\circ$.

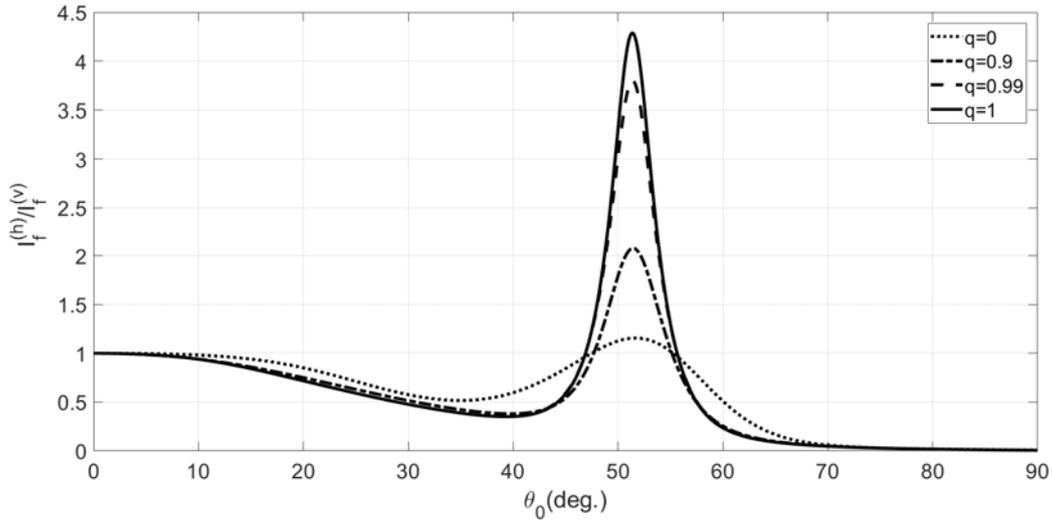


Fig. IV.1. Rapport des intensités moyennes $I_f^{(h)} / I_f^{(v)}$ en fonction de l'angle d'incidence θ_0

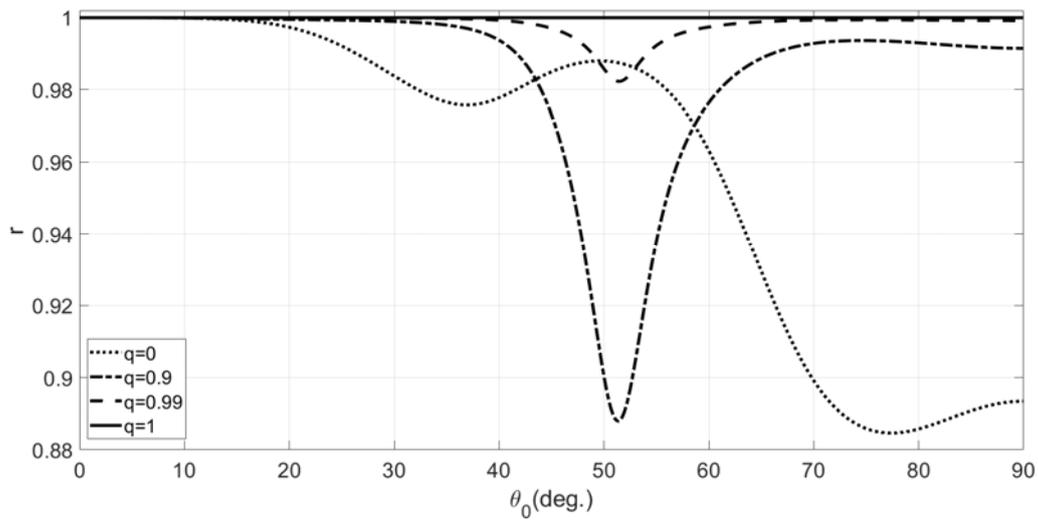


Fig. IV.2. Paramètre r en fonction de l'angle d'incidence θ_0

IV.2. L'effet de θ_0 sur la distribution du rapport des intensités

Les figures IV.3 et IV.4 montrent la densité de probabilité du rapport des intensités $I_{d1}^{(h)} / I_{d1}^{(v)}$ et la probabilité de l'événement $\{I_{d1}^{(h)} > pI_{d1}^{(v)}\}$ pour quatre valeurs de θ_0 . Les deux interfaces sont non corrélées ($q = 0$). La figure IV.3 montre que la forme et l'étendue de la densité de probabilité de $I_{d1}^{(h)} / I_{d1}^{(v)}$ varient très nettement en fonction de l'angle d'incidence. Pour $\theta_0 = 55^\circ$, la densité de probabilité présente une forme symétrique autour de sa valeur médiane $I_{d1}^{(h)} / I_{d1}^{(v)} \approx 1$. Pour $\theta_0 = 60^\circ; 65^\circ; 70^\circ$, la densité de probabilité est dissymétrique est passe par un maximum pour les

valeurs moyennes de $I_{d1}^{(h)} / I_{d1}^{(v)}$ égalent à 0.45;0.14;0.045 respectivement. La figure IV.4 montre que pour les trois angles d'incidences $\theta_0 = 60^\circ; 65^\circ; 70^\circ$, la probabilité de l'événement $\{I_{d1}^{(h)} / I_{d1}^{(v)} > 1\}$ est faible mais non nulle.

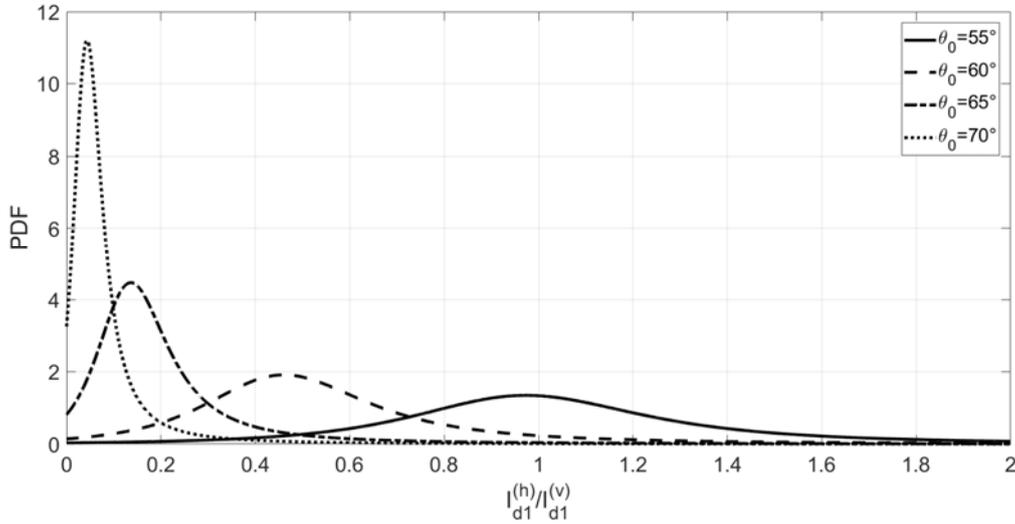


Fig. IV.3. Densité de probabilité du rapport des intensités pour trois valeurs de θ_0

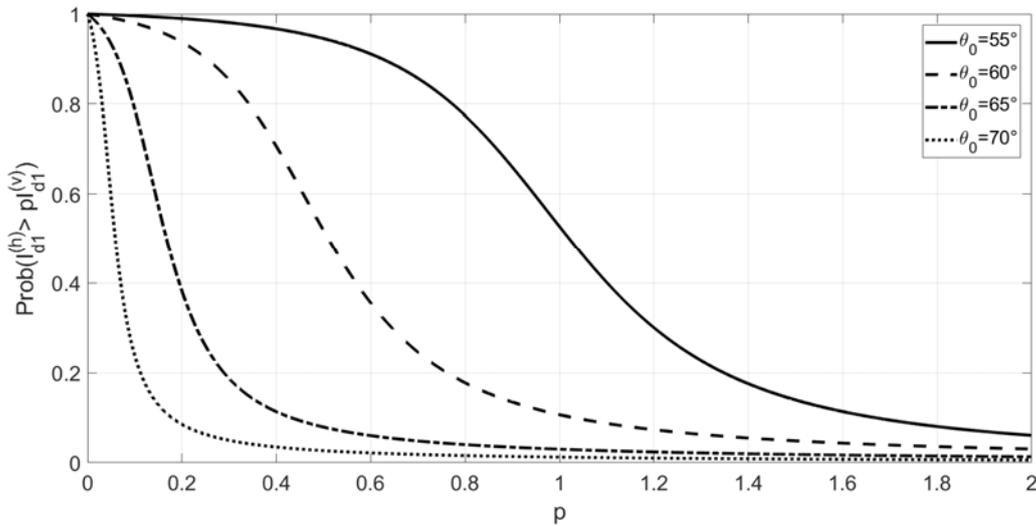


Fig. IV.4. $\text{Prob}[I_{d1}^{(h)} > p I_{d1}^{(v)}]$ pour trois valeurs de θ_0

IV.3. L'effet du paramètre de corrélation q sur la distribution du rapport des intensités

Les figures IV.5 et IV.6 montrent la densité de probabilité du rapport des intensités $I_{d1}^{(h)} / I_{d1}^{(v)}$ et la probabilité de l'événement $\{I_{d1}^{(h)} / I_{d1}^{(v)} > p\}$ pour quatre valeurs du paramètre de corrélation $q = 0; 0.9; 0.95; 0.99$. L'angle d'incidence θ_0 est fixé à 50° . La figure IV.5 montre que la forme et

l'étendue de la densité de probabilité de $I_{d1}^{(h)} / I_{d1}^{(v)}$ varient très nettement en fonction du paramètre de paramètre de corrélation q . L'étendue de la densité de probabilité est plus grande dans le cas de deux interfaces fortement corrélées c'est-à-dire pour $q \geq 0.9$. La figure IV.6 montre que pour les trois valeurs du paramètre de corrélation, la probabilité de l'événement $\{I_{d1}^{(h)} / I_{d1}^{(v)} > 1\}$ est importante pour $q = 0.99$.

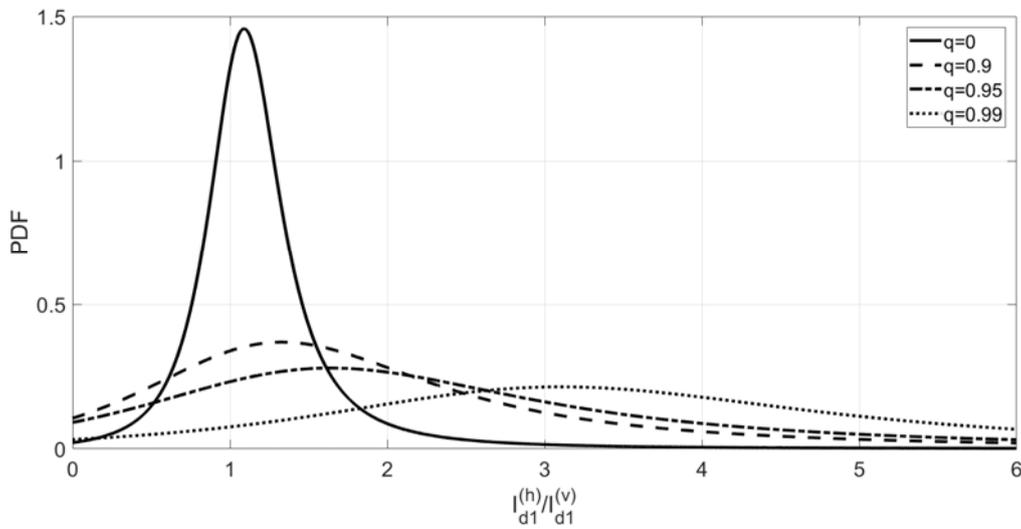


Fig. IV.5. Densité de probabilité du rapport des intensités pour quatre valeurs de q

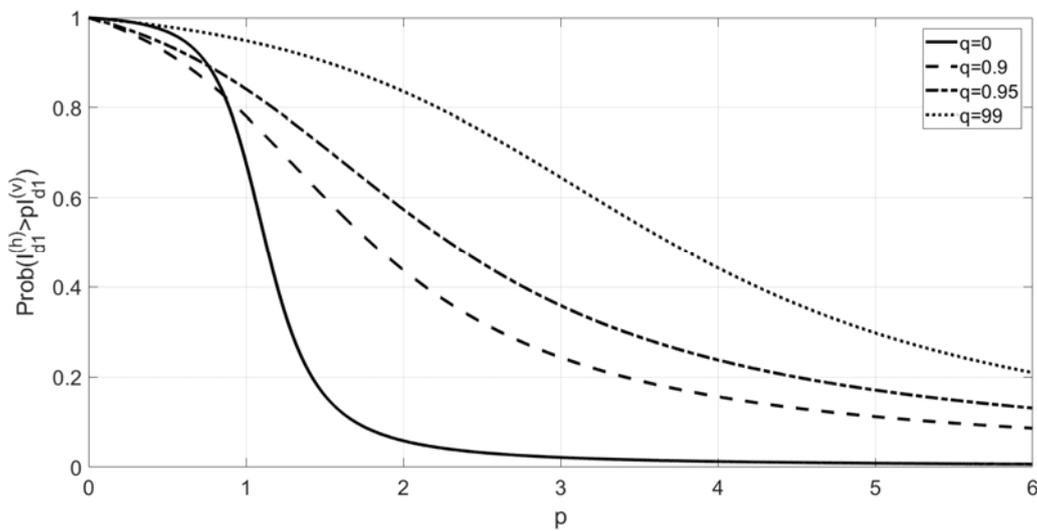


Fig. IV.6. $\text{Prob}[I_{d1}^{(h)} > p I_{d1}^{(v)}]$ pour quatre valeurs de q

Conclusion générale

Dans le but d'étudier d'une façon précise les caractéristiques statistiques des rapports d'intensité diffractée par un milieu stratifié constitué d'une surface de granite recouvert de sédiment séparées par deux interfaces aléatoirement rugueuses, éclairée depuis l'air par une onde plane en polarisation directe (polarisation horizontale E// et polarisation verticale H//), nous avons utilisé le développement de Rayleigh et une méthode de perturbation.

En considérant les fonctions qui décrivent les deux interfaces comme fonctions perturbatrices, nous avons pu rechercher les solutions par une méthode de perturbation. Cette étude possède l'avantage d'être analytique. Elle permet ainsi de passer de manière continue du cas non perturbé (double interface lisse) au cas perturbé (double interface rugueuse).

Au premier ordre de perturbation, nous avons obtenu les expressions analytiques des caractéristiques statistiques du rapport des intensités (densité de probabilité, fonction de répartition, moyenne et variance). Nous avons constaté que ces caractéristiques statistiques dépendent de deux paramètres r et p_0 . Ces deux paramètres dépendent d'une part des caractéristiques statistiques de la double interface et d'autre part des configurations électromagnétiques. Nous avons constaté aussi que certaine valeur de r détermine les caractéristiques de la double interface.

Dans ce mémoire, nous avons déterminé l'expression analytique de la densité de probabilité du rapport des intensités de diffraction en polarisations directes ($I_{d1}^{(h)} / I_{d1}^{(v)}$). A partir de cette probabilité, nous avons déduit la probabilité de l'événement $\{I_{d1}^{(h)} \geq pI_{d1}^{(v)}\}$ en rétrodiffusion qui nous permet de caractériser la structure multicouche.

Dans la partie simulation, pour la structure formée d'une surface de granite recouvert de sable, nous avons montré l'influence de l'angle d'incidence et du paramètre de corrélation sur le rapport moyen des intensités diffractés, sur le paramètre r ainsi que sur les densités de probabilités du rapport des intensités.

Références Bibliographiques

- [1] C. Amra, G. Albrand, and P. Roche, "Theory and application of antiscattering single layers: antiscattering antireflection coatings," *Applied Optics*, vol. 25, pp. 2695-2702, 1986.
- [2] T. Germer, "Polarized light scattering by micro roughness and small defects in dielectric layers," *J. Opt. Soc. Am. A.*, vol. 18, pp. 1279-1288, 2001.
- [3] V. Wismann, M. Gade, W. Alpers, and H. Hauhnerfuss, "Radar signature of marine mineral oil spills measured by an airborne multi-radar," *International Journal of Remote Sensing*, Vol. 19, pp. 3607-23, 1998.
- [4] M. Saillard and G. Toso, "Electromagnetic scattering from bounded or infinite subsurface bodies," *Radio Science*, vol. 32, no. 4, pp. 1347-1360, 1997.
- [5] M.Hulin, N.Hulin, D.Perrin, *Equations de Maxwell, ondes électromagnétiques : cours et problème résolu*. 3^{ème} édition.
- [6] Michel Hulin, *Electromagnétisme du cours aux applications*. Collection fondée par Pierre Louquet. Paris-1978.
- [7] L. Rayleigh "*Theory of Sound*" Vol II, Dover, New York, 1945.
- [8] Berrouk abla . « Étude statistique de la diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses naturelles ». Thèse de Doctorat, Université _annaba.2014.
- [9] M. KOUALI, "La diffusion d'une onde électromagnétique par un objet au-dessus d'une surface rugueuse", Thèse de Doctorat, Université de Nantes, 2012.
- [10] N. DÉCHAMPS, "Méthodes numériques appliquées au calcul de la diffusion d'une onde électromagnétique par des interfaces rugueuses monodimensionnelles", Thèse de doctorat, Université de Nantes, 2004.
- [11] K. AIT BRAHIM, "Diffusion des ondes électromagnétique par des surfaces rugueuses aléatoires naturelles: Méthode exacte en coordonnées curvilignes et Principe du faible couplage", Thèse de doctorat, Université de Versailles, 2007.
- [12] N. PINEL, "Étude de modèles asymptotiques de la diffusion des ondes électromagnétiques par des interfaces naturelles: Application à une mer recouverte de pétrole", Thèse de doctorat, Université de Nantes, 2006.
- [13] D. COURJON and C. BAINIER, "*Le champ proche optique: Théorie et applications*", Springer -Verlag France et France Télécom R&D, Paris, 2001.

- [14] C. Baudier and R. Dusséaux, "Scattering of an E// - polarized plane wave by onedimensional rough surfaces: Numerical applicability domain of a Rayleigh method inthe far-field zone," *PIER 34*, pp 1-27, 2001
- [15] R. Dusséaux, R.de Oliveira, "Effect of the illumination length on the statistical distribution of the field scattered from one-dimensional random rough surfaces: analytical formulae derived from the small perturbation method" *Waves in Random and Complex Media*, Vol.17, No3, 305-320, 2007
- [16] S. Afifi, R. Dusséaux, R. de Oliveira, "Statistical distribution of the field scattered by rough layered interfaces: Formulae derived from the small perturbation method," *Waves in Random and Complex Media*, Vol. 20, No. 1, February 2010, 1–20
- [17] S. Afifi and M. Diaf, "Scattering by random rough surfaces: Study of direct and inverse problem" *Optics communications* 265, (2006), 11-17
- [18] S. Afifi, R. Dusséaux and R. de Oliveira, "Statistical distribution of the field scattered by rough layered interfaces: Formulae derived from the small perturbation method," *Waves in Random and Complex Media*, Vol.20, No1, 1-22, 2010.
- [19] S. Afifi and R. Dusséaux, "On the co-polarized phase difference of rough layered surfaces: Formulas derived from the small perturbation method," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. 59, no. 7, pp. 2607-2618, Jl. 2011.
- [20] S. Afifi and R. Dusséaux, "On the co-polarized scattered intensity ratio of rough layered surfaces: The probability law derived from the small perturbation method," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 60, no. 4, pp. 2133–2138, Apr. 2012.