

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

UNIVERSITÉ BADJI MOKHTAR - ANNABA  
BADJI MOKHTAR – ANNABA UNIVERSITY



جامعة بلجي مختار – عنابة

Faculté : Science de l'Ingénierat  
Département : Génie Mécanique  
Domaine : Science et Technologie  
Filière : Génie Mécanique  
Spécialité : Construction Mécanique

## Mémoire

Présenté en vue de l'obtention du Diplôme de Master

Thème:

**Etude de l'influence des paramètres viscoélastiques sur le  
comportement dynamique des sandwichs par MEF.**

Présenté par : *Fergatti Hakim*

Encadrant : *Tekili Sabiha* Grade MCA Université Badji Mokhtar Annaba

### Jury de Soutenance :

Laiassaoui Rachid	MAA	Université Annaba	Président
Tekili Sabiha	MCA	Université Annaba	Encadrant
Chelia Azzedinne	MAA	Université Annaba	Examineur

Année Universitaire : 2020/2021

# Remerciement

*Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à ma directrice de mémoire, Madame TEKILI Sabiha. Je la remercie de m'avoir encadré, orienté, aidé et conseillé.*

*J'adresse mes sincères remerciements à tous les professeurs, intervenants et toutes les personnes qui par leurs paroles, leurs écrits, leurs conseils et leurs critiques ont guidé mes réflexions et ont accepté de me rencontrer et de répondre à mes questions durant mes recherches.*

*Je remercie mes très chers parents, Rachid et Zahya, qui ont toujours été là pour moi. Je remercie ma sœur Yasmine, et mes frères Nour el islam et Youssef, pour leurs encouragements.*

*Enfin, je remercie mes amis Ameer et Hani et Aymen, Habib et Hatem, Abdelouahd Chergui qui ont toujours été là pour moi. Leur soutien inconditionnel et leurs encouragements ont été d'une grande aide.*

*À tous ces intervenants, je présente mes remerciements, mon respect et ma gratitude.*

# SOMMAIRE

## INTRODUCTION GENERALE

### CHAPITRE I : Généralités sur les matériaux composites et viscoélastiques

I.1. Introduction .....	1
I.2. Définition d'un matériau viscoélastique .....	1
I.3. Définition du caoutchouc.....	2
- I.3.1. Le caoutchouc naturel .....	2
- I.3.2. Caoutchouc de synthèse .....	3
I.4. Propriétés du caoutchouc.....	5
- I.4.1. Elasticité.....	5
- I.4.2. Etanchéité .....	6
- I.4.3. Amortissement .....	6
I.5. Applications du caoutchouc.....	6
- I.5.1. Automobile/Transport .....	6
- I.5.2. Industrie : .....	7
- I.5.3. Usages grand public .....	7
- I.5.4. Bâtiment/ travaux public .....	8
- I.5.5. Hygiène/médical .....	8
- I.5.6. Colles et adhésifs .....	8
I.6. Mise en œuvre des élastomère .....	8
I.7. La formulation des caoutchoucs.....	9
I.8. Mise en œuvre et fabrication des pièces en caoutchouc .....	9
- I.8.1. Le processus de mélange.....	11
- I.8.2. Le calandrage .....	12
- I.8.3. L'extrusion .....	12
- I.8.4. Le moulage-cuisson .....	14

- I.8.5. Moulage par compression .....	14
- I.8.6. Moulage par transfert .....	15
- I.8.7. Moulage par injection .....	15
- I.8.8. La mise en forme par calandrage.....	15
I.9. Définition et rôle de l'amortissement.....	16
I.10. Caractéristiques générales des sortes de caoutchouc et matières synthétiques les plus utilisées.....	16
Conclusion .....	18

## **CHAPITRE II : Théorie des matériaux viscoélastique**

II.1. Introduction.....	19
II.2. Comportement matériaux viscoélastiques.....	19
II.3. Extension aux matériaux métalliques.....	19
II.4. Loi de comportement d'un matériau viscoélastique.....	20
II.5. Viscoélasticité linéaire.....	20
II.6. Principe de superposition de Boltzmann .....	21
II.7. Matériau non vieillissant .....	22
II.8. Matériau viscoélastique soumis à des sollicitations harmoniques .....	24
II.9. Effet de la fréquence et de la température sur un matériau viscoélastique .....	26
II.10. Modèles rhéologiques usuels en viscoélasticité linéaire.....	28
- II.10.1. Modèles standards linéaires.....	29
- II.10.2. Modèles rhéologiques standards classiques.....	29
Conclusion : .....	30

## **CHAPITRE III : Étude vibratoire des poutres sandwichs à âme viscoélastique**

III.1. Introduction.....	31
III.2. Formulation mathématique.....	31

III.3. Formulation par éléments finis.....	33
III.4. Conclusion.....	37
<b>CHAPITRE IV : Analyse des vibrations libres des sandwichs avec cœur viscoélastique par MEF</b>	
IV.1. Présentation du cas de l'étude.....	37
IV.2. Cas 1 : Poutre à cœur viscoélastique et faces en aluminium.....	37
- IV.2.1. Résultats et analyse du Cas 1.....	39
- IV.2.1.1. Validation du modèle numérique.....	39
- IV.2.1.2. Effet des conditions aux limites sur les vibrations libres.....	40
- IV.2.1.3. Effet des paramètres de configurations de la poutre sur les vibrations libres.....	42
IV.3. Cas 2 : Vibration libre des sandwichs avec cœur élastique et couches viscoélastiques.....	44
IV.4. Exemple d'application : sur solidworks.....	46
- IV.4.1. Définition de la CAO.....	46
- IV.4.2 Les avantages et les inconvénients de la CAO.....	46
- IV.4.3 Logiciel utilisée.....	46
- IV.4.4 Les différentes utilisations de SolidWorks.....	47
- IV.4.5 Modélisation géométrique.....	47
- IV.4.6 Le maillage.....	47
- IV.4.7 Différents types de maillage.....	47
- IV.4.8. Exemple d'assemblage soumis à des fréquences.....	48
- IV.4.8.1. Présentation de l'entreprise de stage.....	48
- IV.4.8.2 Le travail que j'ai fait en stage.....	50
- IV.4.9. Dessin technique.....	51
- IV.4.10. Assemblage.....	56
- IV.4.10.1. Définition de l'assemblage.....	56
- IV.4.10.2. Le soudage MAG.....	58
IV.4. Application sur un poutre sandwich.....	58
Conclusion général.....	61

# Liste des figures

## CHAPITRE I :

- **Fig-I.1** La récolte du caoutchouc .....3
- **Fig-I.2** Hévéa brasiliensis.....3
- **Fig-I.3** La formule chimique du caoutchouc naturel.....4
- **Fig-I.4** Des pneus en caoutchouc synthétique.....5
- **Fig-I.5** Gammes de pièces caoutchouc-métal.....7
- **Fig-I.6** Schéma général de la mise en œuvre des élastomères.....11
- **Fig-I.7** Différents types de calandre (de gauche à droite : en « I », en « L » ou « L inversé » et enfin en « Z »).....12
- **Fig-I.8** Ecoulement d'un polymère thermoplastique dans une extrudeuse montois.....13
- **Fig-I.9.** Galet bourreur.....14

## CHAPITRE II :

- **Fig-II.1** histoire de la contrainte.....21
- **Fig-II.2** Contrainte et déformation harmoniques d'un corps viscoélastique linéaire non vieillissant.....25
- **Fig-II.3** Variation du module et facteur de perte en fonction de la température.....26
- **Fig-II.4** Courbes maitresse en fréquence Réduite.....27
- **Fig-II.5** Modèles rhéologiques standards classique.....30

## CHAPITRE III :

- **Fig-III.1** Configuration déformée de la poutre sandwich.....32
- **Fig-III.2** Élément à deux nœuds.....33

## CHAPITRE IV :

- **Fig-IV.1** Poutre à cœur viscoélastique et faces en aluminium.....37
- **Fig-IV.2** Discrétisation de la poutre en élément finis .....38
- **Fig-IV.3** Capture d'écran les résultats de Matlab .....39

- <b>Fig-IV.4.</b> Fréquences pour les cinq premiers modes et pour les quatre conditions aux limites.....	41
- <b>Fig-IV.5.</b> Facteur de perte pour les cinq premiers modes et pour les quatre conditions aux limites.....	42
- <b>Fig-IV.6.a</b> variation de la fréquence et $\eta$ de la structure en fonction de $\eta$ .....	43
- <b>Fig-IV.6.b</b> variation de la fréquence et $\eta$ de la structure en fonction de $h/H$ .....	44
- <b>Fig-IV.7</b> Poutre à cœur élastique en acier et faces viscoélastiques en caoutchouc ...	44
- <b>Fig-IV.8</b> Console moteur avant.....	50
- <b>Fig-IV.9</b> Le moteur de chargeurs sur Pneus L524.....	50
- <b>Fig-IV.10</b> Console moteur avant pièce n1.....	51
- <b>Fig-IV.10.a</b> Console moteur avant pièce n2.....	52
- <b>Fig-IV.10.b</b> Console moteur avant pièce n3.....	53
- <b>Fig-IV.10.c</b> Console moteur avant pièce n4.....	54
- <b>Fig-IV.10.d</b> Console moteur avant pièce n5.....	55
- <b>Fig-IV.11</b> l'assemblage Console moteur avant .....	57
- <b>Fig-IV.12</b>	
- <b>Fig-IV.13</b> l'assemblage d'une poutre .....	58
- <b>Fig-IV.14</b> fixations de l'assemblage.....	59
- <b>Fig-IV.15</b> Le maillage de l'assemblage.....	59
- <b>Fig-IV.16</b> les résultats obtenus.....	60

# Liste des tableaux

## Chapitre I :

- **Tab-I.1** Composition du latex indépendamment du lieu de plantation .....4
- **Tab-I.2** Caractéristiques générales des sortes de caoutchouc et matières synthétiques.....17

## Chapitre II

- **Tab-II.1.** Valeurs de facteurs de perte pour différents matériaux.....20
- **Tab-II.2** Lois de comportement et modules opérationnels des modèles standards...30

## Chapitre IV :

- **Tab-IV.1** Propriétés mécaniques et géométriques du sandwich à coeur viscoélastique.....38
- **Tab-IV.2** Fréquences naturelles et facteur de perte de la poutre sandwich pour différentes valeurs de  $\eta_c$  .....40
- **Tab-IV.3** Fréquences naturelles et facteur de perte pour différentes C.A.L. de la poutre sandwich .....41
- **Tab-IV.4** Propriétés mécaniques et géométriques du sandwich à coeur élastique en acier et faces viscoélastiques en caoutchouc.....45
- **Tab-IV.5** Fréquences naturelles et facteur de perte de la poutre sandwich.....45
- **Tab-IV.6** Comparaison des deux cas (Cas 1 et Cas 2).....45

[Document title]

## Introduction générale

Les matériaux viscoélastiques sont largement utilisés dans l'industrie. Souvent introduits sous la forme d'une couche contrainte, ils dissipent une partie de l'énergie vibratoire sous forme de chaleur. Les propriétés mécaniques de ces matériaux dépendent fortement de certains paramètres : la fréquence de sollicitation, l'épaisseur, et le facteur de perte viscoélastique.

Leurs remarquables propriétés de résilience et d'amortissement en font d'excellents systèmes pour réduire l'amplitude des vibrations.

Les élastomères font partie de la grande famille des polymères, et désignent aujourd'hui d'une façon générale tous les caoutchoucs, naturels ou synthétiques, possédant l'élasticité caoutchoutique.

Ces élastomères, et autres joints, est le fruit d'une longue histoire dont les traces remontent à la civilisation Maya. Leur usage était alors rituel (statuettes), médical ou encore festif. Signalons pour ce dernier point que le jeu de balle était un événement clef des méso-américains ; la balle, caoutchoutique, était obtenue par le mélangeage de deux composés naturels (du latex et un agent favorisant réticulant). Ce n'est que bien plus tard que les Européens observèrent les amérindiens travailler le caoutchouc ; la première étude scientifique ne fut menée qu'en 1736 par les français La Condamine et Fresneau en Guyane. Le terme caoutchouc rend d'ailleurs hommage à ses découvreurs puisqu'il est repris de l'expression indienne *cao (bois) tchu* (qui pleure). Les premières applications arriveront vers 1820 avec les imperméables MacIntoch et Hancock. Cinquante ans plus tard naissent les premiers pneumatiques. Les procédés de fabrication ne cessent d'être perfectionnés (vulcanisation, synthèse, caoutchoucs de silicone...), les volumes augmentent : l'ère industrielle des caoutchoucs synthétiques est née. L'engouement continue : seul ou associé à d'autres matériaux, des propriétés spécifiques sont obtenues. L'histoire des élastomères continue de s'écrire... Comme il a été dit précédemment, les caoutchoucs sont naturels ou synthétiques. Si les modes de production sont différents, leur usage l'est tout autant, bien que ces filières d'abord concurrentes, soient de plus en plus complémentaires.

Pour réduire et contrôler le rayonnement acoustique et l'amplitude des vibrations, trois types de solutions existent. La première solution consiste à éliminer le bruit engendré par la vibration et non la vibration elle-même. Pour ce faire, la technique utilisée est une production d'une source de bruit secondaire émettant la négative du bruit primaire de sorte à prévenir l'annulation des

deux sources opposées. La deuxième solution est une isolation consistant à éviter la transmission des vibrations d'un système à un autre sans toutefois éliminer la source émettrice elle-même. Enfin, la troisième solution est une technique d'atténuation ou d'amortissement utilisée pour diminuer l'amplitude des vibrations d'un système par intégration des matériaux absorbants ou adaptatifs depuis la conception. Cette dernière solution est la plus répandue et utilise trois principes d'amortissement. Le principe dit "passif" est introduit par l'intégration ou l'ajout des matériaux possédant des propriétés amortissantes, couplés à la structure de sorte à amortir les vibrations de façon passive c'est-à-dire sans aucune intervention extérieure. Ce travail est structuré en deux grandes parties la première concerne l'analyse vibratoire des poutres sandwiches à âme viscoélastique et la seconde partie relative à la dynamique des poutres sandwiches avec cœur élastique et couches viscoélastiques :

A cet effet on a établis trois programmes en utilisant la méthode des éléments finis sous MATLAB, le premier programme a été réalisé pour le premier CAS-1 celui de la poutre à cœur viscoélastique et faces en aluminium, le second programme pour CAS-2 où les sandwiches sont des poutres avec revêtement viscoélastique, par contre le troisième programme est établi pour la réalisation et l'analyse des résultats sous forme de courbes pour les deux cas.

Ce mémoire se repartit sur quatre chapitres : Dans le premier chapitre nous présentons le matériau viscoélastique, les différents types, domaine d'application et la mise en œuvre. Cependant dans le deuxième chapitre nous donnons les formulations des lois de comportement d'un matériau viscoélastique et des modèles rhéologiques usuels en viscoélasticité linéaire. La modélisation des vibrations linéaires des structures viscoélastiques et l'étude des vibrations libres sont établies dans le chapitre 3. L'application de toute la théorie présentée dans les 3 premiers chapitres sera présentée dans le chapitre 4. A cet effet on a établis trois programmes en utilisant la méthode des éléments finis sous MATLAB, le premier programme a été réalisé pour le premier CAS-1 celui de la poutre à cœur viscoélastique et faces en aluminium, le second programme pour CAS-2 où les sandwiches sont des poutres avec revêtement viscoélastique, par contre le troisième programme est établi pour la réalisation et l'analyse des résultats sous forme de courbes pour les deux cas. Ceci est suivi par une application industrielle de la console du moteur avant sur le logiciel SolidWorks où le matériau viscoélastique est utilisé pour atténuer les vibrations des structures.

# CHAPITRE

# I

**Généralités sur les matériaux composites et  
viscoélastiques**

## I.1.Introduction :

L'application la plus connue du caoutchouc est le pneumatique : avion, camion, tracteurs, engins de travaux publics, motocyclette et bicyclettes en sont dotés. Mais cette application est loin d'être la seule. Ainsi le développement fantastique de l'industrie électromécanique repose, en grande partie, sur le caoutchouc du fait ses propriétés isolantes et mécanique exceptionnelles : élasticité d'abord (d'où le nom d'élastomère donné aux caoutchoucs). Résistance aux chocs. Qualités d'amortissement des vibrations et des bruite. Le caoutchouc s'impose quand il fout amortir des vibrations ne mettant en jeu que des puissances faibles ou des chocs dans le cas des semelle de chaussures par exemple .Il peut aussi être considéré comme un amortisseur de vibration –au sans mécanique du terme – l'énergie absorbée au cours de ces sollicitation mécanique étant alors dissipée sous forme de chaleur .pour des application statique (cales, joints de machines ,de bâtiments de tuyauteries).sa déformabilité est la qualité la plus appréciée. pour les applications cinématique telles qu'articulation élastique, clapets ,membranes et obturateur de pompe .joints de transmission .on recherche son élasticité et ses possibilités de déformation alternée (allongement –compression).Grace à ses propriétés d'absorption des vibration ,le caoutchouc est utilisé dans les suspensions de moteur et de machine ,dans celles T.G.V.et de traine d'atterrissage d'avion ,dans les accouplements de laminoir et de mélangeur ,dans les butées de chocs .le caoutchouc entre aussi dans la compotions de matériaux composites de complexité croissante :caoutchouc - métal , caoutchouc et fibres diverses (courroies de puissances ou transporteuses dans lesquelles le caoutchouc lie les fibres et les protégé contre l'usure et l'attaque chimique ).ses propriétés adhésives exceptionnelles l'ont rendu indispensable dans la confection de joints adhésifs à chaud, de colles, de rubans adhésifs .en fin ,les application directes du latex ,du caoutchouc naturel et des élastomères sont nombreuses : gants ,ballons de baudruche, articles chirurgicaux ,envers de tapis et moquettes ,matelas

## I.2. Définition d'un matériau viscoélastique :

La viscoélasticité est la propriété de matériaux qui présentent des caractéristiques à la fois visqueuses et élastiques, lorsqu'ils subissent une déformation. Les matériaux visqueux, comme le miel, résistent à un écoulement en cisaillement et présentent une déformation qui augmente linéairement avec le temps lorsqu'une contrainte est appliquée. Les matériaux élastiques se déforment lorsqu'ils sont contraints, et retournent rapidement à leur état d'origine une fois la contrainte retirée. En rhéologie, le comportement d'un matériau viscoélastique

linéaire est ainsi intermédiaire entre celui d'un solide élastique idéal symbolisé par un ressort de module  $E$  (ou  $G$ ) et celui d'un liquide visqueux newtonien symbolisé par un amortisseur de viscosité  $\eta$ . L'élasticité d'un matériau traduit sa capacité à conserver et restituer de l'énergie après déformation. La viscosité d'un matériau traduit sa capacité à dissiper de l'énergie. Les polymères, en fait la plupart des matériaux, ont un comportement viscoélastique.

### **I.3. Définition du caoutchouc :**

Est considéré comme (caoutchouc) un matériau souple (faible rigidité), hautement déformable (pouvant atteindre de grands allongements avant rupture) et élastique (récupération de la forme initiale). Le caoutchouc appartient à la laine, la soie ou le bois. Chaque molécule de caoutchouc, les chaînes peuvent s'articuler librement les uns avec les autres, à la température ambiante : la chaîne est alors très flexible ; elle bouge constamment de façon désordonnée et tend spontanément à se pelotonner au cours de ses mouvements. Il faut alors exercer une certaine force à ses extrémités pour l'étirer : elle se comporte comme un ressort, un morceau de caoutchouc brut est constitué par un très grand nombre de chaînes enchevêtrées les unes dans les autres. Si l'on étire légèrement un morceau de caoutchouc brut, chaque ressort, chaque chaîne s'allonge. Après relâchement, le matériau retrouve pratiquement sa forme initiale. Il est donc élastique. Si ce même morceau de caoutchouc est soumis à une élongation plus importante et s'il est maintenu ainsi un certain temps, les chaînes, en dépit de l'enchevêtrement, auront tendance à glisser les unes par rapport aux autres ; après cessation de la contrainte, le morceau de caoutchouc ne reprendra pas sa forme initiale, il a donc aussi un certain comportement plastique. Pour obtenir un matériau vraiment élastique, c'est-à-dire qui retrouve intégralement sa forme originelle après déformation, il faut empêcher les chaînes de glisser les unes par rapport aux autres en les reliant entre elles par des nœuds, des ponts, constituant ainsi une sorte de filet, un réseau. La vulcanisation, cuisson à chaud, est l'opération qui consiste à créer des liaisons chimiques en ponts de sorte que l'enchevêtrement de chaînes séparées devienne un réseau tridimensionnel unique. Le caoutchouc reste alors élastique tout en conservant une certaine plasticité.

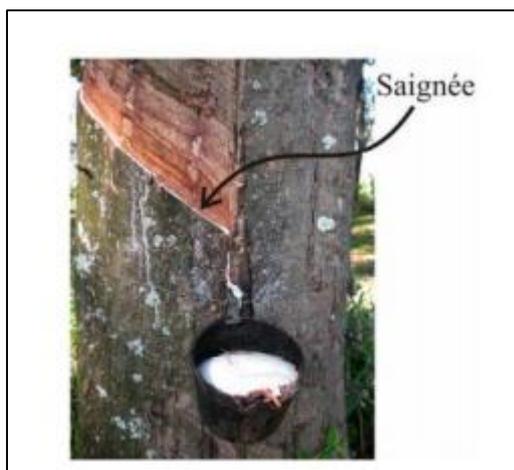
#### **I.3.1. Le caoutchouc naturel :**

Le caoutchouc naturel provient de la coagulation du latex de plusieurs plantes, principalement de l'hévéa, *Hévéa brasiliensis*, famille des Euphorbiacées, originaire d'Amazonie. La collecte se

fait par incision de l'écorce des troncs de manière que le latex, issu des canaux laticifères, s'écoule dans des godets placés juste au-dessous. En Amazonie, c'est le travail des seringueiros. Le latex récolté est transféré dans des conteneurs, filtré et peut alors être stabilisé à l'ammoniaque (précipitation des flocons) puis pressé pour diminuer sa teneur en eau ou alors coagulé de façon plus ou moins contrôlée et séché par la fumée d'un feu (les goudrons empêchent la putréfaction) afin d'obtenir des balles de caoutchouc.

La culture de l'hévéa (appelée hévéaculture), bien qu'originale d'Amérique du Sud, s'est développée dans le Sud-Est asiatique et, à une moindre échelle, en Afrique équatoriale (Nigeria, Côte d'Ivoire, Cameroun).

À noter que l'exploitation du caoutchouc naturel était, déjà lors de la Mission de l'Ouest africain sous la direction de Pierre Savorgnan de Brazza en 1879-1882, Léon Guiral (Le Congo français du Gabon à Brazzaville) constate que les peuples kota, le long de l'Ogooué collectent du caoutchouc sauvage<sup>4</sup>. Ce qui semble attester la présence d'un caoutchouc sauvage dans la partie de l'Afrique centrale qui allait devenir la république du Congo, vers 1880. Celui-ci aurait été, à cette époque, récolté par les villageois en suivant un procédé dangereux ; ils auraient étalé la sève sur leur dos, puis, après séchage l'auraient décollée avec le risque d'arracher aussi les poils et même une partie de l'épiderme. En 1905, le rapport Brazza fait état des sévices subis par les indigènes dans l'exploitation par la métropole du « caoutchouc rouge » au Congo français

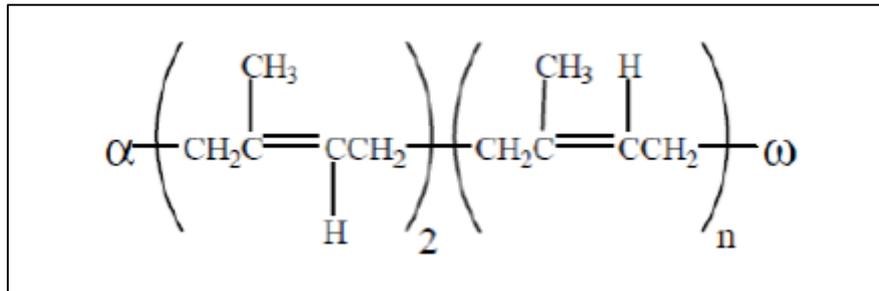


**Fig-I.1** La récolte du caoutchouc



**Fig-I.2** Hévéa brasiliensis

La structure du caoutchouc naturel est constituée d'un groupe initial  $\alpha$ , suivi de deux unités isoprène dans la configuration trans, d'une longue séquence d'unités isoprène dans la configuration cis et d'un groupe terminal  $\omega$ . Les groupes initial et terminal sont dits être respectivement des protéines ou des acides aminés et des phospholipides.



**Fig-I.3** La formule chimique du caoutchouc naturel

Caoutchouc	36%
Protéine	1.5%
Glucides, résines, et sels	2.5%
Eau	60%

**Tab-I.1** Composition du latex indépendamment du lieu de plantation

### I.3.2. Caoutchouc de synthèse :

Le caoutchouc synthétique est un type d'élastomère, invariablement un polymère. Un élastomère est un matériau ayant la propriété mécanique de pouvoir subir une déformation sous contrainte beaucoup plus élastique que la plupart des matériaux et de revenir à sa taille précédente sans déformation permanente. Dans de nombreux cas, le caoutchouc synthétique sert de substitut au caoutchouc naturel, en particulier lorsque des propriétés de matériau améliorées sont requises, comme des pneus de voiture par exemple. Il a d'abord été synthétisé par le chimiste allemand Fritz Hofmann en 1909.



**Fig-I.4** Des pneus en caoutchouc synthétique

## **I.4. Propriétés du caoutchouc**

Les caoutchoucs possèdent de très nombreuses propriétés. Ils sont notamment élastiques, étanches et antivibratoires. La combinaison de ces trois propriétés leur assure un spectre d'utilisation extrêmement large.

### **I.4.1. Elasticité**

La propriété d'élasticité peut être très facilement illustrée par quelques applications grand public : l'élastique de bureau ou le saut à l'élastique.

L'élasticité se caractérise par la capacité d'un matériau à se déformer sous contrainte et à reprendre sa dimension initiale lorsque cesse la contrainte.

Les caoutchoucs ne sont pas les seuls matériaux élastiques, mais ils sont les seuls à offrir une telle capacité de déformation. Ainsi, un ressort d'acier n'accepte guère de subir un allongement de plus de 10 %. En revanche, les caoutchoucs peuvent s'allonger couramment jusqu'à 500 % et dans certains cas, jusqu'à 1000 % ! On parle alors d'hyperélasticité.

De surcroît, les caoutchoucs conservent leur propriété d'élasticité à très basse température. Leur transition vitreuse, c'est-à-dire la température à laquelle ils se rigidifient se situe en règle générale, aux alentours de  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Exemples d'application : joints de portière d'automobile, flexibles, profilés pour portes et fenêtres, balles de tennis ou de golf, gants...

## **I.4.2. Etanchéité**

La seconde des grandes propriétés des caoutchoucs est l'étanchéité. Les caoutchoucs sont ainsi imperméables à l'air, aux gaz et à l'eau. Ils ont également une grande capacité à filtrer le bruit.

Exemples d'application : tubes et tuyaux, pneumatiques, toiles enduites, revêtement de toiture, bouchons pharmaceutiques, joints...

## **I.4.3. Amortissement**

Le caoutchouc possède également la capacité d'amortir les chocs ou de filtrer les vibrations. Il s'agit là de deux propriétés extrêmement importantes dans le monde des transports (automobile, aéronautique, aérospatial, ferroviaire...), dans celui de l'industrie (production d'énergie, machine / outil...) ou encore du BTP (appuis de pont, plots antisismiques...).

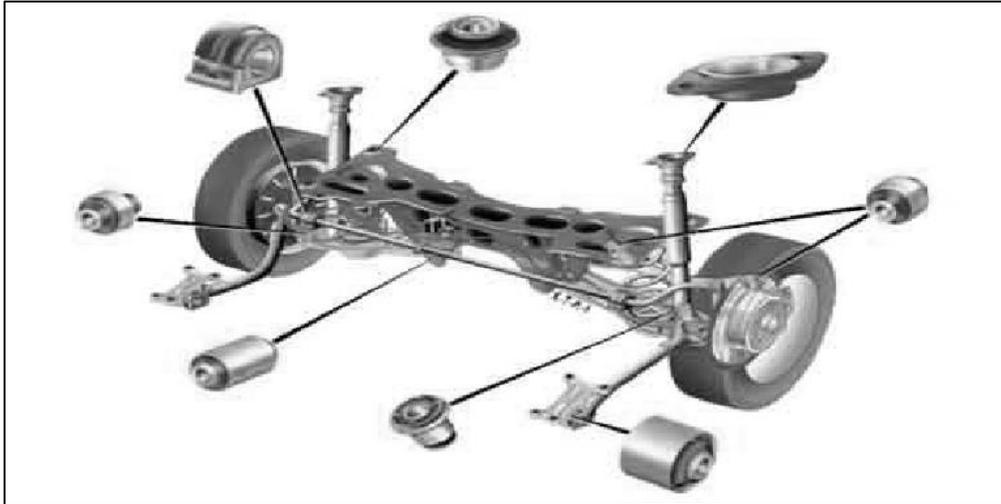
Exemples d'application : pneumatique (amortissement des irrégularités de la route), pièces antivibratoires (filtration des vibrations en provenance du moteur ou des organes de liaison au sol), ...

## **I.5. Applications du caoutchouc :**

L'utilisation du caoutchouc est très vaste et incluse dans nombreux domaines, notamment :

### **I.5.1. Automobile/Transport :**

Le caoutchouc, dans un véhicule ne se limite pas aux seuls pneumatiques. En effet, on compte en moyenne sur un véhicule 1400 pièces techniques en caoutchoucs. Ces pièces de petites dimensions servent par exemple à assurer l'étanchéité du véhicule : joints de portes et de coffres, coulisses de vitres. On retrouve également du caoutchouc dans les balais d'essuie-glace, dans le moteur (courroies, joints, supports antivibratoires, soufflets, raccords...), et dans l'habitacle (airbag, tapis de sol). On remarquera que souvent le caoutchouc est associé à d'autres matériaux (métal, plastiques, tissus). D'autre part, pratiquement tous les types de caoutchoucs sont présents sur un véhicule. Ainsi, le poids total de caoutchoucs présents dans un véhicule de 7 CV est estimé à 70 kg (dont la moitié environ pour les pneus), ce qui représente 5 % du poids total d'un véhicule. Ce résultat explique qu'en France, le secteur des transport et de l'automobile absorbe plus de 80% de la valeur de production des industries du caoutchouc



**Fig-I.5** Gammes de pièces caoutchouc-métal

### **I.5.2. Industrie :**

Dans le domaine industriel, le caoutchouc a trouvé sa place dans tous les secteurs d'activités, sous les formes les plus diverses et dans de très nombreuses applications. On peut souligner quelques développements importants comme les bandes transporteuses et courroies, les joints pour eau potable ou pour autres fluides, les câbles, les tuyaux, le revêtement de cuve...

### **I.5.3. Usages grand public :**

Dans l'habitat, le caoutchouc permet d'isoler de l'air, de l'eau et du bruit. On le retrouve donc pour assurer l'étanchéité des portes et fenêtres, mais aussi pour amortir les chocs dans les butées de portes ou les patins de chaise. Enfin, il est fréquemment utilisé sous forme de mousse de latex dans les matelas. Les caoutchoucs sont également très présents dans nos vêtements et nos chaussures. Dès le XIXème, ses propriétés d'étanchéité ont été utilisées pour fabriquer des imperméables et des bottes. Les caoutchoucs ont ensuite donné naissance à l'industrie des textiles élastiques avec les bretelles, les grenouillères, les accroches de collants. Les caoutchoucs sont beaucoup utilisés pour la production de semelles de chaussures de ville ou bien de chaussure de sécurité car en plus du confort et de l'adhérence, ils garantissent la résistance aux huiles, hydrocarbures, et aux températures élevées. On retrouve encore le caoutchouc dans le domaine des loisirs. Aujourd'hui, les balles de golf, de tennis, ainsi que les ballons gonflables, ou encore les pneumatiques de vélos et de motos sont produits à partir de

caoutchouc. Les sports aquatiques sont également de gros consommateurs d'articles en caoutchouc : combinaisons de planche à voile et de plongée, masques, palmes, bateaux pneumatiques, ...

### **I.5.4. Bâtiment/ travaux public :**

Dans le bâtiment et les travaux publics, le caoutchouc est surtout utilisé pour ses propriétés antivibratoires, dans les appuis de pont et les plots antisismiques. D'autre part, ses propriétés d'élasticité et étanchéité sont fréquemment sollicitées pour produire des profilés pour bâtiment, des structures gonflables, des réservoirs souples...

### **I.5.5. Hygiène/médical :**

Les préservatifs et les gants sont fabriqués à partir de latex, les tétines de biberon et les sucettes pour bébé à partir de caoutchouc naturel ou de silicone. Dans le domaine strictement médical et paramédical, les applications concernent à la fois les sondes, les prothèses (silicone), les garrots, les pistons de seringue, les bouchons pharmaceutiques, ...

### **I.5.6. Colles et adhésifs :**

L'industrie des colles est fortement consommatrice de caoutchoucs car ils confèrent à l'assemblage obtenu souplesse, atténuation des vibrations et résistance aux chocs. Le pouvoir collant du caoutchouc cru sert également à la fabrication de rubans adhésifs, qui sont faits d'un support (textile, PVC... ) sur lequel est déposé une fine couche d'une solution à base de caoutchouc.

## **I.6. Mise en œuvre des élastomère :**

Toute réalisation technique (pièce, enduction ou assemblage complexe) doit satisfaire les spécification du cahier des charge mis au point par l'utilisateur ,document qui décrit notamment les contraintes d'utilisation et d'environnement que devra affronter matériau :chaleur ou froid , huile et carburants, solvants ou produits chimique agressifs ,sollicitations dynamique ou statique.la formulation consiste à choisir les élastomère répondant aux linges fondamentales du cahier des charge puis ajouter les ingrédients entrant dans le mélange pour

obtenir équilibre entre les propriétés requises : charge renforçant (noire de carbone ,silice),semi renforçant (kaolin) ou inertes, permettent d'ajuster les propriétés mécanique ;plastifiants (huiles),facilitante l'incorporation des charge et conférant de la souplesse.au produit fini ;ingrédients de vulcanisation (soufre ,oxyde de zinc, acide stéarique, accélérateurs ,produits spéciaux),produit organiques, améliorant la résistance au vieillissement ;enfin ,produit divers tels que colorants ,cires agent gonflant(caoutchouc mousse).un mélange peut contenir jusqu'à trente ingrédients différents Ces ingrédients, une fois sélectionnés et pesés ,doivent être incorporés au caoutchouc au moyen d'un mélangeur horizontal à deux cylindre ou d'un mélangeur interne ;ce mixage est une opération couteuse en énergie mécanique .la pâte plastique ainsi obtenue est ensuite mise en forme par extrusion ,calandrage ou moulage ,l'extrusion consiste à faire passer le mélange dans une filière de profile choisi ,correspondant à celui des produit finis à obtenir :bandes ,joncs ,tubes pour gainer des câbles ou réaliser des joints de forme complexe (par exemple ,pour les portières ovule pare-brise en automobile). Les calandres ,formées comme les laminoirs ,de plusieurs cylindres ajustables pour tenir compte de l'amincissement progressif ,permettent d'obtenir avec une grande précision des feuilles ,des enductions ou des assemblages de fils textiles ou métalliques .ces produits sont ensuite vulcanisés directement ,mais ils peuvent entrer préalablement dans des assemblage complexes (pneumatiques)vulcanisés globalement ,les joints ,liaisons élastiques ,amortisseurs et dispositifs antivibratoires, simples ou complexes ,sont mis par moulage puis vulcanisés ,la vulcanisations, que change la structure physique des mélanges ,est une opération endothermique réalise ,en général, par chauffage mais aussi par exposition aux rayonnements ou aux micro-ondes.

### **I.7. La formulation des caoutchoucs :**

La formulation s'impose dans la mesure où les caoutchoucs bruts, même vulcanisés, ne possèdent pas les propriétés nécessaires à des applications industrielles. Il existe cependant quelques exceptions. C'est le cas du caoutchouc naturel qui peut être utilisé à l'état de mélange « pure gomme » pour produire des gants ou des préservatifs. En règle générale, il est donc nécessaire d'ajouter aux élastomères de nombreux ingrédients (de 10 à 20), qualifiés d'additifs, ayant tous un rôle bien défini. Classiquement, ces additifs sont classés de la façon suivante :

- Un ou plusieurs polymères, caoutchouc naturel ou caoutchouc synthétique

- Des plastifiants, qu'ils soient d'origine pétrolière ou d'origine végétale qui se présentent sous forme d'huile ou de cire ;
- Un système de vulcanisation à base de soufre ou de peroxyde ;
- Un système de protection contre le vieillissement, qu'il soit thermomécanique ou autre.
- Des produits divers fonction des exigences des cahiers des charges.

### **I.8. Mise en œuvre et fabrication des pièces en caoutchouc :**

Généralités sur la mise en forme des caoutchoucs La Fig-I.6 est un schéma général de la mise en œuvre des élastomères pour la confection d'un pneumatique. Ce schéma fait part des différents moyens de mise en forme que l'on trouve dans l'industrie du pneumatique. Ces moyens sont au nombre de trois : le procédé de calandrage, le procédé d'extrusion et le procédé de moulage-cuisson. Notons que ces trois techniques peuvent être complémentaires. En effet, l'étape de confection, utilisant les semi-produits, permet l'obtention d'un pneumatique, dit « cru », qui recevra sa forme définitive après une étape de vulcanisation (étape de cuisson) réalisée par un procédé de moulage. Le moulage est la technique la plus utilisée du fait que ce procédé assure presque simultanément la mise en forme et la vulcanisation. Contrairement au moulage, le calandrage et l'extrusion ne conduisent qu'à l'obtention de produits semi-finis qui seront vulcanisés soit directement après l'étape de mise en forme, soit après une étape de confection. L'étape de confection permet d'obtenir des pièces plus complexes, comme les bandes de roulement, ou d'insérer des câbles métalliques ou textiles. Cependant, pour ce faire, il est nécessaire que ces semi-produits présentent de bonnes qualités d'adhérence, on parle alors du pouvoir de « collant de confection » du semi-produit.

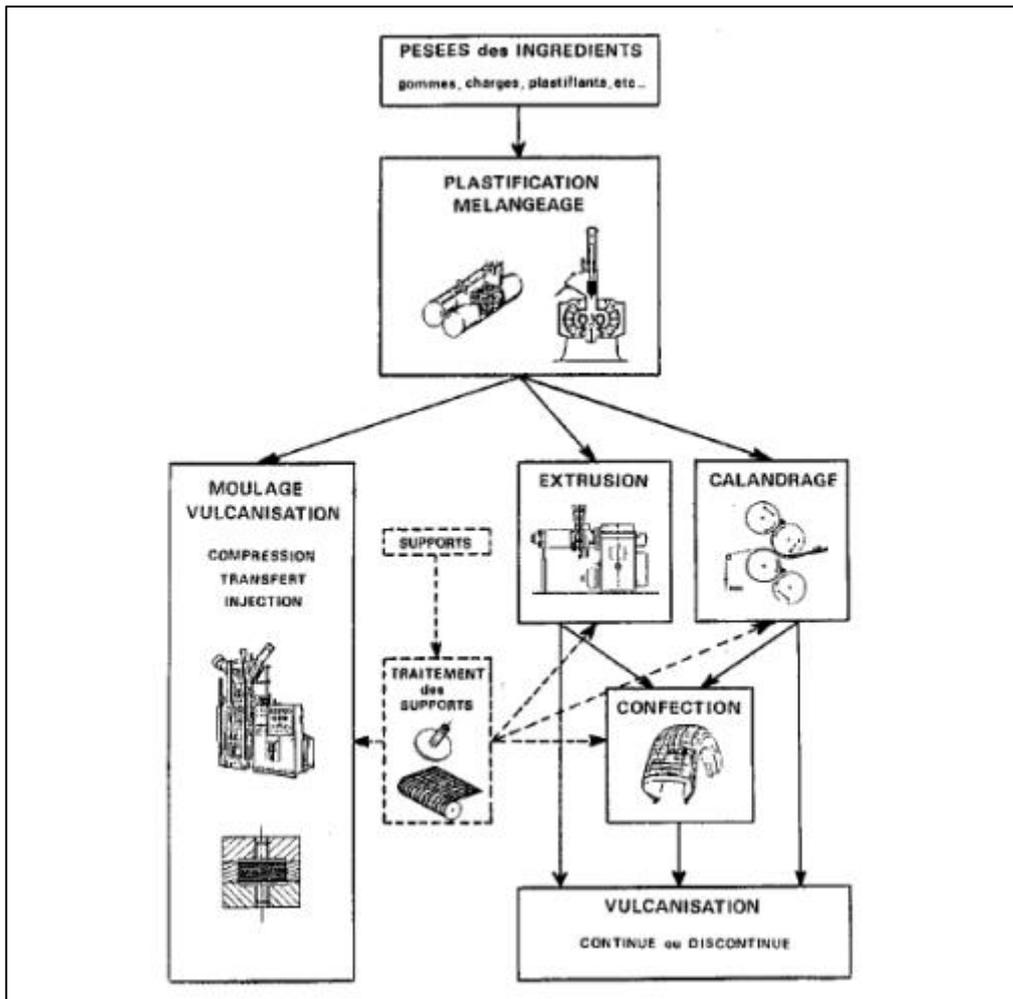


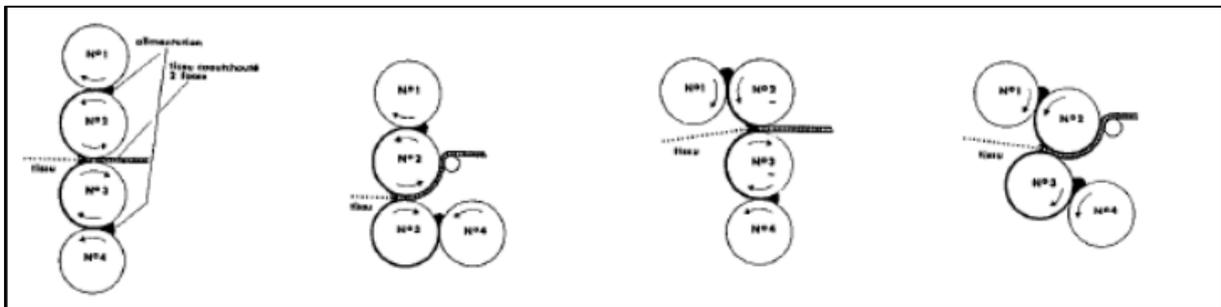
Fig-I.6 Schéma général de la mise en œuvre des élastomères

### I.8.1. Le processus de mélange :

Une fois toutes les matières premières en main, il faut procéder au mélange, une opération essentielle pour la fabrication de caoutchouc industriel. Un mélange bien fait permet d'obtenir un caoutchouc de qualité procurant toutes les propriétés demandées. Le processus de mélange est différent en fonction des entreprises qui le pratique. Mais de manière générale, le processus prend en compte 2 étapes. La plus grande partie du processus de mélange se fait dans un mélangeur interne. Ensuite, le travail est fini dans un moulin. Le principe de fonctionnement du mélangeur interne est semblable à celui d'un mixeur pour fabriquer une pâte à tarte. Les matières premières sont incorporées et maintenues dans une chambre interne de mélange pour obtenir une masse uniforme homogène. Cette masse sera ensuite envoyée dans un moulin pour produire le type de caoutchouc désiré comme un caoutchouc de protection caoutchouc de protection.

### I.8.2. Le calandrage :

Une calandre est une machine à cylindres. Différents types de calendres existent et se différencient les uns des autres par le nombre de cylindre (2, 3, 4 ou même 5) et leur disposition (en « I », en « L » ou « L inversé » et enfin en « Z ») (Fig.I.7). Les cylindres peuvent être réglés en température. Dans l'industrie du caoutchouc, le calandrage permet de mettre le mélange élastomère en feuilles minces (3 mm maximum) qui recouvriront ensuite des textiles ou des fils métalliques, donnant ainsi un composite. Afin de réaliser des feuilles de faible épaisseur, la technique est proche du procédé d'enduction consistant à déposer le caoutchouc sous forme liquide sur un support.



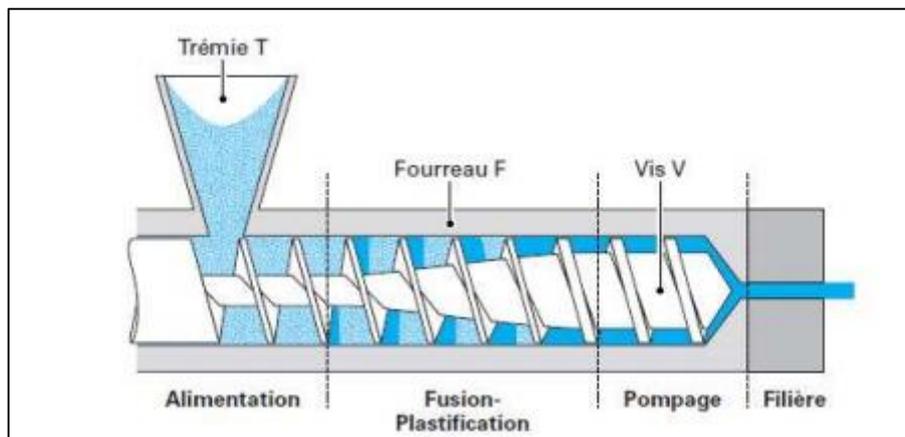
**Fig-I.7** Différents types de calandre (de gauche à droite : en « I », en « L » ou « L inversé » et enfin en « Z »)

Dans l'industrie du pneumatique, le calandrage est utilisé pour la réalisation des nappes de carcasses, des nappes de ceinture nylon et acier. Le calandrage sert aussi pour réaliser les bandes d'alimentation utilisées pour l'alimentation du procédé d'extrusion.

### I.8.3. L'extrusion :

Le procédé d'extrusion est la technique de fabrication de semi-produits la plus utilisée dans l'industrie du caoutchouc, notamment pour la réalisation des bandes de roulement. Cette technique s'est imposée pour plusieurs raisons. Tout d'abord, la complexité de certains profilés, nécessitant des moules complexes et donc très coûteux, interdit l'emploi du moulage. Ensuite, l'extrusion est la seule méthode permettant d'obtenir des pièces de grande longueur par rapport à leur section. Enfin, l'extrusion permet la production de pièces en continu,

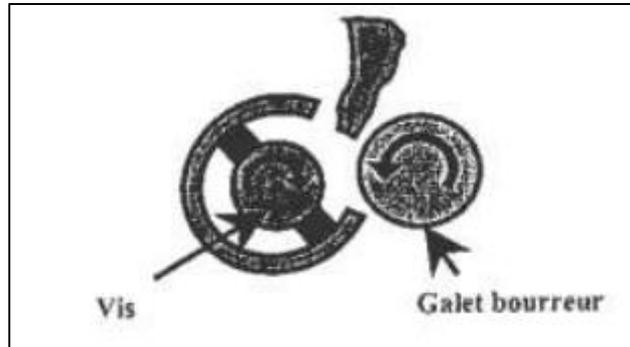
réduisant ainsi les coûts. L'extrudeuse, appelée aussi boudineuse, est constituée d'un cylindre, appelé fourreau, dans lequel tourne une vis sans fin, dite d'Archimède. En tête d'extrudeuse se trouve une filière donnant au produit sa forme finale. Le couple vis/filière permet la mise en pression de la matière. Le mélange est introduit, sous forme de bandes dans le cas des mélanges élastomères ou de granulés dans le cas des polymères, dans la trémie d'alimentation. Dans le cas d'extrusion monovis des polymères thermoplastiques, contrairement à l'extrusion monovis des mélanges élastomères, trois zones sont distinguées (Fig.I.8). La première zone est la zone d'alimentation, pour laquelle la profondeur de chenal est constante. Dans cette zone, le polymère est sous forme solide. Vient ensuite la zone de fusion. La profondeur du chenal n'est alors plus constante et tend à diminuer progressivement. Enfin, la dernière zone, où le polymère est totalement fondu, est appelée zone de pompage. La profondeur du chenal dans cette zone est à nouveau constante, mais est plus faible que celle en zone d'alimentation. Dans le cas de l'extrusion de mélanges élastomères, le mélange ne subissant pas de changement de phase et étant au-dessus de la température de transition vitreuse ( $T_g$ ), seule la zone de pompage existe.



**Fig-I.8** Ecoulement d'un polymère thermoplastique dans une extrudeuse monovis

Concernant le type d'alimentation, il faut savoir que l'alimentation peut se faire à chaud ou à froid, et se réalise à l'aide de bandes dites « bandes d'alimentation ». Cependant, l'extrusion des mélanges élastomères n'a enregistré des progrès significatifs que suite à l'apparition des extrudeuses alimentées à froid (avec ou sans dégazage). L'alimentation à froid a permis d'abaisser les coûts des opérations ainsi que d'améliorer le contrôle de l'extrudat, mais n'a quand même pas résolu tous les problèmes pouvant être liés à l'alimentation de l'extrudeuse. En effet, il arrive que l'entraînement du mélange par la vis soit difficile, conduisant ainsi à des irrégularités dans l'alimentation. Pour pallier ce problème, les extrudeuses sont le plus

souvent, dans l'industrie du caoutchouc, équipées d'un galet bourreur (Fig-9.). Ce galet bourreur n'est autre qu'un petit cylindre placé tangentiellement à la vis au niveau de la trémie d'alimentation ayant pour rôle de réguler l'entrée du mélange (de la bande) dans l'extrudeuse.



**Fig-I.9.** Galet bourreur

#### **I.8.4. Le moulage-cuisson :**

Cette technique permet, à l'aide d'une presse et d'un moule, l'obtention de pièces de formes diverses de taille raisonnable. Il est possible aussi d'insérer, dans le caoutchouc, des supports ou renforts métalliques ou textiles. Comme mentionné plus haut, cette technique permet presque simultanément la mise en forme et la vulcanisation. Concernant le temps de vulcanisation lors du moulage, il va dépendre non seulement de la formulation mais aussi de la température, du type de presse et de moule. On distingue différents types de moulages. Celui qui est le plus utilisé dans l'industrie du pneumatique est le moulage par compression. Ce procédé est utilisé pour la vulcanisation des pneumatiques. Cette technique consiste à déposer dans le moule, préalablement chauffé, le pneumatique cru. La fermeture de la presse, entraînant le fluage, permet un bon recouvrement des empreintes. Après une étape de dégazage, par légère ouverture du moule, une pression de 5 à 10 MPa est appliquée avant la vulcanisation.

#### **I.8.5. Moulage par compression :**

Le moulage par compression consiste à mettre un morceau précoupé de mélange dans un moule à deux pièces. On referme les deux pièces, puis on applique une pression qui force le caoutchouc à adhérer à la forme du moule. Le mélange excédentaire coule de chaque côté du moule et forme ce qu'on appelle une bavure.

### **I.8.6. Moulage par transfert :**

Dans cette technique de moulage, un piston fait passer le mélange non cuit, de la partie froide du moule ( pot de transfert ) à la cavité chaude du moule, où il y aura cuisson. Il faut appliquer une pression suffisamment grande sur le mélange pour remplir complètement les cavités du moule.

Le moulage par transfert permet la fabrication de pièces plus complexes que le moulage par compression. Bien que les moules de ce procédé soient relativement plus coûteux, il est possible d'obtenir des temps de cuisson plus courts grâce à des températures plus élevées et un meilleur transfert de chaleur.

### **I.8.7. Moulage par injection :**

Le moulage par injection, qui était utilisé dans l'industrie du plastique, a été développé ces dernières années, ce qui a permis de mouler et de vulcaniser les mélanges de caoutchouc selon cette méthode.

Par un contrôle rigoureux de la température d'alimentation, les pièces peuvent être vulcanisées en moins de quelques minutes. Ce procédé peut être complètement automatisé par la programmation de l'alimentation de l'injection et des cycles de démoulage ; on obtient ainsi un faible taux de rejet et une baisse des coûts de production.

Après la cuisson dans le moule, la pièce de caoutchouc est démoulée, ébarbée puis, parfois recouverte d'un enduit protecteur.

### **I.8.8. La mise en forme par calandrage :**

Le calandrage est un procédé de mise en forme du caoutchouc qui permet de fabriquer des feuilles de caoutchouc dont l'épaisseur et la largeur sont constantes. On utilise également le calandrage pour recouvrir une feuille de tissu d'une mince couche de caoutchouc ou pour imprimer un dessin sur la feuille ou lui donner une texture.

La calandre est la principale pièce d'équipement d'une ligne de calandrage. Elle est essentiellement composée de gros cylindres dont on peut modifier l'écart et entre lesquels on fait passer le caoutchouc non cuit. Ces cylindres sont montés sur un plan vertical et sont chauffés ou refroidis selon le type de caoutchouc à traiter.

Il existe plusieurs configurations de calandre. Les calendres à deux cylindres sont utilisées pour la fabrication de simples feuilles de caoutchouc. On se servira de calendres à trois et à quatre cylindres pour recouvrir de caoutchouc une bande de tissu sur l'une ou sur ses deux faces. La technique du grainage permet d'imprimer une texture à la feuille de caoutchouc. On la réalise en ajoutant un cylindre gravé à la calandre ou en remplaçant un des cylindres par un cylindre gravé.

On alimente la calandre en bandes de mélange préalablement chauffées et cisillées sur des moulins réchauffeurs. Acheminées par tapis convoyeur entre les cylindres de la calandre, les bandes de mélange en ressortent sous forme de feuilles. Après avoir été refroidies sur des rouleaux refroidisseurs ou aspergées d'eau, les feuilles de mélange sont entreposées un court moment avant d'être cuites entre les cylindres chauffés du « rotocure » ou lors de leur moulage.

### **I.9. Définition et rôle de l'amortissement :**

En physique, l'amortissement d'un système est une atténuation de ses mouvements par dissipation de l'énergie qui les engendre. Il peut être lié de diverses manières à la vitesse.

Le frottement entre deux solides correspond à une dissipation sous la forme de chaleur. Il est régi par la loi de Coulomb selon laquelle la force de frottement ne dépend pas de la vitesse.

Lorsque l'interface est lubrifiée l'énergie mécanique est encore transformée en chaleur mais la force de frottement devient proportionnelle à la vitesse selon la loi de la viscosité. On parle alors d'amortissement visqueux bien que cet effet linéaire apparaisse également dans des phénomènes plus ou moins éloignés. C'est l'aspect de la question essentiellement étudié dans cet article.

Un solide qui oscille dans un fluide est soumis à un tel amortissement lorsque sa vitesse est suffisamment faible pour que l'écoulement soit laminaire. À plus grande vitesse il apparaît un sillage tourbillonnaire ou turbulent qui dissipe l'énergie de manière purement mécanique. Cela conduit à une force de traînée approximativement proportionnelle au carré de la vitesse.

### **I.10. Caractéristiques générales des sortes de caoutchouc et matières synthétiques les plus utilisées :**

Désignation	caoutchouc naturel (poly-isoprène)	caoutchouc butadiène- styrène	caoutchouc acryl-nitrile (Perbunan)	caoutchouc chloroprène (Néoprène)	caoutchouc éthylène- propylène (Dutral)	caoutchouc butyle (Isoprène)	caoutchouc fluoré (Viton)	silicone	polyuréthane (Vulkolan)	chlorure de polyvinyle
Abréviation	NR	SBR	NBR	CR	EPDM	IIR	FPM	SI	PUR	PVC
<b>Gamme de température max. °C</b>										
- air sec °C	+70	+70	+90	+90	+120	+90	+200	+180	+80	+60
- huile chaude °C	-	-	+120	+60	-	-	+200	-	+60	-
- eau chaude °C	+70	+80	+90	+70	+120	+100	+150	+100	+40	+60
<b>Gamme de température min. °C</b>	-40	-30	-20	-30	-50	-30	-20	-60	-20	-10
<b>Résistance générale:</b>										
- huiles minérales et graisses	4	4	1	2	4	4	1	3	2	3
- essence	4	4	1	3	4	4	1	4	1-2	5
- benzol	4	4	3	4	4	4	2	4	4	5
- huiles et graisses animales et végétales	3-4	3-4	1	2	2	2	1	2	2	3-4
- acides dilués	3-2	3-2	2	1	1	1-2	1	1	3	3-2
- acides concentrés	3-2	3-2	2	2	2	2	1	3	4	4-3
- détergents	2	2	2	1-2	1	1-2	1-2	4	4	3
- solvants:										
aliphatiques; essence etc.	4	4	1	2-3	4	4	1	4	3-2	5
aromatiques; toluol, benzène etc.	4	4	4	3	4	4	1	4	4	5
esters, éthers, alcools	2	2	4	3-4	1	2	4	3	4	5
chlorés; tétra, tri etc.	4	4	3	4	3-4	3-2	3-4	4	4	5
- absorption d'eau	1-2	2-1	2	2	1	1-2	1-2	1	1-2	2
- rayonnement solaire + ozone	4	4	3	1-2	1	1	1	1	1-2	3
- influences atmosphériques	2	2	3	1-2	1	2	1	1	3	3
<b>Aliments</b>	2*	2*	2*	2*	2*	2*	4	1	4	2*
<b>Elasticité</b>	1	2	3-2	3-2	3-2	4	3	3	2	2
<b>Déformation restante</b>	2	2	2	2	2	3	1	3	3	3
<b>Résistance à l'abrasion</b>	1	1-2	2	1-2	2	3-2	2	4	1	3
<b>Perméabilité au gaz</b>	5-6	5-6	5	5	5-6	6	6	5-6	5-6	5-6
<b>Isolation électrique</b>	2-1	2-1	4	3-2	1	2-1	2	1	2	2
<b>Dureté (Shore A)</b>	30-90	40-90	40-95	40-95	40-90	40-75	50-90	30-85	50-75	60-85

**Tab-I.2** Caractéristiques générales des sortes de caoutchouc et matières synthétiques

1 = excellent, 2 = bon, 3 = moyen, 4 = mauvais, 5 = restreint, 6 = très restreint

2\* = convient (uniquement pour mélanges d'après recettes spécifiques)

Les données indiquées ne sont à comprendre qu'à titre indicatif (sans garantie)

### **Conclusion :**

Il n'est plus à démontrer l'engouement et l'innovation créés par les matériaux composites dans les secteurs de la construction et du transport, où l'obtention de structures moins onéreuses, plus légères est le fruit d'une course constante à l'innovation. Les matériaux viscoélastique répondent parfaitement à ces critères afin de garantir un confort acoustique et vibratoire et faire face à des critères acoustiques sans cesse plus exigeants, les professionnels de la construction ont de plus en plus recours aux matériaux viscoélastiques, dont le comportement est intermédiaire entre celui des liquides visqueux et celui des solides élastique

# **CHAPITRE**

## **II**

**Théorie des matériaux  
viscoélastique**

### II.1. Introduction

L'étude du contrôle des vibrations est devenue un élément essentiel dans la conception mécanique de système complexe dans des domaines tels que l'aéronautique, l'automobile, l'électroménager et le génie civil. Ces vibrations peuvent susciter des instabilités de la structure, entraînant des gênes importantes pour l'utilisateur (vibrations ressenties par un automobiliste à l'intérieur de l'habitacle, rayonnement acoustique élevé...), voire même le phénomène de rupture dû à la fatigue vibratoire. En pratique, un grand nombre de ces désagréments sont supprimés en ajoutant de l'amortissement dans la structure, augmentant ainsi son niveau de dissipation

### II.2. Comportement matériaux viscoélastiques

En première approche, le comportement du bois peut être considéré viscoélastique linéaire, c'est-à-dire qu'il existe une correspondance fonctionnelle linéaire entre l'histoire des contraintes  $\sigma(t)$  et l'histoire des déformations  $\varepsilon(t)$ , et ce, pour la réponse instantanée et la réponse différée. Cette hypothèse reste valide pour des petites déformations et pour des états de contraintes faibles. Il sera de plus considéré comme non vieillissant si ses caractéristiques mécaniques n'évoluent pas au cours du temps, ce qui se traduit par un recouvrement total des déformations lors d'un essai de fluage/recouvrance ou un effacement total des contraintes lors d'un essai de relaxation/effacement. Le comportement viscoélastique linéaire non vieillissant se caractérise dans le domaine temporel par les fonctions de fluage  $J$  et de relaxation  $R$ . Elles peuvent s'exprimer, pour un comportement uni axial, respectivement à l'aide des intégrales de Boltzmann suivantes :

$$\sigma(t) = \int_0^t R(t - \tau) \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} d\tau \quad \varepsilon(t) = \int_0^t J(t - \tau) \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} d\tau \quad (2.1)$$

La modélisation de ce type de comportement suppose une détermination de ces fonctions par des essais. Deux expériences fondamentales mettent en évidence l'évolution de la déformation en fonction du temps, témoin du comportement visqueux de la matière.

### II.3. Extension aux matériaux métalliques

L'approche des matériaux viscoélastiques en comportement dynamique [80] peut être étendue aux facteurs de perte sont définis dans le matériau métalliques. Le Tableau 1.4 donne quelques ordres de grandeurs de facteurs de perte. Pour ce type de matériau on utilise la représentation par le module complexe constant. La raideur complexe et le Paragraphe 2 A

**Tab-II.1.** Valeurs de facteurs de perte pour différents matériaux

Matériau	Facteur de perte ( $\eta$ )
Aluminium	$5 \cdot 10^{-5}$ à $7 \cdot 10^{-3}$
Acier	$5 \cdot 10^{-4}$ à $1 \cdot 10^{-2}$
Acier (Ni-Cr)	$2 \cdot 10^{-4}$ à $2,5 \cdot 10^{-3}$
Magnésium	$5 \cdot 10^{-4}$ à $8 \cdot 10^{-3}$
Fibre de carbone	$2 \cdot 10^{-3}$ à $2 \cdot 10^{-3}$
Fibre de verre	$3 \cdot 10^{-3}$ à $3 \cdot 10^{-3}$
Titane	$8 \cdot 10^{-5}$ à $1 \cdot 10^{-3}$
Caoutchouc	0,1 à 1

#### II.4. Loi de comportement d'un matériau viscoélastique

La formulation fonctionnelle permet d'établir la loi mathématique liant la réponse du matériau à une sollicitation. Puisqu'une contrainte appliquée au matériau engendre une déformation dans le temps et inversement, alors à chaque instant  $t$ , la déformation dépend de l'histoire de la contrainte depuis  $-\infty$  jusqu'à cet instant et inversement. Il existe alors des fonctionnelles  $F$  et  $G$  qui lient les contraintes aux déformations

$$\begin{cases} \sigma_{ij}(t) = F[\varepsilon_{kl}(\tau_{-\infty}^t)] \\ \varepsilon_{ij}(t) = G[\sigma_{kl}(\tau_{-\infty}^t)] \end{cases} \quad (2.2)$$

#### II.5. Viscoélasticité linéaire

En viscoélasticité, la loi de comportement s'écrit d'une manière générale :

$$\sigma_{ij}(t) = \mathcal{F}[\varepsilon_{kl}(\tau_{-\infty}^t)] \quad (2.3)$$

Sans sommation

À chaque instant  $t$  la contrainte  $\sigma_{ij}(t)$  dépend de l'histoire de la déformation  $\varepsilon_{kl}(\tau)$  jusqu'à cet instant  $t$ .

Le comportement est linéaire si la fonctionnelle  $f$  est linéaire, c'est à dire:

$$\mathcal{F}[\lambda \varepsilon_{kl}(\tau_{-\infty}^t)] = \lambda \mathcal{F}[\varepsilon_{kl}(\tau_{-\infty}^t)] \quad (\lambda \in \text{Re}) \quad (2.4)$$

Ainsi, pour l'expérience de fluage, la réponse  $\varepsilon_{ij}(t)$  doit être proportionnelle à  $\sigma_{ij}^0$ , donc la fonction de fluage est indépendante de  $\sigma_{ij}^0$ . De même, pour l'expérience de relaxation, la fonction de relaxation est indépendante de  $\varepsilon_{ij}^0$ .

Soit :

$$\varepsilon_{ij}(t) = J_{ijkl}(t, t_0) \sigma_{kl}^0 \quad \text{Pour l'expérience de fluage} \quad (2.5)$$

$$\sigma_{ij}(t) = R_{ijkl}(t, t_0) \varepsilon_{kl}^0 \quad \text{Pour l'expérience de relaxation} \quad (2.6)$$

L'application de la linéarité, permet d'écrire la réponse pour toute expérience de fluage ou de relaxation de manière plus générale. Ainsi, on peut considérer l'expérience de fluage définie par  $\sigma_{ij}(t) = Y(t, t_0) \sigma_{ij}^0$ . Cette histoire du tenseur  $\sigma(t)$  peut être considérée comme la superposition des histoires correspondant à une expérience de fluage simple telle que celle présentée en résulte de par l'application de la linéarité, que pour chaque  $\varepsilon_{ij}(t)$ , la réponse s'écrit :

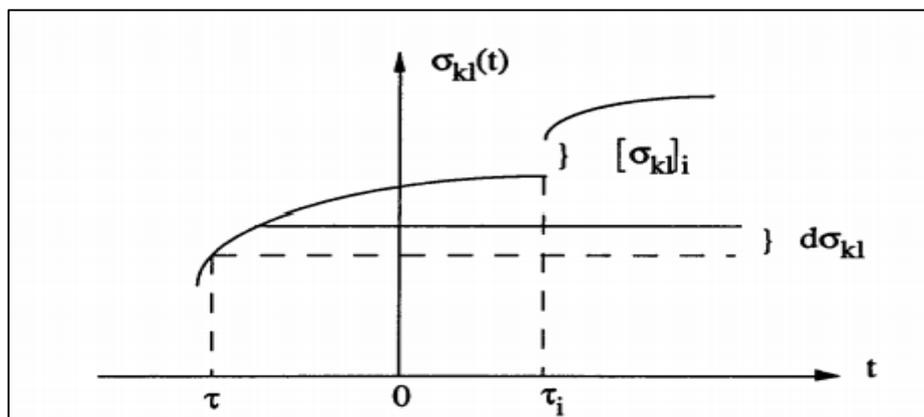
$$\varepsilon_{ij}(t) = J_{ijkl}(t, t_0) \sigma_{kl}^0 \quad (2.7)$$

Et de la même manière, la formule duale s'écrit :

$$\sigma_{ij}(t) = R_{ijkl}(t, t_0) \varepsilon_{kl}^0 \quad (2.8)$$

### II.6. Principe de superposition de Boltzman :

Une histoire de contrainte  $\sigma_{kl}(t)$  peut être considérée comme la superposition d'échelons infiniment petits :  $d\sigma_{kl}(\square) \cdot Y(t, \square)$  et éventuellement des sauts notés  $[\sigma_{kl}]_i$  aux instants  $\square_i$  (Fig-II.1). La réponse  $\varepsilon_{ij}(t)$  sera alors selon la définition de la linéarité, la superposition des réponses  $d\varepsilon_{ij}(t)$  produites par ces échelons



**Fig-II.1** histoire de la contrainte

$d\sigma_{kl}(t)$  produit une déformation  $d\varepsilon_{ij}(t)$  à un instant  $t$  postérieur à  $\tau$ . On peut ainsi écrire la relation qui relie  $d\varepsilon_{ij}(t)$  à  $d\sigma_{kl}(t)$  :

$$d\varepsilon_{ij}(t) = J_{ijkl}(t, \tau) d\sigma_{kl}(t) \quad (2.9)$$

En tenant compte des sommes continues et discrètes, on déduit:

$$\varepsilon_{ij}(t) = \int_{-\infty}^t J_{ijkl}(t, \tau) d\sigma_{kl}(\tau) + \sum_n J_{ijkl}(t, \tau_n) [[\sigma_{kl}]]_n \quad (2.10)$$

Notons  $\dot{\sigma}_{kl}(\tau)$  la dérivée de  $\sigma_{kl}(\tau)$  par rapport à  $\tau$  au sens des distributions et  $\delta\tau_n$  la distribution de Dirac en  $\tau_n$ ,

$$\dot{\sigma}_{kl}(\tau) = \begin{cases} \frac{d\sigma_{kl}(\tau)}{d\tau} \text{ si } \sigma_{kl}(\tau) \text{ est variable en } \tau, \\ [[\sigma_{kl}]]_n \delta\tau_n \text{ en } \tau = \tau_n. \end{cases} \quad (2.11)$$

L'intégrale de Boltzmann (2.4) peut alors être écrite comme suit :

$$\varepsilon_{ij}(t) = \int_{-\infty}^t J_{ijkl}(t, \tau) \dot{\sigma}_{kl}(\tau) d\tau \quad (2.12)$$

Où les sauts de  $\sigma_{kl}$  correspondent à des fonctions de Dirac  $[[\sigma_{kl}]]_i \delta_i$  pour la dérivée  $\dot{\sigma}_{kl}$ .

La formule duale qui correspond à l'effet d'une histoire de déformation est :

$$\sigma_{ij}(t) = \int_{-\infty}^t R_{ijkl}(t, \tau) \varepsilon_{kl}(\tau) d\tau \quad (2.13)$$

Les formules 1 et 2 sont les formules de Boltzmann.

### II.7. Matériau non vieillissant :

Un matériau est dit non vieillissant si ses propriétés n'évoluent pas dans le temps [4]. Cela signifie que sa réponse à l'instant  $t$  pour une sollicitation à l'instant  $\tau$  antérieur à  $t$  est la même que sa réponse à l'instant  $t + \Delta\tau$  pour la même sollicitation appliquée à l'instant  $\tau + \Delta\tau$ . D'après cette définition, les fonctions de fluage et de relaxation ne dépendent donc que de l'intervalle de temps séparant l'effet et la cause c'est-à-dire  $t - \tau$ . Dans ce cas

$$\begin{cases} \varepsilon_{ij}(t) = J_{ijkl}(0) \sigma_{kl}(t) + \int_{-\infty}^t \frac{\partial J_{ijkl}(t-\tau)}{\partial \tau} \sigma_{kl}(\tau) d\tau \\ \sigma_{ij}(t) = \mathcal{R}_{ijkl}(0) \varepsilon_{kl}(t) + \int_{-\infty}^t \frac{\partial \mathcal{R}_{ijkl}(t-\tau)}{\partial \tau} \varepsilon_{kl}(\tau) d\tau \end{cases} \quad (2.14)$$

En première approche, le comportement du bois peut être considéré viscoélastique linéaire, c'est-à-dire qu'il existe une correspondance fonctionnelle linéaire entre l'histoire des contraintes  $\sigma(t)$  et l'histoire des déformations  $\varepsilon(t)$ , et ce, pour la réponse instantanée et la réponse différée. Cette hypothèse reste valide pour des petites déformations et pour des états de contraintes faibles. Il sera de plus considéré comme non vieillissant si ses caractéristiques mécaniques

n'évoluent pas au cours du temps, ce qui se traduit par un recouvrement total des déformations lors d'un essai de fluage/recouvrance ou un effacement total des contraintes lors d'un essai de relaxation/effacement. Le comportement viscoélastique linéaire non vieillissant se caractérise dans le domaine temporel par les fonctions de fluage  $J$  et de relaxation  $R$ . Elles peuvent s'exprimer, pour un comportement uniaxial, respectivement à l'aide des intégrales de Boltzmann suivantes :

$$\begin{cases} \varepsilon_{ij}(t) = \int_{-\infty}^t J_{ijkl}(t - \tau) \sigma_{kl}(\tau) d\tau \\ \sigma_{ij}(t) = \int_{-\infty}^t R_{ijkl}(t - \tau) \varepsilon_{kl}(\tau) d\tau \end{cases} \quad (2.15)$$

Mathématiquement, ce sont des produits de convolution de Riemann que nous noterons (\*) et qui pour deux fonctions  $f$  et  $g$  sont définis par

$$f(t) * g(t) = \int_{-\infty}^t f(t - \tau) * g(\tau) d\tau \quad (2.16)$$

Les formules précédentes montrent que pour les matériaux viscoélastiques linéaires non vieillissants, les calculs de lois de comportement s'effectuent dans l'algèbre de convolution de Riemann. L'expression (1.12) est équivalente en terme de produit de convolution

$$\begin{cases} \varepsilon_{ij}(t) = J_{ijkl} * \sigma_{kl}(t) \\ \sigma_{ij}(t) = R_{ijkl} * \varepsilon_{kl}(t) \end{cases} \quad (2.17)$$

Rappelons que comme pour le tenseur d'élasticité, les fonctions de fluage et de relaxation possèdent des propriétés de symétrie c'est-à-dire  $J_{ijkl} = J_{klij} = J_{jikl} = J_{ijlk}$  et  $R_{ijkl} = R_{klij} = R_{jikl} = R_{ijlk}$ . Dans le domaine fréquentiel, la formulation fonctionnelle de la viscoélasticité s'introduit grâce à l'usage de la transformation de Laplace et de la transformation de Carson. L'opérateur  $L$  de la transformation de Laplace et l'opérateur  $C$  de la transformation de Carson sont définis pour une fonction  $f(t)$  par :

$$\begin{cases} L[f(t)] = \int_0^{+\infty} f(t) e^{-st} dt = f(s), s \in c \\ C[f(t)] = s \int_0^{+\infty} f(t) e^{-st} dt = f^*(s) \end{cases} \quad (2.18)$$

où  $f(s)$  est la transformée de Laplace de  $f(t)$  et  $f^*(s)$  est la transformée de Carson de  $f(t)$ .

On obtient :  $\{f^*(s) = sf(s), C[f(t)] = sL[f(t)]\}$ .

$$\begin{cases} f'(s) = sf(s) \\ C[f(t)] = sL[f(t)] \end{cases} \quad (2.19)$$

La transformation de Laplace présente les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} L[f(t) * g(t)] = L[f(t)]L[g(t)] = f(s)g(s) \\ L[f(t)] = sL[f(t)] = C[f(t)] = f^*(s) \end{cases} \quad (2.20)$$

Dans l'espace de Laplace et de Carson, les lois de comportement (2.13) s'écrivent respectivement comme suit :

$$\begin{cases} \varepsilon_{ij}(s) = sJ_{ijkl}(s)\sigma_{kl}(s) \\ \sigma_{ij}(s) = sR_{ijkl}(s)\varepsilon_{kl}(s) \end{cases} \quad (2.21)$$

Et

$$\begin{cases} \varepsilon_{ij}^*(s) = J_{ijkl}^*(s)\sigma_{kl}^*(s) \\ \sigma_{ij}^*(s) = R_{ijkl}^*(s)\varepsilon_{kl}^*(s) \end{cases} \quad (2.22)$$

En combinant (2.17) et (2.13) on obtient :

$$\begin{cases} \varepsilon_{ij}(s) = J_{ijkl}^*(s)\sigma_{kl}(s) \\ \sigma_{ij}(s) = R_{ijkl}^*(s)\varepsilon_{kl}(s) \end{cases} \quad (2.23)$$

$$R_{ijkl}^*(s) = [J_{ijkl}^*(s)]^{-1} \quad (2.24)$$

On démontre ainsi, grâce à l'hypothèse de non vieillissement du matériau viscoélastique, que les calculs d'intégrales sont transformés en calculs opérationnels. On en déduit que les équations (2.19), sont analogues à la loi de Hooke généralisée reliant les contraintes aux déformations en élasticité linéaire :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \quad (2.25)$$

Où  $C_{ijkl}$  est le tenseur d'ordre 4 des modules élastiques. Ce principe de correspondance élastique-viscoélastique, permet de ramener la résolution d'un problème de viscoélasticité à la résolution d'un problème élastique équivalent.

### II.8. Matériau viscoélastique soumis à des sollicitations harmoniques

Un corps viscoélastique linéaire non vieillissant homogène, est soumis à des sollicitations harmoniques de la forme

$$\sigma_{ij}(t) = \text{Re}[\sigma_{ij}^0 e^{j\omega t}]$$

(exemple:  $\sigma_{11}(t)$ : Fig-II.2) où  $j^2 = -1$ .

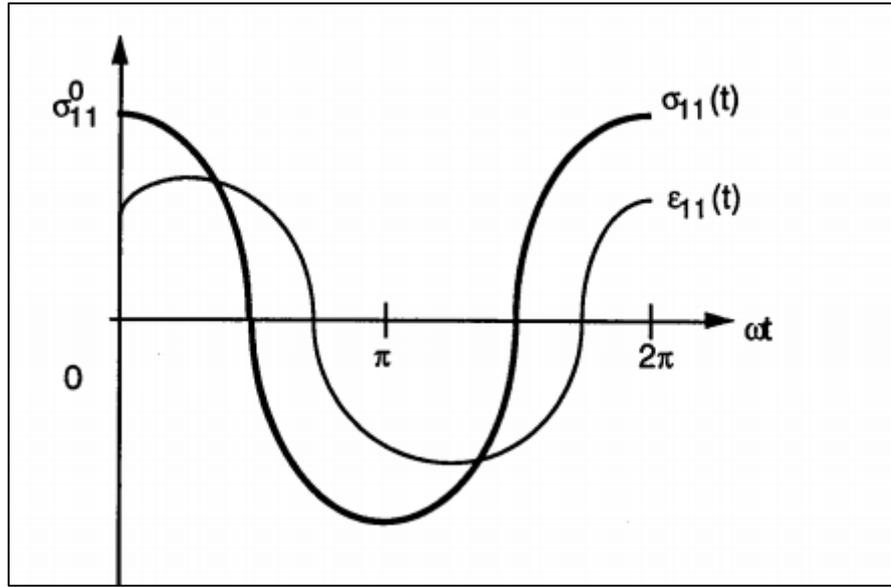


Fig-II.2 Contrainte et déformation harmoniques d'un corps viscoélastique linéaire non vieillissant

$$\varepsilon_{ij}(t) = \sigma_{kl}^0 \int_{-\infty}^t f_{ijkl}(t - \tau) \cdot \text{Re}[j\omega \cdot e^{j\omega t}] \cdot d\tau \quad (2.26)$$

$$\varepsilon_{ij}(t) = \sigma_{kl}^0 \text{Re}[j\omega \cdot e^{j\omega t} \cdot \int_0^{\infty} f_{ijkl}(u) e^{-j\omega u} \cdot du] \quad (2.27)$$

On identifiant avec la transformée de Carson :  $j\omega = P$

$$f_{ijkl}^*(j\omega) = j\omega \int_0^{\infty} f_{ijkl}(t) e^{-j\omega t} \cdot dt \quad (2.28)$$

La loi de comportement d'un matériau viscoélastique linéaire non vieillissant homogène soumis à un changement harmonique s'écrit en complexe :

$$\varepsilon_{ij}(t) = \sigma_{kl}^0 \text{Re}[f_{ijkl}^*(j\omega) e^{j(\omega t)}] \quad (2.29)$$

Avec :  $f_{ijkl}^*(j\omega)$  : composantes du tenseur des complaisances complexes

$$f'_{ijkl}(\omega) = \text{Re}[f_{ijkl}^*(j\omega)] \quad (2.30)$$

Composantes du tenseur des complaisances de pertes

L'amplitude maximale de la déformation  $\varepsilon_{ij}(t)$  vaut

$$\sigma_{kl}^0 |f_{ijkl}^*(j\omega)| \quad (2.31)$$

La loi de comportement duale correspondant à des sollicitations harmoniques en déformations s'écrit:

$$\sigma_{ij}(t) = \varepsilon_{kl}^0 \text{Re}[r_{ijkl}^*(j\omega) \cdot e^{j(\omega t)}] \quad (2.32)$$

avec:  $r_{ijkl}^*(j\omega)$ : composantes du tenseur des modules complexe

$$= r'_{ijkl}(\omega) + jr''_{ijkl}(\omega) \quad (2.33)$$

$$r'_{ijkl}(\omega) = \text{Re}[r^*_{ijkl}(j\omega)] \quad (2.34)$$

Composantes du tenseur des modules de stockage

$$r''_{ijkl}(\omega) = \text{Im}[r^*_{ijkl}(j\omega)] \quad (2.35)$$

Composantes du tenseur des modules de perte.

L'amplitude maximale de la contrainte  $\sigma_{ij}(t)$  vaut :

Des relations inverses (intégrales de Mellin) permettent à partir des composantes complexes de calculer les fonctions de fluage ou de relaxation:

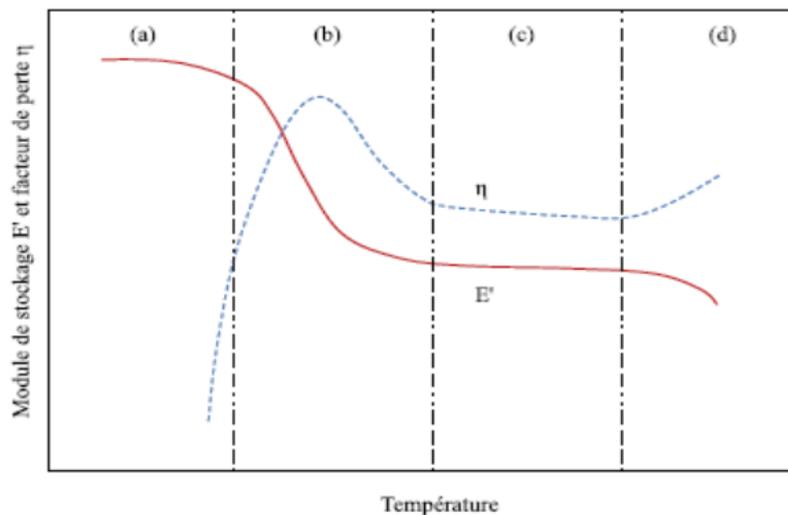
$$f_{ijk}(t) = \frac{1}{2\pi j} \int e^{j\omega t} \frac{f^*_{ijkl}(j\omega)}{\omega} d\omega$$

$$r_{ijkl}(t) = \frac{1}{2\pi j} \int e^{j\omega t} \frac{r^*_{ijkl}(j\omega)}{\omega} d\omega \quad (2.36)$$

Ainsi, à partir d'expériences dynamiques, il est possible d'obtenir les caractéristique statiques (fonctions de fluage et de relaxation) par le biais de transformation mathématique qui ne sont pas solubles simplement, ce qui conduit à la recherche de méthode d'inversion approchée

### **II.9. Effet de la fréquence et de la température sur un matériau viscoélastique**

La température est le facteur d'environnement qui influence le plus les caractéristiques des matériaux viscoélastiques [Nashif et al., 1985]. Les matériaux VE peuvent se présenter dans quatre états différents. Chaque état correspond à une plage de température donnée (Fig-II.3)



**Fig-II.3** Variation du module et facteur de perte en fonction de la température

## CHAPITRE II : Théorie des matériaux viscoélastique

L'état vitreux (a) est associé aux températures les plus faibles. Le matériau est caractérisé par un module de stockage  $E'$  maximal variant peu avec la température et un très faible facteur de perte  $\eta$ . De ce fait, les déformations du matériau sont très faibles.

•L'état de transition (b) est caractérisé par un module de stockage fortement décroissant avec la température et un facteur de perte présentant son maximum à la température de la transition vitreuse  $T_g$ . Cette transition vitreuse dépend de la fréquence. •Dans l'état caoutchouteux (c), le module de stockage et le facteur de perte sont tous les deux caractérisés par des valeurs faibles. Ils varient peu avec la température. •L'état fluide (d) est caractérisé par des instabilités dans le comportement du matériau. Cet état est très peu considéré dans les études. Pour amortir les vibrations, il est utile de solliciter les matériaux VE au voisinage de la zone de transition (b) car le facteur de perte (responsable de l'amortissement) y atteint son maximum. Cela offre une utilisation optimale de leurs propriétés amortissantes. Principe de superposition fréquence/température D'après des observations expérimentales [Nashif et al.1985], le profil de variation du facteur et du module de perte en fonction de la fréquence présente la même allure pour des essais effectués à différentes fréquences que pour des essais effectués à fréquence fixe en faisant varier la température. Ce constat sur la similitude de comportement a permis de postuler une équivalence fréquence/température. Cette hypothèse se traduit par la possibilité de superposer les courbes à différentes températures sur une des courbes choisie comme référence (température de référence  $T_0$ ). Cela s'effectue par une translation horizontale d'un facteur (dit facteur de décalage  $aT$ ) et correspondant à un changement d'échelle de fréquence (dite fréquence réduite  $aT\omega$ ) sur la nouvelle courbe superposée (Fig-II.4)

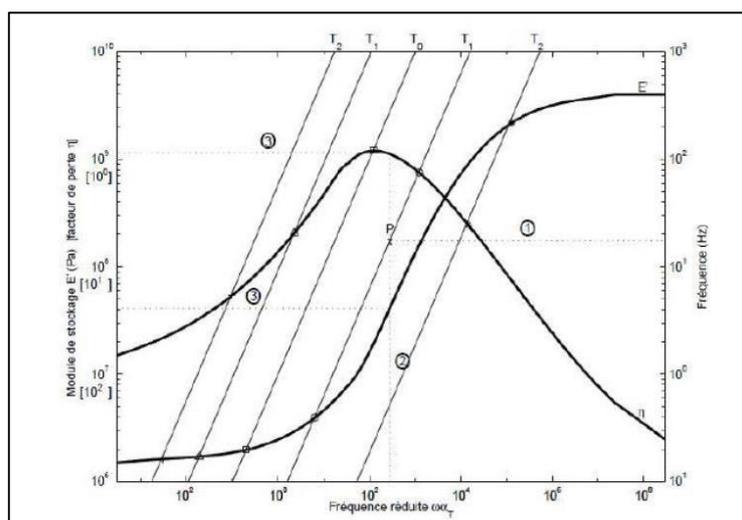


Fig-II.4 Courbes maître en fréquence Réduite

La résultante de ces courbes superposées est appelée courbe maîtresse ou monogramme. Obtenue expérimentalement, elle permet de présenter sur un seul graphe, la variation du module de stockage et de facteur de perte en fonction de la température et de la fréquence. Cette courbe facilite l'obtention des propriétés du matériau en fonction de la température et de la fréquence  $\omega$ . A chaque température correspond un facteur de décalage  $\alpha T$  qui définit une droite isotherme dans le plan  $(\alpha T \omega, \omega)$ . Pour une fréquence quelconque  $\omega_i$  et une température  $T_i$ , on lit l'abaque donnée par la Fig-II.4 comme suit :

1. on repère le point d'intersection P de la droite horizontale  $\omega_i$  et de l'isotherme oblique  $T_i$ ,
2. l'abscisse du point P donne la valeur de  $\omega_i \alpha T_i$ ,
3. finalement on lit les valeurs de  $\eta$  et de  $E'$  directement sur la courbe. Pour des besoins de calcul, on peut modéliser l'évolution du module et du facteur de perte sous forme de fonctions analytiques par interpolation des courbes maitresses :

$$E^*(\alpha(T)\omega) = E'(\alpha T \omega) [1 + i\eta(\alpha T \omega)], \quad (2.37)$$

Où  $\alpha T = \alpha(T)$  est une fonction dépendant de la température permettant le passage de l'échelle des fréquences réelles à l'échelle des fréquences réduites. Plusieurs lois empiriques permettent de déterminer le facteur de décalage  $\alpha T$  en échelle logarithmique, parmi celles-ci figure la loi de WLF [Williams et al.1955] (Williams -Landel-Ferry). Elle permet de faire la conversion de fréquence réduite  $\alpha T \omega$  en fréquence physique  $\omega$ , pour des températures autres que celles mesurées expérimentalement. Cette loi est appliquée dans la zone de transition vitreuse. A des températures supérieures à  $T_g$  (température de transition vitreuse), sur une plage de température d'environ  $(-T_g ; T_g + 50)$ , la loi de WLF décrit le facteur de décalage en température  $\alpha T$  comme suit :

$$\log \alpha T = \frac{C10(T-T0)}{C20 + (T-T0)}, \quad (2.38)$$

où  $C10$  et  $C20$  (donnés en °C) sont des coefficients viscoélastiques qui caractérisent le matériau

### **II.10. Modèles rhéologiques usuels en viscoélasticité linéaire**

Les modèles rhéologiques sont une représentation analogique à l'aide d'une combinaison d'éléments mécaniques discrets permettant de décrire le comportement viscoélastique d'un solide. Cette combinaison peut se faire du plus simple en associant un ressort et un amortisseur en série et ou en parallèle (modèles de base) jusqu'au plus complexe en associant en série et ou en parallèle plusieurs modèles de bases (modèles composés ou généralisés). Le ressort représente un élément élastique idéal, la contrainte est proportionnelle à la déformation et est définie par la loi de Hooke :

$\sigma(t) = E\varepsilon(t)$ , où  $E$  représente le module d'élasticité. L'amortisseur représente un élément visqueux dissipatif, la contrainte est proportionnelle à la vitesse de déformation est définie par la loi de frottement visqueux de Newton :

$\sigma(t) = \eta \dot{\varepsilon}(t)$ , où  $\eta$  représente la viscosité. Les modèles rhéologiques constituent donc un bon outil pour modéliser la relation entre contrainte et déformation dans un comportement uni axial. Deux grandes familles de modèles rhéologiques sont couramment utilisées :

### II.10.1. Modèles standards linéaires

L'analogie se fait par la combinaison de ressorts et amortisseurs linéaires comme représentés sur la Fig-II.5. Quel que soit le modèle standard linéaire considéré, la loi de comportement du module complexe du solide viscoélastique linéaire constitué s'écrivent, de façon générale :

$$\begin{cases} \sigma(t) + \sum_{k=1}^{N_1} \alpha_k \frac{d^k \sigma(t)}{dt^k} = b_0 \varepsilon(t) + \sum_{k=1}^{N_2} b_k \frac{d^k \varepsilon(t)}{dt^k} \\ R^*(i\omega) = \frac{b_0 + \sum_{k=1}^{N_2} b_k (i\omega)^k}{1 + \sum_{k=1}^{N_1} \alpha_k (i\omega)^k} \end{cases} \quad (2.38)$$

Où  $N_1$  et  $N_2$  sont des entiers,  $\alpha_k$  et  $b_k$  sont des coefficients caractéristiques du matériau. Les lois de comportement et les modules complexes des modèles standards usuels présentés à la Fig-II.5 sont regroupés dans le tableau Tab-II.2.

### II.10.2. Modèles rhéologiques standards classiques

Comme traditionnellement définie, la viscoélasticité peut être représentée par une combinaison discrète de ressorts et d'amortisseurs. Le ressort constitue la partie élastique dont la contrainte est proportionnelle à la déformation et définie par la loi de Hooke :  $\sigma(t) = E \varepsilon(t)$ , où  $E$  désigne le module d'Young. L'amortisseur représentant la partie visqueuse est décrit par une contrainte proportionnelle à la vitesse de déformation :  $\sigma(t) = \eta \dot{\varepsilon}(t)$  & (loi de Newton), où  $\eta$  représente le paramètre de viscosité. Deux grandes familles de modèles rhéologiques sont généralement définies : les modèles standards linéaires et les modèles fractionnaires. Nous nous intéresserons dans cette partie à la première famille. Quelques-uns de ces modèles sont schématisés sur la figure et les modules complexes équivalents sont reportés dans le tableau

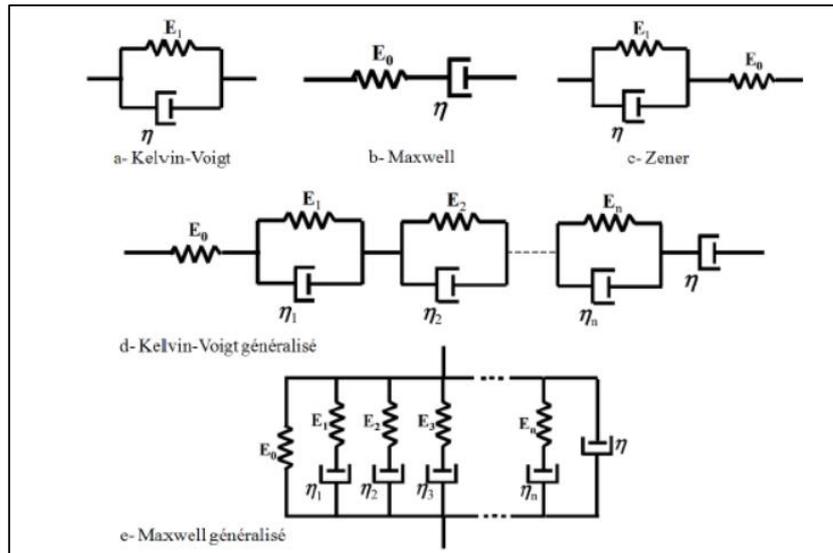


Fig-II.5 Modèles rhéologiques standards classique

Tab-II.2 Lois de comportement et modules opérationnels des modèles standards

Model érh éologique	Loi de comportement	Module op érationnel $R^*(i\omega)$
Kelvin-Voigt	$\sigma(t) = E_1 \varepsilon(t) + \eta \dot{\varepsilon}(t)$	$E_1 + i\omega\eta$
Maxwell	$\sigma(t) + \frac{\eta}{E_0} \dot{\sigma}(t) = \eta \dot{\varepsilon}(t)$	$\frac{i\omega\eta E_0}{E_0 + i\omega\eta}$
Zener	$(E_0 + E_1)\sigma(t) + \eta \dot{\sigma}(t) = E_0 (E_1 \varepsilon(t) + \eta \dot{\varepsilon}(t))$	$\frac{E_0 (E_1 + i\omega\eta)}{E_0 + E_1 + i\omega\eta}$
Kelvin-Voigt g énéralise	Loi (2.40)	$\left[ \frac{E_0 + i\omega\eta}{i\omega E_0 \eta} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{E_k + i\omega\eta_k} \right]^{-1}$ $E_0 + i\omega\eta + \sum_{k=1}^n \frac{i\omega\eta_k E_k}{E_k + i\omega\eta_k}$
Maxwell g énéralise	Loi (2.40)	

**Conclusion :**

Dans ce chapitre on a étudié le comportement d'un matériau viscoélastique et on a démontré que leurs propriétés varient fortement en fonction de la température est de la fréquence. Par conséquent, lorsqu'ils sont utilisés dans les structures, cette dépendance en fréquence et en température influence inévitablement les propriétés amortissantes ainsi que la réponse de ces structures et devrait être pris en compte dans la modélisation.

# **CHAPITRE**

## **III**

**Étude vibratoire des Poutres  
sandwichs à âme viscoélastique par la  
méthode des éléments finis**

### III.1. Introduction

Les propriétés mécaniques spécifiques de l'amortissement ont présenté les matériaux viscoélastiques comme une solution remarquable permet d'atténuer les amplitudes vibrationnelles.

En pratique, la technique d'amortissement des amplitudes vibratoires dites techniques passives peuvent être réalisées en combinant une mince couche de polymère viscoélastique entre deux peaux métalliques ou composites pour la fabrication de feuilles composites avec haute capacité d'amortissement tout en conservant ses caractéristiques de résistance et de rigidité. D'un point de vue mécanique, l'amortissement passif des poutres sandwich est entraîné par la cisaille élevée dans la couche viscoélastique due à la différence entre les déplacements longitudinaux des couches faciales et la faible rigidité du noyau viscoélastique. En conséquence, la caractérisation du comportement des structures avec des matériaux

### III.2. Formulation mathématique :

La configuration de la poutre sandwich viscoélastique présentée dans ce travail est composé d'une couche viscoélastique placée entre deux couches constituant les peaux de sandwich. Montre la déformation géométrique d'une poutre sandwich viscoélastique. Le champ de déplacement de la faisceau sandwich viscoélastique est donné par le modèle zigzag de Rao [5]. Ajoutant que de nombreuses hypothèses ont été pris en considération :

- Les sections du plan transversal restent planes pendant la flexion.
- La contrainte normale transversale est très faible par rapport à la contrainte normale axiale.
- L'effet de cisaillement n'est considéré que pour la couche viscoélastique centrale

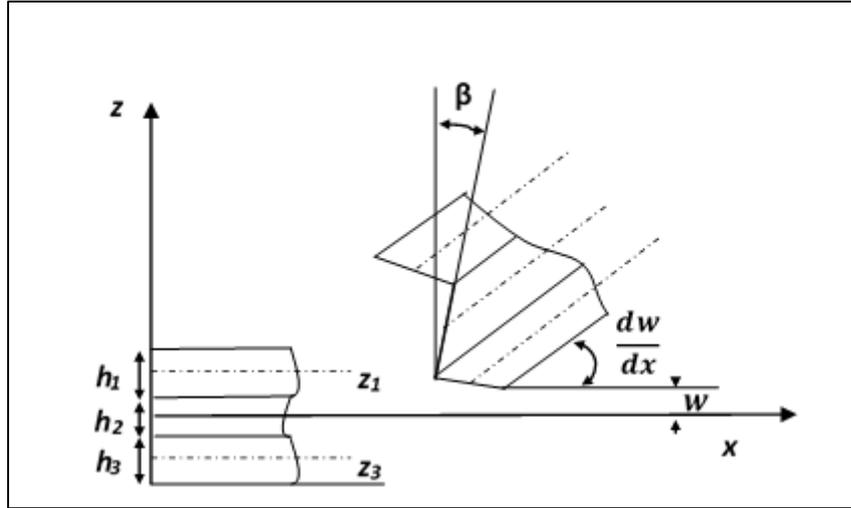


Fig-III.1 Configuration déformée de la poutre sandwich

Compte tenu des hypothèses considérées, les champs de déplacement et de déformation pour les trois couches composites sont donnés par des équations (3.1)

$$\begin{aligned}
 u_i(x, z, t) &= u_{0i}(x, t) - (z - z_i)w_{,x} \\
 w_i(x, z, t) &= w(x, t) \\
 \varepsilon_{ni}(x, z, t) &= u_{0i,x} - (z - z_i)w_{,xx}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

$u$ ,  $w$  et  $\varepsilon_n$  sont respectivement le déplacement longitudinal, transversal et la déformation normale, avec  $z_1 = h_1/2$ ,  $z_2 = 0$  et  $z_3 = -h_3/2$  correspondent aux épaisseurs des couches, supérieure, centrale et inférieure, respectivement.  $u_{0i}$ , représente le déplacement longitudinal du plan moyen du n-ième couche du sandwich.

$$\varepsilon_{c2}(x, z, t) = u_{,x} - (z)\beta(x, t) \tag{3.2}$$

$\beta$  Est la rotation du plan normal au plan médian de la couche centrale. La formulation de l'équation du mouvement est décrite par le principe de Hamilton, nous considérons seulement l'énergie potentielle et la cinétique énergie. L'équation du mouvement de flexion est donnée par :

$$\delta\Pi = \delta W_p + \delta W_c = \tag{3.3}$$

$$\int_0^L [M_\beta \delta\beta_{,x} + M_w \delta\beta_{,xx} + T(\delta w_{,x} + \delta\beta) + (2\rho_f S_f + \rho_c S_c)\ddot{w}\delta w] dx = 0 \tag{3.4}$$

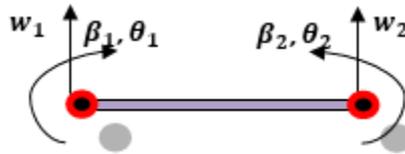
Où  $W_p$ ,  $W_c$  sont l'énergie potentielle et l'énergie cinétique respectivement. Les moments de flexion résultant  $M_\beta$  et  $M_w$  associés aux trois couches sont donnés par :

$$M_\beta = M_2 + (N_1 + N_3) \frac{h_c}{2} = \frac{E_f S_f h_f}{2} (h_c \beta_x - h_f w_{xx}) + I_c E_c \beta_x$$

$$M_w = M_1 + M_3 + (N_3 - N_1) \frac{h_1}{2} = -\frac{E_f S_f h_f h_c}{2} \beta_x + \left( \frac{E_f S_f h_f^2}{2} + 2E_f I_f \right) \quad (3.5)$$

### III.3. Formulation par éléments finis

La discrétisation de l'équation du mouvement Eq. Par la méthode des éléments finis et l'expression du champ de déplacement en fonction des déplacements nodaux  $U_e$ , permettent de former les matrices élémentaires du comportement. L'élément considéré est un élément linéaire à deux nœuds dont le nombre de degrés de liberté proposé est 4 qui sont le déplacement longitudinal  $u$ , le déplacement transversal  $w$ , la rotation  $\theta = \frac{dw}{dx}$  et la rotation de la normale de la couche centrale  $\beta$



**Fig-III.2** Élément à deux nœuds

$$\{U\}^e = \begin{cases} w = N_w \{U\}^e \\ \beta = N_\beta \{U\}^e \end{cases} \quad \text{Et} \quad \{U\}^e = \begin{bmatrix} w_i \\ w'_{xi} \\ \beta \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$N_w$  et  $N_\beta$  sont les fonctions d'interpolation données par :

$$\begin{Bmatrix} N_w \\ N_\beta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & 0 & N_3 & N_4 & 0 \\ 0 & 0 & N_5 & 0 & 0 & N_6 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Avec

$$N_1 = 1 + 2 \frac{x^3}{L_e^3} - 3 \frac{x^2}{L_e^2}, N_2 = \left( \frac{x^3}{L_e^3} - 2 \frac{x^2}{L_e^2} + \frac{x}{L_e} \right) L_e, N_3 = -2 \frac{x^3}{L_e^3} + 3 \frac{x^2}{L_e^2}, N_4 = \left( \frac{x^3}{L_e^3} - \frac{x^2}{L_e^2} \right) L_e \text{ pour la flexion}$$

$$N_5 = \left( 1 - \frac{x}{L_e} \right), N_6 = \left( \frac{x}{L_e} \right) \quad \text{pour la traction} \quad (3.9)$$

Et on a  $\xi = \frac{x}{L_e}$  pour  $x \in [0, L_e]$  et  $\xi \in [-1, 1]$

La discrétisation de l'équation du mouvement eq.(3) par la méthode des éléments finis et l'expression du champ de déplacement en fonction des déplacements nodaux permet de former le équation élémentaire de matrice eq.(5) qui décrit le comportement vibratoire libre du faisceau

$$[M]^e \ddot{U} + [K]^e U_e = \{F\}^e \quad (3.10)$$

ou  $[M]^e$  et  $[K]^e$  et  $\{F\}^e$  sont respectivement la matrice de masse, la matrice de rigidité et le vecteur de force nodale donnée par :

$$[M^e] = (2\rho_f S_f + \rho_c S_c) [m^e] \quad (3.11)$$

$$[k^e] = \frac{1}{2} \{ (2I_c E_c + E_f I_f h_c^2) [K_1^e] - E_f S_f h_f h_c [k_2^e] \} + \frac{1}{2} \{ E_f (4I_f + s_f h_f^2) [K_3^e] + 2S_c G_c [K_4] \} \quad (3.12)$$

$$G_c = \frac{E_c}{2(1+\nu_c)} , [m^e] = \int_0^{L_e} [N_w]^T [N_w] dx , \quad (3.13)$$

$$[k_1^e] = \int_0^{L_e} [N'_\beta]^T [N'_\beta] dx , \quad [k_2^e] = \int_0^{L_e} ( [N'_\beta]^T [N_w''] + [N_w'']^T [N'_\beta] ) dx$$

$$[k_3^e] = \int_0^{L_e} [N_w'']^T [N_w''] dx , \quad [k_4^e] = \int_0^{L_e} ( [N_w']^T [N_w'] + [N_\beta]^T [N_w'] ) dx \quad (3.14)$$

Où  $F(x, t)$  est la force dynamique définie par :

$$F(x, t) = F_0 \delta(x, vt) \quad (3.15)$$

L'équation caractéristique décrivant le comportement vibratoire dans le domaine temporel peut être obtenue en décomposant la matrice de rigidité en deux parties

$$[K] = [K]^R + i[K]^I \quad (3.16)$$

Avec  $K^R$  et  $K^I$  est la partie réelle et imaginaire de la matrice de rigidité.

$$[M]\ddot{U} + ([K]^R + i[K]^I)U = \{F(vt)\} \quad (3.17)$$

$$[M]\ddot{U} + ([K]^R + i[K]^I)U = \{F(vt)\} \quad (3.18)$$

$$[M]\ddot{U} + ([K]^R + i[K]^I)U = \{F(vt)\} \quad (3.19)$$

$$[M]\ddot{U} + [C]\dot{U} + [K]^R U = \{F(vt)\} \quad (3.20)$$

$$\boxed{[C] = \frac{[K]^I}{\omega}} \quad (3.21)$$

$[C]$  est la matrice d'amortissement équivalente

La solution de cette équation de mouvement peut être déterminée en appliquant la méthode de superposition modale après avoir utilisé le schéma d'intégration de Newmark.

## CHAPITRE III : Étude vibratoire des poutres sandwichs à âme viscoélastique

Pour étudier les vibrations libres et établir la base modale de Galerkin, nous devons résoudre le problème de valeur propre complexe suivant :

$$[M]\ddot{U} + ([K]^R + i[K]^I)U = \{F(vt)\} \quad (3.22)$$

$$[M]\ddot{U} + ([K]^R + i[K]^I)U = \{F(vt)\} \quad (3.23).$$

La solution du problème des valeurs propres peut être déterminée à l'aide de la méthode QR mise en œuvre sous Matlab .  $([K] - \omega^2[M])U = 0$

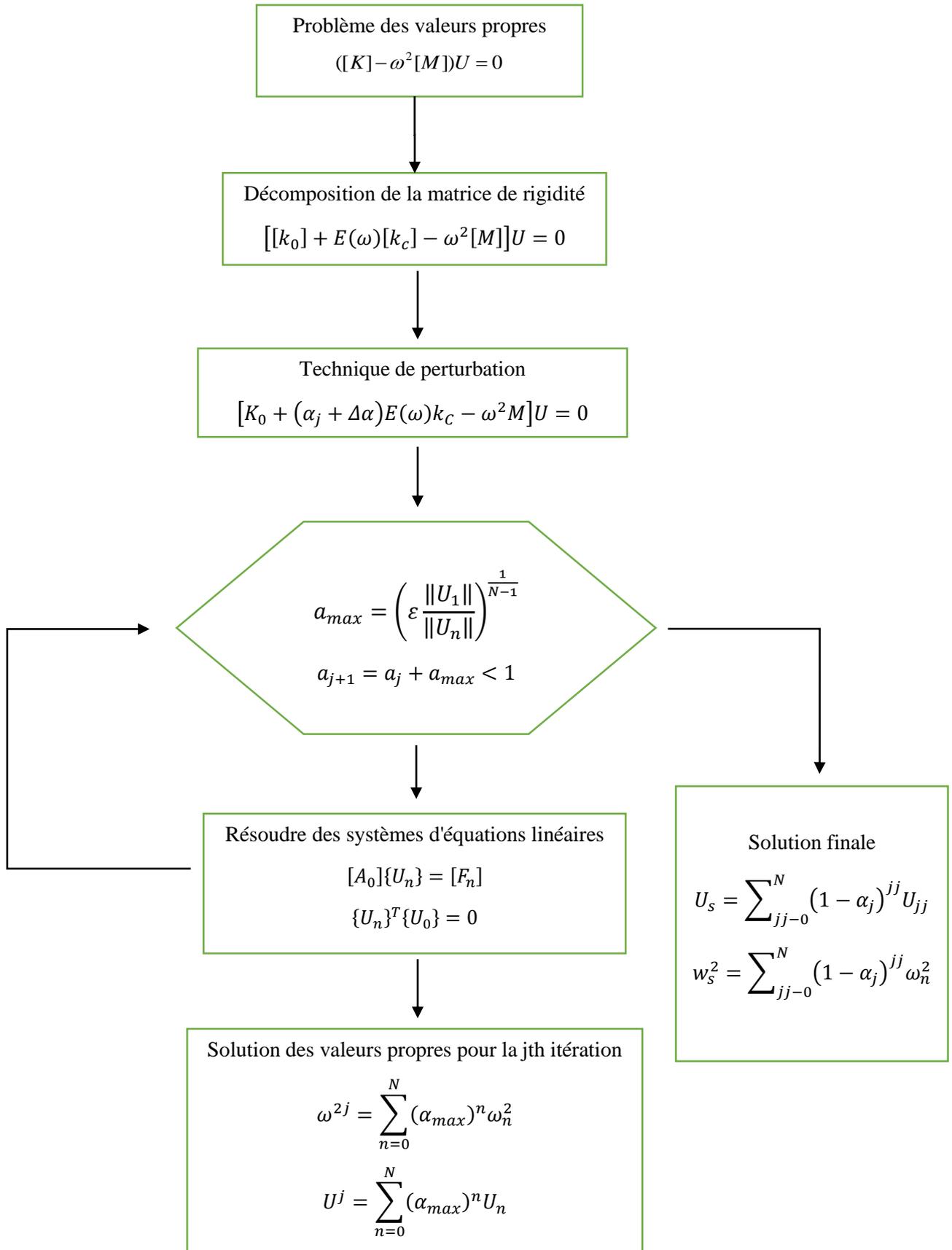
La fréquence propre  $\omega$  et le facteur de perte  $\eta$  sont calculés à partir des vecteurs et valeurs propres :

$$\omega^2 = \lambda = \frac{\{U\}^T [K] \{U\}}{\{U\}^T [M] \{U\}} = \Omega^2 (1 + i\eta) \Rightarrow \begin{cases} \omega = \frac{\Omega}{2\pi} \\ \eta = \frac{\lambda^I}{\lambda^R} \end{cases} \quad (3.24)$$

Le modèle de comportement viscoélastique est considéré avec un module de Young indépendant de la fréquence, donné par :

$$\boxed{E_2 = E_0 (1 + i\eta_v)} \quad (3.25)$$

Avec  $E_0$  le module de stockage et  $\eta_v$  le facteur de perte viscoélastique.



Algorithme de résolution du problème de la valeur propre par la méthode numérique asymptotique

### III.4. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous présentons une approche numérique d'analyse des vibrations linéaires, libres dans le domaine fréquentiel des structures sandwichs munies de matériaux viscoélastiques. De ce fait, une théorie de l'équation de mouvement gouvernant le comportement vibratoire libre est obtenue en combinant la formulation variationnelle du principe de Hamilton avec le principe de déplacement virtuel et en utilisant la configuration du modèle zigzag proposé par Rao [11] dont la théorie d'Euler-Bernoulli est appliquée aux faces du sandwich et la théorie de Timoshenko au cœur viscoélastique. Cependant, nous appliquons la méthode des éléments finis pour la discrétisation de l'équation de mouvement et obtenir le système matriciel décrivant le comportement vibratoire libre et forcé dans le domaine fréquentiel.

# CHAPITRE

## IV

**Analyse des vibrations libres des  
sandwiches avec cœur viscoélastique  
par MEF**

### IV.1. Présentation du cas de l'étude :

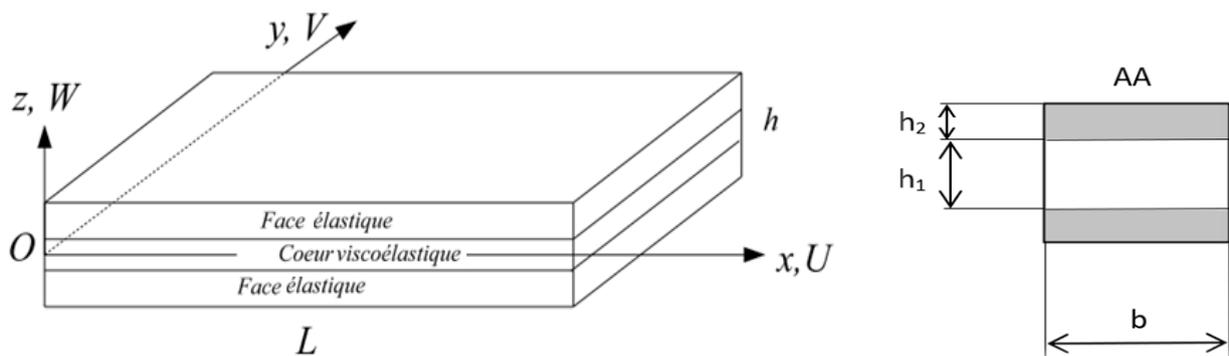
Afin de valider l'approche numérique et l'analyse des vibrations des poutres sandwichs, on a établi trois programmes en utilisant la méthode des éléments finis sous MATLAB, le premier programme a été réalisé pour le premier **CAS-1** celui de la poutre à cœur viscoélastique et faces en aluminium, le second programme pour **CAS-2** où les sandwichs sont des poutres avec revêtement viscoélastique, par contre le troisième programme est établi pour la réalisation et l'analyse des résultats sous forme de courbes pour les deux cas.

La poutre sandwich est discrétisée en cinq éléments finis linéaire et chaque élément à deux nœuds avec 2ddl pour chaque nœud.

### IV.2. Cas 1 : Poutre à cœur viscoélastique et faces en aluminium

Pour l'application de notre étude, on utilise une poutre sandwich symétrique classique constitué de trois couches comme représentée par la fig. IV.1. La couche centrale (2) est viscoélastique et d'épaisseur  $h_c$  tandis que les deux faces (1) et (3) sont élastique et de même épaisseur  $h_f$ . La poutre est de même largeur  $b$ , d'épaisseur totale  $h$  et de longueur  $L$ .

Dans le système de coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$ , on note  $z_i$  l'ordonnée du plan moyen correspondant aux fibres neutre de la couche  $i$  ( $1 \leq i \leq 3$ ).



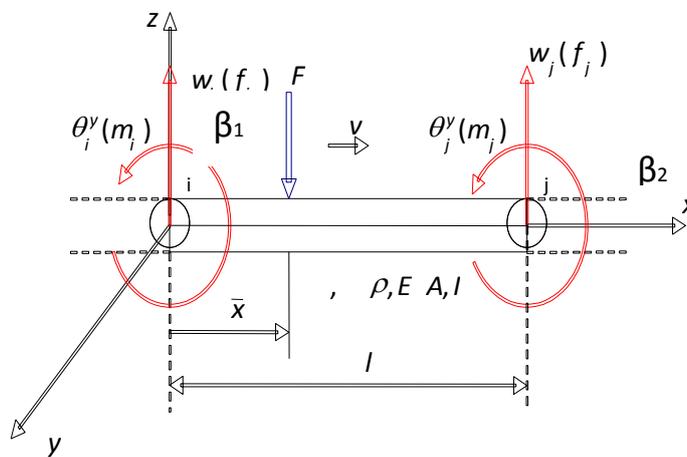
**Fig-IV.1** Poutre à cœur viscoélastique et faces en aluminium

Tab-IV.1 présente les propriétés mécaniques et géométriques de la structure sandwich viscoélastique.

**Tab-IV.1** Propriétés mécaniques et géométriques du sandwich à cœur viscoélastique

	Faces élastiques En aluminium	Cœur viscoélastique
Module de Young (Pa)	$E_1 = 62 \times 10^6$	$E_1 = 1794 \times 10^6$
Coefficient de poisson (-)	$\nu_1 = 0.3$	$\nu_1 = 0.3$
Densité (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_1 = 2700$	$\rho_2 = 968.1$
Épaisseur (mm)	$h_1 = 1.524$	$h_2 = 0.127$
Longueur (mm)	$L = 177.8$	$L = 177.8$
Largeur (mm)	$b = 12.7$	$b = 12.7$

On utilise dans cette étude un élément à deux nœuds dont le nombre de degrés de liberté égal à 6, (déplacement transversal  $w$ , la rotation de la normale de la couche centrale  $\beta$  et la rotation  $w' = dw/dx$ ).



**Fig-IV.2** Discrétisation de la poutre en éléments finis

### Les inputs du programme Matlab

```

% Propriétés du coeurélastique
PROCOEUR.Ef=6.9e10;
PROCOEUR.RHOf=2600;
PROCOEUR.vf=0.3;
PROCOEUR.hf=1.524e-3;
% Propriétés des couches de face matériaux lviscoélastic

PROFACES.nuc=1.0;
PROFACES.EC=1794e3*(1+1i*PROFACES.nuc);
PROFACES.E0=PROFACES.EC;
PROFACES.Ew=0;%-PROCOEUR.E0;

PROFACES.E0=1794e3;
PROFACES.RHO=968.1;
PROFACES.v=0.3;
PROFACES.h=0.127e-3;
PROSANDWICH.L=177.8e-3;% Longueur
    
```

PROSANDWICH.l=12.7e-3;% Largeur

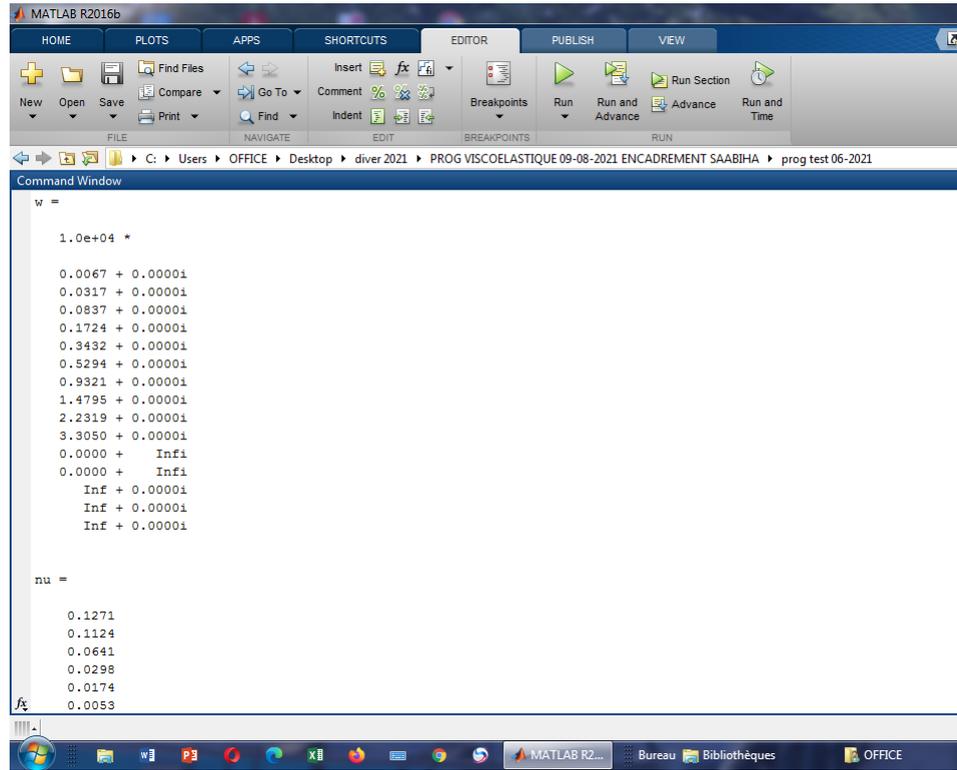


Fig-IV.3 Capture d'écran les résultats de Matlab

## IV.2.1. Résultats et analyse du Cas 1 :

### IV.2.1.1. Validation du modèle numérique

Les pulsations amorties (fréquences naturelles) et les facteurs de perte correspondants aux trois premiers modes de la poutre sandwich sont présentés par Tab-IV.2. Les résultats sont obtenus et comparés avec Billasse [15] pour différentes valeurs de facteur de perte du cœur viscoélastique  $\eta_c=0.1, 0.6, 1.0$  et  $1.5$ . Les résultats montrent que lorsque le facteur d'amortissement du cœur viscoélastique augmente, la pulsation amortie augmente aussi impliquant l'amélioration du niveau d'amortissement structural de la poutre sandwich à cœur viscoélastique. Cependant, on peut constater l'efficacité de notre nouvelle formulation qui prend en compte les effets des inerties longitudinales et rotationnelles en comparant les résultats des propriétés amortissantes avec ceux obtenus par Billasse [15] dont les résultats restent très acceptables, vue leurs coïncidences avec ceux obtenus par [15].

**Tab-IV.2** Fréquences naturelles et facteur de perte de la poutre sandwich pour différentes valeurs de  $\eta_c$

$\eta_c$	N° mode	Présente formulation		Billasse [15]	
		$\omega$ (Hz)	$\eta/\eta_c$	$\omega$ (Hz)	$\eta/\eta_c$
0.1	1	148.41	0.3501	148.51	0.3502
	2	488.27	0.1953	488.48	0.1958
	3	1034.50	0.1067	1034.75	0.1071
0.6	1	150.60	0.33283	150,71	0,3328
	2	489.54	0.19388	489,76	0,1943
	3	1035.20	0.10654	1035,44	0,1069
1.0	1	154.30	0.3053	154.42	0.3052
	2	491.83	0.1914	492.07	0.1918
	3	1036.40	0.1062	1036.69	0.1065
1.5	1	160.58	0.2629	160,72	0,2626
	2	496.23	0.1866	496,50	0,1870
	3	1038.80	0.1055	1039,13	0,1059

#### **IV.2.1.2. Effet des conditions aux limites sur les vibrations libres :**

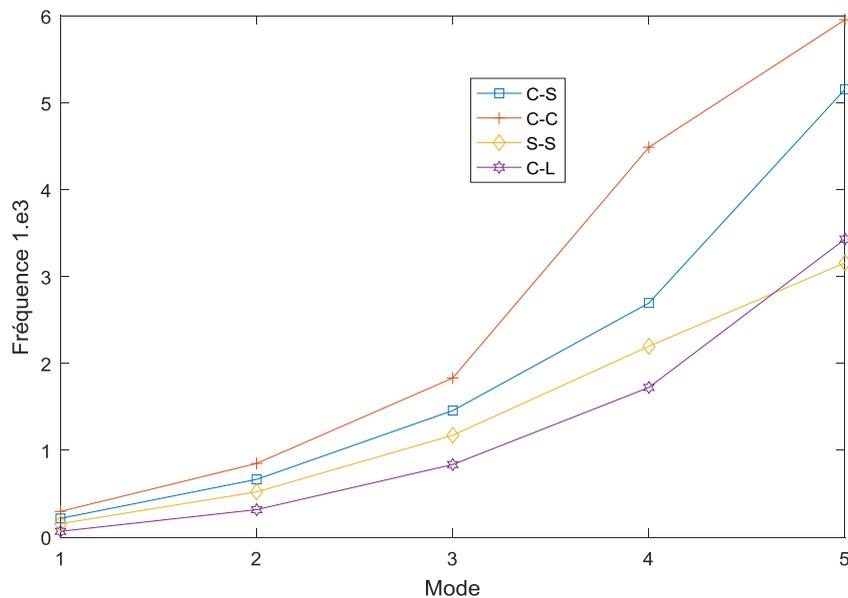
Nous étudions dans cette section les réponses vibratoires des poutres sandwichs à cœur viscoélastique, sur les variations des fréquences naturelles et des facteurs de perte correspondant aux cinq premiers modes pour différentes conditions aux limites de la poutre (Tab-IV.3) en l'occurrence :

- Appuis simple-simple,
- Encastrement-simple,
- Encastrement-libre et
- Encastrement- encastrement.

**Tab-IV.3** Fréquences naturelles et facteur de perte pour différentes C.A.L. de la poutre sandwich

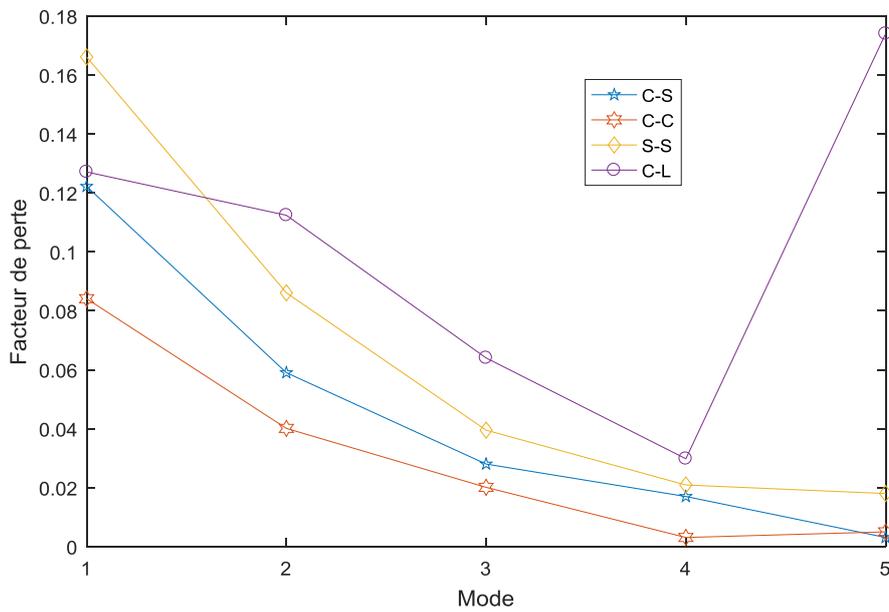
	C-S		C-C		S-S		C-L	
	$\omega(10^3)$	$\eta$	$\omega(10^3)$	$\eta$	$\omega(10^3)$	$\eta$	$\omega(10^3)$	$\eta$
Mode1	0.2162	0.1222	0.2969	0.0841	0.1551	0.1661	0.0674	0.1271
Mode2	0.6655	0.059	0.8487	0.0401	0.5217	0.0861	0.3170	0.1124
Mode4	1.4577	0.028	1.8321	0.0201	1.1732	0.0395	0.8367	0.064
Mode4	2.6963	0.017	4.4885	0.0031	2.1980	0.0209	1.7238	0.0298
Mode5	5.1566	0.0031	5.9568	0.0050	3.1589	0.0180	3.4316	0.174

Tab-IV.3 montre la variation des fréquences pour les cinq premiers modes et pour les quatre conditions aux limites. On constate sur cette figure que les fréquences augmentent avec l'augmentation des modes, cependant les conditions aux limites encastrement – libre (C-L) donnent les fréquences les plus faibles par contre, les plus hautes fréquences sont données par encastrement-encastrement (C-C).



**Fig-IV.4.** Fréquences pour les cinq premiers modes et pour les quatre conditions aux limites

Fig-IV.5. montre la variation du facteur de perte de la structure (sandwich) pour les cinq premiers modes et pour les quatre conditions aux limites. On remarque que le facteur de perte a un effet inverse avec les modes pour tous les conditions aux limites sauf que la poutre sandwich encastree-libre le cinquième son facteur de perte augmente pour le cinquième mode.



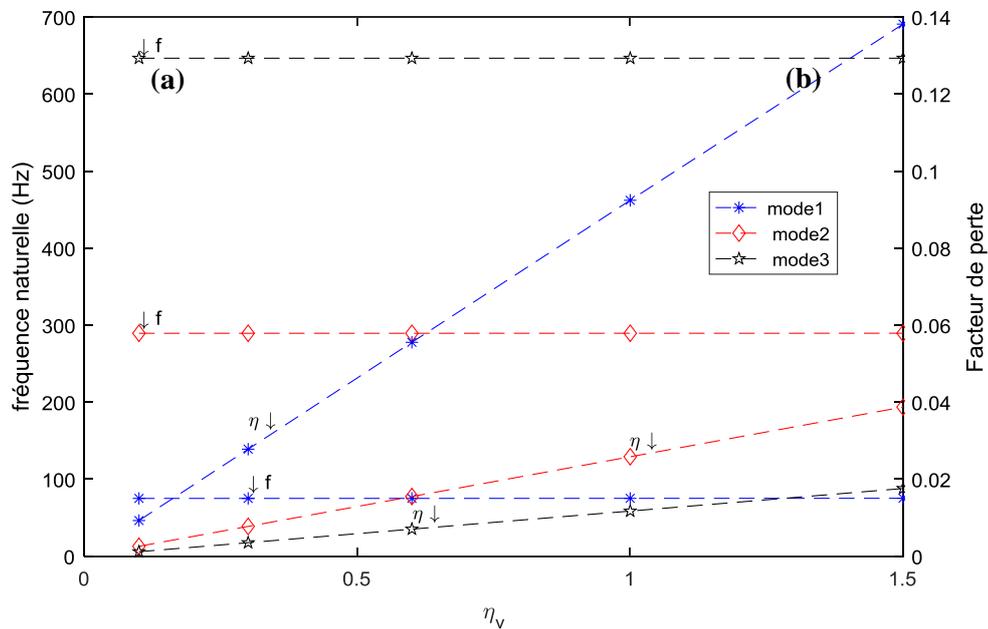
**Fig-IV.5.** Facteur de perte pour les cinq premiers modes et pour les quatre conditions aux limites

### IV.2.1.3. Effet des paramètres de configurations de la poutre sur les vibrations libres :

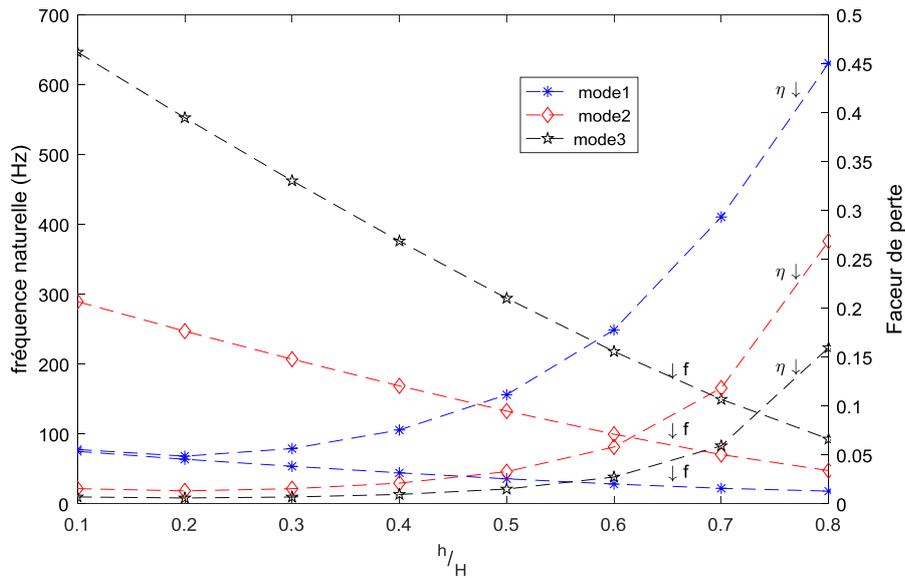
Nous examinons l'effet des paramètres de configurations des poutres tels que le facteur de perte viscoélastique, et l'épaisseur sur les variations des fréquences naturelles et des facteurs de perte correspondant aux trois premiers modes pour différents paramètres de configuration, On observe la relation proportionnelle entre le facteur de perte interne viscoélastique et le facteur de perte de la structure illustrée par la Fig-IV.4.a a néanmoins les fréquences propres restent constantes .Les résultats sont tout à fait logique vue l'importance de la partie imaginaire de

module de Young qui traduit la capacité des matériaux viscoélastiques à amortir les vibrations notamment lorsque cette partie imaginaire est considérable.

Les résultats de la Fig-IV.4.b illustrent que les fréquences sont inversement proportionnelles aux rapports d'épaisseur  $h/H$ , ce qui veut dire que les fréquences diminuent quand le rapport d'épaisseur augmente. L'interprétation de ces résultats indique que la structure devient à fort pouvoir amortissant lorsque l'épaisseur de la couche centrale viscoélastique est très mince. Cependant, la variation du facteur de perte est proportionnelle au rapport d'épaisseur, ce qui nous permet de dire que les facteurs de perte atteignent des grandes valeurs impliquant une augmentation du niveau d'amortissement de la structure avec les faibles fréquences.



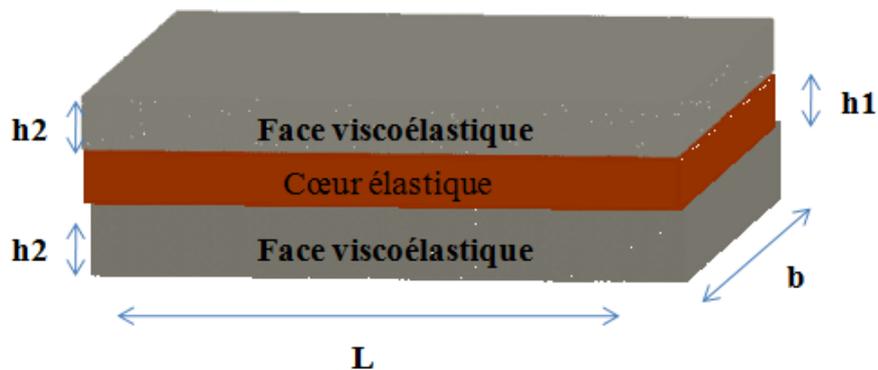
**Fig-IV.6.a** variation de la fréquence et  $\eta$  de la structure en fonction de  $\eta_v$



**Fig-IV.6.b** variation de la fréquence et  $\eta$  de la structure en fonction de  $h/H$

### IV.3. Cas 2 : Vibration libre des sandwichs avec cœur élastique et couches viscoélastiques :

Pour l'application de cette étude, on utilise une poutre sandwich symétrique classique constitué de trois couches comme représentée par la Fig-IV.5. les deux faces sont viscoélastique et de même épaisseur  $h_2$  ( $h_c$ ) tandis que La couche centrale est élastique d'épaisseur  $h_1$  ( $h_f$ ). La poutre est de même largeur  $b$ , d'épaisseur totale  $h$  et de longueur  $L$ .



**Fig-IV.7** Poutre à cœur élastique en acier et faces viscoélastiques en caoutchouc

Tab-IV.4 présente les propriétés mécaniques et géométriques de la structure sandwich viscoélastique à cœur élastique :

**Tab-IV.4** Propriétés mécaniques et géométriques du sandwich à cœur élastique en acier et faces viscoélastiques en caoutchouc

	Faces viscoélastiques Elastomère	Cœur élastique en Acier
Module de Young (Pa)	$E_1 = 12.7 \times 10^6$	$E_1 = 210 \times 10^3$
Coefficient de poisson (-)	$\nu_1 = 0.49$	$\nu_1 = 0.3$
Densité (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_1 = 970$	$\rho_2 = 7500$
Epaisseur (mm)	$h_1 = 0.82$	$h_2 = 1.524$
Longueur (mm)	$L = 177.8$	$L = 177.8$
Largeur (mm)	$b = 12.7$	$b = 12.7$

Les résultats des vibrations libres du deuxième cas de notre étude, définient par les cinq premiers fréquences propres et le facteur de perte de la structure sont donnés par Tab-IV.5

**Tab-IV.5** Fréquences naturelles et facteur de perte de la poutre sandwich

	$\omega$ (pulsation propre)	$\Gamma$ (facteur de perte de la structure)
Mode1	0.0523	$8.2 \times 10^4$
Mode2	0.0934	$7.8 \times 10^4$
Mode3	0.6140	$0.2 \times 10^4$
Mode4	1.8681	$0.03 \times 10^4$
Mode5	4.1689	$0.00021 \times 10^4$

Les résultats obtenus sont logiques et évident car avec l'utilisation des faces viscoélastiques pour le renforcement de la poutre en acier a provoqué l'augmentation du facteur de perte et par conséquent la diminution des fréquences. Ceci est remarqué, en comparant ces résultats avec ceux du premier cas (Tab-IV.6). la fréquence a diminué de 128771.89 % et par conséquent le facteur de perte a augmenté de 100 fois l'ordre de la fréquence.

**Tab-IV.6** Comparaison des deux cas (Cas 1 et Cas 2)

	CAS 1 C-L		CAS 2 C-L	
	$\omega$ (Hz)	$\eta$	$\omega$ (Hz)	$\eta$
Mode1	67.4	0.1271	0.0523	$8.2 \times 10^4$
Mode2	317.0	0.1124	0.0934	$7.8 \times 10^4$
Mode4	836.7	0.064	0.6140	$0.2 \times 10^4$
Mode4	1723.8	0.0298	1.8681	$0.03 \times 10^4$
Mode5	3431.6	0.174	4.1689	$0.00021 \times 10^4$

#### **IV.4. Exemple d'application : sur solidworks**

L' étude en vibration libre de la poutre viscoélastique pour différents conditions aux limites nous a conduit au choix de la poutre viscoélastique avec condition au limite encasté – libre et son application pour un cas réel représenté par la figure suivante

Ce type de structure a été développé et analysé en utilisant le logiciel d'élément fini SOLIDWORKS.

##### **IV.4.1. Définition de la CAO :**

Nous pouvons définir la Conception Assistée par Ordinateur (CAO) par l'ensemble des outils logiciels et des techniques informatiques qui permettent d'assister les concepteurs lors de la conception et la mise au point d'un produit.

##### **IV.4.2 Les avantages et les inconvénients de la CAO :**

- **Les avantages :** les principaux avantages cités par les utilisateurs sont :
  - Un processus de conception plus efficace ;
  - Meilleure précision ;
  - Réduction du temps de conception d'où la réduction du cout.
- **Les inconvénients :** il y a également quelques inconvénients comme :
  - Coût du matériel ;
  - Coût des formations

##### **IV.4.3 Logiciel utilisée :**

Un programme en général de type industriel doit être capable de résoudre des problèmes variés de grandes tailles (de mille à quelques centaines de milliers de variables). Ces programmes complexes nécessitent un travail d'approche non négligeable avant d'espérer pouvoir traiter un problème réel de façon correcte. Citons à titre d'exemple quelques noms de logiciels : SOLID WORKS (COSMOS WORKS), KATIA, ABAQUS ...etc. les possibilités offertes par de tels programmes sont nombreuses :

- Analyse statique ou dynamique.
- Prise en compte de lois de comportement complexe.
- Prise en compte de phénomènes divers (élasticité, thermiques, ...).

- Problèmes d'optimisation, ...etc.

L'utilisation de tels programmes nécessite une formation de base minimale.

### IV.4.4 Les différentes utilisations de SolidWorks :

Ce logiciel est utilisé par des concepteurs, des ingénieurs, des étudiants et d'autres professionnels pour concevoir des pièces, des assemblages et des mises en plan complexes.

De plus ils peuvent être utilisés dans plusieurs domaines, nous citons par exemple :

- Produits du design industriel ;
- Ouvrages de génie civil ;
- Ouvrages d'architecture ;

### IV.4.5 Modélisation géométrique :

La modélisation géométrique des pièces du console moteur avant avec le logiciel SolidWorks passe par 3 étapes :

- Création des pièces en model de 2D (2 Dimensions) ;
- Création des pièces en model de 3D (3 Dimensions) ;
- Assemblage des pièces.

### IV.4.6 Le maillage :

La méthode des éléments finis repose sur un découpage de l'espace selon un maillage. Il n'est pas non plus nécessaire que le maillage soit régulier et nous avons tendance à resserrer le maillage près des endroits d'intérêts (par exemple aux endroits où nous pensons que la solution va beaucoup varier), cependant il faut veiller à avoir des éléments faiblement distordus (se rapprocher d'un polygone régulier). Plus ce maillage est resserrée plus la solution que nous obtiendrons par la méthode des éléments finis sera précise et proche de la « vraie » solution de l'équation aux dérivées partielles.

### IV.4.7 Différents types de maillage :

**Maillage linéaire :** C'est généralement un élément à 2 degrés de liberté (DDL) par nœuds ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ), pour déterminer son énergie élastique.

**Maillage surfacique :** C'est un élément bidimensionnel dans lequel on suppose que les contraintes sont uniformes dans l'épaisseur et qu'elles sont perpendiculaires au plan de l'élément). Il

est utilisé pour modéliser des structures minces travaillant en membrane, c'est-à-dire sans rigidité de flexion.

**Maillage volumique :** Dans cet élément, aucune hypothèse simplificatrice n'est posée sur les déformations et les contraintes. Il est par contre, nécessaire, pour calculer l'énergie élastique, de faire des hypothèses sur l'évolution du champ de déplacement à l'intérieur de l'élément.

**Génération d'un maillage :** Pour générer un maillage volumique, il faut tout d'abord créer un modèle géométrique ou importer directement un modèle géométrique issu d'un logiciel CAO comme SolidWorks. Pour SolidWorks nous avons choisi un maillage par défaut.

### IV.4.8. Exemple d'assemblage soumis à des fréquences

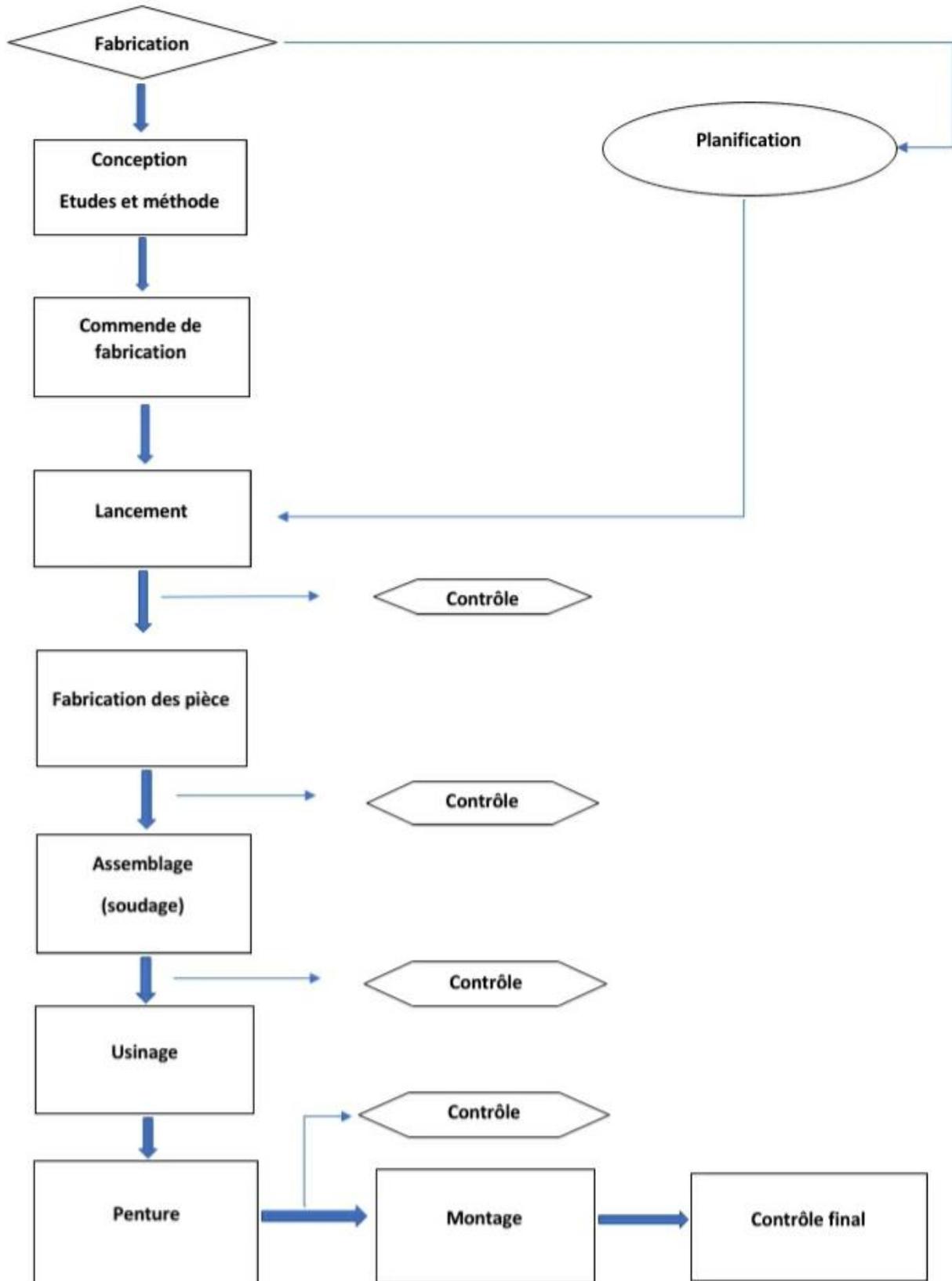
#### IV.4.8.1. Présentation de l'entreprise de stage :

##### SOMATEL-LIEBHERR

Partenariat avec LIEBHERR Dans le cadre du redressement industriel engagé par les pouvoirs publics pour la modernisation et le développement de la filière industrielle de matériel de travaux publics, un nouveau partenariat a été concrétisé entre l'EPE SOMATEL filiale de L'ENMTP (Ain-Smara Constantine) et le Groupe LIEBHERR. Cette société commune (J.V), créée en 2012, et implantée dans la zone industrielle de Ain-Smara Constantine, produira sous le label ((LIEBHERR)) :

- 03 types de Pelles hydrauliques :
  - A 904
  - R 926 C
  - R 954 C
- 02 types de Chargeurs sur Pneus :
  - L 524
  - L 566
- 02 types de Bulldozers :
  - PR 744
  - PR 754

Processus de fabrication de l'entreprise

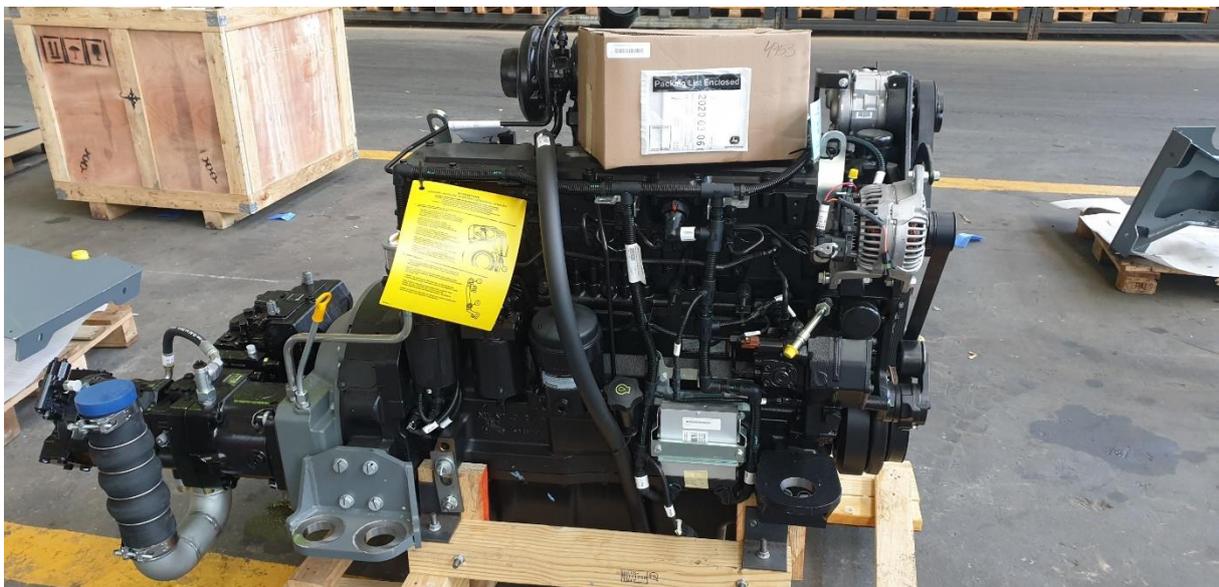


### IV.4.8.2 Le travail que j'ai fait en stage

Dans cette formation, j'ai eu l'occasion d'étudier une pièce appelée Console moteur avant en utilisant le programme SolidWorks et le programme TopSolid. Dans un premier temps, j'ai dessiné un dessin en deux dimensions de chaque pièce séparément, puis je l'ai converti en trois dimensions. Modèle, puis la monnaie d'assemblage et faire diverses opérations sur la pièce comme le perçage

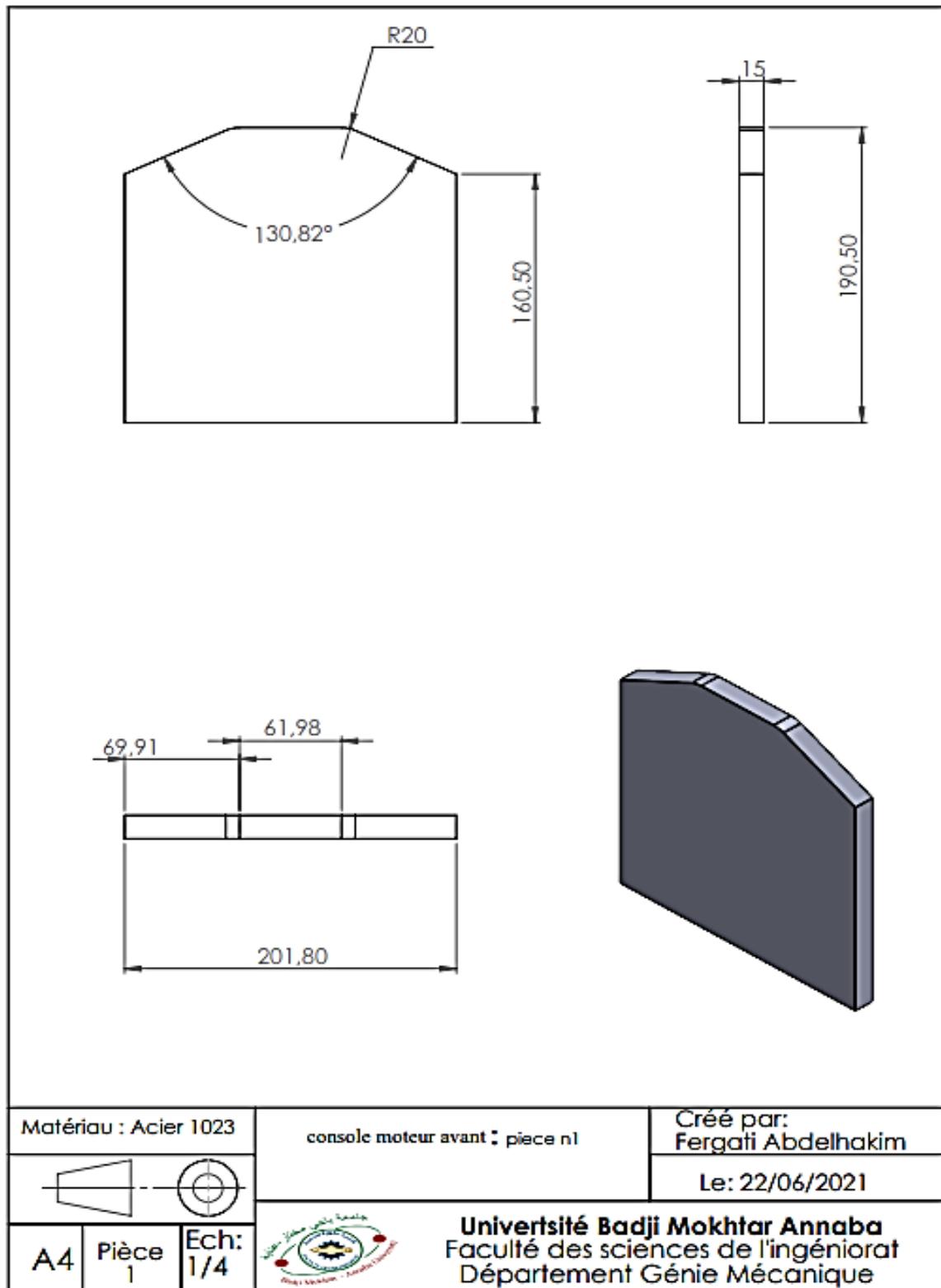


**Fig-IV.8** Console moteur avant



**Fig-IV.9** Le moteur de chargeurs sur Pneus L524

**IV.4.9. Dessin technique :**



**Fig-IV.10** Console moteur avant pièce n1

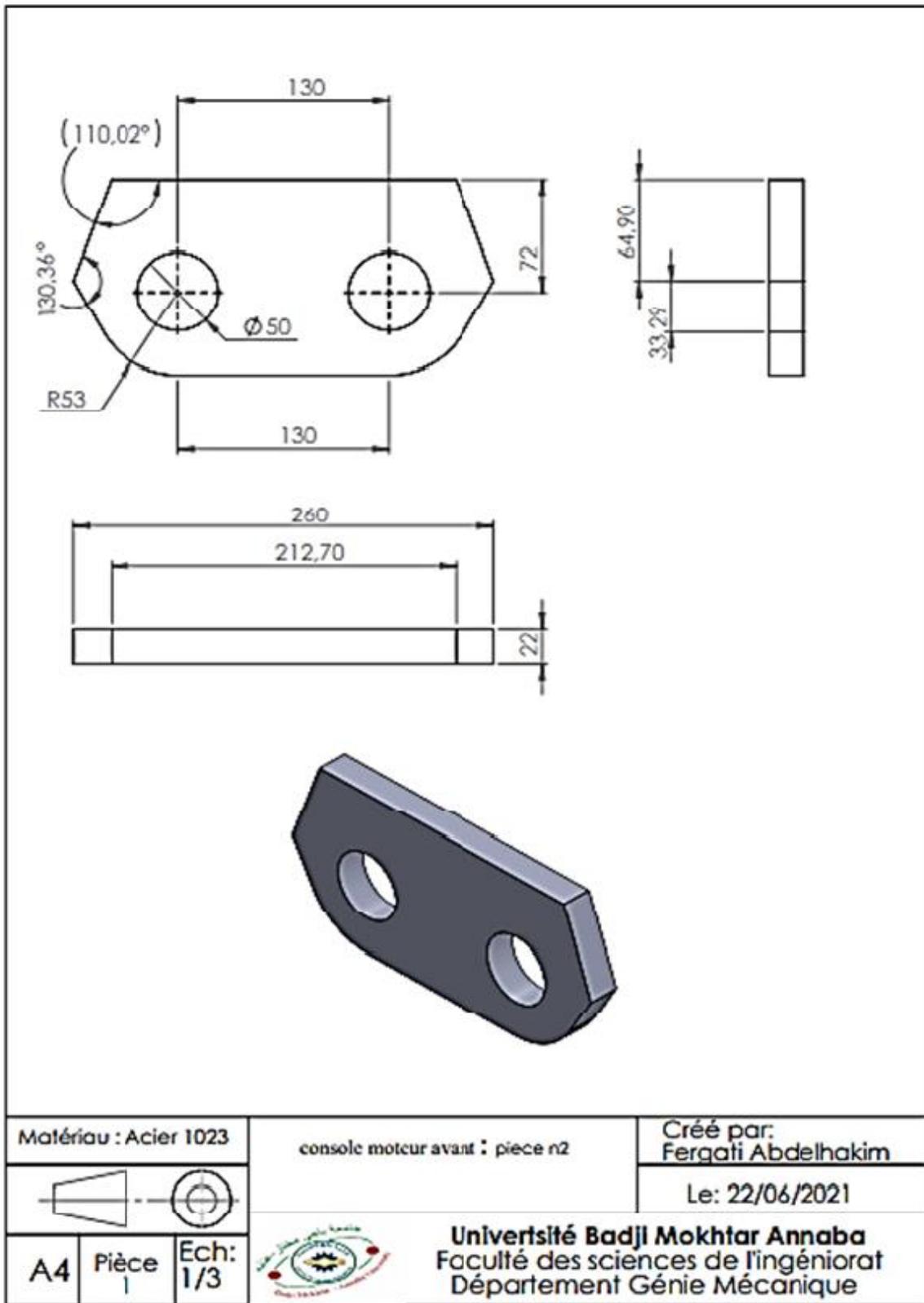
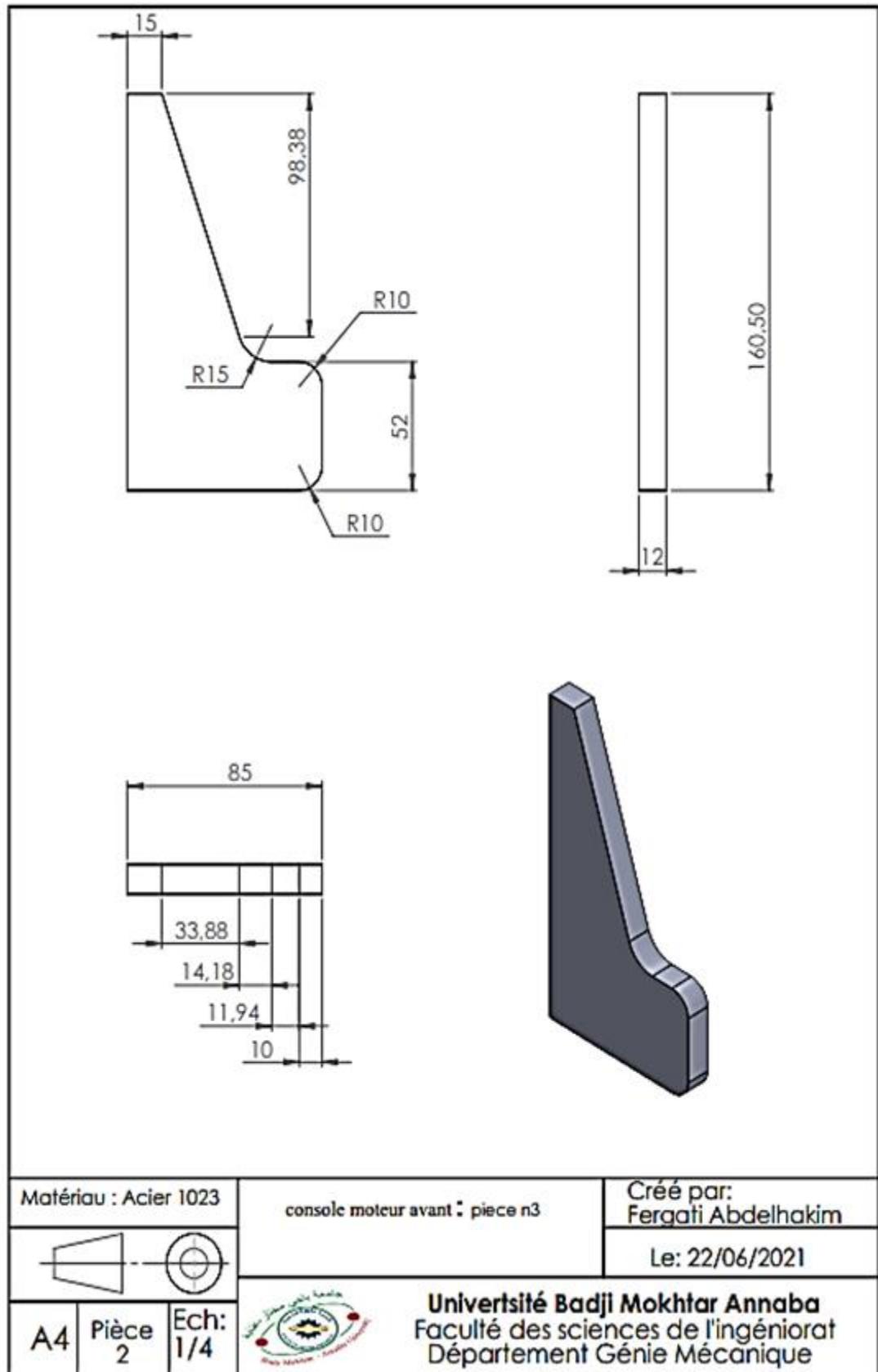
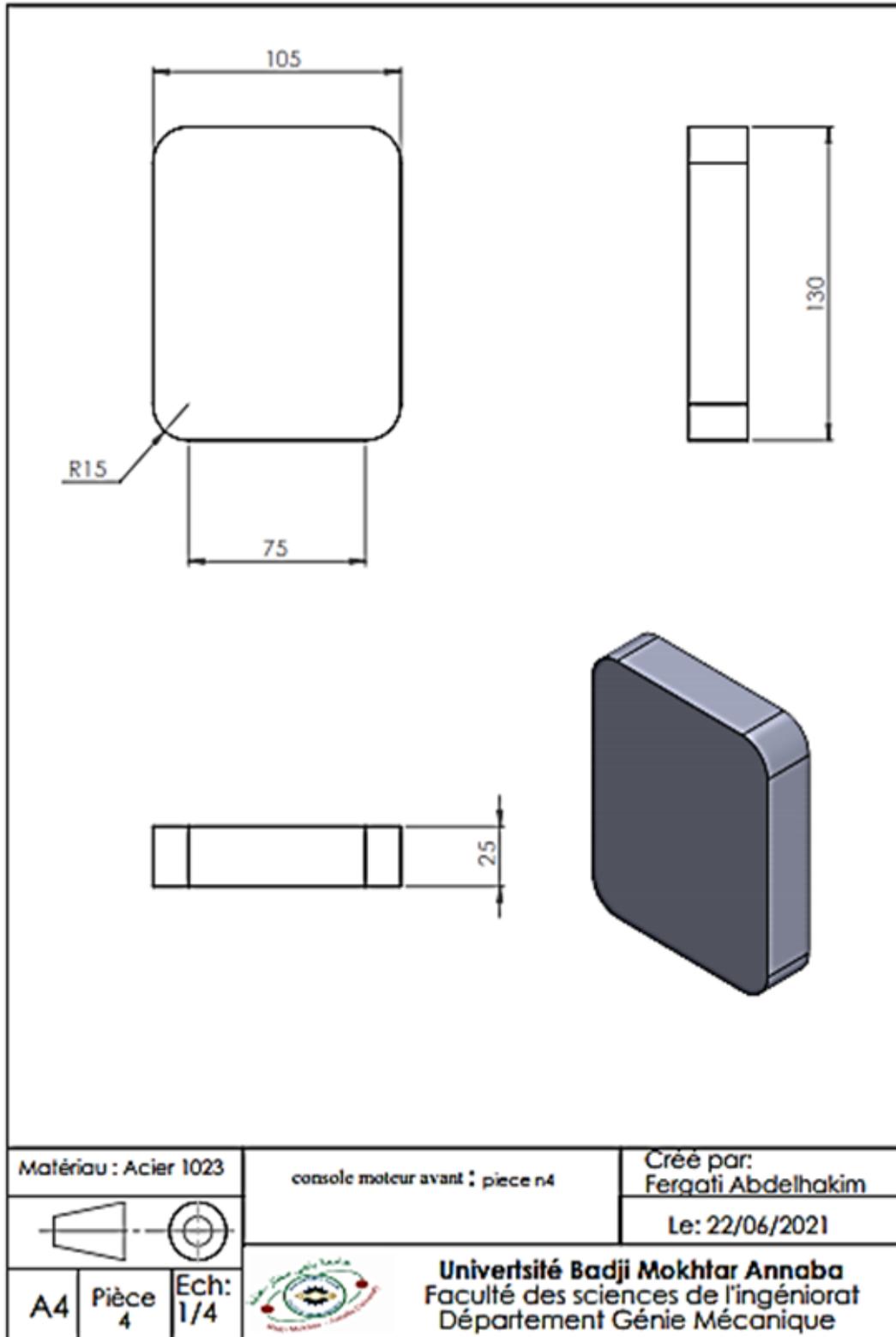


Fig-IV.10.a Console moteur avant pièce n2



**Fig-IV.10.b** Console moteur avant pièce n3



**Fig-IV.10.c** Console moteur avant pièce n4

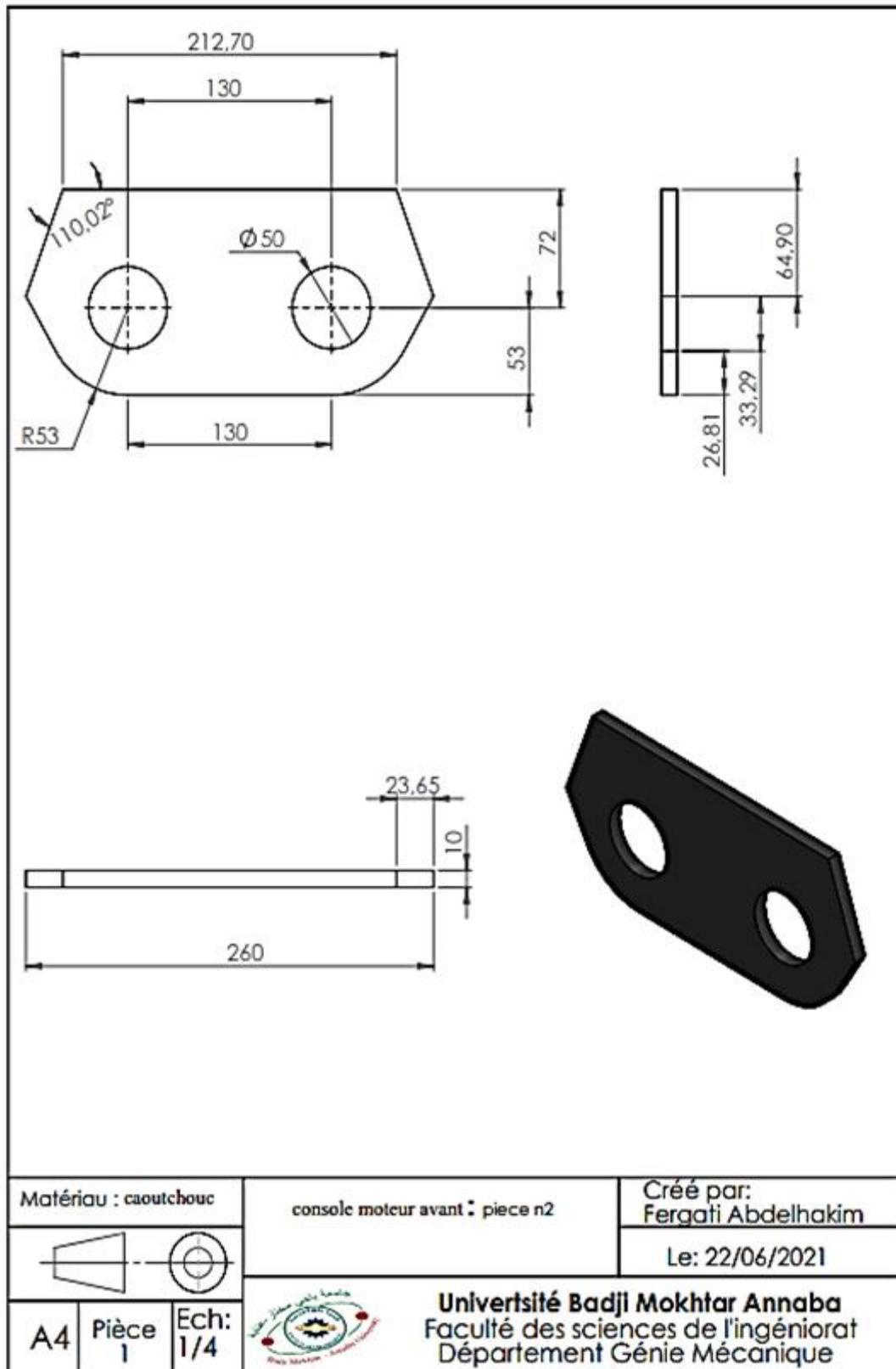


Fig-IV.10.d Console moteur avant pièce n5

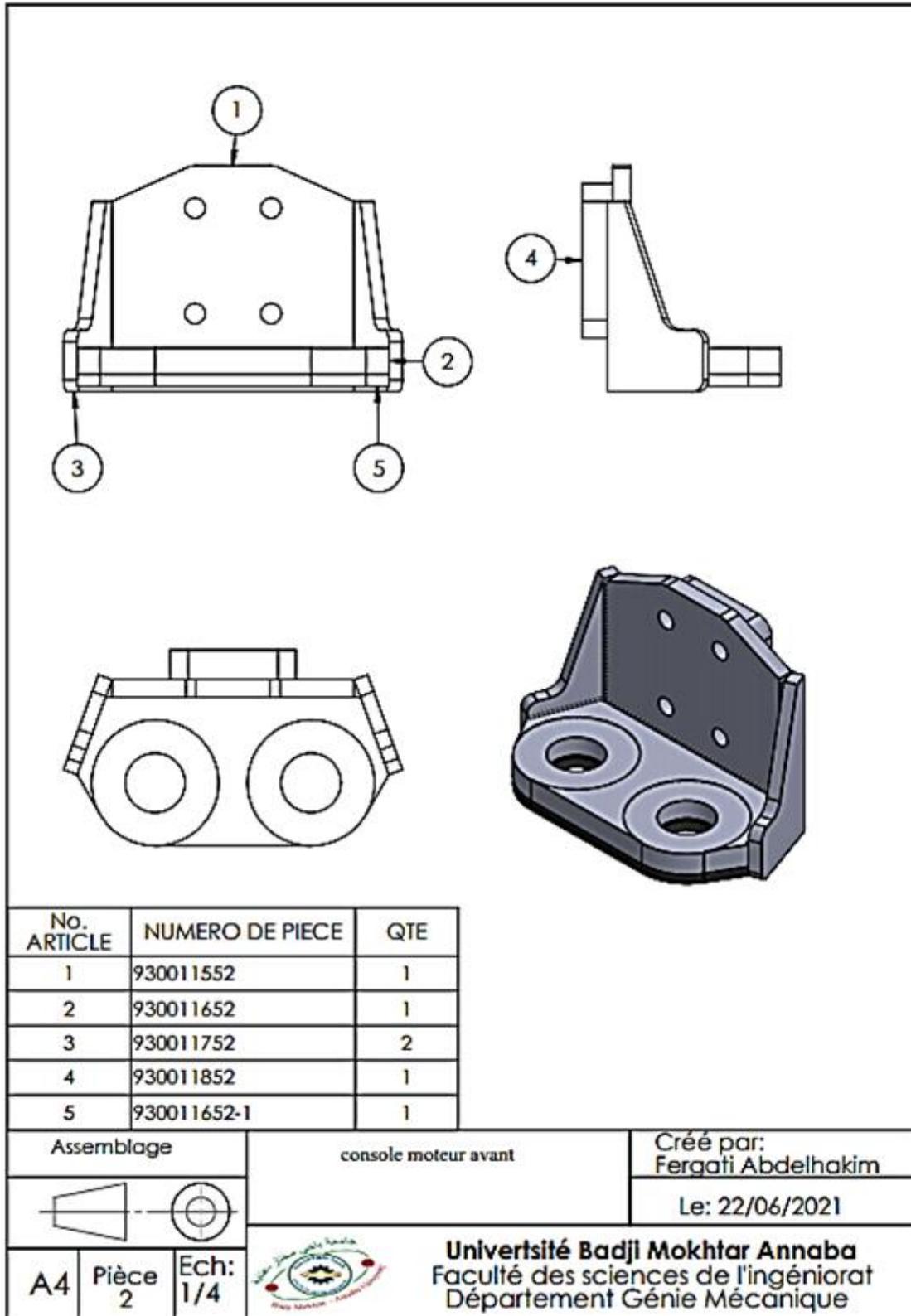
#### **IV.4.10. Assemblage :**

##### **IV.4.10.1. Définition de l'assemblage**

Les assemblages sont obtenus par la juxtaposition de pièces. La mise en position de pièces est définie par un ensemble de contraintes d'assemblage associant, deux entités respectives par une relation géométrique (coïncidence, tangence, coaxialité...). Dans une certaine mesure, ces associations de contraintes s'apparentent aux liaisons mécaniques entre les pièces. Le mécanisme monté, s'il possède encore des mobilités, peut être manipulé virtuellement. On peut alors aisément procéder à des réglages à l'aide des différents outils disponibles (déplacement composants, détection de collision ou d'interférence, mesure des jeux, etc.)

Comme pour les pièces, la gestion de l'ensemble est portée par un arbre de création qui donne accès à l'arbre de création de chaque pièce. Il est d'ailleurs possible d'assembler des assemblages, donc de former des sous-groupes de pièces. Cette opération étant préalable ou en cours d'édition.

L'intérêt de cet outil, c'est qu'il rend possible la création d'une pièce dans l'assemblage. Il propose la même méthode au concepteur que celle qu'il appliquait sur la table à dessin : tout concevoir en même temps. En effet, à part sur les petits ensembles simples (ou déjà définis), il n'est pas raisonnable de concevoir chaque pièce dans son coin pour corriger ensuite, lors de l'assemblage, les problèmes éventuels d'interférence, ou de coïncidence. La conception intégrée lie automatiquement les géométries des pièces entre elles, si bien qu'une modification sur une, est automatiquement répercutée sur les autres. Alors l'édition de pièce est la conséquence de l'édition de l'ensemble. De plus, Solidworks gère les références cycliques. En effet, non seulement il est possible de créer une (des) pièce(s) enfant(s) à partir de la pièce parent, mais il est aussi possible de modifier la pièce parent en fonction de(s) la pièce(s) enfant(s) sans générer de boucle de mise à jour comme sur CATIA.

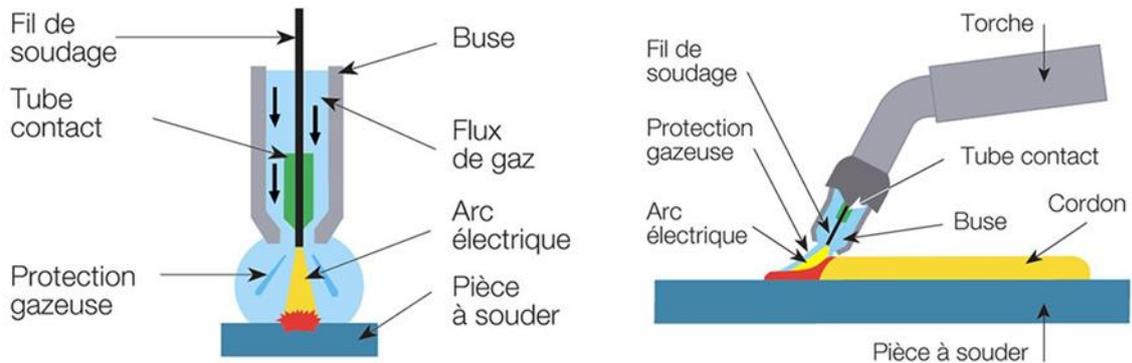


**Fig-IV.11** l'assemblage Console moteur avant

Dans le processus d'assemblage nous utilisons le processus de soudage MAG

### **IV.4.8.2. Le soudage MAG**

Le soudage MAG (sous gaz actif) est un procédé semi-automatisé, largement répandu dans de nombreux secteurs industriels, notamment la construction de navires, de chemins de fer, ou encore la fabrication d'équipements lourds ou d'usine.

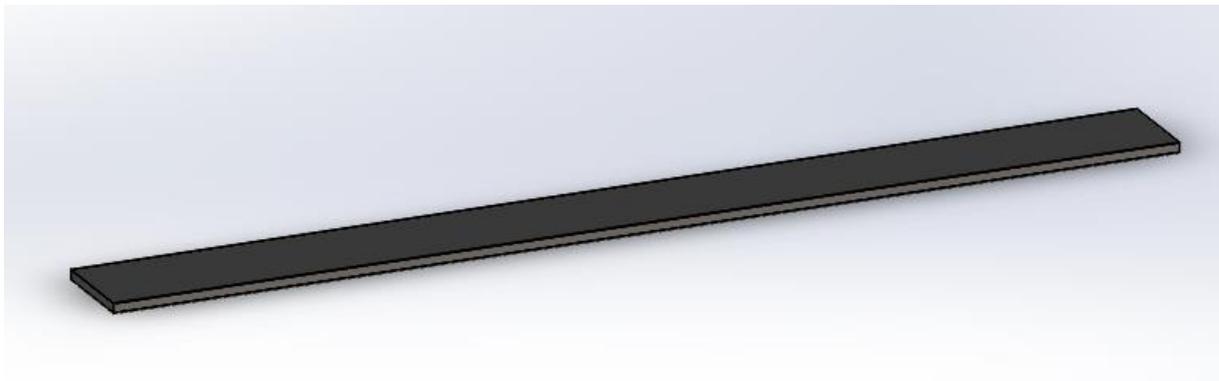


**Fig-IV.12** Explication de la méthode de soudage

### **IV.4. Application sur un poutre sandwich :**

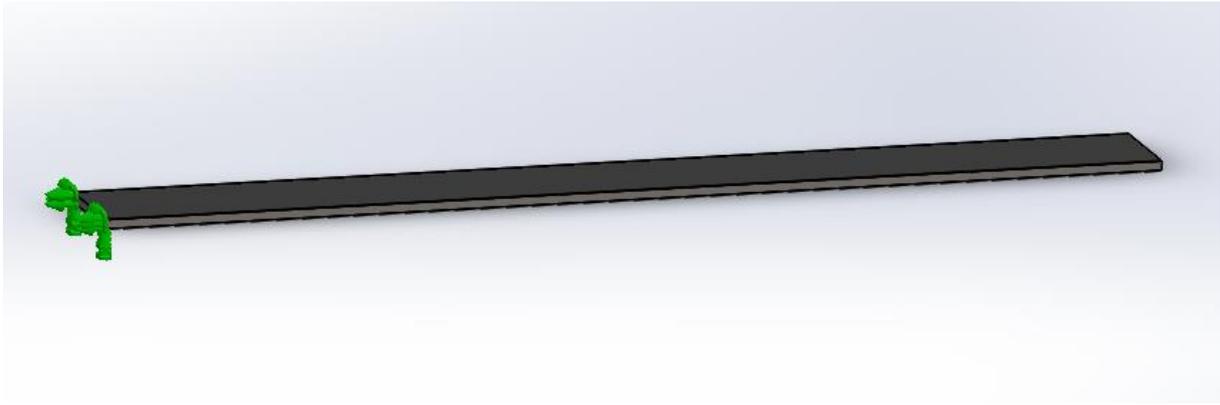
Pour simplifier le calcul de fréquence de l'assemblage effectué on le considère comme une poutre sandwich de cœur élastique

La première étape consiste à créer une poutre



**Fig-IV.13** l'assemblage d'une poutre

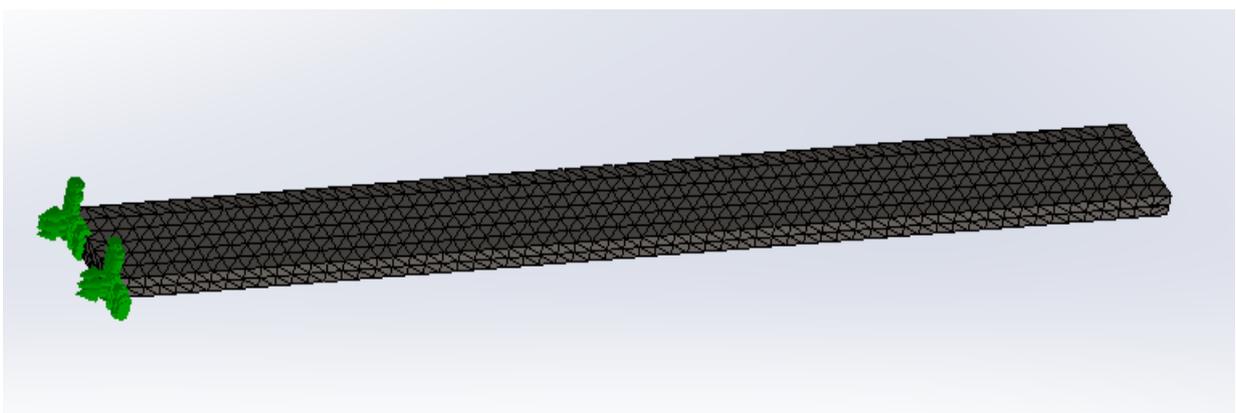
La deuxième étape consiste à fixer la poutre d'un côté



**Fig-IV.14** fixations de l'assemblage

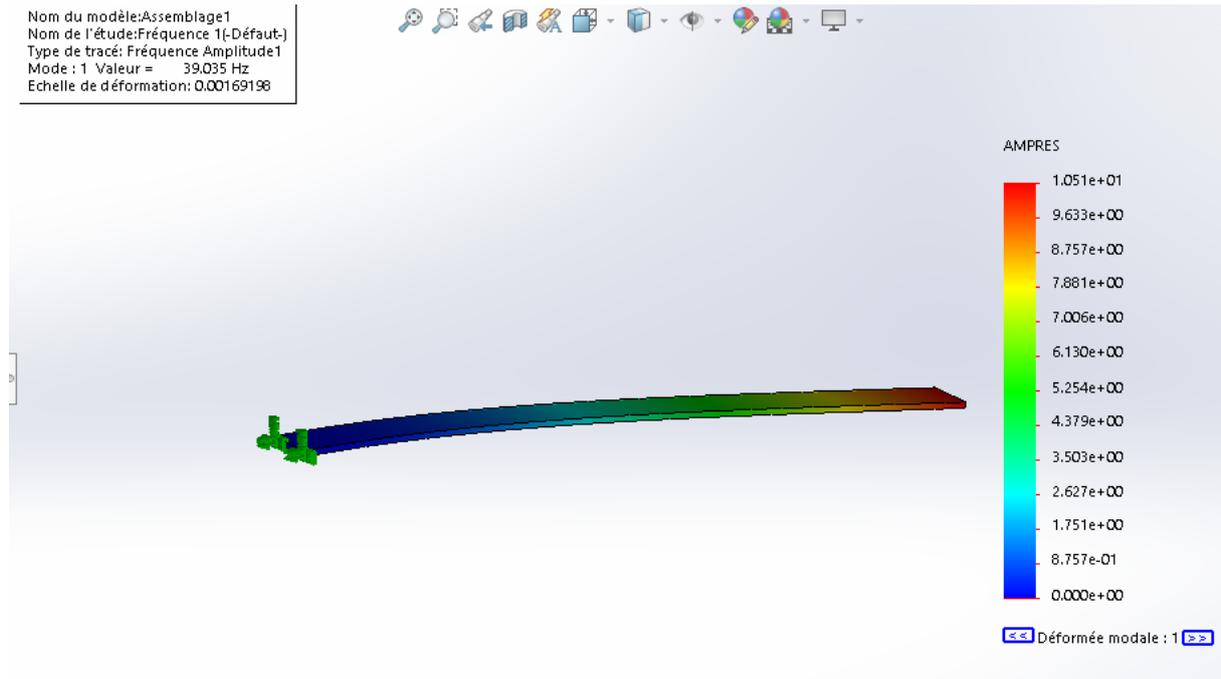
La troisième étape consiste à faire Le maillage

Le type de maillage appliqué sur l'assemblage est un maillage linéaire



**Fig-IV.15** Le maillage de l'assemblage

La quatrième étape consiste à afficher les résultats



**Fig-IV.16** les résultats obtenus

## Conclusion générale

Les matériaux viscoélastiques ont des propriétés d'absorption des vibrations, le caoutchouc est utilisé dans les suspensions de moteur et de machine, dans celles T.G.V. et de traine d'atterrissage d'avion, dans les accouplements de laminoir et de mélangeur, dans les butées de chocs. Le comportement du matériau viscoélastique dépend de ses propriétés qui varient fortement en fonction de la température et de la fréquence. Par conséquent, lorsqu'ils sont utilisés dans les structures, cette dépendance en fréquence et en température influence inévitablement les propriétés amortissantes ainsi que la réponse de ces structures et devrait être pris en compte dans la modélisation.

L'analyse par élément finis des vibrations linéaires dans le domaine fréquentiel des structures sandwichs munies de matériaux viscoélastiques a été utilisée dans ce mémoire. L'équation du comportement vibratoire libre est obtenue en combinant la formulation variationnelle du principe de Hamilton. Le principe de déplacement virtuel et l'utilisation du modèle zigzag. Trois programmes ont été élaborés sous MATLAB, le premier programme a été réalisé pour le premier **CAS-1** celui de la poutre à cœur viscoélastique et faces en aluminium, le second programme pour **CAS-2** où les sandwichs sont des poutres avec revêtement viscoélastique, par contre le troisième programme est établi pour la réalisation et l'analyse des résultats sous forme de courbes pour les deux cas.

L'efficacité de notre formulation qui prend en compte les effets des inerties longitudinales et rotationnelles en comparant les résultats des propriétés amortissantes avec ceux obtenus par Billasse [15].

Les fréquences augmentent avec l'augmentation des modes, cependant les conditions aux limites encastrement-libre (C-L) donnent les fréquences les plus faibles par contre, les plus hautes fréquences sont données par encastrement-encastrement (C-C). Le facteur de perte a un effet inverse avec les modes pour tous les conditions aux limites sauf que la poutre sandwich encastree-libre le cinquième son facteur de perte augmente pour le cinquième mode.

On observe une relation proportionnelle entre le facteur de perte interne viscoélastique et le facteur de perte de la structure.

.Les résultats sont tout à fait logique vue l'importance de la partie imaginaire de module de Young qui traduit la capacité des matériaux viscoélastiques à amortir les vibrations notamment lorsque cette partie imaginaire est considérable.

Les fréquences sont inversement proportionnelles aux rapports d'épaisseur  $h/H$ , ce qui veut dire que les fréquences diminuent quand le rapport d'épaisseur augmente. L'interprétation de ces résultats indique que la structure devient à fort pouvoir amortissant lorsque l'épaisseur de la couche centrale viscoélastique est très mince.

Les résultats des vibrations libres du deuxième cas de notre étude, définient par les cinq premiers fréquences propres et le facteur de perte de la structure sont logiques et évident car avec l'utilisation des faces viscoélastiques pour le renforcement de la poutre en acier a provoqué l'augmentation du facteur de perte et par conséquent la dimunition des fréquences.

### RECOMMANDATION

Une étude détaillée et approfondie du cas réel présentée au quatrième chapitres sera recommandé pour les travaux futurs

Suite à la bibliographie

[15] . Bilasse, E.M.Daya, L.Azrar. Linear and nonlinear vibrations analysis of viscoelastic sandwich beams. *Journal of Sound and Vibration* 329 (2010) 4950–4969.

E.M. Daya, L. Azrar, M. Potier-Ferry. An amplitude equation for the non-linear vibration of viscoelastically damped sandwich beams. *Journal of Sound and Vibration* 271 (2004) 789–813

S. Adhikari, Damping models for structural vibration, PhD Thesis. (2000) 228. doi:10.1006/jsvi.1998.1709.

J.S. Moita, A.L. Araújo, P. Martins, C.M. MotaSoares, C.A. MotaSoares, A finite element model for the analysis of viscoelastic sandwich structures, *Comput. Struct.* 89 (2011) 1874–1881. doi:10.1016/j.compstruc.2011.05.008.

TERMINOLOGIE DE BASE

$f$  Fréquence (Hz)

$\omega$  Pulsation (rad/s)

$E$  Module d'YOUNG (Pa)

$G$  Module de cisaillement (Pa)

$\nu$  Coefficient de POISSON (SU)

$\eta$  Facteur de perte (SU)

$\zeta$  Amortissement (SU)

$E'$  Module de stockage (Pa)

$\Im(E^*)$  Partie imaginaire de  $E^*$

$\Re(E^*)$  Partie réelle de  $E^*$

$N$  Effort normal

$T_y$  Effort tranchant en  $y$

$T_z$  Effort tranchant en  $z$

$M_t$  Moment de torsion

$M_y$  Moment de flexion en  $y$

$M_z$  Moment de flexion en  $z$

