

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

UNIVERSITE BADJI MOKHTAR - ANNABA  
BADJI MOKHTAR – ANNABA UNIVERSITY



جامعة باجي مختار – عنابة

Faculté : Science de l'ingénieur

Département : Electronique

Domaine : Electronique

Filière : Automatique

Spécialité : Automatique et informatique industrielle

## Mémoire

Présenté en vue de l'obtention du Diplôme de Master

Thème :

**Commande optimale d'un moteur à induction**

Présenté par : *MAZOUZI Akram*

Encadrant : *M. YAHMEDI Saïd* Professeur Univ Badji Mokhtar - Annaba

### Jury de Soutenance :

M. GHERBI Soufiane	MCA	U. Badji Mokhtar - Annaba	Président
M. YAHMEDI Saïd	Professeur	U. Badji Mokhtar - Annaba	Encadrant
M. BEKAÏK Mounir	MAB	U. Badji Mokhtar - Annaba	Examineur

Année Universitaire : 2020/2021

# التحكم الأمثل للمحرك الحثي

## ملخص

تخصّ هذه المذكرة مسألة التحكم الأمثل في المحركات الحثية. يضمن التحكم استمرار المسار المرجعي لعزم الدوران وذلك باستخدام التدفق كدرجة الحرية التي تسمح بتقليل طاقة الماكينة. تم صياغة المسألة كمسألة كلاسيكية للتحكم الأمثل، وتقليل معيار التحدب في الحالة والتحكم حيث يخضع لتقييد ديناميكي خطي للتدفق والتقييد الجبري لمتابعة عزم الدوران. يتم إعطاء الحلول التحليلية لعزم الدوران الثابت المطلوب عن طريق حل معادلة هاملتون-جاكوبي المرتبطة بالمسألة.

يمكن الحصول على هذا الحل باستخدام مرشح خطي من الدرجة الأولى للمعيار التربيعي للتدفق وفق المسارات المتغيرة بمرور الوقت لعزم الدوران المطلوب، ويعطي المرشح مراجع دون المستوى الأمثل لمعيار التدفق الذي يقلل الحد الأعلى لوظيفة التكلفة المثلى، في الأفق اللانهائي. يتطلب هذا تشغيل الجهاز بمعدل تدفق متغير بمرور الوقت، على عكس العملية الكلاسيكية ذات معيار التدفق الثابت. تظهر نتائج التقييم التجريبي لظروف التشغيل الموازنة الكهربائية تحسناً في الكفاءة مع الحفاظ على الأداء المناسب من حيث عزم الدوران والتدفق والسرعة.

## The optimal control of induction motors

### Abstract

This study is devoted to the nonlinear optimal control of induction motors. The control objective is to minimize the motor energy, ensuring torque tracking control requirements; the rotor flux is used as an additional degree of freedom for the dynamic optimization. The problem to be considered is to find an optimal control that minimizes a convex cost function, under a linear flux dynamic and a torque tracking algebraic constraints. An analytic solution is obtained for constant torque references by solving the Hamilton-Jacobi equation that results from the given problem.

This solution can be obtained in a closed-form by using a linear first order differential equation of the squared rotor flux norm. If this differential equation is used for time-varying torque references a suboptimal rotor flux trajectory is obtained which minimizes an upper bound of the infinite time optimal cost function. It happens that the solutions imply non-standard time-varying flux norm operations in opposition to the classical operation with constant flux norm.

# La commande optimale des machines asynchrones

## Résumé

Ce travail est consacré à la commande optimale des moteurs d'induction. L'objectif de commande est ici d'assurer la poursuite d'une trajectoire de référence de couple, en utilisant le flux comme le degré de liberté qui permet de minimiser l'énergie de la machine. Le problème est formulé en tant qu'un problème classique de commande optimale, en minimisant un critère convexe dans l'état et la commande, soumis à la restriction dynamique linéaire du flux et à une restriction algébrique de poursuite de couple. Des solutions analytiques sont données pour le couple désiré constant, en résolvant l'équation d'Hamilton-Jacobi associée au problème donné.

Cette solution peut être obtenue avec un filtre linéaire de premier ordre, de la norme au carré du flux. Pour des trajectoires du couple désiré variables dans le temps, le filtre donne des références sous-optimales de la norme du flux qui minimisent une limite supérieure de la fonction du coût optimal, à l'horizon infini. Cela impose l'opération de la machine à norme du flux variable dans le temps, contrairement à l'opération classique à norme d'un flux constant. Les résultats de son évaluation expérimentale, pour des conditions d'opération des asservissements électriques, montrent une amélioration du rendement, en gardant des performances adéquates de poursuite de couple, flux et vitesse.

# Remerciements

Tout d'abord je tiens à exprimer mes profonds remerciements à **Allah** le Tout-Puissant qui m'a entouré de sa bienveillance et m'a renforcé avec le courage et la force pour avoir enfin mené à terme ce modeste travail.

Par ailleurs, j'aimerais exprimer ma profonde gratitude à mon encadreur Professeur **M. Yahmedi Saïd** pour avoir accepté mon encadrement dans ce projet de fin de cycle, et mes plus vifs remerciements pour son soutien, sa patience, ses conseils judicieux, pertinents, et sa sympathie dont il m'a fait preuve tout au long de l'élaboration de ce travail.

Je tiens aussi à adresser mes remerciements à tous les enseignants qui m'ont donné les bases de la science, comme je remercie très sincèrement les Examineurs **Messieurs Gherbi Soufiane** et **Bekaik Mounir** pour m'avoir fait l'honneur d'évaluer le présent mémoire.

Mes sincères pensées se tournent maintenant vers **mes parents** qui m'ont entouré par leur tendresse et amour dévoués depuis mon enfance. Merci pour votre constant soutien et vos encouragements ; j'espère que vous soyez aussi fiers de moi que je le suis de vous.

Finalement, je dis à haute voix « **MERCI !** » à tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin pour accomplir le présent travail.

# DÉDICACES

Je dédie ce modeste travail

À mes chers parents pour leur soutien, leur patience et leur encouragement  
durant toute ma vie,

À mes chères sœurs,

À mon frère et sa petite famille,

À tous mes amis et proches,

À tous les supporters de l'USM ANNABA et les passionnés par ses couleurs.

# Table des Matières

<b>CHAPITRE I : Introduction générale</b>	<b>1</b>
I.1 Le moteur à induction	1
I.1.1 Pourquoi asynchrone	2
I.1.2 Pourquoi à induction	2
I.1.3 Principe de fonctionnement	3
I.2 Intérêt de la commande optimale des machines asynchrones	5
I.3 La Commande optimale des machines asynchrones	6
I.3.1 Maximisation du couple	6
I.3.2 Maximisation du rendement	8
<b>CHAPITRE II : La commande optimale</b>	<b>9</b>
II.1 Introduction	9
II.2 Application au moteur à induction	9
II.3 Problème de poursuite avec critère quadratique pour un système linéaire	10
II.4 Algorithme de commande et résolution des équations différentielles	13
<b>CHAPITRE III : Algorithme de commande et résolution des éqs différentielles</b>	<b>14</b>
III.1 Introduction	14
III.2 Organigramme de calcul de la commande optimale du processus	15
III.3 Résolution numérique de l'équation de Riccati	16
III.3.1 Cas stationnaire	16
III.3.2 Cas non stationnaire	17
<b>CHAPITRE IV Commande optimale d'un moteur à induction</b>	<b>18</b>
IV.1 Introduction	18
IV.2 Commandabilité et stabilité du système	19
IV.2.1 Commandabilité du système	19
IV.2.2 Stabilité des moteurs à induction	19
IV.3 Problème de poursuite avec référence constante	19
IV.3.1 Cas stationnaire	19
IV.4 Influence des matrices de pondérations	25
IV.5 Conclusion	36
<b>Conclusion générale</b>	<b>38</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>39</b>
<b>ANNEXE : Programme MATLAB</b>	<b>41</b>

## Liste des Figures

<b>Figure</b>	<b>Titres</b>	<b>Page</b>
<b>Figure 01</b>	Moteur à induction	<b>1</b>
<b>Figure 02</b>	La cage d'écureuil	<b>2</b>
<b>Figure 03</b>	Le schéma de l'induction	<b>3</b>
<b>Figure 04</b>	Les fréquences du courant alternatif dans chacun des bobinages	<b>3</b>
<b>Figure 05</b>	Schéma du champ tournant	<b>4</b>
<b>Figure 06</b>	Schéma bloc du système commande	<b>13</b>
<b>Figure 07</b>	Organigramme de calcul de la commande optimale du processus	<b>16</b>
<b>Figure 08</b>	Solution de l'équation de Riccati pour l'application au processus	<b>21</b>
<b>Figure 09</b>	Solution de l'équation V pour l'application au processus	<b>21</b>
<b>Figure 10</b>	Le trajectoire X1 pour l'application au processus	<b>22</b>
<b>Figure 11</b>	Le trajectoire X2 pour l'application au processus	<b>22</b>
<b>Figure 12</b>	La trajectoire en sous optimale	<b>23</b>
<b>Figure 13</b>	La sortie pour l'application au processus	<b>23</b>
<b>Figure 14</b>	La commande pour l'application au processus	<b>24</b>
<b>Figure 15</b>	La sortie en optimale	<b>24</b>
<b>Figure 16</b>	Comparaison entre la sortie en commande optimale et en sous optimale	<b>25</b>
<b>Figure 17</b>	La commande en optimale	<b>25</b>
<b>Figure 18</b>	Comparaison entre la commande en optimale et en sous optimale	<b>26</b>
<b>Figure 19</b>	Solution de l'équation de Riccati pour l'application au processus	<b>27</b>
<b>Figure 20</b>	La trajectoire X1 pour l'application au processus	<b>27</b>
<b>Figure 21</b>	Le trajectoire X2 pour l'application au processus	<b>28</b>
<b>Figure 22</b>	Solution de l'équation V pour l'application au processus	<b>28</b>
<b>Figure 23</b>	La trajectoire en sous optimale	<b>29</b>
<b>Figure 24</b>	La sortie pour l'application au processus	<b>29</b>
<b>Figure 25</b>	La commande pour l'application au processus	<b>30</b>
<b>Figure 26</b>	La sortie en optimale	<b>30</b>
<b>Figure 27</b>	Comparaison entre la sortie en commande optimale et en sous optimale	<b>31</b>
<b>Figure 28</b>	La commande en optimale	<b>31</b>
<b>Figure 29</b>	Comparaison entre la commande en optimal et en sous optimale	<b>32</b>
<b>Figure 30</b>	Solution de l'équation de Riccati pour l'application au processus	<b>33</b>
<b>Figure 31</b>	La trajectoire en sous optimale	<b>33</b>
<b>Figure 32</b>	Comparaison entre la sortie en commande optimale et en sous optimale	<b>34</b>
<b>Figure 33</b>	Comparaison entre la commande en optimale et en sous optimale	<b>34</b>
<b>Figure 34</b>	Solution de l'équation de Riccati pour l'application au processus	<b>35</b>
<b>Figure 35</b>	La trajectoire en sous optimale	<b>36</b>
<b>Figure 36</b>	Comparaison entre la sortie en commande optimal et en sous optimale	<b>36</b>
<b>Figure 37</b>	Comparaison entre la commande en optimale et en sous optimale	<b>37</b>

# Chapitre 1

## Introduction générale

L'utilisation des moteurs à induction est de plus en plus répandue dans les milieux industriels, en effet, ces machines robustes et très économiques, associées à une commande vectorielle par orientation du flux permettent de réaliser un réglage similaire à celui des machines à courant continu, cette combinaison assure l'indépendance du réglage du flux et de la vitesse ; cependant elles présentent des difficultés inhérentes lors de leurs exploitations. Les procédés classiques de commande pour la machine asynchrone reposent sur un modèle à paramètres constants, or les variations de ces derniers et les non linéarités très prononcées intervenant peuvent éloigner, de manière notable, la machine de son fonctionnement optimal. Dans ce contexte, plusieurs approches de commandes robustes intègrent, lors de leur élaboration.

La théorie de la commande optimale couvre toutes les activités dynamiques où une performance optimale est exigée. Les systèmes à commander peuvent donc être d'origine diverses : mécanique, électrique, électronique, biologie, chimie, économie ... Chaque problème de commande nécessite une description des propriétés dynamiques du processus à commander.

### 1.1 Le moteur à induction

Le moteur à induction, connu aussi par le moteur asynchrone, est couplé à un variateur de fréquence est de loin le type de moteur le plus utilisé pour les applications où il est nécessaire de contrôler la vitesse et le déplacement d'une charge [1].



**Figure 01 : Moteur à induction**

Le système moteur-variateur convient bien pour des applications tels que les ascenseurs car on recherche une excellente précision au niveau de la vitesse (confort des utilisateurs) et de la précision de la position de la cabine par rapport aux paliers. Quant au moteur asynchrone seul, sa popularité résulte du peu d'entretien nécessaire, de sa simplicité de construction, de sa standardisation et de sa robustesse [28].

### 1.1.1 Pourquoi est-il asynchrone ?

Ce moteur est dit asynchrone car le rotor ne tourne pas aussi vite que le flux magnétique rotatif, et donc il y a un décalage entre régime du rotor et "régime du flux magnétique" circulant dans le stator. Ce décalage s'appelle glissement, car il y a bel et bien un glissement entre la vitesse de rotation du flux magnétique et la vitesse du rotor [26].

### 1.1.2 Pourquoi à induction ?

On parle ici d'induction car la force électromagnétique du rotor est générée par induction ... De plus, si sur un moteur à aimant permanent le rotor a toujours un champ électromagnétique actif (polarisé continuellement nord/sud : éteindre un aimant est compliqué ...), ce n'est pas le cas sur celui d'un moteur asynchrone à induction [27].



**Figure 02 : La cage d'écureuil**

La cage d'écureuil, appelée ainsi, car elle ressemble justement à une cage d'écureuil (bien que les français ne soient pas familiers de ce genre de cage, sachant aussi que les écureuils n'aiment pas du tout la captivité jusqu'à se laisser mourir ...) [27].

Dans ce type de moteur, le rotor est constitué d'une cage métallique (ou d'un bobinage) qui n'est ni aimantée ni alimentée par une source d'énergie (pas de balais/charbons qui alimente les bobines du rotor).

On peut alors se demander comment cela peut marcher puisque le rotor n'est pas sensible au champ magnétique du stator (car pas aimanté et donc sans polarité +/-). Il faut bien un objet sensible au champ magnétique dans le rotor si on veut le faire bouger par la force magnétique. C'est là qu'entre en jeu l'induction, un champ magnétique va être induit dans le rotor grâce au champ magnétique émis par le stator, voyons plus bas comment ça se passe [30].

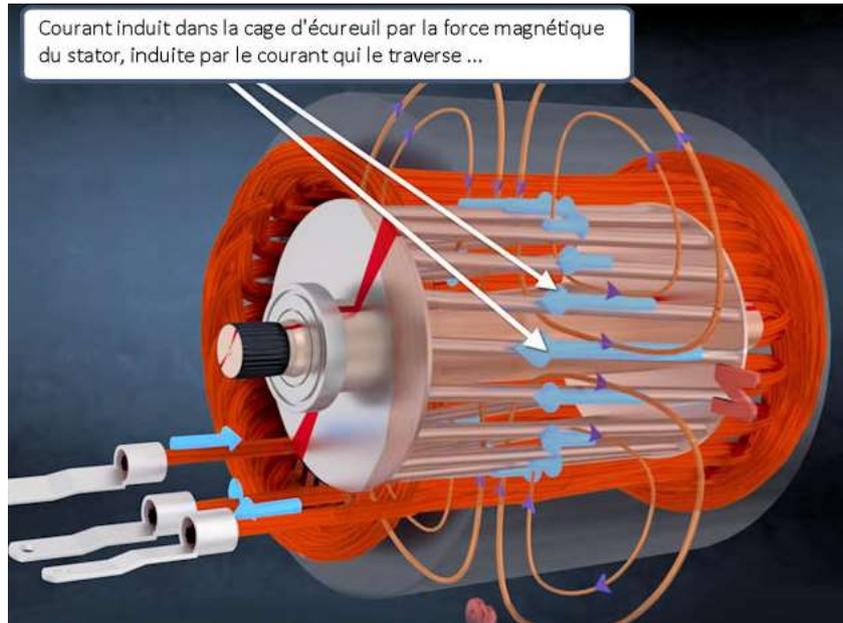


Figure 03 : Le schéma de l'induction

Le courant dans les bobines induit un champ, qui induit lui-même du jus dans la cage, qui donc va générer elle-même un champ magnétique qui va interférer avec le champ des bobines/induits ...

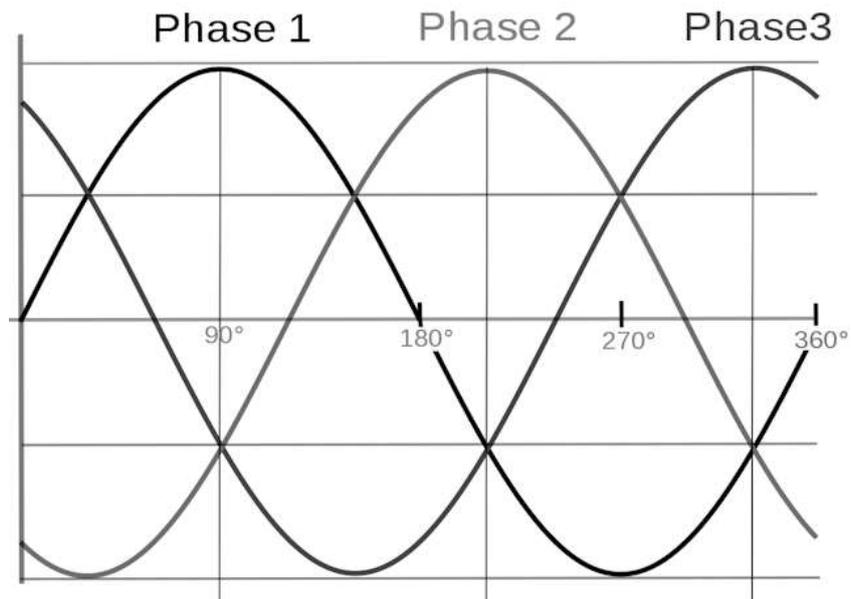


Figure 04 : Les fréquences du courant alternatif dans chacun des bobinages

### 1.1.3 Principe de fonctionnement

D'une part, sur la création d'un courant électrique induit dans un conducteur placé dans un champ magnétique tournant. Le conducteur en question est un des barreaux de la cage

d'écureuil ci-dessous constituant le rotor du moteur. L'induction du courant ne peut se faire que si le conducteur est en court-circuit (c'est le cas puisque les deux bagues latérales relient tous les barreaux). [29]

D'autre part, sur la création d'une force motrice sur le conducteur considéré (parcouru par un courant et placé dans un champ magnétique tournant ou variable) dont le sens est donné par la règle des trois doigts de la main droite [29].

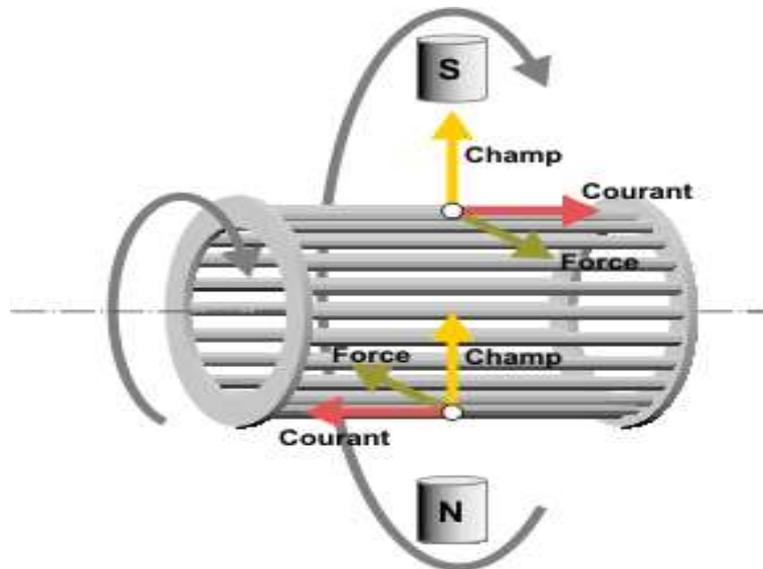


Figure 05 : Schéma du champ tournant

Comme montré sur le schéma ci-dessus, le champ tournant, à un instant donné, est orienté vers le haut. En considérant deux conducteurs diamétralement opposés, on constate que les courants induits dans ces deux conducteurs sont en sens inverse et, associés au champ magnétique, créent des forces motrices en sens inverse. Le rotor étant libre de tourner sur l'axe XY, les deux forces s'associent pour imprimer aux deux conducteurs un couple permettant la rotation de la cage d'écureuil : le moteur électrique est inventé.

Pour entretenir la rotation du moteur, il est nécessaire de faire varier soit le courant dans les conducteurs de la cage, soit le champ magnétique. Dans un moteur asynchrone, c'est le champ magnétique qui varie sous forme de champ tournant créé dans le stator [12].

Au démarrage le champ tournant balaye les conducteurs de son flux à la vitesse angulaire de synchronisme. Le rotor mis en rotation tend à rattraper le champ tournant. Pour qu'il y ait un couple entretenu au niveau des conducteurs, la variation de flux doit être présente en permanence ; ce qui signifie que si les conducteurs tournent à la vitesse de synchronisme comme le champ tournant, la variation de flux sur les conducteurs devient nulle et le couple moteur disparaît [12].

Un rotor de moteur asynchrone ne tourne donc jamais à la vitesse de synchronisme (50 Hz). Pour un moteur à une paire de pôles (à 50 Hz, la vitesse de rotation du champ tournant est de

3000 *tr/min*, la vitesse de rotation du rotor peut être de 2 950 *tr/min* par exemple ; il intervient ici la notion de glissement [29].

## 1.2 Intérêt de la commande optimale des machines asynchrones

Les entraînements électromagnétiques consomment un peu plus de la moitié de l'énergie électrique générée dans un pays industrialisé [15]. Les avances dans le domaine de l'électronique de puissance, les moyens de calcul et les techniques de l'automatique, ont permis aux entraînements avec des machines à courant alternatif (synchrone et asynchrone) de s'imposer sur son concurrent, la machine à courant continu [15], [19], [9].

C'est par sa robustesse, coût faible, fiabilité, facilité à entretenir et par sa versatilité érabable, qu'il y a un intérêt croissant pour l'utilisation de la machine asynchrone dans les entraînements électriques, avec des plages de vitesse et du couple considéré. Son domaine d'application est déjà très vaste : nous la trouvons dans la traction ferroviaire, la propulsion électrique des navires, le pompage, la ventilation, les machines à outil, les laminoirs, les machines à papier, et la voiture électrique entre autres. Mais la machine asynchrone n'a pas été extensivement utilisée pour la commande fine de position (servo drives). [19]

Il se trouve que l'optimisation du rendement de la machine asynchrone est un des aspects les plus importants à considérer pour sa commande ; cela à plus forte raison dans les cas où le rendement est essentiel, par exemple dans les applications embarquées comme la voiture électrique. Il est clair que la commande vectorielle [16] est la stratégie de commande la plus répandue dans des applications industrielles à haute performance dynamique ; en excluant la région d'affaiblissement du flux, la commande vectorielle maintient la norme du flux constante et égale à sa valeur nominale ; dans cette situation, le rendement est maximal lorsqu'on est au point nominal ; au-dessous de ce point, l'excessive énergie emmagasinée dans les inductances, diminue inutilement le rendement de la machine. Nous notons que de nombreux entraînements électriques travaillent en dehors du point nominal d'opération car le couple désiré change en fonction de la vitesse ou la position. D'autre part, il est possible de diminuer l'excédent d'énergie emmagasinée, en ajustant de façon appropriée le flux du rotor ; nous pouvons donc, considérer d'autres modes d'opération du flux qui visent d'améliorer le rendement de la machine asynchrone et le faire rapprocher de celui de la machine synchrone.

## 1.3 Commande optimale des machines asynchrones

Pour la commande optimale, il y a trois fonctions importantes à considérer :

1. le critère à minimiser (ou à maximiser) ; il considère basiquement l'objectif général de la commande.

2. les degrés de liberté pour l'optimisation.
3. les restrictions du système et de la commande.

Quant à la machine asynchrone, ces variables dépendent beaucoup de l'application à considérer en particulier ; par exemple, pour des applications à haute performance dynamique, l'intérêt porte plutôt sur la maximisation du couple en respectant les restrictions dynamiques de la machine et des restrictions des courants et des tensions maximaux admissibles que sur l'optimisation du rendement. Au contraire, dans des applications embarquées, c'est la minimisation des pertes le critère le plus important à considérer.

Quel que soit le problème à résoudre, c'est le flux de la machine à un degré de liberté à considérer pour l'optimisation ; l'exemple plus connu de son utilisation, est celui de l'affaiblissement du flux en régime de survitesse ; dans certains cas, il est possible de considérer d'autres variables additionnelles pour l'optimisation ; par exemple, pour le démarrage de la machine à énergie totale minimale, dans l'intervalle du temps donné, la trajectoire de vitesse est un autre degré de liberté.

D'autre part, il faut prendre en compte que dans certains cas, les courants statoriques peuvent être considérés comme les variables de commande. Evidemment, les restrictions pour l'optimisation dépendront du choix des degrés de liberté et des commandes.

Pour la commande optimale de la machine asynchrone, ce sont les problèmes de maximisation du couple et de maximisation du rendement les plus traités dans la littérature.

### 1.3.1 Maximisation du couple

La maximisation du couple pour la machine asynchrone est un problème de commande optimale en temps minimal sous les contraintes de l'état et de la commande. Pour une classe assez large des problèmes de commande en vitesse, l'objectif est de trouver les tensions statoriques (la commande) optimales qui permettent de passer en temps minimal, d'une vitesse initiale donnée à une vitesse flux finale spécifiée, en respectant les restrictions dynamiques de la machine, des contraintes dans les courants statoriques (une partie de l'état) et des contraintes sur les tensions statoriques ; l'état initial est donnée, l'état final est libre en exceptant la vitesse.

C'est un problème très difficile à résoudre analytiquement pour les régimes dynamiques ; la plupart des travaux que nous connaissons se restreint au cas statique pour la conception de la commande optimale. Dans ce cas, le problème se simplifie à trouver le flux qui maximise le couple en respectant les contraintes des courants et des tensions.

Pour respecter les restrictions de tension, la stratégie plus connue est le défluxage à haute vitesse [16, 13], cette stratégie -héritée de la commande des machines à courant continu- a pour objectif de pouvoir attendre une vitesse désirée (supérieure à la nominale) en régime stationnaire, en satisfaisant une limite maximale des tensions statoriques de commande.

Plusieurs auteurs ont proposé des méthodes heuristiques approximatives pour augmenter le couple maximal dans la région de sur vitesse [24, 25]. Dans [14] une méthode graphique a été utilisée qui considère aussi des restrictions des courants ; dans [25] l'auteur a utilisé des circuits équivalents de la machine pour analyser les limites de couple à différentes plages de vitesse.

La série de travaux de Bodson *et al.* attaquent le problème de maximisation du couple, d'une même manière plus rigoureuse ; dans [8, 7, 6, 20] les auteurs présentent les restrictions algébriques qui assurent des limites dans les normes de tension et courant pour le fonctionnement de la machine en régime stationnaire ; ces équations sont résolues hors-ligne en utilisant la méthode numérique de Newton-Raphson. Dans [5] les auteurs ont étendu leur travail pour prendre en compte la saturation en utilisant le modèle proposé en [11] ; la mise en œuvre est faite pour une application à haute performance dynamique, en filtrant la référence optimale de courant dans l'axe d, avec un filtre qui représente la dynamique du flux rotorique. On a du mal à comprendre la maximisation du couple pour un régime dynamique, sans prendre en compte la dynamique du flux ; la commande utilisée [4, 7] est du type linéarisant entrée-sortie pour le modèle réduit du moteur avec observation du flux ; la stabilité de la commande n'est pas démontrée.

Dans [25] on a proposé une méthode qu'utilise l'énergie emmagasinée dans les inductances pour obtenir des couples transitoires de grande magnitude, en respectant les limites des courants, la méthode est heuristique, elle considère la saturation qui est seulement applicable au démarrage de la machine. Par ailleurs, Ojo *et al.* [21] ont considéré un critère pondéré pour maximiser le couple et le rendement, en considérant les contraintes des courants et tensions ; la solution est numérique et seulement pour le régime stationnaire.

### 1.3.2 Maximisation du rendement

La maximisation du rendement de la machine s'obtient en minimisant l'énergie consommée dans un intervalle du temps donné. Dans un entraînement électrique, nous avons deux types d'énergie :

- **L'énergie stockée :**
  - dans les inductances (magnétique),
  - dans l'inertie (mécanique) ;
  
- **L'énergie dissipée :**
  - par l'effet Joule dans les résistances,
  - par hystérésis et courants de Foucault dans le noyau,
  - par le frottement mécanique [23].

Nous remarquons donc que la minimisation de l'énergie totale de la machine asynchrone inclut l'énergie dissipée (pertes) et l'énergie emmagasinée.

La maximisation du rendement pour la machine asynchrone est un problème de commande optimale à horizon d'optimisation donné, sous contraintes dynamiques d'état. Pour une classe assez large des problèmes de commande en vitesse, l'objectif est de trouver les tensions statoriques optimales qui minimisent l'énergie totale consommée par la machine dans un intervalle de temps donné, en amenant la vitesse de sa condition initiale (donnée), à une vitesse finale spécifiée, tout en respectant les restrictions dynamiques de la machine [18].

# Chapitre 2

## La commande optimale

### 2.1 Introduction

Comme la théorie de la commande optimale a pris une avance considérable sur les applications pratiques nous nous sommes intéressés à résoudre le problème de commande optimale ainsi que son application sur un moteur à induction.

### 2.2 Application au moteur à induction

Les équations de l'espace d'état d'un moteur à induction :

$$\dot{X} = A_0X + BU$$

$$Y = CX + DU$$

où

$$Y = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \end{bmatrix}; U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ U_a \\ U_b \end{bmatrix}$$

$\varphi_a, \varphi_b$  : phase de flux rotorique,  
 $i_a, i_b$  : courant instantanés statorique,  
 $U_a, U_b$  : tension de stator.

On a

$$A = \begin{bmatrix} -7.7 & 0 & 3.38 & 0 \\ 2 & -7.7 & 0 & 3.38 \\ 127.68 & 0 & -70.36 & 0 \\ -33.19 & 127.68 & 0 & -70.36 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 17.73 & 0 \\ 0 & 17.73 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Le travail proposé est la commande optimale par critère quadratique.

Soit

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) \\ Y(t) = CX(t) + DU(t) \end{cases} \quad (1.1.2)$$

On se propose de trouver une loi de commande  $U^*(t)$  telle que  $U^*(t)$  minimise le critère quadratique :

$$J(U) = \underline{x}^t(t_f)H\underline{x}(t_f) + \int_0^{t_f} [e^tPe + U^tQU]dt$$

Avec

$$x = (\underline{x}_{1d} - \underline{x}_1, \underline{x}_{2d} - \underline{x}_2)^t \quad ; \quad e^t = (\underline{x}_d - \underline{x})$$

$\underline{x}_{1d}$  Et  $\underline{x}_{2d}$  étant les variables d'états désirées, et  $Y = C_2X_{2d}$  est le niveau désiré.

### 2.3 Problème de poursuite avec critère quadratique pour un système linéaire

Soit un système linéaire stationnaire ou non-stationnaire décrit par l'équation d'état :

$$\dot{\underline{x}}(t) = A\underline{x}(t) + BU(t) \quad (1.2.1)$$

avec A une matrice de dimension n x n

B une matrice de dimension n x r.

En supposant qu'il n'existe pas de contraintes d'inégalités sur l'état du système notre problème est de déterminer une loi de commande qui permet de faire évoluer le système d'un état à un autre.

La formulation mathématique du problème de poursuite est basée sur la minimisation du critère quadratique :

$$J(U) = \underline{x}^t(t_f)H\underline{x}(t_f) + \int_0^{t_f} [e^tPe + U^tQU]dt$$

où H, P, Q sont des matrices de pondération constantes.

L'optimisation peut être résolue à l'aide des méthodes variationnelles.

On définit la fonction coût par

$$q = e^tPe + U^tQU .$$

En remplaçant  $\dot{\underline{x}}(t)$  par sa valeur (1.2.1) l'Hamiltonien devient :

$$H(\underline{x}(t), U(t), \alpha(t), t) = e^tPe + U^tQU + \alpha^t A\underline{x}(t) + \alpha^t BU(t)$$

où  $\alpha^t$  est le vecteur adjoint de  $\alpha$ . Il est maximal lorsque

$$\nabla_u H(\underline{x}(t), U(t), \alpha(t), t) = 2QU + B^t \alpha = 0$$

Donc 
$$U^*(t) = -\frac{1}{2} Q^{-1} B^t \alpha \quad (1.2.2)$$

Les équations d'Hamilton-Pontriaguine s'écrivent

$$\dot{\alpha}(t) = -\nabla_x \bar{H} = -A^t \alpha + 2Pe = -A^t \alpha + 2P(\underline{x}^d(t) - \underline{x}(t))$$

où 
$$\bar{H} = H(\underline{x}(t), U^*(t), \alpha(t), t)$$

et

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}(t) &= \nabla_x \bar{H}(t) = A\underline{x}(t) + BU^*(t) \\ &= A\underline{x}(t) - \frac{1}{2} BQ^{-1} B^t \alpha \\ &= A\underline{x}(t) - S\alpha \end{aligned}$$

avec

$$S = \frac{1}{2} BQ^{-1} B^t$$

On note que S est une matrice symétrique. Soit sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{x}} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - S & \\ -2P & -A^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \alpha \end{bmatrix} + 2P \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{x}^d \end{bmatrix} \quad (1.2.3)$$

Il en résulte que les vecteurs  $\underline{x}$  et  $\alpha$  sont liés par une transformation linéaire de la forme :

$$\alpha(t) = K(t)\underline{x}(t) - V(t) \quad (1.2.4)$$

La matrice K(t) et le vecteur V(t) sont en général en fonction du temps.

En dérivant  $\alpha$  on obtient

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}(t) &= K(t)\dot{\underline{x}}(t) + \dot{K}(t)\underline{x}(t) - \dot{V}(t) \\ &= -2P\underline{x} - A^t K(t)\underline{x} + A^t V(t) + 2P\underline{x}^d \end{aligned}$$

En remplaçant  $\dot{\underline{x}}$  par sa valeur (1.2.1) on obtient

$$K(A\underline{x} - S\underline{x} + SV) + \dot{K}\underline{x} - \dot{V} = -2P\underline{x} - A^t K\underline{x} + A^t V + 2P\underline{x}^d$$

Cette égalité doit être vérifiée pour tout  $\underline{x}$  ; on aura donc

$$\begin{cases} \dot{K} + KA - KSK + A^t K + 2P = 0 \\ \dot{V} + (A^t - KS)V + 2P\underline{x}^d = 0 \end{cases} \quad (1.2.5)$$

En injectant (1.2.4) dans (1.2.2) on aura :

$$U^*(t) = -\frac{1}{2} Q^{-1} B^t \alpha = -\frac{1}{2} Q^{-1} B^t (K\underline{x} - V) \quad (1.2.6)$$

Où  $K(t)$  et  $V(t)$  sont des solutions des équations précédentes (1.2.5) ; la première est appelée équation de **Riccati**. Par ailleurs, on a

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} - S\alpha$$

En remplaçant  $\alpha$  par son expression (1.2.4) on obtient :

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}} &= A\underline{x} - S\alpha \\ &= A\underline{x} - SK\underline{x} + SV\end{aligned}$$

Donc

$$\dot{\underline{x}} = (A - SK)\underline{x} + SV \quad (1.2.7)$$

Comme l'état final  $\underline{x}(t_f)$  est libre on intègre les équations (1.2.5) avec les conditions terminales suivantes :

$$\alpha(t_f) = \nabla_{\underline{x}} (\underline{x}^t H \underline{x})_{t=t_f} = 2H\underline{x}(t_f)$$

Et on peut écrire aussi à partir de (1.2.4)

$$\alpha(t_f) = K(t_f)\underline{x}(t_f) - V(t_f)$$

On en déduit que

$$K(t_f) = 2H \text{ et } V(t_f) = 0 \quad (1.2.8)$$

Finalement, il reste à résoudre les équations suivantes :

$$\dot{K}(t) = -K(t)A - A^t K(t) + K(t)SK(t) - 2P \text{ initialisée par } K(t_f) = 2H \quad (1.2.9)$$

$$\dot{V}(t) = (KS - A^t)V - 2P\underline{x}^d \text{ initialisée par } V(t_f) = 0 \quad (1.2.10)$$

$$\dot{\underline{x}}(t) = (A - SK)\underline{x}(t) + SV(t) \quad (1.2.11)$$

à partir de l'état initial

$$\underline{x}(t_0) = \underline{x}(0)$$

La sortie est donnée par

$$Y = CX. \quad (1.2.12)$$

Enfin on calcule la commande optimale

$$U^*(t) = -\frac{1}{2}Q^{-1}B^t(K\underline{x} - V) \quad (1.2.13)$$

En conclusion, on constate que la commande optimale correspondante au problème de poursuite est une commande obtenue par la combinaison de deux solutions :

- Une commande en boucle fermée dont le gain de retour est une fonction du temps.
- Une commande en boucle ouverte en fonction du signal de référence  $\underline{x}^d(t)$ .

Pour illustrer cette conclusion, donnons un schéma bloc du système de commande : des expressions (1.2.9), (1.2.10), (1.2.11), (1.2.13) on peut représenter le schéma bloc du système commandé par la figure suivante :

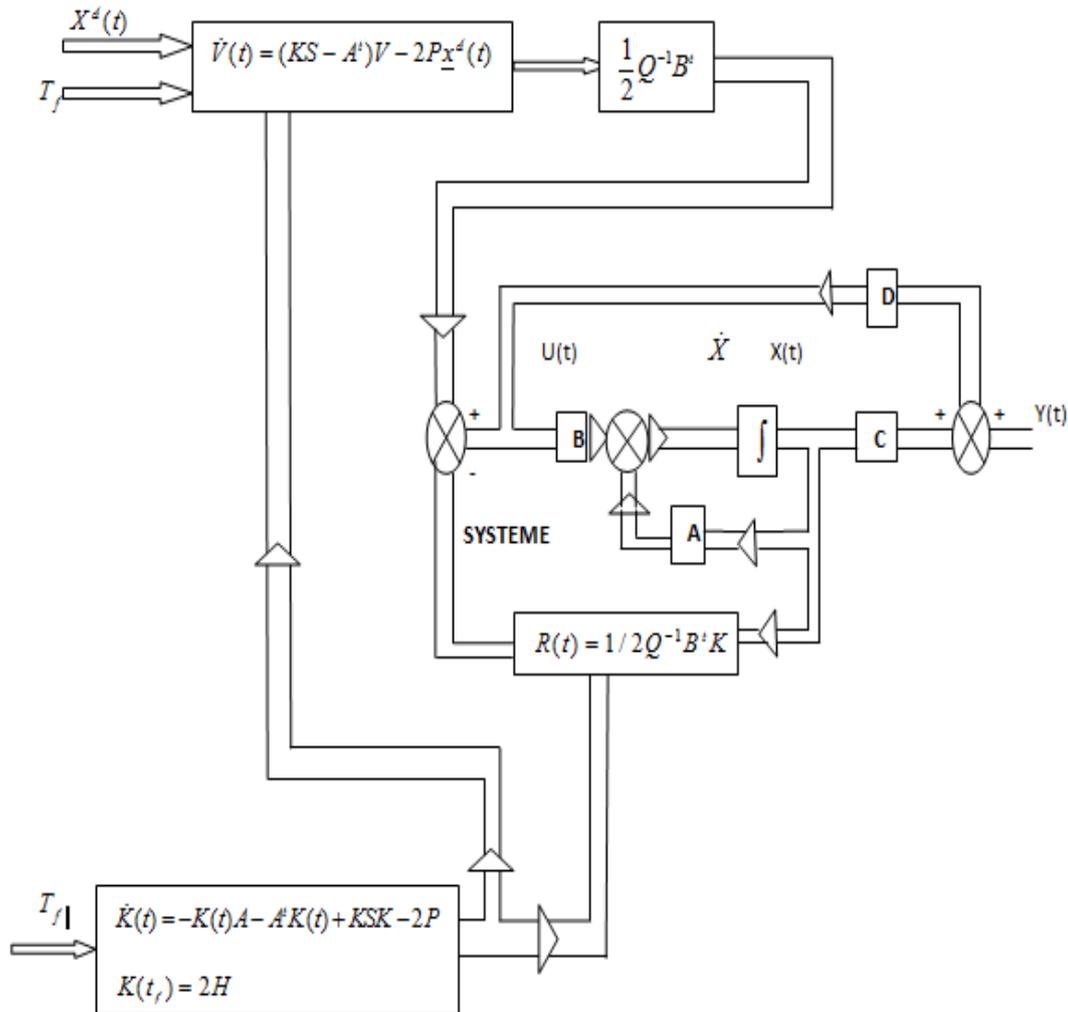


Figure 06 : Schéma bloc du système commande

## 2.4 Algorithme de commande et résolution des équations différentielles

Nous avons vu dans le premier chapitre que pour aboutir à la commande optimale du système nous sommes amenés à résoudre les équations :

- De Riccati et celle du vecteur adjoint :

$$\dot{V}(t) = (KS - A^t)V(t) - 2P\underline{x}^d$$

- Et enfin celle de la trajectoire

$$\dot{\underline{x}}(t) = (A - SK)\underline{x}(t) + SV(t)$$

à partir des conditions initiales données  $\underline{x}(t_0)$ . Cette équation nous donne la trajectoire optimale.

La résolution analytique de ces équations dans le cas général est assez complexe par contre l'utilisation des méthodes numériques d'intégration s'adapte parfaitement aux systèmes fonctionnant en temps réel nécessitant ainsi un calculateur.

## **Chapitre 3**

# **Algorithme de commande et résolution des équations différentielles**

### **3.1 Introduction**

Nous avons vu dans le deuxième chapitre que pour aboutir à la commande optimale du système nous sommes amenés à résoudre les équations :

- Riccati
- $\dot{V}(t) = (KS - A^t)V - 2P\underline{x}^d$
- $\dot{\underline{x}}(t) = (A - SK)\underline{x}(t) + SV(t)$

La résolution analytique de ces équations dans le cas général est assez complexe par contre l'utilisation des méthodes numériques d'intégration s'adapte parfaitement aux systèmes fonctionnant en temps réel nécessitant ainsi un calculateur.

### **3.2 Organigramme de calcul de la commande optimale du processus**

Des expressions (1.2.9), (1.2.10), (1.2.11), (1.2.12), (1.2.13) on déduit pour le calcul de la commande optimale d'un canal d'irrigation l'organigramme de résolution suivant [3] :

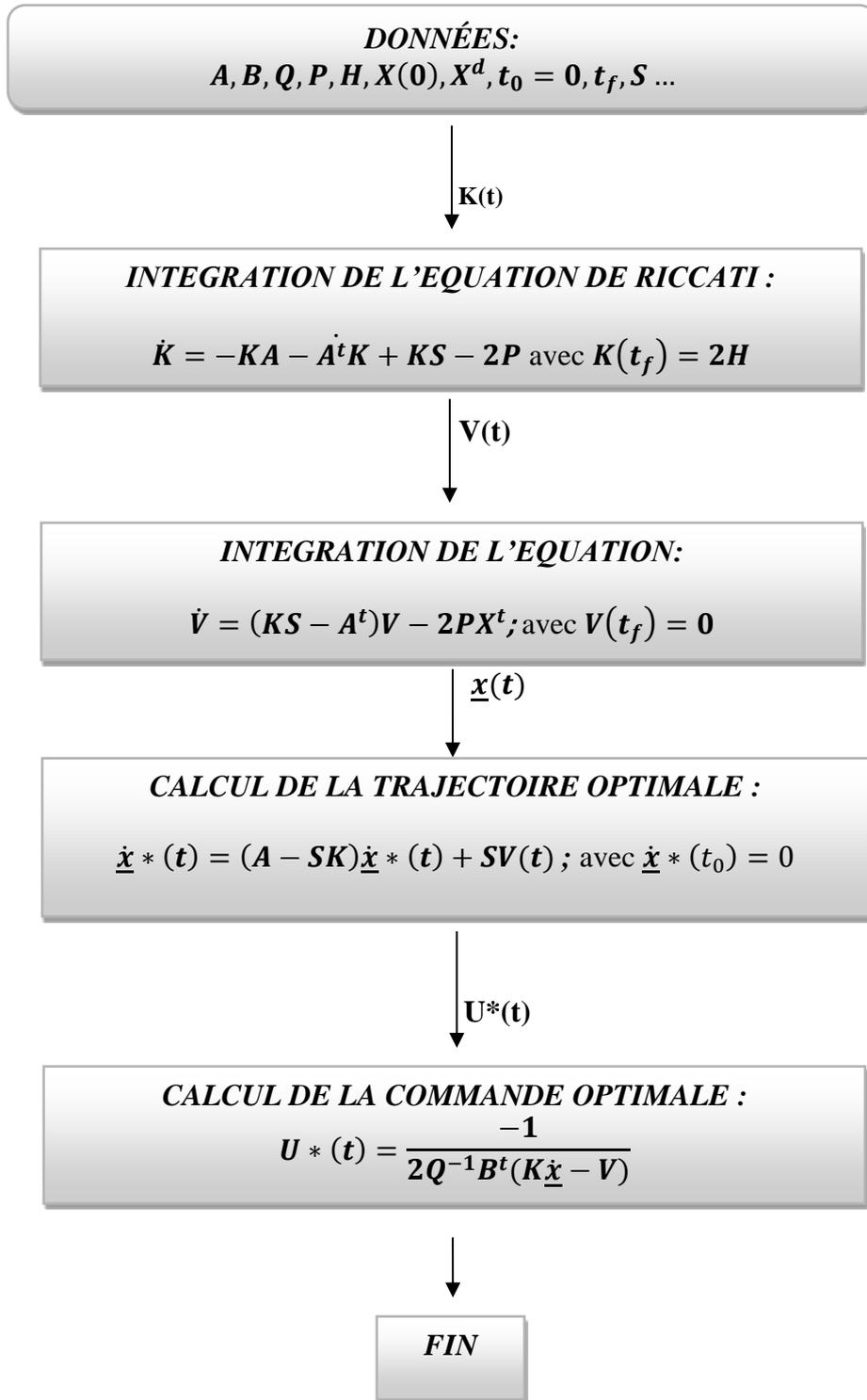


Figure 07 : Organigramme de calcul de la commande optimale du processus

On a les remarques suivantes :

**Remarques :**

- Nous constatons d'après cet organigramme que la matrice de gain  $K(t)$  et le vecteur d'entrée  $V(t)$  sont indépendants de l'état du système, donc ils peuvent être calculés avant que le système optimal commence à opérer.
- Nous constatons aussi que le vecteur d'entrée  $V(t)$  dépend de la consigne  $\underline{x}^d(t)$  donc sa connaissance est indisponible dans l'intervalle du temps  $(t_0, t_f)$ .

### 3.3 Résolution numérique de l'équation de Riccati

#### 3.3.1 Cas stationnaire

Le cas stationnaire est réalisé lorsque l'instant final  $t_f$  tend vers l'infini ; l'équation matricielle de **Riccati** devient une équation matricielle algébrique, car  $\dot{K}(t) = 0$  du fait que  $K(t) = 0$  est constante, donc on aura

$$KA - KSK + A'K + 2P = 0 \quad (2.3.1)$$

Pour résoudre l'équation (2.3.1), nous utilisons la méthode itérative qui consiste à remplacer le problème de minimisation en temps continu par le problème de minimisation en temps discret.

Posons :

$$\phi = \frac{1}{2}(I - A')\bar{K}(I - A) \quad (2.3.2)$$

$$F = (I - A)^{-1}(I + A)$$

$$G = 2(I - A)^{-2}B$$

$$C = Q + B'(I - A')^{-1}P(I - A)^{-1}B$$

$$D = P(I - A)^{-1}B$$

Donc l'équation matricielle quadratique s'écrit :

$$\bar{\phi}' - \bar{\phi} - (P'G + D)(C + G'G)^{-1}(F'G + D)' + 2P = 0 \quad (2.3.3)$$

La solution de l'équation discrète de Riccati est donnée par :  $\bar{\phi} = \lim_{x \rightarrow 0} \phi_i$

$$\text{où } \bar{\phi}_{i+1} = F'\phi_i F - (F'G + D)(C + G'G)^{-1}(F'G + D)' + 2P = 0 \text{ avec } \phi_0 = 0 \quad (2.3.4)$$

La solution de l'équation de Riccati dans le cas stationnaire est enfin déterminée à partir de  $\bar{\phi}$  par la relation :

$$\bar{K} = 2(I - A')^{-1}\bar{\phi}(I - A)^{-1} \quad (2.3.5)$$

### 3.3.2 Cas non stationnaire

Dans le cas où le temps final  $t_f$  est fini, la matrice de gain  $K(t)$  est en fonction du temps et solution de l'équation matricielle du Riccati [2] :

$$\dot{K}(t) = -K(t)A - A^t K(t) + K(t)SK(t) - 2P \quad (2.3.6)$$

sous la condition finale  $K(t_f) = 2H$ .

Cette équation est non linéaire et pour cette raison nous n'obtenons généralement pas de solution théorique, nous devons calculer  $K(t)$  en utilisant un ordinateur (machine digitale).

Un calcul peut être basé, par exemple, sur une approximation de  $\dot{K}(t)$ , on aura ainsi

$$\frac{d}{dt} K(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{K(t + \Delta t) - K(t)}{\Delta t} \quad (2.3.7)$$

En reportant l'expression (2.3.7) dans (2.3.6), nous obtenons

$$K(t + \Delta t) = K(t) + \Delta t(-K(t)A - A^t K(t) + K(t)SK(t) - 2P) \quad (2.3.8)$$

Nous résolvons donc l'équation de Riccati en temps inverse en utilisant un accroissement  $\Delta t$  négatif.

Naturellement, la plus petite valeur de  $\Delta t$  donne la meilleure approximation.

# Chapitre 4

## Commande optimale d'un moteur à induction

### 4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons étudier notre processus simulé. Comme il n'existe pas de méthodes exactes pour la détermination des matrices de pondération H, P et Q et que seules l'intuition et l'expérimentation nous permettent d'aboutir à un choix convenable et satisfait de ces matrices, nous allons procéder de la façon suivante :

- Nous fixons les éléments des matrices H, P, Q et on résout le problème en calculant la commande optimale et la trajectoire dans le cas stationnaire ( $\underline{x}(t) = \text{Cte}$ ) pour une référence  $\underline{x}^d(t)$  constante ; en fonction des résultats, on revient sur le choix des matrices de pondération en faisant plusieurs essais (Varier les éléments de P tout en conservant ceux de H et Q constants).

Une fois que le choix est satisfait, on résout le problème dans le cas non stationnaire ( $K(t)$  variable) toujours pour une référence  $\underline{x}^d(t)$  constante, ensuite on étudie le problème de poursuite pour une consigne  $\underline{x}^d(t)$  variable.

## 4.2 Commandabilité et stabilité du système

### 4.2.1 Commandabilité du système

Le procédé décrit par l'équation

$$\dot{\underline{x}}(t) = A\underline{x}(t) + BU(t) \quad (3.1.1)$$

On a

$$A_0 = \begin{bmatrix} -7.7 & 0 & 3.38 & 0 \\ 2 & -7.7 & 0 & 3.38 \\ 127.68 & 0 & -70.36 & 0 \\ -33.19 & 127.68 & 0 & -70.36 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 17.73 & 0 \\ 0 & 17.73 \end{bmatrix}$$

Pour que le système soit commandable il faut et il suffit que

$$\text{Rang}(B, AB, A^2B, A^3B, A^4B, A^5B) = \text{Rang}(A) = 4$$

Donc le système est commandable.

### 4.2.2 Stabilité du moteur à induction

La stabilité est impérative pour tout système. Donc il sera stable si les pôles de la matrice A sont négatives :

-1.4384

-76.6216

-1.4384

-76.6216

Donc le système du moteur à induction à un fonctionnement stable.

## 4.3 Problème de poursuite avec référence constante

### 4.3.1 Cas stationnaire

Le cas stationnaire est réalisé quand la matrice Riccati est constante et donc elle satisfait l'équation algébrique de Riccati  $K(t) = C$ . Les matrices H, P et Q sont diagonales et nous considérons le choix suivant :

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

Nous désirons avoir des consignes  $X_{1d}, X_{2d}, X_{3d}$  et  $X_{4d}$  constantes dans les bacs et nous

fixons  $X_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  et  $t = [800: -1: 0]$

La résolution des équations (1.2.9), (1.2.10), (1.2.11), (1.2.12), (1.2.13) nous donne les résultats suivants :

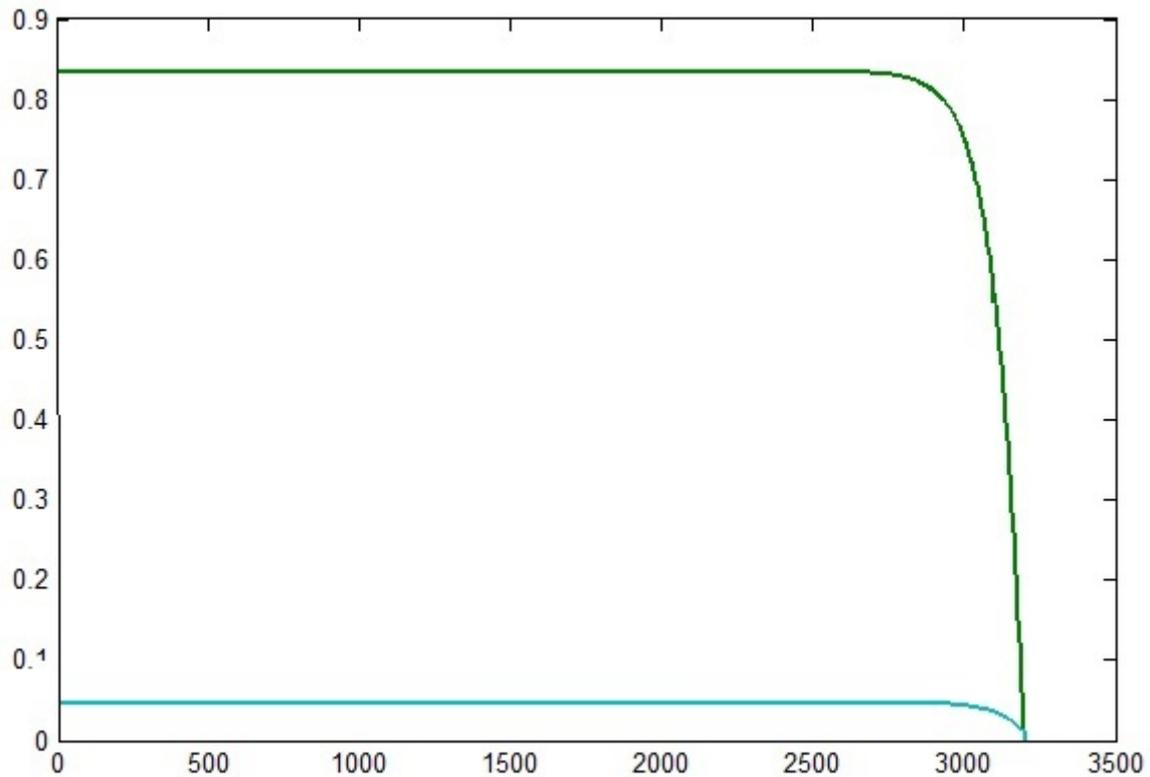


Figure 08 : Solution de l'équation de Riccati pour l'application au processus

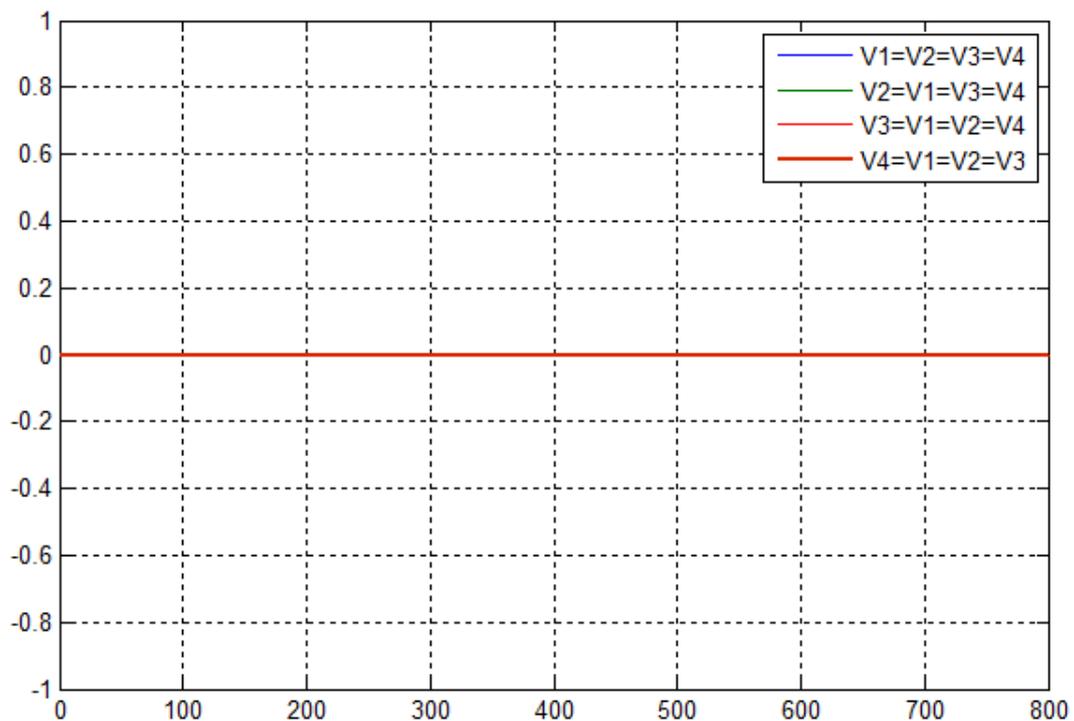


Figure 09 : Solution de l'équation en V pour l'application au processus

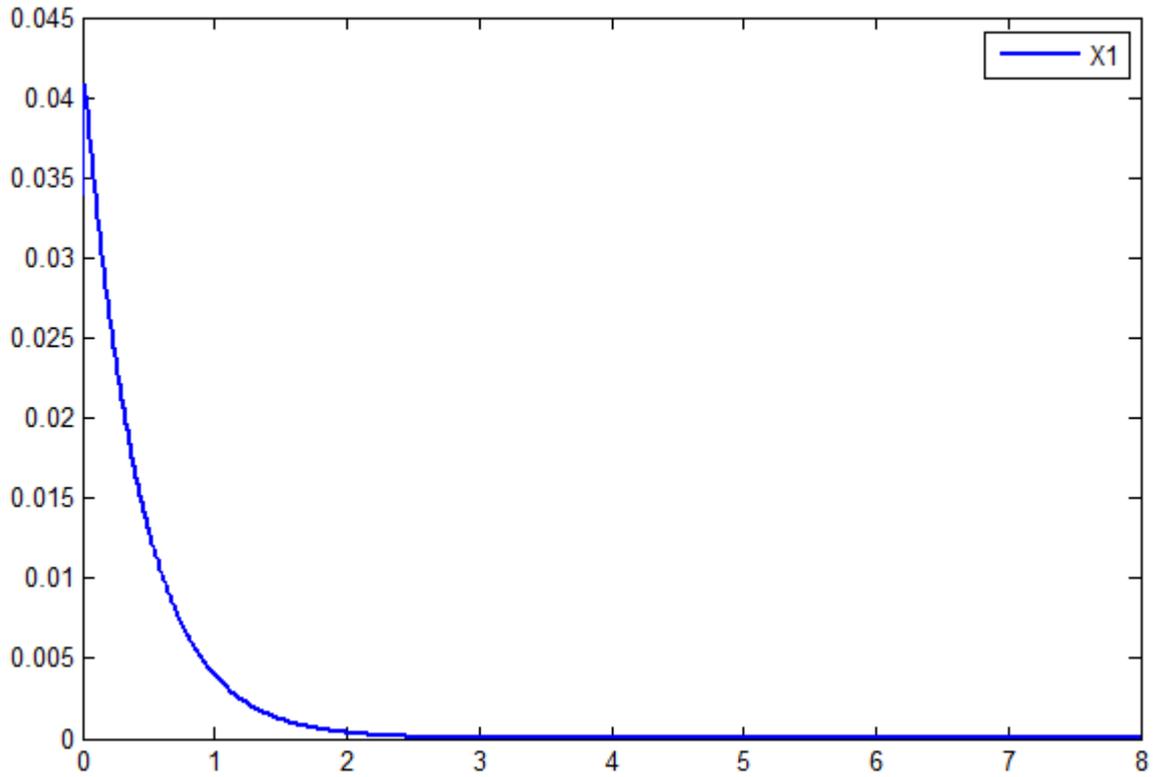


Figure 10 : La trajectoire X1 pour l'application au processus

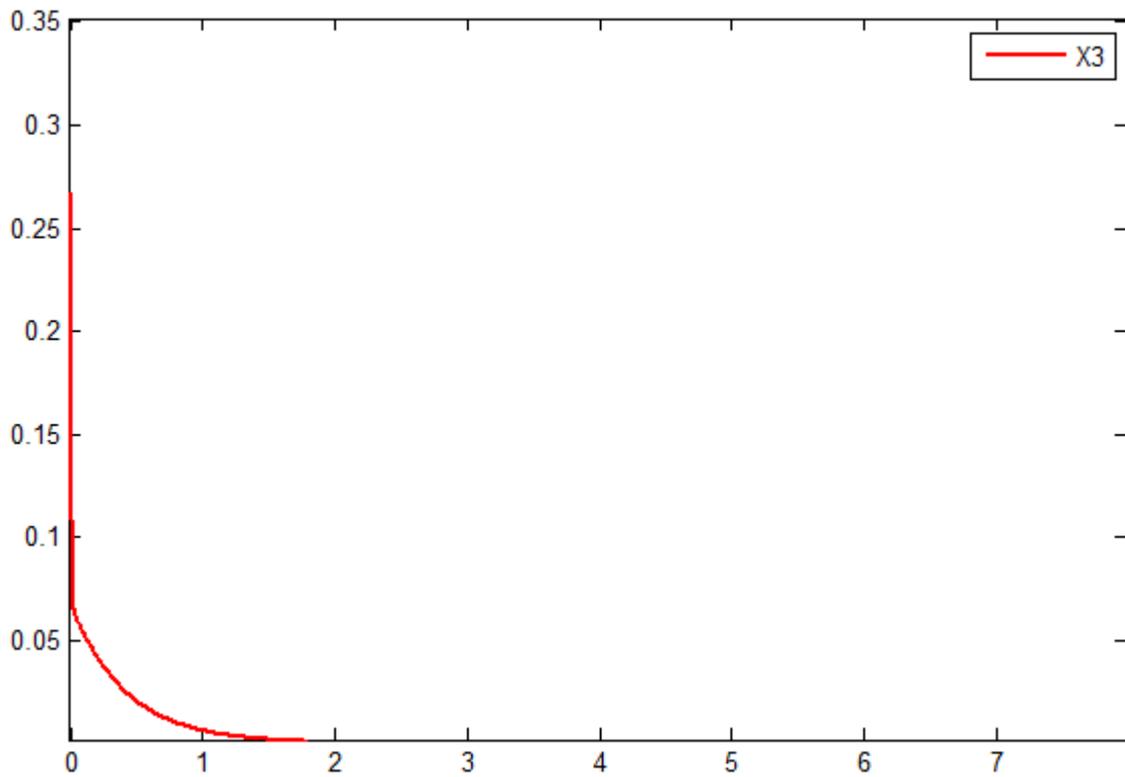


Figure 11 : La trajectoire X2 pour l'application au processus

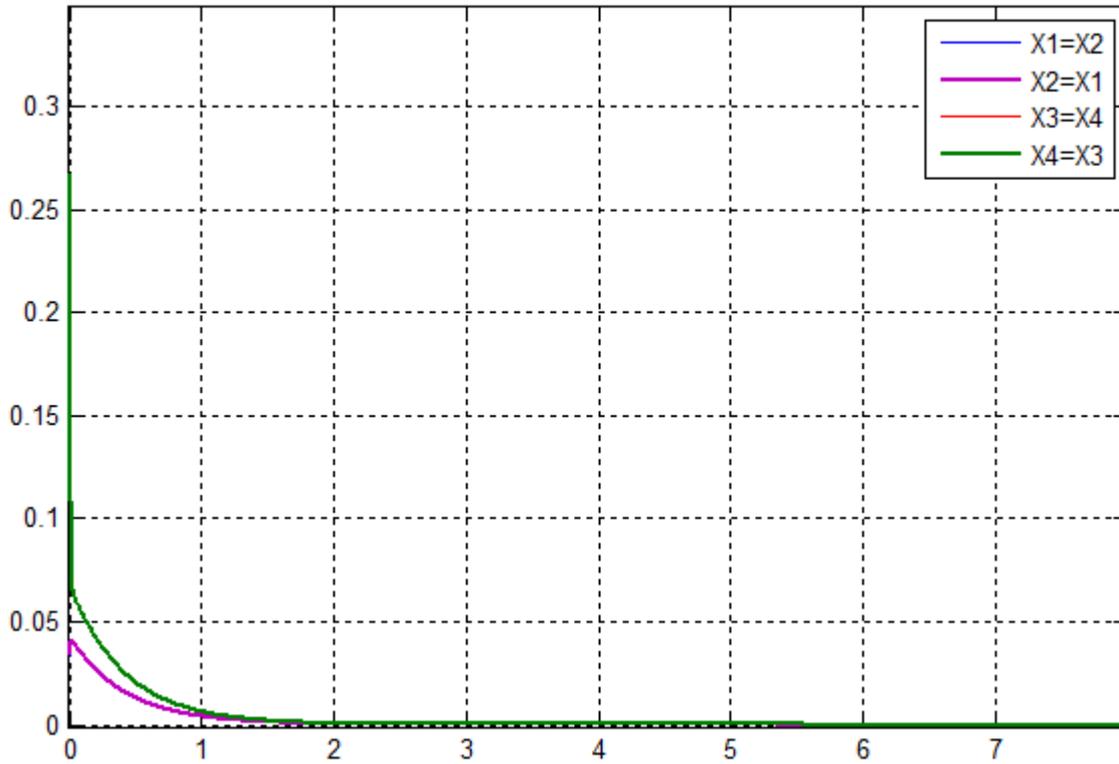


Figure 12 : La trajectoire en sous optimale

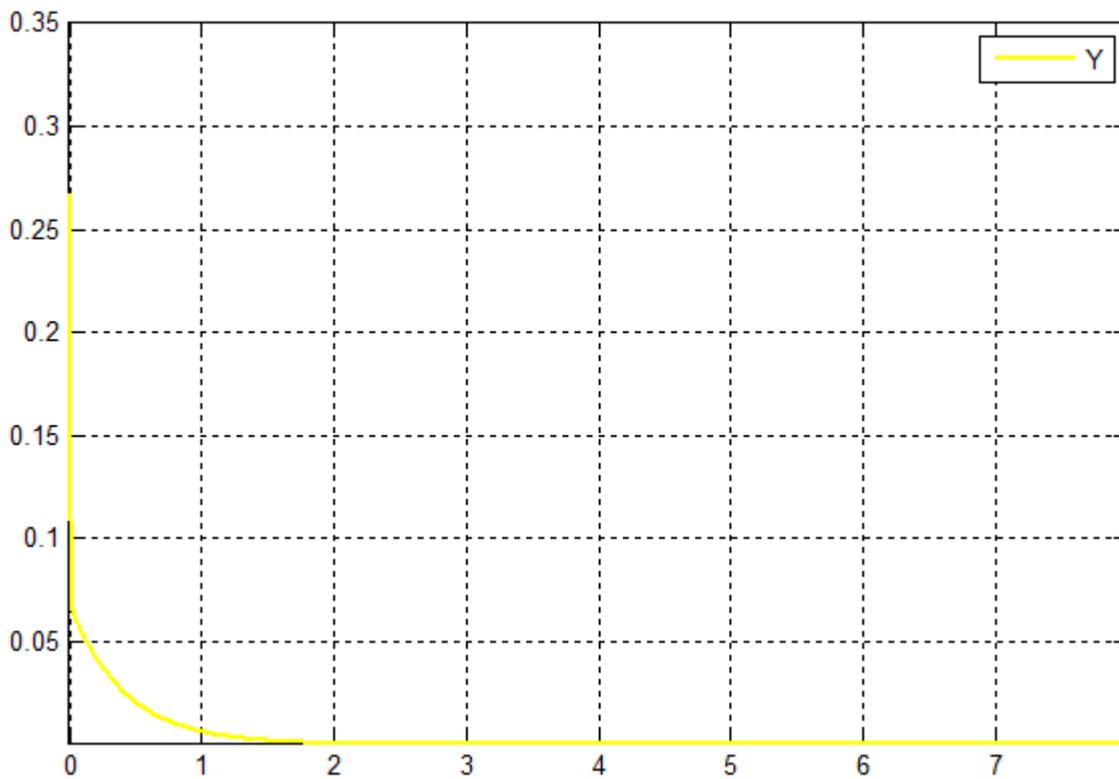


Figure 13 : La sortie pour l'application au processus

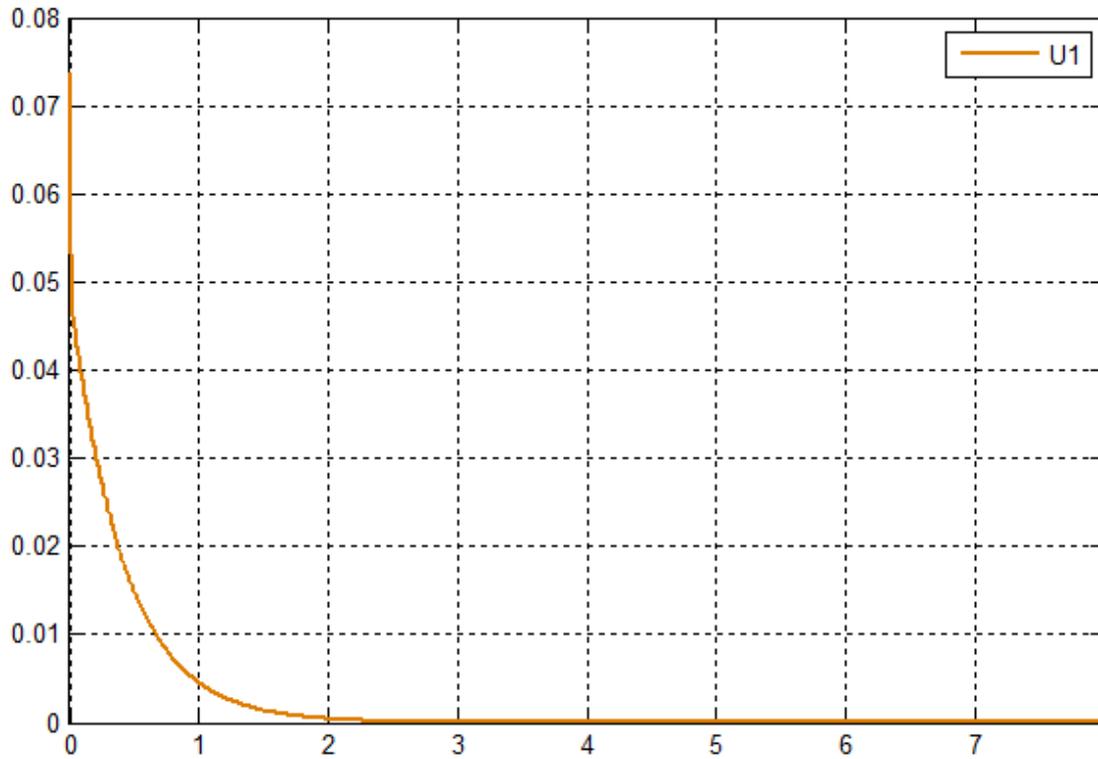


Figure 14 : La commande pour l'application au processus

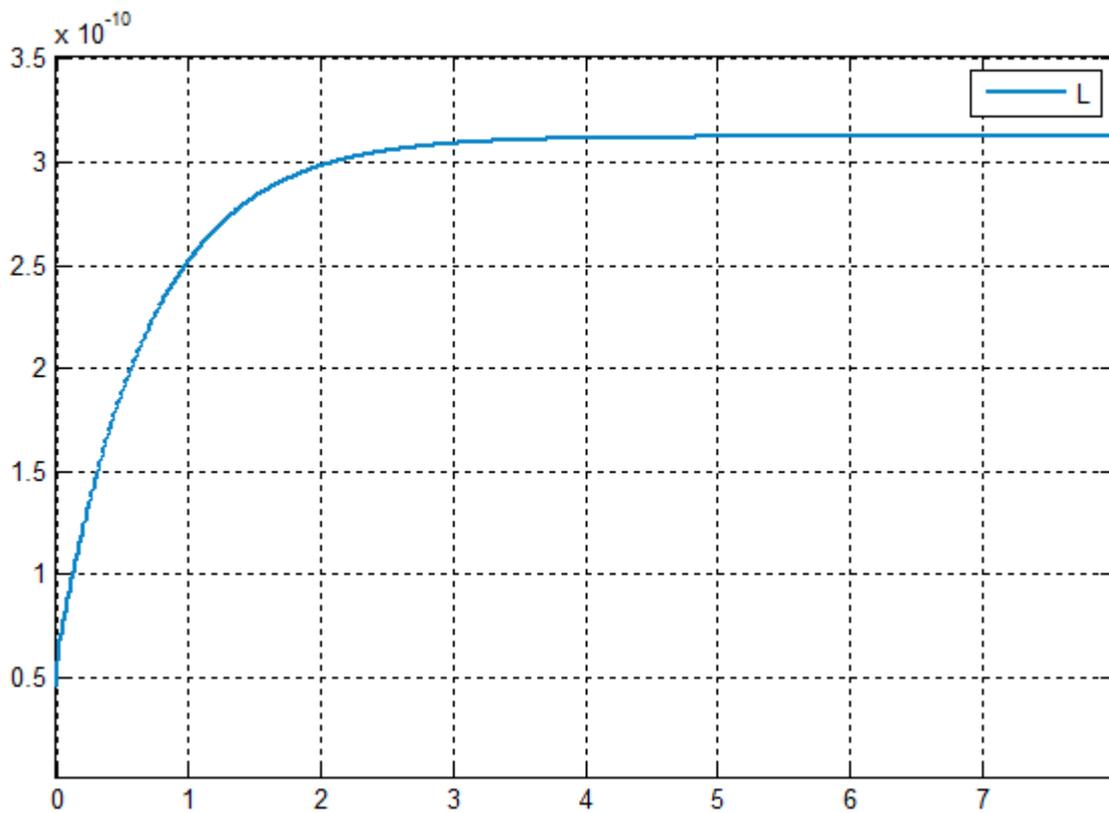


Figure 15 : La sortie optimale

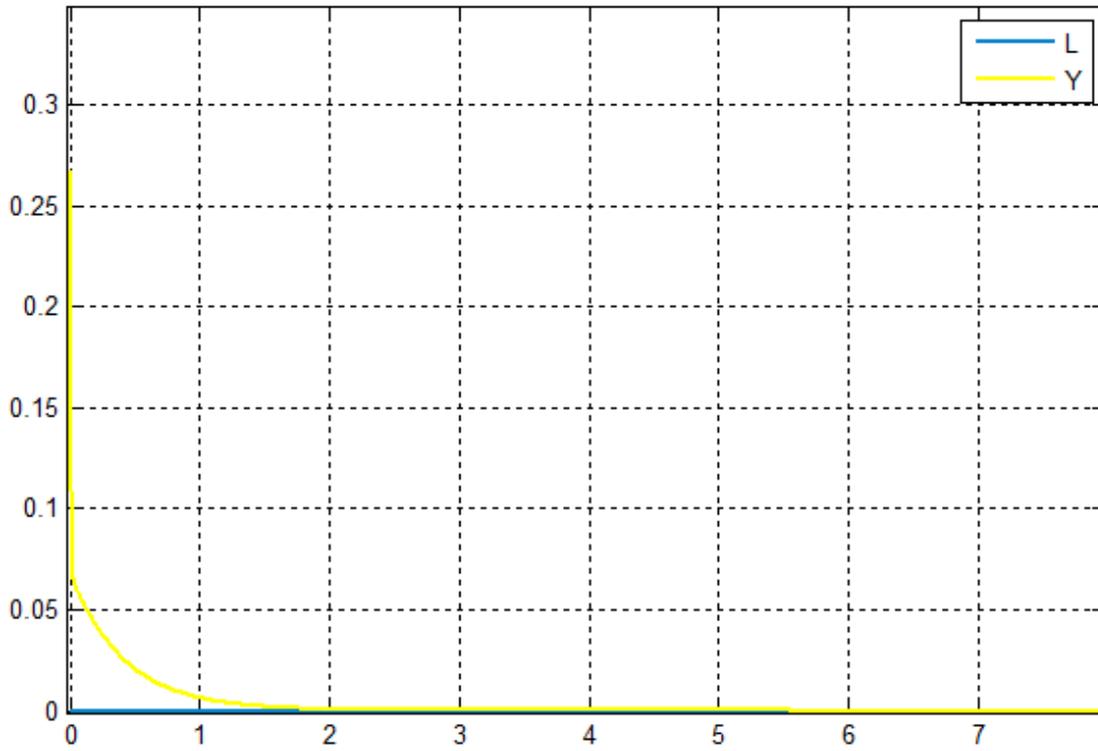


Figure 16 : Comparaison entre la sortie en commande optimale et sous optimale

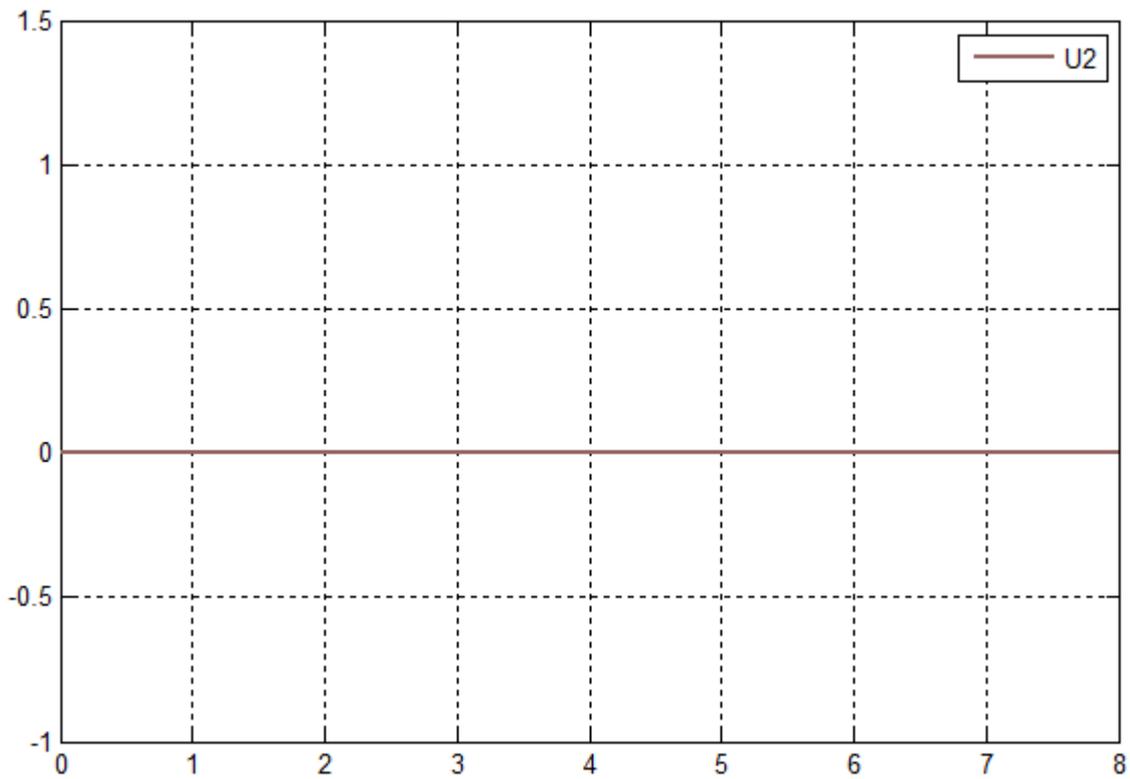


Figure 17 : La commande optimale

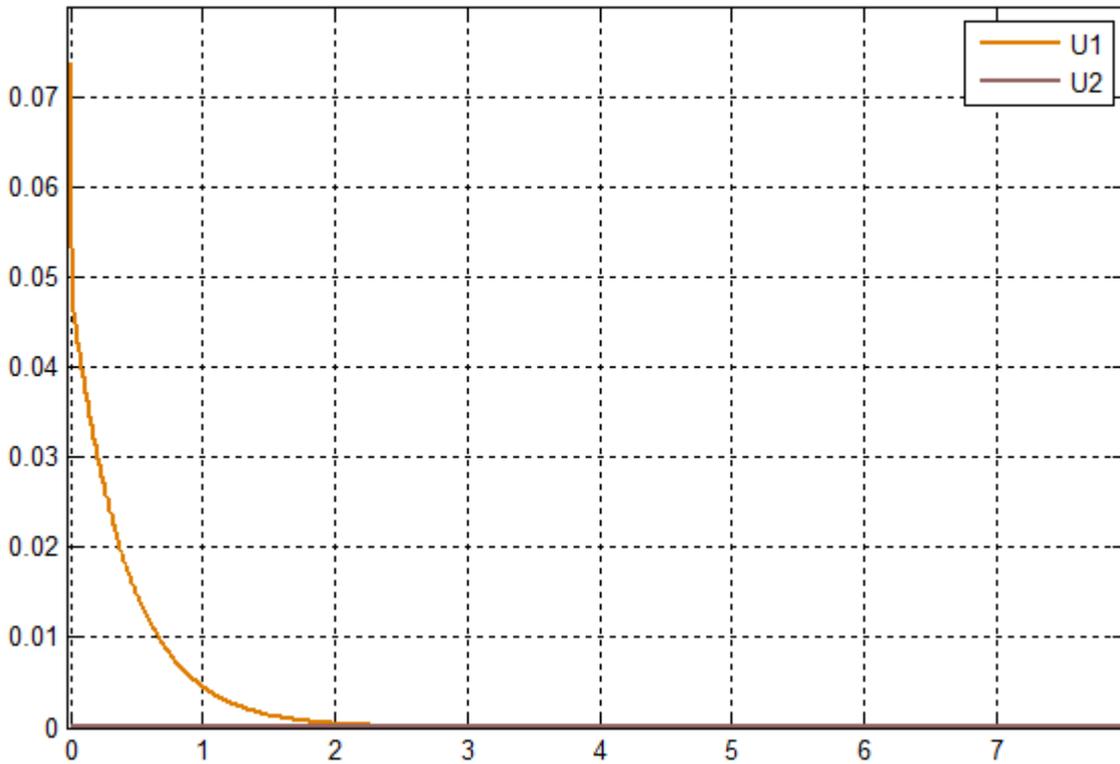


Figure 18 : Comparaison entre la commande en optimale et en sous optimale

#### 4.4 Influence des matrices de pondérations

Dans ce cas, on va montrer l'influence des matrices de pondérations sur l'erreur de poursuite :

On fait varier par exemple la matrice P qui pondère l'erreur de poursuite et on laisse les matrices H et Q constantes.

##### ✚ Premier cas :

Le choix des matrices de pondérations est :

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

Les résultats sont donnés par les figures suivantes

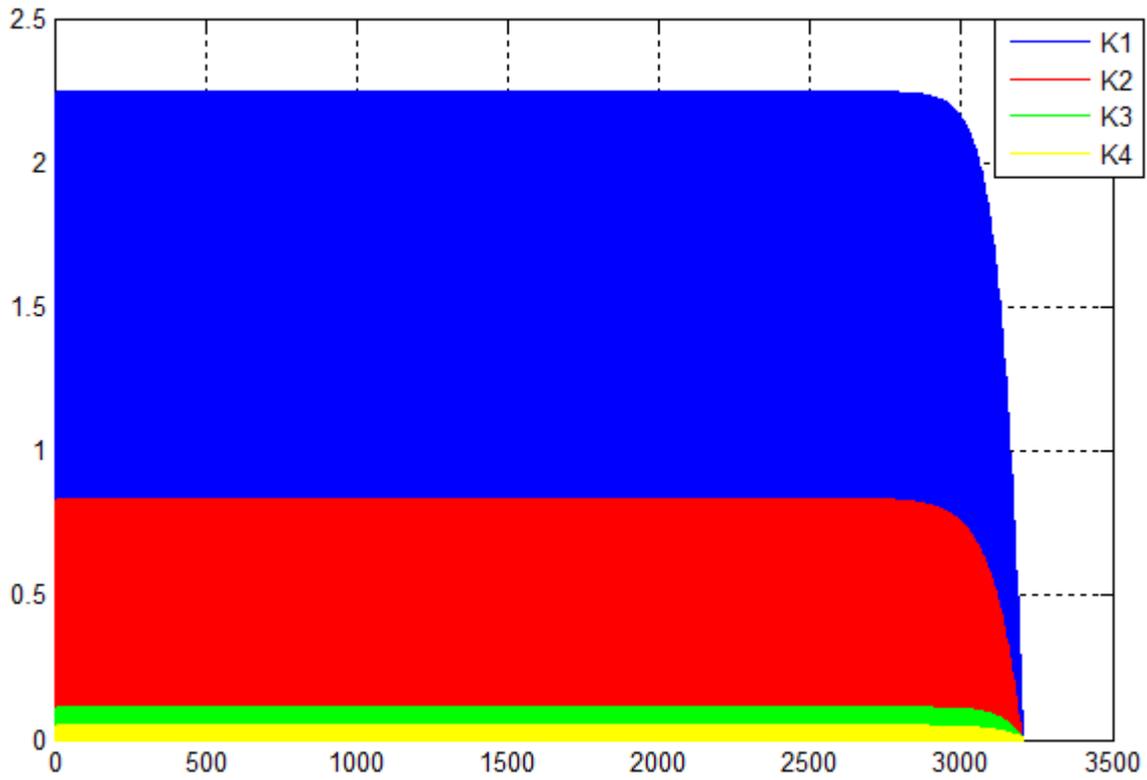


Figure 19 : Solution de l'équation de Riccati pour l'application au processus

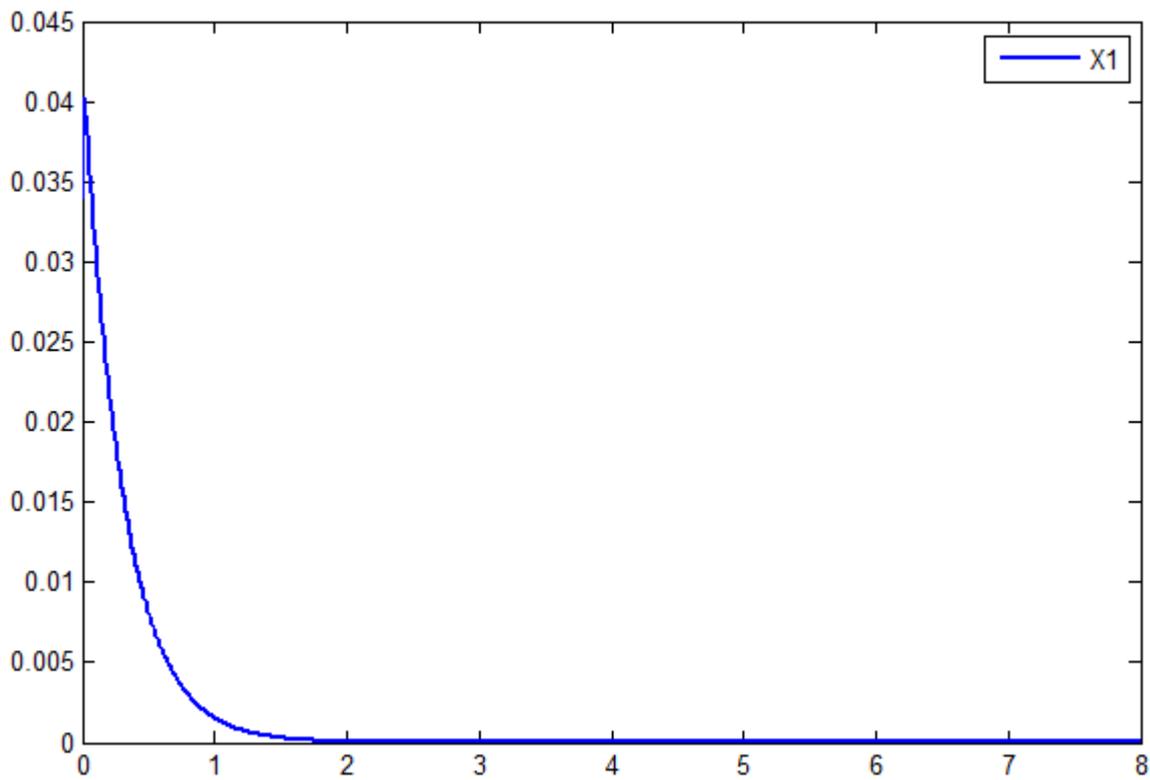


Figure 20 : La trajectoire X1 pour l'application au processus

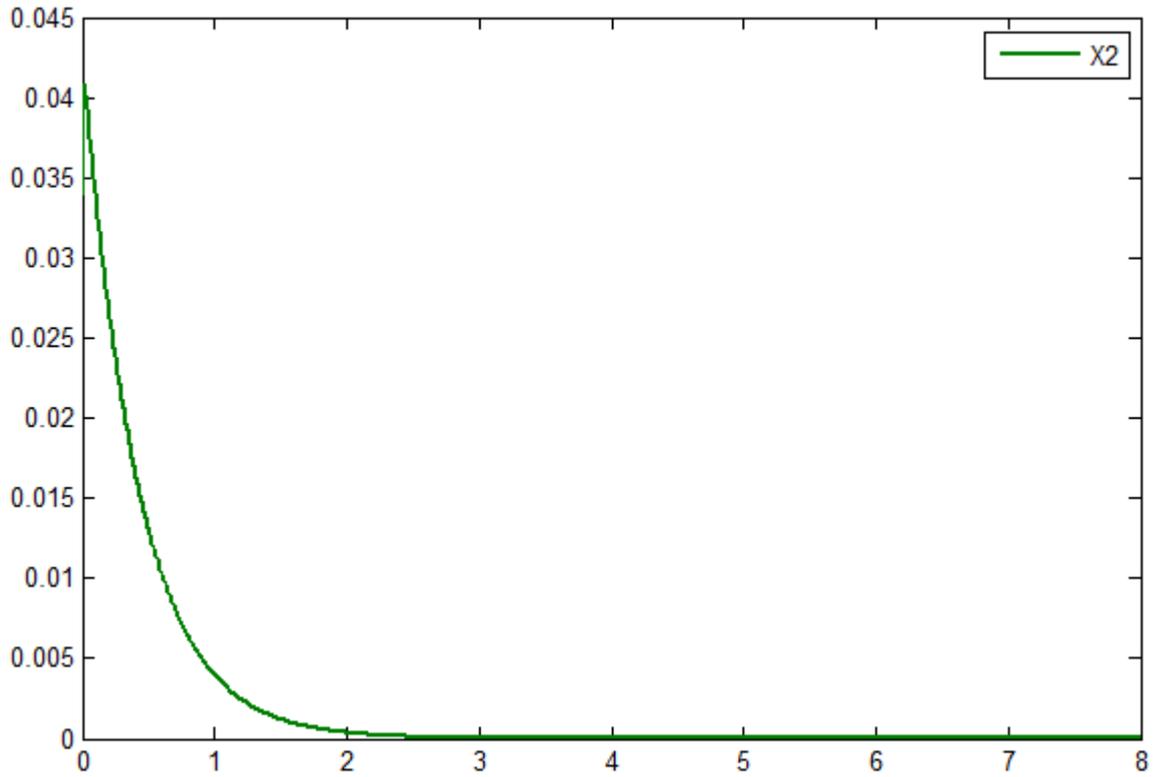


Figure 21 : La trajectoire X2 pour l'application au processus

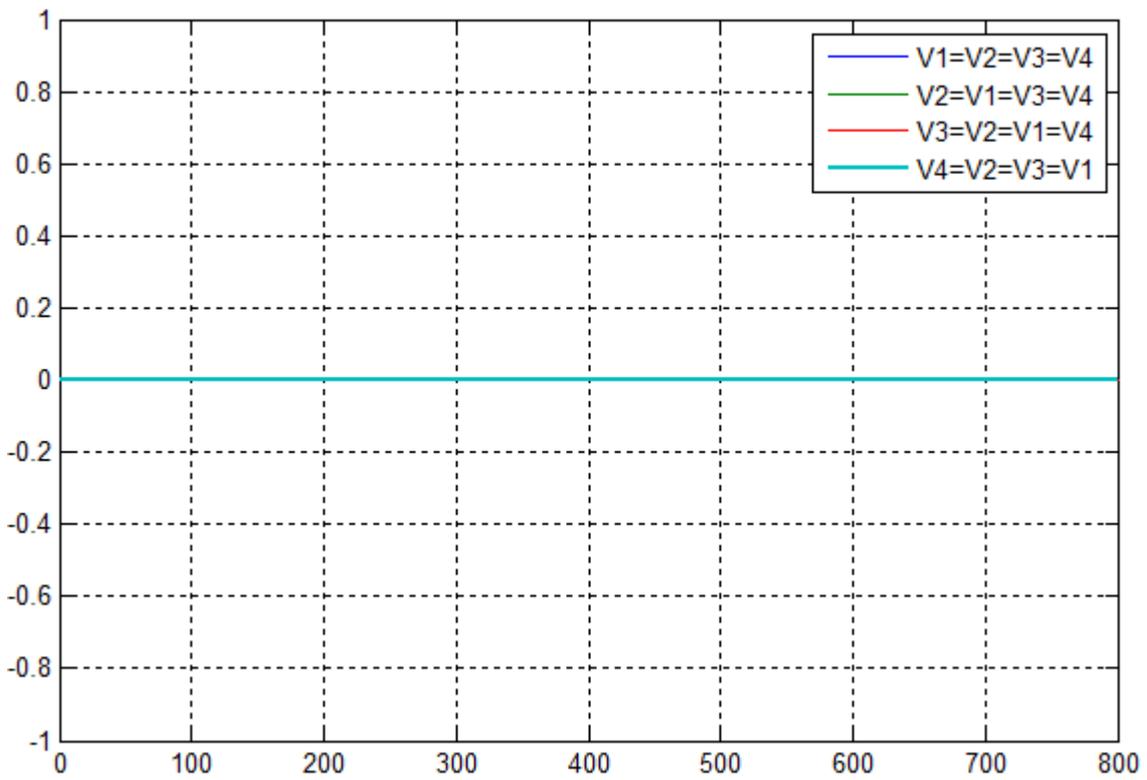


Figure 22 : Solution de l'équation V pour l'application au processus

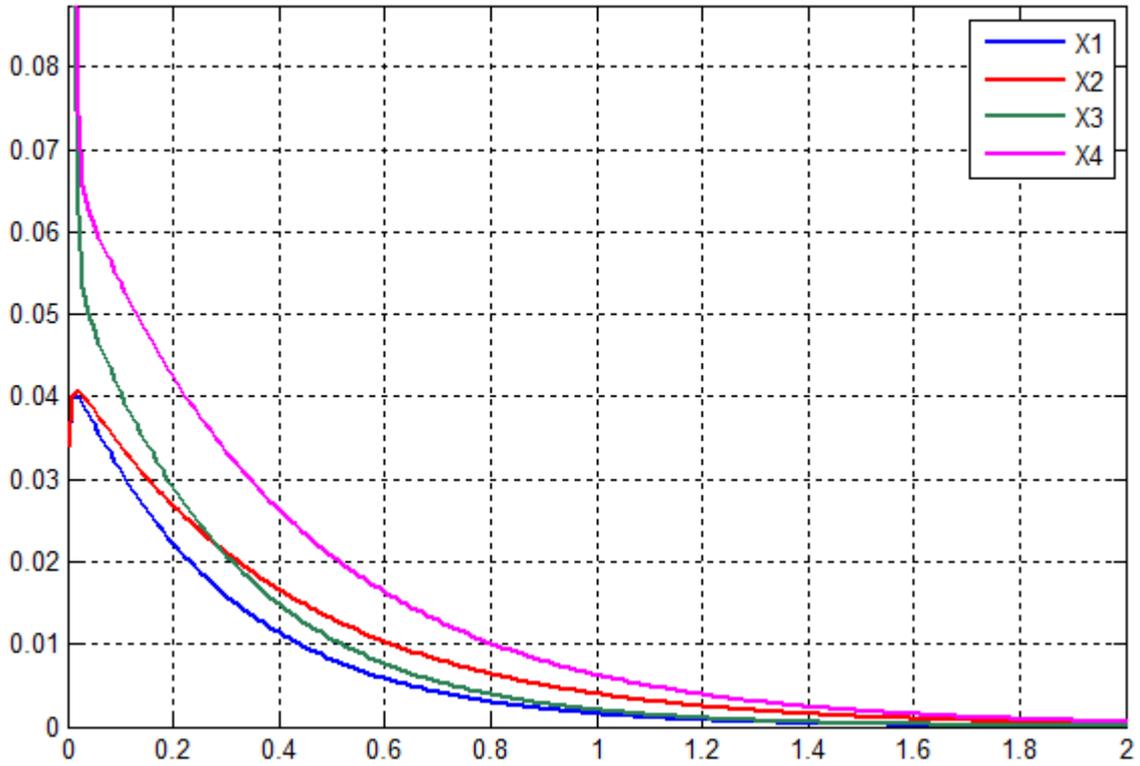


Figure 23 : La trajectoire en sous optimale

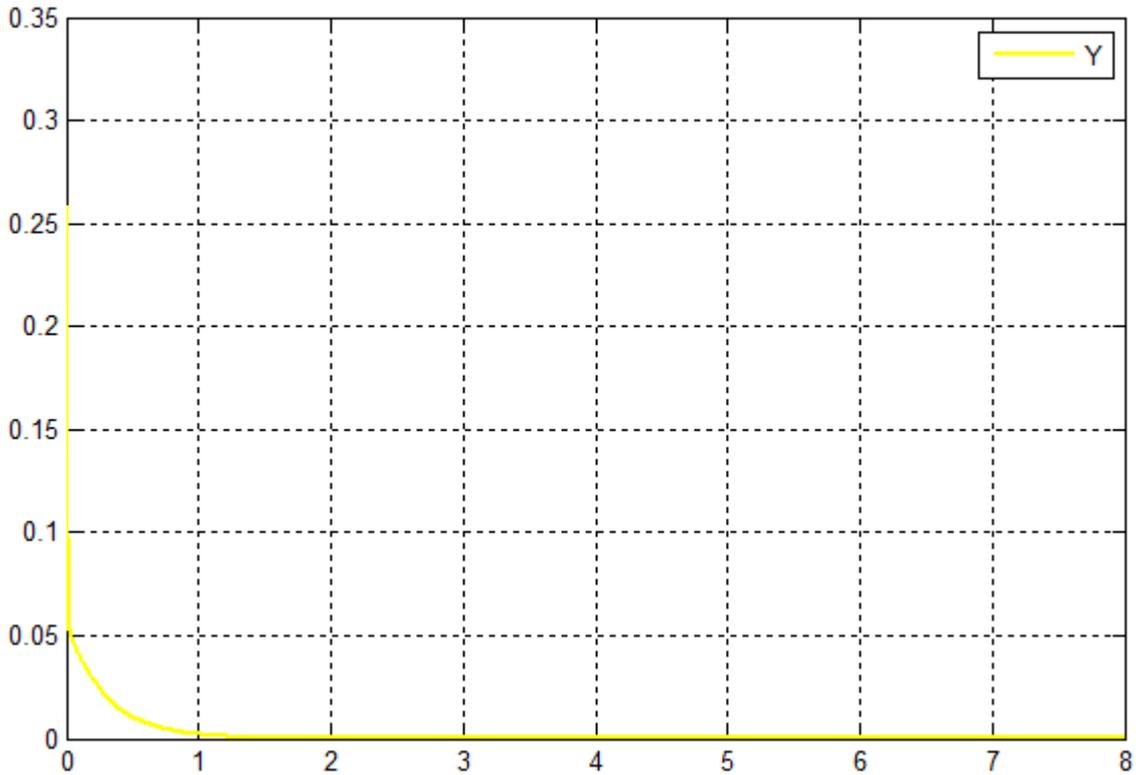


Figure 24 : La sortie pour l'application au processus

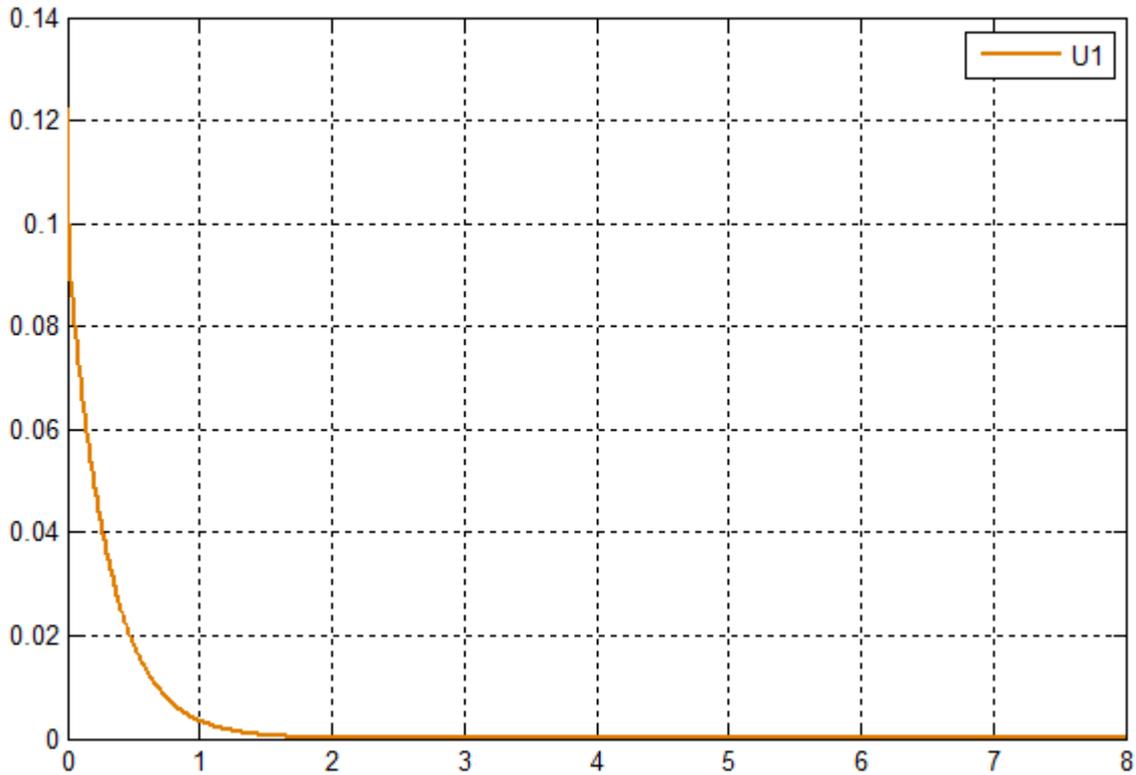


Figure 25 : La commande pour l'application au processus

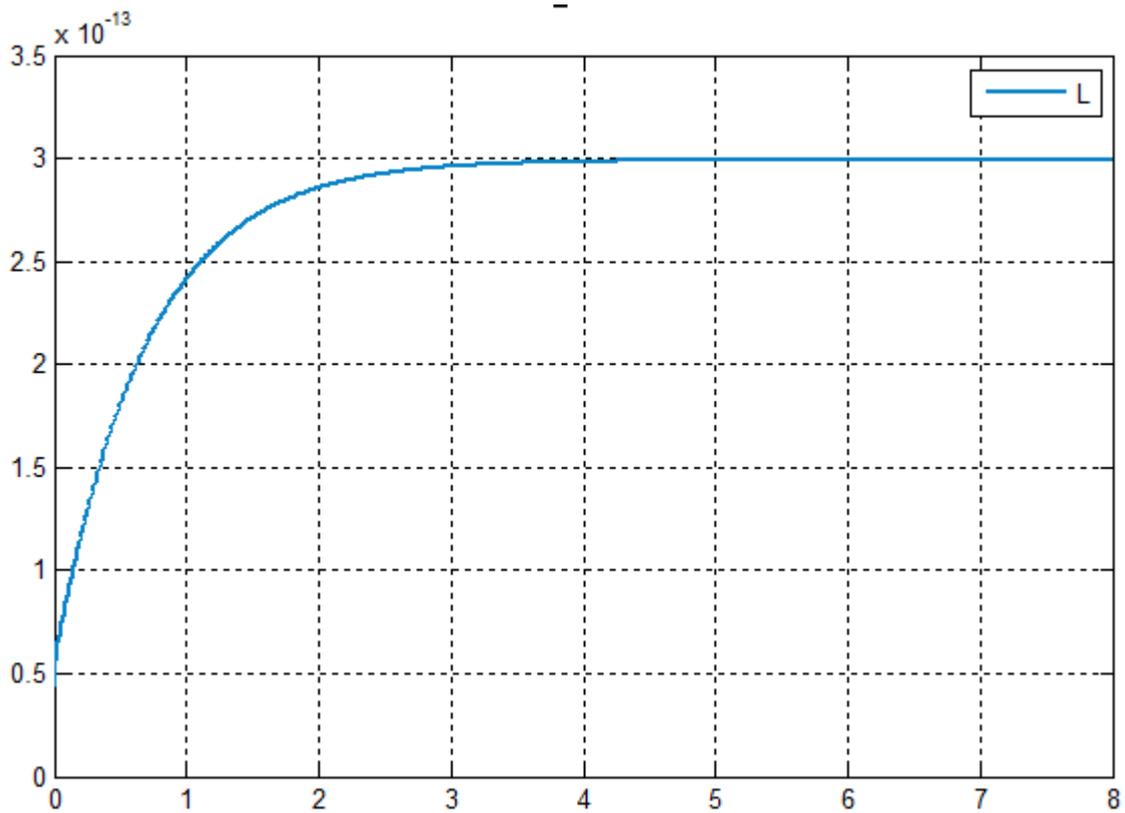


Figure 26 : La sortie optimale

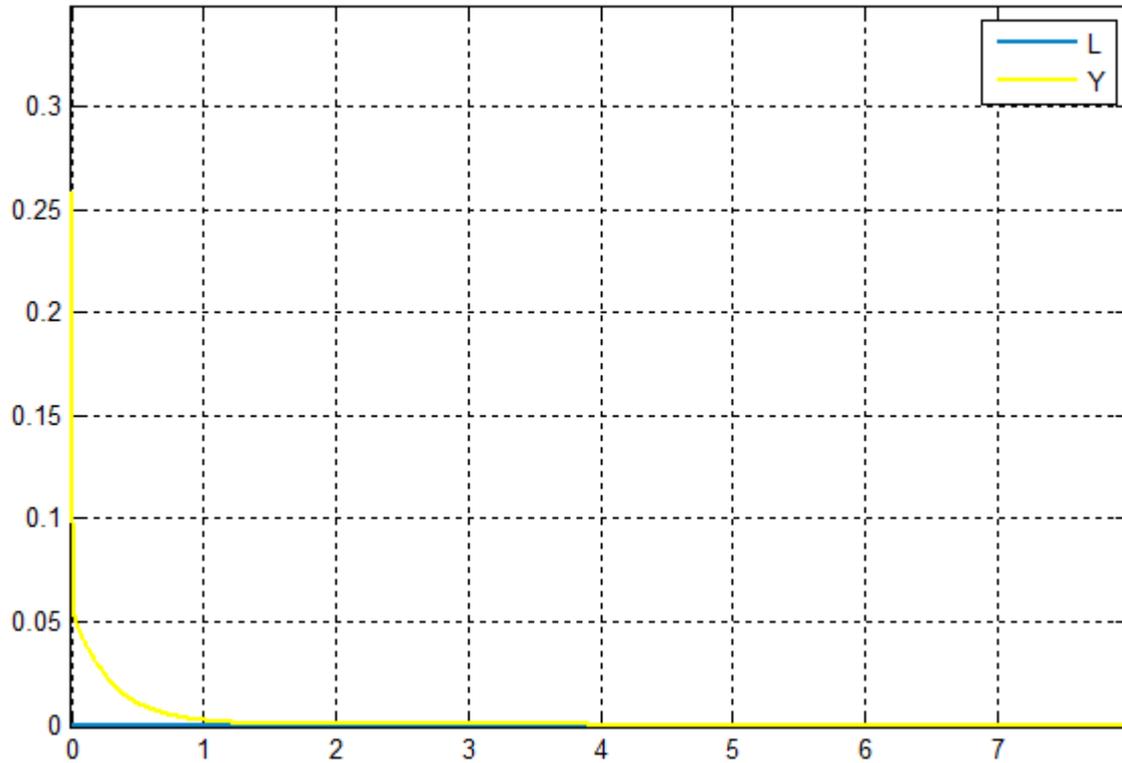


Figure 27 : Comparaison entre la sortie en commande optimale et sous optimale

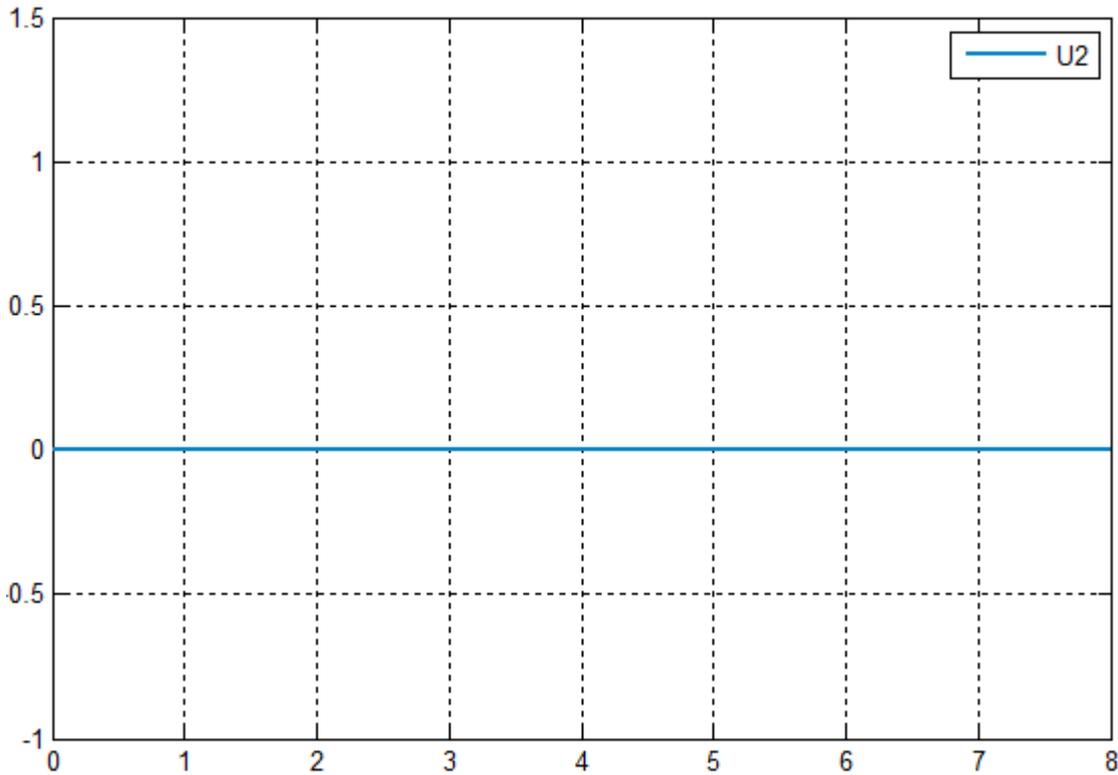


Figure 28 : La commande optimale

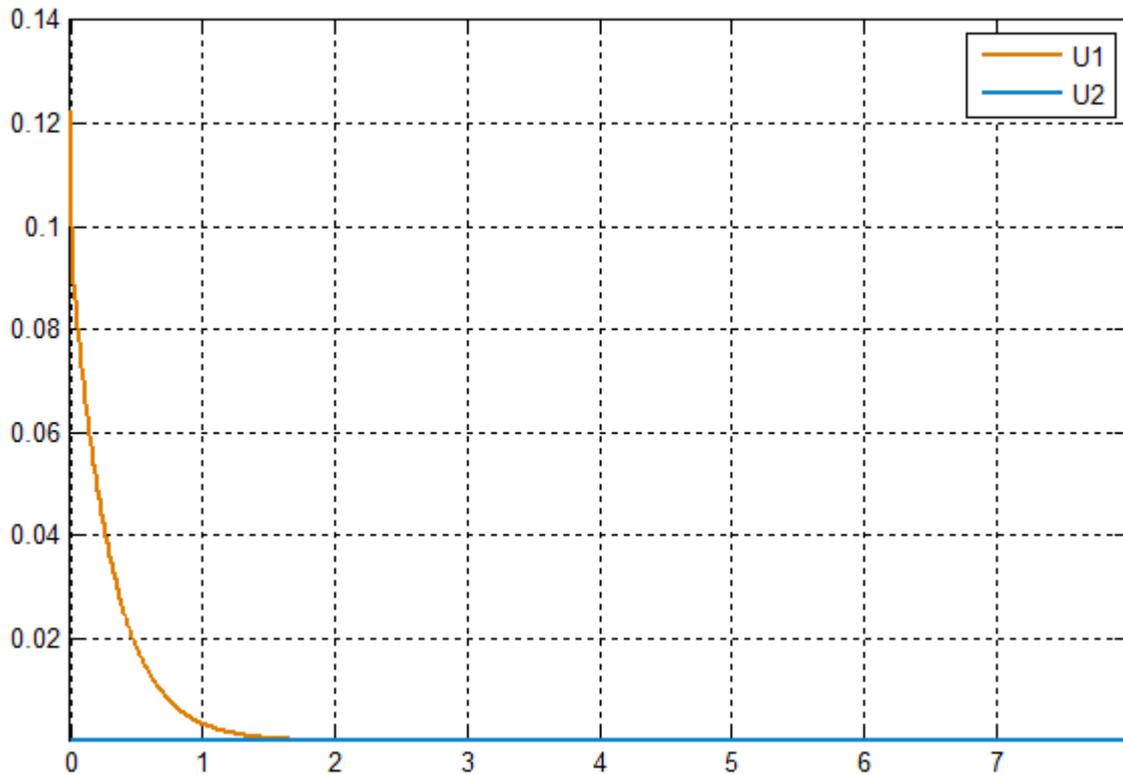


Figure 29 : Comparaison entre la commande en optimale et en sous optimale

✚ Deuxième cas :

Le choix des matrices de pondérations est :

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

Les résultats sont les suivants :

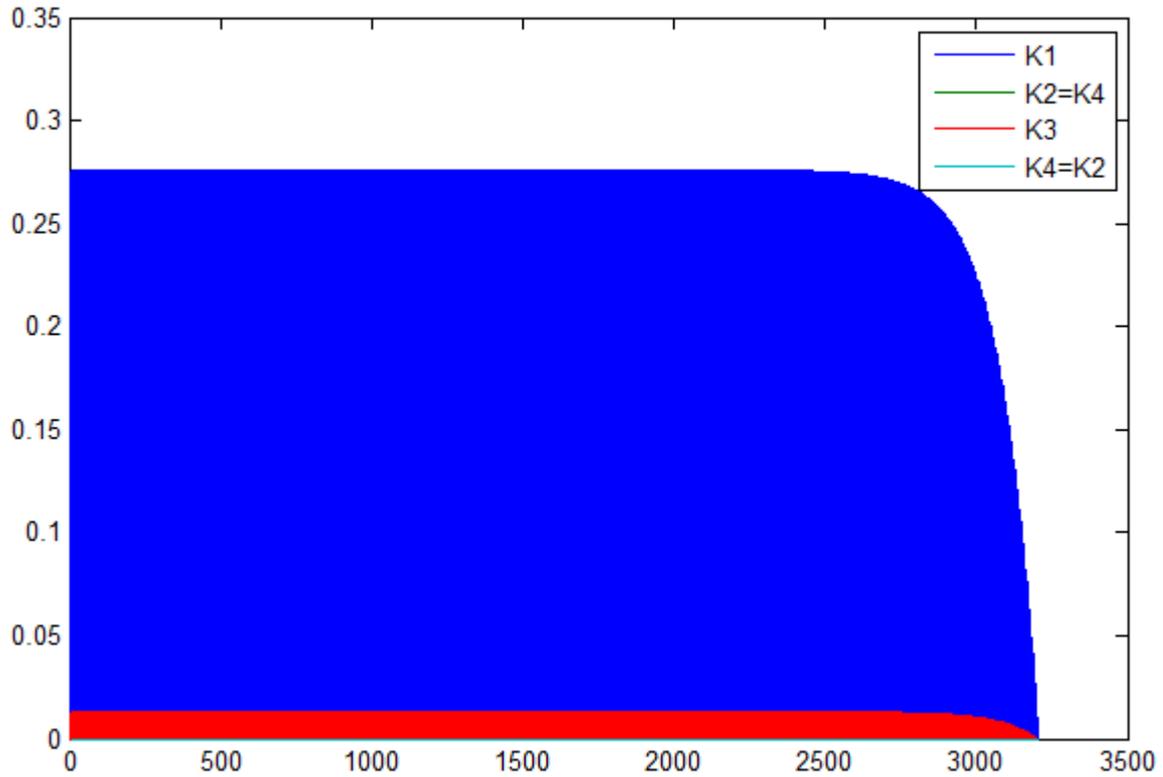


Figure 30 : Solution de l'équation de Riccati pour l'application au processus

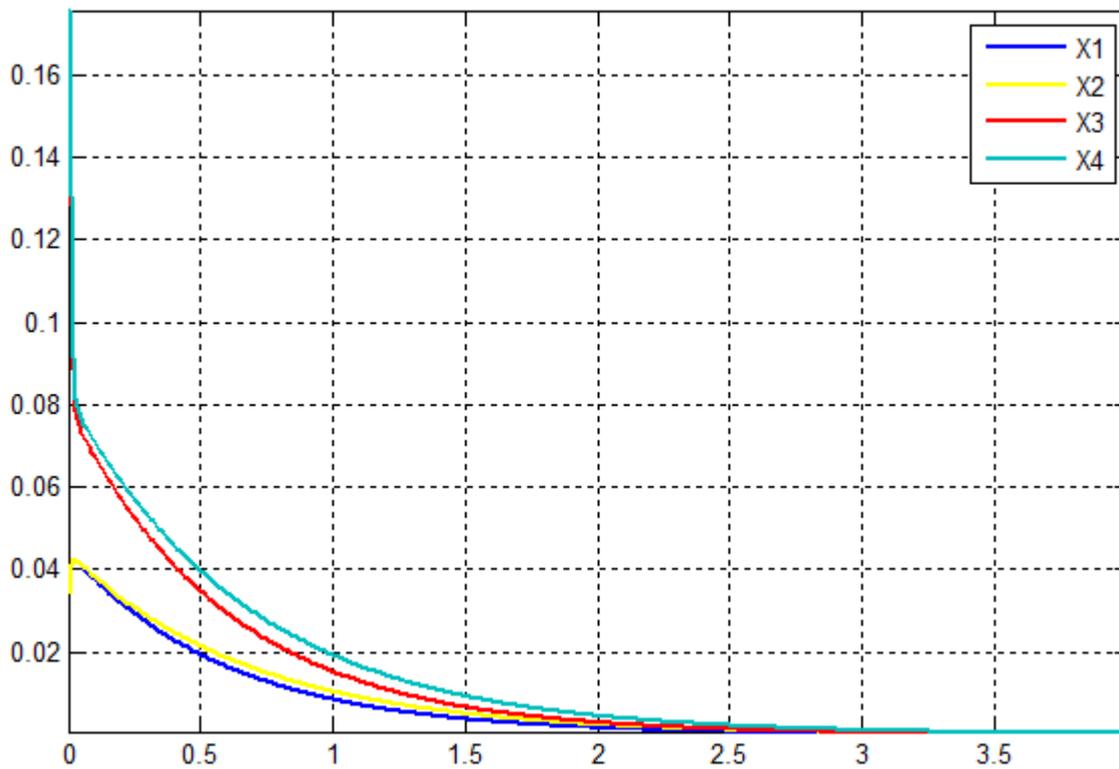


Figure 31 : La trajectoire en sous optimale

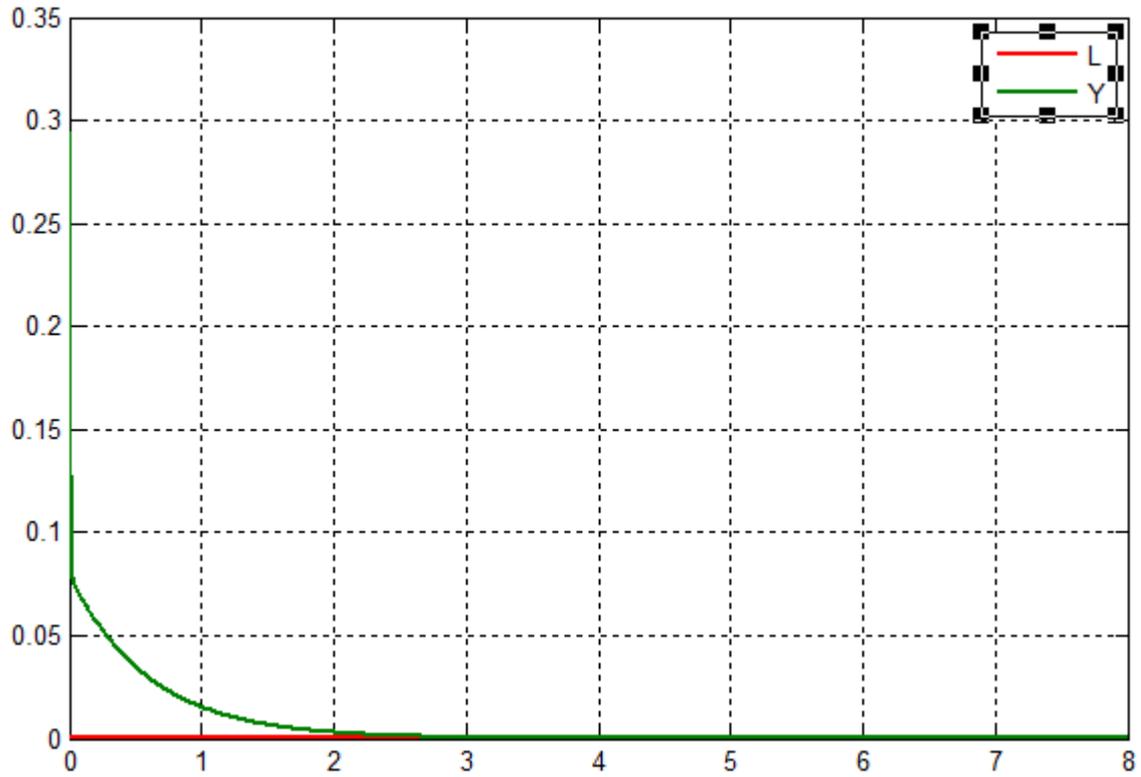


Figure 32 : Comparaison entre la sortie en commande optimale et sous optimale

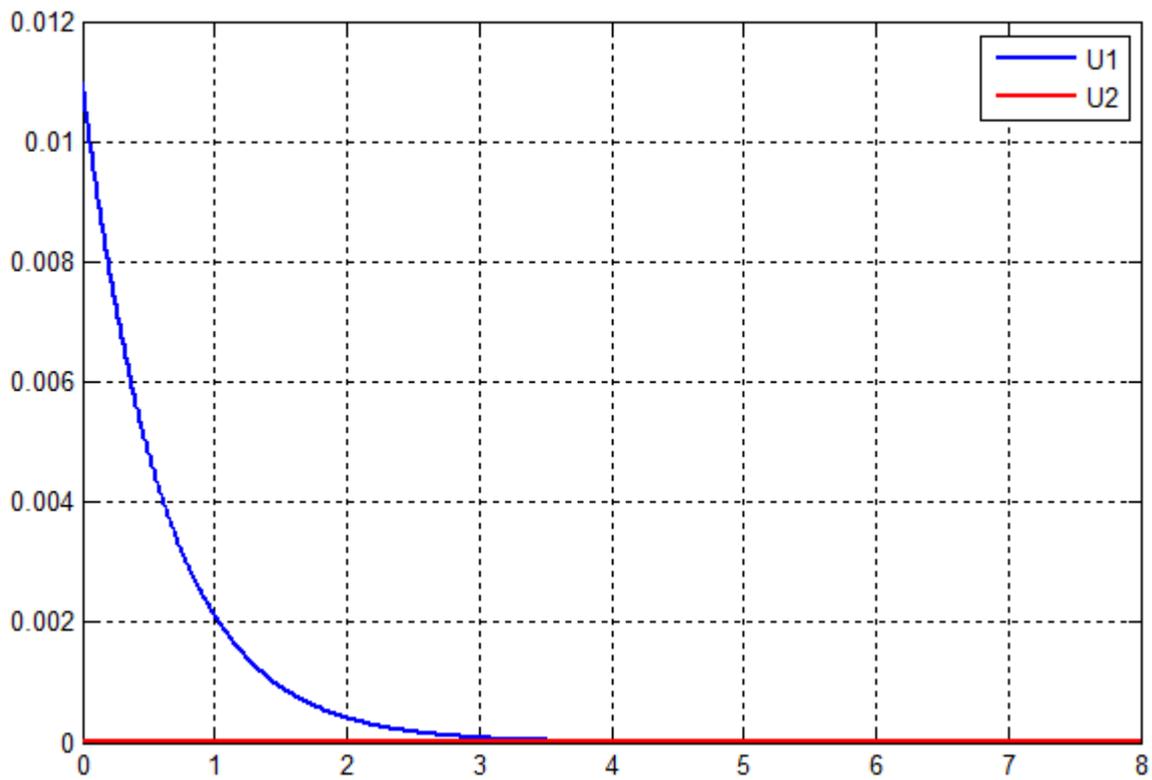


Figure 33 : Comparaison entre la commande en optimale et en sous optimale

✚ Troisième cas :

Le choix des matrices de pondérations étant :

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

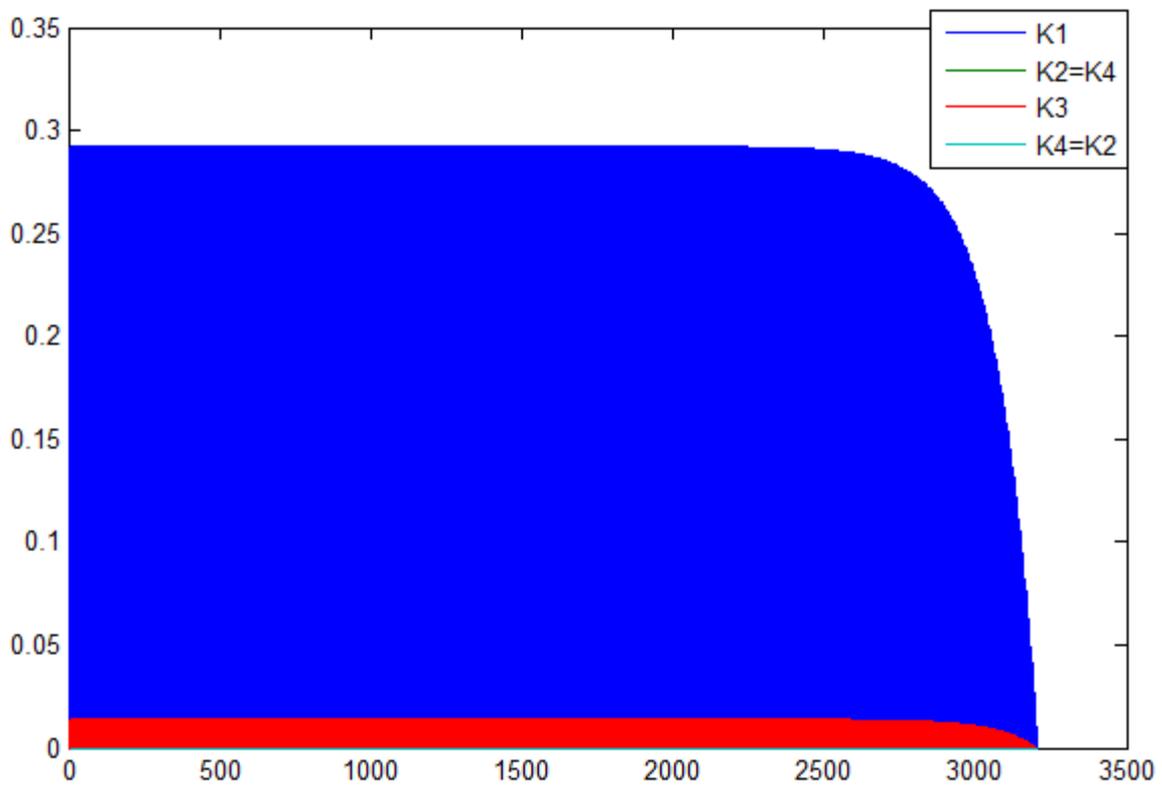


Figure 34 : Solution de l'équation de Riccati pour l'application au processus

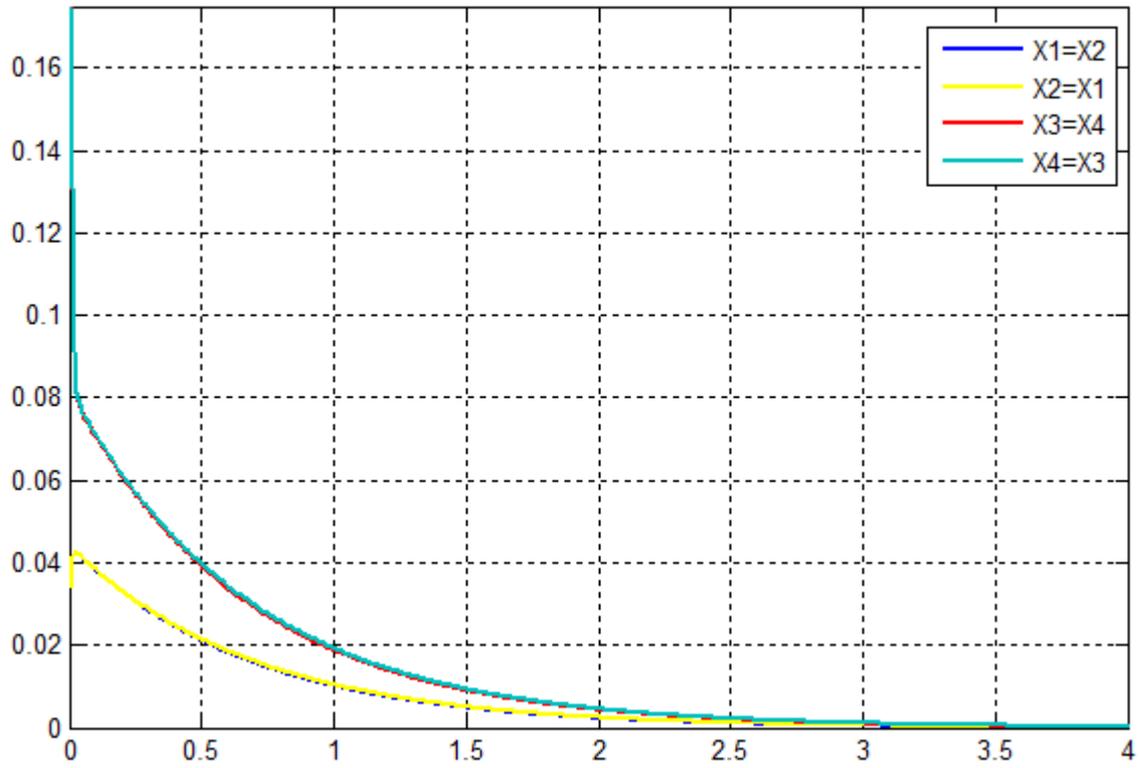


Figure 35 : La trajectoire en sous optimale

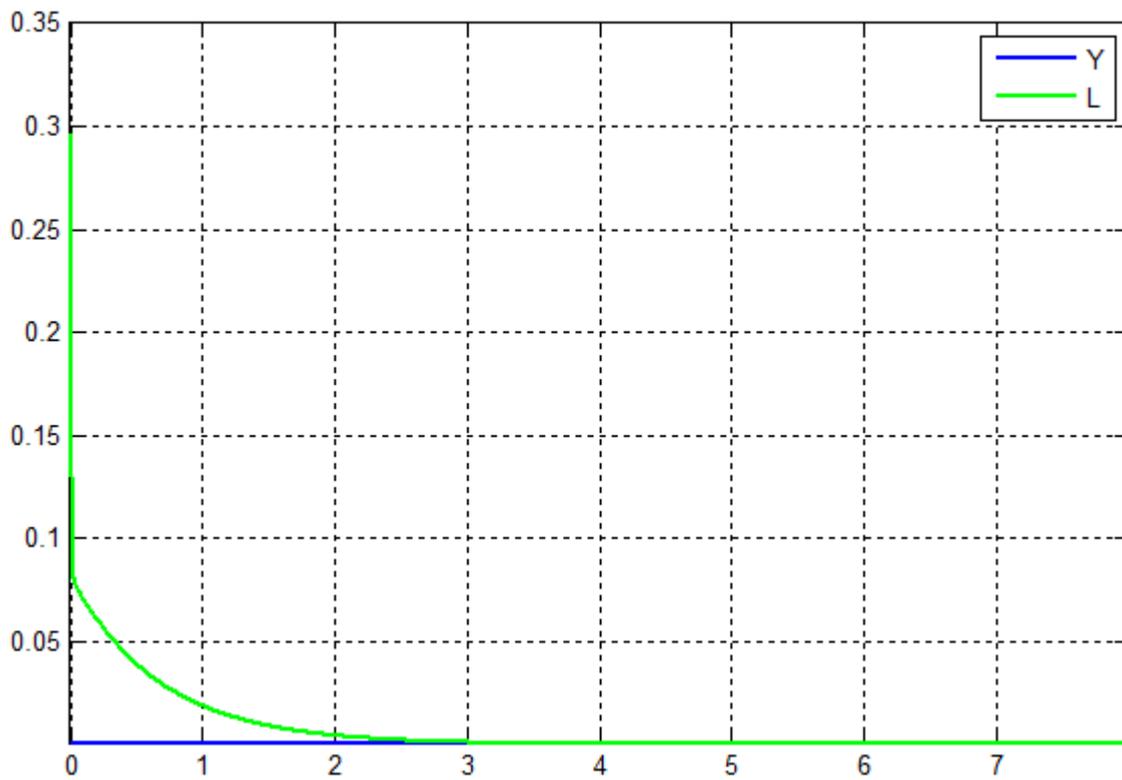


Figure 36 : Comparaison entre la sortie en commande optimale et sous optimale

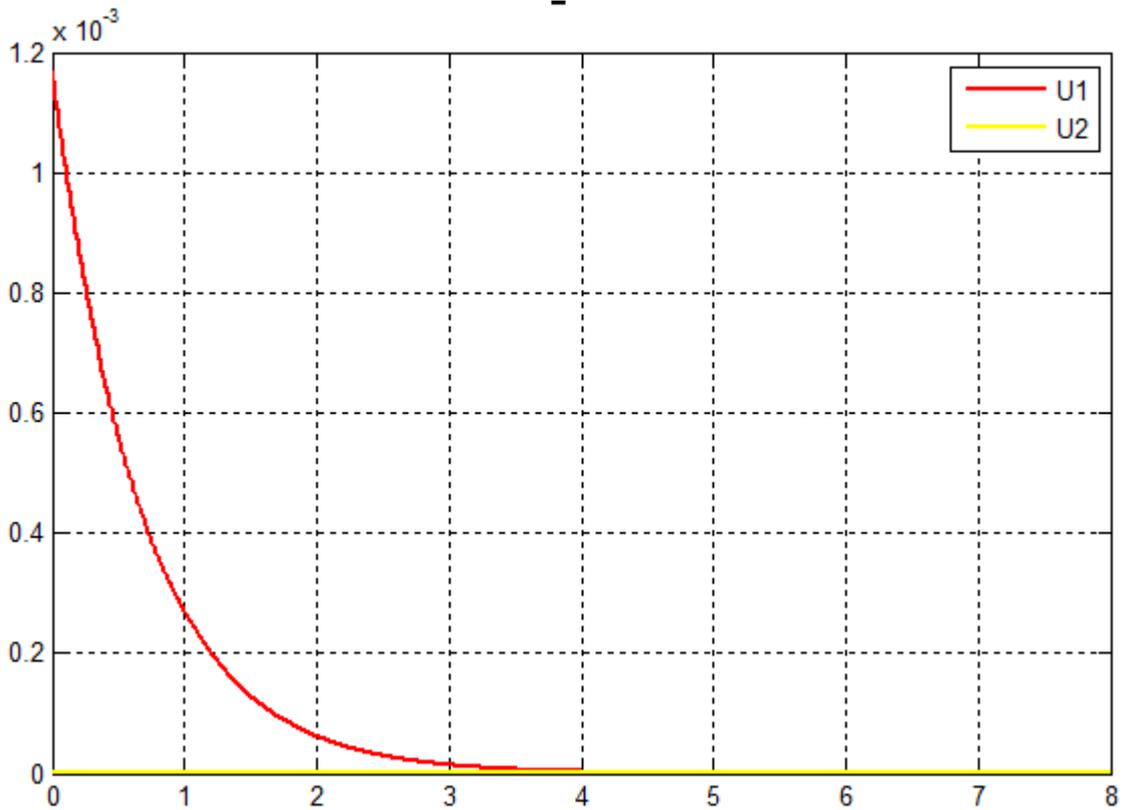


Figure 37 : Comparaison entre la commande en optimale et en sous optimale

## 4.5 Conclusion

Le choix de matrice de pondération H, P et Q influe sur les résultats obtenus. En effet, si l'on augmente les éléments de P, on accélère le système, et si l'on diminue, il devient plus lent. De même pour les matrices de pondération de Q, si l'on augmente, le système devient plus lent et si l'on diminue, il devient plus rapide, il y a ainsi une dualité.

## Conclusion générale

- L'algorithme de calcul de la commande optimale d'un moteur à induction développé dans ce mémoire peut s'appliquer à tout système linéaire monovarié ou multivarié (stationnaire ou non) avec critère quadratique (problème de poursuite).
- La mémorisation de la matrice de Riccati  $K(t)$  et le vecteur adjoint  $V(t)$  pour le calcul de la trajectoire et la commande optimale nécessite des calculateurs avec une grande capacité de mémoire.
- Le choix des matrices de pondération nécessite un grand nombre d'essais pratiques.
- Le but atteint dans ce travail est la mémorisation et l'illustration de la technique de la commande optimale avec critère quadratique.

Notre algorithme ainsi développé dans le présent mémoire est à caractère général et peut être appliqué à d'autres processus.

Comme perspective, nous comptons appliquer l'approche adoptée sur un système réel afin de montrer son efficacité. Une étude sur un système multivarié peut être mise en place.

# BIBLIOGRAPHIE

- [1] ASCE, *Unsteady-flow modeling of irrigation canals*, ASCE Task committee on irrigation canal system hydraulic modeling, Journal of Irrigation and Drainage Engineering, Vol 119, n°4, 1993.
- [2] M. Athans, P. Falb, *Optimal control an introduction to the theory and its application*, Mc Graw-Hill, 1966.
- [3] J. P. Babary, W. Pelczewski, *Commande optimale des systèmes continus déterministes*, Ed..Masson. 1985.
- [4] M. Bodson, J. Chiasson, et R. Novotnak, *High-performance induction motor control via input-output linearization*, Control Systems Magazine, 14(4), 1994, pp. 25–33.
- [5] M. Bodson, J. Chiasson, et R. Novotnak, *Non-linear servo control of an induction motor with saturation*, Proc. of the IEEE Conference on Decision and Control, Lake Buena Vista, USA, 1994, pp. 1832–1837.
- [6] M. Bodson, J. Chiasson, et R. Novotnak, *A systematic approach to selecting flux references for torque maximization in induction motors*, IEEE Trans. on Control Systems Technology, 3(4), 1994, pp. 388–397.
- [7] M. Bodson, J. Chiasson, et R. Novotnak, *High-performance motion control of an induction motor by input-output linearization*, Proc. of the IEEE Conference on Decision and Control, San Antonio, USA, 1993, pp. 3386–3390.
- [8] M. Bodson et J. Chiasson, *A systematic approach to selecting optimal flux references in induction motors*, Proc. 27th Annu. Meet. Ind. Applicat. Soc., Houston, USA, 1992, pp. 531–537.
- [9] B. K. Bose, *Power electronics and motion control-technology status and recent trends*, IEEE Trans. on Industry Application, 29(5), 1993, pp. 902–909.
- [10] V. Feliu-Battle, R. Rivas-Perez, F. J. Castillo-Garcia, L. Sanchez-Rodriguez et A. Linarez-Saez, *Robust fractional order controller for irrigation main canal pools with time- varying dynamical parameters*, Computers and Electronics in Agriculture, Elsevier, 2011, pp. 205-217.
- [11] G. Hainemann et W. Leonhard, *Self-tuning field-oriented control of an induction motor drive*, Proc. of the 1990 Int. Power Electronics Conference, Tokyo, Japan, 1990.
- [12] IJSET, *International Journal Of Scientific Research & Engineering Technology*, ISSN : 2277-1581.

- [13] R. Joetten et H. Schierling, *Control of the induction machine in the field weakening range*, Proc. of the IFAC World Congress, (2):297–304, 1983.
- [14] S. Kim et S. Sul, *Voltage control strategy for maximum torque operation of an induction machine in the field weakening region*, IECON'94, Bologna, Italy, 1994, pp. 599–60.
- [15] W. Leonhard, *Controlled drives, a successful transition from ideas to industrial practice*, Control Eng. Practice, 7(1) : 897–908, 1996.
- [16] W. Leonhard, *Control of Electric Drives*, Springer-Verlag, 1996.
- [17] R. Lessmeier, W. Schumacher, et W. Leonhard, *Microprocessor-controlled ac-servo drives with synchronous or induction motors: Which is preferable?* IEEE Trans. on Industry Application, 22(5) : 812–819, 1986.
- [18] P. Naslin, *Théorie de la commande optimale et conduite optimale*, Dunod 1969.
- [19] T. Nondahl, *Evolution of electrical machines for motion control*, Proc. of the IFAC World Congress, San Francisco, USA, 1996, pp. 439–443.
- [20] R. Novotnak, *Non-linear control of an Induction Motor with Saturation: Theory and Experiment*, Thèse de Doctorat, University of Pittsburgh, Pittsburgh, USA, 1995.
- [21] R. Novotnak, J. Chiasson, et M. Bodson, *High performance motion control of an induction motor with magnetic saturation*, Proc. of the IEEE Conference on Decision and Control, New Orleans, USA, 1995, pp. 2145–2150.
- [22] O. Ojo, I. Bhat, et G. Sugita, *Steady-state optimization of induction motor drives operating in the field weakening region*, Proc. of the Power Electronics Specialist Conference, Seattle, USA, 1993, pp. 979–985.
- [23] J. M. Ramirez, *Contribution à la Commande Optimale des Machines Asynchrones*, Thèse de Doctorat, Institut Nat. Polytech Grenoble. France, Juillet 1998.
- [24] V. R. Stefanovic et T. H. Barton, *Static torque characteristics of an induction motor with a variable frequency supply*, Proc. of the IEEE/PES Winter Meet., NY, USA, 1972.
- [25] I. T. Wallace, D. W. Novotny, R. D. Lorenz, et D.M. Divan, *Increasing the dynamic torque per ampere capability of induction machines*, IEEE Trans. on Industry Application, 30(1) : 146–153, 1994.
- [26] <http://www.fiches-auto.fr/articles-auto/electrique/s-2264-fonctionnement-du-moteur-asynchrone-a-induction.php>, consulté le 14 mai 2021.

- [27] <http://www.fiches-auto.fr/articles-auto/electrique/s-2264-fonctionnement-du-moteur-asynchrone-a-induction.php>, *consulté le 24 avril 2021.*
- [28] <https://energieplus-lesite.be/techniques/ascenseurs7/moteur-asynchrone/>, *consulté le 24 mai 2021.*
- [29] <https://energieplus-lesite.be/techniques/ascenseurs7/moteur-asynchrone/principe>, *consulté le 24 mai 2021.*
- [30] <https://illustrationprize.com/fr/395-working-principle-of-an-induction-motor.html>, *consulté le 9 juin 2021.*

## Annexe

# Programme MATLAB

```
% RESOLUTION DE L'EQUATION DE RICCATI
A=[-7.7 0 3.38 0;0 -7.7 0 3.38;127.68 0 -70.36 0;0 127.68 0 -70.36];
B=[0 0;0 0;17.73 0;0 17.73];
C=[0 0 1 0;0 0 0 1];
D=[0 0;0 0];
Q=[5 0;0 5];
P=[.5 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
S=0.5*B*(inv(Q))*B';
K=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
K1=[];
K2=[];
K3=[];
K4=[];
dt=.01;
Xd=[0;0;0;0];
V=[0;0;0;0];
V1=[];
V2=[];
V3=[];
V4=[];
i11=[];
X=[0;0;1;1];
X1=[];
X2=[];
X3=[];
X4=[];
Y1=[];
Y2=[];
U1=[];
U2=[];
Z=[0;0;0;0];
Z1=[];
L1=[];
t1=3204:-1:1;
t=800:-1:0;
for i=0:.01:8;
    % CALCUL DE L'EQUATION DE RICCATI EN SOUS OPTIMALE
    K=K-dt*(-K*A-(A')*K+K*S*K-2*P);
    K1=[K1 K];
end
```

```

K2=[K2 K];
K3=[K3 K];
K4=[K4 K];
% CALCUL DE L'EQUATION V EN SOUS OPTIMALE
V=V-dt*((K*S-A)*V-2*P*Xd);
V1=[V1 V];
V2=[V2 V];
V3=[V3 V];
V4=[V4 V];
end
plot(t1,K1(1,:),t1,K2(2,:),t1,K3(3,:),t1,K4(4,:))
pause
plot(t,V1(1,:),t,V2(2,:),t,V3(3,:),t,V4(4,:))
grid
pause
for i1=0:.01:8;
    i11=[i11 i1];
    % CALCUL DE LA TRAJECTOIRE EN SOUS OPTIMALE
    X=X+dt*(A-S*K)*X+S*V;
    X1=[X1 X];
    X2=[X2 X];
    X3=[X3 X];
    X4=[X4 X];
    % CALCUL DE LA SORTIE EN SOUS OPTIMALE
    Y=C*X;
    Y1=[Y1 Y];
    Y2=[Y2 Y];
    % CALCUL DE LA COMMANDE SOUS OPTIMALE
    U=0.5*(inv(Q))*B'*(K*X-V);
    U1=[U1 U];
end
plot(i11,X1(1,:))
grid
pause
plot(i11,X1(1,:),i11,X2(2,:),i11,X3(3,:),i11,X4(4,:))
grid
pause
plot(i11,Y1(1,:))
grid
pause
plot(i11,U1(1,:))
grid
pause
for i111=0:.01:8;

```

```

%CALCUL DE LA SORTIE OPTIMALE
Z=Z+dt*(A*Z+B*U);
Z1=[Z1 Z];
L=C*Z+D*U;
L1=[L1 L];
% CALCUL DE LA COMMANDE OPTIMALE
U=0.5*(inv(Q))*B'*(K*X-V);
U2=[U2 U];
end
plot(i11,L1(1,:))
grid
pause
plot(i11,L1(1,:),i11,Y1(1,:))
grid
pause
plot(i11,U2(1,:))
grid
pause
plot(i11,U1(1,:),i11,U2(1,:))
grid
pause

```