

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة باجي مختار - عنابة



UNIVERSITÉ BADJI MOKHTAR - ANNABA
BADJI MOKHTAR – ANNABA UNIVERSITY

Faculté : Science et L'ingénierat
Département : Electronique
Domaine : Science et technologie
Filière : AUTOMATIQUE
Spécialité : AUTOMATIQUE ET
INFORMATIQUE INDUSTRIELLE

Mémoire

Présenté en vue de l'obtention du Diplôme de Master

Thème :

Analyse et commandes d'un pendule inversé

Présenté par : TOUATI TAOUFIK

Encadrant : N. GUERCCI

grade : PROF

université : UBMA

Jury de Soutenance :

M.BEKAIK	MCB	UBMA	Président
N.GUERCCI	PROF	UBMA	Encadrant
T.AIT IZEM	DR	UBMA	Examineur

Année Universitaire : 2019/2020

Remerciement

Je tiens à remercier d'abord Dieu ALLAH le tout puissant qui nous a donné la force et la patience pour accomplir ce travail modeste.

*Je remercie mon encadreur **Pr N. GUERCCI** Pour son encadrement, pour sa patience, ses conseils et ses précieuses Directives, pour sa disponibilité malgré la propagation du virus (convid19) et sa sympathie tout au long de mon travail.*

*Je remercie monsieur le président **Dr M. BEKAIK** et monsieur l'examineur **Dr T.AIT IZEM** pour avoir accepté de juger ma mémoire, veuillez agréer mes sentiments d'estime et de haute considération.*

Et j'exprime ma gratitude pour toute personne qui m'aide de loin ou de près et pour tous ceux qui m'ont soutenu.

Enfin, j'exprime ma très grande reconnaissance à ma famille, à Mon Père et ma Mère, mes sœurs, tous mes proches pour leur encouragement, pour tous les soucis que je leur aie causés et surtout pour avoir été toujours auprès de moi par leur conseil et leur soutien.

Dédicace

Je Dédie ce modeste travaille à mes très chère parents, ma mère qui m'a soutenu et m'encourager et priée durant tout sa vie pour que je puisse réussir, et à mon père et mes sœurs qui sont toujours prêt à tout donner sans eux je ne serai jamais arrivé là où je suis.

A tous mes amis qui m'ont aidé et me donné le courage de persévérer.

RESUME

Dans ce travail nous présentons l'étude des différentes commandes et la simulation d'un pendule inversé qui est un système instable et non-linéaire. Un modèle mathématique du système a été détaillé suivi par une simulation sous Matlab.

Où (le contrôle Proportionnelle Intégral Dérivé, le régulateur par retour d'état, le régulateur Linéaire Quadratique, la logique floue, la commande par le système d'inférence adaptatif neuro-floue) ont été appliqués pour stabiliser la position du pendule. En utilisant l'outil :

MATLAB/Simulink.

ABSTRACT

In this work we present the study of the different commands and the simulation of an inverted pendulum which is an unstable and non-linear system. A mathematical model of the system has been detailed followed by a simulation in Matlab.

where (Proportional Integral Derivate control, state feedback regulator, Quadratic Linear Regulator, fuzzy logic, control by the neuro adaptive inference system) were applied to stabilize the position of the pendulum. Using the :

MATLAB / Simulink tool.

ملخص

نقدم في هذا العمل دراسة الأوامر المختلفة ومحاكاة النواس المقلوب وهو نظام غير مستقر وغير خطي. تم تفصيل نموذج رياضي للنظام متبوعاً بمحاكاة في

MATLAB .

حيث تم تطبيق (التحكم النسبي التكاملي التفاضلي، منظم ردود الفعل للحالة، منظم خطي من الدرجة الثانية، المنطق الضبابي، التحكم عن طريق نظام الاستدلال العصبي التكيفي الضبابي) لتحقيق الاستقرار في موضع النظام. باستخدام أداة :

MATLAB / Simulink.

TABLE DES MATIERES

Introduction Générale.....	1
----------------------------	---

CHAPITRE I : Généralités sur les pendules inversés

I.1 Introduction.....	4
I.2 Qu'est-ce qu'un pendule ?.....	4
I.3 Le pendule inversé.....	5
I.4 Historique d'un pendule inversé	6
I.5 Intérêt de l'étude d'un pendule inversé.	8
I.5.1 Le domaine de la Robotique.....	8
I.5.2 Le domaine de la médecine.....	9
I.5.3 L'appareil de transport personnel <i>Segway</i>	9
I.5.4 Le domaine de l'aérospatiale.....	10
I.5.6 Le domaine de loisir	10
I.6 Propriétés de pendule inversé	11
I.6.1 La non-linéarité.....	11
I.6.2 Système holonome.....	11
I.6.3 L'instabilité en boucle ouverte	11
I.6.4 Système sous-actionné	11
I.7 Principe de fonctionnement.....	12
I.8 Conclusion.....	12

CHAPITRE II : Modélisation mathématique du système

II.1 Introduction.....	14
II.2 Modélisation mathématique du pendule inversé.....	14
II.2.1. Équations décrivant la dynamique du système.....	15
II.2.2 Linéarisation du modèle.....	16
II.2.3. La fonction de transfert.....	16
II.2.4. L'espace d'état.....	17
II.3 Étude de stabilité.....	18
II.4 Conclusion.....	18

CHAPITRE III : Quelques techniques de Commande du Pendule inversé

III.1 Introduction.....	20
III.2 Commande en boucle ferme.....	20
III.3 Commandes classiques d'un pendule inversé.....	21
III.4 Commande PID.....	21
III.4.1 Les différentes structures du PID.....	23
III.4.2 Méthodes de synthèse du régulateur PID par les lieux des racines.....	24
III.4.2.1 Structure du système.....	24
III.4.3 Conception du contrôleur PID.....	26
III.5 Commande par retour d'état.....	27
III.5.1 Structure de la loi de commande.....	27
III.5.2 Contrôlabilité.....	27

III.5.3 Placement de pôles par retour d'état.....	28
III.5.3.1 Principe.....	28
III.5.3.2 Calcul du gain du retour d'état.....	30
III.6 Commande linéaire quadratique (LQR).....	31
III.6.1 Présentation de la méthode LQR.....	32
III.6.2 Le critère du compromis.....	32
III.6.3 Choix des matrices de pondération.....	33
III.6.4 Recherche du gain du retour K.....	33
III.6.5 Organigramme de calcul de la loi de commande LQR.....	34
III.7 Commande non linéaire par logique floue.....	36
III.7.1 Théorie des sous-ensembles.....	36
III.7.2 Univers du discours.....	37
III.7.3 Variables linguistiques.....	37
III.7.4 Les règles linguistiques.....	37
III.7.5 Les opérations sur les ensembles flous.....	40
III.7.6 La commande floue.....	41
III.7.6.1 Description générale d'un contrôleur flou.....	41
III.7.6.2 Interface de fuzzification.....	42
III.7.6.3 Base de connaissances.....	43
III.7.6.4 Moteur d'inférence floue.....	44
III.7.6.5 Interface de défuzzification.....	46
III.7.6.6 Les Différents types de contrôleurs flous.....	47
III.8 Neuro-flou hybride et prédiction.....	48
III.8.1 Le Modèle ANFIS.....	48
III.8.2 Apprentissage.....	50
III.8.2.1 Types d'apprentissage.....	50
III.9 CONCLUSION.....	51

CHAPITRE IV : Application sur le Pendule inversé

IV. Cahier de charge.....	53
IV.1 Simulation en Matlab.....	53
IV.1.1 L'espace d'état.....	53
IV.2 Analyse du système.....	54
IV.2.1 La réponse impulsionnelle en boucle ouverte.....	54
IV.2.2 Réponse Indicielle en Boucle Ouverte.....	54
IV.2.3 Les pôles et zéros du système en boucle ouverte.....	55
IV.2.4 Analyse de lieu des racines.....	55
IV.3 Conception du contrôleur PID par les lieux des racines.....	56
IV.4 La commande PID.....	59
IV.5 Commande par retour d'état (placement des pôles).....	60
IV.6 La commande LQR.....	62
IV.7 Commande floue.....	63
IV.8 Commande par ANFIS.....	68
IV.9 Comparaison des résultats obtenus par les différentes commandes.....	72
IV.10 Conclusion.....	74
Conclusion général.....	76
Bibliographie.....	78

LISTES DES FIGURES

• Figure I.1 un pendule oscillant.....	4
• Figure I.2 : Mécanisme simple d'un pendule inversé.....	6
• Figure I.3 Exemples de robots.....	8
• Figure I.4 Nbot (à gauche) et Legway (à droite)	9
• Figure I.5 Le corps de l'être humain vu comme double pendule.....	9
• Figure I.6 Le Segway HT.....	10
• Figure I.7 : Pendule gyroscopique inversé.....	10
• Figure I.8 Tour d'amusement (Ciseaux).....	10
• Figure II.1. Schéma de l'ensemble chariot et pendule inversé.....	14
• Figure II.2. Diagramme du corps libre du chariot -pendule.....	15
• Figure III.1 schéma de commande d'un système on boucle ferme.....	20
• Figure III.2 Commande PID.....	22
• Figure III.3– La structure parallèle.....	23
• Figure III.4 – La structure mixte.....	23
• Figure III.5 – La structure série.....	23
• Figure III.6 Structure du système avec contrôleur.....	24
• Figure III.7 Système asservi avec une correction proportionnelle de gain k.....	24
• Figure III.8 Principe du placement du pole.....	28
• Figure III.9 (a) Système en boucle ouverte, (b) Système en boucle fermée.....	29
• Figure III.10 Organigramme de calcul de la loi de commande optimale quadratique.....	34
• Figure.III.11 commande optimale en boucle fermée.....	35
• Figure III.12 Caractéristiques d'un sous-ensemble flou A.....	38
• Figure III.13 structure de base d'un contrôleur flou.....	41
• Figure III.14 structure de base d'un contrôleur flou.....	42
• Figure.III.15 Fuzzification continue avec trois fonctions d'appartenance.....	42
• Figure III.16 Méthode inférence et défuzzification de Mamdani.....	46
• Figure.III.17 : principe de neuro flou.....	48
• Figure.III.18 Système ANFIS à deux entrées, une sortie et deux fonctions d'appartenance par entrées.....	48
• Figure IV.1 Réponse impulsionnelle en boucle ouverte.....	54
• Figure IV.2 Réponse Indicielle en boucle-ouverte.....	54
• Figure IV.3 Pôles et zéros du système.....	55
• Figure IV.4 Lieu des racines du système en boucle ouverte.....	56
• Figure IV.5 lieu de la racine sous le contrôleur intégral.....	56
• Figure IV.6 lieu des racines avec contrôleur PID.....	57
• Figure IV.7 Réponse impulsionnelle de téta sous contrôle PID : $K_p, K_i, K_d = 1$	57
• Figure IV.8 Réponse impulsionnelle téta sous contrôle PID: $K_p = 100, K_i = K_d = 1$	57
• Figure IV.9 Réponse impulsionnelle de téta sous contrôle PID: $K_p = 100, K_i = 1, K_d = 20$	58
• Figure IV.10 Schéma de commande du Pendule Inversé par un régulateur PID.....	59
• Figure IV.11 commande téta et dtéta du pendule sous le contrôleur PID.....	59
• Figure IV.12 commande U sous contrôleur PID.....	60
• Figure IV.13 Schéma Simulink de la commande par retour état.....	60
• Figure IV.14 commande téta et dtéta du pendule sous commande par retour d'état.....	61
• Figure IV.15 commande U sous commande par retour d'état.....	61
• Figure IV.16 schéma Simulink de la commande LQR.....	62

- Figure IV.17 commande téta et dtéta obtenus par commande LQR.....62
- Figure IV.18 commande U sous commande LQR.....63
- Figure IV.19 Schéma Simulink de la commande FUZZY LOGIC CONTROLER.....63
- Figure IV.20 entrées1 du fuzzy logic controller.....64
- Figure IV.21 entrées2 du fuzzy logic controller.....65
- Figure IV.22 Sortie du fuzzy logic controller.....65
- Figure IV.23 Editeur du règles floue.....66
- Figure IV.24 Visualisation des règles.....66
- Figure IV.25 Visualisation de la surface du FLC.....66
- Figure IV.26 commande téta et dtéta du pendule sous commande FLC.....67
- Figure IV.27 commande U sous commande FLC.....67
- Figure IV.28 Schéma Simulink de la commande ANFIS.....68
- Figure IV.29 entrées1 du ANFIS.....68
- Figure IV.30 entrées2 du ANFIS.....69
- Figure IV.31 Apprentissage des données.....69
- Figure IV.32 Résultat d'apprentissage des données.....70
- Figure IV.33 Test des données.....70
- Figure IV.34 Visualisation de la surface de ANFIS.....70
- Figure IV.35 commande téta et dtéta du pendule sous commande ANFIS.....71
- Figure IV.36 commande U générée par le contrôleur ANFIS71
- Figure IV.37 Position angulaire téta obtenues par les différentes commandes.....72
- Figure IV.38 Amplitude U des différentes commandes.....73

LISTES DES TABLEAUX

- Tableau II.1 Récapitulatif des variables utilisées dans la modélisation.....14
- Tableau III.1 Influence des paramètres d'un PID série sur le système qu'il corrige si l'on augmente séparément l'action proportionnelle (P), intégrale (I) ou dérivée (D).....22
- Tableau III.2 Matrice d'inférence complète de Mac Vicar-Whelan pour variables d'entrée e , Δe .44
- Tableaux IV.1 Tableaux standard de quantisation.....64
- Tableaux IV.2 règles floue du FUZZY LOGIC CONTROLER.....65
- Tableau IV.3 comparaison téta des différentes commandes.....73

LISTES D'ABREVIATIONS

- SIMO : Single Input Multiple Output
- PD : Proportionnel Dérivé
- PID : Proportionnelle Intégral Dérivé
- LQR : Linear Quadratic Regulator
- SIRM : Single Input Rule Module
- EOPD : Electro-Optic Proximity Detector
- SISO : Single Input Single Output
- RNF : réseau de neurone floue
- ANFIS : Adaptive Network Based Fuzzy Inference System

INTRODUCTION GENERALE

Introduction Générale :

Nous avons peut-être tous un jour essayé de maintenir en équilibre un grand bâton de bois sur notre index. Afin d'éviter la chute de celui-ci, nous devons déplacer notre doigt de façon à contrecarrer en permanence son basculement. C'est exactement le même défi que propose le système automatisé du pendule inversé. Alors que cet exercice semble assez simple et instinctif pour l'homme, il sera nécessaire de définir des stratégies précises pour assurer le maintien automatisé du pendule inversé. Bien évidemment, les performances obtenues grâce à un système automatisé sont de loin supérieures à celles qui seraient obtenues par l'homme.

De nombreuses techniques de commande ont été appliquées avec succès pour la stabilisation du pendule inversé et on peut citer comme exemples la commande PID, la commande par retour d'état, la commande LQR, les réseaux de neurones artificiels et la logique floue. Au cours de ces deux dernières décennies, il y a eu un intérêt considérable à l'utilisation de la commande floue pour la conduite des systèmes complexes et/ou mal définis. Cette commande a l'avantage d'être robuste et n'exige pas la connaissance du modèle mathématique du système à commander qui est souvent difficile à obtenir.

L'objet de ce travail est l'analyse et l'application des différentes commandes pour la stabilisation d'un pendule inversé.

Pour cela, nous avons organisé le mémoire en quatre chapitres comme suit:

Dans le premier chapitre, nous présenterons les généralités sur les pendules inversés.

Le chapitre deux est consacré à l'obtention d'un modèle mathématique du système.

Le troisième chapitre, se subdivise en deux parties :

- **Dans la première partie :** nous présenterons trois méthodes de commandes classiques :
 - La commande conventionnelle (PID) Ainsi que leur principe de fonctionnement. Après nous citerons quelques méthodes de conception du régulateur PID.
 - La commande par retour d'état
 - La commande linéaire quadratique (LQR).
- **Dans la deuxième partie :** deux techniques de commande intelligentes
 - Nous présenterons les notions de base de la logique floue ainsi que la composition d'un système de commande floue. Les notions fondamentales du raisonnement flou en expliquant comment s'effectue la déduction des nouvelles informations à partir des informations déjà disponibles à base des règles linguistiques.
 - Ensuite un système d'inférence adaptatif neuro-flou (Adaptive Network Based Fuzzy Inference System) ou (ANFIS) qui augmente les performances d'un système flou en lui

associant les avantages de l'apprentissage et la capacité de généralisation des réseaux de neurones.

Le dernier chapitre donne les résultats obtenus en simulation à partir des différentes commandes appliquées ainsi une étude comparative.

Enfin une conclusion générale clôture le mémoire.

CHAPITRE 1 :
*Généralités sur
les pendules
inversés*

I.1 Introduction :

Nous allons dans ce premier chapitre, donner certaines informations importantes sur les pendules inversés. La question est « c'est quoi un pendule inversé » et « pourquoi nous nous sommes intéressés à ce système », la réponse sera donnée dans la suite de ce chapitre. Nous commencerons, par décrire les caractéristiques générales du système et nous passerons en revue ses multiples applications.

I.2 Qu'est-ce qu'un pendule ?

Grâce à la force de rappel due à la gravité, lorsqu'un pendule est déplacé latéralement de sa position d'équilibre, Il peut être ramené encore à cette position d'équilibre. Lorsqu'il est relâché, cette force de rappel combinée avec la masse du pendule le fait osciller d'avant en arrière autour de la position d'équilibre. [1]

Un pendule, selon *le Concise Oxford English Dictionary* est un poids suspendu à un pivot pour pouvoir osciller librement.

Le plus basique des pendules est une masse accrochée sur un fil léger. Pour ce système, le point d'équilibre est là où se trouve la masse lorsque l'amplitude du pendule est égale à 0° (c'est-à-dire que la masse est suspendue verticalement à partir du pivot). Selon la **figure I.1**, B est le point d'équilibre du pendule.

Les pendules sont utilisés dans les instruments scientifiques comme les accéléromètres, les sismomètres et les pendules horloges. Dans les conditions idéales (où les forces perturbantes comme le frottement, l'amortissement et la résistance de l'air sont éliminées), la période d'un pendule reste constante voilà son utilité à capter le temps précisément dans une horloge. [1]

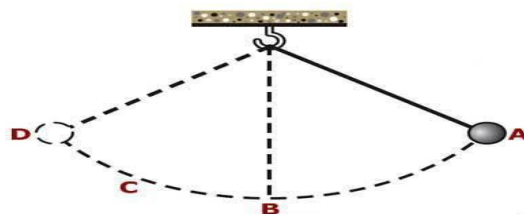


Figure I.1 un pendule oscillant

I.3 Le pendule inversé :

Un pendule inversé est un type de pendule dont la position d'équilibre est instable parce qu'il est maintenu verticalement par rapport au point d'équilibre d'un pendule simple et faisant un angle de 180° avec ce dernier. Il s'agit d'un système SIMO (Single Input Multiple Output) ce qui signifie Une Entrée à Plusieurs Sorties. Ce système est non linéaire et instable.

Au lieu d'osciller autour du point B (figure 1.1), le pendule inversé fait son mouvement en haut c'est-à-dire, au-dessus de l'oscillation supposée du pendule simple. Vu que nous avons déjà cité précédemment que la force due à la gravité travaille toujours pour amener le pendule vers la position B (voir figure 1.1) à cause de cela, la position d'équilibre d'un pendule inversé est instable et nous avons besoin d'un système de contrôle pour le maintenir à sa position d'équilibre.

Généralement, le pendule inversé est constitué d'un chariot sur un rail et d'un pendule suspendu sur le chariot. Ce système mécanique simple est souvent utilisé pour modéliser les problèmes de commande rencontrés dans le vol des fusées et des missiles. Une fusée spatiale au décollage se comporte comme un pendule inversé et toute comme un robot marcheur [2].

I.4 Historique d'un pendule inversé :

La non-linéarité du pendule inversé et la simplicité de structure nous permettent d'utiliser ce système comme une référence pour vérifier les performances et la robustesse des nouvelles méthodes de commande.

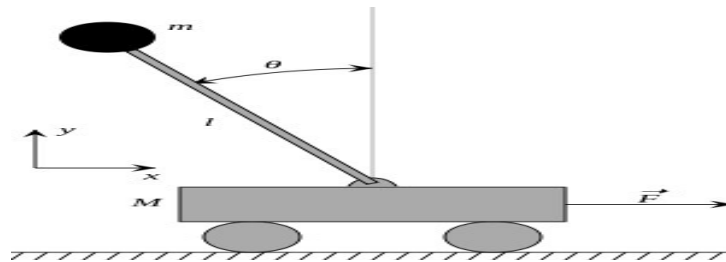


Figure I.2 : Mécanisme simple d'un pendule inversé.

En 1960 Roberge James a traité avec succès un pendule inversé dans sa thèse, « *The Mechanical Seal* ». Il a conçu un servomécanisme pour équilibrer un balai en utilisant les critères de **Routh** de **Bode** et ceux de **Nyquist**. Son système prendrait environ dix minutes pour se stabiliser et une fois stabilisé, il pourrait rester pendant environ trois heures dans cette position stable. Après cela, beaucoup de systèmes plus rapides et plus robustes, mais basés sur le même principe ont été mis en place partout dans le monde. [3]

Juste pour mentionner quelques œuvres faites sur les pendules inversés, les auteurs ont équilibré le pendule en utilisant un potentiomètre comme capteur et un régulateur « Proportionnel Dérivé ». Le régulateur PD a été utilisé pour générer un signal pour commander la vitesse et la direction du moteur. Le modèle cependant possède quelques limitations comme : les vibrations, glissement des roues, le courant insuffisant et l'échauffement du transistor. Voilà pourquoi les auteurs ont proposé pour les prochains travaux, l'utilisation de plusieurs capteurs au lieu d'un et d'autres régulateurs comme les PID.

Prasad a procédé de manière différente Les méthodes de PID et LQR ont été utilisées ensembles pour commander la position du chariot et stabiliser le pendule inversé dans la position verticale. Il a été conclu que ce système est optimal donc préférable à celui qui est commandé uniquement par un PID [3].

Il existe beaucoup de recherches faites sur la stabilisation des pendules inversés en utilisant la logique floue. Par exemple selon **Yi** et **Yubazaki**, un régulateur basé sur le modèle d'inférence flou connecté dynamiquement (le **SIRM**) pour la commande de stabilisation des systèmes de pendule inversé présenté. Le régulateur a quatre entrées, chacun d'eux a un **SIRM** (Single Input Rule Module) et un degré d'importance dynamique et il fait la commande de l'angle du pendule et de sa position.

- **Lu** a utilisé l'algorithme génétique pour générer automatiquement les règles floue et les facteurs de mise à l'échelle pour le contrôle du pendule inversé. **Margaliot** montrait une nouvelle approche, pour déterminer la structure de commande floue pour le pendule inversé en utilisant la synthèse de **Lyapunov** alors que **Mikukcik** a extrait les règles floues pour le contrôle du pendule inversé par une méthode de regroupement flou [3].
- **Saez** a utilisé le contrôleur prédictif généralisé pour déterminer les paramètres du modèle flou **Takagi-Sugeno** contrôlant le pendule inversé [3].
- **Wong** a adopté l'algorithme génétique pour accorder toutes les fonctions d'appartenance d'un système flou alors que **Yamakawa** a conçu un système matériel de régulateur flou en haute vitesse et il a utilisé que sept règles floue pour commander l'angle d'un pendule inversé [3].

Bien que le contrôle de stabilisation d'un système de pendule inversé inclue également le contrôle de position du chariot et le contrôle angulaire du pendule, en raison de la longueur limitée du rail, les approches indiquées ci-dessus ont seulement pris en compte le contrôle angulaire du pendule. Pour commander l'angle du pendule et la position de chariot.

- **Kawaji** a construit un contrôleur flou composé de deux modules de règles simples. Un module était pour l'amplitude de la variable manipulée et l'autre pour le signe de la variable manipulée. Étant donné que le contrôle de la position du chariot peut être considéré comme une perturbation de l'angle du pendule, l'information de la position du chariot a d'abord été transformée en un angle de cible virtuel, et cet angle a ensuite été intégré dans la commande de l'angle du pendule. Bien que cette méthode soit plutôt simple, il était difficile de stabiliser complètement le système dans un court intervalle de temps [3].
- **Kyung** a présenté un contrôleur flou, dont la base de règles a été dérivée de trois réseaux de neurones. Bien que le contrôleur flou puisse stabiliser un système pendule inversé en environ 8,0 s, il lui fallait 396 règles même après une procédure de lissage et une procédure de réduction logique [3].
- **Matsuura** et **Yasunobu** ont utilisé les informations du chariot pour créer un ensemble de 49 règles floues pour la réalisation de l'angle de cible virtuel, puis utiliser l'angle de cible virtuel et l'information du pendule pour construire un autre ensemble de 49 règles floues pour la stabilisation totale [3].
- **Sakai** a appliqué une méthode d'optimisation non linéaire pour former un contrôleur flou pour la stabilisation, mais le contrôleur a pris plus de 200,0 s pour stabiliser le système [3].

I.5 Intérêt de l'étude d'un pendule inversé :

L'étude du pendule inversé se présente comme une initiation et un bon apprentissage pour les étudiants en Automatique et en Robotique parce que cela fait intervenir beaucoup de notions intéressantes pour eux : la programmation, l'automatisation, la mécanique et l'électronique. Le bébé après son premier pas de marche joue comme un pendule inversé dont les deux axes de rotation fondamentaux qui sont les hanches et les chevilles. Lorsqu'il est en position de debout, ses articulations de corps travaillent sans s'arrêter pour le maintenir en équilibre. [4] Quelques applications réelles dans des domaines variés basées sur le concept du pendule inversé sont présentées dans les sections suivantes.

I.5.1 Le domaine de la Robotique :

La robotique utilise ce type de concept dans leur principe de commande. Le robot auto-balancé est constitué d'une plateforme solide de deux roues. L'axe des roues est perpendiculaire à l'axe de déplacement du robot et le principe du contrôle de position est basé sur le pendule inversé. [5] La **figure I.3** à gauche est l'image d'une voiture qui se transforme en robot se balançant sur deux roues, il s'agit d'un jouet pour les enfants qui utilise le principe du pendule inversé pour se tenir debout, exposant ainsi un spectacle intéressant. À droite nous avons un robot auto balancé et assez stable pour servir les boissons comme un serveur humain.



Figure I.3 Exemples de robots.

Nbot (**figure I.4** à gauche) est un robot d'équilibrage à deux roues construit par **David. P Anderson**, ce robot utilise un capteur inertielle disponible dans le commerce et positionne l'information à partir du codeur du moteur pour équilibrer le système. **Steven Hassenplug** a construit avec succès un robot d'équilibrage appelé **Legway** (**figure I.4** à droite) en utilisant le kit de robotisation **LEGO Mindstorms**.

Deux capteurs détecteurs de proximité électro-optique (**EOPD**) ont été utilisés pour fournir l'angle d'inclinaison du robot au contrôleur qui est programmé dans **BrickOS**, un langage de programmation similaire à C / C ++. [6]

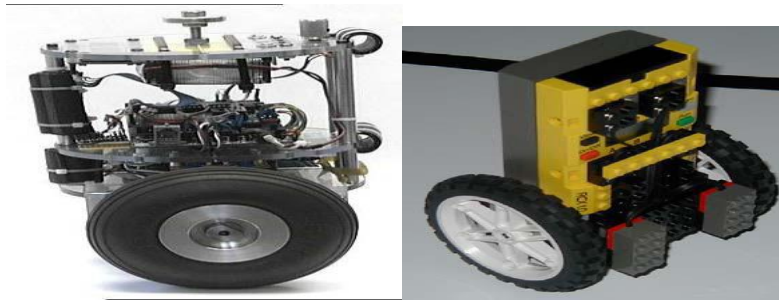


Figure I.4 Nbot (à gauche) et Legway (à droite)

I.5.2 Le domaine de la médecine :

Les spécialistes qui travaillent dans le domaine de la réalisation de prothèses pour les hanches (remplacement chirurgical d'un organe) sont amenés à utiliser un double pendule inversé pour calculer l'ensemble des contraintes qui sont soumises à la prothèse comme le montre la figure suivante. Le premier pendule est articulé à la cheville et représente les membres inférieurs considérés groupés. Le second pendule est articulé à la hanche et représente la partie supérieure du corps. On accélère en se penchant en avant c'est le même principe que celui du pendule inversé [1].

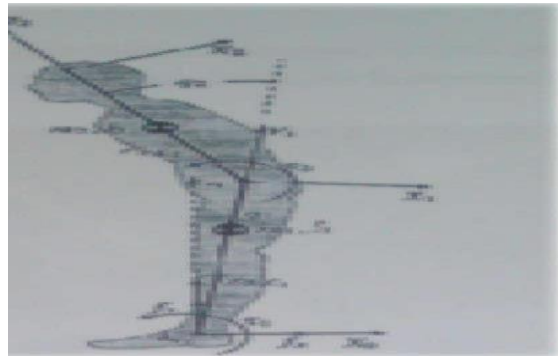


Figure I.5 Le corps de l'être humain vu comme double pendule

I.5.3 L'appareil de transport personnel Segway :

Un exemple pratique d'un pendule inversé est montré en (**Figure I.6**) ci-dessous où la motion des roues est commandée par un ordinateur avec le but de maintenir le corps du véhicule dans une position verticale. Quand le cycliste s'incline vers l'avant, le contrôleur produit l'accélération nécessaire des roues dans la direction de l'inclinaison pour maintenir ce dernier en position verticale [7].

Dee Kamen qui détient plus de 150 brevets américains et étrangers liés aux dispositifs médicaux, aux systèmes de contrôle climatique et à la conception d'hélicoptères, a inventé le « **SEGWAY HT** ». Cette innovation utilise cinq gyroscopes et une collection d'autres capteurs d'inclinaison pour se maintenir debout. Seuls trois gyroscopes sont nécessaires pour l'ensemble du système, les capteurs supplémentaires sont inclus comme mesure de sécurité. [6]



Figure I.6 Le Segway HT [6].

I.5.4 Le domaine de l'aérospatiale :

Dans ce domaine l'étude des pendules inversés a une grande importance, par exemple pour commander et stabiliser l'attitude du satellite, le lancement des fusées...etc.

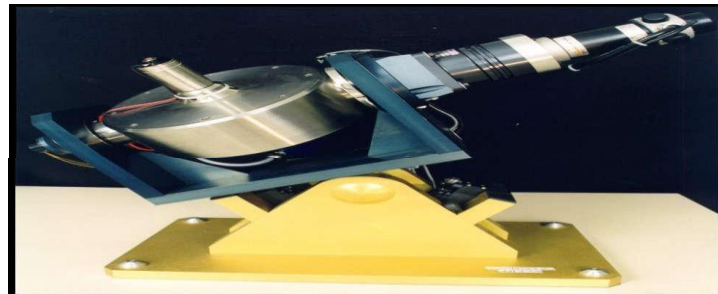


Figure I.7 : Pendule gyroscopique inversé

I.5.6 Le domaine du loisir :

Dans les parcs d'attractions on trouve les tours qui utilisent le principe du pendule inversé. La machine en **figure I.8** bascule vers le haut autour d'un axe de sorte qu'il agit comme un pendule inversé mais dans sa première phase de mouvement il agit comme un pendule normal.



Figure1.8 Tour d'amusement (Ciseaux)

I.6 Propriétés du pendule inversé :

Malgré les différentes tailles et différents matériaux utilisés pour fabriquer des pendules, ils ont des caractéristiques communes mentionnées ci-dessous :

1.6.1 La non-linéarité :

Les systèmes linéaires sont des systèmes qui sont régis par les équations différentiels linéaires à coefficients constants et d'ordre fini d'où le principe de la superposition peut être appliqué. Néanmoins, la non-linéarité est la particularité, en mathématiques, de systèmes dont le comportement n'est pas linéaire, c'est-à-dire soit ne satisfaisant pas le principe de superposition, soit dont la sortie n'est pas proportionnelle à l'entrée. Ci-dessous sont les équations du système du pendule inversé qui montrent que ce système est non-linéaire.

$$(M + m) \ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta = F \quad (\text{I.1})$$

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} + mgl \sin \theta = -ml\ddot{x} \cos \theta \quad (\text{I.2})$$

I.6.2 Système holonome :

Un système mécanique S est holonome si la position de ses différentes parties peut être caractérisée par n variables indépendantes q_1, q_2, \dots . Appelées coordonnées généralisées du système. On dit alors que S est un système holonome à n degrés de liberté. Le pendule inversé est également un système holonome, avec les coordonnées généralisées : $q_1 = X$ et $q_2 = \theta$ [8].

I.6.3 L'instabilité en boucle ouverte :

La position d'équilibre du pendule inversé est instable en boucle ouverte voilà pourquoi le système nécessite les capteurs pour mesurer la distance déplacée par le chariot et l'angle du pendule. Après avoir mesuré ces variables il faut les renvoyer au système de contrôle, créant ainsi un système en boucle fermée.

I.6.4 Système sous-actionné :

Les systèmes mécaniques sous-actionnés sont définis comme étant des systèmes dont le nombre d'actionneurs est inférieur au nombre de degrés de liberté. Le pendule inversé stabilisé par volant d'inertie est, du fait qu'il a moins d'actionneurs que de degrés de liberté, un système mécanique sous-actionné.

I.7 Principe de fonctionnement :

C'est virtuellement impossible de balancer un pendule dans la position inverse sans appliquer une force extérieure au système. Le système (chariot-pendule moteur) permet au mouvement de rotation du moteur d'être convertis en mouvement de translation du chariot au travers d'une courroie attachée au chariot et passant par le moteur [9].

Le principe de fonctionnement du système est très simple en théorie : quand le pendule penche vers la droite, le chariot doit le rattraper en effectuant un mouvement vers la droite et inversement au cas où le pendule penche vers la gauche. La difficulté est de régler l'intensité et la forme de la réaction du chariot en fonction de l'angle que le pendule fait avec la verticale.

I.8 Conclusion :

Après avoir défini et donné les caractéristiques d'un pendule inversé, nous pouvons conclure que c'est un dispositif important dans le domaine de l'automatique et pas mal d'autres domaines pour tester les algorithmes de contrôle.

Le chapitre suivant est consacré à l'obtention d'un modèle mathématique du système.

CHAPITRE 2 :
*Modélisation
mathématique
Du system*

II.1 Introduction :

Le problème de commande exige un modèle mathématique du système à commander, donc une phase de modélisation est nécessaire pour permettre l'étude en simulation. Dans ce chapitre nous allons présenter la modélisation mathématique du système avant de passer à l'étape de simulation sous **MATLAB/Simulink**.

II.2 Modélisation mathématique du pendule inversé :

Le système du pendule inversé est un exemple couramment utilisé dans les manuels sur les systèmes de contrôle et la littérature de recherche. Sa popularité découle en partie du fait qu'il est instable en boucle ouverte c.à.d. sans contrôle, si le chariot n'est pas déplacé pour maintenir le pendule en équilibre, celui-ci tombera tout simplement. En outre, la dynamique du système est non-linéaire.

L'objectif de la commande de ce système est de maintenir le pendule en position verticale instable en appliquant une force qui permet au chariot de se déplacer d'un côté ou de l'autre. Dans ce cas, nous considérons un problème bidimensionnel où le pendule est forcé de se déplacer dans le plan vertical représenté sur la figure ci-dessous. Pour ce système, l'entrée de commande est la force F qui déplace le chariot horizontalement et les sorties sont la position angulaire du pendule θ et la position horizontale du chariot x .

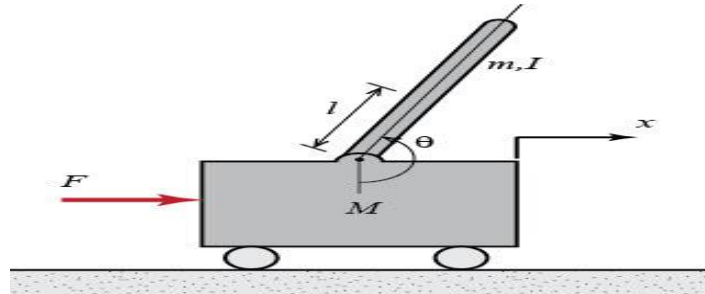


Figure II.1. Schéma de l'ensemble chariot et pendule inversé

Les paramètres utilisés sont les suivants :

Paramètre	Description	Valeur	Unité
M	Masse du chariot	0.5	kg
m	Masse du pendule	0.2	kg
b	Coefficient de frottement du chariot	0.1	N /m/sec
l	demi-longueur du pendule	0.3	mètre
I	Moment d'inertie du pendule	0.006	Kg.m ²
F	Force appliqué au chariot		Newton
x	Position du chariot		mètre
θ	Angle de rotation du pendule		Radian

Tableau II.1 Récapitulatif des variables utilisées dans la modélisation

II.2.1. Équations décrivant la dynamique du système :

Voici le diagramme des corps libres des deux éléments du système du pendule inversé :

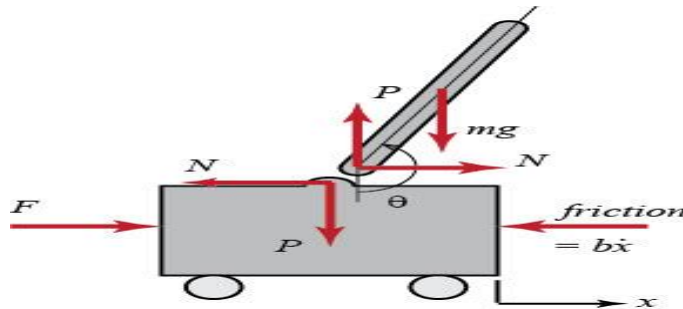


Figure II.2. Diagramme du corps libre du chariot -pendule.

En additionnant les forces dans le diagramme de corps libre du chariot dans le sens horizontal, on obtient l'équation suivante du mouvement :

$$M\ddot{x} + b\dot{x} + N = F \quad (\text{II.1})$$

On pourrait résumer les forces dans la direction verticale également, mais aucune information utile ne serait obtenue à partir de cela.

En additionnant les forces dans le diagramme du corps libre du pendule dans le sens horizontal, on obtient l'expression suivante pour la force de réaction N

$$N = m\ddot{x} + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta \quad (\text{II.2})$$

Substituons (II.2) de (II.1), nous obtenons l'une des deux équations principales pour ce système.

$$(M + m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta = F \quad (\text{II.3})$$

Pour obtenir la deuxième équation du mouvement pour ce système, résumons les forces perpendiculaires au pendule. La résolution du système selon cet axe simplifie considérablement les mathématiques. Nous obtenons l'équation suivante.

$$P \sin \theta + N \cos \theta - mg \sin \theta = ml\ddot{\theta} + m\ddot{x} \cos \theta \quad (\text{II.4})$$

Pour éliminer les termes P et N dans l'équation ci-dessus, calculons les moments autour du centre du pendule pour obtenir l'équation suivante :

$$-Pl \sin \theta - Nl \cos \theta = I\ddot{\theta} \quad (\text{II.5})$$

En combinant ces deux dernières expressions, nous obtenons la deuxième équation principale :

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} + mgl \sin \theta = -ml\ddot{x} \cos \theta \quad (\text{II.6})$$

II.2.2 Linéarisation du modèle :

La linéarisation du modèle nous permet d'étudier le comportement local du système pendule chariot autour d'un point d'équilibre choisi. De plus, cette linéarisation est nécessaire pour le calcul d'un régulateur linéaire capable de stabiliser le système autour de ce point d'équilibre.

Étant donné que certaines techniques de contrôle utilisées par la suite ne s'appliquent qu'aux systèmes linéaires, cet ensemble d'équations doit être linéarisé autour de la position d'équilibre vertical, $\theta = \pi$, nous supposons que le système reste dans un petit quartier de cet équilibre.

On considère que ϕ représente la petite déviation de la position d'équilibre, c'est-à-dire : $\theta = \pi + \phi$. En présumant une petite déviation ϕ par rapport à l'équilibre, nous pouvons utiliser les approximations de petit angle suivantes :

$$\cos \theta = \cos(\pi + \phi) \approx -1 \quad (\text{II.7})$$

$$\sin \theta = \sin(\pi + \phi) \approx -\phi \quad (\text{II.8})$$

$$\dot{\theta}^2 = \dot{\phi}^2 \approx 0 \quad (\text{II.9})$$

Après avoir appliqué ces approximations aux équations non linéaires obtenues, nous arrivons aux deux équations de mouvement linéarisées. F a été remplacé par u :

$$(I + ml^2)\ddot{\phi} - mgl\phi = ml\ddot{x} \quad (\text{II.10})$$

$$(M + m)\ddot{x} + b\dot{x} - ml\ddot{\phi} = u \quad (\text{II.11})$$

II.2.3. La fonction de transfert :

Pour obtenir les fonctions de transfert des équations du système linéarisé, nous devons d'abord prendre la transformée de Laplace des équations du système en supposant des conditions initiales nulles. Les transformées Laplace qui en résultent sont présentées ci-dessous.

$$(I + ml^2)\phi(s)s^2 - mgl\phi(s) = mlX(s)s^2 \quad (\text{II.12})$$

$$(M + m)X(s)s^2 + bX(s)s - ml\phi(s)s^2 = U(s) \quad (\text{II.13})$$

Une fonction de transfert représente la relation entre une seule entrée et une seule sortie à la fois. Pour trouver notre première fonction de transfert pour la sortie $\phi(s)$ et l'entrée $U(s)$, nous devons éliminer $X(s)$ des équations ci-dessus. Soit :

$$X(s) = \left[\frac{I+ml^2}{ml} - \frac{g}{s^2} \right] \phi(s) \quad (\text{II.14})$$

Ensuite, remplaçons ce qui précède dans l'équation (II.13) :

$$(M + m) \left[\frac{I + ml^2}{ml} - \frac{g}{s^2} \right] \phi(s) s^2 + b \left[\frac{I + ml^2}{ml} - \frac{g}{s^2} \right] \phi(s) s - ml \phi(s) s^2 = U(s) \quad (II.15)$$

La fonction de transfert est alors la suivante :

$$\frac{\phi(s)}{U(s)} = \frac{\frac{ml}{q} s^2}{s^4 + \frac{b(I + ml^2)}{q} s^3 - \frac{(M + m)mgl}{q} s^2 - \frac{bmgl}{q} s} \left[\frac{rad}{N} \right] \quad (II.16)$$

Où :

$$q = [(M + m)(I + ml^2) - (ml)^2] \quad (II.17)$$

À partir de la fonction de transfert ci-dessus, on constate qu'il y a à la fois un pôle et un zéro à l'origine. Ceux-ci peuvent être annulés et la fonction de transfert devient la suivante :

$$P_{pend}(s) = \frac{\phi(s)}{U(s)} = \frac{\frac{ml}{q} s}{s^3 + \frac{b(I + ml^2)}{q} s^2 - \frac{(M + m)mgl}{q} s - \frac{bmgl}{q}} \left[\frac{rad}{N} \right] \quad (II.18)$$

Deuxièmement, la fonction de transfert avec la position du chariot X (s) comme la sortie peut être dérivée de manière similaire pour arriver à la suivante :

$$P_{pend}(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{\frac{(I + ml^2)s^2 - mgl}{q}}{s^4 + \frac{b(I + ml^2)}{q} s^3 - \frac{(M + m)mgl}{q} s^2 - \frac{bmgl}{q} s} \left[\frac{m}{N} \right] \quad (II.19)$$

II.2.4. L'espace d'état :

Les équations linéarisées du mouvement ci-dessus peuvent également être représentées sous forme d'espace d'état si elles sont réarrangées en une série d'équations différentielles de premier ordre. Comme les équations sont linéaires, elles peuvent ensuite être placées dans la matrice standard illustrée ci-dessous :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-(I + ml^2)b}{I(M + m) + Mml^2} & \frac{m^2 gl^2}{I(M + m) + Mml^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-mlb}{I(M + m) + Mml^2} & \frac{mgl(M + m)}{I(M + m) + Mml^2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{I + ml^2}{I(M + m) + Mml^2} \\ 0 \\ \frac{ml}{I(M + m) + Mml^2} \end{bmatrix} u \quad (II.20)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (II.21)$$

La matrice C a deux lignes car la position du chariot et la position du pendule font partie de la sortie. Plus précisément, la position du chariot est le premier élément de la sortie y et l'écart du pendule par rapport à sa position d'équilibre est le deuxième élément de y.

II.3 Étude de la stabilité :

Le concept de stabilité est très important dans le fonctionnement de tout système physique. Dans cette section nous allons étudier la stabilité en boucle ouverte du système pendule chariot. Une méthode simple pour l'évaluation de la stabilité d'un système linéaire est de calculer les valeurs propres de sa matrice d'évolution, données par la solution du polynôme caractéristique. Avec la matrice d'évolution A du modèle linéarisé du système pendule chariot. le polynôme caractéristique est donné par : $|\lambda I - A|$

Les valeurs propres sont : 0 -0.1428 -5.6041 5.5651

En trouve une valeur propre nulle et deux valeurs propres négatives et une positive. Le système est donc instable en ce point d'équilibre.

II.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons déduit un modèle du système étudié. La linéarisation permet d'obtenir un modèle d'état linéaire autour du point d'équilibre considéré. L'analyse de la stabilité a montré que le système est instable en boucle ouverte, et nécessite donc une correction pour être stabilisé et fonctionner proprement.

CHAPITRE 3 :

*Quelques techniques de commande du
Pendule inversé*

Commande d'un pendule inversé :

III.1 Introduction :

Le pendule inversé est un système très instable en boucle ouverte. Une commande stabilisante est donc nécessaire. Dans ce chapitre, nous allons appliquer différentes techniques de commande dans le cas linéaire et non linéaire. Le but étant de déterminer la commande la mieux adaptée pour ce genre de système.

L'objectif d'une régulation ou d'un asservissement est d'assurer le fonctionnement d'un procédé selon des critères prédéfinis par un cahier des charges malgré les perturbations agissant sur ce système asservi, le cahier des charges qui est traduit le plus souvent en consigne définit des critères qualitatifs à imposer comme la stabilité, la précision, la rapidité, la bande passante...etc.

III.2 Commande en boucle fermée :

La figure (Figure III.1) illustre le schéma général d'un système en boucle fermée. Les mesures d'inclinaison et du gyroscope ont été utilisées comme des rétroactions du contrôleur. [11]

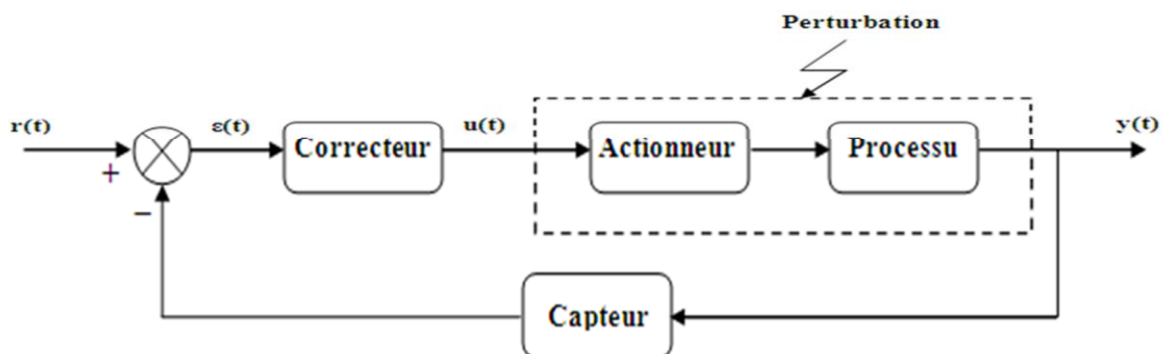


Figure III.1 schéma de commande d'un système en boucle fermée

III.3 Commandes classiques d'un pendule inversé :

Nous appliquerons d'abord une commande très simple à implémenter et très utilisée en industrie ; il s'agit de la commande **PID** (Proportionnel, Intégral et Dérivé). Ensuite deux autres commandes linéaires seront utilisées ; Commande par placement de pôles (retour d'état complet) et commande **LQR**.

Dans le processus de conception, nous supposons une installation à une seule entrée à une seule sortie **SISO** (Single inputs Single outputs) en anglais, parce que cette technique est la mieux adaptée, telle que décrite par la fonction de transfert de la position du pendule. Autrement dit, nous voulons contrôler l'angle du pendule sans tenir compte de la position du chariot.

Le rôle du régulateur pour le système en boucle fermée est d'assurer que la réponse présente des caractéristiques dynamiques et stationnaires convenables.

III.4 Commande PID :

Les régulateurs PID répondent à plus de 90% des besoins industriels et le nombre de régulateurs installés dans une usine pétrolière, par exemple, se compte par milliers. Parmi les innombrables méthodes de réglage PID, cette section expose la plus utilisée dans le contrôle des procédés industriels. La méthode universelle de réglage n'existe pas, et il est important de comprendre que c'est la connaissance comportementale du procédé qui induit la méthode à appliquer pour obtenir les paramètres PID d'un réglage satisfaisant. [12]

On peut juger le contrôleur selon les critères suivants :

- Le contrôleur doit être capable de maintenir la variable commandée à sa consigne.
- Le système en boucle fermée doit être stable asymptotiquement et présenter une performance satisfaisante dans une large gamme de fréquences.
- L'influence des perturbations doit être minimale.
- Les réponses à des variations de consigne doivent être rapides et douces.
- Une action de commande excessive doit être évitée (la variable de commande $u(t)$ ne doit pas être trop sollicitée).
- Le système de commande doit être robuste : il doit être insensible aux variations du procédé et aux erreurs du modèle du procédé.

- **Correcteur proportionnel - intégrale – dérivée :**

Les termes proportionnel et intégral peuvent amener un dépassement de la consigne et des oscillations. Cela implique pour le moteur par exemple des inversions de polarité, ce qui est loin d'être idéal. Pour limiter ce phénomène indésirable, on introduit un troisième élément qui est le terme dérivé. Son action va dépendre du signe et de la vitesse de variation de l'erreur, et sera opposée à l'action proportionnelle. Elle devient prépondérante aux abords de la valeur demandée lorsque l'erreur devient faible, que l'action du terme proportionnel faiblit et que l'intégrale varie peu : elle freine alors le système, limitant le dépassement et diminuant le temps de stabilisation. Le schéma général de la boucle fermée est donné par :

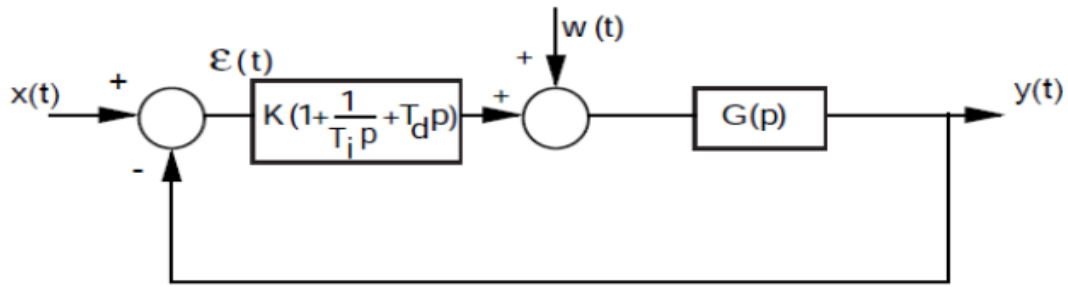


Figure III.2 Commande PID

L'intérêt du correcteur PID est d'intégrer les effets positifs des trois corrections. La détermination des coefficients K_p , K_i , K_d du correcteur PID permet d'améliorer à la fois la précision (K_p et K_d), la stabilité (K_d) et la rapidité (K_p , K_d).

Le réglage d'un PID est en général assez complexe, des méthodes pratiques de réglages permettent d'obtenir de bons résultats.

Il est régi par la relation suivante :

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt}$$

Sa fonction de transfert est donnée par :

$$C(p) = K_p + \frac{K_i}{p} + K_d p = K_p \left(1 + T_d p + \frac{1}{T_i p} \right) \quad (\text{III.1})$$

En général, on a les qualités suivantes du correcteur PID :

- L'action proportionnelle est souvent utilisée pour la rapidité du système bouclé ;
- L'action intégrale est employée pour améliorer l'erreur en régime permanent ;
- L'action dérivée assure l'amélioration de la stabilité.

Les effets de ce régulateur sont résumés dans le **tableau III.1** :

Coefficient	Temps de montée	Temps de stabilisation	Dépassement	Erreur Statique
K_p	Diminue	Augmente	Augmente	Diminue
K_i	Diminue	Augmente	Augmente	Annule
K_d	—	Diminue	Diminue	-

Tableau III.1 Influence des paramètres d'un PID série sur le système qu'il corrige si l'on augmente séparément l'action proportionnelle (P), intégrale (I) ou dérivée (D).

L'objectif est donc de trouver un compromis entre les trois paramètres. Cela, afin de satisfaire le cahier de charge.

III.4.1 Les différentes structures du PID :

Différentes possibilités d'associations des modules P, I et D existent. Ces structures sont fonctionnellement équivalentes, et il est facile de convertir les coefficients utilisés dans l'une pour obtenir ceux d'une autre. Les trois configurations les plus utilisées sont :

- **La structure parallèle**

La transformée de Laplace de la loi de commande est de la forme :

$$C(p) = K_p e(p) + K_i \frac{e(p)}{p} + K_d \cdot P \cdot e(p) \quad \text{III.2}$$

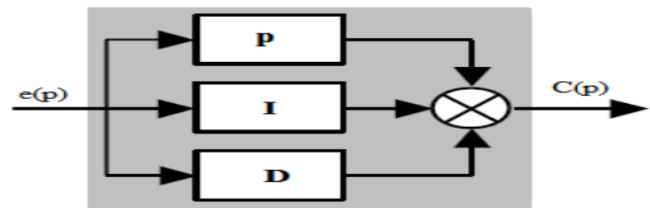


Figure III.3– La structure parallèle

- **La structure mixte :**

$$C(p) = K_p e(p) \left[K_i \frac{1}{p} + K_d \cdot P \right] \quad \text{III.3}$$

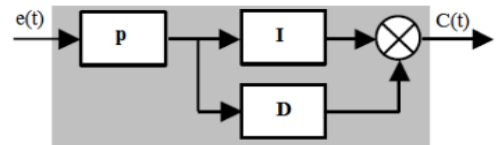


Figure III.4 – La structure mixte

La structure série :

$$C(p) = e(p) K_p \left[K_i \frac{1}{p} \right] [K_d \cdot P] \quad \text{III.4}$$

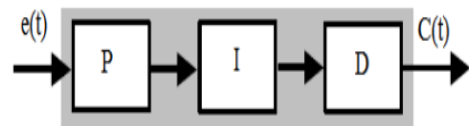


Figure III.5 – La structure série.

III.4.2 Méthodes de synthèse du régulateur PID par le lieu des racines :

Le contrôle en PID a été utilisé pour stabiliser la position du pendule. Le contrôleur tentera de maintenir le pendule verticalement vers le haut lorsque le chariot est soumis à une impulsion de 1 Nsec. Dans ces conditions, les critères de conception sont:

- Temps de stabilisation inférieur à 5 secondes.
- Le pendule ne doit pas s'éloigner de plus de 0,05 radian de la verticale.

III.4.2.1 Structure du système :

Essayons de contrôler la position du pendule, qui devrait revenir à la verticale après la perturbation initiale, le signal de référence que nous suivons devrait être nul. Ce type de situation est souvent appelé problème de régulation. La force externe appliquée au chariot peut être considérée comme une perturbation impulsive. Le schéma de ce problème est illustré ci-dessous :

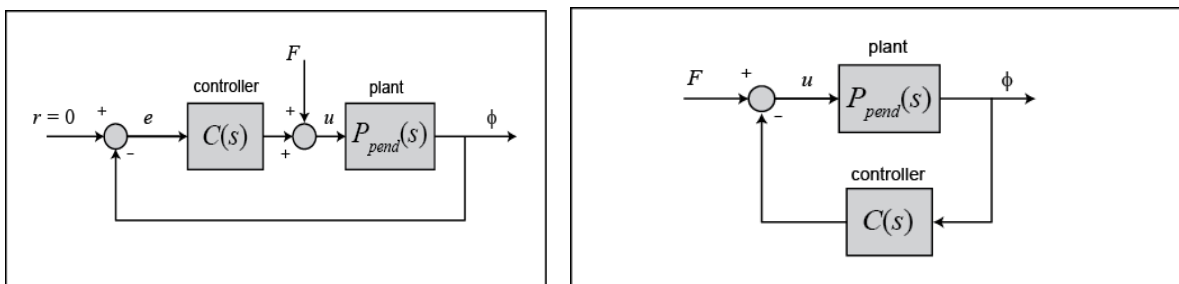


Figure III.6 Structure du système avec contrôleur

La fonction de transfert résultante $T(s)$ pour le système en boucle fermée avec une entrée force F à une sortie l'angle de pendule ϕ est alors déterminée comme suite :

$$T(S) = \frac{\phi(S)}{F(S)} = \frac{P_{pen}}{1 + C(S)P_{pend}} \quad (III.5)$$

Nous allons ensuite définir un contrôleur PID.

Il existe plusieurs outils de conception de contrôleurs ; nous utiliserons comme outil principal de design le lieu des racines [13].

Soit l'asservissement de la figure :

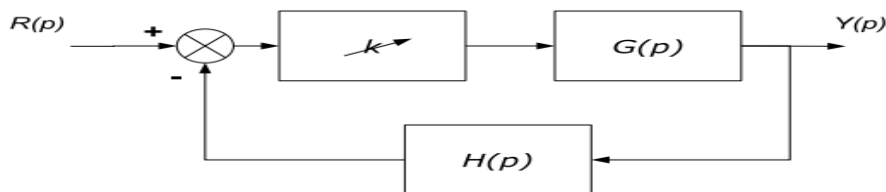


Figure III.7 Système asservi avec une correction proportionnelle de gain k

Le lieu des racines (appelé également lieu d'Evans) est le nom donné au tracé, dans le plan complexe, de l'évolution des pôles de la boucle fermée en fonction d'un gain k variant de 0 à $+\infty$. Les pôles de la fonction de transfert en boucle fermée sont les racines de l'équation caractéristique : $1 + kT(p) = 0$.

où $T(p) = G(p)H(p)$ est la fonction de transfert en boucle ouverte lorsque $k = 1$.

Le lieu des racines est une représentation graphique de l'équation caractéristique ; il décrit donc l'égalité $k.T(p) = -1$ pour toutes les valeurs de k c'est à dire que le lieu doit respecter :

- La condition des modules $|kT(p)| = 1$;
- La condition des angles $\arg \{kT(p)\} = \pi \text{ mod } 2\pi$.

Nous nous servons d'outils informatiques mis à notre disposition (La commande MATLAB **rlocus**) qui génère les tracés du lieu de racine, il faut cependant savoir valider et interpréter les résultats qu'ils nous renvoient. Afin de savoir appréhender un lieu des racines tracé par Matlab.

La règle des points de départ ($k \rightarrow 0$) et d'arrivée ($k \rightarrow \infty$). En posant $T(p) = N(p)/D(p)$ on a :

- Pour $k \rightarrow 0$: $1 + k N(p)/D(p) = 0 \Rightarrow D(p) = 0$ les points de départ sont les pôles de la boucle ouverte ;
- Pour $k \rightarrow +\infty$: $1 + k N(p)/D(p) = 0 \Rightarrow N(p) = 0$ Les points d'arrivée sont les zéros de la boucle ouverte + directions asymptotiques (le nombre de directions asymptotiques égale la différence entre le nombre de pôles et le nombre de zéros de la boucle ouverte).

L'emplacement s calculé à partir de l'expression suivante : $s = \frac{\sum \text{pôles} - \sum \text{zéros}}{\# \text{pôles} - \# \text{zéros}}$

Nous pouvons créer le contrôleur PID dans MATLAB en utilisant la commande **ZPK** qui crée un modèle en spécifiant les zéros, les pôles et le gain du système [14].

En résumé nous devons :

- Examiner l'emplacement des pôles et des zéros en boucle ouverte du système.
- le gain multiplicatif K du système en boucle fermée.
- Examiner l'emplacement du lieu des racines pour les valeurs de K . par rapport aux côté droit de l'axe imaginaire.

En général, le principe de lieu d'EVANS consiste à tirer les branches dominantes de notre lieu de racine vers la gauche dans le plan complexe.

- ✓ Tirer les branches => ajout des zéros à notre contrôleur => réduira le nombre d'asymptotes
- ✓ Pour annuler le zéro il faut ajouter un pôle (un intégrateur) $C = 1 / s$, via le contrôleur.

L'expression du contrôleur serait donc : $C * P_{\text{pend}}$ (III.6)

En trouvant par la suite que le nombre d'asymptotes était réduit de trois à deux. Ces deux asymptotes seront parallèles à l'axe imaginaire et couperont l'axe réel mais ces résultats sont insuffisants.

Donc on doit ajouter un autre zéro et pour trouver le gain correspondant à un point spécifique du lieu de racine, utilisons la commande **rlocfind**.

III.4.3 Conception du contrôleur PID :

Nous définissons notre contrôleur à l'aide de l'objet **PID** dans MATLAB.

Nous utilisons ensuite la commande de rétroaction pour générer la fonction de transfert en boucle fermée **T(s)** comme illustré dans la figure (3.9).

- Le réglage du contrôleur se fait tout d'abord par l'examen de la réponse du système en boucle fermée à une perturbation impulsionnelle pour cet ensemble initial de gains de contrôle. Soit :

$$K_p = K_i = K_d = 1$$

- Commençons par modifier la réponse en augmentant le gain proportionnel. Augmentons la variable K_p pour voir son effet sur la réponse. $K_p = 100$; $K_i = K_d = 1$.
- Après quelques essais et erreurs, on constate qu'un gain dérivé de $K_d = 20$ fournit une réponse satisfaisante. $K_p = 100$; $K_i = 1$; $K_d = 20$.

III.5 Commande par retour d'état :

Le but de cette section est de synthétiser une loi de commande linéaire par retour d'état pour le pendule inversé. Cette commande est synthétisée sur la base des matrices d'état du modèle linéarisé autour de sa position d'équilibre instable développée précédemment.

Les lois de commande choisies sont la commande par placement de pôles et la commande Linéaire Quadratique (LQR).

III.5.1 Structure de la loi de commande :

Les équations du système en boucle fermée sont [15] :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + De(t) \\ u(t) = e(t) - Lx(t) \end{cases}$$

L'équation d'état du système en boucle fermée s'écrit :

$$\dot{x} = [Ax(t) + B[e(t) - Lx(t)]] = A - BLx(t) + Be(t) \quad (\text{III.7})$$

Par conséquent, la matrice d'état du système en boucle fermée vaut $(A - BL)$.

La dynamique du système en boucle fermée est donc fixée par les valeurs propres de la matrice $(A - BL)$; ces valeurs propres sont les racines de l'équation caractéristique :

$$\text{Det}(SI - (A - BL)) = 0. \quad (\text{III.8})$$

III.5.2 Contrôlabilité :

Le système décrit par l'équation est dit contrôlable à $t=t_0$ s'il est possible de construire un signal de commande sans contrainte qui transférera l'état initial à n'importe quel état final dans un intervalle fini de temps $t_0 \leq t \leq t_1$

Si chaque état est contrôlable, alors le système est dit complètement contrôlable.

La condition nécessaire et suffisante pour que le système (3.5) soit complètement contrôlable, est que le rang de la matrice $(n \times n)$:

$$C_c = |Bc \quad AcBc \quad \dots \quad Ac^{n-1} Bc| \quad (\text{III.9})$$

(Dite matrice de contrôlabilité) soit égale à n .

III.5.3 Placement de pôles par retour d'état :

Nous supposons que toutes les variables d'état sont mesurables et sont disponibles pour la rétroaction. Si le système considéré est complètement contrôlable, alors les pôles du système en boucle fermée peuvent être placés à n'importe quel endroit désiré au moyen d'un retour d'état à travers une matrice de gain approprié.

III.5.3.1 Principe :

Le principe est de déterminer une commande telle que les pôles du système en boucle fermée soient convenablement placés dans le plan complexe et satisfassent des spécifications d'amortissement, et de rapidité [16]. Les pôles de la fonction de transfert étant les valeurs propres de la matrice d'état.

Le but est donc de réaliser un asservissement modifiant convenablement la matrice d'état du système. C'est-à-dire faire imposer au système un comportement spécifié ou des performances désirées à travers l'application d'une loi de commande qui place les pôles du système en boucle fermée aux positions qui réalisent ces performances. La détermination des pôles désirés en boucle fermée est basée sur des critères de réponse transitoire et/ou de réponse fréquentielle, telles que la vitesse, l'amortissement, ou la bande passante, aussi bien que sur des conditions sur le régime permanent.

Autrement dit il s'agit de trouver une loi de commande linéaire, telle que les pôles du système de commande en boucle fermée avec cette loi coïncident exactement avec les racines d'un polynôme :

$$P(s) = s^n + p_n s^{n-1} + \dots + p_2 s + p_1 \quad (\text{III.10})$$

La loi de commande qui satisfait l'objectif précédent est alors appelée : « *commande à placement de pôles* ».

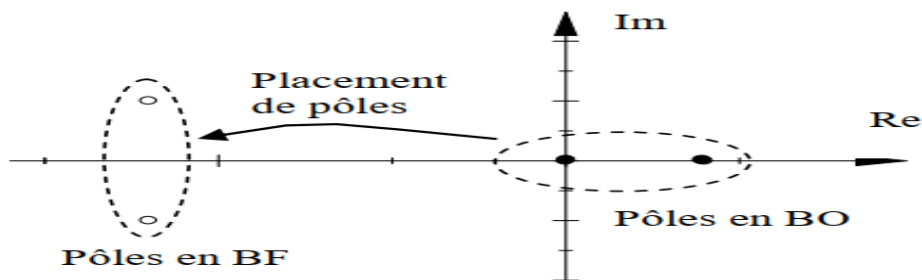


Figure III.8 Principe du placement du pole

En d'autres termes, le principe consiste à introduire des nouveaux paramètres dans un système de telle manière que nous puissions contrôler la localisation des pôles du système en boucle fermée. Le système contrôlé d'ordre n en boucle fermée aura alors une équation caractéristique d'ordre n qui sera de la forme :

$$s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0$$

Alors, si nous pouvons introduire n paramètres dans notre système que nous désirons contrôler et que nous les relierons aux coefficients de l'équation caractéristique ci-dessus, tous les pôles du système en boucle fermée peuvent donc être placés à n'importe quelle position désirée.

Considérons les équations d'état linéaires du système pendule - chariot données par:

$$X' = Ax + Bu - BF \tag{III.11}$$

Avec :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1818 & 2.6727 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.4545 & 31.18 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.8182 \\ 0 \\ 4.5455 \end{bmatrix}$$

En utilisant la loi de commande suivante : $u = -K * x$ (III.12)

La **figure III.9** montre le système défini par l'équation (III.11), en boucle ouverte puis en boucle fermée, sous l'effet de la loi de commande (III.12).

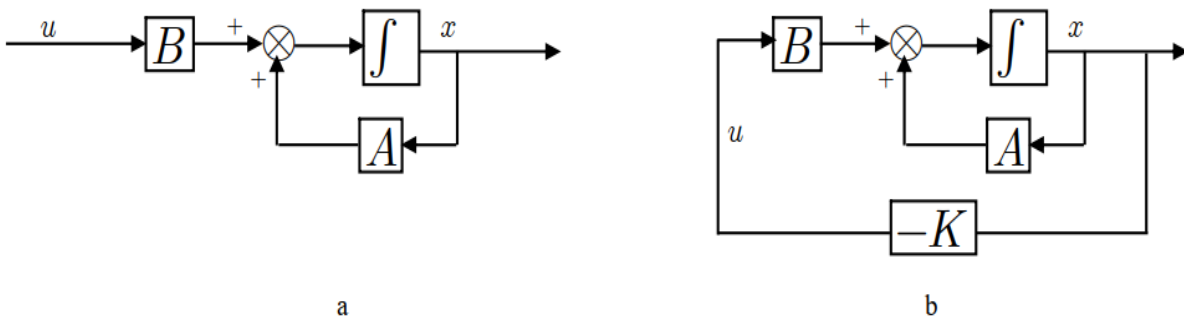


Figure III.9 (a) Système en boucle ouverte, (b) Système en boucle fermée

Ce qui signifie que le signal de commande est déterminé par le vecteur d'état instantané. Une telle loi de commande est appelée retour d'état. La matrice K de dimension (1*n) est appelée matrice de gain.

La substitution de l'équation (III.12) dans l'équation (III.11) donne :

$$X' = (A - BK) * x \tag{III.13}$$

La solution de cette équation est donnée par :

$$X(t) = e^{(A - BK)t} * x(0) \tag{III.14}$$

Où x (0) est l'état initial.

Les caractéristiques de stabilité et de la réponse transitoire sont déterminées par les valeurs propres de la matrice [A-BK]. Si la matrice de gain K est choisie correctement, la matrice [A-BK]

peut être une matrice stable, et pour chaque $x(0) \neq 0$, il est possible que le vecteur $x(t)$ tend vers 0 quand t tend vers l'infini.

Les valeurs propres de la matrice $[A - BK]$ sont appelées les pôles de régulation. Si ces pôles de régulation sont placés dans le côté gauche du plan s , alors $x(t)$ tend vers 0 lorsque t tend vers l'infini. Mais avons tout ça, le système doit vérifier une condition nécessaire et suffisante pour pouvoir placer ses pôles via un retour d'état.

III.5.3.2 Calcul du gain du retour d'état :

Le but est de calculer la matrice de régulation K de façon à imposer les pôles du système bouclé. Ce problème est équivalent à imposer le polynôme caractéristique du système. Soit $P(s)$ le polynôme désiré de degré n .

Pour calculer la matrice de gain K nécessaire pour le placement de pôles, plusieurs méthodes existent dans la littérature. Dans ce qui suit nous exposerons trois d'entre elles.

a) Substitution directe :

Pour les systèmes d'ordre inférieur ou égal à 3, on peut substituer le gain $K = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_n]$ directement dans le polynôme caractéristique $|sI - [A - BK]|$

Si le comportement désiré est spécifié à travers la sélection de n valeurs propres désirées $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ alors le polynôme caractéristique désiré en boucle fermée est donné par :

$$P_{BF}(s) = (s - \mu_1)(s - \mu_2) \dots (s - \mu_n) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n \quad (\text{III.15})$$

Comme le système en boucle fermée doit avoir comme pôles ceux du polynôme désiré, l'égalité suivante doit être vérifiée :

$$|sI - [A - BK]| = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n \quad (\text{III.16})$$

Ce qui donne comme solution les éléments du vecteur gain k_1, k_2, \dots, k_n .

b) Forme contrôlable :

Si le système est contrôlable (qui est la condition nécessaire et suffisante pour le placement des pôles), on peut définir la transformation d'état $x = Tz$, avec la matrice de transformation :

$$W = \begin{bmatrix} \alpha_{n-1} & \alpha_{n-2} & \dots & \alpha_1 & 1 \\ \alpha_{n-2} & \dots & \alpha_1 & 1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$|sI - A| = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n$$

Alors le vecteur gain est donné par la formule :

$$K = [\alpha_n - a_n \quad \alpha_{n-1} - a_{n-1} \quad \dots \quad \alpha_1 - a_1] T^{-1} \quad (\text{III.17})$$

c) **Formule d'Ackermann :**

La formule d'Ackermann pour la détermination de la matrice de gain K est donnée par l'équation suivante :

$$K = [0 \dots 0 \ 1] Cc^{-1} \varphi(A) \quad (\text{III.18})$$

$$\text{Où } \varphi(A) = A^n + \alpha_i A^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} A + \alpha_n I \quad (\text{III.19})$$

Nous venons de voir le principe de détermination des gains d'un système en boucle fermée par placement de pôles.

Les étapes du calcul de la commande sont alors les suivantes :

1. Calcul de la matrice $(A - BL)$.
2. Calcul du polynôme caractéristique de $(A - BL)$. Il vaut $\det (sI - (A - BL))$.
3. Identification du polynôme caractéristique de $(A-BL)$ avec le dénominateur de la fonction de transfert de la boucle fermée.

III.6 Commande linéaire quadratique (LQR) :

On parle de commande linéaire quadratique : LQ ou LQR pour « linear Quadratic regulator », le système est linéaire et la commande est quadratique, la commande optimale est un retour d'état sous la forme:

$$U = -K.x(t)$$

Qui a pour but de minimiser Le critère quadratique J qui s'exprime par la formule suivant :

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (\text{III.20})$$

Ou x présente le vecteur d'état, Q est une matrice diagonale de pondération d'ordre (nxn) qui assure la pénalisation du vecteur d'état pour chaque variable d'état selon le coefficient attribué, R est un scalaire qui représente la pénalisation sur l'énergie fournie en entrée. [17]

Situation :

On veut amener x à un état désiré :

- A moindre cout.
- Bien réagir aux perturbations.
- Contrôler U linéairement grâce à x de manière optimale.

III.6.1 Présentation de la méthode LQR :

Pour contrôler U linéairement grâce à x , on utilise la loi de commande : $U(t) = -Kx(t)$.

Le problème est de trouver un retour d'état stabilisant, optimal au sens du compromis rapidité, performance et énergie de commande. Il s'agit donc de trouver la matrice de gain du retour d'état K . Si on travaille en temps fini, R varie avec le Temps. On observe tout de même que R est constant sur une grande portion ; il ne varie qu'au début de l'asservissement, par exemple lors du décollage d'un avion, ou bien à son atterrissage. On sépare donc le problème en deux :

- Trouver le K de la partie constante, qui servira pour la plus grande partie du temps d'asservissement.
- Trouver tous les K correspondant à tous les σ de la partie critique, mais cela nécessite des calculs lourds, car il faut effectuer des calculs en récurrence inversée. C'est pour cela que dans les cas d'asservissements non critiques, on choisit souvent de les ignorer.

III.6.2 Le critère du compromis :

Vitesse de rejet de perturbations :

$$J_x = \sum_{n=1}^{\infty} X_d^T(k) Q X_d(k) \quad (\text{III.21})$$

Énergie de commande :

On peut évaluer l'énergie de commande par le critère : $J_U = \sum_{n=1}^{\infty} U^T(k) R U(k)$ (III.22)

Critère de compromis :

$$J(x_0, k_{0,u}) = J_U + J_x = \sum_{n=1}^{\infty} X_d^T(k) Q X_d(k) + \sum_{n=1}^{\infty} U^T(k) R U(k)^2 \quad (\text{III.23})$$

Où : R et Q : Sont des matrices de pondération symétriques définies positive et semi positive respectivement.

$$U^T(k) R U(k) > 0, X_d^T(k) Q X_d(k) \geq 0. \quad (\text{III.24})$$

Dans le cas d'un problème LTI (linéaire à temps invariant) le gain du retour statique l est une constante, les matrices Q et R doivent être spécifiées : les performances de la commande dépendent fortement des valeurs numériques des coefficients de ces matrices.

L'opérateur doit choisir les matrices de pondération. Ce résultat est important du point de vue des applications, car il permet de mettre en œuvre une commande en boucle fermée (**Figure III.9 b**) Fonction de l'état du système ; le gain de retour K est constant et ne dépend que des paramètres du système et des matrices de pondérations Q et R du critère d'optimisation.

III.6.3 Choix des matrices de pondération :

La commande LQR permet de calculer une loi de commande linéaire optimale grâce à une fonction de cout J, que LQR minimise. Q et R sont alors les matrices de pondération de x et u de la fonction de cout.

La détermination du signal de commande demande de fixer les matrices de pondération R et Q. Ce degré de liberté permet de gérer quelques problèmes pratiques. Par exemple, Q peut être choisi relativement large dans les premiers instants pour pénaliser les erreurs initiales généralement importantes puis diminuer en régime permanent. Cependant, pour simplifier la détermination de ces matrices, il est généralement préféré de les rendre invariantes et diagonales. En effet, en procédant ainsi, on se ramène au choix de m scalaires pour R et n scalaires pour Q. Une approche simple consiste à :

- 1) choisir simplement des matrices de pondération de type identité ;
- 2) Accélérer ou décélérer globalement la dynamique du système en multipliant la matrice Q par un scalaire supérieur ou inférieur à 1, jusqu'à obtenir une dynamique moyenne adaptée. Si l'analyse du système met en évidence que certains états présentent des dynamiques relatives trop lentes (resp. Rapides), les éléments diagonaux correspondants peuvent alors être augmentés (resp. Diminues).
- 3) modifier les valeurs des éléments diagonaux de la matrice R en fonction des sollicitations admissibles au niveau des actionneurs.

Ces étapes sont généralement réitérées jusqu'à obtenir un correcteur satisfaisant le cahier des charges. Remarquez que la multiplication de ces matrices par un même scalaire laisse inchangée la matrice K. Cependant, Q doit être semi-définie positive et R définie positive. Elles expriment les préférences de l'ingénieur pour le contrôle sur A et B. Pour commencer, on se limite à l'élaboration de matrices de pondération diagonales. Il n'existe pas de manière systématique pour les calculer car elles ne représentent que des préférences mais il existe certaines heuristiques pour se donner une valeur de départ selon la règle de **Bryson**.

On peut ensuite affiner les matrices initiales jusqu'à un résultat satisfaisant avec la méthode de tâtonnement.

$$R = \text{diag}(r_1, r_2 \dots r_m) ; Q = \text{diag}(q_1, q_2 \dots q_n) \quad (\text{III.25})$$

$$q_i = \frac{1}{\text{sup}(y_i)} ; i = 1, 2, \dots, n \quad r_i = \frac{1}{\text{sup}(u_i)} ; i = 1, 2, \dots, m$$

III.6.4 Recherche du gain du retour K :

Pour trouver le gain du retour K en temps infini, on applique la formule suivante :

$$K = (R + B_d^T P B_d)^{-1} B_d^T P A_d \quad (\text{III.26})$$

P est obtenu par la résolution de l'équation de **Riccati** :

$$K = Q + A_d^T (P - P B_d (R + B_d^T P B_d)^{-1} B_d^T P) A_d = 0 \quad (\text{III.27})$$

En rapportant la commande (III.12) formulée en (III.11), dans l'équation d'état, on obtient l'équation différentielle décrivant le comportement du système en boucle fermée :

$$\dot{x}(k) = (A_d - B_d k)x(k) \quad (III.28)$$

III.6.5 Organigramme de calcul de la loi de commande LQR :

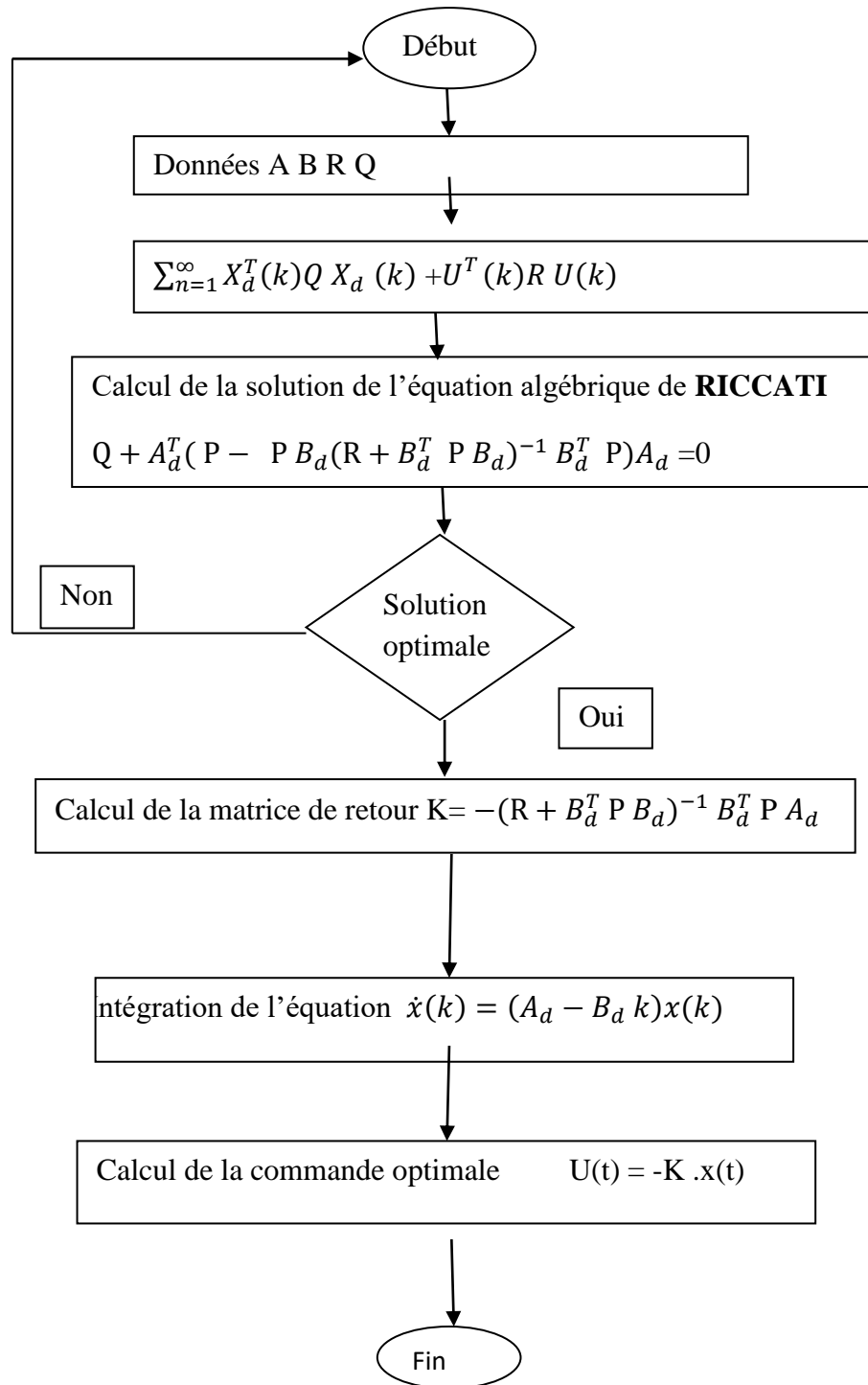


Figure III.10 Organigramme de calcul de la loi de commande optimale quadratique.

Un schéma explicite du système de commande optimale avec critère quadratique est donné comme suit :

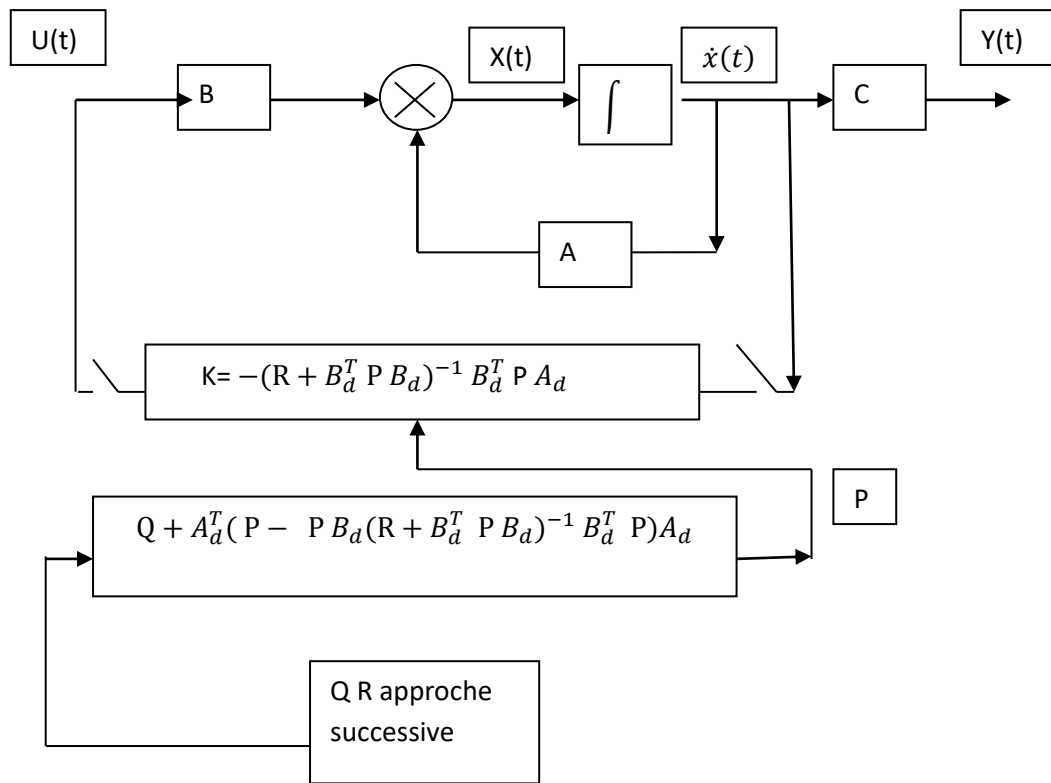


Figure.III.11 commande optimale en boucle fermée

La différence avec la commande par placement de pôles apparaît dans le fait que la matrice de gain K est calculé en fonction des contraintes imposées sur le système, contraintes qui s'expriment à travers les pondérations R et Q .

Le schéma de commande du pendule inversé par la commande **LQR** est le même que celui de la commande par placement de pôles

Ou :

$X(t)$: vecteur d'état de dimension $(n \times 1)$.

A : matrice d'état du système de dimension $(n \times n)$.

$U(t)$: vecteur de commande de dimension $(q \times 1)$.

B : matrice de commande de dimension $(n \times q)$.

$Y(t)$: vecteur de mesure en sortie de dimension $(p \times 1)$.

C : matrice d'observation de dimension $(n \times n)$.

D : est la matrice d'intervention directe de l'entrée sur la sortie de dimension $(p \times q)$.

III.7 Commande non linéaire par logique floue :

La logique floue est développée par Lotfi A. Zadeh en 1965 à partir de sa théorie des sous-ensembles flous. Les sous-ensembles flous sont une manière mathématique de représenter l'imprécision de la langue naturelle, ils peuvent être considérés comme une généralisation de la théorie des ensembles classiques [18].

La logique floue est aussi appelée "logique linguistique" car ses valeurs de vérité sont des mots du langage courant : "plutôt vrai, presque faux, loin, si loin, près de, grand, petit...". La logique floue a pour objectif l'étude de la représentation des connaissances imprécises, des raisonnements approchés [19]. Elle cherche à modéliser les notions vagues du langage naturel pour pallier l'inadéquation de la théorie des ensembles classiques dans ce domaine. [20]

Dans cette partie, nous présentons un rappel sur la terminologie de base, les concepts de la logique floue, et les différents types de contrôleurs flous.

III.7.1 Théorie des sous-ensembles :

Dans la théorie des ensembles classiques, l'appartenance d'un élément à un sous-ensemble est booléenne (un ou zéro). Les sous-ensembles flous permettent en revanche de connaître le degré d'appartenance d'un élément au sous-ensemble.

Un sous-ensemble flou A d'un univers du discours U est caractérisé par une fonction d'appartenance. [18]

$$\mu_A: U \rightarrow [0,1]$$

Ou $\mu_A(x)$ est le niveau ou degré d'appartenance d'un élément de l'univers de discours U dans le sous ensemble flou. On peut définir aussi un sous-ensemble flou A dans l'univers du discours U comme suit :

$$\bar{A} = \{(x, \mu_{\bar{A}}(x)) | x \in U\} \quad (\text{III.29})$$

En attribuant aux éléments x de X un degré d'appartenance, on remarque les trois cas suivants :

$$\begin{cases} \mu_A(x) = 0 \\ 0 < \mu_A(x) < 1 \\ \mu_A(x) = 1 \end{cases}$$

$\mu_A(x)$: La fonction d'appartenance.

Ou $\mu_A(x) = 0$ si x n'appartient pas à A ; $0 < \mu_A(x) < 1$ s'il appartient partiellement à A ;

Et $\mu_A(x) = 1$ s'il appartient entièrement à A . [21]

III.7.2 Univers du discours :

L'ensemble de références d'un mot du langage naturel s'appelle l'univers du discours. On peut le définir comme un ensemble de terme qui évoque le même concept mais a différents degrés. Il peut être fini ou non.

III.7.3 Variables linguistiques :

Une variable linguistique est une variable qui représente un état dans le système dont les valeurs sont des mots ou des phrases utilisées couramment dans une langue naturelle, chaque variable est caractérisée par un ensemble tel que :

$$\{X \ T(x) \ U \ G \ M\}$$

Dont : x est le nom de la variable.

$T(x)$ est l'ensemble des valeurs linguistiques que peut prendre x .

U est l'univers du discours associé avec la valeur de base.

G est la règle syntaxique pour générer les valeurs linguistiques de x .

M est la règle sémantique pour associer un sens à chaque valeur linguistique.

III.7.4 Les règles linguistiques :

L'idée principale des systèmes basés sur la logique floue, est d'exprimer la connaissance humaine sous forme des règles linguistiques de forme **si...Alors...** [22] chaque règle a deux parties :

- Partie antécédente (prémisse ou condition), exprimée par **si**
- Partie conséquence (conclusion) exprimée par **Alors**

La partie antécédente est la description de l'état du système. La partie conséquence exprime l'action que l'opérateur doit exécuter. Chaque règle floue est basée sur l'implication floue.

Il y a plusieurs formes de règles floues, la forme générale est :

Si (un ensemble de conditions est satisfait) **Alors** (un ensemble de conséquences peut être exécuté).

a) Support :

Il décrit l'ensemble des éléments qui sont partiellement dans A :

$$S(A) = \{x \in U / \mu_A(x) > 0\} \tag{III.30}$$

- L'élément x de X tel que $\mu_A(x) = 0.5$ est appelé « **point de commutation** ».
- Un ensemble flou dont le support est un singleton dans X avec $\mu_A(x) = 1$ est appelé « **Singleton flou** ».

b) Hauteur :

C'est la valeur maximale de la fonction d'appartenance, elle est donnée par la relation suivante :

$$h(A) = \max_{x \in X} \{ \mu_A(x) \} \quad (III.31)$$

Un sous ensemble flou est dit normalisé sa hauteur vaut 1 [23].

c) Noyau :

On peut définir le noyau par l'équation suivante : C'est l'ensemble des éléments booléens qui appartiennent totalement à l'ensemble flou A, pour les fonctions de type triangulaire, le noyau est un singleton qui est appelé aussi valeur modale [22].

$$\eta(A) = \{ x \in X / \mu_A(x) = 1 \} \quad (III.32)$$

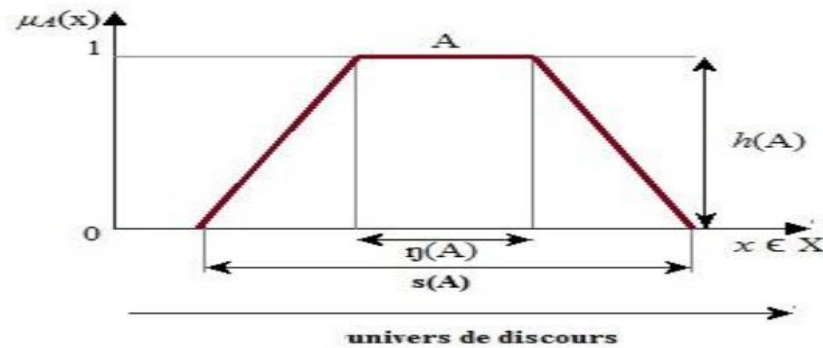


Figure III.12 Caractéristiques d'un sous-ensemble flou A [21]

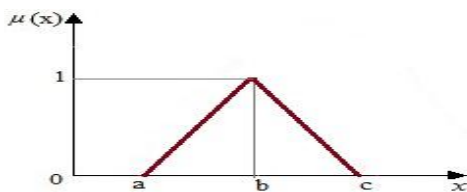
d) Fonction d'appartenance :

Soit un ensemble E et un sous-ensemble A de E ($A \subset E$) et x un élément de A appartenant à A ($x \in A$). Pour illustrer cette caractéristique, on utilise la fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ compris entre 0 et 1, qui représente le degré d'appartenance de x à l'ensemble flou A. Le plus souvent, la fonction d'appartenance est déterminée par l'une des fonctions suivantes :

Voici les Figures des fonctions d'appartenance :

1) Fonction triangulaire

Elle est définie par trois paramètres (a, b, c) qui déterminent les coordonnées des trois sommets (figure a)

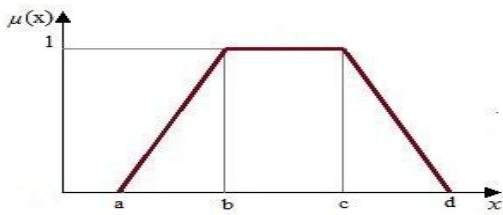


$$\mu(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right) \quad (III.33)$$

(a) Triangulaire

2) Fonction trapézoïdale :

Elle est définie par la relation suivante :

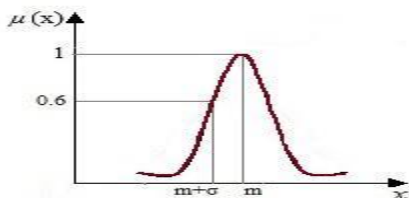


$$\mu(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right) \quad (\text{III.34})$$

(b) Trapézoïdale

3) Fonction gaussienne :

Elle est définie par deux paramètres (σ, m)

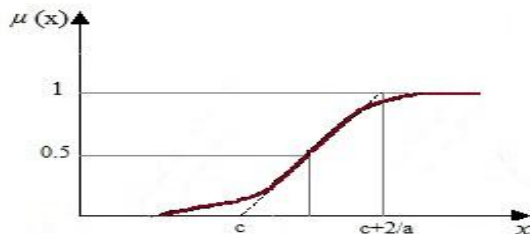


$$\mu(x) = \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{III.35})$$

(c) Gaussienne

d) Fonction sigmoïde :

Elle est définie par deux paramètres (a, c) :



$$\mu(x) = \frac{1}{1 + \exp(-a(x-c))} \quad (\text{III.36})$$

(d) Sigmoïde

III.7.5 Les opérations sur les ensembles flous :

Le concept de sous-ensemble flou de l'ensemble X étant une généralisation de la notion de sous-ensemble classique de X , ces opérations sont choisies de façon à être équivalentes aux opérations classiques de la théorie des ensembles lorsque les fonctions d'appartenance ne prennent que les valeurs 0 ou 1 étant donné deux sous-ensembles flous A et B de X .

– **Egalité :**

On dit que les deux sous-ensembles flous A et B sont égaux si leurs fonctions d'appartenance prennent la même valeur pour tout élément de X .

$$A=B \text{ si et seulement si } \mu_A(x) = \mu_B(x); \forall x \in E \quad (\text{III.37})$$

– **Union :**

L'union de deux sous-ensembles flous A et B de X est le sous-ensemble flou que l'on note $A \cup B$, tel que :

$$U_{A \cup B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)]; \forall x \in E \quad (\text{III.38})$$

–

– **Intersection :**

L'intersection de deux sous-ensembles flous A et B de X est le sous-ensemble flou C , que l'on note

$$A \cap B, \text{ tel que : } U_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]; \forall x \in E \quad (\text{III.39})$$

– **Complément :**

Le complément A' d'un sous-ensemble flou A de X est défini comme le sous ensemble flou de X de la fonction d'appartenance. Il est donné par l'équation suivante :

$$\mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x); \forall x \in E \quad (\text{III.40})$$

– **Inclusion :**

On dit que A est inclus dans B et on note $A \subseteq B$ si leurs fonctions d'appartenance sont telles que

$$A \subseteq B \text{ si et seulement si } \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad (\text{III.41})$$

III.7.6 La commande floue :

La commande floue est un domaine d'application de la théorie des ensembles flous qui a été proposé par L. Zadeh et développé après par plusieurs chercheurs comme (Mamdani, Assilian, etc.). Son but est de traiter des problèmes de commande de processus (machines-outils, procédés industriels, véhicules sans pilote...etc.), c'est-à-dire de gérer un processus en fonction d'une consigne donnée par action sur les variables qui décrivent le processus, mais son approche est différente de l'automatique. Elle se sert des connaissances des experts ou d'opérateurs qualifiés travaillant sur le processus. [27]

III.7.6.1 Description générale d'un contrôleur flou :

Un contrôleur flou est un système à base de connaissances, utilisant un raisonnement en profondeur limité, dans une procédure de chaînage avant règles (activation des règles par les prémisses). On peut distinguer plusieurs étapes dans le traitement des règles. Un schéma représentatif peut être le suivant :

Les variables caractéristiques du système à commander et les consignes définissent les variables d'entrée du contrôleur flou. Les variables caractéristiques sont en général, les grandeurs de sortie du processus et d'autres mesures déterminantes pour saisir l'évolution dynamique du processus. Les variables de sortie du contrôleur flou sont les commandes à appliquer au processus. La base de connaissances est composée d'une base de données et d'une base de règles.

La base de données regroupe :

- Les ensembles flous associés aux variables d'entrée et de sortie du contrôleur flou,
- Les facteurs d'échelle (gains) en entrée (normalisation) et en sortie (dénormalisation).

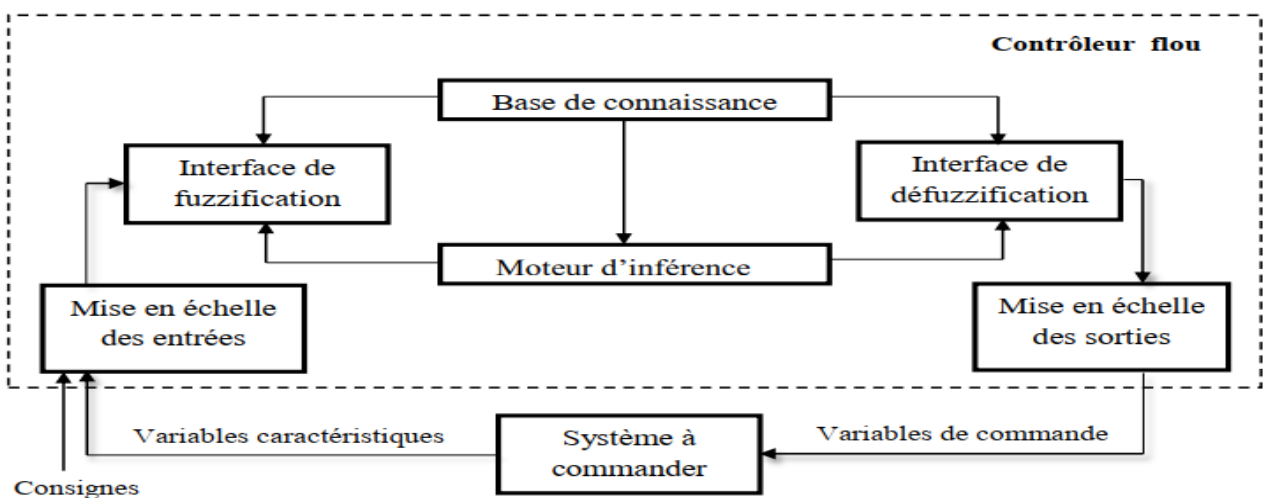


Figure III.13 structure de base d'un contrôleur flou [24].

III.7.6.2 Interface de fuzzification :

C'est l'étape de transformation des variables physiques en valeurs floues au travers de variables linguistiques. La fuzzification est la procédure qui interface l'état non flou du système au domaine flou, dans cette étape la variable non floue x est conditionnée par les fonctions d'appartenance pour obtenir les valeurs floues $\mu_A(x)$ Correspondantes. Les systèmes à logique floue traitent des variables floues et fournissent des résultats et des variables de sorties elles-mêmes floues, la fuzzification est l'étape qui consiste en la quantification floue des valeurs réelles d'une variable.

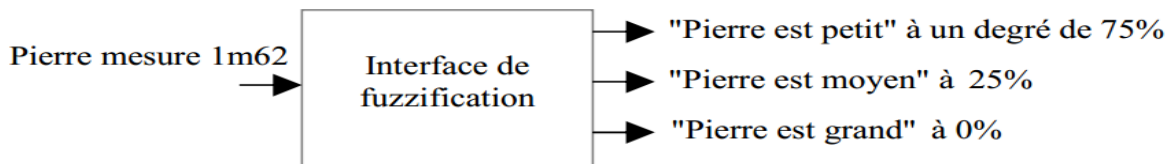


Figure III.14 structure de base d'un contrôleur flou

Mais Comment fuzzifier ?

Pour fuzzifier, il faut donner.

1. L'univers du discours : Plage de variations possibles de l'entrée considérée.
2. Une partition en classes floues de cet univers.
3. Les fonctions d'appartenances de chacune de ces classes.

Il faut fuzzifier les entrées et les sorties du processus flou. La fuzzification des variables est une phase délicate du processus mis en œuvre par la logique floue. Elle est souvent réalisée de manière itérative et requiert de l'expérience.

Exemple : Un exemple de fuzzification continue est illustré sur la figure, pour une seule variable x avec des fonctions d'appartenance trapézoïdales. Ainsi si $x_i = 0,2$ après fuzzification le sous-ensemble flou $\mu(x_1) = (\mu_N \mu_Z \mu_P) = (0, 0,8, 0,2)$

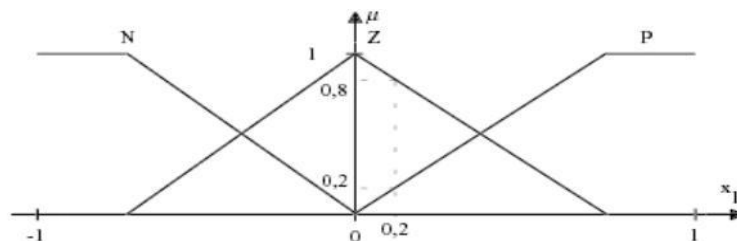


Figure.III.15 Fuzzification continue avec trois fonctions d'appartenance

Cependant la forme de ces sous-ensembles est définie par :

- Les fonctions d'appartenance.
- Les positions des fonctions d'appartenance.
- Les chevauchements des fonctions d'appartenance.

Les sous-ensembles d'entrées doivent se chevaucher partiellement afin qu'il n'y ait pas des zones indéterminées, tandis que pour ceux de sorties, cette précaution n'est pas nécessaire. Éviter d'imbriquer plus de deux sous-ensembles, sinon il y'a des problèmes d'instabilité.

III.7.6.3 Base de connaissances:

La conception d'une base de connaissances représente la phase dans la conception des systèmes experts. Elle comprend la base de données et la base des règles floues [25].

➤ La base de données :

Contient la définition des ensembles flous, les facteurs d'échelle pour la normalisation des ensembles de référence et la partition de l'espace flou d'entrée et sortie.

➤ La base des règles floues :

La base de règle contient des règles de la forme :

« Si X1 est A1 et X2 est A2 Et Xn est An alors Y est B »

Ou X1 X2 Xn Y sont des grandeurs physiques caractéristiques du système et du problème de commande.

A1 A2...An et B sont des labels linguistiques.

Suivant la nature de B on parlera de :

- Règles à conclusion symbolique (contrôleur de type **Mamdani**) : B est une valeur linguistique.

Exemple :

Si l'erreur est « Négatif Moyen » et la variation de l'erreur est « Positif Petit » **Alors** la commande est « Négatif Petit ».

- Règles à conclusion algébrique (contrôleur de **Sugeno**) : B est une valeur numérique (singleton) ou une équation mathématique bien précise (non floue).

Exemple :

Si l'erreur est « Négatif Moyen » et la variation de l'erreur est « Positif Petit » **Alors** la commande est -0.3. Lorsque B est une valeur numérique on parle de règles de **Takagi-Sugeno** « d'ordre zéro », sinon, de règles à conclusion polynomiale [22].

Mac Vicar-Whelan ont observé que les bases de règles proposées par King et Mamdani étaient incomplètes [24]. Ils ont fait une analyse détaillée sur ces bases de règles et proposé une matrice de règles (voir tableau) qui possède deux entrées, l'erreur et sa variation, en se basant sur les deux principes suivants:[26]

➤ Si la sortie est égale à la valeur désirée et la variation de l'erreur est nulle, la Commande sera maintenue constante.

➤ Si la sortie diverge de la valeur désirée, l'action sera dépendante du signe de la Valeur de l'erreur et de sa variation.

➤ Si les conditions sont telles que l'erreur peut être corrigée par elle-même, alors la Commande sera maintenue. Dans le cas contraire, la commande sera changée pour avoir des résultats satisfaisants.

y		e				
		NG	NP	ZE	PP	PG
Δe	NG	NG	NG	NP	NP	ZE
	NP	NG	NP	NP	ZE	PP
	ZE	NP	NP	ZE	PP	PP
	PP	NP	ZE	PP	PP	PG
	PG	ZE	PP	PP	PG	PG

Tableau III.2 Matrice d'inférence complète de **Mac Vicar-Whelan** pour variables d'entrée e , Δe .

III.7.6.4 Moteur d'inférence floue :

C'est un mécanisme de décision. Il permet à partir d'un fait observé de la base des règles floues une décision en exploitant le raisonnement approximatif. Dans les inférences de régulateur par logique floue interviennent les opérateurs **ET** et **OU**. L'opérateur **ET** s'applique aux variables à l'intérieur d'une règle tandis que l'opérateur **OU** lie les différentes règles. Il existe plusieurs méthodes pour réaliser ces opérateurs dans une inférence et qui s'appliquent aux fonctions d'appartenance à savoir [25]:

- Méthode d'inférence max-min (Mamdani).
- Méthode d'inférence max-produit (Larsen).
- Méthode d'inférence somme-produit (Sugeno).

a) Méthode d'inférence max-min :

La méthode d'inférence max-min réalise au niveau de la condition l'opérateur OU par la formation du maximum et l'opérateur ET par la formation du minimum ainsi que l'implication Alors est réalisée par la formation du minimum. Pour chaque règle, on obtient la fonction d'appartenance partielle par la relation :

$$\mu_{Ri}(x_R) = \min[\mu_{ci}, \mu_{\sigma i}(x_R)]; i = 1, 2, \dots, m, \quad (\text{III.42})$$

Où $\mu_{oi}(x_R)$ est la fonction d'appartenance liée à l'opération imposée par la règle Ri, μ_{ci} est le facteur d'appartenance. La fonction d'appartenance résultante est alors donnée par :

$$\mu_{Res}(x_R) = \max[\mu_{R1}(x_R), \mu_{R2}(x_R), \dots, \mu_{Rm}(x_R)] \quad (\text{III.43})$$

b) Méthode d'inférence max-produit :

La méthode d'inférence max-produit réalise en général, au niveau de la condition, l'opérateur OU par la formation du maximum et l'opérateur ET par la formation du minimum, et l'implication Alors est réalisée par la formation du produit. Pour chaque règle, on obtient la fonction d'appartenance partielle par la relation :

$$\mu_{Ri}(x_R) = \mu_{ci} * \mu_{\sigma i}(x_R); i = 1, 2, \dots, m \quad (\text{III.44})$$

Pour la fonction d'appartenance résultante, on obtient :

$$\mu_{Res}(x_R) = \max[\mu_{R1}(x_R), \mu_{R2}(x_R), \dots, \mu_{Rm}(x_R)] \quad (\text{III.45})$$

c) Méthode d'inférence somme-produit :

Par opposition aux méthodes d'inférence précédentes, la Méthode d'inférence somme produit réalise, au niveau de la condition, l'opération OU par la formation de la somme, plus précisément par la valeur moyenne, tandis que l'opération ET est réalisée par la formation du produit et l'implication Alors est réalisée par la formation du produit.

En toute généralité, on obtient la fonction d'appartenance partielle $\mu_{Ri}(x_R)$ de chaque règle par la relation :

$$\mu_{Ri}(x_R) = \mu_{ci} * \mu_{\sigma i}(x_R); i = 1, 2, \dots, m \quad (\text{III.46})$$

La fonction d'appartenance résultante est donnée par :

$$\mu_{Res}(x_R) = \sum[\mu_{R1}(x_R), \mu_{R2}(x_R), \dots, \mu_{Rm}(x_R)]/m \quad (\text{III.47})$$

Où m est le nombre de règles intervenant dans l'inférence.

III.7.6.5 Interface de défuzzification :

La stratégie de commande utilisée est décrite par un ensemble de déclaration linguistique ou règles. Puisque le processus exige à ses entrées des valeurs non floues, l'ensemble flou de sortie du régulateur doit être défuzzifié. La défuzzification est l'opération qui consiste à extraire d'un ensemble flou une valeur numérique considérée comme valeur significative. Dans la commande en temps réel, un critère de choix de la commande de défuzzification est la simplicité de calcul. Les méthodes les plus utilisées sont [24]

- Méthode de centre de gravité.
- Méthode du maximum.
- Méthode de la moyenne des maximas.

a) Méthode de centre de gravité :

La commande résultante U_r représente le centre de gravité de l'ensemble flou inféré :

Dans le cas discret :
$$u_r = \frac{\sum_{i=1}^n u_i \mu_{Res}(u_i)}{\sum_{i=1}^n \mu_{Res}(u_i)} \quad (III.48)$$

n : Le nombre de niveaux de quantification de la sortie du contrôleur flou.

Dans le cas continu :
$$u_r = \frac{\int u \mu_{Res}(u) du}{\int \mu_{Res}(u) du} \quad (III.49)$$

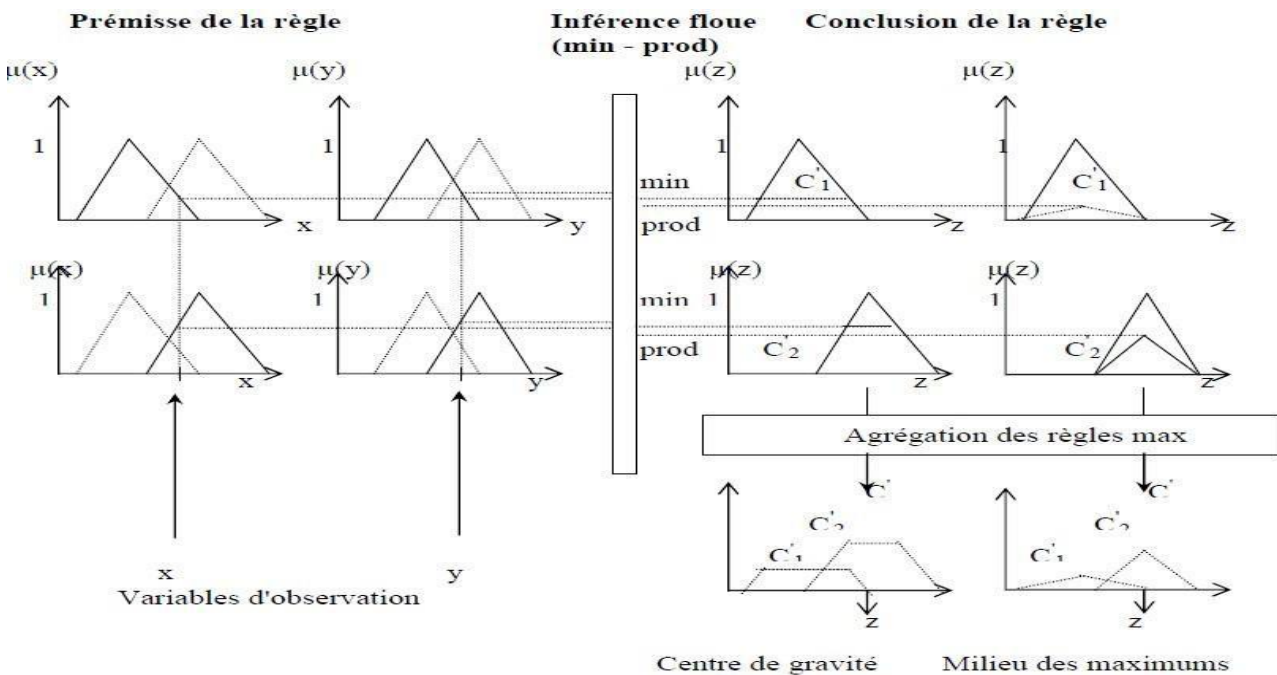


Figure III.16 Méthode inférence et défuzzification de Mamdani.

b) Méthode du maximum :

Cette méthode, s'applique uniquement dans le cas où la fonction d'appartenance associée à l'ensemble de sortie n'admet qu'un seul maximum. On choisit comme sortie l'abscisse μ_r correspondant à ce maximum :

$$\mu_A(u_r) = \max(\mu_A(u)) \quad (\text{III.50})$$

c) Méthode de la moyenne des maximas :

Dans cette méthode, la valeur de sortie est estimée par l'abscisse du point correspondant au centre de l'intervalle M pour lequel la fonction d'appartenance est maximale. Cette valeur est fournie par l'expression :

$$u_r = (\inf(M) + \sup(M))/2 \quad (\text{III.51})$$

Où $\inf(M)$ et $\sup(M)$ sont respectivement les bornes inférieure et supérieure de l'intervalle M.

III.7.6.6 Les Différents types de contrôleurs flous :

• **Le contrôleur flou e type Mamdani :**

Un système flou de Mamdani est basé sur une collection de règles du type :

Si x est A_i et y est B_j alors Z est C_k .

Où A_i , B_j , C_k représentent des termes linguistiques auxquels est attribuée une signification floue que l'on suppose normalisée pour des entrées numériques précises x_0 et y_0 un sous-ensemble flou de sortie, noté F, est généré selon la relation :

$$\mu_F(Z) = \max_{(i,j,k) \in I} \min(\mu_{A_i}(x_0), \mu_{B_j}(y_0), \mu_{C_k}(Z)) \quad (\text{III.52})$$

L'opération $\max_{(i,j,k) \in I}$ correspond à l'application de l'opérateur max sur l'ensemble des règles définies. La valeur numérique de sortie délivrée par le système flou est obtenue par défuzzification, classiquement implantée par la méthode du centre de gravité :

$$z = \frac{\int z \cdot \mu_F(Z) dz}{\int \mu_F(Z) dz} \quad (\text{III.53})$$

• **Le contrôleur flou e type Takagi-Sugeno :**

Il est construit à partir d'une base de règles "Si ... alors ...". Les prémisses sont toujours exprimées linguistiquement mais les conclusions sont par contre de nature numérique. Elles peuvent prendre différentes formes : équations linéaires ou polynômiales, statiques ou dynamiques. L'étude est ici restreinte à des conclusions constantes, les règles étant donc formulées de manière suivante : $R_{(i,j,k)} : \text{Si } x \text{ est } A_i \text{ et } y \text{ est } B_j \text{ alors } Z=C_k$

Où C_k représente une valeur réelle quelconque. Pour les valeurs d'entrée précise x_0 et y_0 , la sortie z est évaluée selon le mécanisme de calcul suivant :

$$z = \text{SUG}(x_0, y_0) = \frac{\sum_{(i,j,k) \in I} W_{i,j} \cdot C_k}{\sum_{(i,j,k) \in I} W_{i,j}} \quad \text{avec } W_{i,j} = \mu_{A_i}(x_0) \cdot \mu_{B_j}(y_0) \quad (\text{III.54})$$

III.8 Neuro-flou hybride et prédiction :

Un système neuro-flou est un réseau de neurone avec un signal flou, des poids flous, une fonction de transfert floue et un module d'adaptation de la structure du RNF par un apprentissage d'un ensemble de données. [28]

1. Principe de fonctionnement :

Les Réseaux neuro-flous apprennent des rapports et des modèles en utilisant un algorithme d'apprentissage supervisé qui examine les données dans un ensemble d'apprentissage qui consiste en exemples d'entrées et leurs sorties associées. Pendant la phase d'apprentissage, un réseau neuro-flou modifie sa structure interne pour refléter le rapport entre les entrées et les sorties dans l'ensemble d'apprentissage ou base de connaissance. La précision d'un réseau neuro-flou est vérifiée après que le cycle de d'apprentissage soit complet en utilisant un ensemble séparé d'entrées et sorties appelées l'ensemble de validation (**figure III.17**).

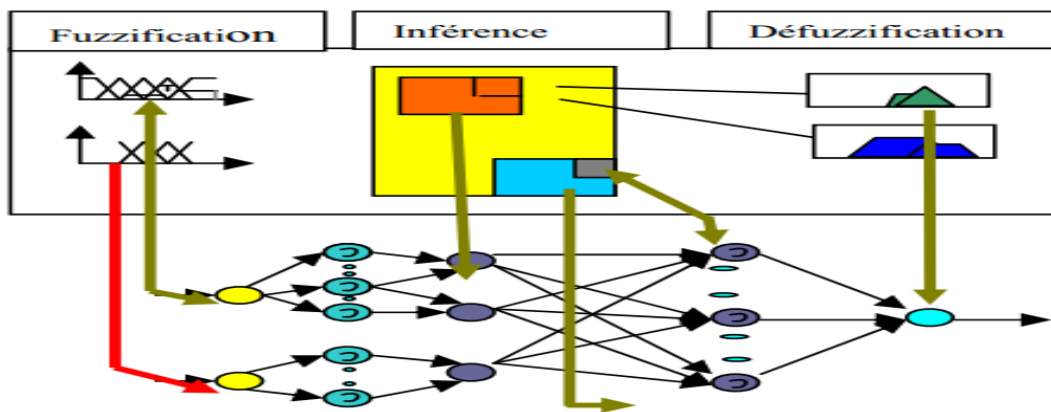


Figure.III.17 : principe de neuro flou

III.8.1 Le Modèle ANFIS :

a) Architecture de l'ANFIS :

Considérant la figure III.2, ANFIS (Adaptive Network Based Fuzzy Inference System) c'est un système d'inférence adaptatif neuro-flou qui consiste à utiliser un réseau neurone de type MLP à 5 couches pour lequel chaque couche correspond à la réalisation d'une étape d'un système d'inférence floue de type Takagi Sugeno.

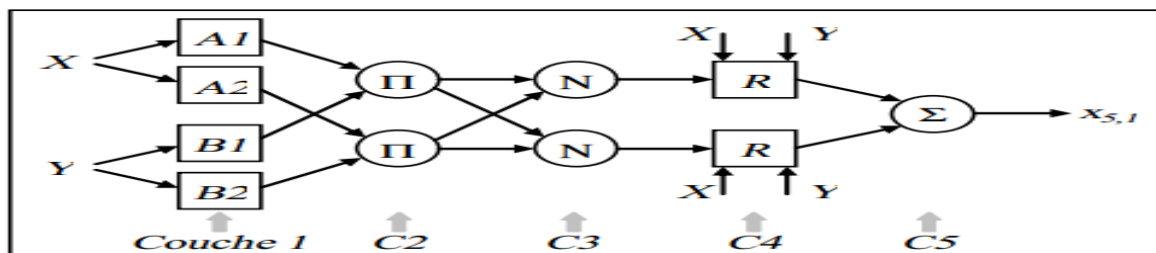


Figure.III.18 Système ANFIS à deux entrées, une sortie et deux fonctions d'appartenance par entrées

b) Le principe d'ANFIS :

Un système ANFIS est composé de 5 couches, chaque couche peut comprendre différents nœuds, nous notons $x_{1,k}$ la sortie du nœud k de la couche 1.

– **La couche 1 :** Chaque neurone calcule le degré d'appartenance des entrées X et Y aux différents ensembles flous A_k et B_{k-2} . [46]

Les paramètres inhérents à ces ensembles sont appelés paramètres prémisses du réseau.

Pour le système de la figure 1, nous avons :

$$X_{1,k} = \mu_{A(k)}(X) \text{ Pour } k = 1 \text{ et } 2.$$

$$X_{1,k} = \mu_{B(k-2)}(Y) \text{ Pour } k = 3 \text{ et } 4.$$

– **La couche 2 :** sert à calculer le degré d'activation des prémisses. Chaque neurone dans cette couche reçoit les sorties des neurones précédents de fuzzification et calcule son activation. La conjonction des antécédents est réalisée avec l'opérateur produit qui utilise la contrainte de dérivabilité pour pouvoir déployer les algorithmes d'apprentissage, Chaque nœud réalise une T-norme floue.

$$X_{2,k} = \prod_{(1,j)} \varepsilon \text{ Ant}_{(2,k)}(X_{1,j}) \text{ Pour } k = 1 \text{ et } 2.$$

Ou, $\text{Ant}_{(2,k)}$ indiquant les nœuds antécédents du nœud $(2, k)$

– **La couche 3 :** Chaque neurone calcul le degré de vérité normalisé d'une règle floue donnée. La valeur obtenue représente la contribution de la règle floue au résultat finale :

$$X_{3,k} = \frac{X_{2,k}}{\sum_{(2,j)} \varepsilon \text{ Ant}_{(3,k)}(X_{2,j})}$$

– **La couche 4 :** Chaque neurone i de cette couche est relié à un neurone de normalisation correspondant aux entrées initiales du réseau. Il calcule le conséquent pondéré de la règle où est la sortie de la couche 3 et l'ensemble des paramètres de sortie de la règle i :

$$X_{4,k} = X_{3,k} [m_{k0} + m_{k1} \cdot X + m_{k2} \cdot Y]$$

Ou, Les paramètres m_{k0} , m_{k1} et m_{k2} sont appelés paramètres conséquents du système neuro-flou.

– **La couche 5 :** C'est la couche de sortie comprend un seul neurone qui fournit la sortie de ANFIS.

en calculant la somme des sorties de tous les neurones de sortie.

$$X_{5,k} = \sum_{i=1}^n X_{4,k}$$

n désigne le nombre de règles floues.

III.8.2 Apprentissage :

L'apprentissage vise à la correction des paramètres prémisses et conséquents afin de généraliser une fonction de transfert entre les entrées et la sortie du réseau.

III.8.2.1 Types d'apprentissage :

a) Apprentissage Supervisé :

L'utilisateur dispose d'un comportement de référence précis qu'il désire faire apprendre au réseau. C'est -à-dire on présente simultanément au réseau l'entrée et la sortie désirée, Le réseau est donc capable de mesurer la différence entre son comportement actuel et le comportement de référence, et de corriger ses poids de façon à réduire cette erreur. L'apprentissage supervisé utilise des connaissances empiriques, habituellement représentées par des ensembles d'exemples étiquetés par la classe à laquelle ils appartiennent [29].

b) Apprentissage Semi-Supervisé :

L'utilisateur ne possède que des indications imprécises (par exemple, échec/succès du réseau) sur le comportement final désiré. Les techniques d'apprentissage semi-supervisé sont aussi appelées apprentissage par renforcement (reinforcement learning). En effet, on dispose souvent tout au plus d'une évaluation qualitative du comportement du système. Cela veut dire qu'en phase d'apprentissage, on indique seulement au réseau si l'apprentissage est correct ou non (réaction de l'environnement), induisant ainsi une variation sélective des connexions synaptiques.

c) Apprentissage non-supervisé :

Il consiste à détecter automatiquement des régularités figurant parmi les exemples présentés au réseau. Les poids du réseau sont modifiés en fonction de critères internes comme la Co-activation des neurones. Les comportements résultants de ces apprentissages sont en général comparables à des techniques d'analyse de données.

d) Apprentissage par les algorithmes hybrides :

En général, des algorithmes hybrides sont utilisés. Plus particulièrement, des travaux montrent que la combinaison de l'algorithme de descente du gradient et de l'algorithme **LSE** (Least Square Estimate – estimation des moindres carrés) permet de réduire la complexité de l'apprentissage et d'en améliorer l'efficacité. [48]

Phase une : propagation avant. Quand les paramètres prémisses du réseau sont fixés, la sortie du système ANFIS est linéaire. De fait, une fois les entrées propagées jusqu'à la couche 4, afin de déterminer les paramètres conséquents du réseau, en utilisant l'algorithme de l'estimation des moindres carrés.

Phase deux : propagation arrière. Lorsque Les paramètres conséquents optimaux sont fixés, les prémisses peuvent être obtenus par l'algorithme de descente du gradient simple.

III.9 Conclusion :

Ce chapitre, se subdivise en deux parties :

- **Dans première partie** : nous avons présenté trois méthodes de commandes classiques :
 - La commande conventionnelle, la structure de réglage classique avec une définition des régulateurs les plus utilisés (P, PI, PD et PID) Ainsi que leur principe de fonctionnement détaillée. Après nous avons cité quelques méthodes de conception du régulateur PID et nous avons présenté brièvement la plus utilisés (la méthode du lieu de racine).
 - La commande par retour d'état.
 - La commande linéaire quadratique (LQR).

- **Dans la deuxième partie** : On s'est intéressé à deux techniques de commande intelligentes :

En premier lieux nous avons présenté les notions de base de la logique floue ainsi que la composition d'un système de commande floue. Les notions fondamentales du raisonnement flou ont été éclaircies en expliquant comment s'effectue la déduction des nouvelles informations à partir des informations déjà disponibles à base des règles linguistiques. Le concept d'ensembles flous peut être appliqué à plusieurs problèmes, selon la nature de l'information, la manipulation de l'imprécis et la complexité du problème.

Ensuite on s'est intéressé à un système d'inférence adaptatif neuro-flou (Adaptive Network Based Fuzzy Inference System) ou (ANFIS) qui augmente les performances d'un système flou en lui associant les avantages de l'apprentissage et la capacité de généralisation des réseaux de neurones.

CHAPITRE 4 :

Application sur le pendule inversé

IV. Cahier de charge :

Pour le contrôleur PID, on va utiliser la méthode des lieux des racines. Pour toutes les commandes qu'on va appliquer par la suite, on ne sera intéressé que par le contrôle de l'angle du pendule.

Pour la commande, il est souhaitable que le pendule se stabilise dans sa position verticale en moins de 5 secondes, et en outre, que l'angle du pendule ne se déplace pas de plus de 20 degrés (0,35 radian) loin de la position verticale vers le haut.

Le pendule sera lâché dans la position d'équilibre verticalement ascendant, $\theta=\pi$.

En résumé, les exigences de conception sont les suivantes :

- Temps de stabilisation pour θ de moins de 5 secondes ;
- Angle du pendule θ jamais supérieur à 20 degrés (0,35 radian) par rapport à la verticale ;
- Erreur stationnaire inférieure à 2% pour θ .

IV.1 Simulation :

Pour les commandes par PID, retour d'état et LQR, on utilisera le modèle linéarisé du pendule. Le modèle non linéaire, sera utilisé dans la commande floue et la commande par ANFIS.

IV.1.1 L'espace d'état :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1818 & 2.6727 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.4545 & 31.1818 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1.8182 \\ 0 \\ 4.5455 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$\text{Avec : } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1818 & 2.6727 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.4545 & 31.18 & 0 \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.8182 \\ 0 \\ 4.5455 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} ; \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$X = \frac{1.818 s^2 - 44.55}{s^4 + 0.1818 s^3 - 31.18 s^2 - 4.455 s}$$

$$\text{Phi} = \frac{4.545 s + 2.539e-16}{s^3 + 0.1818 s^2 - 31.18 s - 4.455}$$

IV.2 Analyse du système :

Rappelons que les deux fonctions de transfert (II.18 et II.19) ne sont valables que pour de petites valeurs de l'angle ϕ où ϕ est l'écart du pendule de la position verticale vers le haut. En outre, l'angle absolu du pendule θ est égal à $\pi + \phi$.

IV.2.1 La réponse impulsionnelle en boucle ouverte :

La réponse en boucle ouverte du pendule à une impulsion de 1.N/sec appliquée au chariot est représentée ci-dessous :

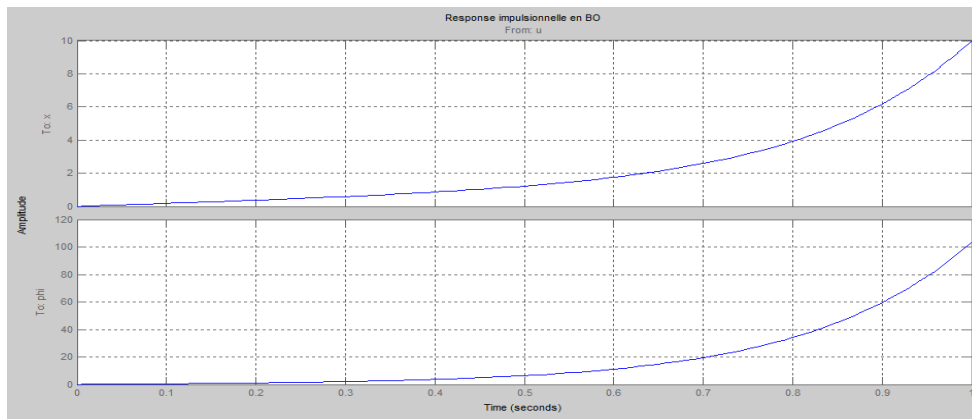


Figure IV.1 Réponse impulsionnelle en boucle ouverte

Le système n'est pas stable en boucle ouverte. Bien que la position du pendule augmente au-delà de 100 radians, le modèle n'est valable que pour les petites déviations ϕ par rapport à la position d'équilibre verticale. Et la position du chariot se déplace infiniment vers la droite, bien qu'il n'y ait aucune exigence sur la position du chariot pour une entrée de force impulsive.

IV.2.2 Réponse Indicielle en Boucle Ouverte :

Dans ce cas, une entrée en échelon de 1 Newton sera utilisée :

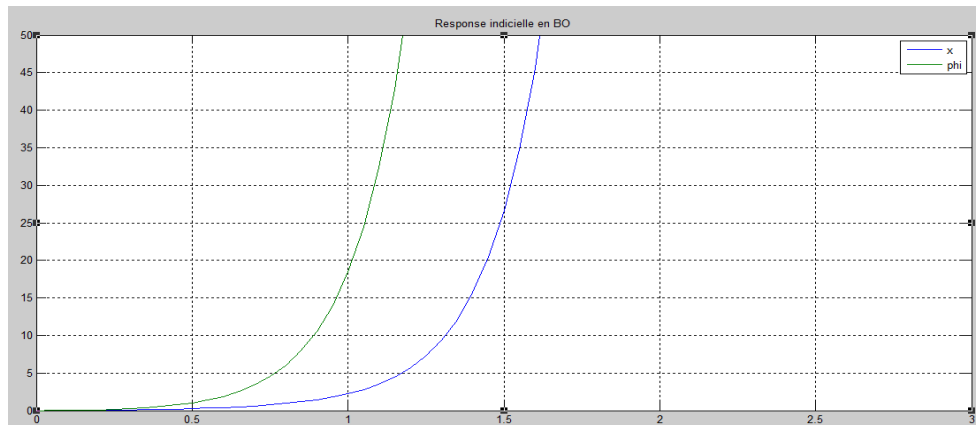


Figure IV.2 Réponse Indicielle en boucle-ouverte

Ces deux résultats montrent bien qu'en boucle ouverte le pendule inversé est instable et qu'il nécessite une action de correction pour être stabilisé et satisfaire les exigences du cahier de charge. L'examen des pôles et zéro du système en boucle ouverte prouve cette instabilité.

IV.2.3 Les pôles et zéros du système en boucle ouverte :

Examinerons les pôles et les zéros du système lorsque l'angle du pendule est la sortie :

Zéros = 0

Pôles = 0 5.5651 -5,6041 -0.1428

Notre système en boucle ouverte à un pôle avec une partie réelle positive (Le pôle à 5.5651) ce qui indique que le système est instable.

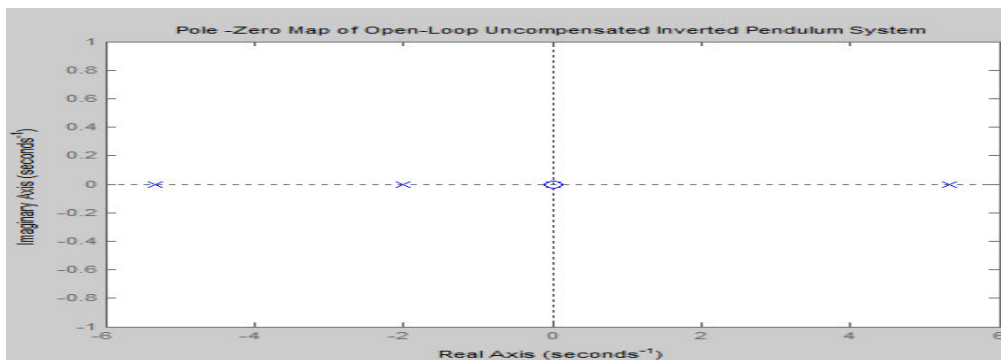


Figure IV.3 Pôles et zéros du système.

Il ressort de l'analyse ci-dessus qu'une sorte de contrôle devra être conçu pour améliorer la réponse du système. Cinq exemples de contrôleurs seront présentés à titre comparatif : Commande PID, commande par retour d'état, commande LQR, commande floue et commande hybride ANFIS.

IV.2.4 Analyse du lieu des racines :

Il est important d'observer la réaction de rétroaction unitaire en boucle fermée pour vérifier la stabilité. De nombreux systèmes sont instables en boucle ouverte mais stables en boucle fermée. L'inverse est également possible, bien que ce cas soit rare. Le système non compensé en boucle fermée peut être étudié en visualisant la trajectoire et en analysant le lieu des racines. La figure ci-dessous montre le parcours du système local.

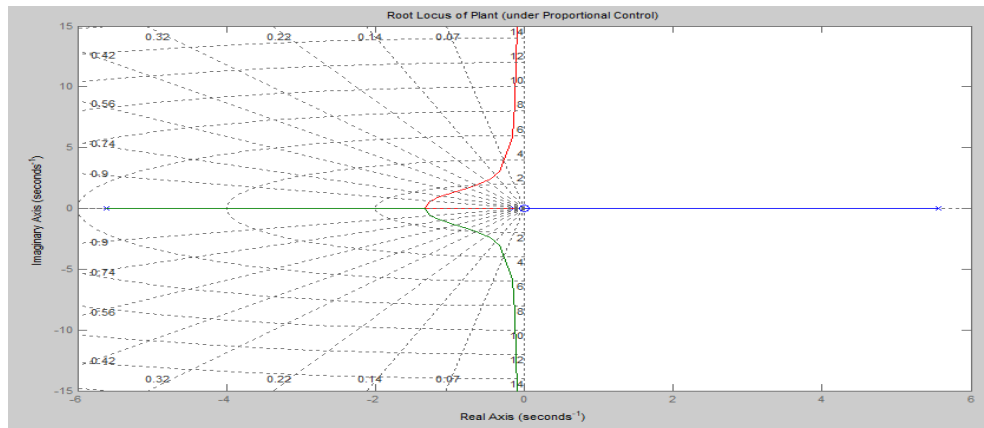


Figure IV.4 Lieu des racines du système en boucle ouverte

Le gain multiplicatif K se trouve dans le chemin aller ou retour du système en boucle fermée. Le lieu des racines a une branche sur le côté droit de l'axe imaginaire, ce qui indique que le système est instable en boucle fermée pour toutes les valeurs de K .

IV.3 Conception du contrôleur PID par le lieu des racines :

L'ajout d'un pôle (un intégrateur) $C = 1 / s$

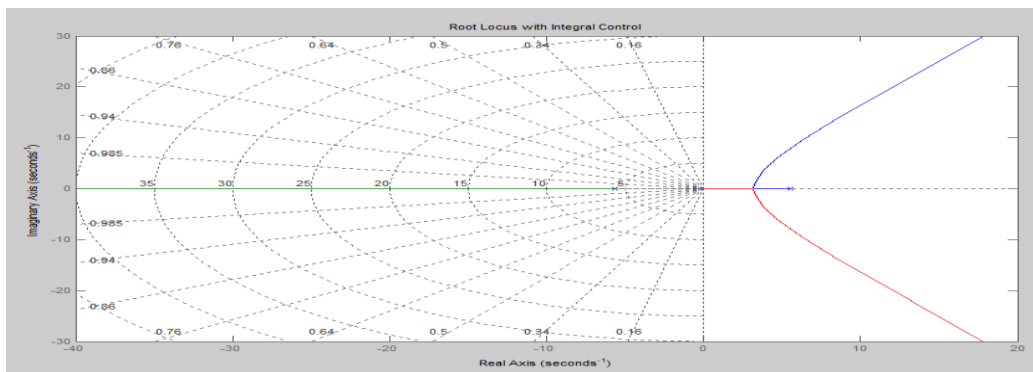


Figure IV.5 lieu de la racine sous le contrôleur intégral

Tirer les branches => ajout d'un zéro

$$s = \frac{(-5.6041 + 5.565160.1428 + 0) - (0 - z)}{4 - 2} = \frac{-0.1818 + z}{2} = -0.1$$

2% du temps de stabilisation peuvent être estimés à partir de l'équation suivante. $T_s = \frac{4}{\sigma}$.

Nous n'avons pas pu tirer les branches dominantes assez loin vers la gauche donc on doit ajouter un autre zéro.

Si nous plaçons les deux zéros sur l'axe réel négatif entre les deux pôles végétaux, alors les deux branches dans le demi-plan droit seront tirées dans le demi-plan gauche et se termineront à ces deux zéros à -3 et -4.

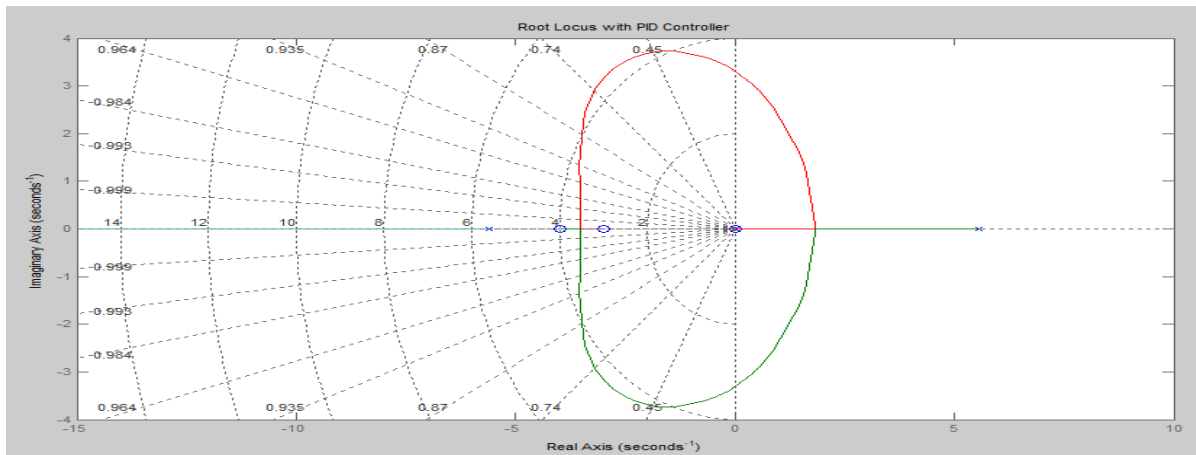


Figure IV.6 lieu des racines avec contrôleur PID

Pour $K_p = K_i = K_d = 1$:

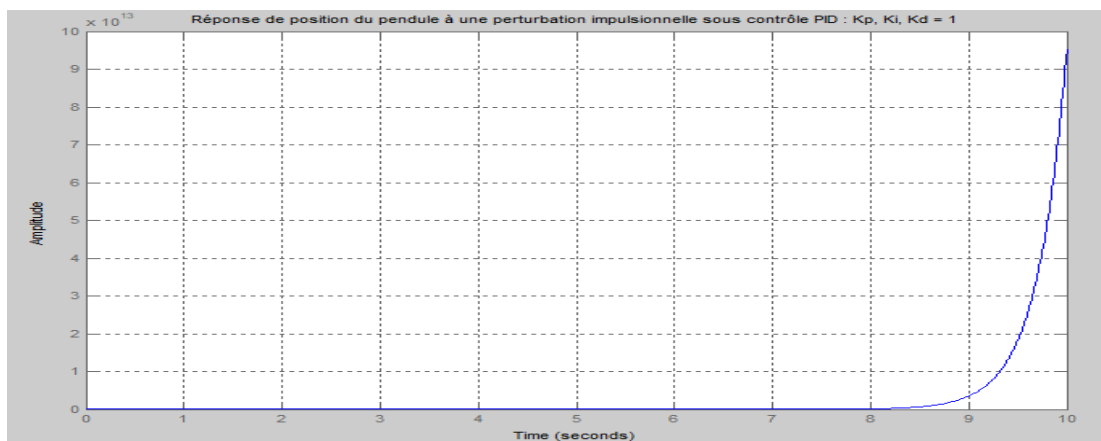


Figure IV.7 Réponse de l'angle du pendule à une perturbation impulsionnelle avec contrôle PID : $K_p, K_i, K_d = 1$

Cette réponse n'est toujours pas stable.

Pour $K_p = 100, K_i = K_d = 1$:

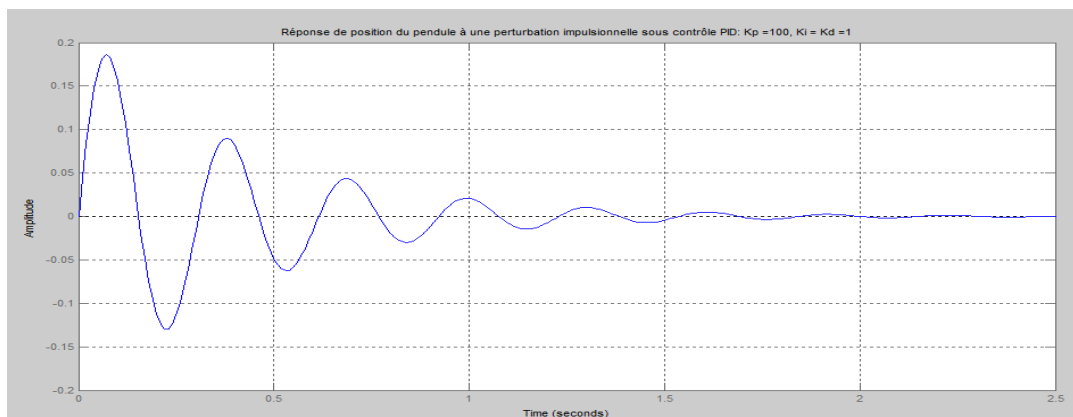


Figure IV.8 Réponse de l'angle du pendule sous perturbation impulsionnelle avec contrôle PID: $K_p = 100, K_i = K_d = 1$

❖ **Les caractéristiques importantes de la réponse :**

- Temps de stabilisation de la réponse = 1,64 seconde < à l'exigence de 5 secondes.
- Erreur d'état stationnaire se rapproche de zéro d'une manière suffisamment rapide.
- La réponse de crête > l'exigence de 0,05 radian.

Rappelons que le dépassement peut souvent être réduit en augmentant la quantité de contrôle dérivé.

Après quelques essais et erreurs, on constate qu'un gain dérivé de $K_d = 20$ fournit une réponse satisfaisante.

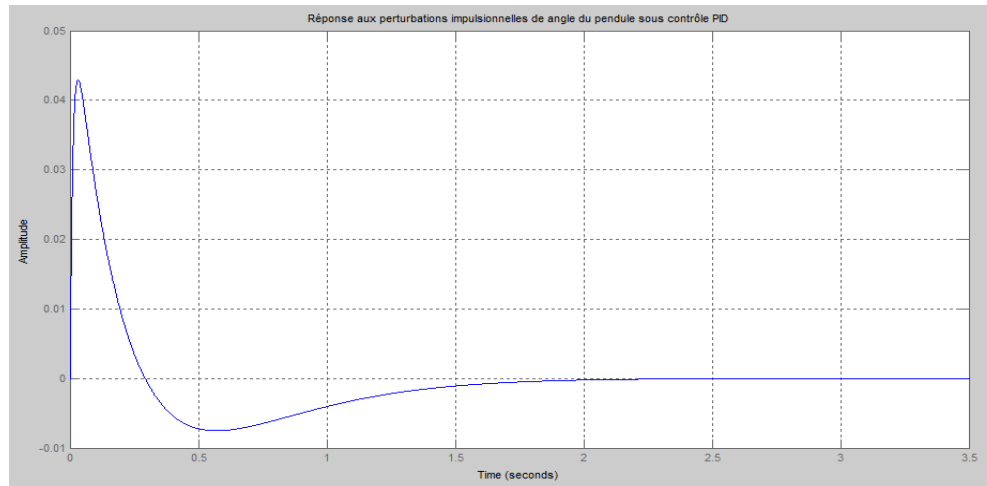


Figure IV.9 Réponse de l'angle du pendule a une perturbation impulsionnelle avec contrôle PID:
 $K_p = 100$, $K_i = 1$, $K_d = 20$

Le dépassement a été réduit afin que le pendule ne s'éloigne pas de plus de 0,05 radian de la verticale. Étant donné que toutes les exigences de conception données ont été remplies, aucune autre itération n'est nécessaire.

Avec plusieurs essais en changeant les gains, nous avons trouvé le compromis entre la précision et la rapidité du système. Assez rapidement et avec moins de déviations par rapport à la position d'équilibre, le pendule est stabilisé par le contrôleur PID que nous avons conçu.

IV.4 La commande PID :

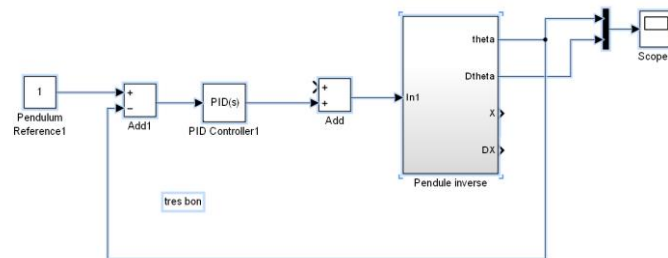


Figure IV.10 Schéma de commande du Pendule Inversé par un régulateur PID

Les résultats de simulations obtenus par le modèle sous Simulink sont représentés par les figures suivantes :

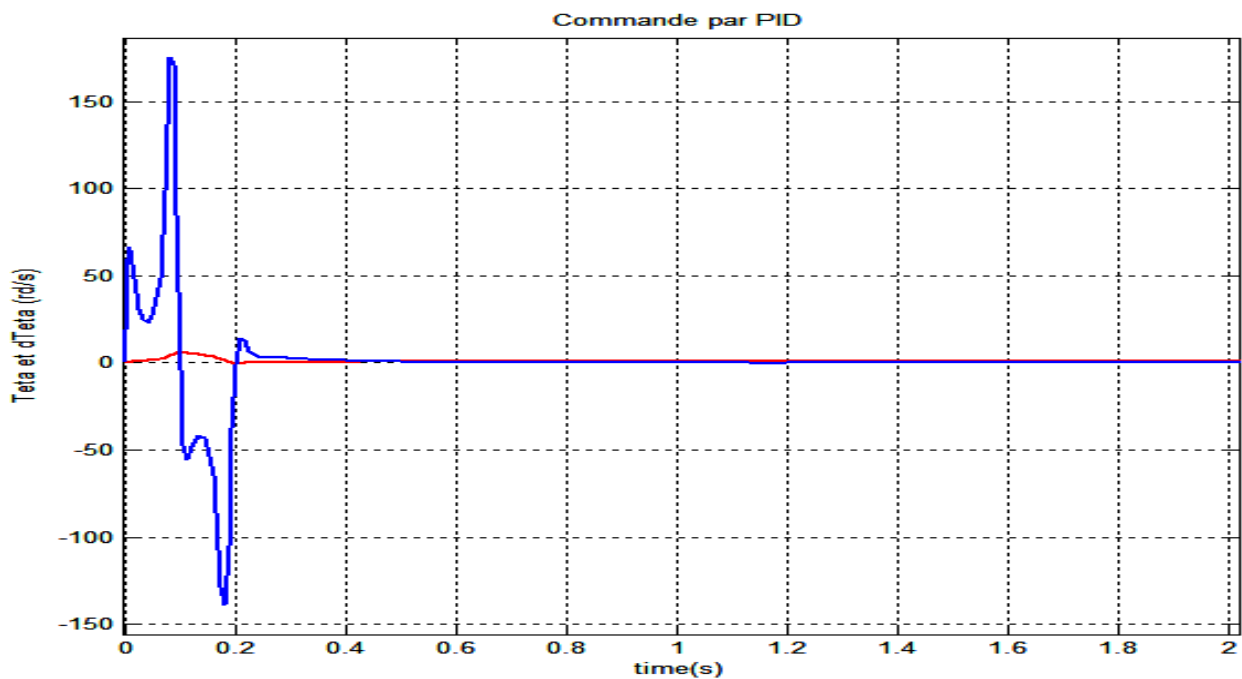


Figure IV.11 La position angulaire téta et sa variation dtéta ou vitesse angulaire du pendule avec le contrôleur PID (Zoom)

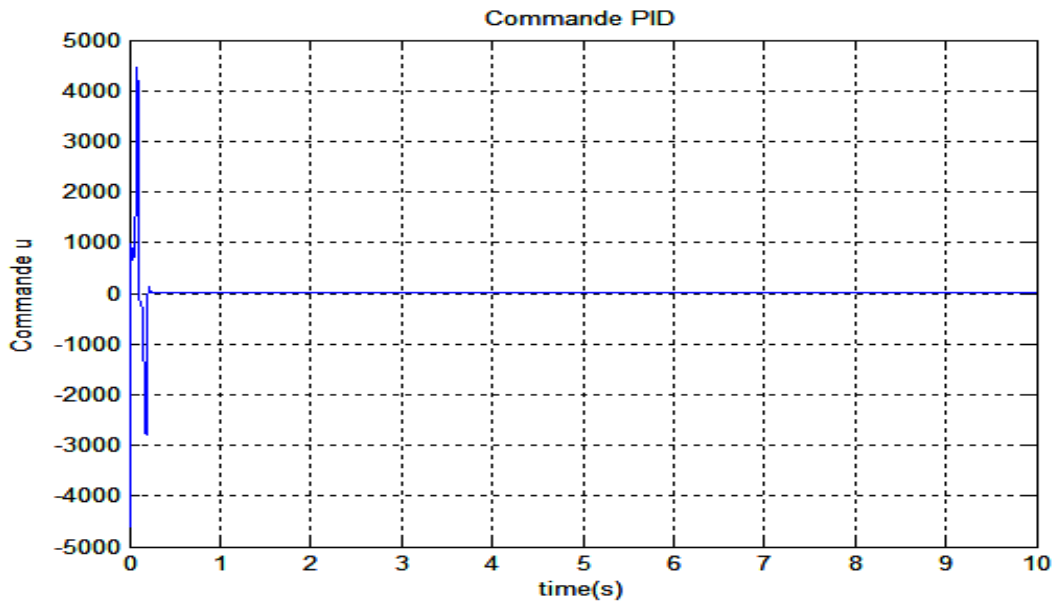


Figure IV.12 commande U avec la commande PID

Remarque :

On arrive à stabiliser l'angle (téta) et sa dérivée (dtéta) après 0.4 seconde, on remarque que les variations de dtéta sont trop rapides et trop larges, ils dépassent les 150 radians. L'amplitude de la commande U est aussi trop forte (>4000) c'est une commande trop agressive.

IV.5 Commande par retour d'état (placement des pôles) :

Sous Matlab, on peut utiliser la formule suivante: $K = \text{place}(A, B, Pbf)$.

Ou bien la formule d'Ackermann: $K = \text{acker}(A, B, Pbf)$.

Cette fonction permet de calculer les paramètres du régulateur (résolution de l'équation (3.11)) en lui spécifiant les pôles souhaités en boucle fermée et les matrices d'état A et B obtenus par linéarisation (voir chapitre I.), les pôles imposés sont ajustés graduellement :

$Pbf = \text{eig}(A - B * K) =$

$$[-5.5978 + 0.4070i \quad -5.5978 - 0.4070i \quad -0.8494 + 0.8323i \quad -0.8494 - 0.8323i]$$

$Kpp = [-1.0000 \quad -1.6567 \quad 18.6854 \quad 3.4594]$

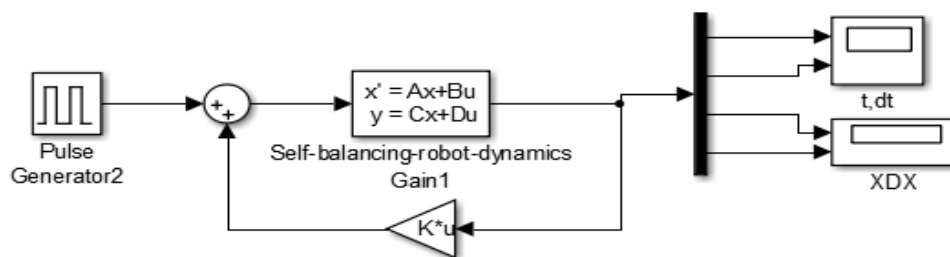


Figure IV.13 Schéma Simulink de la commande par retour état

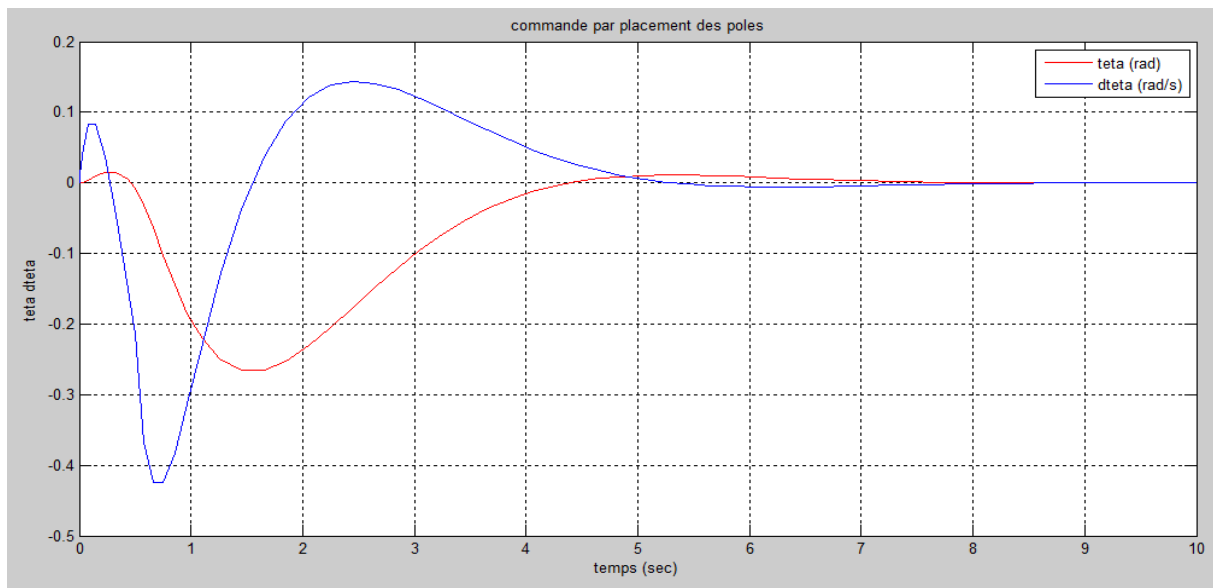


Figure IV.14 Téta et dtéta obtenus par la commande par retour d'état

La figure montre que le pendule revient à la position verticale (déviaton zéro) après 4sec. Stabilisation moins rapide qu'avec le PID, mais réponse plus souple et beaucoup moins agressive

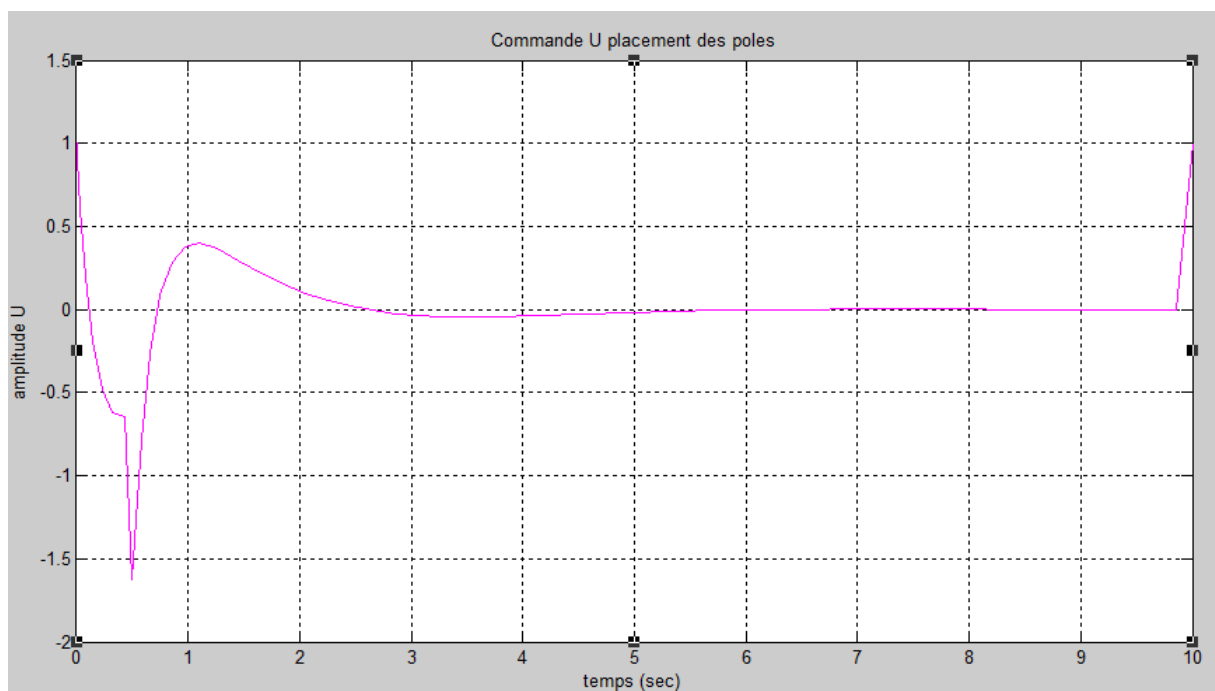


Figure IV.15 La commande U obtenue dans le cas de la commande par retour d'état

La commande implémentée nous a donné des résultats plus satisfaisants que ceux obtenus par le PID, malheureusement le choix des pôles optimaux est impossible avec cette dernière. En effet, en imposant des pôles trop rapides le gain K obtenu peut imposer une commande très importante et très agressive au système réel (donc destruction du système réel).

IV.6 La commande LQR :

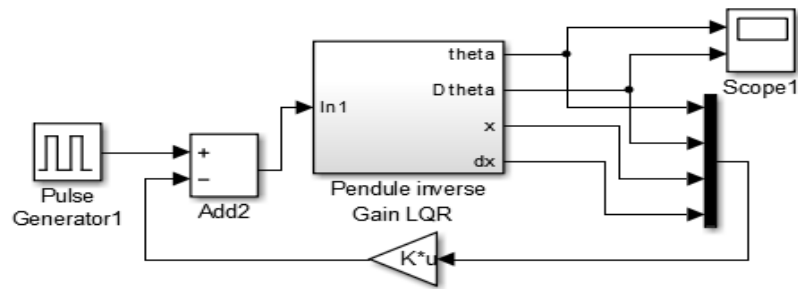


Figure IV.16 Schéma Simulink de la commande LQR

Utilisons la commande **lqr** (**A_s**, **B_s**, **Q**, **R**) où il suffit d'introduire la matrice **Q** et le scalaire **R** ainsi que les matrices de la représentation d'état du système.

Avec : $Q = [5000 \ 0 \ 0 \ 0 ; 0 \ 0 \ 0 \ 0 ; 0 \ 0 \ 100 \ 0 ; 0 \ 0 \ 0 \ 0]$; $R = 1$

On obtient :

$K_r = [-70.7107 ; -37.8345 ; 105.5298 ; 20.9238]$

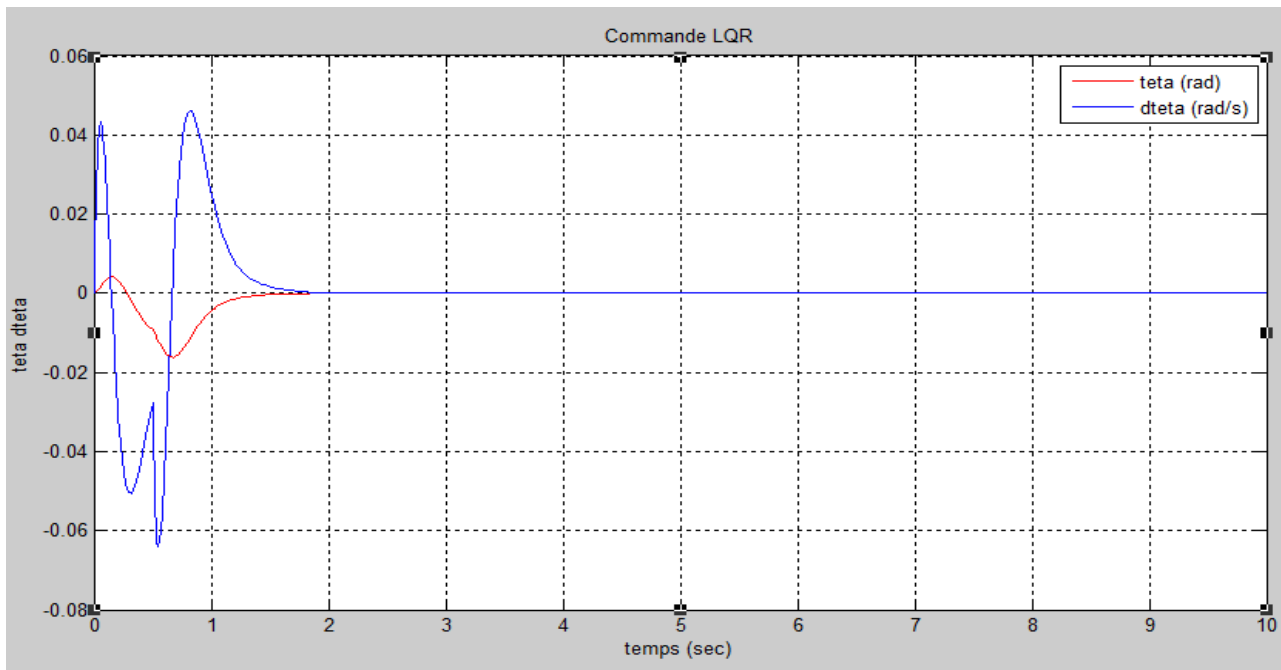


Figure IV.17 Téta et dtéta obtenus par la commande LQR

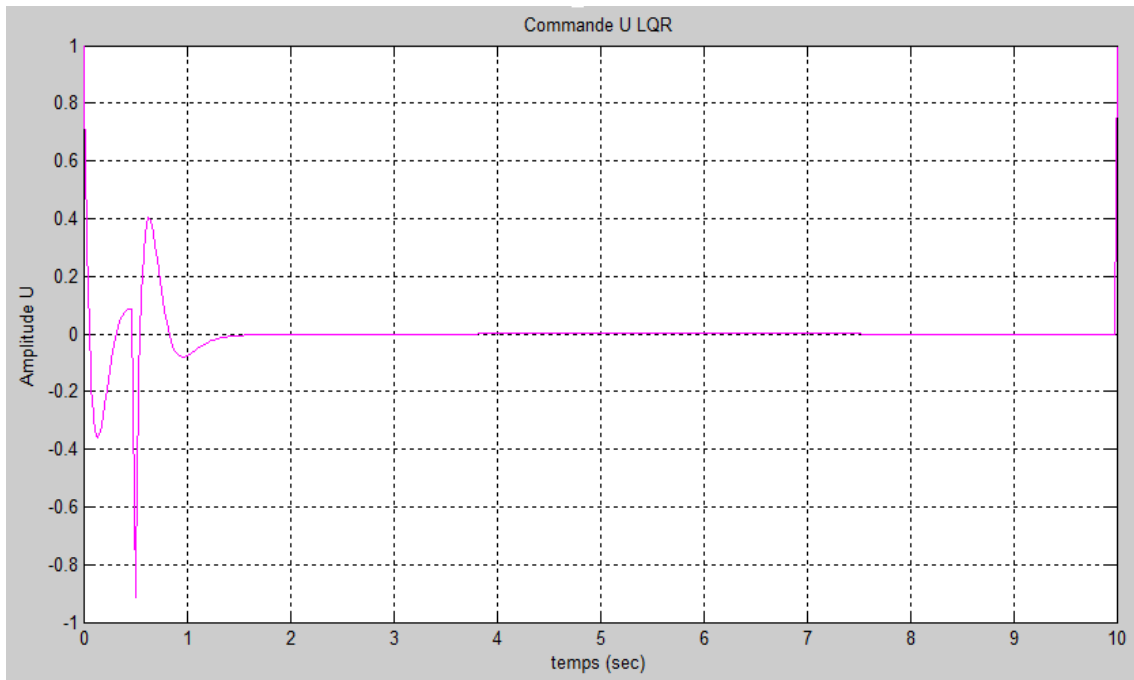


Figure IV.18 Commande U sous commande LQR

D'après la figure ci-dessus, on remarque qu'avec un bon choix des paramètres (R et Q), on arrive à assurer une bonne correction du système.

La figure montre bien qu'on arrive à stabiliser le système avec un temps de réponse de 1.5s et une très bonne précision.

La méthode LQR offre une commande propre à chaque état, prenant donc en compte les contraintes du système réel. Par ailleurs les résultats obtenus sont meilleurs par rapport à ceux obtenus par le régulateur PID ainsi que par la commande par placement de pôles.

IV.7 Commande floue :

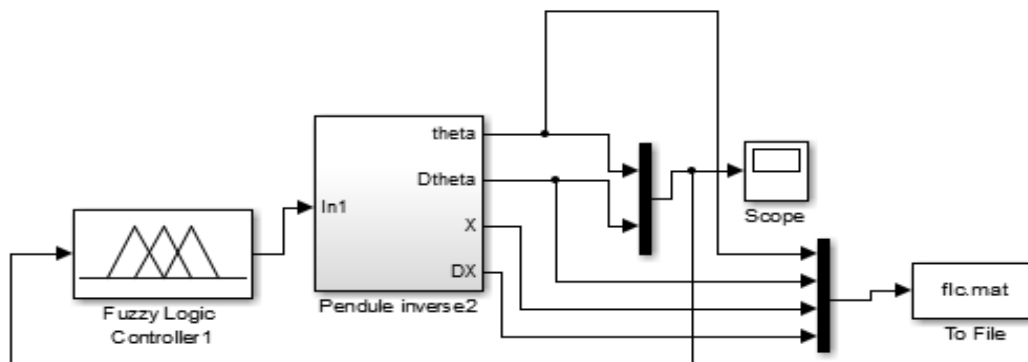


Figure IV.19 Schéma Simulink de la commande flou

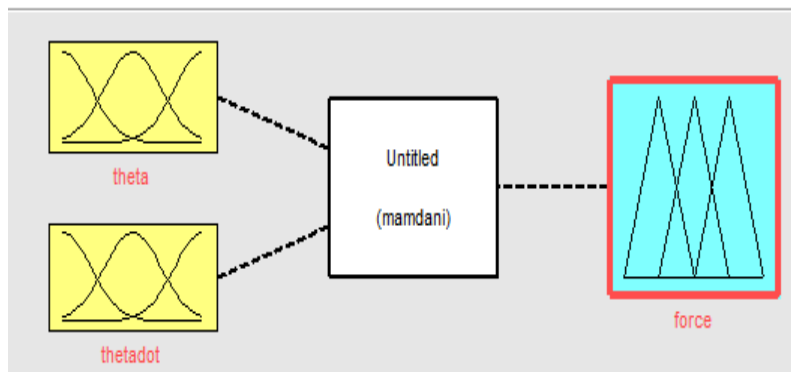
Tableaux standard de quantisation :

Tableaux IV.1 Tableaux standard de quantisation

Termes linguistiques	symbole
Negative big	NB
Negative small	NS
Zero	ZO
Positive small	PS
Positive big	PB

Fonction d'appartenance :

On utilise la comande **fuzzy** dans matlab pour créer les fonctions d'appartenance. Dans la conception de ce contrôleur flou, nous avons utilisé des fonctions d'appartenance triangulaires, pour les deux entrées comme pour la sortie.



Fonction d'appartenance pour l'entrée téta :

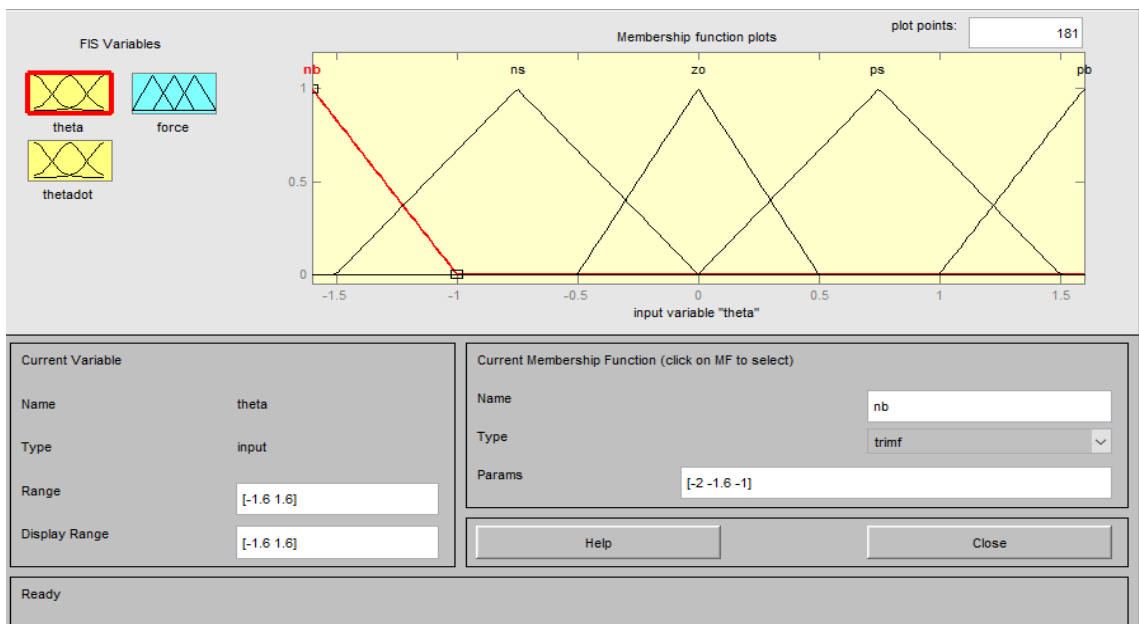


Figure IV.20 Entrées1 du contrôleur flou

Fonction d'appartenance pour l'entrée 2 dtéta :

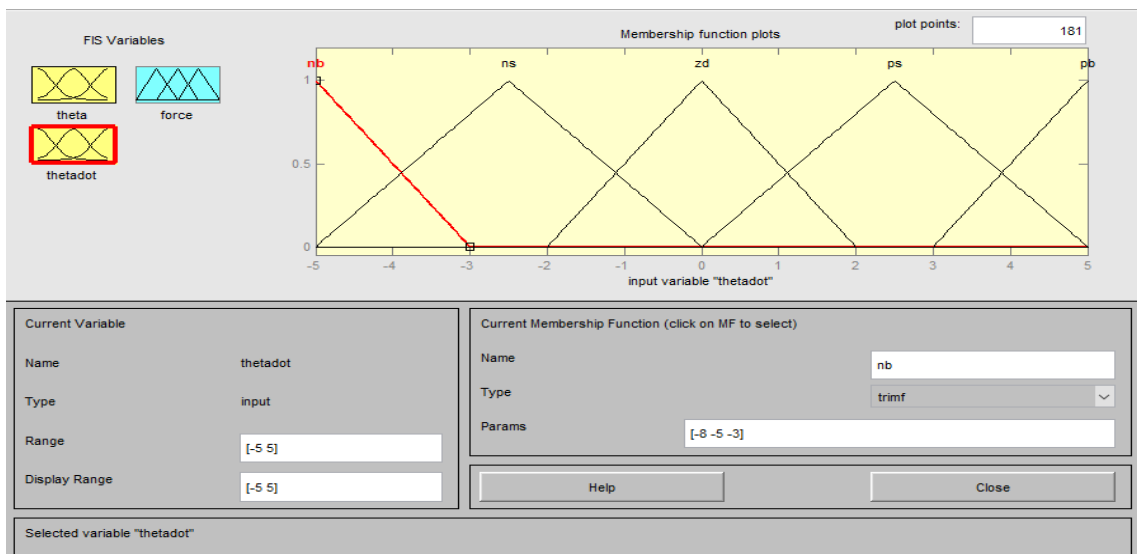


Figure IV.21 Entrées2 du contrôleur flou

Fonction d'appartenance pour la sortie F :

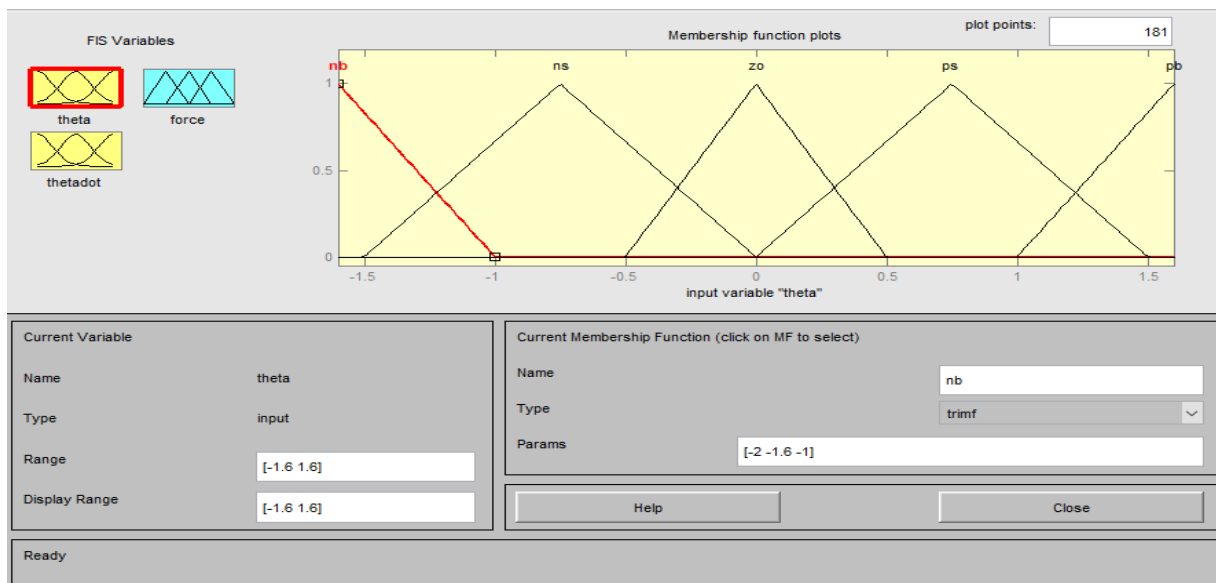


Figure IV.22 Sortie du contrôleur flou

Règles floues :

Tableaux IV.2 25 règles floue

$\frac{d\theta}{dt}$ \ θ	NB	NS	ZO	PS	PB
NB	NB	NB	NB	NS	ZO
NS	NB	NB	NS	ZO	PS
Zd	NB	NS	ZO	PS	PB
PS	NS	ZO	PS	PB	PB
PB	ZO	PS	PB	PB	PB

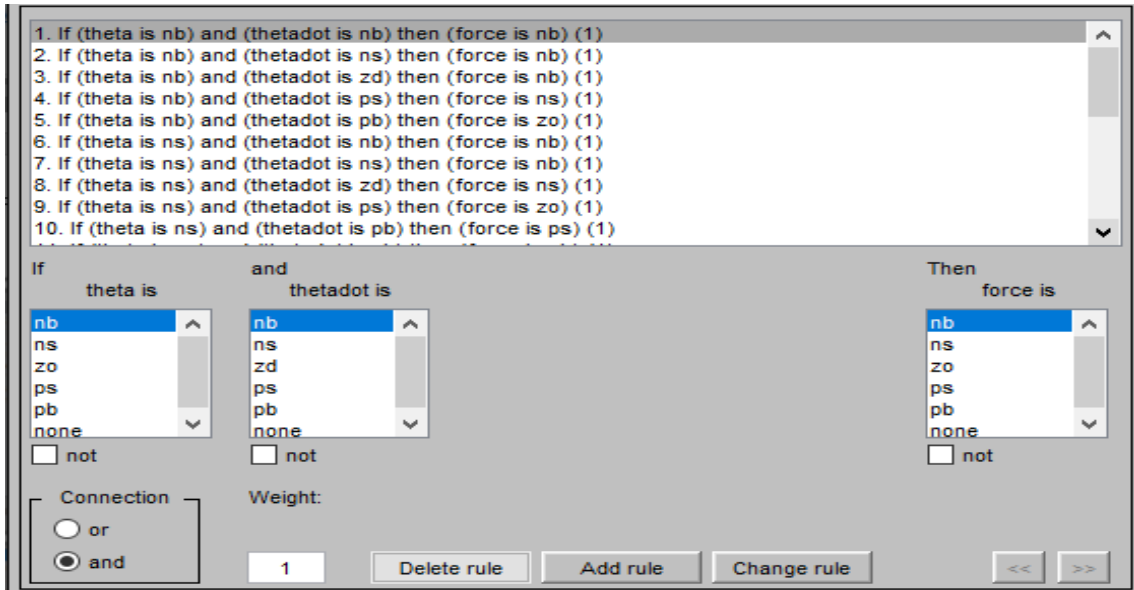


Figure IV.23 Editeur de règles floue



Figure IV.24 Visualisation des règles

La surface :

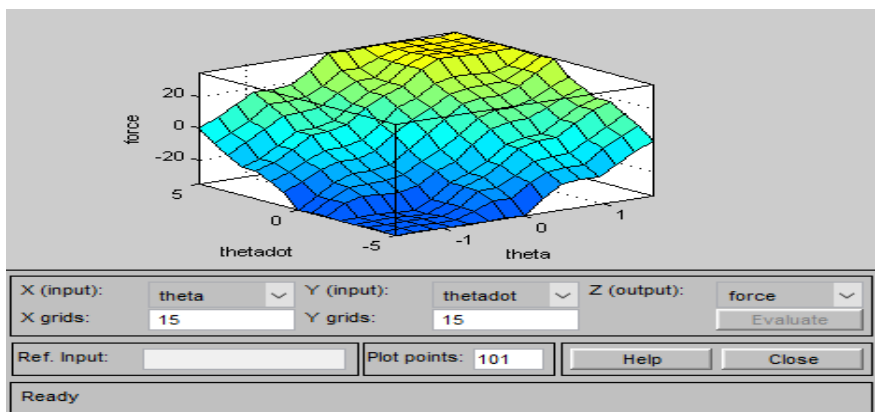


Figure IV.25 Visualisation de la surface du FLC

Résultats de simulation :

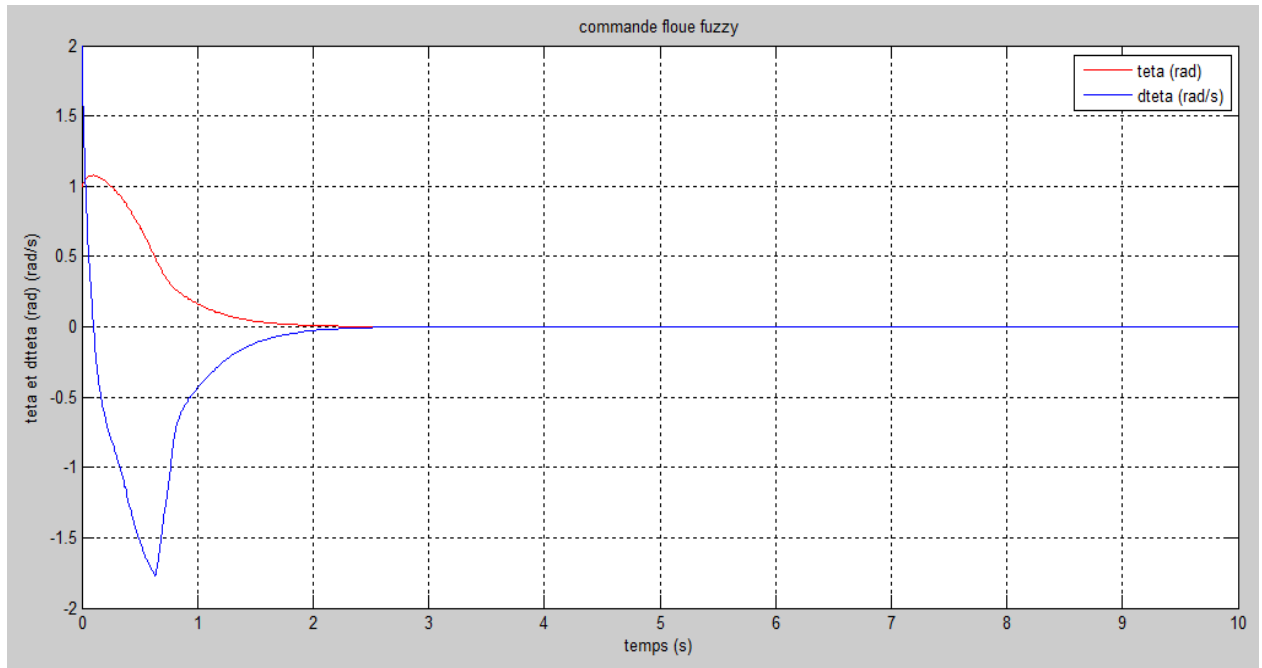


Figure IV.26 Téta et dtéta du pendule sous commande FLC

On remarque que les variations de téta et de dtéta sont assez faible au début et reviennent à zéro avec souplesse. On aurait pu obtenir de meilleurs résultats avec le choix des MF (Gaussiennes, trapézoïdales, etc...) ainsi qu'un bon choix des gains d'adaptation aux entrées et à la sortie du contrôleur flou, gains qui ne peuvent être ajustés que par essais-erreurs.

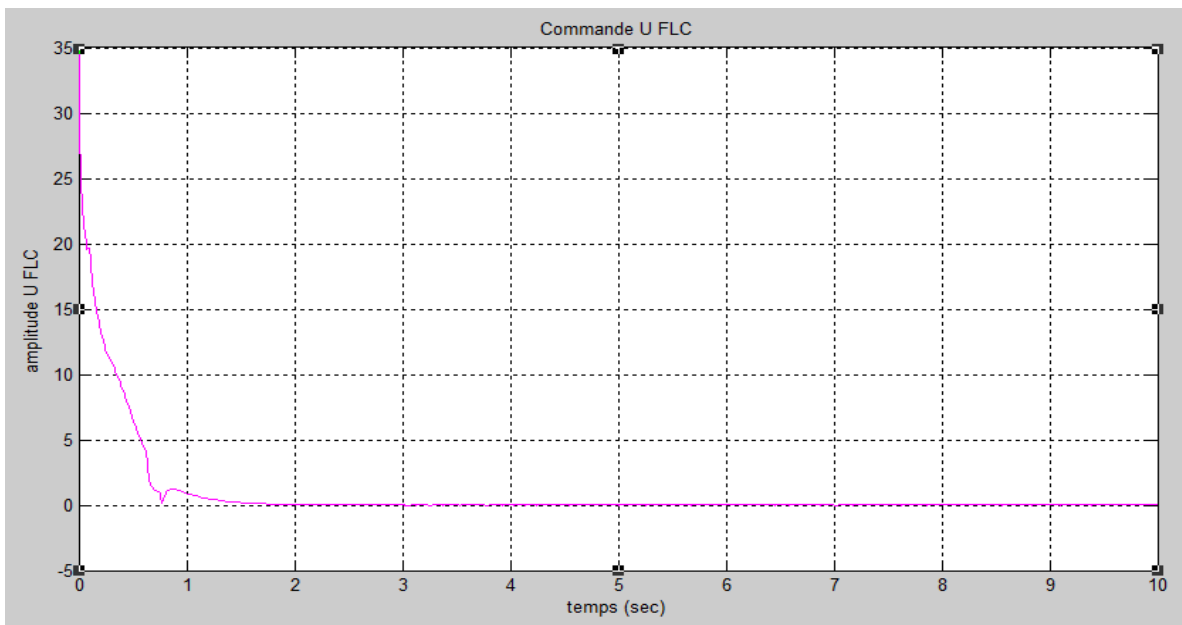


Figure IV.27 commande U sous commande FLC

La commande aussi est assez souple bien qu'elle soit un peu plus forte que celle obtenue par la commande LQR.

IV.8 Commande par ANFIS :

Pour créer l'Anfis Un contrôleur flou de type sujeno est utilisé dont les MF sont représenté ci-dessous après apprentissage. Les données de l'apprentissage sont les trois variables Téta, dtéta et la commande U. Ces données ont été générées par la commande LQR du pendule.

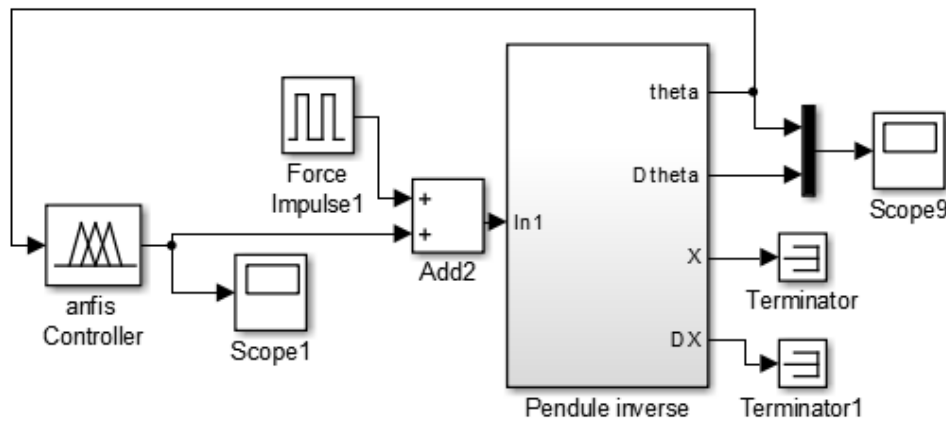


Figure IV.28 Schéma Simulink de la commande ANFIS

Pour les entées des MF gaussiennes ont été choisies et pour la sortie une fonction linéaire.

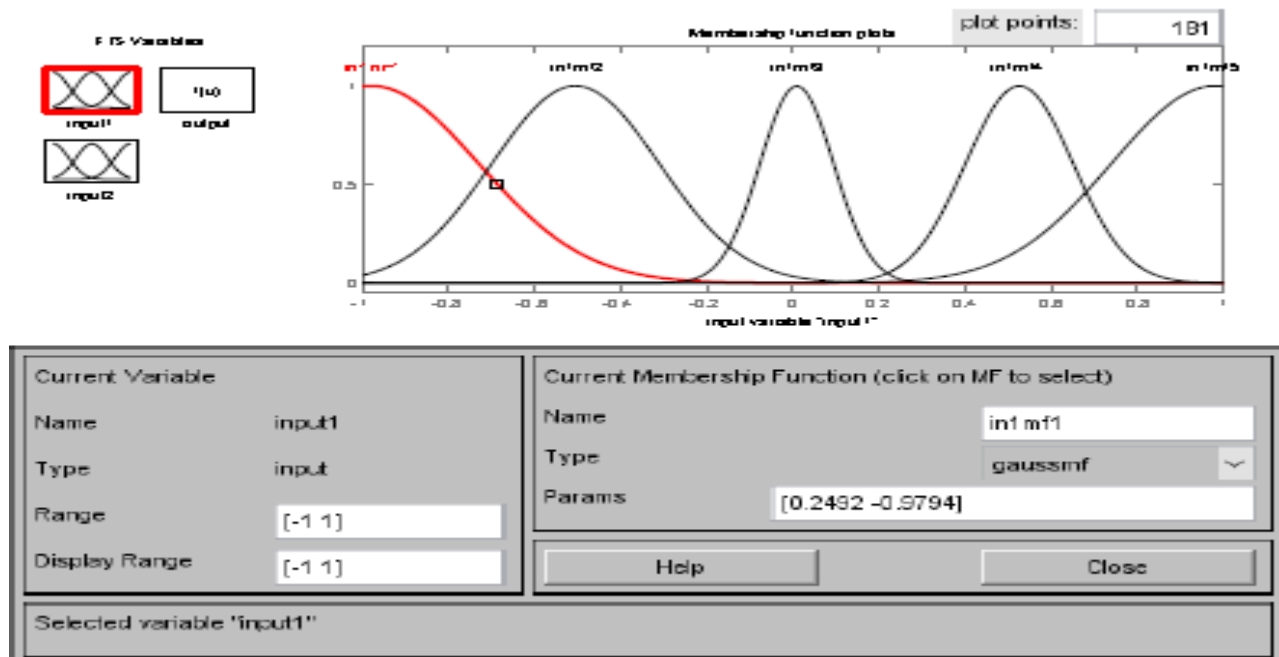


Figure IV.29 entrées1 du ANFIS

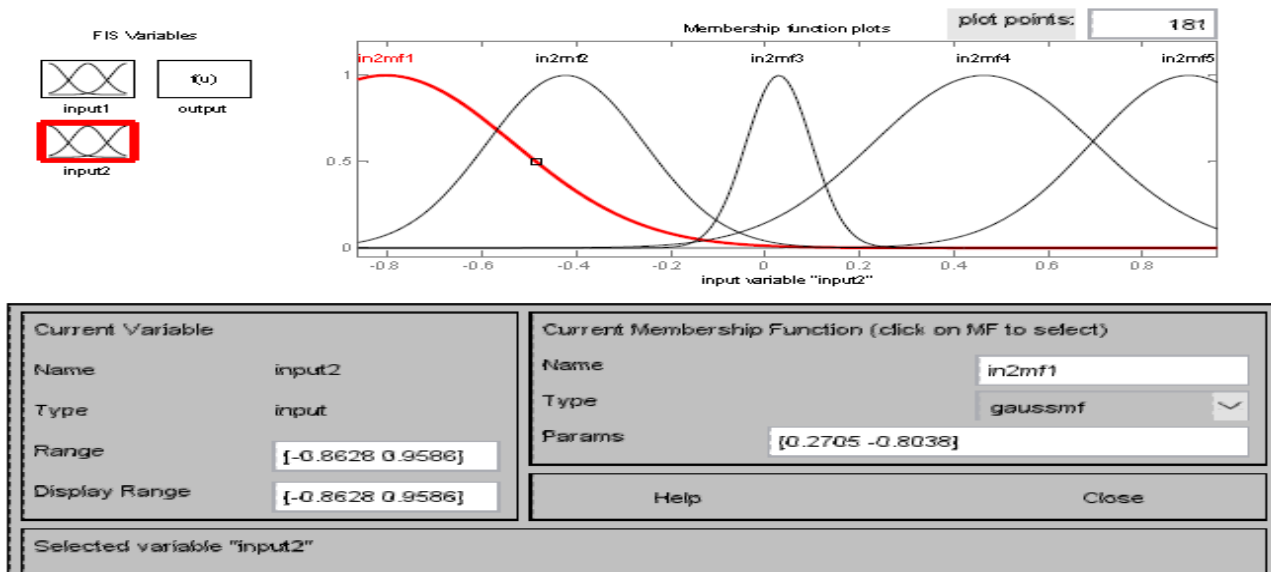


Figure IV.30 entrées2 du ANFIS

ANFIS info:

- Number of nodes: 75
- Number of linear parameters: 75
- Number of nonlinear parameters: 20
- Total number of parameters: 95
- Number of training data pairs: 614
- Number of checking data pairs: 0
- Number of fuzzy rules: 25

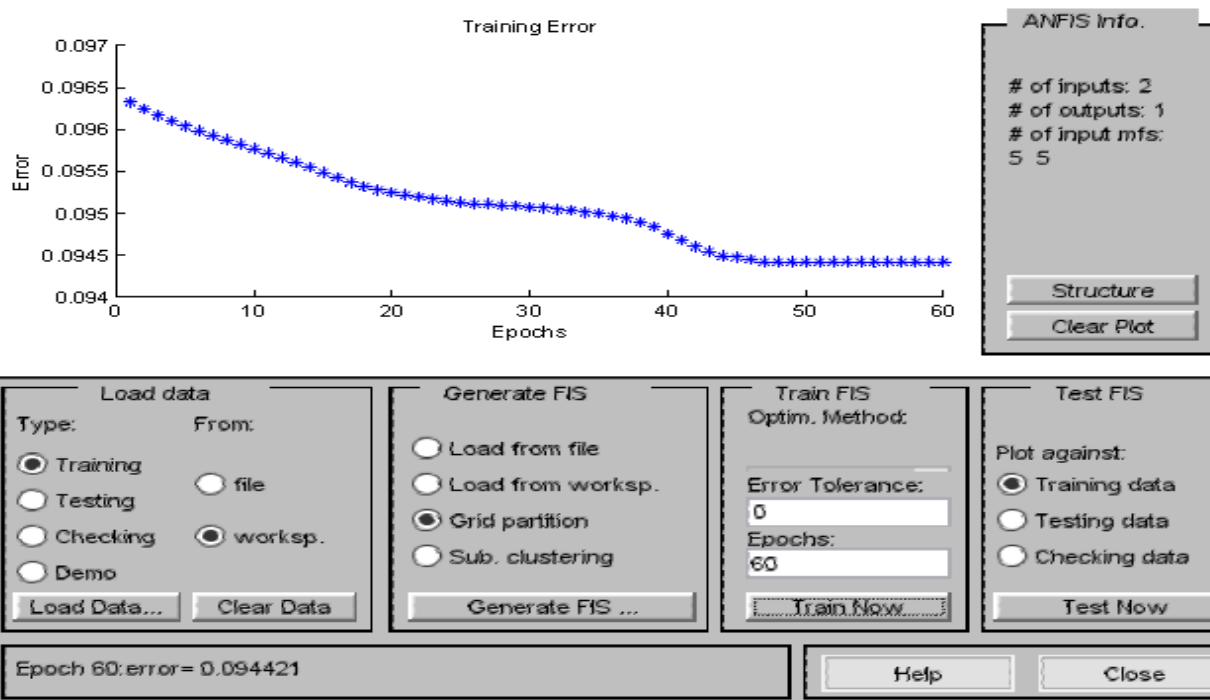


Figure IV.31 Erreur d'apprentissage

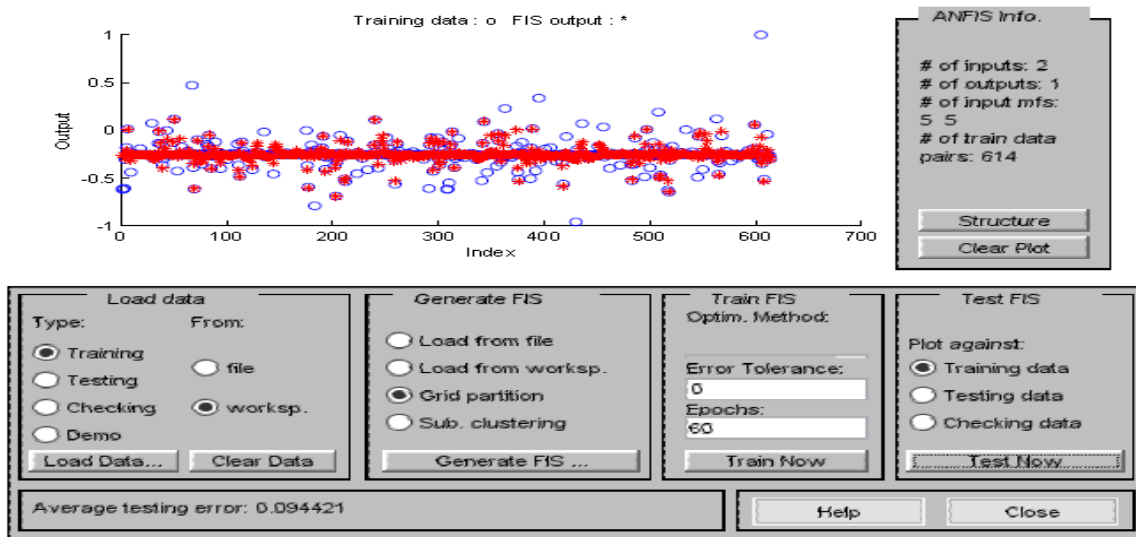


Figure IV.32 Erreur obtenue en testant le contrôleur par les données d'apprentissage

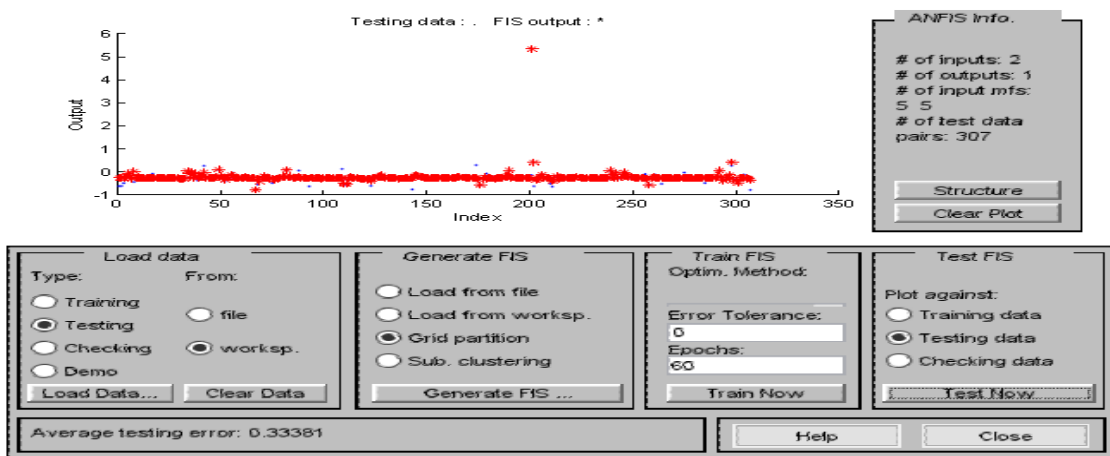


Figure IV.33 Erreur obtenue en testant le contrôleur par les données de teste ou de validation.

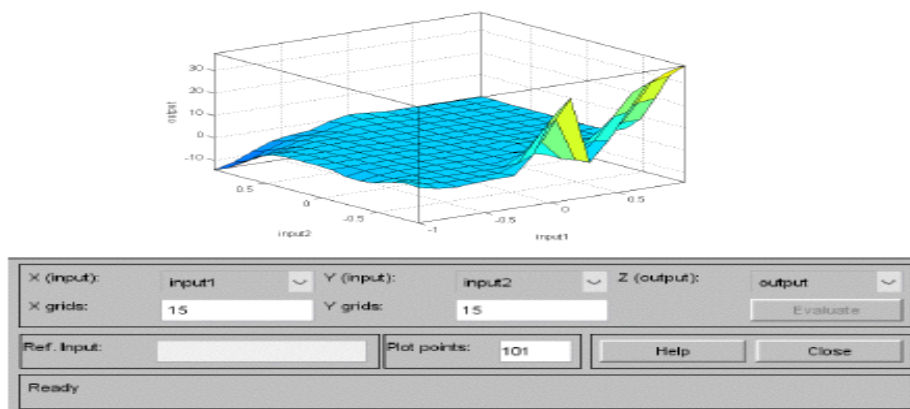


Figure IV.34 Visualisation de la surface

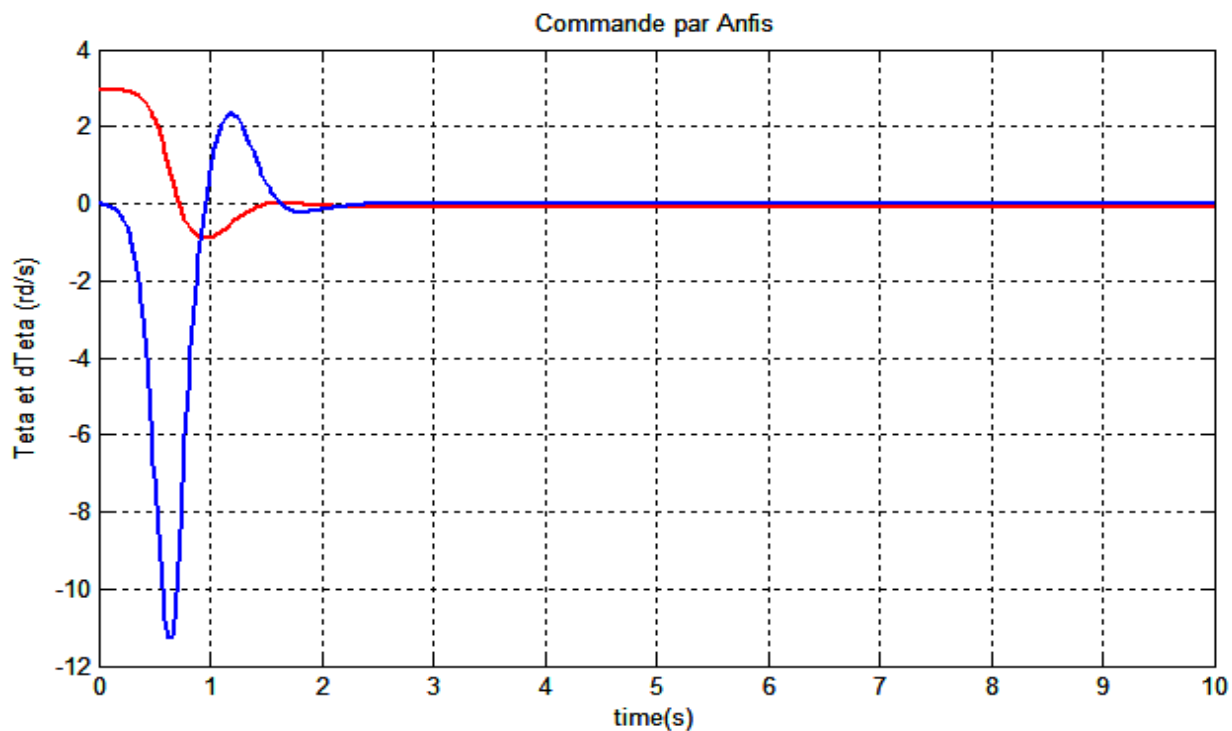


Figure IV.35 Téta et dtéta du pendule obtenu par le contrôleur ANFIS

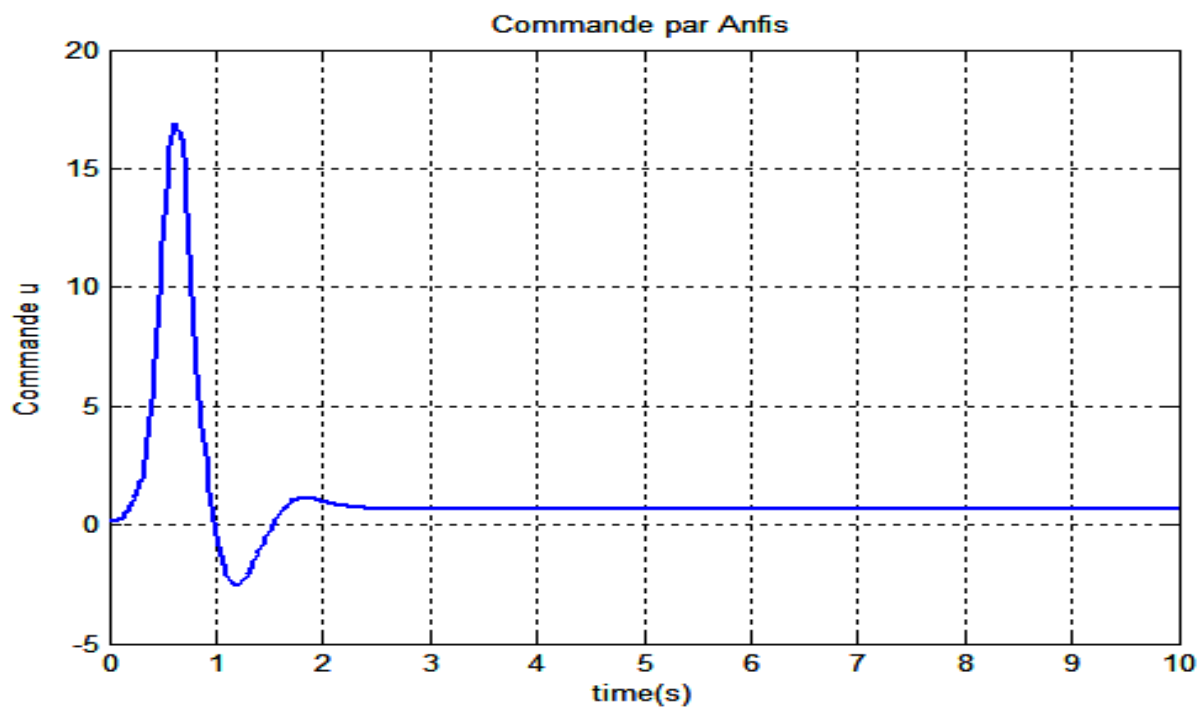


Figure IV.36 commande U générée par le contrôleur ANFIS

Pour l'apprentissage du contrôleur ANFIS, nous avons utilisé les données générées à l'aide de la commande LQR, c'est normal que ce contrôleur ne puisse pas nous donner un meilleur résultat que celui obtenu par cette dernière commande. Avec des données de mesures réelles on aurait obtenu un résultat de beaucoup meilleur.

IV.9 Comparaison des résultats obtenus par les différentes commandes :

La position angulaire téta :

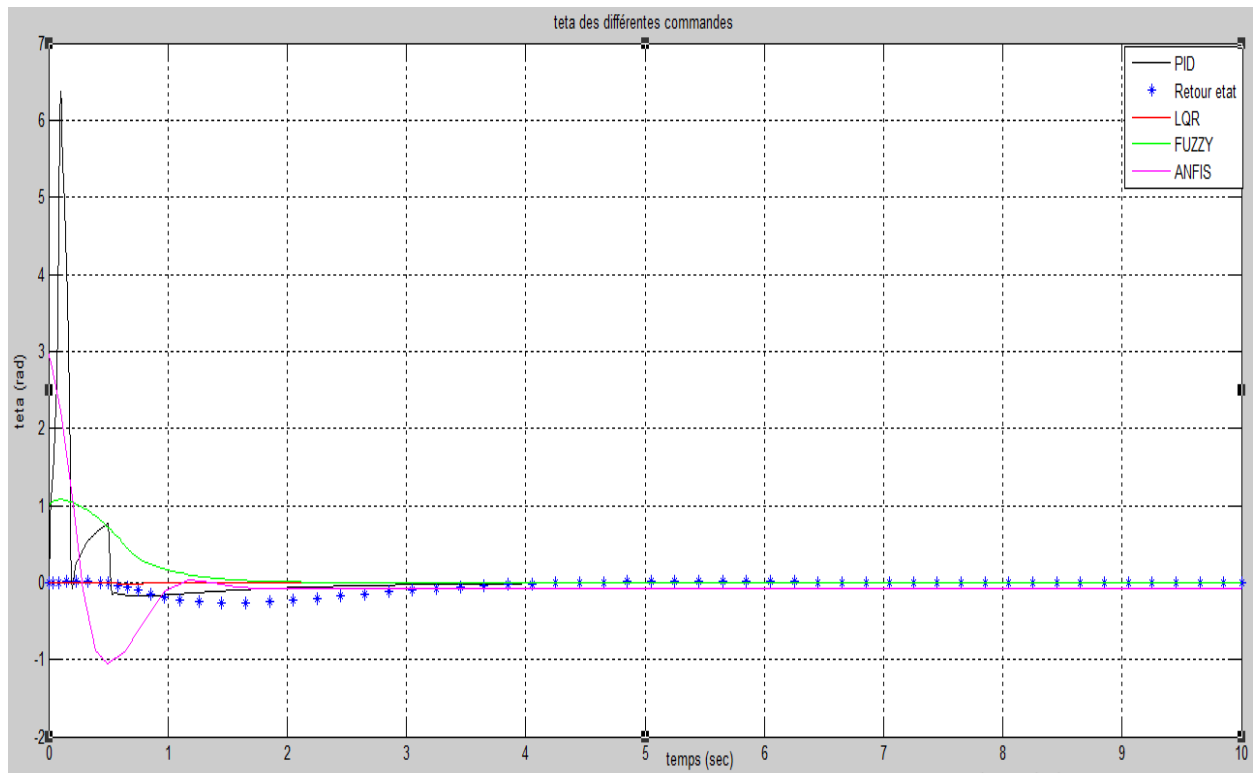


Figure IV.37 Position angulaire téta obtenues par les différentes commandes.

Zoom :

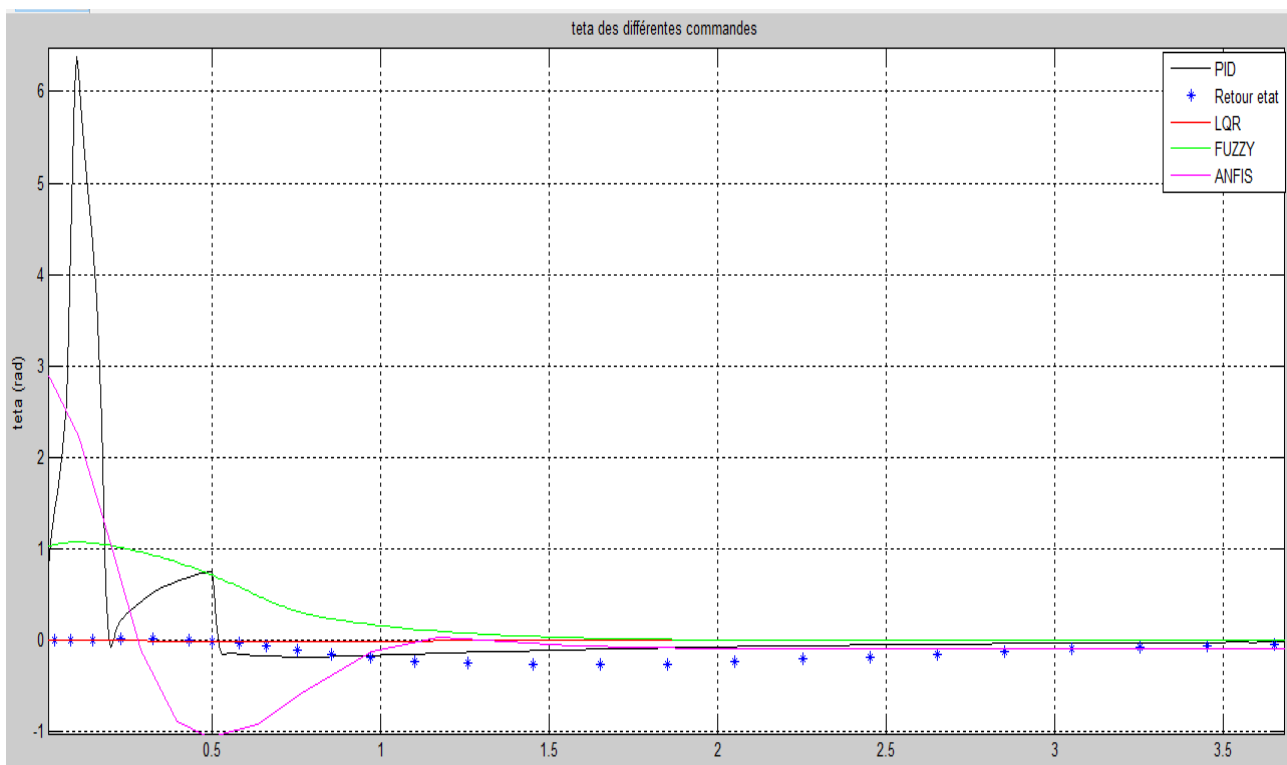


Tableau IV.3 Position angulaire téta obtenues pour les différentes commandes

Commandes Paramètres	PID	Retour d'état	LQR	FUZZY	ANFIS
Déviations (radians)	6	[-0.25 0.015]	[-0.016 0.004]	1.1	[-1 2.6]
Temps de réponse (s)	1.9	2.2	1.5	1.6	1.4
Erreur statique (radian)	0	0	0	0	0.1

D'après le tableau (en linéaire) la commande LQR offre un temps de réponse rapide = 1.5 comparé avec la commande par retour d'état et celle du PID.

Par ailleurs (en non linéaire) la commande intelligente hybride ANFIS est la meilleure par rapport au celle du FUZZY.

Effort fourni par les différentes commandes :

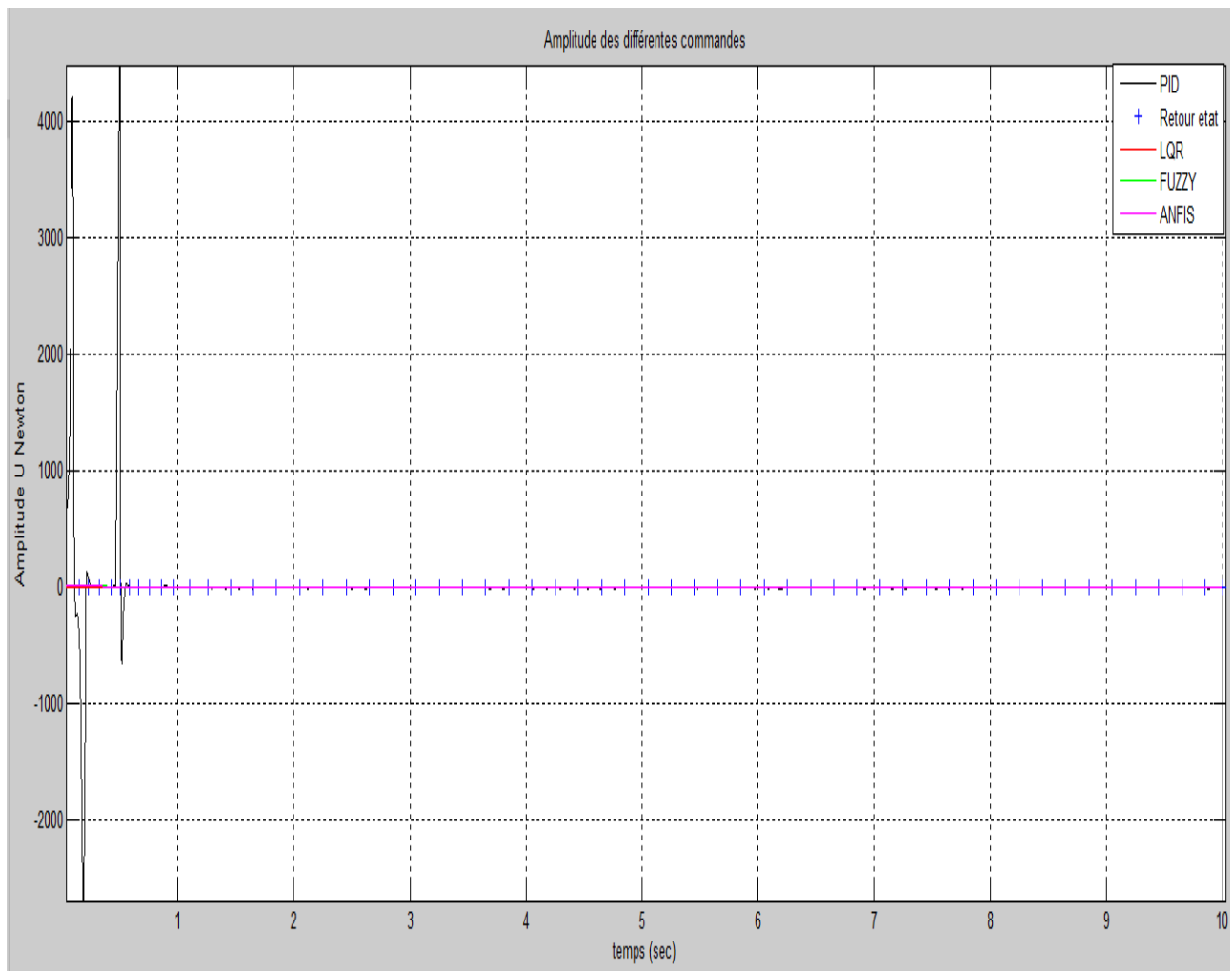
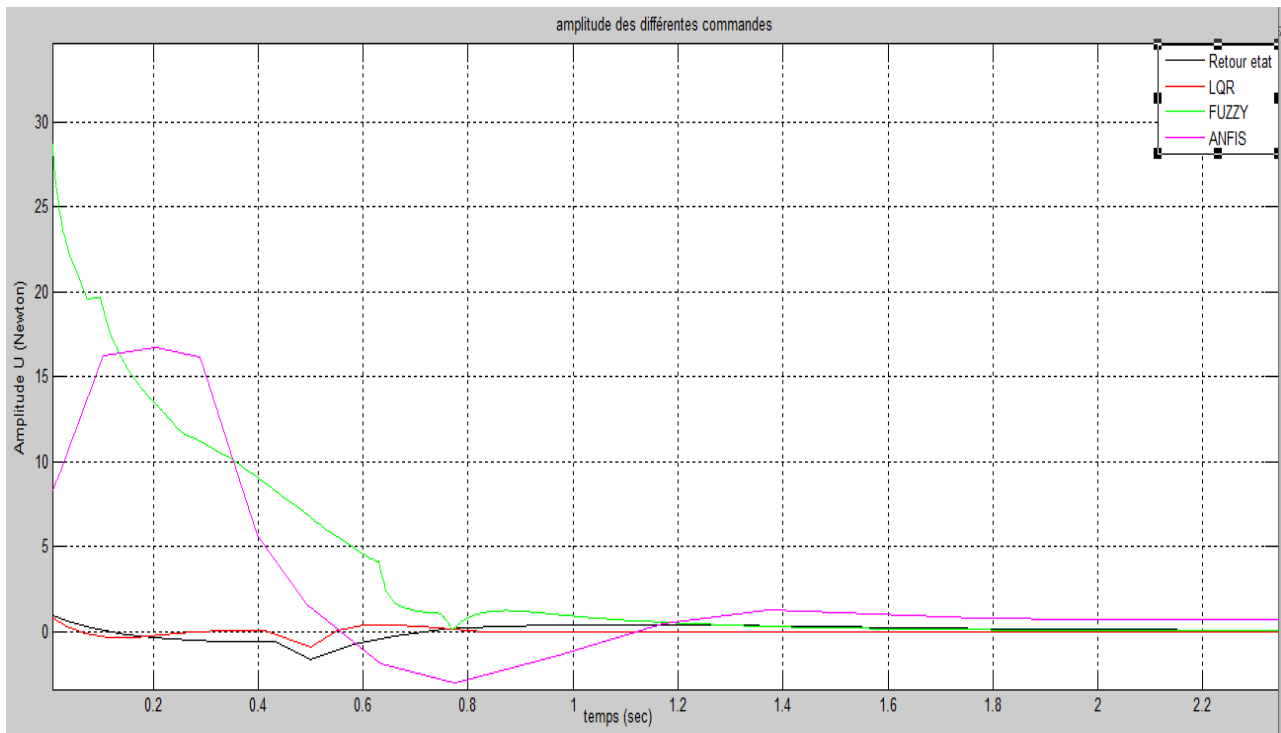


Figure IV.38 Amplitude U des différentes commandes

Comme l'amplitude de l'effort fournit par la commande PID est très grand qui varie entre [-3000 : 4000]. Alors on va l'exclure et on va faire le zoom pour mieux voir la figure :



Les commandes intelligentes ANFIS et la commande par la logique floue sont assez souples bien qu'elles soient un peu plus fortes que celles obtenues par la commande LQR et celle du retour d'état.

IV.9 Conclusion :

Ce chapitre concerne l'application des différentes techniques de commande déjà mentionner dans le chapitre précédent. Afin de pouvoir faire une étude comparative entre ces commandes.

Après simulation, les résultats montrent :

En linéaire :

- ✓ La commande PID est agressif.
- ✓ La commande par retour d'état est moins performante par rapport à d'autres commandes
- ✓ Le régulateur LQR donne des meilleures réponses par rapport au régulateur PID et celle par retour d'état à savoir un temps de montée plus court, une bonne précision, absence de dépassements. Mais il reste le problème du choix des paramètres de pondérations Q et R.

Non linéaire :

- ✓ Le régulateur flou est robuste mais il demande l'expertise au niveaux des règles.
- ✓ La commande par ANFIS augmente les performances d'un système flou en lui associant les avantages de l'apprentissage et la capacité de généralisation des réseaux de neurones.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion Générale

Ce travail d'étude et de recherche concernant les pendules inversés a été une excellente occasion pour nous d'augmenter nos connaissances dans le domaine de l'Automatique. Nous avons vu l'importance de ce système comme une plateforme pour tester les méthodes de contrôle et aussi dans ses diverses applications dans le monde réel.

1. Le premier chapitre a permis de rappeler les généralités sur les pendules inversés
2. Dans le deuxième chapitre nous avons déduit un modèle du système étudié. La linéarisation permet d'obtenir un modèle d'état linéaire autour du point d'équilibre considéré. L'analyse de la stabilité a montré que le système est instable en boucle ouverte, et nécessite donc une correction pour être stabilisé et fonctionner proprement.
3. Le troisième chapitre, se subdivise en deux parties :
 - **Dans première partie** : nous avons présenté trois méthodes de commandes classiques :
 - La commande conventionnelle, la structure de réglage classique avec une définition des régulateurs les plus utilisés (P, PI, PD et PID) Ainsi que leur principe de fonctionnement détaillée. Après nous avons cité quelques méthodes de conception du régulateur PID et nous avons présenté brièvement la plus utilisés (la méthode du lieu de racine).
 - La commande par retour d'état
 - La commande linéaire quadratique (LQR).
 - **Dans la deuxième partie** : On s'est intéressé à deux techniques de commande intelligentes

En premier lieux nous avons présenté les notions de base de la logique floue ainsi que la composition d'un système de commande floue. Les notions fondamentales du raisonnement flou ont été éclaircies en expliquant comment s'effectue la déduction des nouvelles informations à partir des informations déjà disponibles à base des règles linguistiques. Le concept d'ensembles flous peut être appliqué à plusieurs problèmes, selon la nature de l'information, la manipulation de l'imprécis et la complexité du problème.

Ensuite on s'est intéressé à un système d'inférence adaptatif neuro-flou (Adaptive Network Based Fuzzy Inference System) ou (ANFIS) qui augmente les performances d'un système flou en lui associant les avantages de l'apprentissage et la capacité de généralisation des réseaux de neurones.

4. Le chapitre quatre nous a permis d'appliquer notre expérience de simulation Matlab à ce système par l'application des différentes techniques de commande déjà mentionner dans le chapitre précédent. Afin de pouvoir faire une étude comparative entre ces commandes

Les résultats ont montré que :

- ✓ La commande PID est agressive
- ✓ La commande par retour d'état est moins performante par rapport à d'autres commandes
- ✓ Le régulateur LQR donne des meilleures réponses par rapport au régulateur PID et celle par retour d'état à savoir un temps de montée plus court, une bonne précision, absence de dépassements. Mais il reste le problème du choix des paramètres de pondérations Q et R.
- ✓ Le régulateur flou est robuste mais il demande l'expertise au niveau des règles.

- ✓ La commande par ANFIS augmente les performances d'un système flou en lui associant les avantages de l'apprentissage et la capacité de généralisation des réseaux de neurones.

. Malgré les avantages du régulateur flou liés à sa mise en œuvre en comparaison avec les commandes classiques mais ces derniers restent encore le plus utilisés dans l'industrie.

BIBLIOGRAPHIE

1. MASSINISSA T, SALIA A : « Stabilisation d'un pendule inverse par des contrôleurs utilisant la structure à deux degrés de liberté ». Mémoire du Master Académique, UMMTO, (2016)
2. LUND BERG, KENT H, TAYLOR W. BARTON : « History of Inverted-Pendulum Systems ». IFAC Proceedings Volumes 42.24 : 131-135, (2010).
3. BOULARES A, Mlle MNTAMBO MARJORIE : « Etude de la commande et simulation des circuits d'un pendule inversé ». Master Automatique. Université M'hamed Bougara Boumerdes, (2007).
4. FERHAT L : « Mise en œuvre d'une stratégie de commande neuro floue : Application à un pendule inversé ». Mémoire de magistère, Université de Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou, (2011).
5. KHEMISSAT A : « Plateforme de prototypage rapide pour la robotique mobile : Application à un robot Auto-balancé ». Mémoire de Master, UMBB, Boumerdes, (2016).
6. RICH CHI OOI : « Balancing a Two-Wheeled Autonomous Robot ». The University of Western Australia School of Mechanical Engineering, Final Year Thesis, (2003).
7. KUPHALDT T : « Lessons in Industrial Instrumentation », Version 2.11,2015.
8. BOURLES.H : « Systèmes linéaires de la modélisation à la commande ». Hermès Sciences Publication, Paris, (2006).
9. https://www.academia.edu/14920479/Inverted_Pendulum_Analysis_Design_and_implementation_IIIEE_Visionaries
10. JEAN PIERRE CORRIOU : « commande des procédé ». Edition Lavoisier, Paris, (1996).
11. MESSABIH M, ZEKRI B : « Modélisation et Commande pour la stabilisation d'un robot pendulaire inversé sur des roues ». Master Automatisation et contrôle des systèmes industriels. UNIVERSITÉ IBN KHALDOUN – TIARET, (2011).
12. BOUTANA W, YKHELFOUNE N : « Etude comparative en simulation entre un régulateur PID et un régulateur flou ». Master en Electronique. Université Mohammed Seddik BENYAHIA – Jijel, (2019).
13. CHRISTOPHE CALMETTES : « Automatique Commande des Systèmes Linéaires Continus », (2019)
14. <http://Ctms.engin.umich.edu/CTMS/index.php?example=invertedPendulum>
15. Nice (2008). CHAPITRE 3: Commande linéaire
16. TIOURA A, ZEROUAL W : « Commande du système pendule –chariot par les techniques de l'espace d'état ». UNIVERSITE LARBI BEN M'HIDI OUM EL BOUAGHI, Master Informatique Industrielle, (2010).
17. JEAN-PIERRE BABARY : « Commande optimale des systèmes continus déterministes ». Masson., 1985,279p.
18. Zadeh LA : « Fuzzy sets. Information and control ». 1965;8(3):338-53.
19. Zadeh LA : « A fuzzy-algorithmic approach to the definition of complex or imprecise concepts ». International Journal of Man-machine studies. 1976;8(3):249-91.
20. HUERTA EB : « Logique floue et algorithmes génétiques pour le prétraitement de données de bio puces et la sélection de gènes ». Université d'Angers, (2008).

21. SAMUEL A : « théorie des ensembles flous: Application à la mesure de la pauvreté au Congo ». DT,16, (2009).
22. SOUFANE H, HALIM R ; « Optimisation de la commande de lévitation magnétique pour la recherche locale ». Master en électronique, université Mohammed Seddik Ben Yahia-Jijel, (2017).
23. BELHOUANE S : « Étude et simulation d'une régulation thermique par la logique floue Master en Electronique, Université ABDERRAHMANE MIRA de Bejaia, (2014).
24. TALBI N : « Conception des Systèmes d'inférence Floue par des approches Hybrides : Application pour la Commande et la Modélisation des Systèmes Non linéaires ». Thèse de Doctorat en Science. Université de Constantine 1, (2014).
25. GHALEB A : « Commande floue d'un UPFC à trois niveaux pour améliorer la stabilité transitoire d'un réseau multi machines ». Mémoire de magistère en électrotechnique. Université des sciences et de la technologie Mohamed Boudiaf- ORAN, (2012)
26. F.C. TENG, A.C. TSOI : « Fuzzy controller based on MacVicar Whelan matrix », 20th International conférence on Industrial Electronics, Control and Instrumentation, (1994).
27. VRANCIC D, Y. RENG, J. PETROVEIV, R. HANNS : « A new tuning method for PID controllers, 4th IFAC conference on system structure and control, Bucharest, october 23-25, (1997).
28. ADELIN, RAFAEL GOURIVEAU, N ZERHOUNI : « pronostic de défaillances, maîtrise de l'erreur de prédiction ». Manuscrit auteur, publié dans 7ème Conférence Internationale de Mobilisation et Simulation, MOSIM'08, Paris-France, (2008).
29. Boumediene S : « Contrôle d'un système non linéaire (véhicule) avec les réseaux neuro-flous ». Magister en informatique, université de Batna, (2013).