

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

BADJI MOKHTAR ANNABA-UNIVERSITY

UNIVERSITE BADJI MOKHTAR ANNABA



جامعة باجي مختار عنابة

Année :2017

FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR

DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

MEMOIRE

PRESENTE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE MASTER

INTITULE

**Contribution à l'étude vibratoire du comportement
dynamique d'un mécanisme bielle-manivelle**

DOMAINE : SCIENCES ET TECHNIQUES

FILIERE : MASTER

SPECIALITE : MECANIQUE AVANCEE

PRESENTE PAR : HAMMAS TOUHAMI

DIRECTEUR DU MEMOIRE : Mr GOUASSMI SASSI

Le : 18 - 06 – 2017

DEVANT LE JURY

PRESIDENT :

- Pr. BEY K

EXAMINATEURS :

- Dr. CHEMMAMI A

- Dr. BENAMIRA M

- Pr. HAIAHEM A

Remerciements

Je remercie dieu tout puissant pour m'avoir aidé à réussir, Toute ma famille (mes parents, mes oncles et mes tantes) d'avoir toujours été là pour moi et je n'oublie pas mes cousins et mes amis.

En mémoire à ma maman ...

Résumé

Dans un mécanisme en rotation, il existe des charges dynamiques supplémentaires, qui sont provoquées par les forces d'inertie des répartitions asymétriques des masses.

Nous nous attèlerons à déterminer et évaluer ces charges dynamiques supplémentaires et nous montrons leurs conséquences désastreuses dans les couples cinématiques (jeu, bruit, usure,...) et sur la fondation

Donc il est impératif et nécessaire d'éliminer ces charges dynamiques supplémentaires en procédant à leurs équilibrages.

Sommaire

• Remerciements.....	/
• Sommaire	/
• Introduction	/
• <u>Chapitre1 : Généralités</u>	1
• 1.1 : Déséquilibre-balourd	1
1.1.a) Définitions	1
1.1.b) Types de déséquilibre	3
1.1.c) Équilibrage.....	4
1.1.d) Types d'équilibrage	8
1.1.e) Pratique de l'équilibrage	11
• 1.2 : Machines à équilibrer	13
1.2.a) Définition	13
1.2.b) Types de machines à équilibrer	13
• 1.3 : rotors rigides.....	15
1.3.a) Définitions.....	15
1.3.b) Composition d'un vilebrequin	17
1.3.c) Assemblage d'un vilebrequin	18
1.3.e) Vilebrequin monobloc.....	18
1.3.f) Défauts de serrage	18
• <u>Chapitre2 : Etudes Théoriques</u>	
• 2.1 Détermination des grandeurs cinématiques	19
2.1.a)Méthode graphique	19
2.1.b) Méthode analytique	21
• 2.2 Étude dynamique.....	25
2.2. a) Détermination des forces d'inertie	25
2.2. b) Méthode des points auxiliaires	27

- **Chapitre3 : équilibrage des couples cinématiques 37**
- **3.1 : Équilibrage des masses tournantes..... 37**
 - **3.1.a) Présentation du problème 37**
 - **3.1.b) Détermination des pressions sur l'axe d'un corps en rotation 37**
- **3.2 : EQUILIBRAGE D'UN VILEBREQUIN 43**
- **3.3 Modélisation des vibrations d'un moteur 45**
- **Conclusion..... /**
- **Bibliographie..... /**

INTRODUCTION :

L'équilibrage est considéré aujourd'hui comme absolument nécessaire pour pratiquement tous les rotors, que ce soit pour prolonger la durée de vie de la machine, améliorer son fonctionnement ou pour utiliser l'absence de vibrations comme un argument supplémentaire de vente.

Bien que des nombreux responsables soient persuadés de cette nécessité, le processus «équilibrage » n'est que rarement intégré harmonieusement dans le déroulement de fabrication. Très souvent, sauf pour la fabrication en grande série, la procédure d'équilibrage est considérée comme coûteuse bien qu'inévitable ; elle est mise en œuvre sans préparation comme le tournage , toutes les données importantes sont disponibles - type de machine-outil , prise de pièce , vitesse de rotation , vitesse de coupe , avance , profondeur de passe, temps nécessaire pour l'équipement et la fabrication – pour l'équilibrage on laisse tout le processus entre les mains de l' « équilibreur » ou du contremaître .

Ces derniers doivent décider sur la base de leurs expériences, de leurs connaissances et de leurs intuitions ce qui doit être fait, et de quelle manière. En effet, malgré tous les travaux d'information et de normalisation réalisés par les ingénieurs et les spécialistes dans ce domaine depuis des décennies, les bases générales de la technique d'équilibrage ne font pas encore partie de la culture technique générale. L'évaluation des méthodes et des connaissances est souvent ignorée, et le travail est effectué selon des procédures et principes traditionnels, en n'utilisant que très imparfaitement les potentialités actuelles.

Aucun constructeur expérimenté ne se risquerait aujourd'hui à concevoir une pièce de machine sans prendre en compte les possibilités de fabrication et indiquer les tolérances techniques acceptables. L'équilibrage est, en revanche, fréquemment oublié, alors que les conditions essentielles pour une procédure d'équilibrage réalisable et économique se préparent souvent dès le bureau d'études.

De la même manière, il règne une certaine méconnaissance de l'offre du marché des machines à équilibrer, qui permettent pourtant de résoudre efficacement les différents problèmes d'équilibrage. Alors nous nous sommes penchées sur la technique d'équilibrage du mécanisme bielle manivelle

Introduction

La procédure de l'équilibrage est connue depuis longtemps mais les nouvelles techniques et les développements de la technologie aident cette technique devenir de plus en plus intéressante et nécessaire pour le monde industriel.

Chapitre 1 : Généralités

1.1 : déséquilibre-balourd

1.1 a) Définitions :

- **Le déséquilibre :**

État dans lequel se trouve un rotor quand, par suite de forces centrifuges, une force ou un mouvement vibratoire est communiquée à ses paliers.

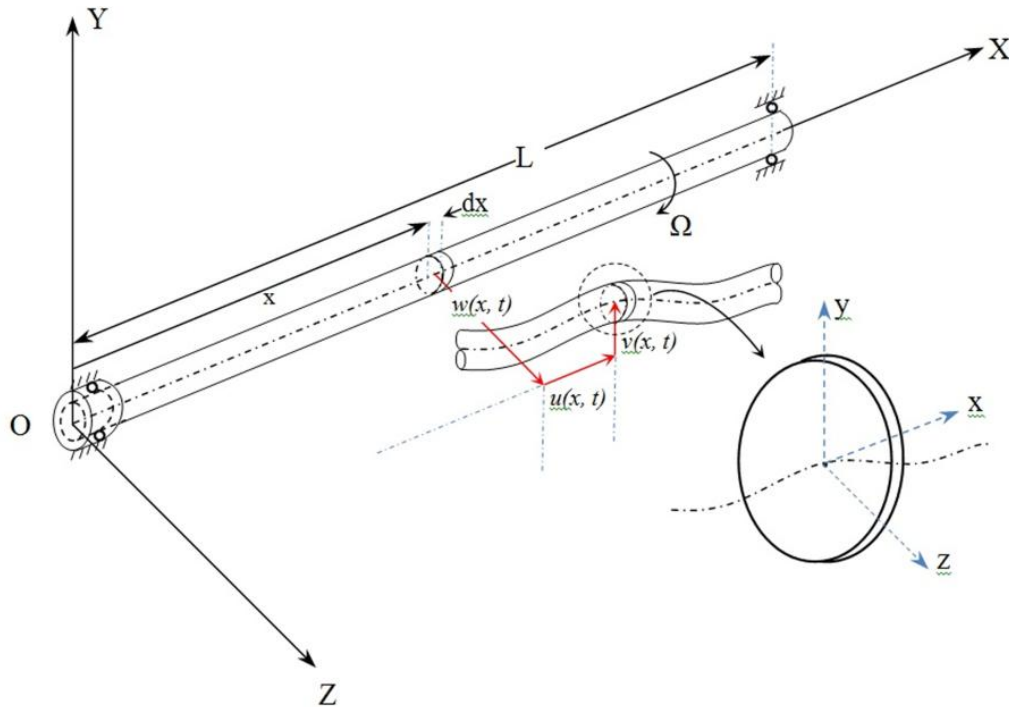


Figure 1

- **Le balourd :**

Une des principales causes de vibration sur les machines tournantes ; Un balourd est par définition, une répartition irrégulière de la masse d'un rotor lors de sa rotation autour d'un axe.

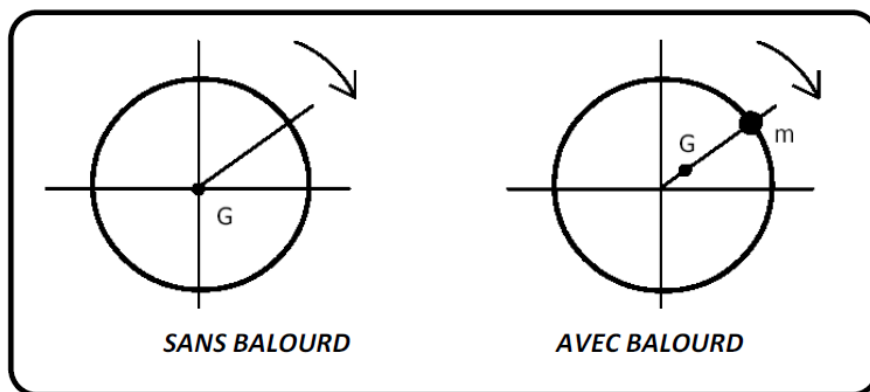


Figure 2

- **Valeur du balourd :**

La mesure quantitative du balourd d'un rotor est obtenue en faisant le produit de la masse de déséquilibre m par la distance r qui la sépare de l'axe de l'arbre (dans le cas de paliers rigides, l'axe de rotation est l'axe de l'arbre). La valeur ainsi calculée est appelée *valeur du balourd* U où $U = mr$.

Les unités de valeur du balourd sont les grammes millimètres ($g \cdot mm$) et les onces pouces.

Exemple :

Une valeur du balourd de $200 g \cdot mm$ indique que la "partie lourde" du rotor est équivalente à une masse de 10 grammes à un rayon de 20 millimètres de l'axe de l'arbre ou à une masse de 20 grammes à un rayon de 10 millimètres, comme il est montré à la figure suivante. De même, la valeur du balourd produit par une masse donnée varie en fonction de sa distance par rapport à l'axe de l'arbre.

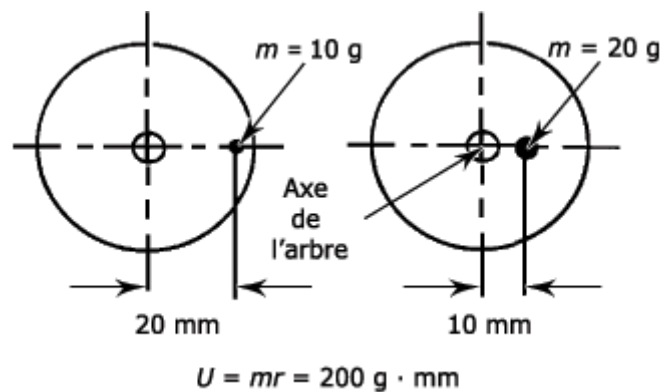


Figure 3

1.1.b) Types de déséquilibre :• Déséquilibre statique :

Etat de déséquilibre tel que l'axe central principal d'inertie est uniquement déplacé parallèlement à l'axe de l'arbre.

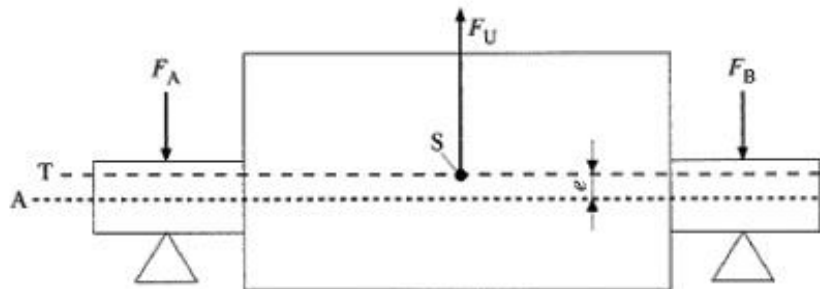


Figure 4

• Déséquilibre couple :

Lorsque l'axe central principal d'inertie coupe l'axe de l'arbre au centre de masse, l'état de déséquilibre est caractérisé par un couple de balourds.

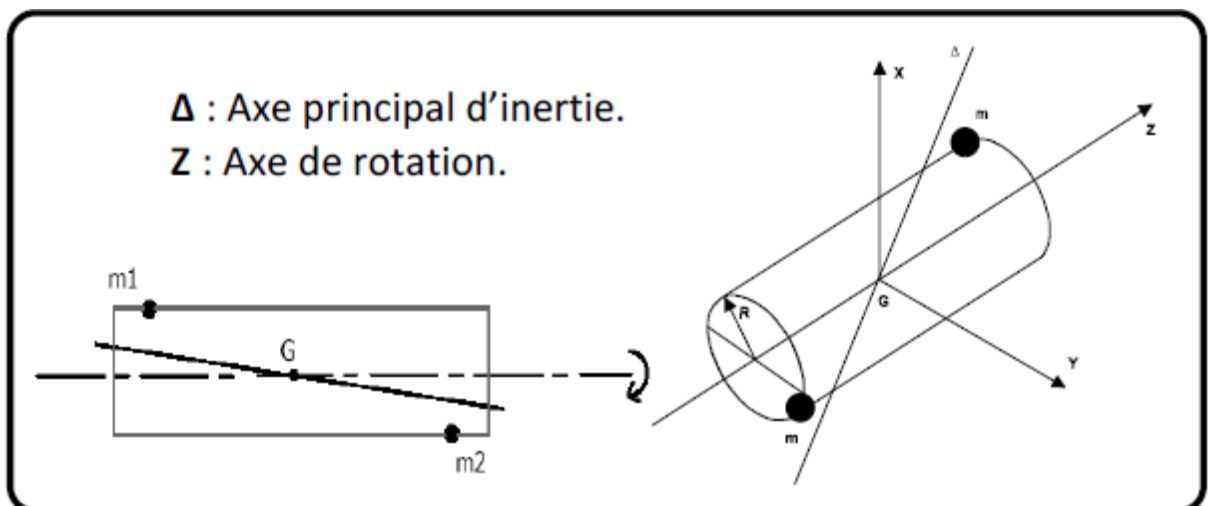


Figure 5

- **Déséquilibre dynamique :**

Etat dans lequel l'axe central principal d'inertie se trouve dans n'importe quelle orientation par rapport à l'axe de l'arbre, il peut être parallèle à l'axe de l'arbre, ou encore couper celui-ci.

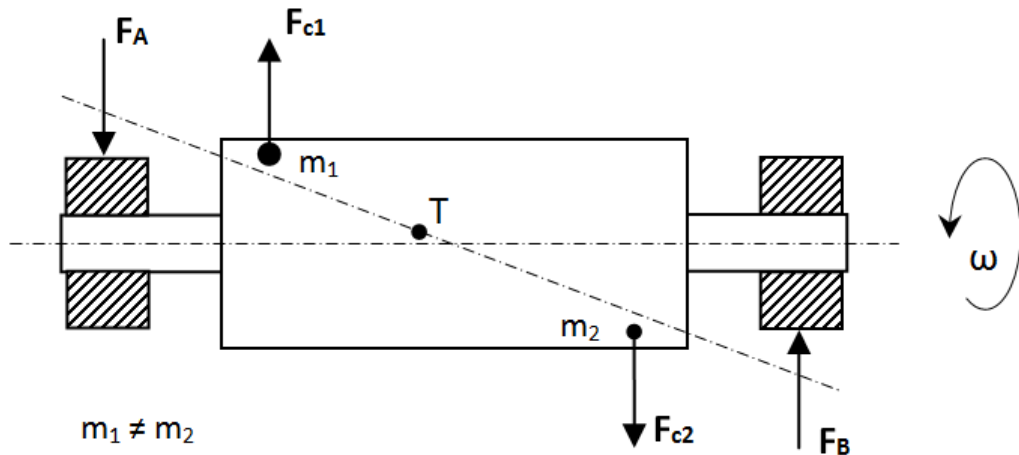


Figure 6

1.1.c) **Equilibrage :**

L'équilibrage est le procédé par lequel on tente d'améliorer la répartition de la masse d'un rotor de façon que le rotor tourne dans ses paliers sans créer de forces centrifuges non compensées. L'équilibrage des rotors contribue à prolonger la vie utile des équipements. Il peut être réalisé sur une machine à équilibrer (fixe) ou encore à l'aide d'un analyseur de vibrations (portatif).

L'information nécessaire pour réaliser l'équilibrage provient des mesures de vibrations des paliers causées par le déséquilibre du rotor.

Les valeurs obtenues servent au calcul de la masse de correction requise pour réduire le déséquilibre et les vibrations qui en résultent.

Les mesures sont effectuées au moyen d'un appareillage portatif incluant au minimum un analyseur de vibrations, un accéléromètre, une sonde photo-électrique et un programme d'équilibrage.

- **Définition de l'équilibrage :**

Méthode par laquelle la répartition de la masse d'un rotor est vérifiée, et, si nécessaire corrigée de façon à garantir que le balourd résiduel ou la vibration des tourillons et/ou que les forces sur les paliers sont dans des limites spécifiées pour une fréquence correspondant à la vitesse de service. L'équilibrage est le procédé par lequel on tente d'améliorer la répartition de la masse d'un rotor de façon que le rotor tourne dans ses paliers sans créer de forces centrifuges non compensées. L'équilibrage des rotors contribue à prolonger la vie utile des équipements. Il peut être réalisé sur une machine à équilibrer (fixe) ou encore à l'aide d'un analyseur de vibrations (portatif).

- **Equilibrage d'un vilebrequin :**

Comme tout élément tournant, un vilebrequin doit être équilibré de façon statique et dynamique. L'équilibrage du vilebrequin est nécessaire pour réduire les vibrations des moteurs, causés par les forces et les moments produits par les pièces en mouvement alternatif et de rotation, et pour diminuer les charges exercées sur les coussinets de la ligne d'arbre. Le vilebrequin est soumis à deux types de forces qui sont provoquées par les pièces en mouvement qui sont reliées au vilebrequin. Ce sont la force centrifuge et la force alternative. Il est cependant impossible d'obtenir un équilibrage parfait, on fait donc appel à des contre arbres d'équilibrage (l'ajout de contrepoids) qui annuleront tout ou une partie des vibrations.

- **Force centrifuge :**

Le vilebrequin est équilibré statiquement lorsque la résultante des forces centrifuges est nulle, c'est-à-dire quand le centre de gravité se trouve sur l'axe de rotation.

Un vilebrequin qui est équilibré statiquement n'est pas nécessairement équilibré dynamiquement, c'est-à-dire qu'il peut donner lieu, lorsqu'il est en rotation, à un moment de flexion dû aux forces centrifuges situées dans des plans différents. Il se peut, parfois, que dans les moteurs poly cylindriques le moment résultant par rapport à un point quelconque de l'axe soit nul.

La chose se conçoit plus clairement en se référant au cas du vilebrequin à deux manivelles d'un moteur en quatre temps à deux cylindres opposés. Les forces centrifuges s'exercent ici dans des plans différents, séparés par une distance égale à la distance entre les axes des cylindres. Le moment résultant est égal au produit de la force centrifuge par cette distance. Il peut être équilibré par un moment égal et opposé, au moyen de contrepoids.

Dans les vilebrequins possédant un nombre de manivelles supérieur à deux, celles-ci ont une disposition angulaire telle que les combustions se produisent à distances égales les unes des autres, de manière à obtenir ainsi une régularité maximale du couple moteur et, dans ces conditions, dans la majeure partie des cas, la disposition des manivelles est telle que la condition d'équilibre statique se trouve automatiquement satisfaite sans l'adjonction de contrepoids, puisque le vilebrequin admet un plan de symétrie passant son axe.

En ce qui concerne l'équilibre dynamique, ces vilebrequins se trouvent automatiquement équilibrés si, étant déjà équilibrés statiquement, ils admettent un plan de symétrie perpendiculaire à l'axe de rotation, par rapport auquel les manivelles sont symétriques en nombre, position et dimensions, tous les autres types de vilebrequins ne peuvent être équilibrés que par l'adjonction de contrepoids. Toute fois, beaucoup de vilebrequins tout en étant équilibrés dynamiquement dans leur ensemble, même sans contrepoids, ont leurs manivelles équilibrées individuellement par les contrepoids.

Ce type d'équilibrage complémentaire sert à réduire la charge appliquée aux coussinets des paliers. En effet, en munissant de contrepoids chacune des manivelles, on réduit ou annule les moments de flexion individuels qui, en agissant sur les diverses parties du vilebrequin,

tendraient à le faire fléchir, ce qui en appliquant des charges supplémentaires sur les paliers de la ligne d'arbre compromettrait leur graissage.

- **Force alternative :**

Outre les forces centrifuges des masses en rotation, les manetons sont également soumis à des forces dues aux masses animées d'un mouvement alternatif. Ces forces, causées par la variation de vitesse du piston et de la bielle, se subdivisent en forces alternatives du premier et du deuxième ordre. Les premières atteignent leur maximum positif ou négatif à chaque fois que le piston se trouve au point mort haut et au point mort bas. Les secondes varient avec une fréquence double de celle des premières. Une force du premier ordre peut être équilibrée par la composante suivant l'axe des cylindres d'une force centrifuge produite par une masse égale à celle de la masse alternative et appliquée au vilebrequin en opposition avec le maneton considéré.

Mais dans ce cas, il apparaît une force de même amplitude et la même fréquence, dirigée normalement à l'axe du cylindre. En pratique, on équilibre par contrepoids la moitié de la masse alternative. Il reste donc, exercé sur l'axe du cylindre, la moitié de la force alternative du premier ordre, tandis que l'autre moitié est transformée en une force perpendiculaire à l'axe du cylindre.

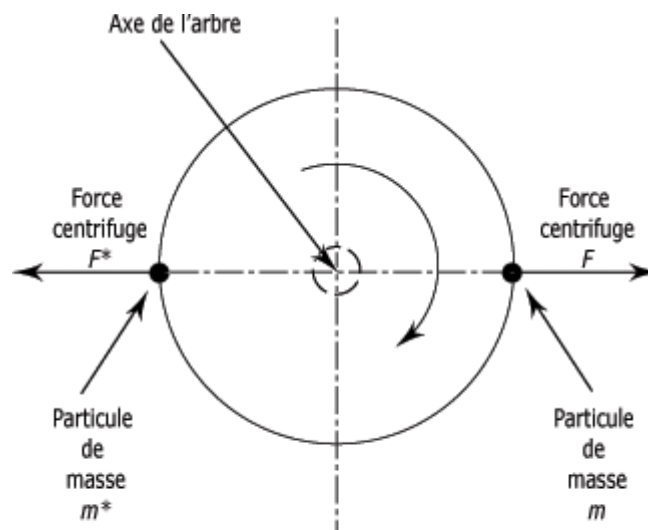
Pour les moteurs multi cylindriques, les forces alternatives du premier ordre sont équilibrées quand le vilebrequin est par lui-même (c'est-à-dire sans contrepoids) équilibré statiquement. D'une façon analogue, les moments dus aux forces alternatives du premier ordre sont équilibrés lorsque ceux des masses rotatives le sont, c'est-à-dire quand le vilebrequin est équilibré dynamiquement.

En ce qui concerne les forces alternatives du deuxième ordre, il n'existe pas de possibilité de les réduire au niveau de la fabrication du vilebrequin puisqu'elles varient avec une fréquence double du régime de rotation. Dans les voitures automobiles, les vibrations causées par les forces du deuxième ordre sont absorbées par des dispositifs spéciaux de suspensions du moteur.

1.1.d) Types d'équilibrage :

- **Equilibrage statique :**

Méthode par laquelle la répartition de la masse d'un rotor rigide est réglée pour assurer que le balourd résultant résiduel est dans les limites spécifiées.



Force centrifuge compensée, le rotor ne vibre pas

Figure 7

- **Equilibrage dynamique :**

Méthode par laquelle la répartition des masses d'un rotor rigide est corrigée pour assurer que le déséquilibre dynamique résiduel est dans les limites spécifiées.

L'équilibrage dynamique consiste à faire coïncider l'axe de rotation du solide avec un de ses axes principaux d'inertie.

L'équilibrage dynamique s'effectue en mettant à zéro les produits d'inertie (c'est-à-dire les valeurs qui ne figurent pas dans la diagonale de la matrice d'inertie) du corps en question par rapport aux trois axes du même repère orthonormé. Il se pratique généralement par ajout ou enlèvement de matière (cf. masselotte d'équilibrage d'une roue)

L'équilibrage dynamique se réalise sur deux zones de correction, il corrige le dynamique et le voile.

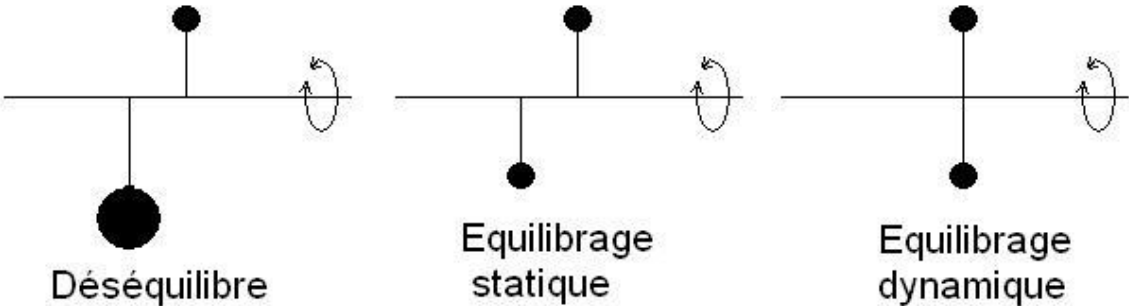


Figure 8

- **Importance de l'équilibrage :**

Les vibrations produites par un rotor déséquilibré créent une surcharge sur les paliers et sur la structure de la machine en général.

L'équilibrage du rotor s'avère nécessaire pour éviter une ou plusieurs des situations suivantes :

- une diminution de la vie utile de la machine, de la durée de vie des roulements et de l'intégrité de la structure ;
- un accroissement de la fréquence des entretiens requis par la machine ;
- une production de moins bonne qualité par les équipements tels que les machines-outils et les rectifieuses, les machines à papier, les laminoirs, etc. ;
- une détérioration de la qualité de vie au travail en ce qui a trait au bruit, à la sécurité et au confort (vibrations transmises au corps par le plancher par exemple).

- **Méthode de correction :**

Méthode par laquelle la répartition de la masse d'un rotor est réglée pour réduire le balourd, ou les vibrations dues au balourd, à une valeur acceptable.

Les corrections sont habituellement effectuées par adjonction ou suppression de matière du rotor.

1.1.e) Pratique de l'équilibrage :

- Equilibrage sur machine

L'équilibrage sur machine à équilibrer est pratique lorsque l'origine du balourd est la rupture ou tout au moins la détérioration d'une partie du rotor, il est évident qu'il faut d'abord le remettre en état avant de l'équilibrer, il faut donc le démonter. De plus si le balourd a créé des vibrations très importantes, il y a des risques que les roulements ou la structure aient été endommagés.

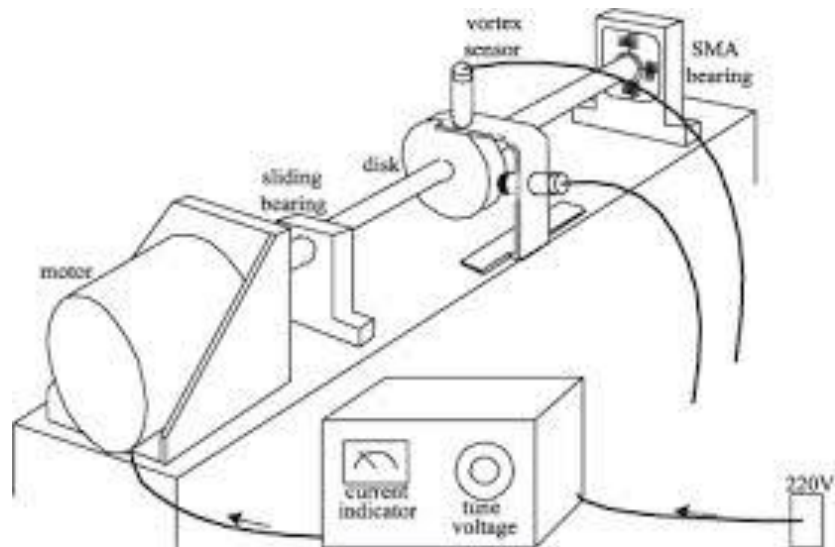


Figure 9

- Equilibrage sur site

L'équilibrage d'un rotor tournant sur ses propres paliers, sans être démonté, est appelé équilibrage sur site. Il s'agit de la méthode d'équilibrage la plus pratiquée par le personnel de la maintenance. En effet ce type d'équilibrage offre de nombreux avantages par rapport à l'équilibrage en atelier :

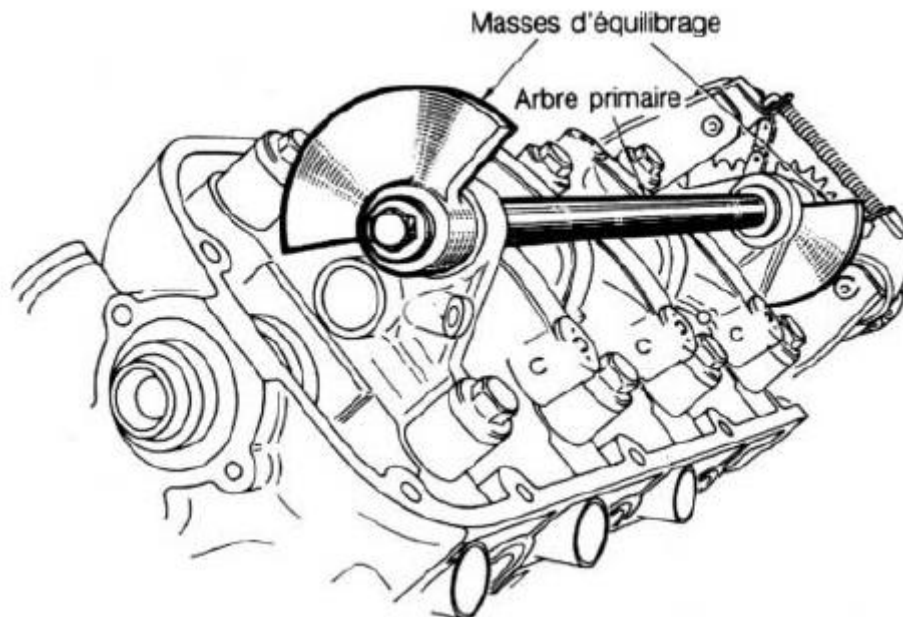


Figure 10

- a. Le rotor est équilibré dans des conditions de fonctionnement normales (charges, températures, vitesse..).
- b. Le démontage, le réassemblage et le réalignement ne sont pas nécessaires.

Les temps d'arrêt sont considérablement réduits.

1.2 : Machines à équilibrer :**1.2.a) Définition machine à équilibrer :**

Machine qui fournit une mesure du balourd d'un rotor en vue de la vérification et de la correction de la répartition de masse d'un rotor monté sur elle, de sorte que le mouvement vibratoire sur les tourillons ou les forces sur les paliers se manifestant une fois par révolution, puissent, si nécessaire, être réduits.

1.2.b) Les types de machines à équilibrer :

Toute opération d'équilibrage doit être exécutée à l'aide d'une machine à équilibrer appropriée. La plupart des machines à équilibrer pouvant accepter des rotors dans une large plage de masses et de dimensions, il est parfois envisageable d'utiliser différents modèles et différentes tailles de machines pour une même application.

- **Machine à équilibrer par gravité :**

Machine à équilibrer qui sert de support à un rotor rigide au repos et qui fournit des renseignements sur la quantité et l'angle du déséquilibre statique.

- **Machine à équilibrer centrifuge :**

Machine à équilibrer qui sert de support à un rotor et à sa rotation ; elle mesure des forces ou des mouvements vibratoires dus au balourd du rotor se manifestant une fois par révolution.

- **Machine à équilibrer à paliers rigides :**

Machine à équilibrer dont la gamme de vitesses d'équilibrage est inférieure à la fréquence propre du système suspension et rotor.

- **Machine à équilibrer à résonance :**

Machine à équilibrer dont la vitesse d'équilibrage correspond à la fréquence propre du système suspension et rotor.

- **Machine à équilibrer à paliers souples :**

Machine à équilibrer dont la vitesse d'équilibrage est supérieure à la fréquence propre du système suspension et rotor.

- **Machine à équilibrer à compensation :**

Machine à équilibrer à l'intérieur de laquelle se trouve un système de force calibrée qui compense les forces dues au balourd du rotor.

- **Machine à équilibrer à lecture directe :**

Machine à équilibrer qui peut être réglée pour indiquer le balourd en terme de position angulaire et en unités de masse, telles que les grammes, dans l'un quelconque des deux plans de mesurage sans interaction entre les plans de correction significative et ne nécessitant pas d'étalonnage individuel pour le premier rotor d'un certain type.

1.3 : rotors rigides

1.3.a) Définitions

- **Définition d'un rotor :**

Système susceptible d'être animé d'un mouvement de rotation.

- **Définition d'une manivelle :**

Généralement appelée vilebrequin dans un moteur à combustion interne, c'est l'organe qui reçoit la poussée de la bielle et fournit un mouvement rotatif à partir du mouvement alternatif du piston.

La force exercée par la bielle applique au vilebrequin un couple qui se retrouve au bout de celui-ci sous forme de couple moteur

A l'une des extrémités du vilebrequin, le couple moteur est utilisé pour entraîner le véhicule.

A l'autre extrémité, une fraction du couple disponible est prélevée pour entraîner les auxiliaires du moteur : la distribution (arbre à cames, soupapes, etc.), le générateur électrique (dynamo ou alternateur), le compresseur de climatisation, etc.

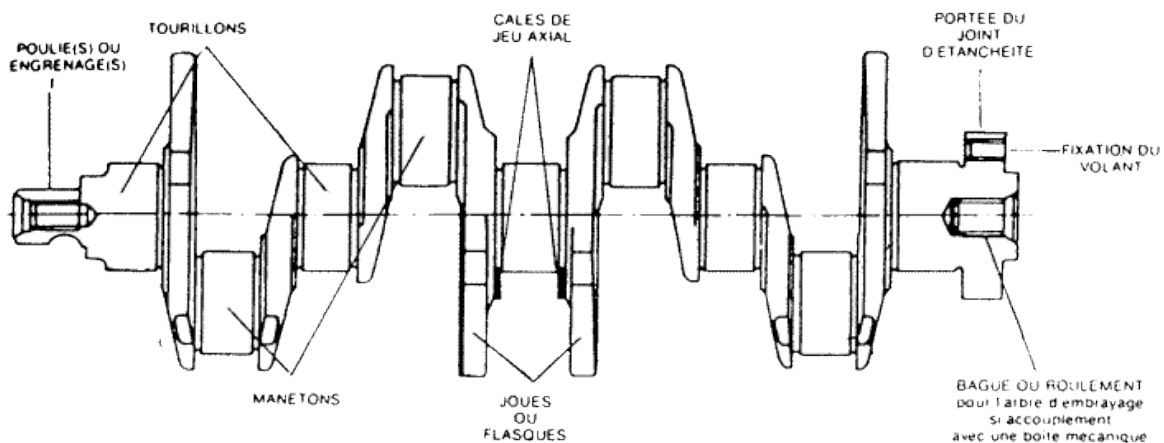


Figure 11

Un rotor est composé d'un arbre sur lequel sont montées les parties actives (roues, bobinages, engrenages, etc.). Il est maintenu dans le stator par des liaisons tournantes (des paliers radiaux et une butée axiale) ; les tourillons sont les parties de l'arbre en regard des paliers. Un accouplement en porte-à-faux transmet le couple d'entraînement.

Le rotor est soumis, entre autres, à un ensemble d'efforts stationnaires radiaux de fonctionnement, comme le poids, une réaction de denture pour un engrenage, une attraction

magnétique pour une machine électrique, des forces hydrodynamiques ou aérodynamiques pour des turbomachines, la résultante des paliers et de la butée, etc.

L'arbre se déforme sous l'effet de ces forces et chacun de ses tronçons tourne autour d'une position d'équilibre statique constituant la ligne de rotation (figure 6). Cette ligne change avec les conditions de fonctionnement, mais, en aucun cas, elle ne représente une distribution de balourd par rapport à la droite passant par les centres des tourillons.

Bien sûr, cette déformée a des effets induits par ailleurs (fatigue de l'arbre, modification des charges des paliers), mais pas sur la répartition de balourd.

2 Forces aux quelles est soumis le vilebrequin :

Le vilebrequin est soumis notamment :

- c. A la torsion provenant des efforts opposés du couple moteur et du couple résistant.
- d. A la flexion, compression, l'allongement et au cisaillement.
- e. Au frottement au niveau des paliers.
- f. Aux vibrations provenant de la masse du vilebrequin lancé à une vitesse de rotation (force centrifuge).

Il doit être conçu de manière à résister aux efforts auxquels il est sollicités et doit avoir :

- g. Des bras de manivelle robustes.
- h. Une grande surface des portées, manetons et tourillons.
- i. Une géométrie indéformable.
- j. Un alignement parfait des axes de tourillon (ligne d'arbre).
- k. Equilibrage parfait tant en condition statique qu'en dynamique.

- **Définition d'un rotor rigide :**

Rotor dont les déformations de flexion, dues à une distribution de balourds donnée, restent dans des limites acceptables, quelle que soit sa vitesse de rotation inférieure ou égale à sa vitesse de service minimale.

- **Axe de rotation :**

Ligne instantanée autour de laquelle tourne le corps, dans le cas des paliers rigides, l'axe de rotation est l'axe de l'arbre.

- **Tourillon :**

Partie d'un rotor par laquelle il est supporté et/ou guidé dans un coussinet et dans lequel elle tourne.

- **Axe du tourillon :**

Droite moyenne joignant les barycentres des sections droites extrêmes du tourillon.

- **Centre du tourillon :**

Intersection de l'axe du tourillon et du plan radial l'axe du tourillon ou s'exerce la force transversale d'appuis résultante.

- **Rotor parfaitement équilibré :**

Rotor idéal ayant un balourd nul.

- **Vitesse d'équilibrage :**

Vitesse de rotation à laquelle un rotor est équilibré.

- **Excentricité de masse :**

Distance entre le centre de masse d'un rotor rigide et l'axe de l'arbre.

1.3.b) Le vilebrequin se compose de :

- Portées : axe de rotation qui repose sur les paliers du carter moteur.
- Masses : assurant la liaison entre les portées et les manetons, permettant au vilebrequin de passer les temps morts du moteur (sans « explosion ») grâce à son inertie.
- Manetons : liés aux têtes de bielles.
- Queues de vilebrequin : extrémité du vilebrequin, peut comporter des roues crantées qui entraînent les autres éléments du moteur.

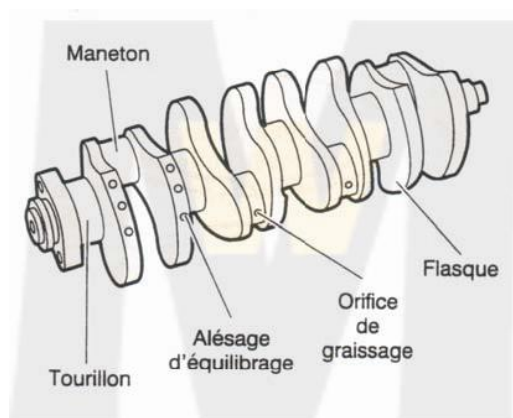


Figure 12

1.3.c) Assemblage du vilebrequin :

Il existe deux possibilités, soit tous les éléments du vilebrequin sont fabriqués indépendamment et ensuite assemblés, soit une masse et une portée et un maneton peuvent être fabriquées en une seule pièce et ensuite assemblées au reste. Les assemblages se font à la presse.

Le vilebrequin assemblé présente l'avantage de l'utilisation de roulements, ce qui permet une meilleure lubrification et celle de bielle monobloc.

L'inconvénient c'est que ce vilebrequin est moins rigide et ses alignements sont moins précis.

1.3.e) Vilebrequin monobloc :

En général, ils sont réalisés par forgeage (l'usinage complet d'un vilebrequin restant excessivement cher). L'utilisation du vilebrequin monobloc impose le montage de coussinets et de bielles assemblées.

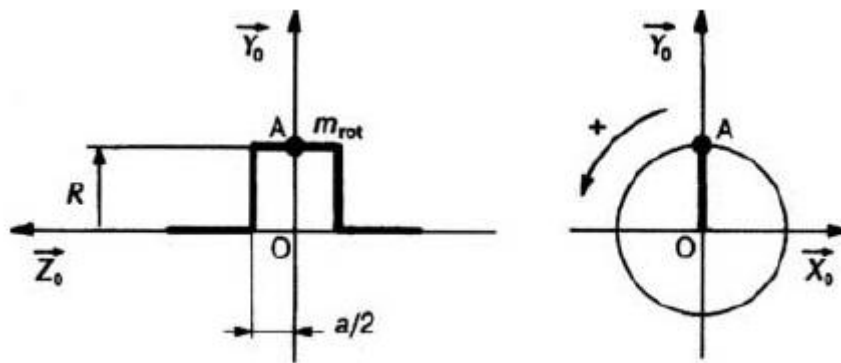


Figure 13

1.3.f) Défauts de serrage :

Le mauvais serrage de la structure de la machine génère des vibrations et un certain bruit. Le spectre typique mesuré sur une machine dans laquelle il existe un jeu contient un grand nombre de pics à des fréquences multiples de la fréquence de rotation. Il est également parfois possible de retrouver des pics à l'harmonique $\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{2}$ x la fréquence de rotation de l'arbre) et ses multiples. Les causes d'un jeu sont principalement l'usure ou un mauvais montage. Comme exemples de jeu, on peut entre autre citer : accouplement dont le caoutchouc est usé, paliers montés avec un jeu excessif, ou boulons cassés (plus de jonction mécanique). Une roue à aubes dont les aubes touchent la carcasse nous donne un défaut semblable au jeu, amplifié.

2.1 DETERMINATION DES GRANDEURS CINEMATQUES:**2.1.a) Méthode graphique :**

La détermination des grandeurs cinématiques (trajectoires, vitesses et accélérations) des différents points des solides constituant ce mécanisme, passe par l'étude du mouvement de chaque solide.

Ainsi, la vitesse de tout point M de la manivelle qui fait un mouvement de rotation autour d'un axe fixe s'obtient par la relation :

$$\vec{V}_M = \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OM} \quad (1.1)$$

Son accélération est obtenue par la dérivation de cette équation vectorielle :

$$\begin{aligned} \vec{a}_M &= \frac{d\vec{V}_M}{dt} = \frac{d(\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OM})}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \overrightarrow{OM} + \vec{\omega} \wedge \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \\ &= \vec{\varepsilon} \wedge \overrightarrow{OM} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OM}) \\ &= \vec{\varepsilon} \wedge \overrightarrow{OM} + (\vec{\omega} \cdot \overrightarrow{OM})\vec{\omega} - \omega^2 \overrightarrow{OM} \end{aligned} \quad (1.2)$$

Comme : $\vec{\omega} \perp \overrightarrow{OM} \Rightarrow \vec{\omega} \cdot \overrightarrow{OM} = 0$

$$\Rightarrow \vec{a}_M = \underbrace{\vec{\varepsilon} \wedge \overrightarrow{OM}}_{\vec{a}_\tau} - \underbrace{\omega^2 \overrightarrow{OM}}_{\vec{a}_N} \quad \text{avec} \quad \vec{a}_N = -\omega^2 \overrightarrow{OM}$$

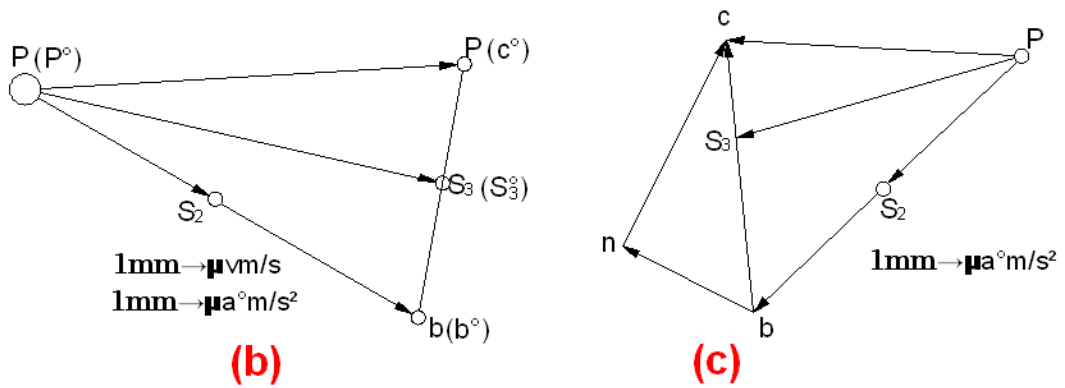
- La bielle fait un mouvement plan que l'on peut, d'après *Euler* considérer comme la composition d'un mouvement de translation et d'un mouvement de rotation relative. De cette approche découle **la loi de distribution des vitesses des points d'un solide**. A et B étant deux points du solide et si $\vec{\Omega}_{S/R}$ est le vecteur rotation instantanée de celui-ci, on traduit cette loi par :

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{\Omega}_{S/R} \wedge \overrightarrow{AB} \quad (1.3)$$

Comme on peut étudier le mouvement de la bielle en le considérant comme un mouvement de rotation autour d'un axe instantané de rotation dont l'intersection avec le plan du mouvement a une vitesse nulle et est appelé : *centre instantané des vitesses*.

Enfin, la vitesse \vec{V}_B est aussi la vitesse du coulisseau dont la détermination est primordiale. Son accélération est évidemment obtenue par dérivation.

La méthode graphique, déjà exposée dans notre mémoire pour l'obtention de la licence, repose sur ces équations vectorielles, lesquelles, judicieusement exploitées, aboutissent à l'exécution de cette méthode.



2.1.b) Méthode analytique :

Données : les grandeurs : R, L, ω sont connues (Fig1.24).

On se propose donc de chercher les fonctions $x_B(\varphi), v_B(\varphi)$ et $a_B(\varphi)$ en fonction de la coordonnée généralisée φ .

On peut voir aisément sur la figure que :

$$x = (L + r) - OB = L + r(L \cos \psi + \cos \varphi) \quad (1.4)$$

Posons :

$$\lambda = \frac{L}{r} \rightarrow L = \lambda r \quad (1.5)$$

En substituant (1.5) dans (1.4), on obtient :

$$x = r(1 + \lambda) - r(\lambda \cos \psi - \cos \varphi) = r(\lambda + 1 \cos \varphi - \lambda \cos \psi) \quad (1.6)$$

Dans le triangle ABC, on peut voir que :

$$\sin \psi = \frac{r \sin \varphi}{L} = -\frac{1}{\lambda} \sin \varphi \quad (1.7)$$

$$\cos \psi = \sqrt{1 - \sin^2 \psi} = \sqrt{1 - \frac{1}{\lambda^2} \sin^2 \varphi}$$

En substituant cette valeur dans (1.6), on aura :

$$x = r \left(\lambda + 1 - \cos \varphi - \lambda \sqrt{1 - \frac{1}{\lambda^2} \sin^2 \varphi} \right) \quad (1.8)$$

Pour $\lambda \geq 3$, on peut, pour le calcul de $x_B(\varphi), v_B(\varphi)$ et $a_B(\varphi)$ utiliser des formules approchées.

Pour cela, on peut développer, en binômes de *Newton*, le radical de l'équation (1.8).

$$\sqrt{1 - \frac{1}{\lambda^2} \sin^2 \varphi} = (1 - \sin^2 \varphi)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2\lambda^2} \sin^2 \varphi - \frac{1}{8\lambda^4} \sin^4 \varphi - \frac{1}{16\lambda^6} \sin^6 \varphi \dots \quad (1.9)$$

On sait, des relations trigonométriques, que :

$$\sin^2 \varphi = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\varphi.$$

$$\sin^4 \varphi = -\frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cos 2\varphi - \frac{1}{8} \cos 4\varphi.$$

$$\sin^6 \varphi = -\frac{5}{16} + \frac{15}{32} \cos 2\varphi - \frac{3}{16} \cos 4\varphi + \frac{1}{32} \cos 6\varphi.$$

.....
D'où :

$$\begin{aligned} \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} &= \sqrt{1 - \frac{1}{4\lambda^2} + \frac{1}{4\lambda^2} \cos 2\varphi - \frac{3}{64\lambda^4} + \frac{1}{16\lambda^4} \cos 2\varphi - \frac{1}{64\lambda^4} \cos 4\varphi} \\ &= \sqrt{1 - \frac{5}{256\lambda^6} + \frac{15}{512\lambda^6} \cos 2\varphi - \frac{3}{256\lambda^6} \cos 4\varphi + \frac{1}{512\lambda^6} \cos 6\varphi - \dots} \\ &= \left(1 - \frac{1}{4\lambda^2} + \frac{3}{64\lambda^4} - \frac{5}{256\lambda^6} + \dots\right) + \left(\frac{1}{4\lambda^2} + \frac{1}{16\lambda^4} + \frac{15}{512\lambda^6} + \dots\right) \cos 2\varphi \\ &\quad - \left(\frac{1}{64\lambda^4} + \frac{3}{256\lambda^6} + \dots\right) \cos 4\varphi + \left(\frac{1}{512\lambda^6} + \dots\right) \cos 6\varphi \\ &\quad - \dots \end{aligned}$$

En substituant dans (1.8), on obtient :

$$\begin{aligned} x = r &\left[\left(1 + \frac{1}{4\lambda} + \frac{3}{64\lambda^3} + \frac{5}{256\lambda^5} + \dots\right) - \cos \varphi - \left(\frac{1}{4\lambda} + \frac{1}{16\lambda^3} + \frac{15}{512\lambda^5} + \dots\right) \cos 2\varphi \right. \\ &\quad - \left(\frac{1}{64\lambda^3} + \frac{3}{256\lambda^5} + \dots\right) \cos 4\varphi \\ &\quad \left. - \left(\frac{1}{512\lambda^5} + \dots\right) \cos 6\varphi \dots \right] \quad (1.10) \end{aligned}$$

En posant :

$$A_0 = 1 + \frac{1}{4\lambda} + \frac{3}{64\lambda^3} + \frac{5}{256\lambda^5} + \dots$$

$$A_1 = -1$$

$$A_2 = -\left(\frac{1}{4\lambda} + \frac{1}{16\lambda^3} + \frac{15}{512\lambda^5} + \dots\right)$$

$$A_4 = \frac{1}{64\lambda^3} + \frac{3}{256\lambda^5} + \dots$$

$$A_6 = \left(\frac{1}{512\lambda^6} + \dots\right)$$

en substituant (1.10) dans (1.9), on obtient :

$$x = [A_0 + A_1 \cos\varphi + A_2 \cos 2\varphi + A_4 \cos 4\varphi + A_6 \cos 6\varphi + \dots] \quad (1.11)$$

Lors du calcul approximatif, la précision obtenue avec les trois premiers termes est jugée suffisante,

d'où :

$$x = r[A_0 + A_1 \cos\varphi + A_2 \cos 2\varphi].$$

De même pour les expressions $A_0(\lambda)$, $A_1(\lambda)$ et $A_2(\lambda)$, on se suffit du premier terme (le plus grand) en fonction de λ :

$$A_0 = 1 + \frac{1}{4\lambda} \quad (A_1 = -1)$$

$$A_2 = -\frac{1}{4\lambda}$$

Finalement, on obtient la fonction $x_B(\varphi)$ comme suit :

$$x_B = r \left(1 + \frac{1}{4\lambda} - \cos\varphi - \frac{1}{4\lambda} \cos 2\varphi \right) \quad (1.12)$$

La vitesse et l'accélération du point B s'obtiennent en procédant à la double dérivation de l'équation (1.12)

$$v_B = \frac{dx}{dt} = \omega r \left(\sin\varphi + \frac{1}{2\lambda} \sin 2\varphi \right) \quad \left(\omega = \frac{d\varphi}{dt} \right)$$

$$a_B = \frac{dv}{dt} = \omega^2 r \left(\cos\varphi + \frac{1}{2\lambda} \cos 2\varphi \right) \quad (\omega = cte)$$

d'où, en définitive, les fonctions $x_B(\varphi)$, $v_B(\varphi)$ et $a_B(\varphi)$ données par les expressions suivantes :

$$x_B = r \left(1 + \frac{1}{4\lambda} - \cos\varphi - \frac{1}{4\lambda} \cos 2\varphi \right)$$

$$v_B = \frac{dx}{dt} = \omega r \left(\sin\varphi + \frac{1}{2\lambda} \sin 2\varphi \right)$$

$$a_B = \frac{dv}{dt} = \omega^2 r \left(\cos\varphi + \frac{1}{\lambda} \cos 2\varphi \right)$$

2.2 ETUDE DYNAMIQUE :**2.2.a) Détermination des forces d'inertie des éléments d'un mécanisme plan :**

On apprend en mécanique rationnelle que, dans le cas général, toutes les forces d'inertie d'un élément BC (Fig1.25) animé d'un mouvement plan et parallèle et admettant un plan de symétrie parallèle au plan du mouvement peuvent être réduites à une force d'inertie $\overrightarrow{P_i}$ appliquée au centre des masses S de l'élément et à un couple de forces d'inertie de moment $\overrightarrow{M_i}$.

La force d'inertie $\overrightarrow{P_i}$ se calcule par la formule :

$$\overrightarrow{P_i} = -m \cdot \overrightarrow{a_S} \quad (1.13)$$

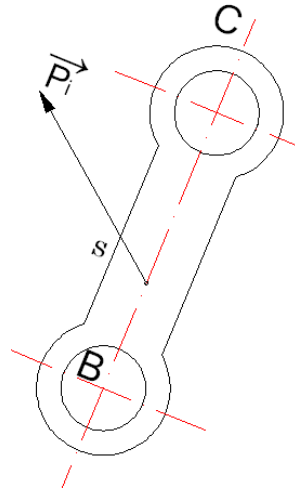


Fig1.25

Dans la formule(1.13), $\overrightarrow{P_i}$ est le vecteur force d'inertie de l'élément BC, m la masse en (kg) de l'élément, $\overrightarrow{a_S}$ le vecteur accélération absolue du centre de masse S de l'élément en (m/s^2).

Ainsi donc, pour déterminer la force d'inertie d'un élément de mécanisme plan, on doit connaître sa masse m et le vecteur accélération absolue $\overrightarrow{a_S}$ de son centre de masse S, ou bien les projections de ce vecteur sur les axes de coordonnées.

Il est commode de chercher le vecteur accélération absolue du centre de masse du mécanisme à l'aide de l'épure des accélérations, en s'appuyant sur la propriété de similitude connue de la cinématique. Soit un élément BC (Fig1.26), dont les points « B » et « C » ont les accélérations

\vec{a}_B et \vec{a}_C figurées sur l'épure des accélérations (Fig1.26.b.) par des segments de droite (Pb) et (Pc) tracés à l'échelle μa . Pour déterminer l'accélération \vec{a}_S du centre de masse, s divise bc obtenue dans le même rapport que le point S divise le segment BC.

Reliant le point de division S de l'épure des accélérations avec le point p, on reçoit l'accélération absolue \vec{a}_S du point S :

$$\vec{a}_S = \mu \cdot a \quad (PS)$$

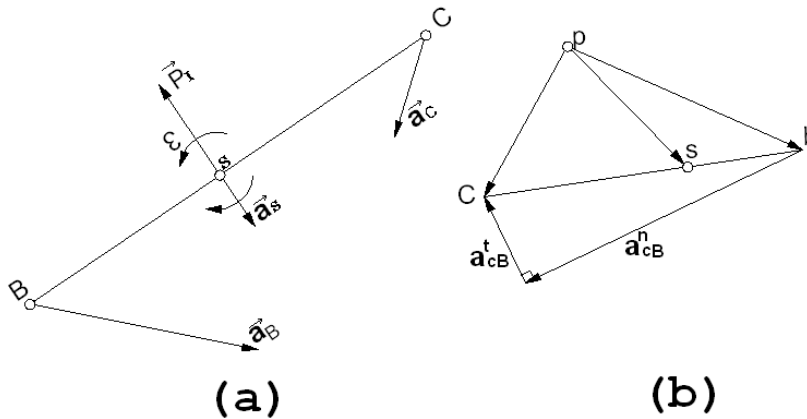


Fig1.26

La force d'inertie \vec{P}_i de l'élément est dirigée à l'opposé de l'accélération \vec{a}_S ; son intensité est égale à :

$$\vec{P}_i = -m \vec{a}_S$$

On sait que le moment \vec{M}_i du couple de forces d'inertie, dirigé à l'opposé de l'accélération angulaire $\vec{\epsilon}$, se calcule par la formule :

$$\vec{M}_i = -I_S \cdot \vec{\epsilon} \quad (1.14)$$

où I_S : le moment d'inertie de l'élément BC par rapport à l'axe traversant le centre des masses perpendiculairement au plan du mouvement de l'élément.

$\vec{\epsilon}$: Accélération angulaire de l'élément.

Ainsi donc, pour déterminer le moment \vec{M}_i du couple de forces d'inertie de l'élément du mécanisme plan, on doit connaître la valeur de son moment d'inertie I_S , ainsi que la valeur et la direction de l'accélération angulaire $\vec{\epsilon}$ de cet élément.

L'accélération angulaire qui apparaît dans la formule (1.14) se cherche par l'égalité :

$$|\varepsilon| = \frac{a_t^{CB}}{l_{BC}} \quad 1/s^2 \quad (1.15)$$

où : a_{CB}^t : accélération tangentielle (Fig1.23.b) dans le mouvement relatif de l'élément BC.

l_{BC} : longueur de l'élément BC.

on voit donc que, dans le cas général, on peut réduire toutes les forces d'inertie de l'élément à un vecteur résultant des forces d'inertie \vec{P}_i appliqué au centre de masse S de l'élément et à un moment résultant des forces d'inertie \vec{M}_i (Fig1.26.a).

2.2.b) Méthode des points auxiliaires :

Il y a des cas où, au lieu de réduire toutes les forces d'inertie de l'élément à une force et à un couple, ou bien à une résultante appliquée en un point déterminé de l'élément, il est commode de substituer à ces forces d'inertie des masses concentrées convenablement en des points choisis, que nous appellerons points substitutifs ou points auxiliaires. En pareil cas, la recherche des forces d'inertie des éléments se réduit à la détermination des forces d'inertie des masses ponctuelles, sans qu'il soit nécessaire de calculer le couple des forces d'inertie provenant de l'accélération angulaire de l'élément.

Déterminons les conditions pour que le nouveau système soit équivalent au système primitif. Soit un élément Q (Fig1.27) admettant un plan de symétrie parallèle au plan de son mouvement (plan du dessin).

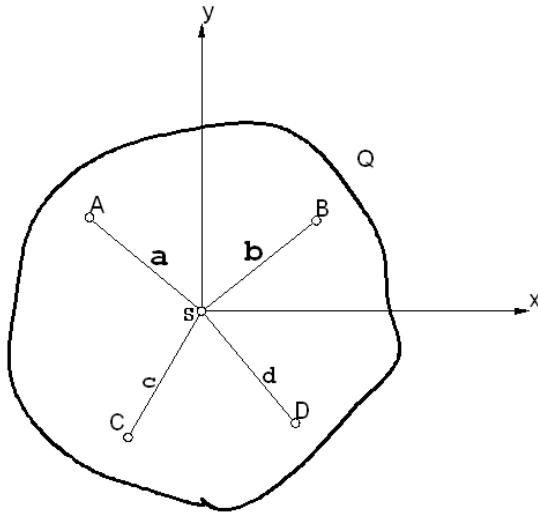


Fig 1.27

Pour que la résultante des forces d'inertie des masses ponctuelles soit égale à la force d'inertie de l'élément tout entier, il faut que soient remplies les conditions suivantes :

- 1) La somme des masses ponctuelles doit être égale à la masse totale de l'élément.
- 2) Le centre général des masses concentrées en les points auxiliaires doit coïncider avec le centre des masses de l'élément.

Quand ces conditions sont remplies, on a la répartition statique de la masse de l'élément.

- 3) Pour que le couple résultant des forces d'inertie des masses concentrées en les points auxiliaires (masses ponctuelles) soit équivalent au couple de forces d'inertie de l'élément, il faut ajouter aux deux conditions précédentes une troisième, consistant en ce que la somme des moments d'inertie des masses ponctuelles par rapport à l'axe traversant le centre général de masse, soit égale au moment d'inertie de l'élément tout entier par rapport à ce même axe .
Quand toutes les trois conditions énumérées sont remplies, on a la répartition dynamique de la masse de l'élément.

Les conditions indiquées des répartitions statique et dynamique ont pour équations :

$$\sum_{i=1}^n m_i = m \quad (1.16)$$

$$\sum_{i=1}^n m_i x_i = 0 \quad (1.17)$$

$$\sum_{i=1}^n m_i y_i = 0 \quad (1.18)$$

$$\sum_{i=1}^n m_i (x_i^2 + y_i^2) = I_S \quad (1.19)$$

Dans ces équations, m_i est la masse ponctuelle du point auxiliaire d'indice i , m est la masse totale de l'élément, x_i et y_i sont les coordonnées de l' i ème point par rapport à l'axe passant par le centre de masse, et I_S est le moment d'inertie de l'élément par rapport à un axe passant par le point S et perpendiculaire au plan du mouvement.

Les équations (1.16), (1.17) et (1.18) définissent la répartition statique de la masse de l'élément, tandis que l'équation (1.19) associée aux équations précédentes définit la répartition dynamique de la masse.

Déterminons, maintenant, les forces d'inertie des éléments d'un mécanisme bielle manivelle (Fig1.28) dont l'élément menant 2 tourne à une vitesse angulaire ω_2 et à une accélération angulaire ε_2 . On connaît les masses m_2, m_3 et m_4 des éléments 2, 3 et 4 et les moments d'inertie I_2 et I_3 des éléments 2 et 3 par rapport aux axes passant respectivement par les centres de masse S_2 et S_3 . Le centre de masse du coulisseau 4 se confond avec le point « C ».

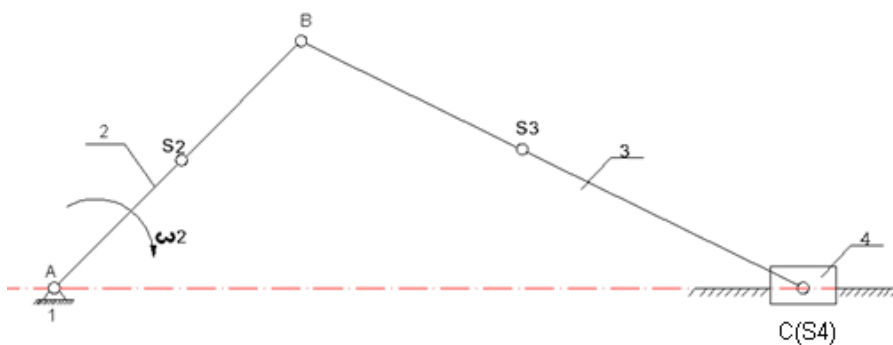


Fig 1.28

Considérons, d'abord, le mouvement permanent du mécanisme, la vitesse angulaire ω_2 étant constante et l'accélération angulaire ε_2 nulle. Traçons l'épure des vitesses (Fig1.29.b) et l'épure des accélérations (Fig1.29.c) du mécanisme.

En vertu de l'équation(1.13), les valeurs des forces d'inertie \vec{P}_i^p des éléments du mécanisme en mouvement permanent seront égales à :

$$P_{i2}^p = m_2 a_{S2}^p = m_2 \cdot \mu a \quad (PS_2)$$

$$P_{i3}^p = m_3 a_{S3}^p = m_3 \cdot \mu a \quad (PS_3)$$

$$P_{i4}^p = m_4 a_{S4}^p = m_4 \cdot \mu a \quad (PS_4)$$

où $\vec{a}_{S2}^p, \vec{a}_{S3}^p, \vec{a}_{S4}^p$ sont les accélérations des points S_2, S_3 et S_4 du mécanisme en mouvement permanent, $(PS_2), (PS_3)$ et (PS_4) sont les segments (Fig1.29.b) figurant les accélérations indiquées, μa est l'échelle de l'épure des accélérations.

La force d'inertie \vec{P}_{i2}^p est appliquée au centre de masse S_2 de l'élément 2 (Fig1.29.a) en sens opposé au vecteur accélération \vec{a}_{S2}^p .

La force d'inertie \vec{P}_{i3}^p est appliquée au centre de masse S_3 de l'élément 3 en sens opposé \vec{a}_{S3}^p .

\vec{P}_{i4}^p est appliquée au point C(S_4) en sens opposé au vecteur accélération \vec{a}_c^p (Fig1.29.a). En plus de la force \vec{P}_{i3}^p , l'élément 3 est sollicité par le moment \vec{M}_{i3}^p du couple des forces d'inertie en mouvement permanent du mécanisme (Fig1.29.a) de sens contraire à l'accélération angulaire $\vec{\varepsilon}_3^p$ de l'élément 3 et de valeur égale au produit du moment d'inertie I_S par rapport à l'axe traversant le centre de masse S_3 de cet élément par $\vec{\varepsilon}_3^p$ où $M_{i3}^p = I_{S3} \cdot \varepsilon_3^p$.

Considérons le mouvement initial du mécanisme, avec la vitesse angulaire $\omega_2=0$, lorsque l'élément 2 n'éprouve que l'accélération angulaire ε_2 .

On sait que les accélérations normales de Coriolis des éléments, au cours du mouvement initial, sont nulles. Donc l'épure des accélérations du mécanisme dans ce mouvement sera semblable à celle des vitesses (Fig1.29.b). C'est pourquoi, en prenant pour origine de l'épure des

accélérations du mouvement initial le point P^0 confondu avec le point v (Fig1.29.b), on constate que l'épure des accélérations de ce mouvement a la forme d'un triangle $P^0b^0c^0$.

En vertu de l'équation (1.13), les forces d'inertie des éléments du mécanisme auront, dans le mouvement initial, les valeurs suivantes :

$$P_{i2}^{init} = M_2 a_{S2}^{init} = m_2 \cdot \mu a^0 \quad (P^0 S_2^0)$$

$$P_{i3}^{init} = M_3 a_{S3}^{init} = m_3 \cdot \mu a^0 \quad (P^0 S_3^0)$$

$$P_{i4}^{init} = M_4 a_{S4}^{init} = m_4 \cdot \mu a^0 \quad (P^0 S_4^0)$$

Où: a_{S2}^{init} , a_{S3}^{init} et a_{S4}^{init} sont les accélérations des points S_2 , S_3 et S_4 (C) du mécanisme dans son mouvement initial, $(P^0 S_2^0)$, $(P^0 S_3^0)$ et $(P^0 S_4^0)$ sont les segments de l'épure des accélérations (Fig1.26.b) qui figurent ces accélérations et μa^0 est l'échelle de l'épure des accélérations.

\vec{P}_{i2}^{init} est appliquée au centre de masse S_2 de l'élément 2 (Fig1.29.d) en sens inverse du vecteur accélération \vec{a}_{S2}^{init} . La direction de la force d'inertie \vec{P}_{i3}^{init} est déterminée de manière analogue. Enfin, la force d'inertie \vec{P}_{i4}^{init} est appliquée au point C(S_4) en sens inverse du vecteur accélération \vec{a}_c^{init} .

En outre, les éléments 2 et 3 (Fig1.29.d) seront sollicités par les moments \vec{M}_{i3}^{init} des couples de forces d'inertie agissant en sens inverse des accélérations angulaires \vec{a}_{i3}^{init} des éléments 2 et 3.

En mouvement initial, ces mouvements seront :

$$\vec{M}_{i3}^{init} = - I_{S2} \cdot \vec{\epsilon}_{i3}^{init}$$

$$\vec{M}_{i3}^{init} = - I_{S3} \cdot \vec{\epsilon}_{i3}^{init}$$

La solution approchée du problème de détermination des forces d'inertie du mécanisme peut être obtenue par la méthode des points auxiliaires, en réalisant uniquement la répartition statique des masses des éléments 2 et 3 (Fig1.29.e).

Pour cela, concentrons la masse m_2 de l'élément 2 aux points « A » et « B ». Alors, en vertu des équations (1.16) à (1.18), les masses ponctuelles correspondantes m_{2A} et m_{2B} sont égales à :

$$m_{2A} = m_2 \frac{b}{a+b} \quad \text{et} \quad m_{2B} = m_2 \frac{a}{a+b}$$

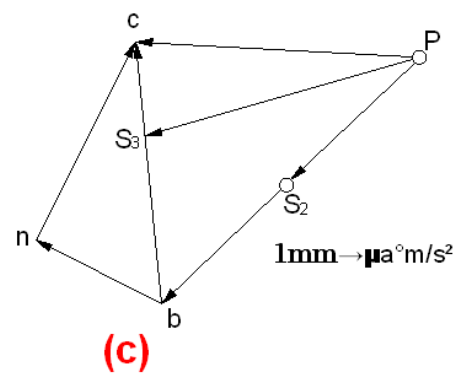
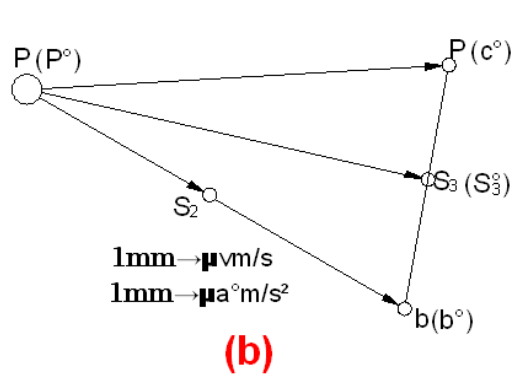
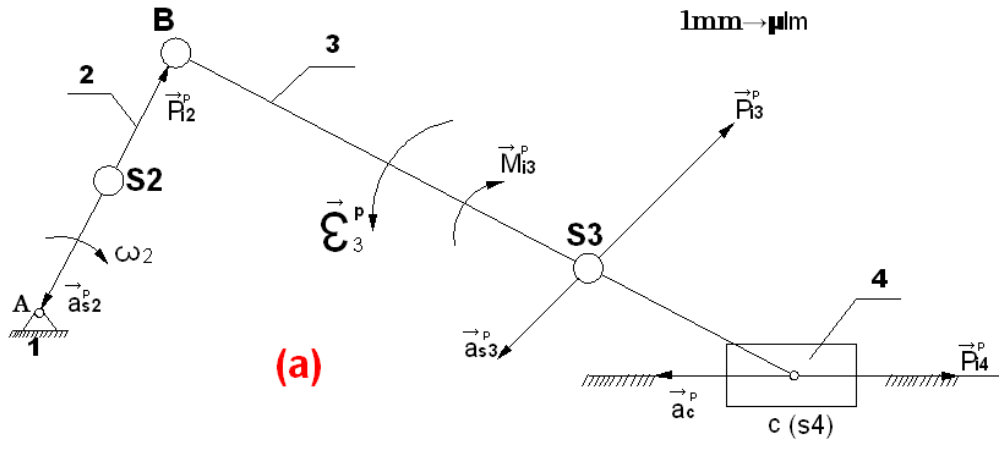
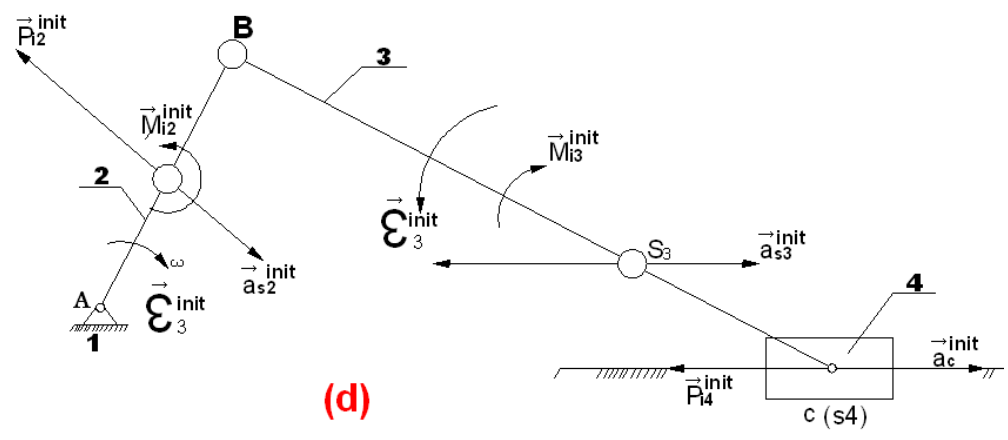
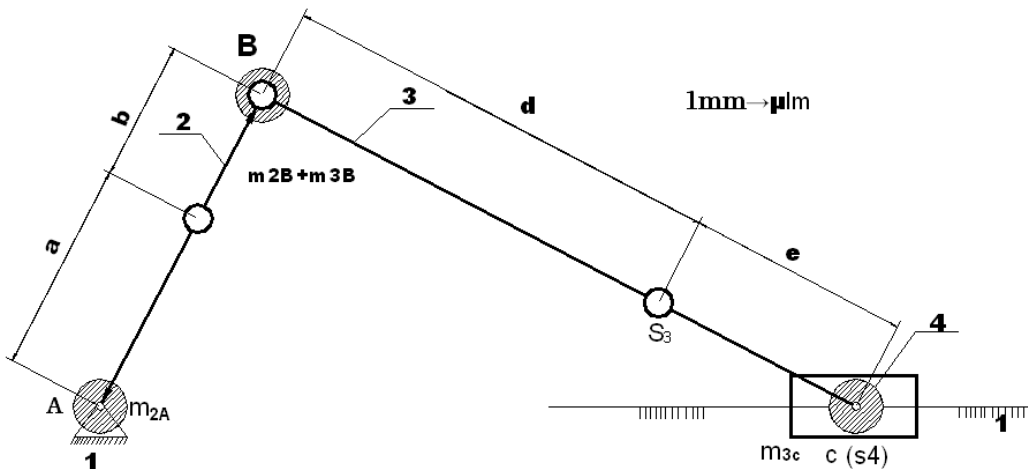
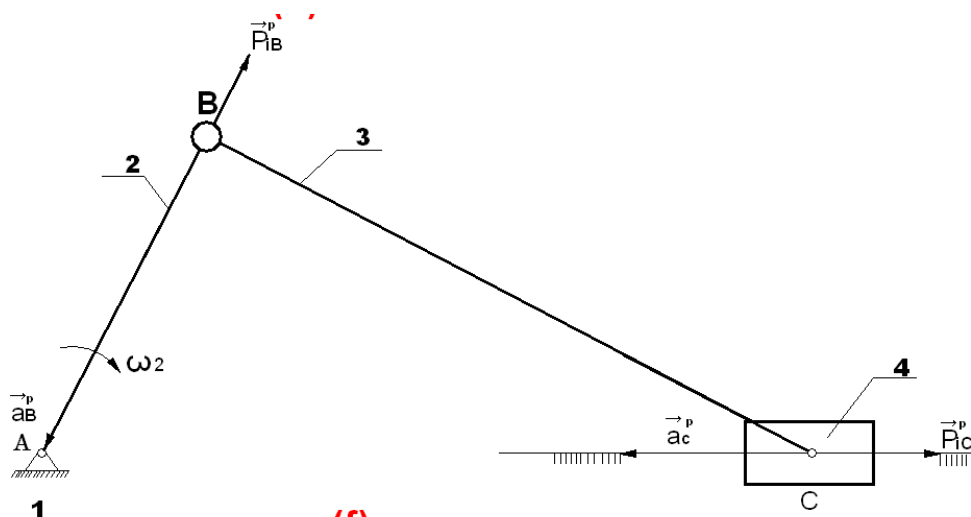


Fig 1.29

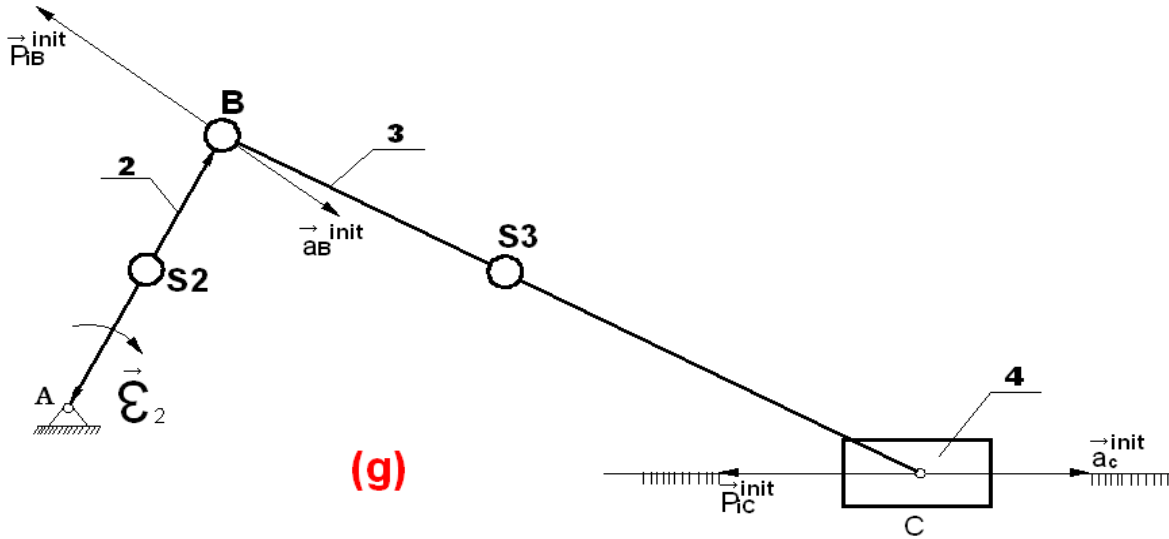




(e)



(f)



(g)

Fig1.29

Concentrons la masse m_3 de l'élément 3 aux points « B » et « C ». Les masses ponctuelles correspondantes m_{3B} et m_{3C} seront alors égales à :

$$m_{3B} = m_3 \frac{e}{d+e} \quad \text{et} \quad m_{3C} = m_3 \frac{d}{d+e}$$

On a donc, au point « A », la masse ponctuelle m_{2A} , au point « B », la masse $m_B = m_{2B} + m_{3B}$ et au point « C », la masse $m_C = m_4 + m_{3C}$ (Fig1.29.e) où m_4 est la masse du coulisseau 4.

Comme l'accélération du point « A » est nulle, la masse m_{2A} n'apparaîtra plus dans le raisonnement ultérieur, on obtient donc un mécanisme bielle-manivelle dont les masses ponctuelles m_B et m_C sont concentrées aux points « B » et « C ».

Dans le cas du mouvement permanent du mécanisme (Fig1.29.f), toutes les forces d'inertie des éléments se réduisent à deux forces: \vec{P}_{iB}^p et \vec{P}_{iC}^p

La force \vec{P}_{iB}^p est appliquée au point « B », dirigée en sens opposée au vecteur accélération \vec{a}_C^p et égale à :

$$P_{iB}^p = (m_{2B} + m_{3B})a_B^p = m_B a_B^p = m_B \cdot \mu a \quad (Pb)$$

où (Pb) est le segment relevé sur l'épure des accélérations (Fig1.26.c).

La force \vec{P}_{iC}^p est appliquée au point « C », dirigée en sens opposé au vecteur accélération \vec{a}_C^p et égale à :

$$P_{iC}^p = (m_4 + m_{3C})a_C^p = m_4 \cdot \mu a \quad (PC)$$

De même, dans le cas du mouvement initial du mécanisme (Fig.1.6.g), les forces d'inertie de ses éléments se réduisent à deux forces : \vec{P}_{iB}^{init} et \vec{P}_{iC}^{init} . La force \vec{P}_{iB}^{init} est appliquée au point « B » dirigée en sens opposé au vecteur \vec{a}_{iB}^{init} et égale à :

$$P_{iB}^{init} = (m_{2B} + m_{3B})a_B^{init} = m_B \cdot \mu a \quad (P^{\circ}b(P^{\circ}C^{\circ}))^{\circ}$$

Où : $(P^{\circ}b^{\circ})$ est le segment relevé sur l'épure des accélérations (Fig1.29.b).

La force \vec{P}_{iC}^{init} est appliquée au point C, dirigée en sens opposé au vecteur \vec{a}_{iC}^{init} et égale à :

$$P_{iC}^{init} = (m_4 + m_{3C})a_C^{init} = m_C \cdot a_C^{init} = m_C \cdot \mu a. (P^{\circ}C^{\circ})$$

où $(P^{\circ}C^{\circ})$ est le segment relevé sur l'épure des accélérations (Fig1.29.b).

Lorsque l'élément 2 tourne avec la vitesse angulaire $\vec{\omega}_2$ et avec l'accélération angulaire $\vec{\varepsilon}_2$, les forces résultantes d'inertie des éléments du mécanisme se calculent par composition des vecteurs des forces d'inertie dans les mouvements initial et permanent.

3.1 EQUILIBRE DES MASSES TOURNANTES :

3.1.a) Présentation du problème :

L'équilibrage des charges dynamiques apparaissant dans les couples cinématiques est un problème pratiquement difficile à résoudre. Il exige une répartition très judicieuse des masses pour supprimer entièrement ou partiellement les charges dynamiques. En raison donc, de la difficulté à répartir judicieusement les masses d'éléments tournants, cette méthode d'équilibrage est surtout utilisée pour des pièces en rotation de masses considérables et animées de vitesses de rotation élevées telles que : les rotors des gyroscopes, les induits de dynamos, les turbines, etc....[12]

3.1.b) Détermination des pressions sur l'axe d'un corps en rotation :

Considérons un solide parfait tournant autour d'un axe fixe AZ (Fig2.1).

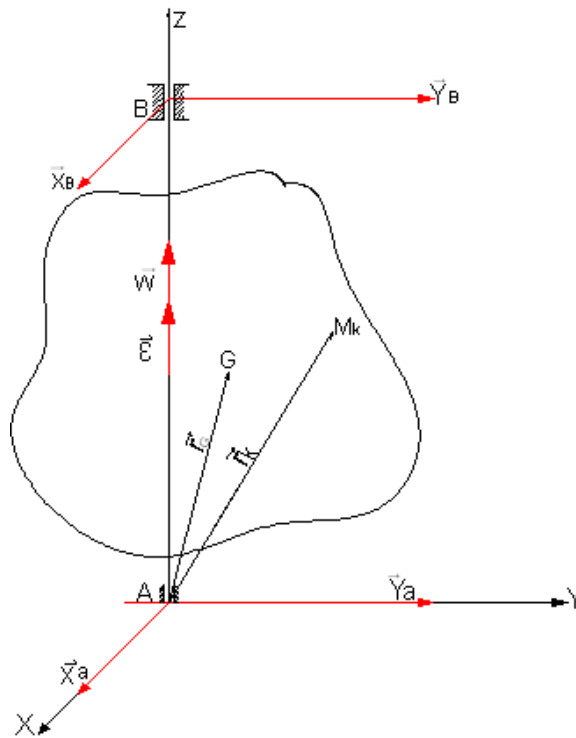


Fig 2.1

Supposons que le corps est soumis à l'action des forces extérieures $\vec{F}_1^{(e)}, \vec{F}_2^{(e)} \dots \dots \vec{F}_n^{(e)}$ et qu'il tourne, avec une vitesse angulaire variable $\vec{\omega}$, autour d'un axe passant par une crapaudine A et une charnière B.

La rotation du corps engendre des charges dynamiques supplémentaires dans les paliers s'ajoutant aux forces données. Par conséquent, les réactions des appuis sur l'axe de rotation dépendront des forces données et des charges dynamiques supplémentaires engendrées par les mouvements.[14]

Pour déterminer les réactions dans les appuis A et B, choisissons, tout d'abord, deux systèmes d'axes de coordonnées $AXYZ$ et $BX_B Y_B Z$ et cherchons les projections des réactions \vec{R}_A et \vec{R}_B

respectivement sur les axes AX, AY et AZ . Pour résoudre ce problème, utilisons le principe de d'Alembert.

Pour cela, déterminons d'abord, le vecteur résultant et le moment résultant des forces d'inertie.

On sait que :

$$\vec{R}^{(I)} = -M \cdot \vec{a}_G$$

Où :

M : masse totale du corps.

\vec{a}_G : accélération du centre des masses du corps.

$\vec{R}^{(I)}$: vecteur principal des forces d'inertie.

On sait aussi que :

$$\vec{a}_G = \vec{\varepsilon} \wedge \vec{r}_G + \vec{\omega} \wedge \vec{V}_G = \vec{\varepsilon} \wedge \vec{r}_G + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}_G)$$

Où :

$\vec{\varepsilon}$: accélération angulaire du corps.

\vec{V}_G : vitesse du centre des masses du corps.

\vec{r}_G : rayon - vecteur du centre des masses.

$$\vec{a}_G = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \varepsilon \\ X_G & Y_G & Z_G \end{vmatrix} + \omega \vec{k} \wedge \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega \\ X_G & Y_G & Z_G \end{vmatrix}$$

$$= -\varepsilon Y_G \vec{i} + \varepsilon X_G \vec{j} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega \\ -\omega Y_G & \omega X_G & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -\varepsilon Y_G \vec{i} + \varepsilon X_G \vec{j} - \omega^2 X_G \vec{i} - \omega^2 Y_G \vec{j}$$

Finalement, on obtient :

$$\vec{a}_G = -(\varepsilon Y_G + \omega^2 X_G) \vec{i} + (\varepsilon X_G - \omega^2 Y_G) \vec{j} \tag{2.1}$$

Conformément à ce résultat, on exprime $\vec{R}^{(I)}$:

$$\vec{R}^{(I)} = -M \cdot \vec{a}_G = M(\varepsilon Y_G + \omega^2 X_G) \vec{i} - M(\varepsilon X_G - \omega^2 Y_G) \vec{j} .$$

De cette expression, on écrit les projections du vecteur principal d'inertie $\vec{R}^{(I)}$ sur les trois axes de coordonnées :

$$R_X^{(I)} = M (\varepsilon Y_G + \omega^2 X_G)$$

$$R_Y^{(I)} = M (\omega^2 Y_G - \varepsilon X_G)$$

$$R_Z^{(I)} = 0$$

Le moment résultant des forces d'inertie par rapport au pôle A et la somme des moments des quantités d'accélération des éléments m_k par rapport au pôle A forment un système équivalent à zéro.[13]

d'où :

$$\vec{M}_A^{(I)} = - \sum_{K=1}^n \vec{r}_K \wedge m_K \vec{a}_K$$

Où :

m_K : masse du point matériel K .

\vec{a}_K : accélération du point matériel K .

\vec{r}_K : rayon – vecteur du point matériel K .

Par analogie à l'expression (2.1.), on aura :

$$\vec{a}_K = z_K - (\varepsilon y_K + \omega^2 x_K) \vec{i} + (\varepsilon x_K - \omega^2 y_K) \vec{j}$$

$$\vec{r}_K \wedge \vec{a}_K = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_K & y_K & z_K \\ -(\varepsilon y_K + \omega^2 x_K) & (\varepsilon x_K - \omega^2 y_K) & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (\omega^2 y_K z_K - \varepsilon x_K z_K) \vec{i} - (\varepsilon y_K z_K + \omega^2 x_K z_K) \vec{j} + \varepsilon (x_K^2 + y_K^2) \vec{k}$$

Finalement, on obtient :

$$\begin{aligned} \vec{M}_A^{(I)} &= - \sum_{K=1}^n \vec{r}_K \wedge m_K \vec{a}_K \\ &= \left(\varepsilon \sum_{K=1}^n m_K x_K z_K - \omega^2 \sum_{K=1}^n m_K y_K z_K \right) \vec{i} \\ &\quad + \left(\varepsilon \sum_{K=1}^n m_K y_K z_K + \omega^2 \sum_{K=1}^n m_K x_K z_K \right) \vec{j} - \varepsilon \left[\sum_{K=1}^n m_K (x_K^2 + y_K^2) \right] \vec{k} \end{aligned}$$

On sait déjà que :

$$\sum_{K=1}^n m_K x_K z_K = I_{XZ}$$

$$\sum_{K=1}^n m_K y_K z_K = I_{YZ}$$

$\sum_{K=1}^n m_K (x_K^2 + y_K^2) I_Z = I_Z$, d'où la nouvelle expression du moment résultant d'inertie $\vec{M}_A^{(I)}$:

$$\vec{M}_A^{(I)} = (\varepsilon I_{XZ} - \omega^2 I_{YZ}) \vec{i} + (\varepsilon I_{YZ} + \omega^2 I_{XZ}) \vec{j} - \varepsilon I_Z \vec{k} \quad (2.2)$$

Les projections de ce vecteur sur les axes de coordonnées seront :

$$M_X^{(I)} = I_{XZ} \cdot \varepsilon - I_{YZ} \cdot \omega^2$$

$$M_Y^{(I)} = I_{YZ} \cdot \varepsilon + I_{XZ} \cdot \omega^2$$

$$M_Z^{(I)} = -I_Z \cdot \varepsilon$$

Désignons par $\vec{R}^{(e)}$ le vecteur résultant des forces actives données et par $\vec{M}_A^{(e)}$ le moment résultant de ces forces par rapport au point « A ».

Appliquons le principe de d'Alembert au corps en rotation :

$$\vec{R}^{(e)} + \vec{R}_A + \vec{R}_B + \vec{R}^{(I)} = \vec{0} \quad (2.3)$$

$$\vec{M}_A^{(e)} + \vec{M}_A(\vec{R}_A) + \vec{M}_A(\vec{R}_B) + \vec{M}_A^{(I)} = \vec{0} \quad (2.4)$$

Les projections des équations (2.3) et (2.4) sur les axes de coordonnées $Axyz$, nous donnent les six équations d'équilibre dynamique suivantes :

$$\left. \begin{aligned} \sum_{K=1}^n F_{KX}^{(e)} + X_A + X_B + MX_G \cdot \omega^2 + MY_G \cdot \varepsilon &= 0 \\ \sum_{K=1}^n F_{KY}^{(e)} + Y_A + Y_B + MY_G \cdot \omega^2 - MX_G \cdot \varepsilon &= 0 \\ \sum_{K=1}^n F_{KZ}^{(e)} + Z_A &= 0 \\ \sum_{K=1}^n M_X(\vec{F}_K^{(e)}) - h \cdot y_B - I_{YZ} \cdot \omega^2 + I_{XZ} \cdot \varepsilon &= 0 \\ \sum_{K=1}^n M_Y(\vec{F}_K^{(e)}) + h \cdot X_B + I_{XZ} \cdot \omega^2 + I_{YZ} \cdot \varepsilon &= 0 \\ \sum_{K=1}^n M_Z(\vec{F}_K^{(e)}) - I_Z \cdot \varepsilon &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

Comme ces équations sont composées par rapport aux mobiles rigidement liés au corps, les grandeurs I_{XZ} , I_{YZ} , X_G et Y_G sont constantes.

Après avoir déterminé:

$$X_G, Y_G, M, I_{XZ}, I_{YZ}, I_Z, \sum_{K=1}^n F_{KX}^{(e)}, \sum_{K=1}^n F_{KY}^{(e)}, \sum_{K=1}^n K_{KZ}^{(e)}, \sum_{K=1}^n M_X(\vec{F}_K^{(e)}), \sum_{K=1}^n M_Y(\vec{F}_K^{(e)}) \text{ et } \sum_{K=1}^n M_Z(\vec{F}_K^{(e)}),$$

on peut calculer ε de la dernière équation des relations (2.5) et en intégrant, on détermine ω . En introduisant les valeurs calculées de ε et ω dans les cinq premières relations (2.5), on détermine finalement les réactions cherchées.

Ces réactions sont dites dynamiques contrairement aux réactions statiques qui apparaîtraient aux appuis si le corps restait en équilibre sous l'action des seules forces actives appliquées.

Les réactions statiques : $X_A^{St}, Y_A^{St}, Z_A^{St}$, et X_B^{St}, Y_B^{St} sont déterminées par les équations d'équilibre statique :

$$\left. \begin{aligned} \sum_{K=1}^n F_{KX}^e + X_A^{St} + X_B^{St} &= 0 \\ \sum_{K=1}^n F_{KZ}^e + Y_A^{St} + Y_B^{St} &= 0 \\ \sum_{K=1}^n F_{KZ}^e + Z_A^{St} &= 0 \\ \sum_{K=1}^n M_X(\vec{F}_K^e) - h \cdot Y_B^{St} &= 0 \\ \sum_{K=1}^n M_Y(\vec{F}_K^e) + h \cdot X_B^{St} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

En comparant ces relations avec les relations (2.5), nous voyons que les réactions dynamiques contiennent, en plus des réactions statiques, des termes supplémentaires qui sont appelés réactions dynamiques supplémentaires. On peut donc présenter les réactions dynamiques sous la forme :

$$X_A = X_A^{St} + X_A^{sup}$$

$$Y_A = Y_A^{St} + Y_A^{sup}$$

$$Z_A = Z_A^{St} + Z_A^{sup}$$

$$X_B = X_B^{St} + X_B^{sup}$$

$$Y_B = Y_B^{St} + Y_B^{sup}$$

Des relations (2.5), on peut déduire que :

$$\left. \begin{aligned} X_A^{sup} + X_B^{sup} + MX_G \cdot \varepsilon + MY_G \cdot \varepsilon &= 0 \\ Y_A^{sup} + Y_B^{sup} + MY_G \cdot \omega^2 - MX_G \cdot \varepsilon &= 0 \\ Z_A^{sup} &= 0 \\ -h \cdot Y_B^{sup} - I_{YZ} \cdot \omega^2 + I_{XZ} \cdot \varepsilon &= 0 \\ h \cdot X_B^{sup} + I_{XZ} \cdot \omega^2 + I_{YZ} \cdot \varepsilon &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

Dans le souci d'améliorer les performances techniques, une question très importante doit être posée :

Comment éviter l'apparition de ces réactions dynamiques supplémentaires lors de la rotation du corps ?

En analysant les équations (2.5) et (2.7), nous arrivons à la conclusion que les conditions nécessaires et suffisantes pour que les réactions dynamiques comprennent les seules réactions statiques, sont les suivantes :

$$\left. \begin{aligned} X_G \cdot \omega^2 + Y_G \cdot \varepsilon &= 0 \\ Y_G \cdot \omega^2 - X_G \cdot \varepsilon &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

et

$$\left. \begin{aligned} -I_{YZ} \cdot \omega^2 + I_{XZ} \cdot \varepsilon &= 0 \\ I_{XZ} \cdot \omega^2 + I_{YZ} \cdot \varepsilon &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

Comme le déterminant de ces deux systèmes d'équations à deux inconnues respectivement X_G, Y_G , et I_{XZ}, I_{YZ} , est $\omega^4 + \varepsilon^2$, toujours positif, les relations (8) et (9) ne sont satisfaites qu'aux seules conditions respectives.

$$X_G = 0, \quad Y_G = 0 \quad (2.10)$$

et

$$I_{XZ} = 0, \quad I_{YZ} = 0 \quad (2.11)$$

Les relations (2.10) montrent que le centre des masses doit se situer sur l'axe de rotation .quant aux relations (2.11), elles montrent que l'axe de rotation doit coïncider avec l'un des axes principaux d'inertie du corps au point « A ».En résumé, l'axe de rotation doit être un axe principal central d'inertie.

Conclusion :

Les réactions dynamiques supplémentaires aux appuis sont nulles si et seulement si l'axe de rotation du corps est un axe central principal d'inertie.

Dans ce cas, nous avons l'équilibre dynamique des masses et l'axe de rotation est appelé : axe libre.

3.2 ÉQUILIBRAGE D'UN VILEBREQUIN :

Soit un vilebrequin (Fig2.2) tournant autour d'un axe X-X à une vitesse angulaire ω , pour empêcher l'apparition de charge dynamique supplémentaires provenant des forces d'inerties de l'arbre, il faut et il suffit que le vecteur principal des forces d'inertie des masses des points pesants du vilebrequin, soit nul et que le moment principal de ces forces soit aussi nul.

Cette condition est assurément respectée quand le centre de masse de l'élément tournant se trouve sur son axe de rotation, ce dernier étant aussi un des axes principaux d'inertie. On doit donc, concevoir la forme de l'arbre de façon à satisfaire cette condition pour obtenir un vilebrequin équilibré.

Le vilebrequin de la (Fig2.2) est composé de deux joues de forme A, de deux tourillons d'appui C et d'un maneton B

Pour déterminer le centre général de masse du vilebrequin, considérons séparément ces parties.

On constate aisément, qu'en faisant abstraction des défauts d'homogénéité et de montage, le centre des masses S_B du maneton est situé sur son axe géométrique de rotation Y-Y à distances égales des joues A.

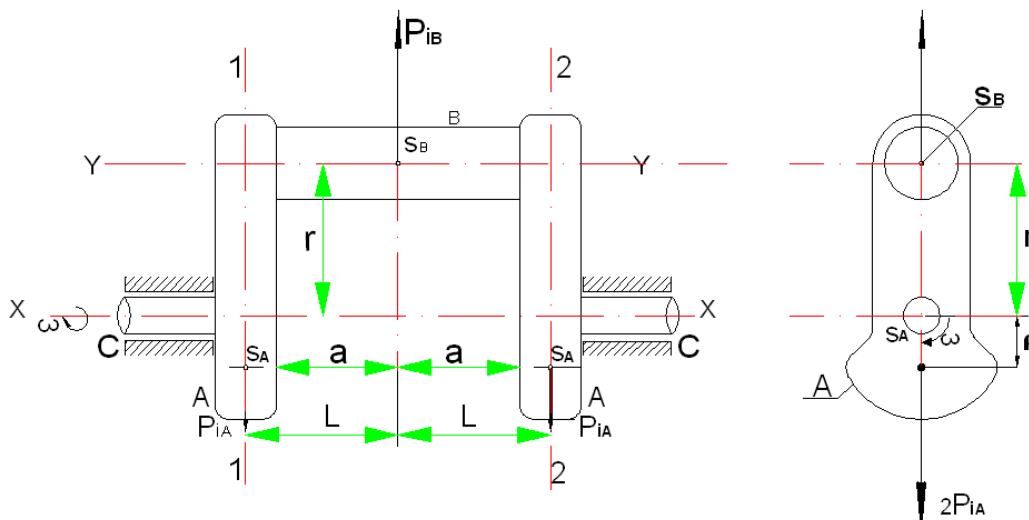


Fig2.2

Pour équilibrer cette force, il faut donc choisir judicieusement les masses m_A des joues et leurs centres des masses S_A .

Pour cela, on doit disposer les centres des masses dans les plans de symétrie des joues (1-1) et (2-2) (Fig 2.2) symétriquement par rapport au point S_B à une distance ρ de l'axe de rotation du vilebrequin X-X et on doit aussi choisir les masses m_A de façon à satisfaire à l'égalité suivante :

$$2P_{iA} = P_{iB}$$

$$2m_A \omega^2 \cdot \rho = m_B \cdot \omega^2 \cdot r$$

$$2 m_A \cdot \rho = m_B \cdot r$$

En calculant le moment des forces d'inertie \vec{P}_{iB} et \vec{P}_{iA} par rapport au point S_B . En constate que ce moment est nul.

Ainsi donc, en choisissant judicieusement les masses des joues A et en disposant convenablement leurs centres des masses, on remarque que la somme vectorielle des forces d'inertie et le moment principal de ces forces par rapport au point S_B sont nuls.

On a annulé donc, tant le vecteur résultant des forces d'inertie que le vecteur résultant de leurs moments, autrement dit, le vilebrequin est complètement équilibré.

Cet équilibrage, on a déjà vu, reste valable même lors d'une accélération angulaire du vilebrequin.[15]

Remarque :

Un vilebrequin à plusieurs manetons est obtenu par adjonction continu du maneton étudié. Son équilibrage est donc obtenu si chaque maneton est séparément équilibré.

3.3 Modélisation des vibrations d'un moteur :**Systeme à étudier :**

- Bloc moteur : de masse totale $M = 20\text{kg}$
- Suspension : de raideur = k, c négligé
- Position du bloc moteur $x(t)$

Hypothèses :

- L'excitation provient du déplacement des masses mobiles concentrées
 $M_1 = 200\text{ g}$ et $M_2 = 700\text{g}$
- Le déplacement horizontal est impossible
- Le bloc a un seul déplacement vertical

Caractéristiques géométriques :

l : Longueur de la bielle ($l = 15\text{cm}$)

α : Angle de la bielle par rapport à l'axe vertical

r : Rayon du vilebrequin ($r = 5\text{cm}$)

Ω : vitesse angulaire du vilebrequin

$v(t)$: position verticale du piston PMH

Forces extérieures :

Forces d'inertie :

$$F_i = -M_i \gamma (M_i)$$

$$F_1 = -M_1 r \Omega^2 \cos \Omega t$$

Position de M_1 par rapport au PMH :

$$U(t) = r - r \cos \Omega t$$

Accélération verticale de M_1 :

$$\ddot{U}(t) = r \Omega^2 \cos \Omega t$$

Position de M_2 par rapport au PMH :

$$U(t) = r - r \cos \Omega t$$

Accélération verticale de M_2 :

$$\ddot{U}(t) = r \Omega^2 \cos \Omega t$$

Force verticale due à M_2 : $F_2 = -M_2 \ddot{U}(t)$

Force d'inertie due à M_2 : $F_2(t) = -M_2 \Omega^2 r (\cos \Omega t + \frac{r}{l} \cos 2 \Omega t)$

Force d'inertie totale :

$$F(t) = -\Omega^2 r M_1 \cos \Omega t - \Omega^2 r M_2 (\cos \Omega t + \frac{r}{l} \cos 2 \Omega t)$$

Représentation pour : $N = 5000$ tr/min

$$\Omega = 523,6 \text{ rad/s}$$

Force d'inertie : décomposition en fréquences :

$$F(t) = -\Omega^2 r (M_1 + M_2) \cos \Omega t - \Omega^2 r M_2 \frac{r}{l} \cos 2 \Omega t$$

Représentation pour $N = 5000$ tr/ min

$$\Omega = 523,6 \text{ rad/s}$$

Fréquence naturelle de la vibration :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}} = ?$$

Vitesses de rotation critiques :

$$\Omega_1 = \omega_0 \text{ et } 2 \Omega_2 = \omega_0$$

$$\text{On a donc : } \Omega_2 = \frac{\omega_0}{2}$$

On choisit la raideur k en respectant Ω_1 et Ω_2

$$\text{On prend } \omega_0 = 1000 \text{ tr / min} = 104,7 \text{ rad / s} \simeq 105 \frac{N}{m}$$

$$\text{On en déduit } k = 219,300 \frac{N}{m}$$

Réponse permanente :

$$X_p(t) = -\Omega^2 r \left[\frac{(M_1 + M_2)/k}{(1 - \beta^2)} \cos(\Omega t) + \frac{r}{l} \frac{M_2/k}{(1 - 4\beta^2)} \right]$$

Représentation de la réponse permanente pour : $\Omega = 523,6$ rad/s et $\omega_0 = 104$ rad/s soit $\beta = \frac{\Omega}{\omega_0} = 5$

Discussion :

Le mouvement vertical du moteur est quasi harmonique de fréquence Ω .

La partie de la force 2Ω est sans effet notable.

L'amplitude est de 2,5 mm.

CONCLUSION :

Le système bielle- manivelle transforme un mouvement rectiligne alternatif en rotation continu, ou vis versa. Pendant le mouvement du système, les forces d'inertie des masses des manetons du vilebrequin provoquent des charges dynamiques supplémentaires, qui doivent, impérativement, être équilibrées.

Après l'analyse du mécanisme, il est avéré qu'un système bielle- manivelle non équilibré, ne peut fonctionner dans de bonnes conditions, et que sa durée de vie se trouve, de ce fait, très réduite. Comme on a pu le voir, il y a l'apparition de très grandes réactions dynamiques supplémentaires dans les couples cinématiques.

Ce danger est plus grave quand ces réactions sont cycliques. Ces dernières engendrent des vibrations qui altèrent le bon fonctionnement de toute l'installation.

On a vu que l'opération d'équilibrage est facile théoriquement mais n'est pas toujours évidente en pratique, c'est pour cela qu'il faut de minimiser, aux mieux, les effets des balourds mécaniques.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

LIVRES :

- Technique d'équilibrage, HATTO SCHNIEDER , édition originale allemande publiée par SPRINGER VERLAG BERLIN Heidelberg 2003.
- LEVENSON L , théorie des machines et mécanismes , Moscou, 1964.
- ARTOBOLEVSKY S , théorie des machines et mécanismes , Moscou, 1967.
- BEGHIN H , cours de mécanique théorique et appliquée, GAUTHIER-VILLARS – Paris , 1967.
- SEMIONOV M , méthode grapho – analytique d'équilibrage des mécanismes complexes. Moscou , 1954.
- Mécanique Générale, CLAUDE CHEZE HELENE LANGE, Edition :Ellipses
- Cours de mécanique générale, D.BELLETT, CEPADUES Edition
- Problème de mécanique des solides, D.BELLETT, CEPADUES Edition
- Mécanique Générale, CHRISTIAN GRUBER
- Mécanique Rationnelle, Formation de base des scientifiques et des ingénieurs *Bof J-Ph.* Ansermet Lausanne
- Techniques de l'ingénieur, Génie mécanique, Landrie L'allemand
- Document ISO 1940/1