

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

UNIVERSITE BADJI MOKHTAR ANNABA
BADJI MOKHTAR ANNABA-UNIVERSITY



جامعة باجي مختار عنابة

FACULTE DES SCIENCE DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

MEMOIRE

PRESENTE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE MASTER

INTITULE

ETUDE DU PROBLEME INVERSE : CAS DE CONTACT
THERMIQUE PERIODIQUE : APPLICATION AU
SIEGE-SOUPAPE

DOMAINE : SCIENCE ET TECHNIQUE

FILIERE : MASTER

SPECIALITE : ENERGETIQUE ET ENVIRONNEMENT

PRESENTATION PAR : Melle LABACI SARRA

DIRECTEUR DU MEMOIRE : Dr. AZZOUZ SALAH EDDINE

DEVANT LE JURY

PRESIDENT :	H. MZAD	(Pr)	UNIVERSITE BADJI MOKHTAR
EXAMINATEURS :	A.DJEMILI	(Mc)	UNIVERSITE BADJI MOKHTAR
	F.MECHIGHHEL	(Mc)	UNIVERSITE BADJI MOKHTAR

Année : 2014



REMERCIEMENT

Je remercie DIEU le tout puissant et miséricordieux pour la volonté, la santé et la patience d'accomplir ce Modeste travail.

Qu'il me soit permis de présenter ici mes remerciements à tout un petit monde de personnes qui ont rendu possible la présent étude et qui ont contribué à son élaboration sous quelque forme que ce soit.

Mes premiers remerciement vont tout naturellement à Monsieur AZZOUZ SALAH EDDINE, qui a sa être un encadreur en or. Je le remercie vivent pour son écoute attentive, ses conseils, sa confiance et son soutien pour mes initiatives. Il a montré une très forte disponibilité et a tout mis en œuvre pour la réussite de ce travail.

Je désire également remercier les enseignants du département Génie Mécanique qui m'ont fourni les outils nécessaires à la réussite de mes études universitaires notamment les Pr B. Merzoug, Dr A. Haouam, le Pr H. Mzad, Je tiens à remercier particulièrement Dr A. Djemili, Mr S. Babari, Mr F. Mechighel. Et le Pr L. Boumaraf.

Les mots ne suffiront pas pour remercier mes parents sans qui je ne serais arrivé jusque là et mes frères qui n'ont jamais cessé de me soutenir, je leur dis simplement merci.

Merci aussi à ceux que j'ai maladroitement oublié...

Merci à toutes et à tous





Dédicace

Pour m'avoir permis d'être ce que je suis devenu aujourd'hui, je voudrais remercier le SEIGNEUR des mondes par qui tout est possible : DIEU

...A la mémoire de mon cher PAPA.

Je dédie ce travail à ma très chère MAMAN qui a fait tous les sacrifices pour que je sois à la hauteur et qui m'a donné un magnifique modèle de patience et de persévérance.

J'espère que tu seras fière de ce modeste travail, toute ma connaissance et tout mon amour.

...A mon aimable Fiancé: ZIZOU BELHADJ pour son soutien et surtout pour sa patience.

...A ma très chère et unique sœur : IMEN

...A mon cher frère : KHALED

...A Tous mes proches

...A Mes collègues et à mes amis sans exception

...A Tous ceux qui m'ont aidé et encouragé



Sarra



Nomenclature

α	Diffusivité thermique (m^2/s)
b	Effusivité thermique ($\text{W s}^{-1/2} \text{K}^{-1} \text{m}^{-2}$)
C_p	Chaleur spécifique ($\text{J}/\text{K}_g \text{K}$)
CT	Constante de temps harmonique (s)
f	Fréquence de contact (Hz)
i	Incrément spatial
L_j	($j=1, 2$) Epaisseur de la paroi (m)
M	Incrément spatial correspondant à L
n	Incrément temporel
R_c	Résistance thermique de contact ($\text{K.m}^2/\text{W}$)
RTC	Résistance d'intermittent de contact ($\text{K.m}^2/\text{W}$)
TT	Température totale, moyenne (K)
T_{0j}	($j = 1, 2$) Température limites imposées (K)
x	Axe du déplacement du galet ΔT Saut de température moyen (K)
$T_{01,2}$	Température initiale à l'interface de régime périodique établi
ΔT_0	Ecart de température initial de régime périodique établi
$\Delta x,$ $\Delta t,$	pas d'espace (m) et de temps (s)
θ	Facteur de poids de la méthode combinée
φ_i	Densité de flux du contact intermittent W/m^2
φ_{bc}	Densité de flux brusque mise en contact W/m^2
γ	Coefficient de partage de la période
λ	Conductivité thermique ($\text{W}/\text{m.K}$)
ρ	Masse volumique (Kg/m^3)
t_f	Le temps de calcul nécessaire

J	Fonctionnelle (C°)
J_i	Fonction de Bessel
E_i	Distance entre la Surface et le thermocouple le plus proche
x_i	Les nœuds du maillage Spatial
r	Désigne un nombre de pas de temps Future
T_i^n	Le champ de température
q^n	Densité de flux
Y_i	La température Mesuré par le thermocouple (C°)
Y_j^{n+k}	Relevé de Température
K_j^k	Gain Calcul à partir des coefficients de sensibilité de la température aux points de mesure
ε	L'amplitude du bruit de mesure
Φ	Flux thermique W
r_c	Le rayon du trou servant à accueillir le thermocouple

<u>TABLE DES MATIERES</u>		page
DEDICACES		i
REMERCIEMENT		ii
NOMENCLATURE		iii
INTRODUCTION GENERALE		iv
CHAPITRE 1 : Etude bibliographique des transferts thermiques à l'interface		
Chapitre 1	1. Introduction	1
	1.1. Rappel sur le transfert thermique	1
	1.1.1. Conduction	1
	1.1.2. La Loi de Fourier	3
	1.1.3. Flux Thermique	3
	1.1.4. Densité De Flux Thermique	4
	1.1.5. Champs de température	4
	1.1.6. Gradient de température	4
	1.1.7. La conductivité thermique	5
	1.1.8. L'effusivité thermique	5
	1.1.9. Transfert de chaleur par conduction en régime permanent	6
	1.1.10. Transfert de chaleur par conduction en régime variable	9
	1.2. Rappels sur les méthodes numériques	16
	1.2.1. Expression de l'équation de Laplace en différences finies	16
CHAPITRE 2 : Problème direct du contact intermittent		
Chapitre 2	2.1. Introduction	20
	2.2. Modèle théorique	20
	2.2.1. Equations mathématiques	21
	2.3. Résolution numérique	21
	2.3.1. Introduction	21
	2.3.2. Formulation du problème direct	23
	2.3.3 Contact fermé	24
	2.3.4. Méthode des différences finies	25
	2.3.5 Contact ouvert	28

	2.3.6. Equation matricielle	30
	2.3.7. Présentation de l'organigramme	31
	2.4. Algorithme de résolution	34
	2.4.1. Condition du régime périodique établis	36
	2.4.2. Comparaison des températures successives	36
CHAPITRE 3 : Problème Inverse du contact intermittent		
Chapitre 3	3. Problème Inverse du Contact Intermittent	37
	3.1. Le principe de mesure des paramètres locale et instantanés	37
	3.1.2. Aspects théoriques de l'instrumentation	38
	3.1.2.1. Etude de la sensibilité aux flux de chaleur transféré	38
	3.1.2.2. Instrumentation par thermocouples	40
	3.1.2.3. Définition d'un capteur fluxmètre pariétal	40
	3.1.2.4. Aspect théorique de l'instrumentation par capteur flux-métrique pariétal	41
	3.1.2.5. Compromis sensibilité-précision de mesure	41
	3.1.2.6. Biais de mesure liés à l'estimation de conditions thermiques superficielles	41
	3.1.2.7. Temps de réponse du capteur	43
	3.2. La méthode séquentielle de Beck	43
	3.2.1. Principe de la méthode	43
	3.2.1.1. Formulation du problème	43
	3.2.1.2. Description de la méthode séquentielle de J.V. Beck	44
	3.2.1.3. Le principe de la méthode	45
	3.2.1.4. L'algorithme de calcul	48
	3.2.2.1. Difficultés liées aux problèmes inverses en conduction de la chaleur	49
	3.2.2.2. Validation du problème inverse	50
3.3. Résultats et interprétations	53	
CONCLUSION GENERALE		

INTRODUCTION GENERALE

Le contact thermique intermittent (CTI) est un sujet intéressant aussi bien sur le plan fondamental que sur celui des applications. Dans la bibliographie, ce n'est qu'en 1972 que les travaux sur le domaine de contact périodique ont débuté. Au départ le sujet a suscité de l'intérêt d'abord pour les aspects théoriques notamment le champ moyen [1] puis les aspects expérimentaux. Les travaux réalisés, tant sur le plan théorique qu'expérimental [2,11], restent insuffisants pour décrire le comportement thermique du contact intermittent. Sur les deux plans, expérimental et modèle la bibliographie montre que l'approche se fait toujours en régime thermique périodique établi. De ce fait, deux paramètres temporels fondamentaux déterminent le transfert à travers un tel contact : la période et le coefficient de partage de la période, c'est à dire la fraction de période pendant laquelle il y a contact solide - solide. L'application la plus connue est celle du contact siège-soupape et qui reste toujours d'actualité. Dans de tels systèmes, les industriels sont confrontés à des problèmes de maîtrise du refroidissement. Il est alors nécessaire d'optimiser le transfert de chaleur. Cette étude vient en complément des travaux déjà réalisés. Les derniers travaux se sont intéressés à faire ressortir les phénomènes mises en jeu lors du contact intermittent en tenant compte lors de la phase de contact de la présence d'une résistance statique. Récemment une étude théorique sur le contact thermique intermittent [13,14] a été faite. Le modèle retenu est celui de deux cylindres en contact intermittent en régime périodique établi. La solution du problème direct montre que l'intermittence de contact introduit un pseudo résistance thermique dite 'résistance d'intermittence de contact (RIC). Les deux situations de contact parfait et imparfait en faisant intervenir la fréquence f et le coefficient de partage de la période γ ont été abordés dans cette étude. C'est dans la même perspective de l'étude précédente, que nous comptons mener ce projet. On s'intéresse plus particulièrement à l'étude du problème inverse et sa validation. Pour cela nous avons fait appel à la méthode de Beck séquentielle, un algorithme et un programme de résolution ont été développés. Le problème inverse a été validé au départ par des cas usuels, créneau et échelon. Puis une validation a été faite sur le contact intermittent qui est l'objet de cette étude.

Ce mémoire se compose de trois chapitres. On commence par une étude bibliographique et un rappel sur la théorie du transfert thermique où il a été mentionné les différents travaux théoriques et expérimentaux réalisés à ce jour sur ce thème. Le deuxième chapitre est consacré à la présentation du modèle direct du problème de contact thermique intermittent. La troisième partie du projet est dévolue à la résolution du problème inverse. Dans cette étude, nous avons fait appel à la méthode de Beck séquentielle. Un algorithme de résolution appliqué au contact thermique intermittent a été développé, les résultats retenus du problème direct ont été utilisés pour la validation du problème inverse.

Chapitre 1

Rappel théorique sur les transferts

Thermiques à l'interface

Ce chapitre a pour objectif de faire le point sur l'étude des aspects thermique à l'interface de contact Intermittent (siège soupape) d'une génération de chaleur par frottement, dans le but de bien apprécier les rôles respectifs des paramètres de contact servant à décrire la condition thermique d'interface.

Lorsque plusieurs solides sont en contact, on constate que le transfert de chaleur entre ces solides est non seulement imparfait, mais également difficile à caractériser. En effet la quantité de chaleur traversant l'interface des solides dépend de plusieurs choses :

- Etat des surfaces de contacts
- Propriétés physiques des solides en contact
- Propriétés physiques d'un fluide interstitiel

Par rapport au contact théorique parfait, L'imperfection du transfert de chaleur est représentée par la notion de résistance thermique de contact (RTC). La valeur de cette résistance rend compte de l'effet résistif que subit le transfert de chaleur au niveau de l'interface.

Pour cela on doit d'abord faire un rappel sur le transfert de chaleur et les méthodes numérique afin de faciliter votre Compréhension.

1.1. Rappel sur le transfert thermique :

Un transfert de chaleur est un transit d'énergie causé par une différence de température. Cette discipline est également appelée transfert thermique ou thermocinétique. Deux corps ayant la même température sont dits en « équilibre thermique ». Si leur température est différente, le corps le plus chaud cède de la chaleur au corps le plus froid. L'étude des transferts de chaleur complète l'étude de la thermodynamique en décrivant la manière dont s'opère le transfert d'énergie. A la différence de la thermodynamique, la thermocinétique fournit des informations sur le mode de transfert en situation de non équilibre ainsi que sur les valeurs de flux de chaleur. Mais le transfert de chaleur s'appuie sur les lois et concept de la thermodynamique.

1.1.1. Conduction :

C'est le transfert de chaleur au sein d'un milieu opaque, sans déplacement de matière, sous l'influence d'une différence de température. La propagation de la chaleur par conduction à l'intérieur d'un corps s'effectue selon deux mécanismes distincts : une transmission par les vibrations des atomes ou molécules et une transmission par les électrons libres.

La théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de Fourier : la densité de flux est proportionnelle au gradient de température :

$$\vec{\phi} = -\lambda S \vec{\text{grad}}(T) \quad (1.1)$$

Ou sous forme algébrique :

$$\phi = -\lambda \cdot S \cdot \frac{dT}{dx} \quad (1.2)$$

Avec : ϕ Flux de chaleur transmis par conduction (W)
 λ Conductivité thermique du milieu ($W m^{-1} ^\circ C^{-1}$)
 x Variable d'espace dans la direction du flux (m)
 S Aire de la section de passage du flux de chaleur (m^2)

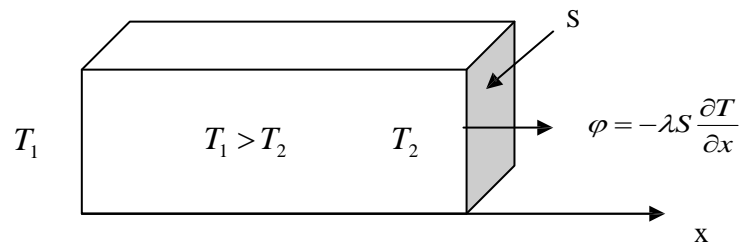


Fig. 1.1 : Schéma du transfert de chaleur conductrice.

1.1.2. La Loi de Fourier :

Les lois de conduction peuvent s'exprimer par des expressions mathématiques précises et, dans les cas simples, pourront se traiter par voie analytique. Fourier apparente la conduction de la chaleur à l'écoulement d'un fluide qui a lieu des régions chaudes vers les régions froides, et dont la seule manifestation dans la matière se traduit par des variations de températures. Cette théorie ne tient pas compte de la structure moléculaire ou atomique que d'une substance, qu'elle assimile a priori à un milieu continu. Elle n'est plus valable quand les distances entre molécules sont relativement trop grandes (gaz raréfiés).

Cette théorie néglige les variations de volume dues aux dilatations et ne fait strictement intervenir que les échanges calorifiques.

La Loi de Fourier, dans le cas d'un champ de température stationnaire ou non, pour un corps Isotrope.

Ou :

$$\phi = -\lambda.A.\frac{dT}{dx} \quad (1.3)$$

q = le flux de chaleur (en W, anciennement en Kcal/h, ou en Btu/h, p.ex.) Traversant le plans d'abscisse x ;

λ = la conductivité thermique du matériau (en $W.m^{-1}.K^{-1}$, anciennement en $Kcal^{-1} m^{-1} K^{-1}$, ou en $but h^{-1} ft^{-1} F^{-1}$) ;

A = la surface perpendiculaire au flux thermique (en m^2) ;

$\frac{dT}{dx}$ = le gradient de température au point x considéré, c'est-à-dire la variation de la température par unité de longueur, dans la direction x . Ce gradient vaut $\tan \alpha$, α étant l'angle entre l'axe des x et la tangente à la courbe des T au point x considéré.

Le signe moins provient de ce que l'on désire, par convention, que q soit positif quand la chaleur s'écoule vers les x positifs, se qui correspond à un gradient négatif (car la chaleur s'écoule des hauteurs vers les basses températures).

1.1.3 Flux Thermique

Le flux thermique, c'est la quantité de chaleur qui travers une surface isotherme par unité de temps. Il est appelé puissance thermique pour les équipements thermiques.

$$\varphi = \frac{dQ}{dt} \quad (1.4)$$

Le Flux s'exprime en

- Watt : W
- En calorie par seconde Kcal.s⁻¹

1.1.4. Densité De Flux Thermique

La densité de flux thermique (ou flux thermique surfacique) c'est le flux thermique par unité de surface. La densité de flux thermique s'exprime en watt par mètre carré (W.m⁻²).

$$\phi = \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{S} \frac{dQ}{dt} \quad (1.5)$$

Si la densité de flux est uniforme sur la surface considérée :

$$\phi = \frac{\varphi}{S} \quad (1.6)$$

1.1.5. Champs de température

Les transferts d'énergie sont déterminés à partir de l'évolution dans l'espace et dans le temps de la température : $T = f(x,y,z,t)$. La valeur instantanée de la température en tout point de l'espace est un scalaire appelé champ de température. Nous distinguerons deux cas :

- Champ de température indépendant du temps : le régime est dit permanent ou stationnaire.
- Evolution du champ de température avec le temps : le régime est dit variable ou transitoire.

1.1.6. Gradient de température

Si l'on réunit tous les points de l'espace qui ont la même température, on obtient une surface dite surface isotherme. La variation de température par unité de longueur est maximale le long de la normale à la surface isotherme. Cette variation est caractérisée par le gradient de température :

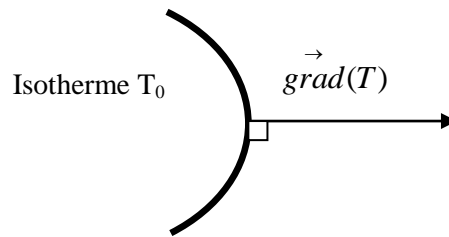


Fig. 1.2 : Surface isotherme

$$\vec{\text{grad}}(T) = n \frac{\partial T}{\partial n} \quad (1.7)$$

1.1.7. La conductivité thermique : λ (lambda)

La conductivité thermique est le flux de chaleur, par mètre carré, traversant un matériau d'un mètre d'épaisseur pour une différence de température de un degré entre les deux faces. Elle s'exprime en $\text{W/m} \cdot ^\circ\text{C}$. C'est une donnée intrinsèque à chaque matériau, qui caractérise donc uniquement ses performances isolantes.

1.1.8. L'effusivité thermique

L'effusivité thermique d'un matériau caractérise sa capacité à échanger de l'énergie thermique avec son environnement. Cette capacité ne signifie pas que la température du mur s'élève rapidement, puisqu'une grande effusivité implique une valeur élevée de la capacité thermique, ce qui garantit de faibles variations de température de paroi et une grosse quantité d'énergie stockée. Elle est donnée par :

Où

λ est la conductivité thermique du matériau (en $[\text{W} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^{-1}]$)

ρ la masse volumique du matériau (en $[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$)

c La capacité thermique massique du matériau (en $[\text{J} \cdot \text{K}_g^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$)

Elle s'exprime donc en $(\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2})$.

➤ Sens physique et paradoxe du marbre froid

Le théorème essentiel dit « théorème du contact thermique » est le suivant :

Soit un matériau 1, d'effusivité b_1 à la température T_1 , mis en contact avec un matériau 2 d'effusivité b_2 et de température T_2 . On suppose que la mise en contact se fait par une surface plane parfaitement lisse. On néglige donc la résistance de contact. Quelle est immédiatement

après le contact la température de surface des deux matériaux ?

La réponse n'est évidemment ni T_1 ni T_2 , mais assez vraisemblablement entre les deux. Ce n'est pas non plus $(T_1+T_2)/2$ car on conçoit que la diffusivité importe, ainsi que la capacité thermique des matériaux. La réponse est :

$$T = \frac{b_1 T_1 + b_2 T_2}{b_1 + b_2} \quad (1.8)$$

Avec T , T_1 , T_2 dans la même unité de température qui peut être le kelvin ou le degré Celsius. Autrement dit, la température de contact est la moyenne des températures des deux corps pondérées par leur effusivité respective.

Par exemple, si l'on pose la main sur du bois et de l'acier de même température (disons 20 °C), l'acier paraîtra plus froid car son effusivité est de 14000 J/K/m²/s^{1/2} et celle de la peau 400. La température alors ressentie par les capteurs de la peau est :

$(14000*20+400*37)/14400=20.47^\circ\text{C}$. Par contre pour le bois d'effusivité de l'ordre de 400 également, la température ressentie $(400*20+400*37)/800=28.5^\circ\text{C}$: le bois est ressenti comme une matière « chaude », alors que sa température est la même que celle de la pièce, 20°C.

➤ Différence avec la diffusivité thermique

Ne pas confondre l'effusivité thermique $\alpha = \frac{\lambda}{\rho c}$ en m²/s té thermique avec la. Les deux

valeurs sont évidemment liées : $b = \sqrt{ac\rho}$

Toutes deux sont les grandeurs essentielles pour quantifier l'inertie thermique. A la différence de la diffusivité thermique qui décrit la rapidité d'un déplacement des calories à travers la masse d'un matériau, l'effusivité décrit la rapidité avec laquelle un matériau absorbe les calories. Plus l'effusivité est élevée, plus le matériau absorbe d'énergie sans se réchauffer notablement. Au contraire, plus elle est faible, plus vite le matériau se réchauffe.

1.1.9. Transfert de chaleur par conduction en régime permanent :

➤ L'équation de la chaleur :

Dans sa forme monodimensionnelle, elle décrit le transfert de chaleur unidirectionnel au travers d'un mur plan :

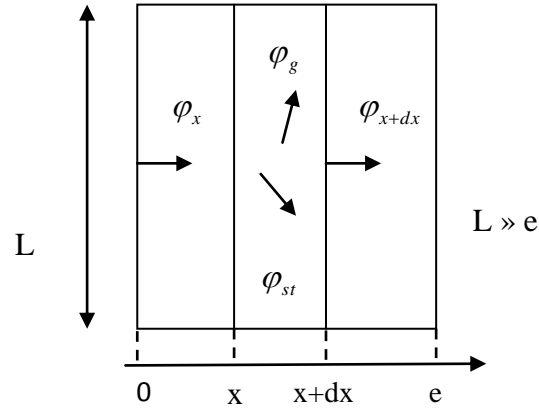


Fig. 1.3 : bilan thermique sur un système élémentaire

Considérons un système d'épaisseur dx dans la direction x et de section d'aire S normalement à la direction Ox . Le bilan d'énergie sur ce système s'écrit :

$$\varphi_x + \varphi_g = \varphi_{x+dx} + \varphi_{st} \quad (1.9)$$

Avec

$$\varphi_x = -\left(\lambda s \frac{\partial T}{\partial x}\right)_x \quad (1.10)$$

Et

$$\varphi_{x+dx} = -\left(\lambda s \frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x+dx} \quad (1.11)$$

$$\varphi_g = qsdx \quad (1.12)$$

$$\varphi_{st} = \rho csdx \frac{\partial T}{\partial t}$$

En reportant dans le bilan d'énergie et en divisant par dx , nous obtenons :

$$\frac{\left(\lambda s \frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x+dx} - \left(\lambda s \frac{\partial T}{\partial x}\right)_x}{dx} + qs = \rho cs \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.13)$$

Soit

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda s \frac{\partial T}{\partial x}\right) + qs = \rho cs \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.14)$$

Et dans le cas tridimensionnel, nous obtenons l'équation de la chaleur dans le cas le plus général :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q = \rho c s \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.15)$$

Cette équation peut se simplifier dans un certain nombre de cas :

- a) Si le milieu est isotrope : $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = \lambda$
- b) S'il n'y a pas de génération d'énergie à l'intérieur du système : $q = 0$
- c) Si le milieu est homogène, λ n'est fonction que de T .

Les hypothèses a) + b) + c) permettent d'écrire :

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{d\lambda}{dT} \left(\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.16)$$

d) Si de plus λ est constant (écart modéré de température), nous obtenons l'équation de Poisson :

$$a \nabla^2 T = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.17)$$

Le rapport $a = \frac{\lambda}{\rho c}$ est appelé la diffusivité thermique ($m^2 \cdot s^{-1}$) qui caractérise la vitesse de propagation d'un flux de chaleur à travers un matériau.

e) En régime permanent, nous obtenons l'équation de Laplace :

$$\nabla^2 T = 0 \quad (1.18)$$

Par ailleurs, les hypothèses a), c), et d) permettent d'écrire :

Equation de la chaleur en coordonnées cylindriques :

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{q}}{\lambda} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.19)$$

Dans le cas d'un problème à symétrie cylindrique où la température ne dépend que de r et de t , l'équation (I.19) peut s'écrire sous forme simplifiée :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\dot{q}}{\lambda} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.20)$$

1.1.10 Transfert de chaleur par conduction en régime variable :

➤ **Conduction unidirectionnelle en régime variable sans changement d'état :**

- **Milieu à température uniforme**

On va étudier le transfert de chaleur vers un milieu à température uniforme, ce qui est a priori contradictoire car il est nécessaire qu'il y ait un gradient thermique pour qu'il se produise un transfert de chaleur. Cette approximation de milieu à température uniforme peut néanmoins être justifiée dans certains cas que l'on va préciser. Soit par exemple la trempe d'une bille métallique qui consiste à immerger une bille initialement à la température T_i dans un bain à température T_0 maintenue constante. Si l'on suppose que la température à l'intérieur de la bille est uniforme, ce qui sera d'autant plus vrai que sa dimension est petite et sa conductivité thermique élevée, on peut écrire le bilan thermique de cette bille entre deux instants t et $t+dt$:

$$-hs(T - T_0) = \rho c V \frac{dT}{dt} \quad (1.21)$$

Soit :

$$\frac{dT}{(T - T_0)} = -\frac{hs}{\rho c V} \quad (1.22)$$

D'où :

$$\frac{T - T_0}{T_i - T_0} = \exp\left(-\frac{hs}{\rho c V} t\right) \quad (1.23)$$

On remarque que le groupement $\frac{hs}{\rho c V}$ est homogène à un temps, on l'appellera τ la constante de temps du système :

$$\tau = \frac{\rho c V}{hs} \quad (1.24)$$

Cette grandeur est fondamentale dans la mesure où elle donne l'ordre de grandeur de temps du phénomène physique, on a en effet :

$$\frac{T - T_0}{T_i - T_0} = \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (1.25)$$

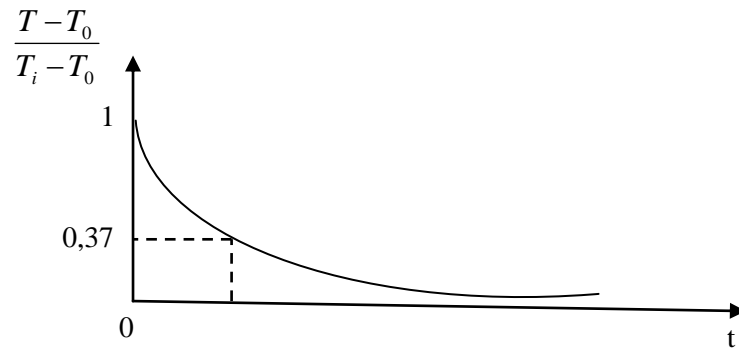


Fig. 1.4 : Evolution de la température d'un milieu à température uniforme

Il est toujours intéressant en physique de présenter les résultats sous forme adimensionnelle, deux nombres adimensionnels sont particulièrement important en régime Variable :

Le nombre de biot

$$B_i = \text{nombre de Biot} = \frac{\frac{l}{\lambda s}}{\frac{l}{hs}} \quad (1.26)$$

l est la dimension caractéristique du milieu, $r = 1$ pour une sphère.

Soit :

$$B_i = \frac{hl}{\lambda} \quad (1.27)$$

L'hypothèse d'uniformité de la température est justifiée lorsque $B_i < 0,1$

Le nombre de Fourier :

$$F_0 = \frac{at}{l^2} \quad (1.28)$$

Le nombre de Fourier caractérise la pénétration de la chaleur en régime variable. La définition de ces deux nombres permet d'écrire l'expression de la température de la bille sous la forme :

$$\frac{T - T_0}{T_i - T_0} = \exp(-B_i F_0) \quad (1.29)$$

- **Le milieu semi-infini :**

Un milieu semi-infini est une paroi d'épaisseur suffisamment grande pour que la perturbation appliquée sur une face ne soit pas ressentie par l'autre face. Un tel système

représente l'évolution d'un mur d'épaisseur finie pendant un temps suffisamment court pour la perturbation créée sur une face n'ait pas atteint l'autre face (vrai tout le temps que la température de l'autre face n'a pas varié).

- **Température constante imposée en surface :**

Méthode : Transformée intégrale de Laplace sur le temps et inversion par les tables.

Le milieu semi-infini est initialement à la température uniforme T_i . On impose brutalement la température T_0 sur sa surface, cette condition limite est appelée condition de Dirichlet :

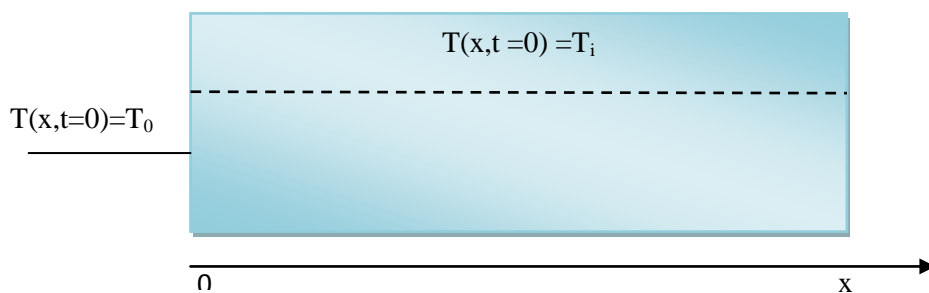


Fig. 1.5 : schéma du milieu semi-infini avec température de surface imposée

L'équation de la chaleur s'écrit :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (a) \quad (1.30)$$

$$\begin{cases} T(x,0) = T_i & (b) \\ T(x=0,t) = T_0 & (c) \\ \lim_{x \rightarrow \infty} T(x,0) = T_i & (d) \end{cases} \quad (1.31)$$

Avec les conditions aux limites

On effectue le changement de variable suivant :

$$\bar{T} = T - T_i \quad (1.32)$$

D'où :

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x}$$

Et

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.33)$$

L'équation (a) peut alors s'écrire :

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} \quad (1.34)$$

Et les conditions aux limites deviennent :

$$\begin{cases} \bar{T}(x,0) = T_i & (b) \\ \bar{T}(x=0,t) = T_0 - T_i & (c) \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \bar{T}(x,t) = 0 & (d) \end{cases} \quad (1.35)$$

Le transformée de Laplace de $\bar{T}(x,t)$ par rapport au temps s'écrit :

$$\theta(x,p) = L\left\{\bar{T}(t)\right\} = \int_0^{\infty} \exp(-pt) \bar{T}(x,t) dt \quad (1.36)$$

La transformée de Laplace de L'équation (a) conduit à :

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} = \frac{1}{a} \left[p\theta - \bar{T}(x,0) \right] \text{ avec } \bar{T}(x,0) = 0 \quad (1.37)$$

Cette équation est donc de la forme $\frac{d^2 \theta}{dx^2} = q^2 \theta = 0$ avec $q^2 = \frac{p}{a}$ (1.38)

D'où

$$\theta(x,p) = Ae^{-qx} + Be^{+qx} \quad (1.39)$$

La température prend une valeur finie quand x tend vers l'infini donc $B = 0$, nous en déduisons que :

$$\theta(x,p) = Ae^{-qx} \quad (1.40)$$

La transformée de Laplace de l'équation (c) conduit à :

$$\theta(0,P) = \frac{T_0 - T_i}{p} \quad (1.41)$$

D'où

$$A = \frac{T_0 - T_i}{p} \text{ et } \theta = (T_0 - T_i) \frac{e^{-qx}}{p} \quad (1.42)$$

L'utilisation des tables de la transformée de Laplace inverse conduit au résultat suivant :

$$\frac{T(x,t)-T_0}{T_i-T_0} = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \quad (1.43)$$

Avec :

$$\operatorname{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u \exp(-t^2).dt \quad (1.44)$$

- Flux imposé

Méthode : Transformée intégrale de Laplace sur le temps et inversion par les tables.

Considérons la même configuration mais en imposant brutalement une densité de flux de chaleur à la surface du milieu semi-infini, cette condition limite est appelée condition de Neumann.

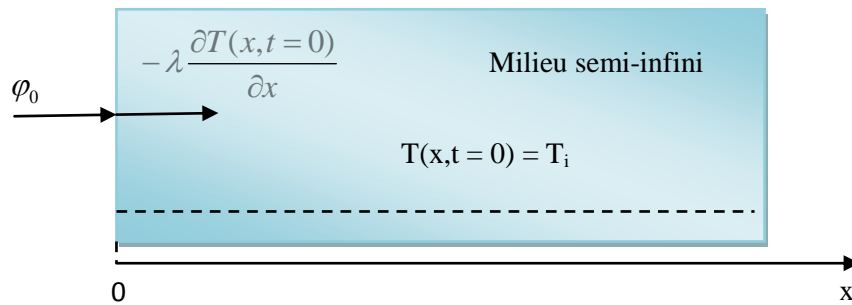


Fig. 1.6 : Schéma du milieu semi-infini avec flux Surfaccique imposé

L'équation de la chaleur s'écrit :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.45)$$

Avec les conditions aux limites :

$$\left\{ \begin{array}{ll} T(x,0) = T_i & (b) \\ T(\infty,t) = T_i & (c) \\ -\lambda \frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = \varphi_0 & (d) \end{array} \right. \quad (1.46)$$

Cette dernière condition traduit la conservation du flux de chaleur au niveau de la surface du milieu semi-infini. On effectue le changement de variable suivant : $\bar{T} = T - T_i$

D'où

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \text{ et } \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.47)$$

L'équation (a) peut alors s'écrire :

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} \quad (1.48)$$

Et les conditions aux limites deviennent

$$\begin{cases} \bar{T}(x,0) = 0 & (b) \\ \bar{T}(\infty,t) = 0 & (c) \\ -\lambda \frac{\partial \bar{T}(0,t)}{\partial x} = \varphi_0 & (d) \end{cases} \quad (1.49)$$

La transformée de Laplace de l'équation (a) conduit à :

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} - \frac{1}{a} \left[p\theta - \bar{T}(x,0) \right] = 0 \quad (1.50)$$

Avec

$$\bar{T}(x,0) = 0 \quad (1.51)$$

D'où : $\theta(x,p) = Ae^{-qx} + Be^{+qx}$ la température garde une valeur finie quand x tend vers l'infini donc $B = 0$, et nous en déduisons que $\theta(x,p) = Ae^{-qx}$

La transformée de Laplace de l'équation (d) s'écrit :

$$\frac{\varphi_0}{p} = -\lambda \frac{d\theta}{dx}(x=0) \text{ d'où } A = \frac{\varphi_0}{\lambda pq} \text{ et } \theta(x,t) = \frac{\varphi_0 e^{-qx}}{\lambda pq} \text{ l'utilisation des tables de la}$$

Transformée de Laplace inverse présentées au résultat suivant :

$$\bar{T}(x,t) = T(x,t) - T_i = \frac{2\varphi_0}{\lambda} \sqrt{at} \operatorname{ierfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \quad (1.52)$$

Avec :

$$\operatorname{ierfc}(u) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-u^2) - u[1 - \operatorname{erf}(u)]$$

➤ Coefficient de transfert de imposée :

Méthode : Transformée intégrale de Laplace sur le temps et inversion par les tables.

On considère le cas où le coefficient de transfert de chaleur par convection h entre le milieu semi-infini et le milieu ambiant est imposé, cette condition limite est appelée condition de

Newton :

L'équation de chaleur s'écrit :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.53)$$

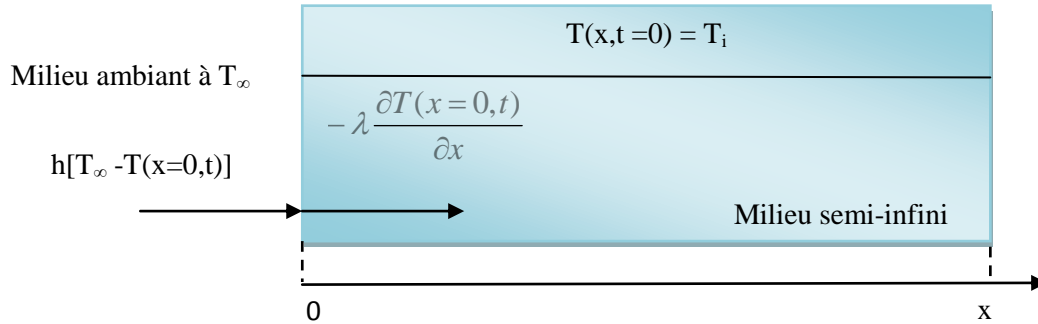


Fig. 1.7: Schéma du milieu semi-infini avec coefficient de transfert convectif imposé avec les conditions aux limites

$$\begin{cases} T(x,0) = T_i & (b) \\ T(\infty, t) = T_i & (c) \\ -\lambda \frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = h[T_\infty - T(x=0,t)] & (d) \end{cases} \quad (1.53)$$

On effectue le changement de variable suivant :

$$\bar{T} = T - T_i \quad (1.54)$$

D'où :

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1.55)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.57)$$

L'équation (a) peut alors s'écrire :

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} \quad (1.58)$$

Les conditions aux limites deviennent :

$$\begin{cases} \bar{T}(x,0) = 0 & (b) \\ \bar{T}(\infty, t) = 0 & (c) \\ \lambda \frac{\partial \bar{T}(0,t)}{\partial x} = h[\bar{T}(x=0,t) - (T_\infty - T_i)] & (d) \end{cases} \quad (1.59)$$

La transformée de Laplace de l'équation (a) conduit à :

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - \frac{1}{a} \left[p\theta - \bar{T}(x,0) \right] = 0 \quad (1.60)$$

Avec :

$$\bar{T}(x,0) = 0 \quad (1.61)$$

D'où :

$$\theta(x,P) = Ae^{-qx} + Be^{+qx} \quad (1.62)$$

La température prend une valeur finie quand x tend vers l'infini donc $B = 0$ et $\theta(x,P) = Ae^{-qx}$. La transformée de Laplace de l'équation (d) s'écrit :

$$\lambda \frac{d\theta}{dx}(0,P) = h\theta(0,P) + \frac{h(T_i - T_\infty)}{P} \quad (1.63)$$

$$\text{Soit : } -\lambda Aq = hA + \frac{h(T_i - T_\infty)}{P\left(\frac{h}{\lambda} + q\right)} \quad \text{D'où : } A = \frac{\frac{h}{\lambda}(T_\infty - T_i)}{P\left(\frac{h}{\lambda} + q\right)} \quad (1.64)$$

Et

$$\theta(x,P) = l(T_\infty - T_i) \frac{e^{-qx}}{p(q+l)} \quad \text{Ou} \quad l = \frac{h}{\lambda} \quad (1.65)$$

L'utilisation des tables de la transformée de Laplace inverse conduit au résultat suivant :

$$\frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) + \exp\left(\frac{hx}{\lambda} + \frac{ah^2t}{\lambda^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}} + \frac{h\sqrt{at}}{\lambda}\right) \quad (1.66)$$

1.2. Rappels sur les méthodes numériques

1.2.1. Expression de l'équation de Laplace en différences finies

Dans le cas où la méthode du coefficient de forme ne peut pas s'appliquer (surfaces non isothermes par exemple), il faut résoudre l'équation de Laplace numériquement. On utilise par exemple une méthode aux différences finies en discrétisant le domaine considéré (espace ou plan). On traitera dans ce qui suit le cas bidimensionnel, le cas tridimensionnel s'en déduit en rajoutant simplement une dimension d'espace.

On considère un milieu plan sur lequel on a appliqué un maillage de pas Δx et Δy tel que représenté sur la figure ci-après :

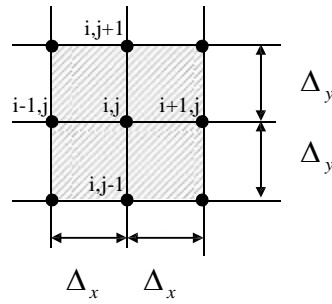


Fig. 1.10 Représentation du maillage de la surface

Les dérivées partielles de la température T peuvent s'exprimer selon les formules suivantes :

$$\frac{\partial T}{\partial x} \left(i + \frac{1}{2}, j \right) \approx \frac{T(i+1, j) - T(i, j)}{\Delta x} \quad , \quad \frac{\partial T}{\partial x} \left(i - \frac{1}{2}, j \right) \approx \frac{T(i, j) - T(i-1, j)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} \left(i, j + \frac{1}{2} \right) \approx \frac{T(i, j+1) - T(i, j)}{\Delta y} \quad , \quad \frac{\partial T}{\partial y} \left(i, j - \frac{1}{2} \right) \approx \frac{T(i, j) - T(i, j-1)}{\Delta y}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} (i, j) \approx \frac{\frac{\partial T}{\partial x} \left(i + \frac{1}{2}, j \right) - \frac{\partial T}{\partial x} \left(i - \frac{1}{2}, j \right)}{\Delta x} = \frac{T(i+1, j) + T(i-1, j) - 2T(i, j)}{(\Delta x)^2}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} (i, j) \approx \frac{\frac{\partial T}{\partial y} \left(i, j + \frac{1}{2} \right) - \frac{\partial T}{\partial y} \left(i, j - \frac{1}{2} \right)}{\Delta y} = \frac{T(i, j+1) + T(i, j-1) - 2T(i, j)}{(\Delta y)^2}$$

L'équation de Laplace en bidimensionnel : $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$

$$\frac{T(i+1, j) + T(i-1, j) - 2T(i, j)}{(\Delta x)^2} + \frac{T(i, j+1) + T(i, j-1) - 2T(i, j)}{(\Delta y)^2} = 0$$

Et si l'on choisit $\Delta_x = \Delta_y$, on obtient :

$$T(i, j) = \frac{T(i-1, j) + T(i+1, j) + T(i, j-1) + T(i, j+1)}{4} \quad (1.96)$$

Expression des conditions aux limites en différences finies :

Les conditions aux limites imposant sur un bord une température de surface s'expriment simplement en fixant la valeur de la température $T(i,j)$ à la valeur imposée pour tout couple (i,j) représentant un point de ce bord.

Les conditions aux limites avec transfert convectif ou flux imposé s'expriment de la manière suivante :

Bord rectiligne

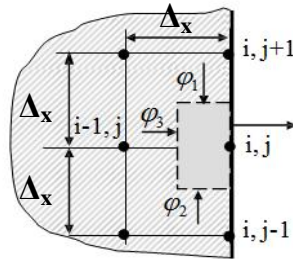


Fig. 1.11 : Représentation des flux élémentaires sur un bord rectiligne

Un bilan thermique appliqué à la surface grise (rectangle de côtés $\Delta x/2$ et Δx conduit au résultat suivant compte tenu des formules établies précédemment :

Densité de flux φ (en W.m^{-2}) imposée :
$$T(i, j) = \frac{T(i-1, j)}{2} + \frac{T(i, j+1) + T(i, j-1)}{4} - \frac{\varphi \Delta x}{2\lambda}$$

Coefficient de convection imposé :
$$T(i, j) = \frac{T(i-1, j) + \frac{T(i, j+1) + T(i, j-1)}{2} + BiT_\infty}{2 + Bi}$$

Ou $Bi = \frac{h\Delta x}{\lambda}$ est le nombre de Biot

Coin Supérieur

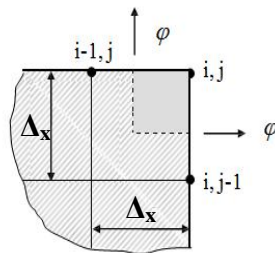


Fig. 1.12 : Représentation des flux élémentaires sur un coin extérieur

Un bilan thermique appliqué à la surface grise conduit au résultat suivant compte-tenu des formules établies précédemment :

Densité de flux φ (en W.m^{-2}) imposée :
$$T(i, j) = \frac{T(i-1, j) + T(i, j-1)}{4} - \frac{\varphi \Delta x}{2\lambda} \tag{1.97}$$

$$\text{Coefficient de convection imposé : } T(i, j) = \frac{\frac{T(i-1, j) + T(i, j-1)}{2} + BiT_\infty}{1 + Bi} \quad (1.98)$$

Coin intérieur

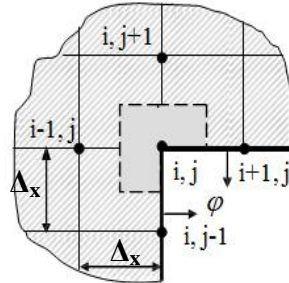


Fig. 1.13 : Représentation des flux élémentaires sur un coin intérieur

Un bilan thermique appliqué à la surface grise conduit au résultat suivant compte-tenu des formules établies précédemment :

Densité de flux φ (en $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$) imposée :

$$T(i, j) = \frac{T(i-1, j) + T(i, j+1)}{3} + \frac{T(i+1, j) + T(i, j-1)}{6} - \frac{\varphi \Delta x}{3\lambda} \quad (1.99)$$

Coefficient de convection imposé :

$$T(i, j) = \frac{T(i-1, j) + T(i, j+1) + \frac{T(i+1, j) + T(i, j-1)}{2} + BiT_\infty}{3 + Bi} \quad (1.100)$$

Chapitre 2

Problème Direct du Contact

Intermittent

2.1. Introduction :

Ce chapitre est destiné à la présentation du modèle direct du problème de contact thermique intermittent. Ainsi on présente en détail la résolution numérique du problème. La deuxième partie de ce chapitre consiste à la présentation et l'interprétation des résultats obtenus. Les études antérieures des résistances thermiques de contact en régime thermique périodique ont montré que la validité du schéma de résistance de contact peut être mise en doute à cause de la non prise en compte de l'inertie du contact ou des phénomènes non encore considérés. Ce qui indique que la résistance de contact ne semble pas être constante.

Afin de mieux comprendre les mécanismes mis en jeu, deux modèles analytiques ont été développés dans le cas du contact imparfait et afin de prédire la résistance thermique de contact, qui permettront de déterminer les valeurs de saut de température ainsi que les valeurs de flux moyen transférées à l'interface pour chaque cas d'étude. Dans ces modèles d'étude on va voir l'influence des paramètres d'intermittence à savoir la fréquence (f) et le coefficient de partage de la période (γ) sur le transfert thermique à l'interface.

2.2. Modèle théorique :

On suppose deux barreaux cylindriques de section droite circulaire égale en contact périodique établi, constitués d'un matériau homogène et isotrope (Cuivre, Aluminium, Acier, Titane) et la surface latérale des deux solides est isolée thermiquement sur toute sa longueur et à ses deux extrémités. Au cours de la période notée τ , le contact entre les deux solides n'a lieu que durant une fraction de période $\gamma\tau$ (s), γ étant le coefficient de partage de la période ($\gamma < 1$). Le schéma de principe du modèle cylindrique monodimensionnel retenu est représenté sur la figure 2.1. Le système d'équation est construit au tour de l'équation de conduction de la chaleur linéaire, avec les conditions aux limites appropriées, notamment à l'interface :

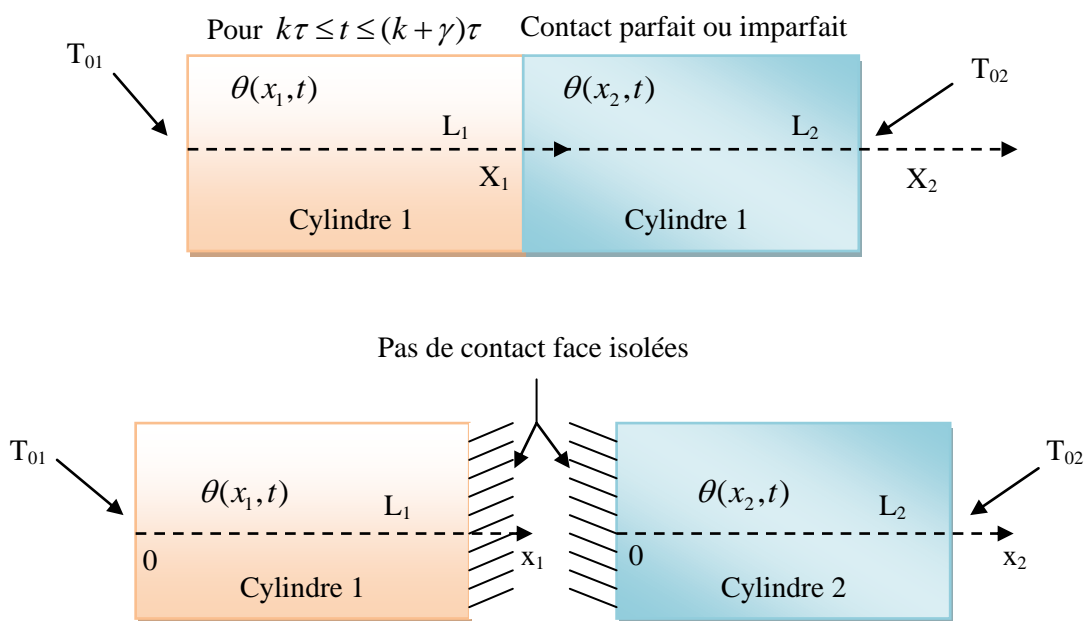


Fig. 2.1 : Schéma de principe d'un modèle cylindrique monodimensionnel

2.2.1. Equations mathématiques :

$$\frac{\partial^2 T_j}{\partial x_j^2} = \frac{1}{a_j} \frac{\partial T_j}{\partial t} \quad \left\{ \begin{array}{l} j=1,2 \\ \text{et} \\ 0 < x_1 < L_1; 0 < x_2 < L_2 \\ T_1(0,t) = T_{1\infty} \end{array} \right. \quad (2.1)$$

$$\forall t \text{ tel que : } k\tau \leq t \leq (k+\gamma)\tau : \left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 \left(\frac{\partial T_1(L_1,t)}{\partial x_1} \right) = \lambda_2 \left(\frac{\partial T_2(0,t)}{\partial x_2} \right) \\ R_c \cdot \lambda_1 \left(\frac{\partial T_1(L_1,t)}{\partial x_1} \right) = T_2(0,t) - T_1(L_1,t) \end{array} \right. \quad (2.2)$$

$\forall t \text{ tel que : } (k+\gamma)\tau \leq t \leq (k+1)\tau :$

$$\lambda_1 \left(\frac{\partial T_1(L_1,t)}{\partial x_1} \right) = \lambda_2 \left(\frac{\partial T_2(0,t)}{\partial x_2} \right) = 0 \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} T_2(L_1+L_2,t) = T_{2\infty} \\ T_j(x,t) = T_j(x,t+\tau) \\ \text{C.A.L :} \\ T_j(x_j,0) = T_{0j} \\ (j=1,2) \end{array} \right. \quad (2.3)$$

On ignore le début de la solution correspondant au régime transitoire pour ne considérer que le cas des temps très longs illustrant la solution en régime périodique établie.

2.3. Résolution numérique :

Les solutions analytiques sont difficiles à obtenir et elles présentent des difficultés de mise en œuvre pour la compréhension des phénomènes mise en jeu lors du contact intermittent. Nous allons de ce fait pour la solution du problème utiliser un modèle numérique, on a choisi la méthode des différences finies (schéma de **Crank-Nicolson**). Cette méthode convient tout à fait aux problèmes complexes de type transfert de chaleur, et elle présente de nombreux avantages, notamment la facilité de programmation, la faible demande en ressources CPU...

Dans un premier temps, on va effectuer quelques rappels sur la méthode en question, puis l'appliquer à notre système, et enfin construire un programme de calcul adéquat afin de résoudre le problème posé. L'ouvrage qui va servir de référence dans cette partie est celui d'OZIŞIK, « Finite difference methods in heat transfer ».

2.3.1. Introduction:

Plusieurs travaux analytiques, numériques et expérimentaux ont été effectués pour évaluer le saut de température sur l'interface de contact ainsi le flux de chaleur généré et modéliser par conséquent la résistance de contact intermittent.

Dans notre cas, on modélise la résistance de contact par des approches basée sur sa distribution lors du passage d'un solide à un autre en contact imparfait ($R_c \neq 0$), On note que la résistance de contact intermittent estimée est d'une forme proche d'un rectangle et une parabole dont l'intensité est comprise entre 10^{-3} et 10^{-4} [$m^2.K.W^{-1}$].

1) Condition du Contact fermé :

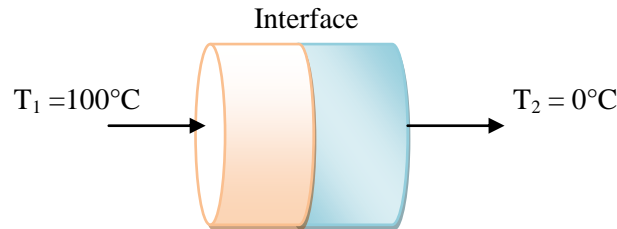


Fig. 2.2 : Schéma d'un contact fermé.

$$\frac{\partial^2 T_j}{\partial x_j^2} = \frac{1}{a_j} \frac{\partial T_j}{\partial t} \begin{cases} \left(\text{avec } a_j = \frac{\lambda_j}{\rho_j \cdot C_j} \right) \\ \text{En } x_1 = 0 : T_1(0, t) = T_{1\infty} \\ \text{En } x_2 = L_2 : T_2(L_2, t) = T_{2\infty} \\ (j=1 \text{ ou } 2) \end{cases} \quad (2.4)$$

$$\text{En } x_1 = L_1 \text{ (et } x_2 = 0) : \begin{cases} -\lambda_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial x_1} \right)_{x_1=L_1} = \frac{T_1(L_1, t) - T_2(0, t)}{R_c} \\ -\lambda_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial x_1} \right)_{x_1=L_1} = -\lambda_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial x_2} \right)_{x_2=0} \end{cases} \quad (2.5)$$

Condition du Contact ouvert :

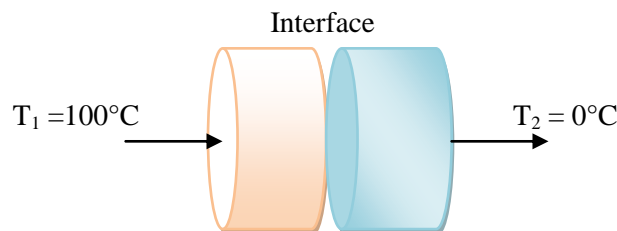


Fig. 2.3 : Schéma d'un contact ouvert

$$-\lambda_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial x_1} \right)_{x_1=L_1} = -\lambda_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial x_2} \right)_{x_2=0} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} C.A.L \\ k=0: \\ T_1(x,0) = T_{1\infty} \\ T_2(x,0) = T_{2\infty} \\ k=0: \\ T_1(x,t) = T_1(x,k.\tau) \\ T_1(x,t) = T_1(x,k.\tau) \end{array} \right. \quad (2.6)$$

2.3.2. Formulation du problème direct :

Solution numérique – Schéma de Crank / Nicolson :

La résolution numérique utilise le schéma de Crank-Nicolson. Il est dérivé du schéma de différenciation implicite. Prenons à ce titre le problème qui nous intéresse :

$$\frac{\partial^2 T_j}{\partial x_j^2} = \frac{1}{a_j} \frac{\partial T_j}{\partial t} \quad (2.7)$$

La discrétisation selon Crank et Nicolson du second membre reste identique au schéma implicite :

$$\frac{1}{a_j} \cdot \frac{T_{j,i_j}^{n+1} - T_{j,i_j}^n}{\Delta t} \quad (2.8)$$

Par contre le premier membre est le résultat de la moyenne arithmétique pondérée de l'équation implicite et de l'équation explicite :

$$\theta \cdot \frac{T_{j,i_j-1}^{n+1} - 2T_{j,i_j}^{n+1} + T_{j,i_j+1}^{n+1}}{(\Delta x_j)^2} + (1-\theta) \cdot \frac{T_{j,i_j-1}^n - 2T_{j,i_j}^n + T_{j,i_j+1}^n}{(\Delta x_j)^2} \quad (2.9)$$

θ est le facteur de poids, il représente le degré implicite de la méthode :

- $\theta = 0$ méthode explicite : $0[\Delta t, (\Delta x)^2]$
- $\theta = 1$ méthode implicite : $0[\Delta t, (\Delta x)^2]$
- $\theta = 1/2$ méthode de Crank-Nicolson : $0[(\Delta t)^2, (\Delta x)^2]$

Sont rapportés de plus les ordres de précision de chaque méthode, obtenus en examinant l'erreur de troncature. On remarque dès lors que la méthode la plus précise est celle de Crank-Nicolson.

La connaissance du critère de stabilité associé à un schéma de différence donné est nécessaire à l'obtention de calculs stables. Le critère de stabilité dépend de la valeur du facteur de poids θ comme indique ci-dessous :

(a) $\frac{1}{2} \leq \theta \leq 1$: stable sans conditions quelque soit r

(b) $0 \leq \theta < \frac{1}{2}$: stable seulement si $0 \leq r \leq \frac{1}{2-4\theta}$ avec $r = \frac{a_i \cdot \Delta t}{(\Delta x)^2}$

On constate finalement que le schéma de discrétisation choisi est inconditionnellement, stable.

Système discret :

L'étape initiale est la séparation de notre problème en deux, avec d'un coté le contact fermé et de l'autre le contact ouvert. Nous allons ensuite applique le schéma de discrétisation présenté ci-avant (Crank-Nicolson) pour la résolution.

2.3.3 Contact fermé :

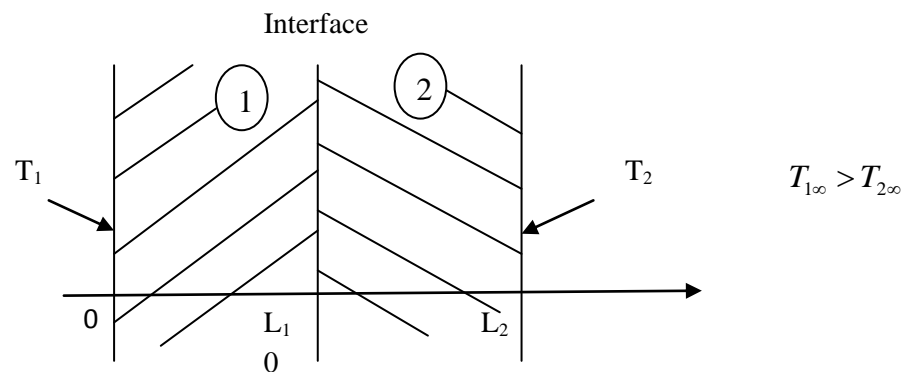


Fig. 2.4 : Schéma de la période contact fermé

Mise en équation du problème : ($K.\tau \leq t \leq K.\tau + \tau_c$)

Equation de transfert :

$$\frac{\partial^2 T_j}{\partial x_j^2} = \frac{1}{a_j} \frac{\partial T_j}{\partial t} \left\{ \begin{array}{l} \left(\text{avec } a_j = \frac{\lambda_j}{\rho_j C_j} \right) \\ j=1 \text{ ou } 2 \\ C.A.D \\ \text{En } x_1 = 0 : T_1(0,t) = T_{1\infty} \\ \text{En } x_2 = L_2 : T_2(L_2,t) = T_{2\infty} \end{array} \right. \quad (2.10)$$

$$C.A.D : \text{En } x_1 = L_1 \text{ (et } x_2 = 0) \left\{ \begin{array}{l} -\lambda_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial x_1} \right)_{x_1=L_1} = \frac{T_1(L_1, t) - T_2(0, t)}{R_c} \end{array} \right. \quad (2.11)$$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial x_1} \right)_{x_1=L_1} = \lambda_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial x_2} \right)_{x_1=0} \end{array} \right\} \quad (2.12)$$

$$C.I \left\{ \begin{array}{l} k = 0 \\ T_1(x, 0) = T_{1\infty} \\ \text{et} \\ T_2(x, 0) = T_{2\infty} \\ k \neq 0 : \\ T_1(x, t) = T_1(x, k.\tau) \\ \text{et} \\ T_2(x, t) = T_2(x, k.\tau) \end{array} \right. \quad (2.13)$$

Discretisation du système :

L'intervalle d'espace $[0, L]$ est discrétisé par une subdivision régulière $\Delta x = L/M$ de pas ; $x_j = j.\Delta x, j=1,2$ et l'intervalle de temps est discrétisé avec un pas $\Delta t = \tau/n$

$n_f = n.n_{dp} n = 0, \tau\gamma$ pour chaque instant la fonction température $T(t_n, x)$ est discrétisé par le vecteur de ses valeurs aux points de la subdivision : $T^n = (T(t_n, x_j))_{j=1,2}$

2.3.4. Méthode des différences finies :

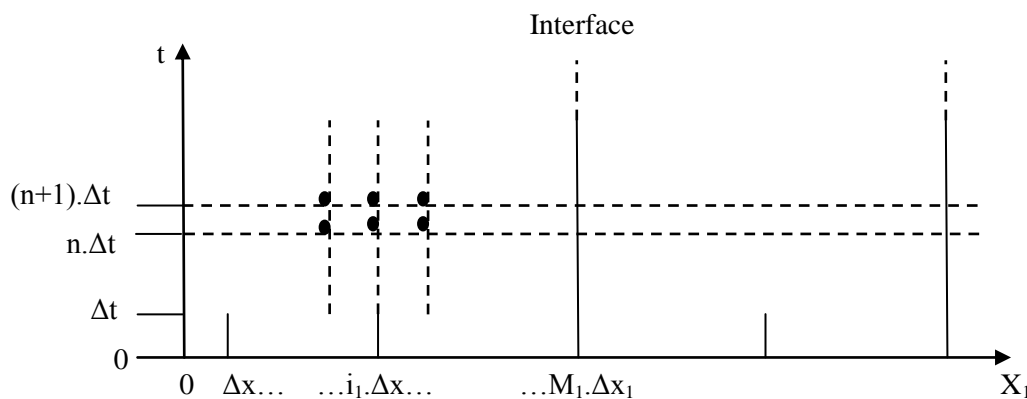


Fig. 2.5 : Schéma de discrétisation du système

$$(2.10) \Rightarrow \theta \cdot \frac{T_{j,i_{j-1}}^{n+1} - 2T_{j,i_j}^{n+1} + T_{j,i_{j+1}}^{n+1}}{(\Delta x_j)^2} + (1-\theta) \cdot \frac{T_{j,i_{j-1}}^n - 2T_{j,i_j}^n + T_{j,i_{j+1}}^n}{(\Delta x_j)^2} = \frac{1}{a_j} \cdot \frac{T_{j,i_j}^{n+1} - T_{j,i_j}^n}{\Delta t} \quad (2.14)$$

Si maintenant, on pose : $r_j = \frac{a_j \cdot \Delta t}{(\Delta x_j)^2}$, l'équation (2.14) discrétisée devient :

$$\begin{aligned} -r_j \cdot \theta \cdot T_{j,i_{j-1}}^{n+1} + (1+2r_j \cdot \theta) T_{j,i_j}^{n+1} - r_j \cdot \theta \cdot T_{j,i_{j+1}}^{n+1} = \\ r_j \cdot (1-\theta) \cdot T_{j,i_{j-1}}^n + [1-2r_j \cdot (1-\theta)] T_{j,i_j}^n + r_j \cdot (1-\theta) \cdot T_{j,i_{j+1}}^n \end{aligned} \quad (2.15)$$

Donc, cette équation fournit les valeurs des températures $T_{j,i}^{n+1}$ à l'interface des deux domaines ($j=1$ ou 2) en fonction des températures de part et d'autre et des températures de l'itération temporelle précédente. Il reste donc à atteindre les températures en limite des domaines. Nous allons pour cela appliquer même schéma de discrétisation sur les conditions aux limites :

$$(2.11) \Rightarrow \text{en} \begin{cases} x_1 = 0 : T_{1,0}^n = T_{1\infty} \\ x_2 = L_2 : T_{2,M_2}^n = T_{2\infty} \end{cases} \quad (2.16)$$

On a ici les températures aux deux extrémités « libres » de notre système.

$$(2.12) \Rightarrow \text{en } x_1 = L_1 (\text{ou } x_2 = 0) \begin{cases} -\lambda_1 \cdot \left(\frac{T_{1,M_1+1}^n - T_{1,M_1-1}^n}{2 \cdot \Delta x_1} \right) = \frac{T_{1,M_1}^n - T_{2,0}^n}{R_c} \\ \Leftrightarrow T_{1,M_1+1}^n = T_{1,M_1-1}^n - \frac{2 \cdot \Delta x_1}{\lambda_1 \cdot R_c} \cdot (T_{1,M_1}^n - T_{2,0}^n) \end{cases} \quad (2.17)$$

$$(2.9) \Rightarrow \text{en } x_1 = L_1 (\text{ou } x_2 = 0) : \begin{cases} -\lambda_1 \cdot \left(\frac{T_{1,M_1+1}^n - T_{1,M_1-1}^n}{2 \cdot \Delta x_1} \right) = -\lambda_2 \cdot \left(\frac{T_{2,1}^n - T_{2,-1}^n}{2 \cdot \Delta x_2} \right) \\ \Leftrightarrow T_{2,-1}^n = T_{2,1}^n - \frac{\Delta x_1 \cdot \lambda_1}{\Delta x_2 \cdot \lambda_2} \cdot (T_{1,M_1+1}^n - T_{1,M_1-1}^n) \end{cases} \quad (2.18)$$

On utilise ensuite l'équation (2.15) écrire à l'interface pour les deux solides :

🔧 Solide 1 :

$$(2.15) \Rightarrow -r_1 \cdot \theta \cdot T_{1,M_1-1}^{n+1} + (1+2r_1 \cdot \theta) T_{1,M_1}^{n+1} - r_1 \cdot \theta \cdot T_{1,M_1+1}^{n+1} = \\ r_1 \cdot (1-\theta) \cdot T_{1,M_1-1}^n + [1-2r_1 \cdot (1-\theta)] T_{1,M_1}^n + r_1 \cdot (1-\theta) \cdot T_{1,M_1+1}^n \quad (2.19)$$

On combine ceci avec la relation (2.18) :

$$(2.15) \Rightarrow -r_1 \cdot \theta \cdot T_{1,M_1-1}^{n+1} + (1+2r_1 \cdot \theta) T_{1,M_1}^{n+1} - r_1 \cdot \theta \cdot \left[T_{1,M_1+1}^{n+1} - \frac{2 \cdot \Delta x_1}{\lambda_1 \cdot R_c} \cdot (T_{1,M_1}^{n+1} - T_{2,0}^{n+1}) \right]$$

$$\begin{aligned}
&= r_1 \cdot (1 - \theta) \cdot T_{1, M_1 - 1}^n + [1 - 2 \cdot r_1 \cdot (1 - \theta)] \cdot T_{1, M_1}^n + r_1 \cdot (1 - \theta) \cdot \left[T_{1, M_1 - 1}^n - \frac{2 \cdot \Delta x_1}{\lambda_1 \cdot R_c} \cdot (T_{1, M_1}^n - T_{2, 0}^n) \right] \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow -2 \cdot r_1 \cdot \theta \cdot T_{1, M_1 - 1}^{n+1} + \left[1 + 2 \cdot r_1 \cdot \theta \cdot \left(1 + \frac{\Delta x_1}{\lambda_1 \cdot R_c} \right) \right] \cdot T_{1, M_1}^{n+1} - r_1 \cdot \theta \cdot \frac{2 \cdot \Delta x_1}{\lambda_1 \cdot R_c} \cdot T_{2, 0}^{n+1} \\
&= 2 \cdot r_1 \cdot (1 - \theta) \cdot T_{1, M_1 - 1}^n + \left[1 - 2 \cdot r_1 \cdot (1 - \theta) \cdot \left(1 + \frac{\Delta x_1}{\lambda_1 \cdot R_c} \right) \right] T_{1, M_1}^n + r_1 \cdot (1 - \theta) \cdot \frac{2 \cdot \Delta x_1}{\lambda_1 \cdot R_c} \cdot T_{2, 0}^n \quad (2.20)
\end{aligned}$$

✚ Solide 2 :

$$\begin{aligned}
(2.15) \Rightarrow &-r_2 \cdot \theta \cdot T_{2, -1}^{n+1} + (1 + 2 \cdot r_2 \cdot \theta) \cdot T_{2, 0}^{n+1} - r_2 \cdot \theta \cdot T_{2, 1}^{n+1} = \\
&r_2 \cdot (1 - \theta) \cdot T_{2, -1}^n + [1 - 2 \cdot r_2 \cdot (1 - \theta)] \cdot T_{2, 0}^n + r_2 \cdot (1 - \theta) \cdot T_{2, 1}^n \quad (2.21)
\end{aligned}$$

On combine ceci avec la relation (2.18):

$$\begin{aligned}
(2.15) \Rightarrow &-r_2 \cdot \theta \cdot \left[T_{2, 1}^{n+1} + \frac{2 \cdot \Delta x_2}{\lambda_2 \cdot R_c} \cdot (T_{1, M_1}^{n+1} - T_{2, 0}^{n+1}) \right] + (1 + 2 \cdot r_2 \cdot \theta) \cdot T_{2, 0}^{n+1} - r_2 \cdot \theta \cdot T_{2, 1}^{n+1} \\
&= -r_2 \cdot (1 - \theta) \cdot \left[T_{2, 1}^n + \frac{2 \cdot \Delta x_2}{\lambda_2 \cdot R_c} \cdot (T_{1, M_1}^n - T_{2, 0}^n) \right] + [1 - 2 \cdot r_2 \cdot (1 - \theta)] \cdot T_{2, 0}^n + r_2 \cdot (1 - \theta) \cdot T_{2, 1}^n \quad (2.22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow -2 \cdot r_2 \cdot \theta \cdot T_{2, 1}^{n+1} + \left[1 + 2 \cdot r_2 \cdot \theta \cdot \left(1 + \frac{\Delta x_2}{\lambda_2 \cdot R_c} \right) \right] \cdot T_{2, 0}^{n+1} - r_2 \cdot \theta \cdot \frac{\Delta x_2}{\lambda_2 \cdot R_c} \cdot T_{1, M_1}^{n+1} \\
&= 2 \cdot r_2 \cdot (1 - \theta) \cdot T_{2, 1}^n + \left[1 - 2 \cdot r_2 \cdot (1 - \theta) \cdot \left(1 + \frac{\Delta x_2}{\lambda_2 \cdot R_c} \right) \right] \cdot T_{2, 0}^n + r_2 \cdot (1 - \theta) \cdot \frac{2 \cdot \Delta x_2}{\lambda_2 \cdot R_c} \cdot T_{1, M_1}^n \quad (2.23)
\end{aligned}$$

Les conditions initiales de ce problème sont les suivantes :

$$(2.10) \Rightarrow T_{1, i_1}^0 = T_{1, \infty} \quad (2.24)$$

$$(2.11) \Rightarrow T_{2, i_2}^0 = T_{2, \infty} \quad (2.25)$$

Ces conditions ne sont valables qu'en $t=0$ ($k=0$). A chaque nouvelle périodique, la nouvelle condition « initiale » sera tout simplement le résultat de l'itération précédente (dernière itération du calcul effectué en contact ouvert).

$$C.I : (k \neq 0) \begin{cases} T_{1, i_1}^n = T_{1, i_1}^{k \cdot n_\tau} \\ T_{2, i_2}^n = T_{2, i_2}^{k \cdot n_\tau} \\ (n_\tau \text{ incrément temporel correspondant à } \tau) \end{cases}$$

Il est donc possible de calculer toutes les températures dans les deux solides.

2.3.5 Contact ouvert :

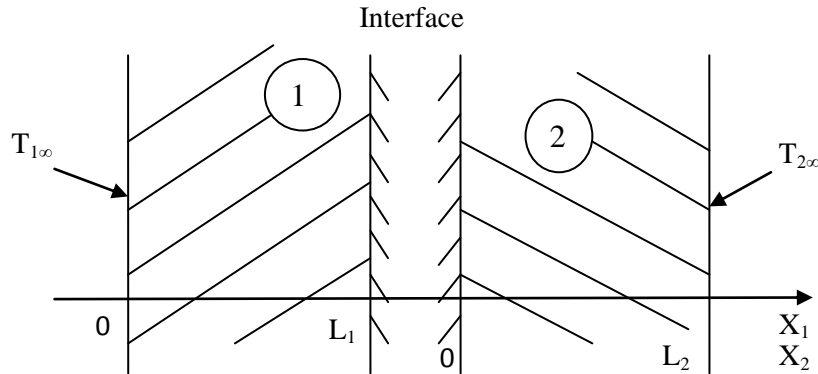


Fig. 2.6 : Schéma de la période contact ouvert

Mise en équation du problème : $(k.\tau + \tau_c \leq t \leq [k+1].\tau)$

Cette fois-ci, il faut séparer le système en deux ; c'est-à-dire qu'il faut résoudre le problème dans les deux solide pris séparément. Il convient donc à ce d'écrire deux systèmes d'équation distincts.

✚ **Solide 1 :**

Equation de transfert :

$$\frac{\partial^2 T_1}{\partial x_1^2} = \frac{1}{a_1} \frac{\partial T_1}{\partial t} \begin{cases} \text{C.A.L :} \\ \text{En } x_1 = 0 : T_1(0, t) = T_{1\infty} \\ \text{En } x_1 = L_1 : \left(\frac{\partial T_1}{\partial x_1} \right)_{x_1=L_1} = 0 \\ \text{C.I :} \\ (k = 0) : T_1(x_1, t) = T_1(x_1, \tau_c) \\ (k \neq 0) : T_1(x_1, t) = T_1(x_1, k.\tau + \tau_c) \end{cases} \quad (2.26)$$

Discrétisation du système :

Même méthode que précédemment, L'équation (2.26) devient :

$$\begin{aligned} & -r_1.\theta.T_{1,i-1}^{n+1} + (1 + 2.r_1.\theta).T_{1,i}^{n+1} - r_1.\theta.T_{1,i+1}^{n+1} \\ & = r_1.(1-\theta).T_{1,i-1}^n + [1 - 2.r_1.(1-\theta)].T_{1,i}^n + r_1.(1-\theta).T_{1,i+1}^n \end{aligned} \quad (2.27)$$

Les conditions aux limites :

$$C.A.L.: \begin{cases} \text{en } x_1 = 0 : T_{1,0}^n = T_{1,\infty} \\ \text{en } x_1 = L_1 : \frac{T_{1,M_1+1}^n - T_{1,M_1-1}^n}{2 \cdot \Delta x_1} = 0 \Leftrightarrow T_{1,M_1+1}^n = T_{1,M_1-1}^n \end{cases} \quad (2.28)$$

On utilise l'équation (2.26) écrite en $x_1=L_1$ pour éliminer le terme fictif T_{1,M_1+1}^n

$$\begin{aligned} & -r_1 \cdot \theta \cdot T_{1,M_1-1}^{n+1} + (1 + 2 \cdot r_1 \cdot \theta) \cdot T_{1,M_1}^{n+1} - r_1 \cdot \theta \cdot T_{1,M_1+1}^{n+1} \\ & = r_1 \cdot (1 - \theta) \cdot T_{1,M_1-1}^n + [1 - 2 \cdot r_1 \cdot (1 - \theta)] \cdot T_{1,M_1}^n + r_1 \cdot (1 - \theta) \cdot T_{1,M_1+1}^n \end{aligned} \quad (2.29)$$

En combinant ces deux dernières équations, on obtient :

$$-2 \cdot r_1 \cdot \theta \cdot T_{1,M_1-1}^{n+1} + (1 + 2 \cdot r_1 \cdot \theta) \cdot T_{1,M_1}^{n+1} = 2 \cdot r_1 \cdot (1 - \theta) \cdot T_{1,M_1-1}^n + [1 - 2 \cdot r_1 \cdot (1 - \theta)] \cdot T_{1,M_1}^n \quad (2.30)$$

Les équations initiales deviennent :

$$C.I.: \begin{cases} T_{1,i}^0 = T_{1,i}^{n_c} \\ \text{(avec } n_c \text{ incrément temporel correspondant à } \tau_c \text{)} \\ T_{1,i}^n = T_{1,i}^{k \cdot n_\tau + n_c} \\ \text{(avec } n_\tau \text{ incrément temporel correspondant à } \tau \text{)} \end{cases} \quad (2.31)$$

Solide 2 :

Equation de transfert :

$$\frac{\partial^2 T_2}{\partial x_2^2} = \frac{1}{a_2} \frac{\partial T_2}{\partial t} \begin{cases} C.A.L.: \\ \text{En } x_2 = L_2 : T_2(0, t) = T_{2,\infty} \\ \text{En } x_2 = 0 : \left(\frac{\partial T_2}{\partial x_2} \right)_{x_2=0} = 0 \\ C.I.: \\ (k = 0) : T_2(x_2, t) = T_2(x_2, \tau_c) \\ (k \neq 0) : T_2(x_2, t) = T_2(x_2, k \cdot \tau + \tau_c) \end{cases} \quad (2.32)$$

Discrétisation du système :

Même Méthode que précédemment, l'équation (2.32) devient :

$$\begin{aligned}
& -r_2 \cdot \theta \cdot T_{2,i_2-1}^{n+1} + (1 + 2 \cdot r_2 \cdot \theta) \cdot T_{2,i_2}^{n+1} - r_2 \cdot \theta \cdot T_{2,i_2+1}^{n+1} \\
& = r_2 \cdot (1 - \theta) \cdot T_{2,i_2-1}^n + [1 - 2 \cdot r_2 \cdot (1 - \theta)] \cdot T_{2,i_2}^n + r_2 \cdot (1 - \theta) \cdot T_{2,i_2+1}^n
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Les conditions aux limites :

$$C.A.L : \begin{cases} \text{en } x_2 = L_2 : T_{2,M_2}^n = T_{2,\infty} \\ \text{en } x_2 = 0 : \frac{T_{2,1}^n - T_{2,-1}^n}{2 \cdot \Delta x_2} = 0 \Leftrightarrow T_{2,1}^n = T_{2,-1}^n \end{cases} \tag{2.34}$$

On utilise l'équation (2.32) écrire en $x_2 = 0$ pour éliminer le terme fictif $T_{2,-1}^n$:

$$\begin{aligned}
& -r_2 \cdot \theta \cdot T_{2,-1}^{n+1} + (1 + 2 \cdot r_2 \cdot \theta) \cdot T_{2,0}^{n+1} - r_2 \cdot \theta \cdot T_{2,1}^{n+1} \\
& = r_2 \cdot (1 - \theta) \cdot T_{2,-1}^n + [1 - 2 \cdot r_2 \cdot (1 - \theta)] \cdot T_{2,0}^n + r_2 \cdot (1 - \theta) \cdot T_{2,1}^n
\end{aligned} \tag{2.35}$$

En combinant ces deux dernières équations, on obtient :

$$-2 \cdot r_2 \cdot \theta \cdot T_{2,1}^{n+1} + (1 + 2 \cdot r_2 \cdot \theta) \cdot T_{2,0}^{n+1} = 2 \cdot r_2 \cdot (1 - \theta) \cdot T_{2,1}^n + [1 - 2 \cdot r_2 \cdot (1 - \theta)] \cdot T_{2,0}^n \tag{2.36}$$

Les conditions initiales deviennent :

$$C.I : \begin{cases} T_{2,i_2}^0 = T_{2,i_2}^{n_c} \\ \text{(avec } n_c \text{ incrément temporel correspondant à } \tau_c \text{)} \\ T_{2,i_2}^n = T_{2,i_2}^{k \cdot n_\tau + n_c} \\ \text{(avec } n_\tau \text{ incrément temporel correspondant à } \tau \text{)} \end{cases} \tag{2.37}$$

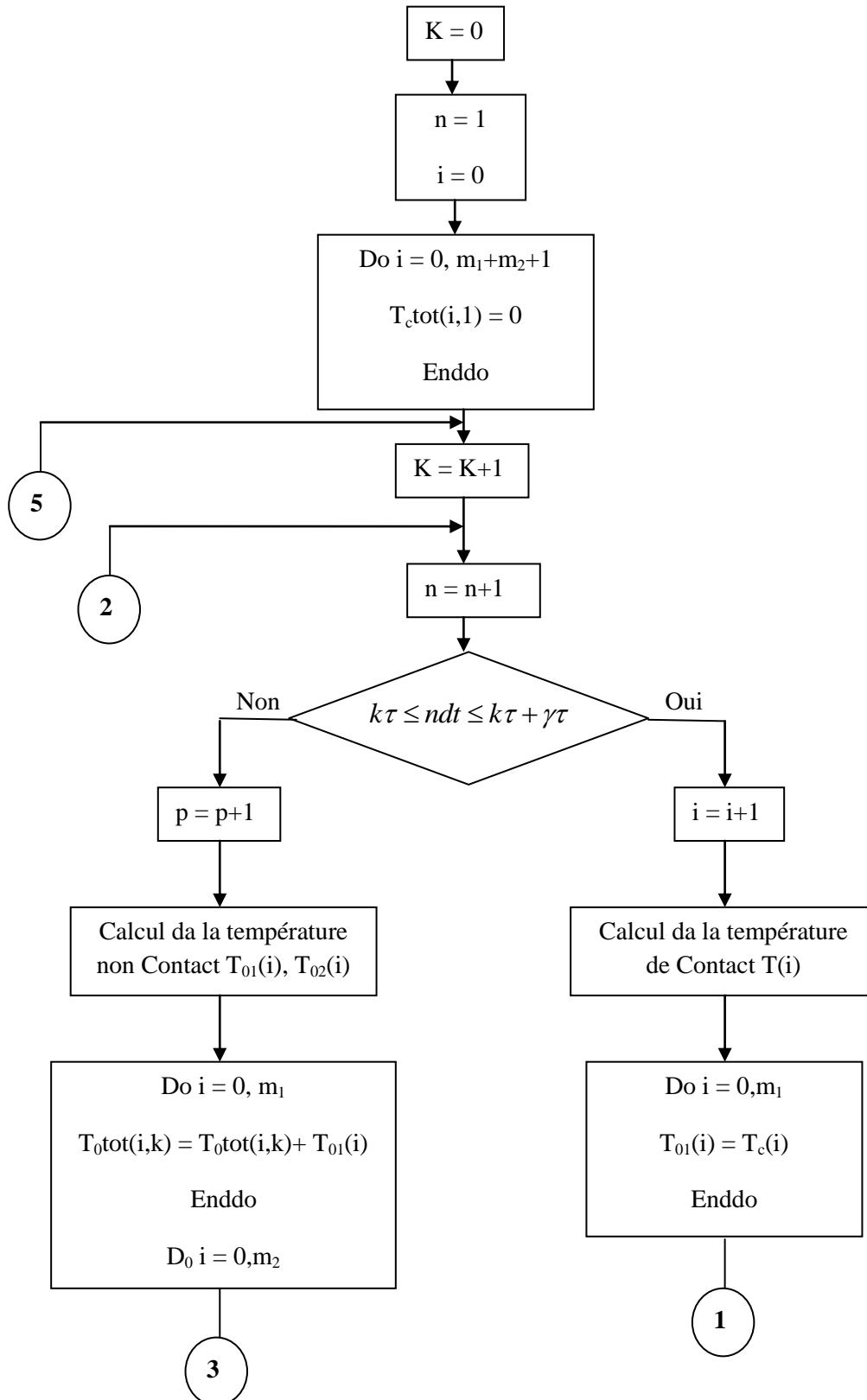
On s'intéresse dans cette étude au contact parfait cependant, la résistance thermique à l'interface sera prise par une valeur négligeable. Les calculs seront effectués pour une épaisseur du tube égale à 6 mm, condition voisinant le fonctionnement des soupapes des véhicules.

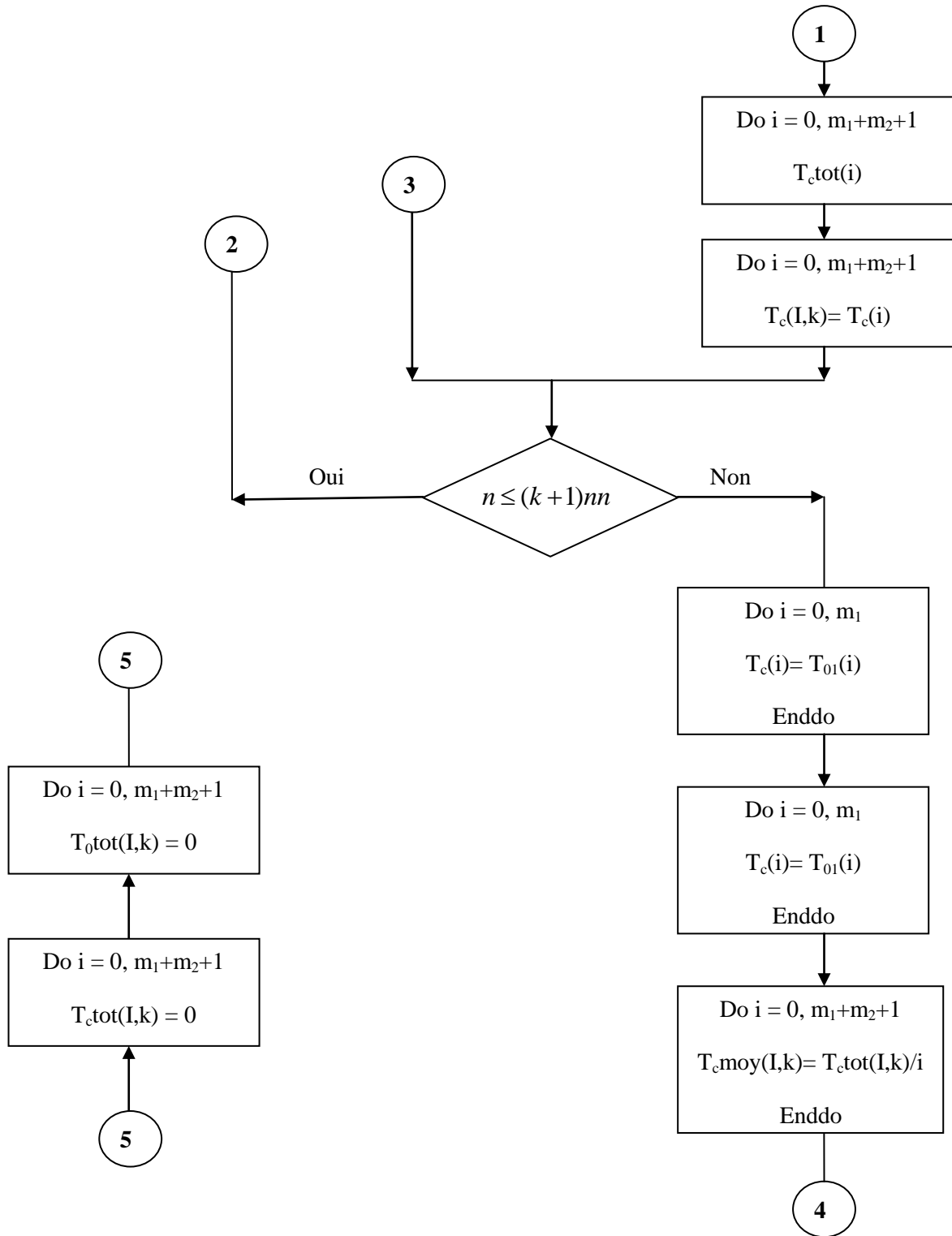
2.3.6. Equation matricielle :

Le système d'équation discret présenté ci-avant peut se mettre sous forme matricielle, de sorte que les seules opérations effectuées par le programme de calcul écrit en Fortran seront le remplissage des différents éléments et l'inversion de la matrice A :

$$[A] \times (T) = (D), \text{ avec :}$$

- A : est une matrice tri diagonale carrée de dimension $(M_1 + M_{2+1})$ dont les coefficients sont donnés par les équations (4) contact fermé, ou bien (6) et (8), contact ouvert.





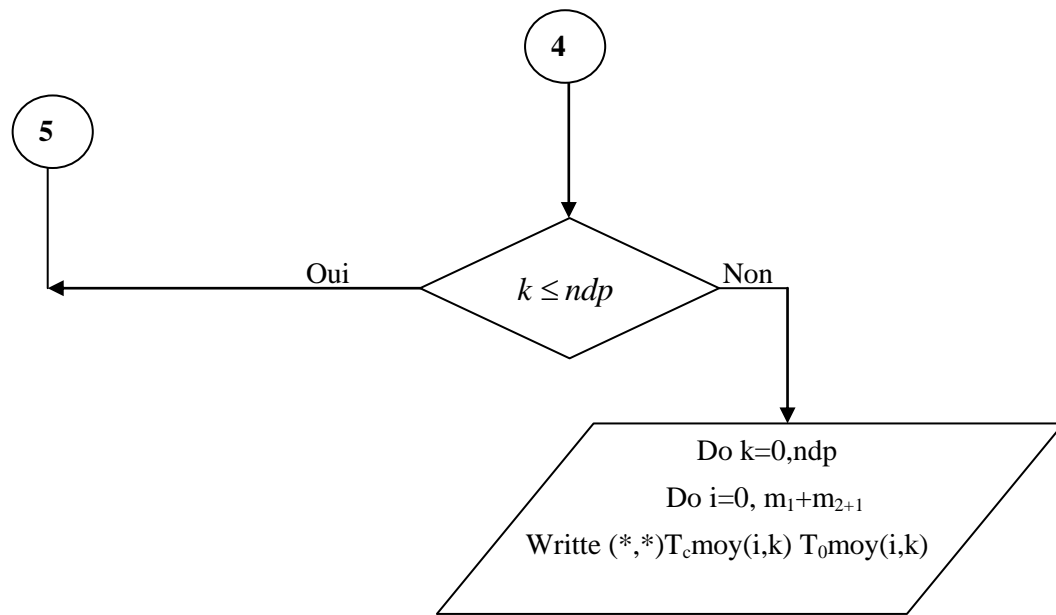


Fig. 2.7 : Schéma d'organigramme du programme de résolution (Fortran)

2.4. Algorithme de résolution :

La non linéarité du problème de contact intermittent ne nous a pas permis de faire ressortir tous les phénomènes physiques liée à ce type de contact, ce qui nous pousse à utiliser une solution numérique. Cette dernière est choisie par les différences finies malgré sa complexité, présente un avantage à résoudre les problèmes de ce type. Dans cette étude, nous laisserons libre les caractéristiques des deux solides afin de généraliser la solution. Le choix des matériaux et des dimensions des solides sera libre, et voir même modifiable. Ces caractéristiques seront calculées par un code de calcul à l'aide un algorithme.

L'algorithme étant simple, il nous facilité de construire une application Fortran pour résoudre ce problème. Le calcul est fait en double précision, c'est-à-dire avec 15 chiffres significatifs. En choisissant **un pas de temps** $\Delta t = \tau / nn$ avec **nn=400** et un pas d'espace $\Delta x = L / M$ avec **M=100**, un calcul complet (avec construction et sauvegarde des images à chaque itération).

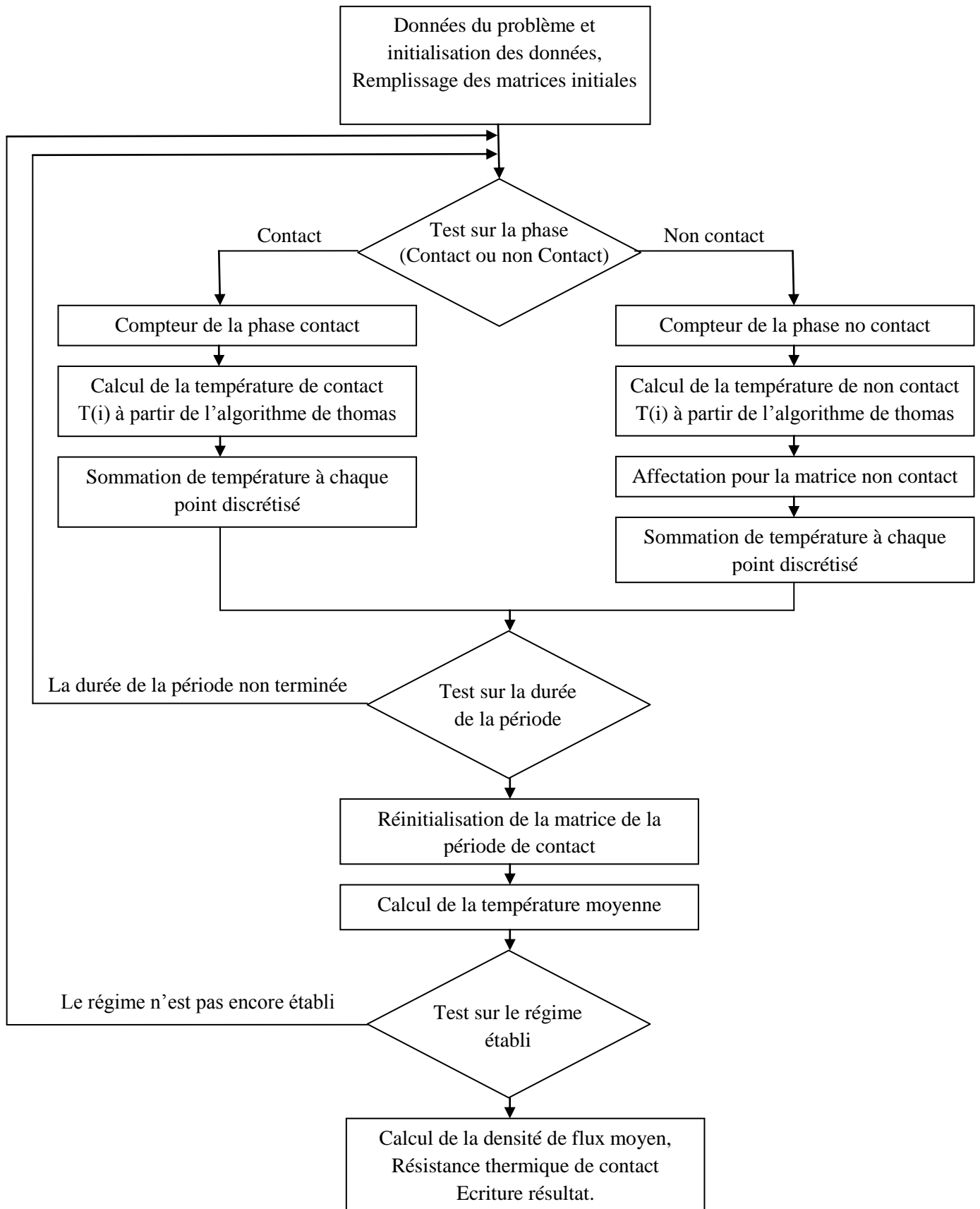


Fig. 2.8 : Algorithme de résolution de problème intermittent

L'algorithme de résolution du problème de contact intermittent consiste dans la première phase à initialiser les paramètres du système par le remplissage des matrices correspondantes aux hypothèses ou données du problème. Après le test de phase contact ou non contact, on traitera deux situations de résolution, le cas où les solides sont en contact et le cas où les solides ne sont pas en contact, le programme débutera le calcul lorsque les deux solides sont mis en contact. Nous commençons par compter le nombre d'itérations de la boucle de la phase de contact. Le nombre d'itérations servira par la suite aux calculs des valeurs moyennes. Puis nous résolvons le problème pour chaque itération, la matrice de discrétisation obtenue est de type tri diagonale. Pour traiter cette situation et résoudre le problème, on fait appel à l'algorithme de thomas. A la fin de chaque boucle, d'une phase nous effectuons la sommation de température de toute la boucle, et ce à chaque point discrétisé. Une fois la condition de la durée de la phase est atteinte, nous passerons à la résolution du problème pour la phase de non contact de la même manière que celle de phase de contact. La sommation de température, effectuée dans les deux barreaux en contact, on peut ainsi déterminer la densité de flux moyenne transférée à l'interface pour chaque cas d'étude, et en déduira par suite la résistance thermique de contact.

2.4.1. Condition du régime périodique établis :

2.4.2. Comparaison des températures successives :

On peut déterminer la condition du régime établi à partir de deux méthodes, la première méthode utilise tous les résultats des itérations, et compare les valeurs de températures successives, à partir d'une erreur admissible, et qui servira comme condition d'arrêt. Il ne sera retenu que les valeurs correspondantes au régime périodique établi, cependant le régime transitoire périodique sera éliminé du calcul.

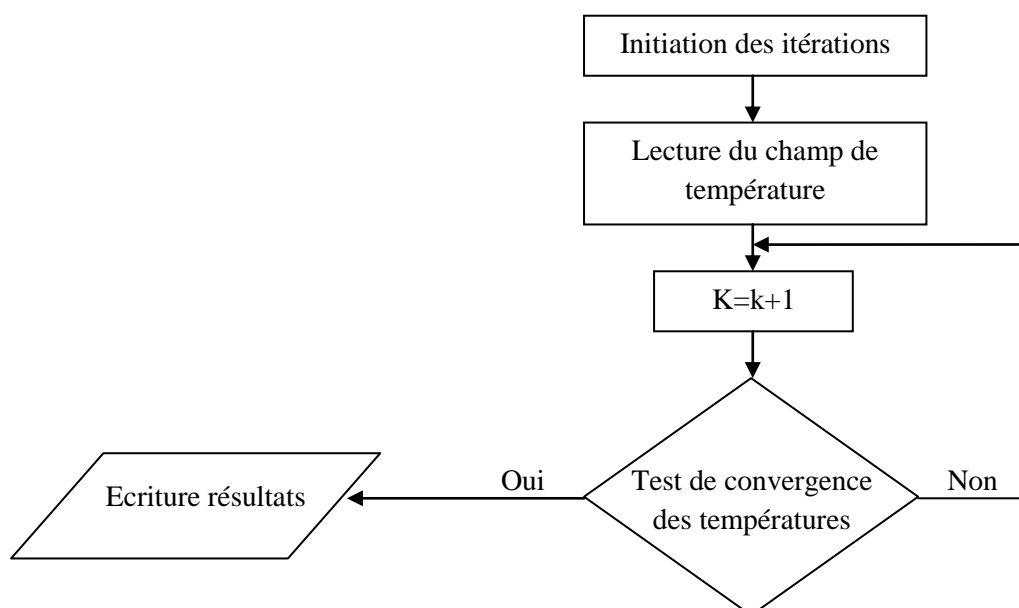


Fig. 2.9 : Algorithme du régime établi

Chapitre 3
Problème Inverse du Contact
Intermittent

Problème Inverse du Contact Intermittent

3.1. Le principe de mesure des paramètres locales et instantanés

Le principe de mesure des paramètres à l'interface consiste à définir une expérience et un modèle théorique cohérents qui permettent de mesurer les paramètres à l'interface en comparant les champs de températures mesurées à celles déterminées à partir du modèle des deux côtés des barreaux mis en contact intermittent. Notre objectif est de parvenir à une meilleure description du contact thermique en procédant à la mesure des températures à l'interface du contact intermittent.

Le principe de mesure est basé sur l'analyse transitoire des champs de température enregistrés de part et d'autre de l'interface des deux barreaux mis en contact intermittent. Cette analyse s'appuie sur la résolution d'un problème inverse de conduction de la chaleur non linéaire 1D sur le domaine instrumenté. Puis une fois la densité de flux est estimée par le problème inverse, on calcule le champ de température par la résolution du problème direct.

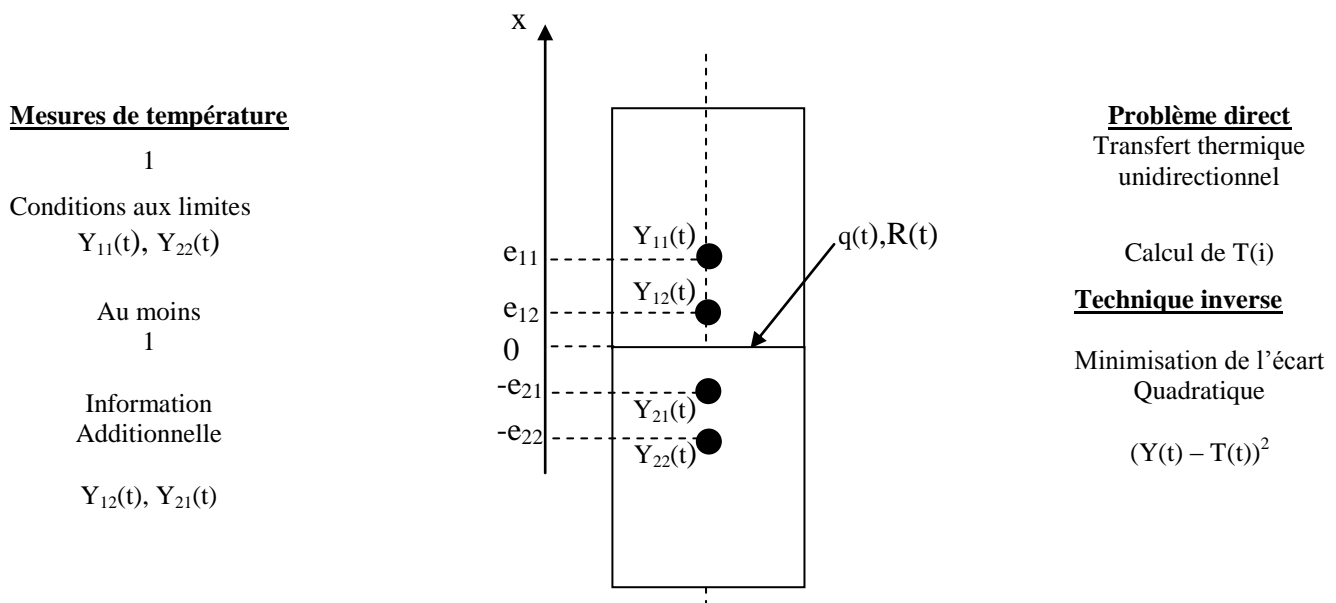


Fig. 3.1 : Schéma de principe de mesure

La figure 3.1 présente le schéma d'un détail du contact entre deux barreaux en contact intermittent. Pour estimer la loi locale du flux à l'interface des deux barreaux, on implante au voisinage immédiat de l'interface deux thermocouples (fluxmètre) des deux côtés de l'interface dans la droite normale qui passe à travers les thermocouples implantés. La géométrie de l'interface est plane et tous les points de mesure se situent sur une même

normale à l'interface de contact. Les positions des points de mesures sont choisies en se basant sur la sensibilité et de la précision fixée pour l'estimation du flux à l'interface.

La résolution du problème de conduction dans le domaine $[e_{11}, -e_{22}]$ s'appuie sur les hypothèses suivantes :

1. En raison du rapport très faible des temps caractéristiques ($x^2/a, l^2/a$), on suppose le transfert thermique unidirectionnel et normal à l'interface de contact.

2. Le contact imparfait est caractérisé par une résistance thermique statique et une pseudo résistance liée à l'intermittence de contact.

3. Les caractéristiques thermophysiques des matériaux en contact (λ, ρ, c_p) restent constantes, à cause de l'écart des températures limites qui n'est très important.

Pour estimer la résistance de contact il faut suivre les étapes suivantes:

- a- On calcul le champ de température à partir du problème direct et on introduit les conditions aux limites au temps futur et l'information additionnelle donnée par le thermocouple le plus proche du point de contact.
- b- Par minimisation de l'écart quadratique entre la température mesuré du thermocouple le plus proche du point de contact et la température déduite du problème direct, on estime la densité de flux à l'interface par technique inverse.
- c- A partir du problème inverse, en connaissant la densité, on détermine la température à l'interface des deux barreaux mis en contact.
- d- La résistance thermique à l'interface est déduite à partir du rapport entre le saut de température à l'interface et la densité de flux transféré.

3.1.2. Aspects théoriques de l'instrumentation

La qualité de mesure des paramètres à l'interface du contact intermittent nécessite d'aborder certaines notions utiles, nous commençons par définir le capteur thermique pariétal et ce afin de mieux cerner les notions de temps de réponse, de sensibilité et de précision de mesure.

3.1.2.1. Etude de la sensibilité aux flux de chaleur transféré :

La caractérisation expérimentale du coefficient de transfert de chaleur lors du contact intermittent de deux barreaux est fondée sur l'estimation de la température et du flux superficiel. Dans la méthode de Beck, on estime d'abord la densité de flux qui permet de déterminer de façon consécutive la température de surface au même instant et au même point.

La sensibilité de mesure est représentée par la dérivée du paramètre mesuré par rapport au paramètre estimé. En d'autres termes, la sensibilité de mesure de température au flux de chaleur représente la variation de la température mesurée, au niveau du thermocouple le plus proche de la surface, engendrée par celle du flux de chaleur superficiel. Elle s'écrit :

$$S_{\phi} = \frac{\partial T}{\partial \phi}$$

Celle-ci conditionne en partie la technique d'instrumentation des pièces mis en contact intermittent. Connaissant sa répartition, on définit la zone de paroi propice à l'instrumentation en vue d'étudier les conditions thermiques superficielles instantanées.

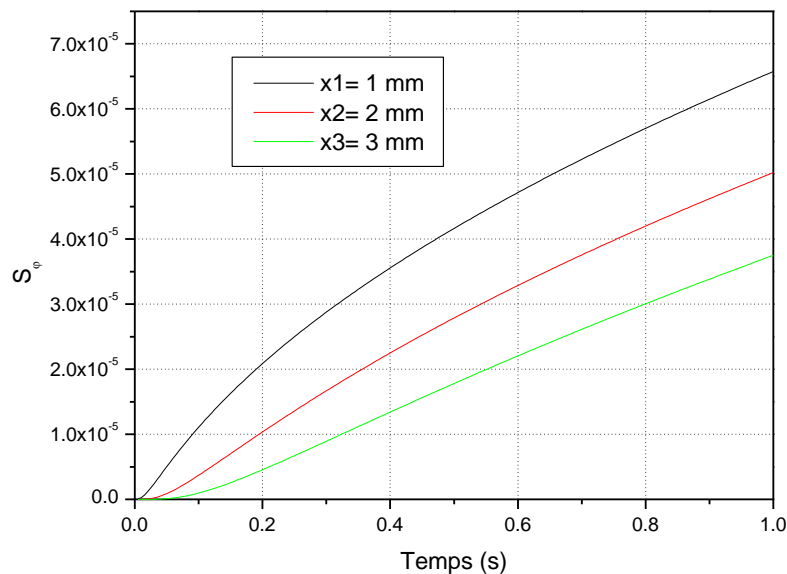


Fig. 3.2 : Sensibilité de mesure S_{ϕ} en fonction du temps

L'étude du comportement de la sensibilité de mesure de température au flux chaleur est menée sur des barreaux en acier et en titane. Ces Barreaux sont instrumentés sur une épaisseur de 4 mm qui correspond à la position du thermocouple le plus éloigné de la surface. La sensibilité est calculée en x_1 correspondant à l'emplacement du thermocouple le plus proche de la surface. Cette position x_1 position présente successivement les valeurs 1 mm, 2 mm et 3 mm.

La figure 3.2 présente la sensibilité de mesure S_{ϕ} en fonction du temps en trois points de la pièce en acier. On observe que la position x_1 du premier thermocouple conditionne la

sensibilité de mesure de température au flux de chaleur. Plus l'information additionnelle est recueillie loin de l'interface des barreaux mis en contact intermittent, plus S_ϕ est réduite.

3.1.2.2. Instrumentation par thermocouples

Cette partie est consacrée à l'étude du capteur fluxmétrique pariétal. Les spécifications théoriques et techniques auxquelles il doit répondre seront présentées ci-après.

3.1.2.3. Définition d'un capteur fluxmètre pariétal

Un capteur fluxmètre pariétal à faible inertie correspond à une épaisseur de paroi proche de la surface que l'on désire caractériser d'un point de vue thermique. Cette épaisseur est instrumentée par au moins deux thermocouples tel que cela est représenté sur la figure 3.3. Les soudures chaudes des thermocouples sont disposées le long de la normale à la surface à caractériser. L'épaisseur de paroi e du capteur est celle comprise entre la surface $x=0$ et le point de mesure accueillant le second thermocouple localisé à x_2 . Les informations délivrées par les deux thermocouples servent à estimer par technique inverse les conditions thermiques superficielles ou interfaciales. L'information délivrée par le second thermocouple ($x=x_2=e$) est utilisée comme condition limite pour la résolution du problème direct et celle délivrée par le premier thermocouple ($x=x_1$) sert d'information additionnelle pour l'estimation du paramètre recherché.

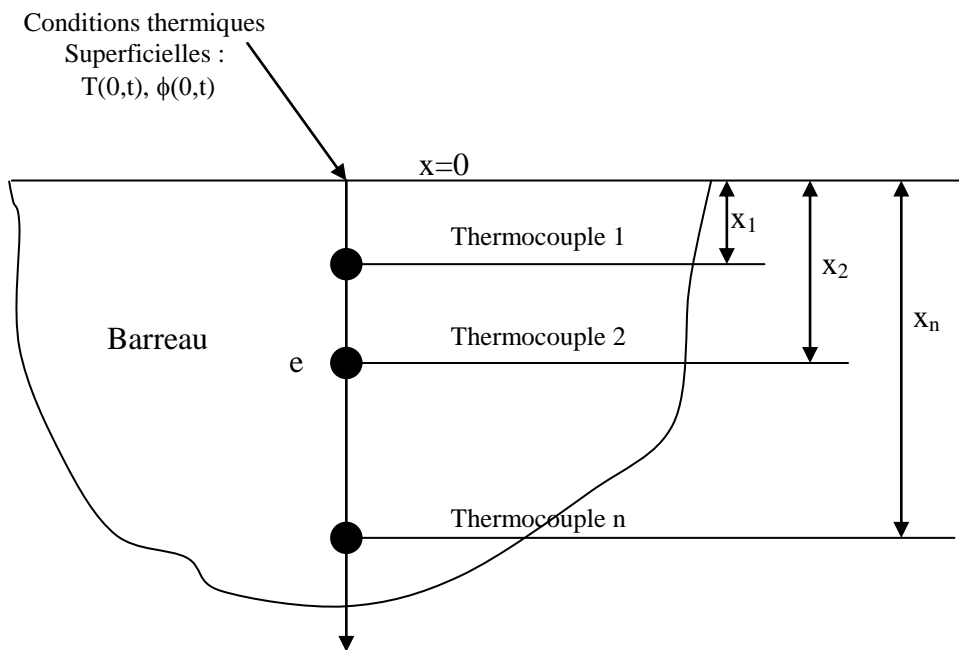


Fig. 3.3 : Schéma de principe d'un capteur pariétal

3.1.2.4. Aspect théorique de l'instrumentation par capteur flumétrique pariétal

Un capteur de flux pariétal à faible inertie est caractérisé par sa sensibilité et sa précision de mesure et son temps de réponse.

3.1.2.5. Compromis sensibilité-précision de mesure

La sensibilité du capteur n'est autre que la sensibilité de la température mesurée, que l'on relève au niveau du thermocouple 1, par rapport aux événements thermiques superficiels que sont la température et la densité de flux pariétales. La position de mesure est indissociable de cette sensibilité. C'est donc le compromis sensibilité-précision de mesure qu'il faut optimiser pour obtenir la meilleure estimation possible de ces conditions thermiques superficielles.

D'une façon générale, la sensibilité de mesure est maximale en surface et décroît de façon monotone lorsqu'on s'éloigne de cette dernière. A cette sensibilité maximale en surface correspond malheureusement une erreur systématique maximale. Elle est liée à la présence du thermocouple qui perturbe localement les conditions thermiques que l'on veut justement mesurer. De ce fait, l'instrumentation par thermocouples doit être faite dans le massif à proximité de la surface. Cette profondeur est choisie de telle sorte que le compromis sensibilité-précision soit optimal. C'est-à-dire que la perturbation soit relativement faible et que la sensibilité soit suffisante pour assurer une bonne estimation des conditions superficielles. La profondeur optimale à laquelle est inséré le premier thermocouple est comprise entre $6r_c < x_1 < 10 r_c$, où r_c est le rayon du trou servant à accueillir le thermocouple.

3.1.2.7. Temps de réponse du capteur

Si on considère que la température mesurée à l'instant initial n'est pas celle de la paroi, le temps de réponse du capteur peut être défini par convention comme l'instant à partir duquel le thermocouple le plus éloigné de la surface restitue du milieu à mieux que 95%. En effet, toute variation des conditions thermiques superficielles ne se propage pas instantanément au cœur de la paroi. Il s'ensuit que le thermocouple le plus éloigné de la surface présente le grand retard par rapport à l'événement thermique en surface.

Le temps de réponse dépend de la précision de la position du thermocouple 2, du diamètre de ce dernier (temps de mise en régime de la soudure chaude) et de la nature de la paroi. Pour réduire le temps de réponse on peut jouer sur ces trois paramètres individuellement ou simultanément, en rapprochant le thermocouple de la surface et/ou en

diminuant le diamètre des fils du thermocouple et/ou en augmentant la diffusivité de la paroi. En pratique, on prend, afin de minimiser le temps de réponse du capteur $12r_c < x_2 < 20 r_c$. Si ce dernier n'a pas d'importance particulière comme dans le cas des phénomènes transitoires lents, alors on peut prendre $x_2 > 20 r_c$

3.2. La méthode séquentielle de Beck

Pour le dépouillement du terme fluctuant, nous avons opté pour la technique de conduction inverse de J. V. Beck. Nous présentons d'abord le principe de la méthode dans le cas général du régime variable avant de l'appliquer au cas particulier du régime périodique établi.

3.2.1. Principe de la méthode

3.2.1.1. Formulation du problème

Il s'agit de déterminer une condition surfacique dans un problème du transfert de chaleur 1-D par conduction, dans une paroi d'épaisseur L :

$$\left\{ \begin{array}{l} T_t(x,t) = aT_{xx}(x,t) \quad \text{pour } 0 < x < L; 0 < t < t_f \\ -\lambda T_x(0,t) = q(t) \quad \text{pour } 0 < t < t_f \\ T(L,t) = f(t) \quad \text{pour } 0 < t < t_f \\ T(x,0) = T_0(x) \quad \text{pour } 0 < x < L \end{array} \right. \quad (3.1)$$

les paramètres a et λ , le champ initial $T_0(x), 0 < x < L$ et la température $f(t)$ en $x = L$, sont supposés connus. On veut déterminer la densité de flux $q(t)$ en $x = 0$ ainsi que la température superficielle $T(0,t)$.

L'information additionnelle nécessaire est apportée par J relevés de température $Y_i(t_k), t_k = k\Delta t ; i = 1, \dots, J ; k = 1, \dots, M$, réalisés dans la paroi aux emplacements d'abscisse $x_i \in [0, L]$. Le capteur n° J est situé en $x = L$, de sorte que $f = Y_J$. Le pas de temps est tel que $M \cdot \Delta t = t_f$ où t_f est le temps de calcul nécessaire.

Le problème direct se résoud par une méthode numérique aux différences finies. Un schéma implicite pour discrétiser le temps est préférable. Dans la suite, on note :

Δx le pas d'espace

$x_i = i\Delta x, \quad i = 0, 1, \dots, N$ les noeuds du maillage spatial

$T_i^k = T(x_i, t_k)$ la solution calculée aux noeuds

3.2.1.2. Description de la méthode séquentielle de J.V. Beck

Elle est basée sur les concepts de "spécification de fonction" et de "pas de temps futur". Les détails de la méthode sont décrits dans l'ouvrage. L'algorithme séquentiel pour déterminer $q(t_k) = q^k, k = 1, \dots, M$ peut se résumer comme suit :

a) à l'instant t_n , on suppose connus :

- le champ de température $T_i^n = T(x_i, t_n), \quad i = 0, 1, \dots, N$

- la densité de flux q^n

- les relevés de température $Y_j^{n+k}, j = 1, \dots, J; k = 1, \dots, r$, où r désigne un nombre de pas de temps futur.

b) la valeur q^{n+1} s'obtient alors par les relations suivantes :

$$q^{n+1} = q^n + \sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^J K_j^k [Y_j^{n+k} - V_j^{n+k}] \quad (3.2)$$

avec K_j^k = gain calculé à partir des coefficients de sensibilité de la température aux points de mesure (sensibilité / flux en $x = 0$)

et V_j^{n+k} = température calculée à l'emplacement du capteur n° j , en résolvant le problème direct sur l'intervalle de temps $[t_n, t_{n+r}]$. Cette résolution est effectuée en spécifiant a priori l'évolution du flux sur cet intervalle, en pratique il suffit de prendre une évolution constante : $q^{k+n} = Cte, k = 1, \dots, r$

c) on en déduit le champ de température $T_i^{n+1} = T(x_i, t_{n+1}), \quad i = 0, 1, \dots, N$

d) le calcul est répété tant que $t_{n+r} < t_{M+1}$ = instant final.

Le choix du paramètre r est essentiel pour assurer la stabilité de l'algorithme. Stabilité signifie que l'incertitude sur l'estimation du flux dûes aux erreurs de mesures n'est pas amplifiée. Des conditions suffisantes pour déterminer r en fonction du pas de temps Δt et de l'amplitude ε du bruit de mesure sont discutées par exemple par H.J. Reinhardt dans. En

pratique, on prendra r le plus faible possible, en effet en augmentant r on stabilise l'algorithme mais on biaise la solution.

Le calcul des coefficients K_j^k est détaillé dans. On décrit dans la suite le principe de ce calcul dans le cas de l'équation linéaire.

3.2.1.3. Le principe de la méthode

Soit $q = Cte$, et $\theta(x, t; q)$ la solution du problème direct :

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_t(x, t) = a\theta_{xx}(x, t), 0 < x < L; t_n < t < t_{n+r} \\ -\lambda\theta_x(0, t) = q, t_n < t < t_{n+r} \\ \theta(L, t) = Y_{J+1}(t), t_n < t < t_{n+r} \\ \theta(x, 0) = T_n(x), 0 < x < L \end{array} \right. \quad (3.3)$$

On introduit la fonction résidu $Z(q)$:

$$Z(q) = \sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^J [\theta_j^{n+k}(q) - Y_j^{n+k}]^2 \quad (3.4)$$

La valeur optimale de q qui minimise $Z(q)$, notée \hat{q} , satisfait la relation :

$$\frac{dZ}{dq}(\hat{q}) = 0 \quad \text{c'est-à-dire :} \quad \sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^J [\theta_j^{n+k}(\hat{q}) - Y_j^{n+k}] \frac{\partial \theta_j^{n+k}(\hat{q})}{\partial q} = 0$$

Pour obtenir θ la solution du problème direct et donc \hat{q} , il est commode d'utiliser la linéarité de l'équation, et d'exprimer θ sous la forme d'une somme :

$$\theta = v + w \quad (3.5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_t(x, t) = av_{xx}(x, t), 0 < x < L; t_n < t < t_{n+r} \\ -\lambda v_x(0, t) = q - q^*, t_n < t < t_{n+r} \\ v(L, t) = 0, t_n < t < t_{n+r} \\ v(x, t; q) = 0, 0 < x < L \end{array} \right. \quad (3.6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} w_t(x,t) = aw_{xx}(x,t), 0 < x < L; t_n < t < t_{n+r} \\ -\lambda w_x(0,t) = q^*, t_n < t < t_{n+r} \\ w(L,t) = Y_{J+1}(t), t_n < t < t_{n+r} \\ w(x,t; q) = T_n(x), 0 < x < L \end{array} \right. \quad (3.7)$$

Où q^* est une constante quelconque, éventuellement nulle.

La dérivée $S_j^{n+k} = \frac{\partial \theta_j^{n+k}}{\partial q}$ est solution des équations de sensibilité :

$$\left\{ \begin{array}{l} S_t(x,t) = aS_{xx}(x,t), 0 < x < L; t_n < t < t_{n+r} \\ -\lambda S_x(0,t) = 1, t_n < t < t_{n+r} \\ S(L,t) = 0, t_n < t < t_{n+r} \\ S(x,t_n) = 0, 0 < x < L \end{array} \right. \quad (3.8)$$

La linéarité des équations entraîne : $v_i^{n+k} = (q - q^*)S_i^{n+k}$

posons $\Delta q = (q - q^*)$, on obtient alors : $\theta_i^{n+k} = \Delta q S_i^{n+k} + w_i^{n+k}$ (3.9)

$$\frac{dZ}{dq} = \sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^J [\Delta q S_i^{n+k} + w_i^{n+k} - Y_j^{n+k}] S_j^{n+k} \quad (3.10)$$

et la solution optimale $\Delta \hat{q}$ vérifie les relations:

$$\sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^J [\Delta \hat{q} S_i^{n+k} + w_i^{n+k} - Y_j^{n+k}] S_j^{n+k} = 0 \quad (3.11)$$

$$\Delta \hat{q} \sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^J [S_j^{n+k}]^2 = - \sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^J [w_j^{n+k} - Y_j^{n+k}] S_j^{n+k} \quad (3.12)$$

$$\Delta \hat{q} = - \frac{\sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^J [w_j^{n+k} - Y_j^{n+k}] S_j^{n+k}}{\sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^J [S_j^{n+k}]^2} \quad (3.13)$$

Finalement, en posant :

$$K_j^k = \frac{S_j^k}{\sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^J [S_j^k]^2} \quad (3.14)$$

On obtient :

$$\hat{q} = q^* + \sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^J [Y_j^{n+k} - w_j^{n+k}] K_j^{n+k} \quad (3.15)$$

3.2.1.4. L'algorithme de calcul

En prenant $q^* = q^n$, alors w_j^{n+k} est la prédiction de la température basée sur l'estimation q^n de la densité de flux. Notons $\hat{T}^{n+k/n}(x)$ cette estimée, la procédure séquentielle pour déterminer q^{n+1} comporte alors 3 étapes :

Etant donnés :

- le champ de température $T_i^n = T(x_i, t_n)$, $i = 0, 1, \dots, N$
- la densité de flux q^n
- les relevés de température Y_j^{n+k} , $j = 1, \dots, J$; $k = 1, \dots, r$,

Tant que $t_{n+r} < t_{M+1}$, répéter :

étape 1: Calculer $\hat{T}^{n+k/n}(x)$, $k = 1, \dots, r$, solution du problème direct :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{T}_t(x,t) = a\hat{T}_{xx}(x,t), 0 < x < L; t_n < t < t_{n+r} \\ -\lambda\hat{T}_x(0,t) = q^n, t_n < t < t_{n+r} \\ \hat{T}(L,t) = Y_{J+1}, t_n < t < t_{n+r} \\ \hat{T}(x,t_n) = T^n(x), 0 < x < L \end{array} \right. \quad (3.16)$$

étape 2 : Calculer q^{n+1} :

$$q^{n+1} = q^n + \sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^J [Y_j^{n+k} - \hat{T}_j^{n+k}] K_j^{n+k} \quad (3.17)$$

étape 3 : Calculer $T^{n+1}(x)$:

$$T_i^{n+1} = \hat{T}_i^{n+1} + (q^{n+1} - q^n) S_i^1, i = 1, \dots, N+1 \quad (3.18)$$

On observe que la valeur de q^{n+1} dépend du passé par q^n et $T^n(x)$, et du présent et du futur par les mesures Y_j^{n+k} , $j = 1, \dots, J+1$, $k = 1, \dots, r$. La détermination séquentielle du flux s'effectue donc en retard des mesures de température, la période de ce retard est égale au produit $r\Delta t$.

3.2.2.1. Difficultés liées aux problèmes inverses en conduction de la chaleur

Généralement, lorsque des conditions sur une frontière sont inconnues et restent inaccessibles à la mesure, on peut les déterminer à l'aide d'une méthode de conduction inverse. Pour cela, il faut des mesures de température en un ou plusieurs points judicieusement choisis. Les enregistrements de température en ces points doivent être d'une très grande qualité car malheureusement, dans un problème inverse, de petites variations des données entraînent de grandes variations des paramètres recherchés. C'est ce qui fait leur caractère de *problème mal posé*.

En pratique, l'emplacement des capteurs étant fixé, les difficultés liées au dépouillement de mesure par technique inverse sont dues essentiellement au choix d'un pas de temps optimal et au rapport bruit sur signal que présentent les enregistrements de température.

Le problème est d'autant plus instable que le pas de temps est petit. En effet un petit pas de temps permet de mieux décrire les évolutions des paramètres recherchés mais en même temps il implique une grande sensibilité aux erreurs de mesure. Le recours nécessaire aux pas de temps futurs permet de stabiliser la solution (notamment en présence de bruit) mais il introduit un biais dans cette dernière qu'il faut savoir maîtriser. Une des difficultés principales des problèmes inverses en conduction consiste donc à trouver les meilleurs compromis entre la sensibilité aux erreurs et le biais introduit dans la solution.

Pour aider au choix du pas de temps dans le cas des problèmes inverses monodimensionnels, il a été défini un pas de temps adimensionnel caractéristique :

$\Delta t^* = a\Delta t/E^2$, c'est un nombre de Fourier où Δt est le pas de discrétisation temporelle du paramètre recherché (température ou densité de flux), a la diffusivité du matériau support et E la distance entre la surface à caractériser et le thermocouple le plus le plus proche. Le problème est d'autant mal posé, c'est à dire sensible aux erreurs de mesure que la distance thermocouple-surface est grande, que la diffusivité sera faible et que le pas de temps est petit.

L'étude des coefficients de sensibilité a montré que:

- pour $\Delta t^* > 10^{-2}$, la résolution ne pose pas de problème particulier car l'amplification des erreurs de mesure est faible, mais pour cela le rapport bruit sur signal doit être suffisamment faible.

- pour $\Delta t^* < 10^{-3}$, La résolution du problème inverse est très délicate et ne peut se faire qu'avec des mesures très peu bruitées (rapport bruit sur signal très petit) et en introduisant un biais important.

- pour $10^{-2} < \Delta t^* < 10^{-3}$, il faut trouver le bon compromis entre biais et stabilité. De plus et sauf pour des mesures de grande qualité effectuées en laboratoire, il est nécessaire de procéder à un lissage des enregistrements pour éliminer les bruits liés aux hautes fréquences.

3.2.2.2. Validation du problème inverse :

La validation du problème inverse correspond via le problème direct, à l'estimation d'un flux de chaleur connu. Cette validation se fait en calculant avec le problème direct l'évolution de la température en deux points, emplacement des deux thermocouples instrumentés, d'une paroi à la surface de laquelle on impose un flux de chaleur sous une

forme connue. Ces évolutions de températures sont ensuite utilisées pour estimer, par calcul inverse le flux de chaleur en surface de la paroi. La comparaison entre le flux de chaleur imposé et le flux de chaleur estimé permet de valider ou non la méthode inverse mise en place. La fiabilité de la méthode inverse est testée sur deux profils de flux de chaleur, le premier sous forme de créneau et le deuxième sous forme d'échelon. Ce choix repose sur la nécessité de connaître la réaction de la méthode inverse tout d'abord dans le cas d'un flux échelon correspondant à la situation la plus simple, puis on teste le cas de flux sous forme de créneau correspondant à notre cas, le contact intermittent, les hypothèses retenues pour le problème direct sont :

- La densité de flux imposée, pour le cas d'échelon on prend $\varphi = 10^5 \text{ W/m}^2$, pour le cas de flux sous forme de créneau φ varie de 10^5 W/m^2 à -10^5 W/m^2
- L'autre coté du barreau on impose une deuxième condition au limite $T = 100 \text{ }^\circ\text{C}$
- On utilise comme matériau du barreau de l'acier dont la diffusivité est $a = 1.39 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$
- Les positions d'implantations des thermocouples sont $x_1 = 1 \text{ mm}$ et $x_2 = 3 \text{ mm}$.
- Le temps de calcul est fixé à $t = 1 \text{ s}$
- La longueur du barreau est $L = 12 \text{ mm}$,

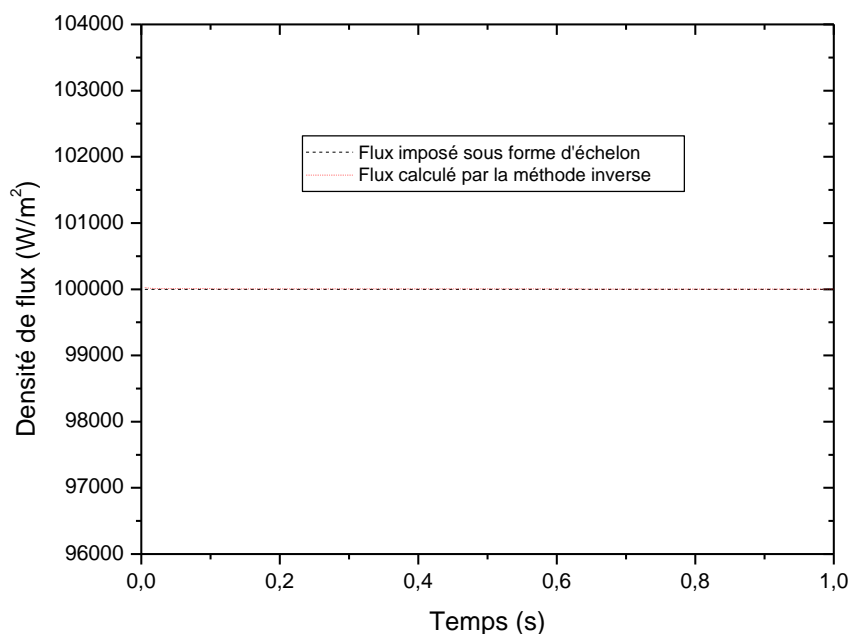


Fig. 3.4 : la première situation le flux imposé est constant

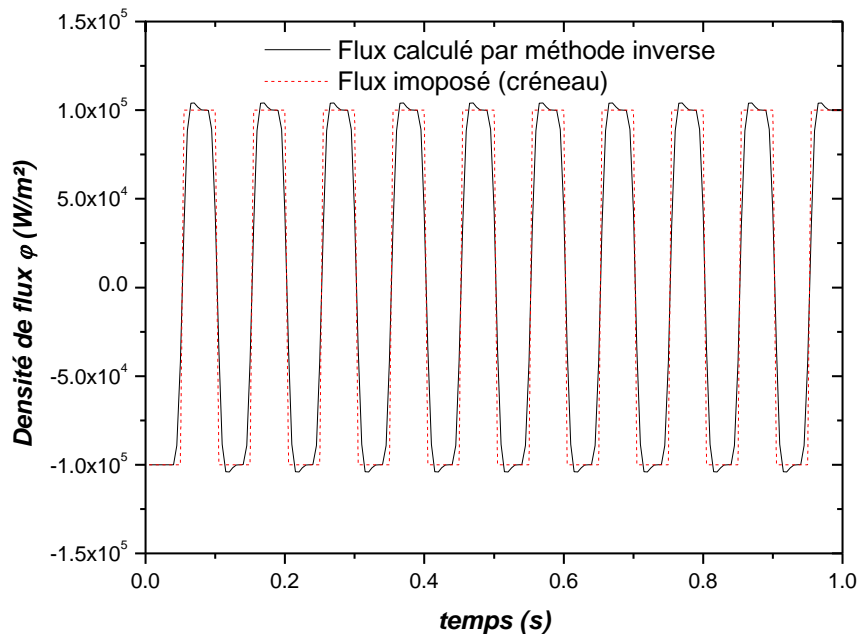


Fig. 3.5 : la situation de flux imposé sous forme de créneau

Les résultats de vérification de la méthode inverse montrent que pour les deux situations d'études, le flux calculé par la méthode inverse concorde bien avec le flux imposé, dans la figure 4 on présente la première situation le flux imposé est constant. Dans la figure 5 on présente la situation de flux imposé sous forme de créneau.

Choix du pas de temps :

Nous avons discrétisé le problème au moyen du schéma aux différences finies pondéré, de telle sorte que l'on puisse appliquer facilement, soit le schéma de Crank Nicholson (variable de pondération = 1/2), soit le schéma implicite pur (variable de pondération = 1). Nous avons retenu Crank Nicholson.

Nous allons prendre trois positions différentes du thermocouple le plus proche et ce pour voir son influence sur le nombre de Fourier. Les trois valeurs sont respectivement 1mm, 2 mm et 3mm. On prend le pas de temps $\Delta t = 0.007$, le matériau utilisé est l'acier, on obtient le résultat suivant :

Pour $x_1 = 1$ mm

$$\Delta t^* = \frac{a \cdot \Delta t}{E_1^2} = \frac{1.39 \cdot 10^{-5} \cdot 0.007}{(1.10^{-3})^2} = 0.0978$$

Pour $x_1 = 2$ mm

$$\Delta t^* = \frac{a \cdot \Delta t}{E_1^2} = \frac{1.39 \cdot 10^{-5} \cdot 0.007}{(2 \cdot 10^{-3})^2} = 0.0244$$

Pour $x_1 = 3$ mm

$$\Delta t^* = \frac{a \cdot \Delta t}{E_1^2} = \frac{1.39 \cdot 10^{-5} \cdot 0.007}{(3 \cdot 10^{-3})^2} = 0.0109$$

On constate que pour les trois cas de position le nombre de fourrier reste supérieur à 0.01 et la résolution ne pose aucun problème particulier, ainsi le thermocouple le plus proche donne une réponse correcte, et on peut prendre un nombre de points par période plus grand. Ces résultats montre que l'instrumentation des capteurs a été réalisée dans la perspective d'un dépouillement par technique inverse. Dans l'hypothèse où le thermocouple le plus proche est perdu, en principe le dépouillement avec les deux derniers qui restent ne pose pas de problème

3.3. Résultats et interprétations :

a/ Contact Parfait :

Nous allons étudier le cas de contact parfait pour déterminer le flux instantané transféré à l'interface, ainsi que la température. A l'interface l'instrumentation ne peut être réalisée. Pour cela nous aurons recours à la méthode de Beck séquentielle qui va nous permettre d'estimer le flux à l'interface et par une technique itérative la température à l'interface sera calculée. Dans cette étude pour le contact parfait, on se contente d'un seul cas d'étude.

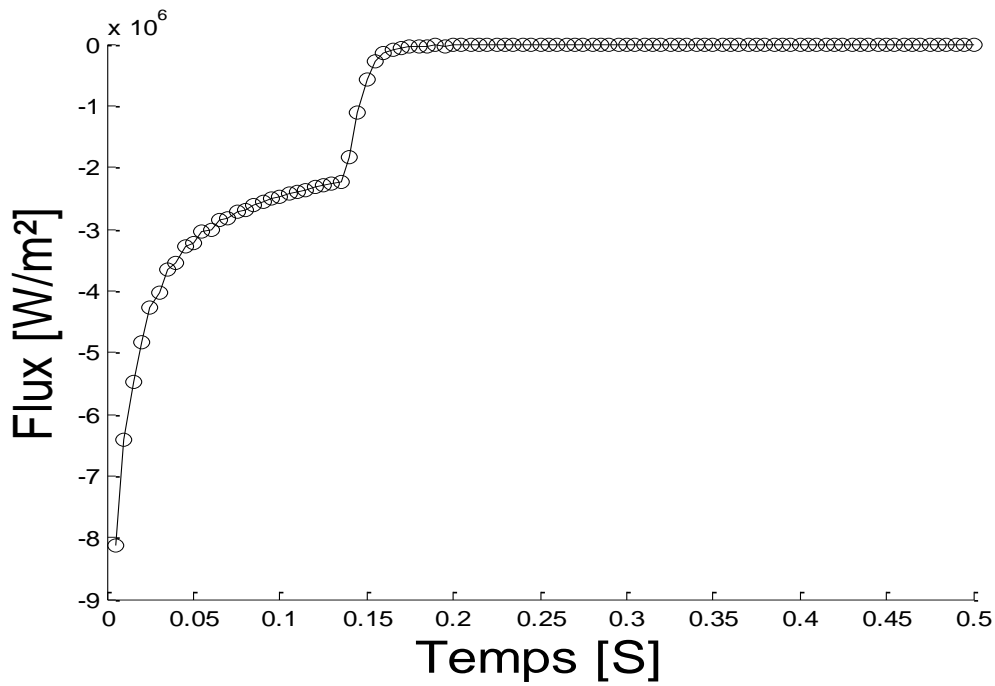


Fig. 3.6 : Variation du Flux estimé par la Méthode de Beck Pour le couple Cu-Cu avec $\gamma = 0.3$ et $f = 2\text{Hz}$ $\tau = 0.5\text{s}$

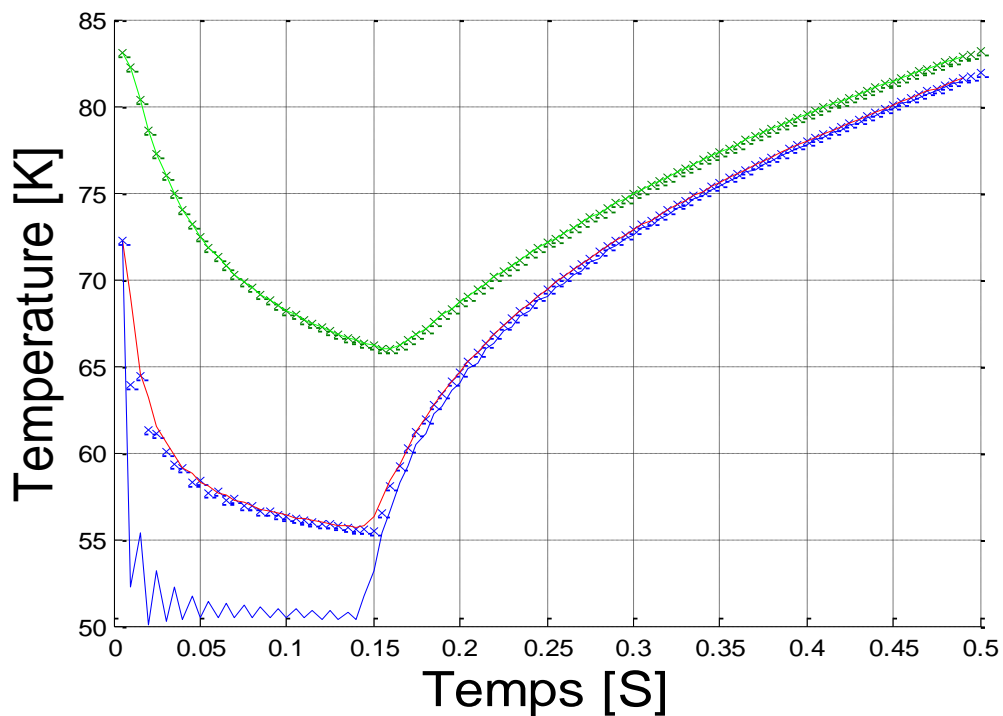


Fig. 3.7 : Température pour différentes positions du barreau en fonction du temps
Du couple Cu-Cu avec $\gamma = 0.3$ et $f = 2\text{Hz}$ $\tau = 0.5\text{s}$

Le calcul effectué par la technique inverse pour le contact parfait concerne un couple de matériaux cuivre-cuivre, le coefficient de partage de la période est fixé à 0,3, la durée de la

période est de 0.5 s, ce qui correspond à une fréquence de 2Hz. Les résultats de cette étude sont reportés dans les figures 3.6 et 3.7. La méthode consiste tout d'abord à estimer le flux à l'interface figure 3.6. En absence de résultats expérimentaux les valeurs retenues pour le calcul sont celles obtenues à partir du problème direct pour deux positions propices de thermocouples implantés respectivement à 1 mm et à 3 mm. On constate que jusqu'à 0.15 s, période de contact, le flux prend des valeurs négatives, ce qui correspond pour ce barreau à une perte de flux, il est maximum au début de la période 8 W/m^2 puis à la fin de la période de contact, il prend 2 W/m^2 . Au delà de 0.15 s le flux ne passe pas. Les résultats de calcul sur le flux vont permettre de déterminer la température à l'interface. Dans la figure 3.7, on présente l'évolution de la température dans les deux thermocouples et à l'interface du contact. On constate que lorsque les barreaux sont mis en contact la température mesurée dans le thermocouple 1 diminue de $72 \text{ }^\circ\text{C}$ jusqu'à $56 \text{ }^\circ\text{C}$ et dans le thermocouple 2 de $84 \text{ }^\circ\text{C}$ jusqu'à $66 \text{ }^\circ\text{C}$. Puis lorsque le flux ne passe pas les deux températures augmentent et tendent à se rapprocher. Le calcul du flux à l'interface pour les deux phases contact et non contact va permettre de déterminer la température à l'interface courbe bleue présentée dans la figure 3.7. Au début de la courbe, on constate de fortes oscillations puis une atténuation progressive, cette situation est normale à cause de la minimisation progressive de l'écart quadratique entre la température du modèle et celle déduite par la méthode de **Beck**. Par contre au fur à mesure qu'on progresse dans le temps la situation devienne normale, la durée de contact est 0.15 s et la durée de non contact 0.35 s ce qui correspond à un coefficient de partage de la période 0.3.

b/ Contact imparfait :

Maintenant nous allons étudier le cas de contact imparfait, situation qui se rapproche plus du cas réel, et ce pour déterminer le flux instantané transféré à l'interface, ainsi que la température. Nous aurons à étudier plusieurs cas de figures en faisant varier le coefficient de partage et en fixant la période à 0.5 s. et en imposant une résistance de contact courante de $10^{-4} \text{ }^\circ\text{K m}^2/\text{W}$. Le choix des matériaux d'étude a été porté sur deux couples le premier cuivre-cuivre, le deuxième Aluminium-Aluminium.

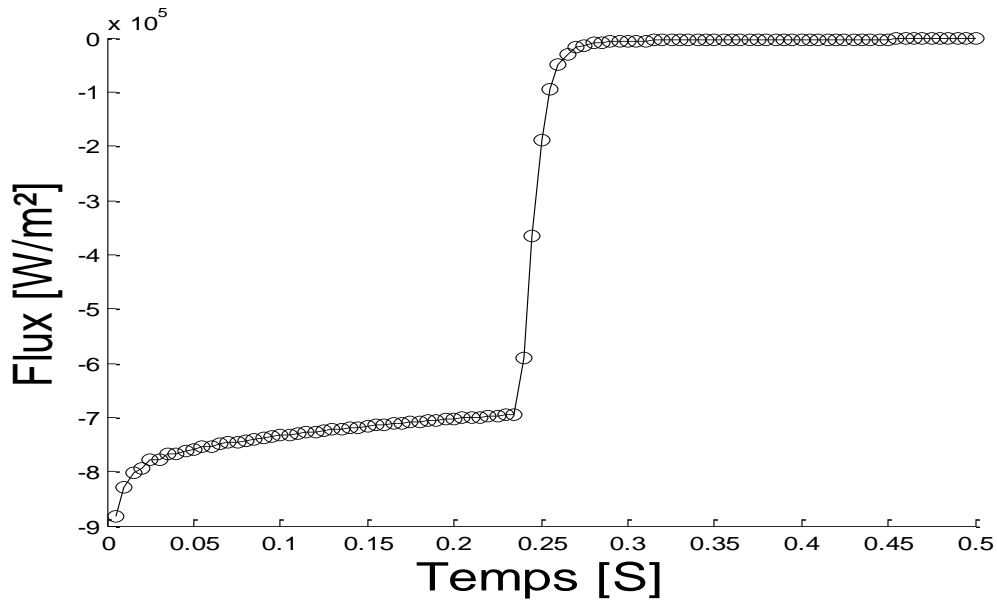


Fig. 3.8 : Variation du Flux estimé par la Méthode de Beck Pour le couple Cu-Cu avec $\gamma = 0.5$ et $f = 2\text{Hz}$ $\tau = 0.5\text{s}$ et $R = 10^{-4} (\text{K.m}^2.\text{W}^{-1})$

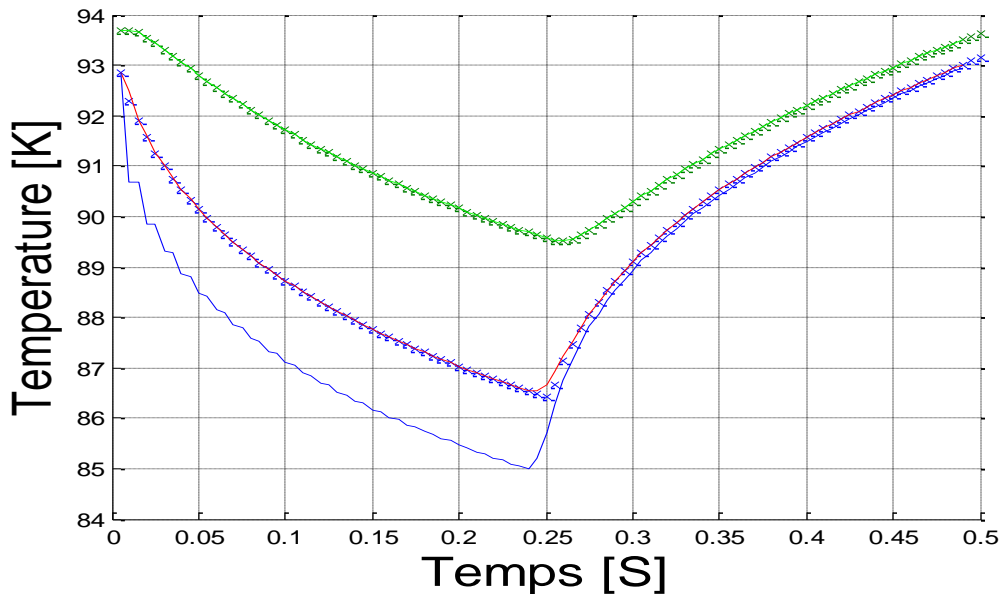


Fig. 3.9 : Température pour différentes positions du barreau en fonction du temps Du couple Cu-Cu avec $\gamma = 0.5$ et $f = 2\text{Hz}$ $\tau = 0.5\text{s}$ et $R = 10^{-4} (\text{K.m}^2.\text{W}^{-1})$

Le premier calcul effectué par la technique inverse pour le contact imparfait concerne un couple de matériaux cuivre-cuivre, le coefficient de partage de la période est fixé à 0.5, la durée de la période est conservé à 0.5 s. Les résultats sont reportés dans les figures 3.8 et 3.9. Le flux estimé à l'interface est représenté dans la figure 3.8. Jusqu'à 0.25 s, le flux estimé concerne la période de contact, il est maximum au début de la période 9 W/m^2 puis à la fin de la période de contact, il prend 7 W/m^2 . Au delà de 0.25 s, le flux ne passe pas. Les résultats de

calcul sur le flux vont permettre de déterminer la température à l'interface. Dans la figure 3.9 on présente l'évolution de la température dans les deux thermocouples et à l'interface du contact. On constate que lorsque les barreaux sont mis en contact la température mesurée dans le termocouple 1 diminue de 92.9 °C jusqu'à 86.5 °C et dans le termocouple 2 de 93.8 °C jusqu'à 89.5 °C. Puis lorsque le flux ne passe pas les deux températures augmentent et tendent à se rapprocher le calcul du flux à l'interface pour les deux phases contact et non contact va permettre de déterminer la température à l'interface courbe bleue présentée dans la figure 3.9. La même la situation de présence d'oscillations, pour ce nouveau cas d'étude, est onservé au début de la courbe. Cette situation est normale à cause de la minimisation progressive de l'écart quadratique entre la température du modèle et celle déduite par la méthode de Beck. Au fur à mesure qu'on progrèse dans le temps la situation devienne normale, la durée de contact est 0.25 s et la durée de non contact 0.25 s ce qui correspond à un coefficient de partage de la période 0.5.

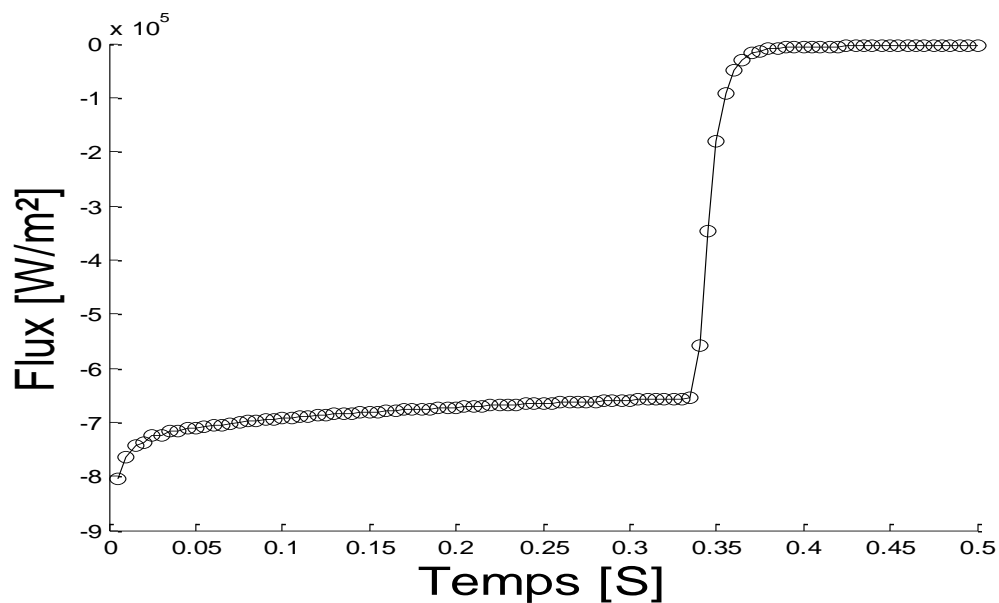


Fig. 3.10 : Variation du Flux estimé par la Méthode de Beck Pour le couple Cu-Cu avec $\gamma = 0.7$ et $f = 2\text{Hz}$ $\tau = 0.5\text{s}$ et $R = 10^{-4} (\text{K.m}^2.\text{W}^{-1})$

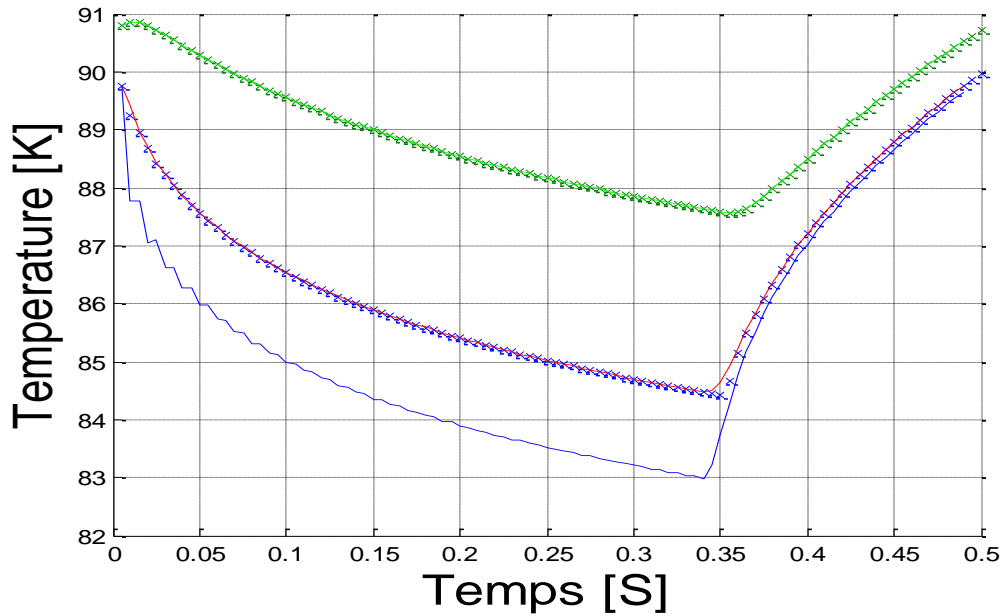


Fig. 3.11 : Température pour différentes positions du barreau en fonction du temps
Du couple Cu-Cu avec $\gamma = 0.7$ et $f = 2\text{Hz}$, $\tau = 0.5\text{s}$ et $R = 10^{-4} (\text{K.m}^2.\text{W}^{-1})$

Le deuxième calcul effectué par la technique inverse pour le contact imparfait concerne un couple de matériaux cuivre-cuivre, le coefficient de partage de la période a été changé à 0.7, la durée de la période est conservé à 0.5 s. Les résultats sont reportés dans les figures 3.10. et 3.11. Le flux estimé à l'interface est représenté dans la figure 3.10. Jusqu'à 0.35 s, le flux estimé concerne la période de contact, il est maximum au début de la période 8 W/m² puis à la fin de la période de contact, il prend 6.8 W/m². Au delà de 0.35 s, le flux ne passe pas. Les résultats de calcul sur le flux vont permettre de déterminer la température à l'interface. Dans la figure 3.11 on présente l'évolution de la température dans les deux thermocouples et à l'interface du contact. On constate que lorsque les barreaux sont mis en contact la température mesurée dans le termocouple 1 diminue de 89.8 °C jusqu'à 84.5 °C et dans le termocouple 2 de 91 °C jusqu'à 87.6 °C. Puis lorsque le flux ne passe pas les deux températures augmentent et tendent à se rapocher le calcul du flux à l'interface pour les deux phases contact et non contact va permettre de déterminer la température à l'interface courbe bleue présentée dans la figure 3.11. La même la situation de présence d'oscillations, au début de la courbe, pour ce nouveau cas d'étude, est constatée. Situation qui est justifié par la minimisation progressive de l'écart quadratique entre la température du modèle et celle déduite par la méthode de Beck. Au fur à mesure qu'on progrèze dans le temps la situation devienne normale, la durée de contact est 0.35 s et la durée de non contact 0.15 s ce qui correspond à un coefficient de partage de la période 0.7.

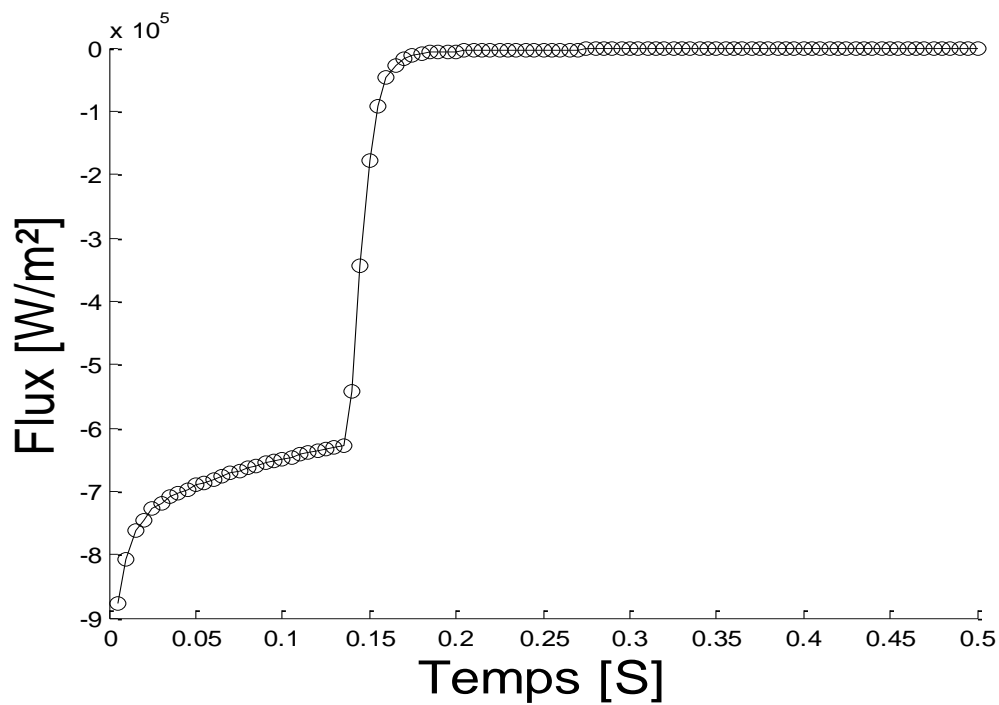


Fig. 3.12 : Variation du Flux estimé par la Méthode de Beck Pour le couple Alum-Alum avec $\gamma = 0.3$ et $f = 2\text{Hz}$ $\tau = 0.5\text{s}$ et $R = 10^{-4} (\text{K.m}^2.\text{W}^{-1})$

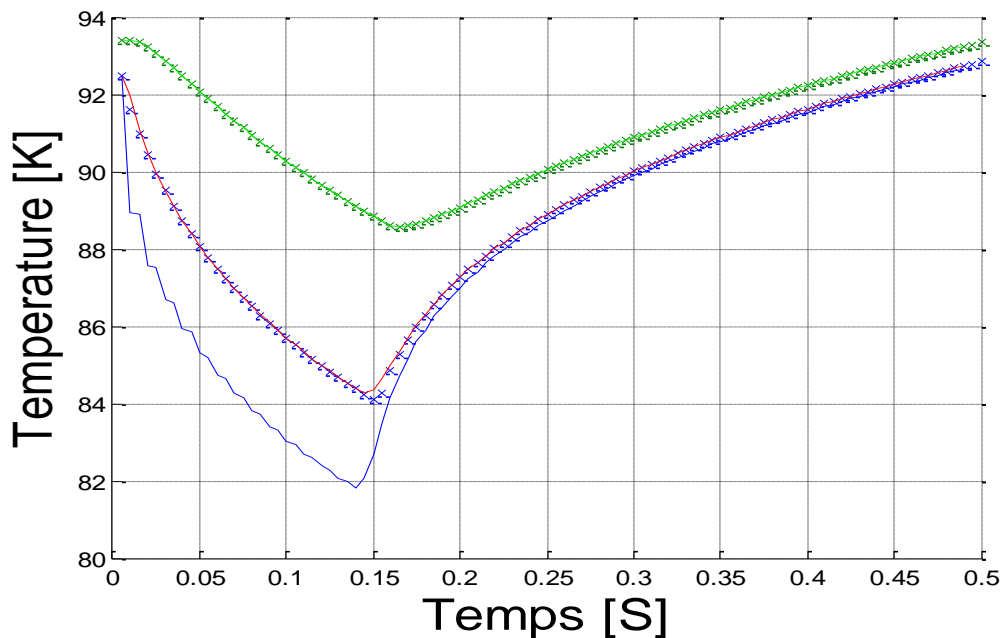


Fig. 3.13 : Température pour différentes positions du barreau Du couple Alum-Alum avec $\gamma = 0.3$ et $f = 2\text{Hz}$ $\tau = 0.5\text{s}$ et $R = 10^{-4} (\text{K.m}^2.\text{W}^{-1})$

Le troisième calcul effectué par la technique inverse pour le contact imparfait concerne un couple de matériaux Aluminium-Aluminium, le coefficient de partage de la

période est fixé à 0.3, la durée de la période est de 0.5 s, ce qui correspond à une fréquence de 2Hz. Les résultats de cette étude sont reportés dans les figures 3.12 et 3.13. La méthode consiste tout d'abord à estimer le flux à l'interface figure 3.12. En absence de résultats expérimentaux les valeurs retenues pour le calcul sont celles obtenues à partir du problème direct pour deux positions propices de thermocouples implantés respectivement à 1 mm et à 3 mm. On constate que jusqu'à 0.15 s, période de contact, le flux prend des valeurs négatives, ce qui correspond pour ce barreau à une perte de flux, il est maximum au début de la période 8.8 W/m² puis à la fin de la période de contact, il prend 6.5 W/m². Au delà de 0.15 s le flux ne passe pas. Les résultats de calcul sur le flux vont permettre de déterminer la température à l'interface. Dans la figure 3.13 on présente l'évolution de la température dans les deux thermocouples et à l'interface du contact. On constate que lorsque les barreaux sont mis en contact la température mesurée dans le termocouple 1 diminue de 92.8 °C jusqu'à 84.2 °C et dans le termocouple 2 de 93.8 °C jusqu'à 88.8 °C. Puis lorsque le flux ne passe pas les deux températures augmentent et tendent à se raporcher le calcul du flux à l'interface pour les deux phases contact et non contact va permettre de déterminer la température à l'interface courbe bleue présentée dans la figure 3.13. Au début de la courbe, on constate de faibles oscillations puis une atténuation progressive, cette situation est normale à cause de la minimisation progressive de l'écart quadratique entre la température du modèle et celle déduite par la méthode de Beck. Par contre au fur à mesure qu'on progrèse dans le temps la situation devienne normale, la durée de contact est 0.15 s et la durée de non contact 0.35 s ce qui correspond à un coefficient de partage de la période 0.3.

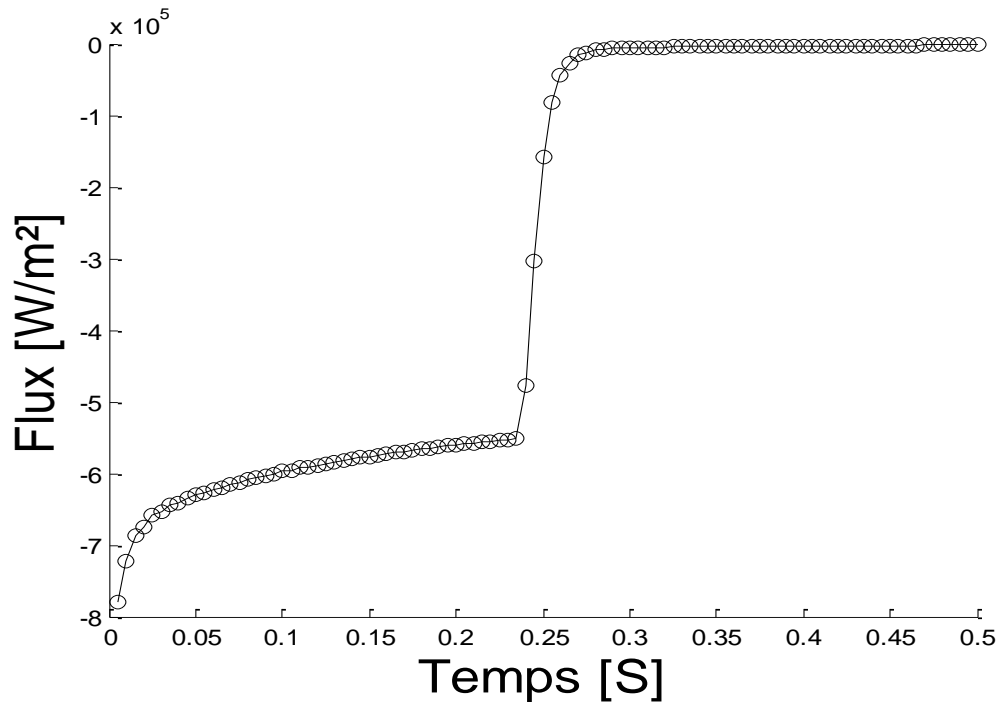


Fig. 3.14 : Variation du Flux estimé par la Méthode de Beck Pour le couple Alum-Alum avec $\gamma = 0.5$ et $f = 2\text{Hz}$ $\tau = 0.5\text{s}$ et $R = 10^{-4} (\text{K.m}^2.\text{W}^{-1})$

Alum-

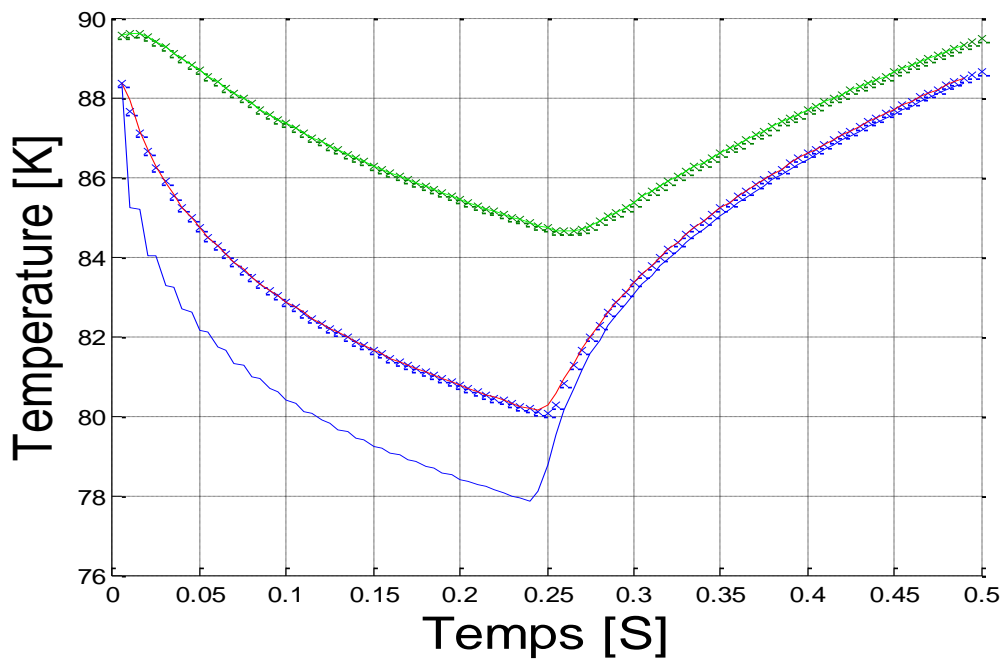


Fig. 3.15 : Température pour différentes positions du barreau en fonction du temps Du couple Alum-Alum avec $\gamma = 0.5$ et $f = 2\text{Hz}$ $\tau = 0.5\text{s}$ et $R = 10^{-4} (\text{K.m}^2.\text{W}^{-1})$

Le quatrième calcul effectué par la technique inverse pour le contact imparfait concerne un couple de matériaux Aluminium-Aluminium, le coefficient de partage de la

période a été changé à 0.5, la durée de la période est conservé à 0.5 s. Les résultats sont reportés dans les figures 3.14. et 3.15. Le flux estimé à l'interface est représenté dans la figure 3.14. Jusqu'à 0.25 s, le flux estimé concerne la période de contact, il est maximum au début de la période 7.8 W/m^2 puis à la fin de la période de contact, il prend 5.5 W/m^2 . Au delà de 0.25 s, le flux ne passe pas. Les résultats de calcul sur le flux vont permettre de déterminer la température à l'interface. Dans la figure 3.15 on présente l'évolution de la température dans les deux thermocouples et à l'interface du contact. On constate que lorsque les barreaux sont mis en contact la température mesurée dans le termocouple 1 diminuer de $88.2 \text{ }^\circ\text{C}$ jusqu'à $80 \text{ }^\circ\text{C}$ et dans le termocouple 2 de $89.8 \text{ }^\circ\text{C}$ jusqu'à $84.8 \text{ }^\circ\text{C}$. Puis lorsque le flux ne passe pas les deux températures augmentent et tendent à se raporcher le calcul du flux à l'interface pour les deux phases contact et non contact va permettre de déterminer la température à l'interface courbe bleue présentée dans la figure 3.15. La même la situation de présence de forte oscillations, au début de la courbe, pour ce nouveau cas d'étude, est constatée. cette situation est normale à cause de la minimisation progressive de l'écart quadratique entre la température du modèle et celle déduite par la méthode de Beck. Au fur à mesure qu'on progrèze dans le temps la situation devienne normale, la durée de contact est 0.25 s et la durée de non contact 0.25 s ce qui correspond à un coefficient de partage de la période 0.5.

3.4 Comparaison des résultats entre le problème direct et le problème inverse :

Après l'étude du problème inverse pour l'estimation du flux transféré à l'interface et par la suite la détermination de la température, par le choix de deux emplacements étudiés de thermocouples. Les résultats du problème direct dans les positions choisies des thermocouples, ont permet de résoudre le problème inverse. Pour la validation des résultats du problème inverse avec les résultats du problème directe, nous avons pris le contact imparfait, en imposant une résistance de contact courante de $10^{-4} \text{ }^\circ\text{K m}^2/\text{W}$. Le choix des matériaux d'étude a été porté sur deux couples le premier cuivre-cuivre, le deuxième Aluminium-Aluminium.

a/ Contact imparfait cuivre-cuivre :

Trois cas ont été abordés dans cette étude. Elle concerne la comparaison des résultats sur la température à l'interface du problème direct comparés à ceux calculés par le problème

inverse. Dans la figure 3.16. on présente les résultats de comparaison des deux températures à l'interface pour un coefficient de partage de la période de 0.3 et pour une période 0.5 s. Dans la figure 3.17, le coefficient de partage de la période est pris égal à 0.5 et on conserve la période à 0.5 s. Dans le troisième cas d'étude figure 3.18, le coefficient de partage de la période a été pris égal à 0.7, tout en conservant la période à 0.5 s. Pour les trois courbes, on constate que les résultats de calcul de température à l'interface par le problème inverse concordent bien avec ceux calculés par le problème direct. Pour le premier l'erreur moyenne absolue est $0,09^{\circ}\text{C}$ avec un maximum de $0,76^{\circ}\text{C}$ et l'erreur moyenne relative est de 0,10% avec un maximum de 0,82%. Pour le deuxième cas, figure 3.17, l'erreur moyenne absolue est $0,12^{\circ}\text{C}$ avec un maximum de $0,71^{\circ}\text{C}$ et l'erreur moyenne relative est de 0,14% avec un maximum de 0,78%. Pour le troisième cas figure 3.18, l'erreur moyenne absolue est $0,15^{\circ}\text{C}$ avec un maximum de $0,63^{\circ}\text{C}$ et l'erreur moyenne relative est de 0,17% avec un maximum de 0,72%.

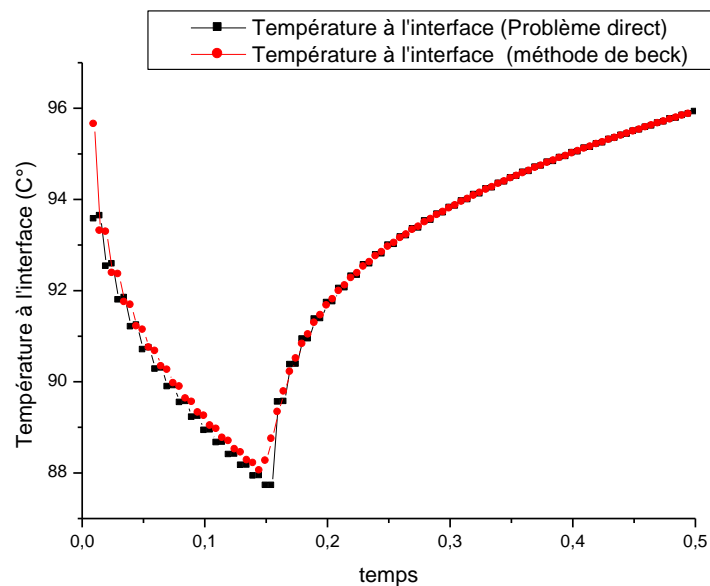


Fig. 3. 16: La comparaison des résultats sur la température à l'interface du problème direct comparés à ceux calculés par le problème inverse du couple Cu-Cu avec $\gamma = 0.3$ et $f = 2\text{Hz}$ $\tau = 0.5\text{s}$ et $R = 10^{-4} (\text{K.m}^2.\text{W}^{-1})$

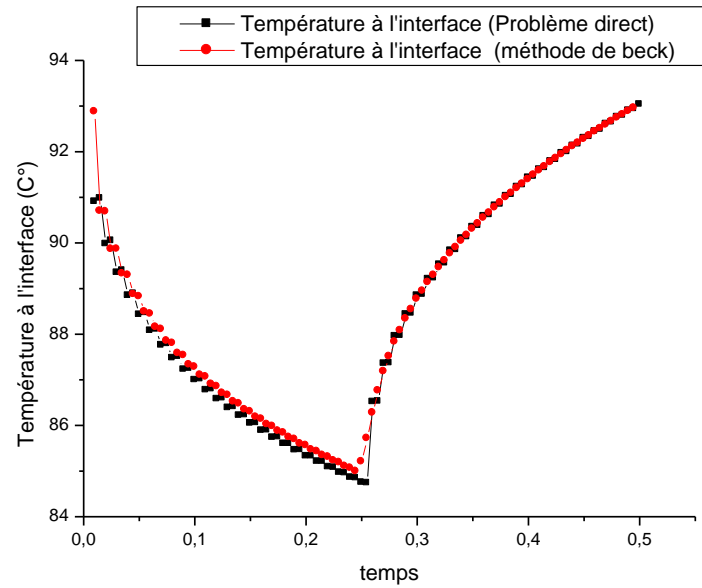


Fig. 3. 17: La comparaison des résultats sur la température à l'interface du problème direct comparés à ceux calculés par le problème inverse du couple Cu-Cu avec $\gamma = 0.5$ et $f = 2Hz$ $\tau = 0.5s$ et $R = 10^{-4} (K.m^2.W^{-1})$

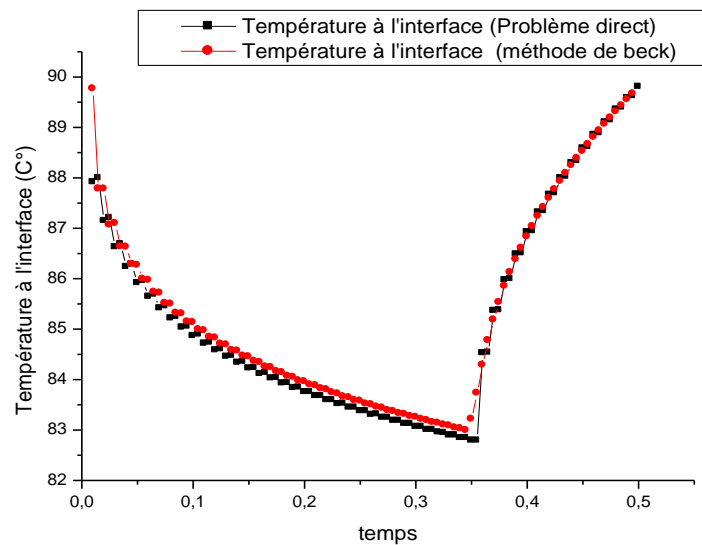


Fig. 3. 18: La comparaison des résultats sur la température à l'interface du problème direct comparés à ceux calculés par le problème inverse du couple Cu-Cu avec $\gamma = 0.7$ et $f = 2Hz$ $\tau = 0.5s$ et $R = 10^{-4} (K.m^2.W^{-1})$

b/ Contact imparfait Aluminium- Aluminium:

Trois cas ont été abordés dans cette étude. Elle concerne la comparaison des résultats sur la température à l'interface du problème direct comparés à ceux calculés par le problème inverse. Dans la figure 3.19 on présente les résultats de comparaison des deux températures à l'interface pour un coefficient de partage de la période de 0.3 et pour une période 0.5 s. Dans la figure 3.20, le coefficient de partage de la période est pris égal à 0.5 et on conserve la période à 0.5 s. Dans le troisième cas d'étude figure 3.21 le coefficient de partage de la période a été pris égal à 0.7, tout en conservant la période à 0.5 s. Pour les trois courbes, on constate que les résultats de calcul de température à l'interface par le problème inverse concordent bien avec ceux calculés par le problème direct. Pour le premier l'erreur moyenne absolue est $0,14^{\circ}\text{C}$ avec un maximum de $0,39^{\circ}\text{C}$ et l'erreur moyenne relative est de $0,17\%$ avec un maximum de $0,44\%$. Pour le deuxième cas, figure 3.20, l'erreur moyenne absolue est $0,18^{\circ}\text{C}$ avec un maximum de $0,29^{\circ}\text{C}$ et l'erreur moyenne relative est de $0,23\%$ avec un maximum de $0,34\%$. Pour le troisième cas figure 3.21, l'erreur moyenne absolue est $0,22^{\circ}\text{C}$ avec un maximum de $0,15^{\circ}\text{C}$ et l'erreur moyenne relative est de $0,28\%$ avec un maximum de $0,19\%$.

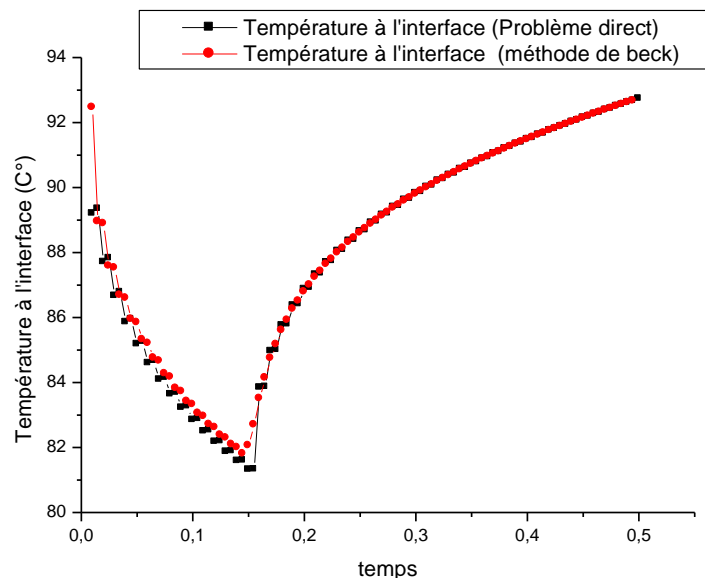


Fig. 3. 19: La comparaison des résultats sur la température à l'interface du problème direct comparés à ceux calculés par le problème inverse du couple Alum-Alum avec $\gamma = 0.3$ et $f = 2\text{Hz}$ $\tau = 0.5\text{s}$ et $R = 10^{-4} (\text{K.m}^2.\text{W}^{-1})$

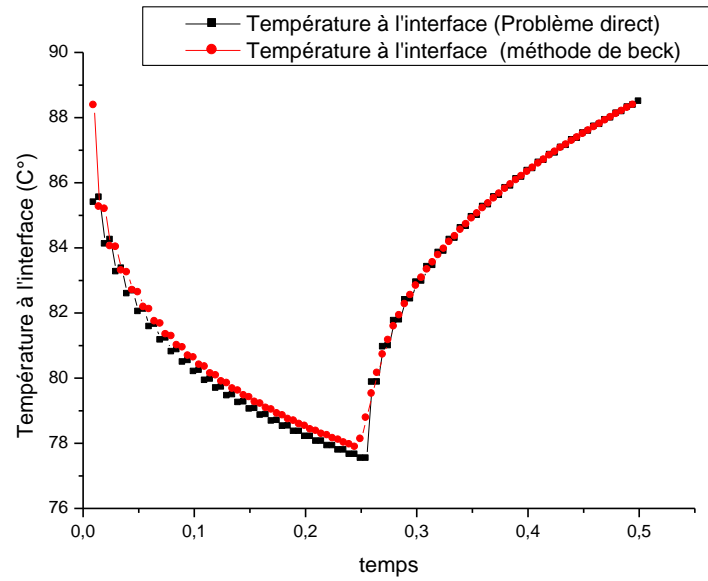


Fig. 3. 20 : La comparaison des résultats sur la température à l'interface du problème direct comparés à ceux calculés par le problème inverse du couple Alum-Alum avec $\gamma = 0.5$ et $f = 2Hz$ $\tau = 0.5s$ et $R = 10^{-4} (K.m^2.W^{-1})$

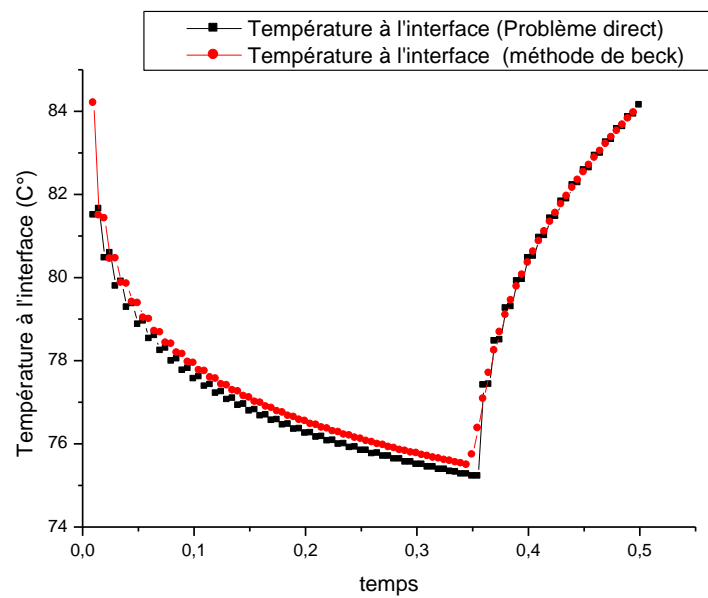


Fig. 3. 21: La comparaison des résultats sur la température à l'interface du problème direct comparés à ceux calculés par le problème inverse du couple Alum-Alum avec $\gamma = 0.7$ et $f = 2Hz$ $\tau = 0.5s$ et $R = 10^{-4} (K.m^2.W^{-1})$

CONCLUSION GENERALE

Sur un modèle simple 1D de contact intermittent, une étude complémentaire a été menée pour mettre à jour les phénomènes physiques liés à ce type de contact. On s'est intéressé à présenter la solution du problème direct, du contact thermique intermittent, en commençant par le modèle retenu. Il s'agit de deux barreaux mis en contact intermittent à travers, l'intégralité de leurs surfaces de bases, situation qui simule le fonctionnement d'une soupape. A travers l'étude théorique, il a été étudié, l'influence des paramètres d'intermittence, à savoir la fréquence f et le coefficient de partage de la période γ sur le transfert à l'interface. Pour cela, il a été retenu deux situations: la première est relative au contact parfait et la seconde au contact imparfait. Notre étude vient compléter les travaux réalisés dans ce domaine, on s'est intéressé plus particulièrement au problème inverse. Le contact à l'interface étant inaccessible à l'instrumentation. De ce fait par une technique inverse en utilisant la méthode de Beck séquentielle. La fiabilité du modèle direct a été testée. La résistance thermique, la température et la densité à l'interface du contact intermittent peuvent être déduites. Nous avons validé le problème inverse tout d'abord en prenant des cas usuels de flux transféré, le premier sous forme d'échelon et le deuxième sous forme de créneaux. En parallèle de la validation de la résolution du problème inverse, on a abordé certaines notions utiles liées directement à l'instrumentation à savoir le temps de réponse, la sensibilité, et le choix d'implantation des thermocouples. Pour le contact intermittent la validation du problème inverse a été réalisée, pour plusieurs configurations qui peuvent se présenter, selon les couples de matériaux mis en contact, le type de contact parfait ou imparfait, et en fonction des paramètres d'intermittences f et γ

Références Bibliographies

- [1] HOWARD J.R., SUTTON A.E., An analogue study of heat transfer through periodically contacting surfaces. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.13, p.173-183 (1970).
- [2] HOWARD J.R., SUTTON A.E., The effect of thermal contact resistance on heat transfer between periodically contacting surfaces. *J. Heat Transfer*, vol.95, p.411-412 (1973).
- [3] REED J.R., MULLINEUX G., « Quasi-steady state solution of periodically varying phenomena ». *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.16, p.2007-2012 (1973).
- [4] MIKHAILOV M.D., Quasi-steady state temperature distribution in finite regions with periodically-varying boundary conditions, *Int. Jour. Heat Mass Transfer*, vol.17, p.1475-1478 (1974).
- [5] VICK B., OZISIK M.N., Quasi-steady state temperature distribution in periodically contacting finite regions. *J. Heat Transfer*, vol.103, p.739-744 (1981).
- [6] DEGIOVANNI A., BATSALE J.C., Contact périodique en régime établi résistances thermiques apparentes limites pour des durées de contact nulles et infinies. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 23, No. 4, pp.587-597(1996).
- [7] HOWARD J.R., An experimental study of heat transfer through periodically contacting surfaces. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.19, p.367-372 (1976).
- [8] MOSES W.M., JOHNSON R.R., Experimental study of the heat transfer across periodically contacting surfaces. *J. Heat Transfer*, vol.2, p.37-42, (1988).
- [9] COUEDEL D., DANES F., BARDON J.P., Experimental study and analysis of heat transfer in a valve-seat periodic contact in an internal combustion engine. *A.S.M.E. Jour. Heat Transfer* (1992).
- [10] Wang H., Contribution à l'étude thermique des contacts périodiques solide-solide. *Thèse de Doctorat*, INPL, France, (2000).
- [11] WANG H., DEGIOVANNI A. et MOYNE C., Contact thermique périodique : un modèle quadripolaire et une expérience. *Int. J. Therm. Sci.*41, 125-135(2002).
- [12] BECK J.V., BLACKWELL B., CLAIR C.R. St., Inverse heat conduction. Ill posed problems, Wiley Interscience, New York, 1985
- [13] Azzouz S., Chappelle E., Bourouga B., Chaoui K., Etude théorique du contact intermittent : influence de la fréquence et du coefficient de partage de la période sur le transfert thermique à l'interface, *Journées Internationales de Thermique*, Tanger, Maroc, Novembre 2005.

- [14] Azzouz S., Bourouga B., Chaoui K., Modélisation du flux transmis à une interface de contact intermittent, *9ème Congrès de mécanique*, Marrakech, Maroc, Avril 2009.
- [15] DEGIOVANNI A. MOYNE C., Résistance thermique de contact en régime permanent influence de la géométrie de contact, *Revue Générale thermique Française*, 1989, n°334, pp 1-8.
- [16] LIONEL DUMONT. Caractérisation thermique d'un contact solide-solide à partir de la connaissance de l'état des surfaces avant contact, Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, 1993.
- [17] Cours transferts thermiques-Yves JANNOT 2011-pages 27-28-29-52.
- [18] Modélisation d'un contact électrothermique NEBONNE Emmanuel –Laboratoire d'énergétique de Mécanique Théorique et Appliquée Février –Juillet 2009 université de la Réunion.
- [19] Etude des fluctuants d'un régime de contact thèse de Dedda Zekri.
- [20] Etude théorique du contact intermittent Thèse de Derdachi 2006. (Université de Nantes).
- [21] Ouvrage d'OZIŞIK, « Finite difference methods in heat transfer ».
- [22] Transferts de chaleur par conduction 2ème partie “les régimes instationnaires“ cours de J.P.BARDON 1998, Université de Nantes –ISITEM.