

MINISTERE DE L'ENSEGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

BADJI MOKHTAR- ANNABA UNIVERSITY

UNIVERSITE BADJI MOKHTAR- ANNABA



جامعة باجي مختار - عنابة

FACULTE DES SCIENCE DE L'INGENIEURAT DEPARTEMENT DE
GENIE CIVIL

Année 2016

MEMOIRE

Présenté en vu de l'obtention du diplôme de

MASTER

**Analyse Numérique de la propagation de fissures par la
méthode des Eléments finis étendus (XFEM)**

Spécialité :

Structure

Par :

**RAHMANI MOHAMED
YACINE**

DIRECTEUR DU MEMOIRE :

DJEGHABA. K

Université de Annaba

DEVANT LE JURY

PRESIDENT :

Université de Annaba

EXAMINATEUR :

Université de Annaba

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier en premier lieu Allah, le tout puissant, de m'avoir donné autant de courage, de patience et de volonté pour atteindre ce but.

Mes premiers remerciements vont naturellement à mon Directeur de mémoire, Monsieur **DJEGHABA. K** pour ses conseils et le partage de ses compétences scientifiques. Ce fut un plaisir de travailler avec lui. J'ai également apprécié la grande liberté qu'il m'a accordée pour finaliser ce mémoire ainsi que sa passion pour la recherche et sa bonne humeur toujours présente.

Pour son soutien constant et son aide qui nous apporté tout le long de cette étude je remercie aussi :

LOUETRI. LATIFA

Merci également au Président du jury pour avoir accepté de présider la soutenance :

Mr jouini.ch

Et pour nos avoir honorées par leur participation a l'examen de travail monsieur :

Gouasmia.A.H

Je ne peux trouver les bons mots à adresser à ma famille. Pour ma mère et mon père, et mon frère, qui sont tous formidables. Pour tous les autres aussi.

Résumé :

La modélisation des structures fissurées par les éléments finis standard est limitée en termes de propagation de fissure.

Le travail proposé dans le cadre de ce mémoire consiste à une présentation de développement suivi d'une implémentation numérique de la méthode X-FEM en vue d'un dimensionnement par la mécanique de la rupture des structures fissurées de plusieurs exemples de plus simple au plus élaboré, commencent par de exemples testes et en fin une application de l'implémentation de la méthode XFEM sur un modèle réel pour analysé la propagation de la fissure a fin de montrer l'efficacité de la méthode XFEM.

Mots clés: Élément finis MEF– Éléments finis étendus XFEM– Fissuration.

Table des matières

Remerciements.....	I
Résumé	II
Tables des matières	III
Liste des figures	VI
Introduction Générale.....	VIII
1 Étude Bibliographique	
1 Généralité sur mécanique de la rupture	1
1.2. différentes fissurations pour différentes structures.....	2
1.2.1. Les Fissures	2
1.2.2.Types de fissures	3
1.3. Caractères morphologiques d'une fissure	4
1.3.1. Orientation	4
1.3.2. Tracé ou forme	4
1.3.3. Emplacement.....	4
1.3.4. Importance	5
1.3.5. Particularités.....	5
1.3.6 Evolution morphologique dans le temps.....	6
1.3.6.1. Fissures "stables" ou stabilisées (fissures mortes)	6
1.3.6.2. Fissures "vivantes" ou évolutives (non stabilisées)	6
1.4. Elaboration d'une réhabilitation – Phase Etude	6
1.4.1. Investigations In-situ	7
1.4.2. Inspection Visuelle	7
1.4.3. Auscultation Géométrique	8

Table des matières

1.4.4. Auscultation Géophysique	8
1.4.5. Sondages carottés.....	9
1.5 les différentes approches de modelisation de la fissuration.....	9
1.5.1. La mécanique d'endommagement	10
1.5.2. approches continues	11
1.5.3. approches discontinues	11
1.5.4. La mécanique de la rupture	12
1.5.5 Approche énergétique.....	13
1.5.6. Le taux de restitution d'énergie	14
1.5.7. Le taux de restitution d'énergie	14
1.6. L'intégrale de contour J	15
1.7. Modélisation numérique de la fissuration	16
1.8. Modélisation de la fissuration par la MEF	17
1.8.1. Méthodes de remaillage	18
1.8.2. Modèles de zones cohésives	18
1.9. Propagation des fissures	19
1.10. Méthode d'élimination d'éléments	21
1.11. Méthode sans maillage	21
1.12. Méthodes basées sur la partition de l'unité	21
Conclusion	23

2 Méthode numérique pour l'analyse de la fissure

Introduction	24
2.1. Méthode des éléments finis (MEF)	24
2.2 La modélisation des structures fissurées.....	24

Table des matières

2.3	Modélisation des fissures par la méthode des éléments finis	25
2.4	Formulation de la méthode des éléments finis à la présence d'une fissure	26
2.5	La défaillance de la méthode des éléments finis standards dans le calcul des matériaux fissurés.....	29
2.6	Méthode des éléments finis étendus XFEM	30
2.6.1	Modélisation d'une fissure selon la X-FEM	33
2.6.2	Les difficultés techniques de mise en œuvre.....	35
2.6.3	Description de la fissure.....	35
2.6.4	Intégration numérique	35
	Conclusion	36

3 Application sur des exemples Tests

	Introduction	37
3.1	Procédure sur ABAQUS pour modéliser une plaque fissurée	38
3.2	Simulation de la propagation de la fissure sur des exemples tests par Abaqus ...	46
3.2.1	plaque 2D avec une fissure au bord horizontal XFEM	46
3.2.2	plaque 2D avec une fissure au bord horizontal décalé.....	49
3.2.3	plaque 2D avec une fissure aux milieux	50
3.2.4	plaque 2D avec 2 fissures symétriques horizontales	53
3.2.5	plaque 2D avec 2 fissures symétriques horizontales décalées.....	57
3.3	Les exemples en 3D	59
3.3.1	cylindre 3D avec fissure vertical	59
3.3.2	cylindre 3D avec 2 fissures horizontales symétriques	61
3.3.3	Silo avec fissure vertical charge pression.....	62
3.4	Simulation de la propagation d'une fissure sur un silo réel avec Abaqus.....	65
	Conclusion	68

Titre :

1.1	Les trois modes fondamentaux de rupture.....	12
1.2	La variation de FIC.....	13
1.3	Contour-J d'intégration.....	16
1.4	Représentation de la zone cohésive.....	19
2.1	Boite à fissure : les 8 éléments ont un sommet sur le fond de fissure.....	25
2.2	Représentation des maillages avec et sans fissure.....	26
2.3	Définition de la géométrie de la fissure depuis le couple de fonction de niveau.....	32
2.4	Stratégie d'enrichissement des nœuds.....	32
2.5	Fissure placée sur un maillage uniforme.	34
2.6	Intégration numérique prenant en compte une fissure avec la X-FEM.....	35
3.1	les étapes du création de la plaque dans Abaqus.....	39
3.2	création de la fissure	40
3.3	étape de définition du modèl.....	40
3.4	création de la section et leur assignement.....	41
3.5	assemblage.....	41
3.6	Définition d'étude Step.....	42
3.7	creation de la fissure	42
3.8	type de fissure	42
3.9	définition de la fissure	43
3.10	fissure définie	43
3.11	condition aux limites	44
3.12	difinir la condition au limite 2	44
3.13	maillage et model	45
3.14	Exécution et calculs	45
3.15	présntation de la plaque 2D fissuré	46
3.16	presntation de la plaque 2D fissuré et la propagation dela fissure	49

Listes Des Figures

3.17	presntation de la plaque 2D fissuré au milieu et la propagation dela fissure etap	50
3.18	presntation de la plaque 2D avec deux fissure symetrique et la propagation	53
3.19	presntation de la plaque 2D avec deux fissure symetrique decalé et la propagation dela fissure	57
3.20	presntation d'un cylindr 3D avec une fissure verticel et la propagation dela fissure	59
3.21	presntation d'un cylindr 3D avec deux fissure horizontal symetrique et la propagation dela fissure.....	61
3.22	presntation d'un silo 3D avec une fissure verticel et la propagation dela fissure	63
3.23	Image réel du silo	65
3.24	presntation d'un silo réel 3D de 10 (m) avec une fissure et la propagation de la fissure e	66

Introduction Générale

L'apparitions d'une fissure peut engendré des conséquences désastreuses sur le comportement générale des structures modifiant ainsi énormément les chemins d'effort. Une analyse complète ne pouvant être traité sur un modèle éléments finis, qui serait de l'ordre de plusieurs millions d'inconnues, des calculs détaillées sont réalisées dans les zones fissurées et incluses dans un ensemble général grossier de la structure. En fait, en fonction des besoins, une suite de modèles et de calculs séquentiels. Les conditions limites de déformations pour les différents cas de chargements à traiter sont prélevées sur le contour de la zone correspondante du modèle général et reportées sur le modèle plus fin. Cette technique de zoom structural n'incorpore pas complètement l'aspect multi échelle induit par la localisation des déformations dans la zone fissurée. Malgré les avancés faites sur le maillages automatiques, les processus de maillage et de remaillage de la méthode des éléments finis classique restent des tâches fastidieuses pour l'ingénieur confronté à la situation de l'analyse de fissure. Le calcul des structures avec fissuration est aujourd'hui revisité principalement par la méthode des éléments finis étendus (X-FEM) basée sur le concept de Partition de l'Unité [Belytschko et Black 1999, Moës et al. 1999 -2002]. En enrichissant la cinématique du milieu continu, ces méthodes permettent d'ajouté des discontinuités dans le champ de déplacement en utilisant un nombre assez faible de degrés de liberté. Le principal avantage, dans ce cas, est que le maillage n'a pas besoin d'être conforme à la géométrie de la fissure. Généralement, ces méthodes nécessitent un remaillage en pointe de fissure qui change la structure du problème à résoudre. Ainsi, les problèmes de conditionnement persistent. Enfin, la méthode X-FEM nous donne l'avantage de représenter correctement la solution singulière en pointe de fissure et simplifie grandement les processus de maillage et de remaillage de la méthode des éléments finis standards. C'est pourquoi, partant de ces avantages on propose de traiter cette méthode (X-FEM).

L'objectif de ce travail est de proposer une présentation de l'analyse par la méthode des éléments finis étendus X-FEM sur structure élastique isotrope, répondant à la problématique d'analyse locale des structures comportant des fissures, et permettant de montrer la limitation de la méthode des éléments finis standards MEF devant la X-FEM

La rédaction de ce document est organisée de la façon suivante :

Chapitre 1 : une bibliographie sur la mécanique de la rupture traitant essentiellement de la fissuration.

Chapitre 2 : une présentation des Méthodes numériques traitant de l'analyse de la fissuration

Chapitre 3 : une présentation d'une série de tests pour montrer l'efficacité de l'approche XFEM dans l'analyse de la propagation des fissures

Chapitre 1 : Bibliographie
Présentation de la mécanique de la rupture

1- GENERALITES :

Grâce aux progrès réalisés dans le domaine de la mise en forme des métaux durant les trois derniers siècles, le fer et l'acier ont progressivement remplacé le bois et le ciment comme matériaux structuraux de base. Malgré leurs hautes caractéristiques, les structures réalisées à partir de ces matériaux ont connu des accidents importants dès le milieu du 19^{ème} siècle. L'origine de ces accidents était la rupture inattendue de composants critiques de ces structures. L'un des premiers incidents enregistré sur une structure importante fut la rupture d'une chaîne du pont suspendu Montrose en Mars 1830 en Grande Bretagne. Depuis, il y a eu un nombre important d'effondrements de ponts, dont le King's Bridge à Melbourne (1962) ou encore le Point Pleasant Bridge en Virginie (1967). Les accidents ferroviaires dus à une rupture brutale des essieux, des roues ou encore des rails ont également été très nombreux. Entre 1860 et 1870, le nombre de personnes victimes d'accidents de train en Grande Bretagne s'élevait environ à 200 par an. De nombreux accidents intervinrent également sur des pipelines, des pétroliers, ou encore sur des avions. En 1950, 2 avions se sont brisés à haute altitude à cause d'un problème de rupture par fatigue sur les trous des rivets près des hublots, lesquels étaient de forme carrée ! Ces risques d'accidents étaient d'autant plus grand que l'utilisation d'alliages à hautes caractéristiques mécaniques (ténacité, rigidité...), permettant la réalisation de structures de plus en plus complexes et sollicitées, a énormément augmenté. En fait, les estimations de tenue des structures, fondées sur les caractéristiques mécaniques classiques, ne tenaient pas compte de la ténacité des matériaux en conditions réelles de service, et les chercheurs étaient alors incapables d'expliquer le phénomène de rupture brusque sous des sollicitations bien inférieures à celles de la limite d'élasticité. Si Griffith est souvent cité comme le premier chercheur à avoir introduit la mécanique de la rupture (en tant que science), ces travaux restent basés sur des études antérieures. On peut notamment citer l'article de Wieghardt, paru en 1907 et traduit en anglais [Wieghardt1995], dans lequel l'existence de la singularité du champ des contraintes en pointe de fissure dans un matériau élastique linéaire fut reconnue.

Cette branche de la mécanique étudie l'apparition et la propagation des fissures dans les matériaux. Les travaux fondateurs de cette science sont dus à Griffith (1920), Irwin et Rice (années 1950-1960). Cette théorie postule l'existence d'une énergie de cohésion, qui ne dépend que du matériau. Lorsqu'une fissure se propage, l'énergie libérée par la structure est

appelée taux de restitution d'énergie. On considère qu'il y a rupture si le taux de restitution d'énergie est supérieur à l'énergie de cohésion.

Des expériences de rupture seront toujours nécessaires pour en évaluer le risque.

Mais la mécanique de la rupture permet d'extrapoler les résultats expérimentaux au cas de structures aéronautiques, et donc de connaître le risque de propagation de fissure. Avec un certain succès : de nos jours les fissures ne sont plus les causes d'accident aérien.

En mécanique de la rupture, l'ensemble des matériaux est divisé en 2 catégories.

Ceux dont la rupture est dite fragile et ceux dont la rupture est ductile. Pour le premier qui nous intéresse c'est-à-dire ceux dont la rupture se produit pour une contrainte inférieure à celle de la limite d'élasticité et donc avant un certain nombre de phénomènes non-linéaire comme la plasticité ou les grandes déformations, leur étude s'appelle la mécanique linéaire de la rupture.

Il peut sembler paradoxal de modéliser le comportement relatif à la fissuration par un modèle linéaire. En effet, la présence de fissure implique celle d'une singularité, aussi la contrainte tend vers l'infini près du fond de fissure. Or le modèle linéaire est obtenu en faisant l'hypothèse des petits déplacements et des petites déformations, ce qui montre une contradiction évidente. Cependant, cette théorie donne des résultats intéressants, réalistes et parfois suffisants selon le type d'application visée.

Le concept de Facteurs d'Intensité de Contraintes (FIC) est également une notion importante de la mécanique de la rupture. Les FIC sont équivalents au taux de restitution d'énergie, et donnent une information supplémentaire sur la sollicitation mécanique de la fissure. En outre, ils sont plus souvent utilisés que le taux de restitution d'énergie.

1.2. DIFFERENTES FISSURATIONS POUR DIFFERENTES STRUCTURES

1.2.1. Les Fissures :

La plupart des fissurations sont dues à des phénomènes physiques (retrait, dilatation) concernant les matériaux soumis à différents types de sollicitations, il faut distinguer les fissures superficielles ou faïençage et les fissures actives (évolutives).

1.2.2.Types de fissures :

On distingue plusieurs types de fissures:

1- Les fissures de décollement entre différentes natures de matériaux (par exemple entre une ossature béton armé et les remplissages en maçonnerie d'éléments).

2- Les fissures de rupture qui peuvent être traversantes (ou partielles) et qui correspondent à une sollicitation excessive (contrainte de traction ou de cisaillement supérieure aux "possibilités" du matériau).

Dans certains cas (enduit, revêtements), la fissure est transmise par le support (mur) au revêtement qui se fissure à son tour. Dans d'autres cas les fissures (généralement plus fines) ne concernent que les enduits ou revêtements.

Le traitement ou la réparation possible seront différents, les conséquences sur l'isolation thermique ou acoustique ou sur le degré de résistance au feu (cas de fissures traversantes) pourront être plus ou moins graves.

D'autre part, dans l'évolution des fissures, une fissure peut, dans un premier temps, ne pas être traversante et en stade final affecter la totalité de l'épaisseur de la paroi.

-Caractères des fissures

1- Toute fissure constitue le signe d'une première manifestation de désordres possibles, c'est ce qui explique, dans une certaine mesure, les préoccupations des constructeurs.

2- Mais toutes les fissures ne sont pas dangereuses et ne présentent pas toutes la même gravité vis-à-vis de la destination des ouvrages.

3- Les fissures ne sont pas dangereuses si elles ne compromettent pas la stabilité et la durabilité des ouvrages. Elles peuvent être inesthétiques.

4- Certaines fissures peuvent compromettre la durée de vie des ouvrages:

- fissures parallèles aux aciers, conduisant à une corrosion rapide de ceux-ci, et à la destruction progressive des structure;

- fissures permettant des infiltrations d'eau dans des ouvrages qui sont destinés à être étanches ou à contenir des fluides (liquides ou gaz);

- fissures d'ouvrages maritimes;
- fissures mettant en cause la stabilité des ouvrages en affaiblissant progressivement la résistance mécanique des éléments structuraux, et conduisant à l'effondrement final;

1.3. Caractères morphologiques d'une fissure :

Afin de permettre le classement et l'analyse du phénomène général de la fissuration, on peut établir les caractères de la morphologie correspondante.

1.3.1. Orientation:

- verticale;
- horizontale;
- inclinée (préciser l'angle par rapport à l'horizontal);
- mixte (plusieurs directions);
- quelconque.

1.3.2. Tracé ou forme:

- rectiligne;
- courbé;
- quelconque;
- simple, multiple et composé.

1.3.3. Emplacement

Il faut effectuer un repérage dans l'élément considéré (mur, cloison, etc.) La situation de la fissure correspond alors :

- pour fissures horizontales inclinées:
 - partie (ou zone) basse,
 - partie moyenne,
 - partie supérieure.
- Pour fissures verticales:

- rives – parties latérales,
- zone médiane,
- emplacement divers.

1.3.4. Importance

- en nombre (répétition, répartition irrégulière ou régulière);
- en longueur ou développé
- en largeur (mesurable, non mesurable ou variable, constante);
- en épaisseur (par rapport à celle de l'élément): superficielle (non traversante), traversante partielle, traversante totale)
- fissures visibles à l'oeil nu;
- faïençage (réseau de microfissures) se présentant sous la forme d'un dessin géométrique à mailles régulières;
- microfissures d'ouverture $\leq 0.2\text{mm}$;
- fissures proprement dites, d'ouvertures linéaires au tracé régulier dont la largeur est comprise entre 0.2 et 2mm;
- par rapport au plan de l'élément: dans le plan, sans décalage ou avec décalage des parties adjacentes.

1.3.5. Particularités:

- date de la première apparition; certaines fissures apparaissent après quelques heures ou quelques jours, d'autres après plusieurs années;
- pénétration d'air, d'eau, etc.;
- tâches (humidité);
- destination des ouvrages.

1.3.6 Evolution morphologique dans le temps

1.3.6.1. Fissures "stables" ou stabilisées (fissures mortes)

Préciser au bout d'une certaine période (à partir de leur apparition) si ce sont des fissures "stables ou stabilisées".

La stabilisation peut être immédiate (rapide) ou plus lente (après une période déterminée ou une variation climatique saisonnières).

1.3.6.2. Fissures "vivantes" ou évolutives (non stabilisées)

Une fissure est dangereuse selon la façon dont elle évolue. C'est à dire:

- en variations diurnes (effets de l'ensoleillement);
- en variations périodiques (saisonnières, déterminées par le chauffage ou l'occupation);
- en variations indéterminées (sans cause apparente ou relation de cause à effet).

Ces fissures actives peuvent être dues :

- à la corrosion des armatures (carbonatation des armatures à cause d'un enrobage insuffisant, ou à l'alcali-réaction ou autres attaques sulfatiques
- à des origines mécaniques (erreurs de conception ou de durée d'exploitation) ;
- à des origines thermiques ;
- aux cycles gel/dégel.

1.4. Elaboration d'une réhabilitation – Phase Etude

Le choix de la méthode de réhabilitation dépend de plusieurs facteurs tels que :

- le type et l'âge de l'ouvrage ;
- les conditions locales et environnementales;
- la nature et le degré des dégradations,
- les délais mis à disposition pour l'achèvement des travaux de réhabilitation;
- le niveau de sécurité demandé ;

- le coût de revient de la méthode.

Pour choisir les techniques de réhabilitation des collecteurs d'assainissement, une bonne connaissance des dégradations ainsi que leur origine s'avère nécessaire. Afin d'établir un bon diagnostic de l'état physique de l'ouvrage et aboutir au choix d'une méthode de réhabilitation, les observations et mesures d'auscultation sont réalisées à l'aide de différentes techniques et méthodes adaptées aux besoins.

Normalement un ouvrage doit être visité au moins tous les cinq ans, sans dépasser le délai de dix ans. S'il n'y a pas de constatations au niveau de l'état de l'ouvrage et de son fonctionnement, il sera classé « sans suite » et reste inscrit dans le cycle régulier des visites. Dans le cas contraire, l'établissement d'un prédiagnostic sera nécessaire. Ce prédiagnostic conclut, soit à la mise sous surveillance de l'ouvrage et l'évaluation périodique de l'évolution des dégradations observées, soit à la nécessité d'effectuer des investigations complémentaires (essais in situ), afin d'évaluer des paramètres bien définis, dans des zones déterminées.

Le programme d'auscultation doit être établi soit par les techniciens spécialisés du gestionnaire, soit par un bureau d'études extérieur spécialisé. Il comprend généralement des mesures simples caractérisant l'ouvrage dans son ensemble (mesures géométriques, sondages et essais au laboratoire) et des mesures complémentaires dans les zones critiques.

1.4.1. Investigations In-situ

1.4.2. Inspection Visuelle

Les inspections visuelles permettent de vérifier l'état et le fonctionnement de l'ouvrage en service. L'observation et le relevé de l'état intérieur de l'ouvrage sont réalisés directement par un personnel spécialisé. Les dégradations sont repérées et localisées, moyennant des outils de mesure de distance. L'ensemble des désordres est reporté sur un document graphique et dans un tableau.

Les anomalies doivent être qualifiées en terme de nature du défaut et quantifiées en terme de forme et d'orientation. Les résultats des visites sont exploités en analysant les dégradations relevées sur l'ouvrage et la recherche sur site des éventuelles corrélations avec l'environnement proche de celui-ci.

L'exploitation des visites antérieures permet de juger l'évolution des dégradations et l'importance du paramètre temps comme facteur aggravant.

1.4.3. Auscultation Géométrique

Il s'agit d'enregistrer les déformations éventuelles affectant la géométrie du réseau d'assainissement suite au comportement mécanique du sol environnant. Ces auscultations permettent de comparer la mesure du profil en long et du tracé en plan par rapport à une référence (issues du projet ou des auscultations effectuées précédemment) et cela permet donc, l'évaluation dimensionnelle des désordres.

Les principales techniques utilisées sont [5] :

- la profilométrie optique et laser, qui permet l'enregistrement des profils en temps réel
- la topographie, qui permet d'effectuer des mesures et représenter sur un plan ou une carte les détails visibles sur le terrain ;
- la mesure de convergence, qui consiste à effectuer des mesures de distance entre différents points de mesures ;
- la fissurométrie, qui permet le suivi et mesures de l'évolution de la fissuration ;
- l'inclinométrie, qui permet de contrôler la stabilité des sols et des ouvrages.

1.4.4. Auscultation Géophysique

Le radar est un appareil d'auscultation actuellement utilisé. Il peut apporter des informations essentielles pour connaître les paramètres de l'état physique des ouvrages et de leur environnement proche. Il repose sur le principe de la réflectométrie d'impulsion, et permet de caractériser la structure de l'ouvrage, la nature du sol encaissant, ainsi que la détection de :

- Sols décomprimés et zones d'entraînement de fines ;
- Cavités et poches d'eau ;
- L'évaluation des épaisseurs des différents matériaux (sol en place, remblais, structure...);
- Points durs, zones humides, fissurations ;

- Présence de réseaux et masses métalliques...

D'autres méthodes sont utilisées, il s'agit des méthodes électriques, qui consistent à la mesure de la résistivité des sols encaissants les ouvrages d'assainissement. Des informations sont obtenues à partir d'un dispositif de mesure multi-électrodes en courant continu ou alternatif et l'enregistrement des différences de potentiels

Ces mesures permettent de :

- Détecter la présence de cavités de grandes dimensions ;
- Détecter les différentes anomalies que peuvent présenter les terrains encaissants ;
- Détecter les désordres affectant l'ouvrage (fissures, vides...).

Sauf que la présence de masses métalliques et lignes électriques influençant le signal, rendent l'utilisation des méthodes électriques limitée en milieu urbain.

Dans le même genre, il existe l'utilisation de caméra infra-rouge.

1.4.5. Sondages carottés

Les sondages carottés sont des reconnaissances destructives. Cela consiste à percer le revêtement à l'aide d'un matériel spécialement adapté aux ouvrages souterrains. Ces sondages sont fortement recommandés pour l'étalonnage des reconnaissances non destructives, notamment le radar.

Les sondages carottés permettent d'examiner visuellement des échantillons de matériaux constitutifs des ouvrages, ainsi que l'utilisation de ces échantillons en vue d'essais au laboratoire (déterminations chimiques ou minéralogiques, essai de résistance...). Ces essais permettent alors de classer l'état structurel de la structure.

1.5 LES DIFFÉRENTES APPROCHES DE MODELISATION DE LA FISSURATION

En vue de d'anticiper l'apparition d'une fissuration, l'outil numérique prédictif semble le meilleur choix. En effet il permet quand il est performant de pouvoir dans la modélisation prédire par simulation l'endroit d'apparition et surtout l'évolution de la propagation de la fissuration. A cet effet plusieurs approches ont été développées. Principalement deux tendances émergent pour représenter la fissuration des structures : des approches décrivant

la rupture de manière continue (modèle d'endommagement, modèle élasto-plastique endommageable, ...) et ceux décrivant la rupture de manière discontinue (modèle de zone cohésive, la mécanique de rupture, ...). Une autre alternative est l'approche mixte qui permet de profiter des avantages de chaque approche.

1.5.1. La mécanique d'endommagement :

La mécanique de l'endommagement ne fait intervenir les microfissures qu'au travers d'un concept d'homogénéisation. En même temps, elle décrit leur évolution de façon macroscopique, tout en restant dans le cadre de la mécanique des milieux continus.

A partir des travaux de Kachanov [1] en 1958, qui a introduit une variable d'endommagement pour décrire la détérioration des matériaux par son effet sur les caractéristiques élastiques, sous sollicitation unidimensionnelle, cette notion par la suite été généralisée sur la base de la thermodynamique des processus irréversible (Lemaître et Chaboche [3]). Dans Lemaître et Chaboche [3], l'endommagement est représenté comme la conséquence d'une diminution de la section utile d'un volume élémentaire représentatif (VER) du matériau suffisamment grand pour qu'il puisse être considéré comme homogène et suffisamment petit pour qu'il puisse être considéré comme un point matériel. L'endommagement qui est décrit par une variable scalaire (endommagement isotrope), représente la diminution de la section utile par rapport à la section totale en un point de la structure et donc :

$$D = 1 - \frac{Su}{S} = \frac{S-Su}{S} = \frac{Sendo}{S} \quad (1.1)$$

Et par conséquent la contrainte s'écrit : $\sigma = (1 - D) \mathbb{C} : \varepsilon$ (1.2)

Avec \mathbb{C} le tenseur d'élasticité du matériau sain, σ et ε sont les tenseurs des contraintes et des déformations de ce matériau.

La valeur de la variable D varie entre 0 pour le matériau non endommagé et 1 lorsque celui-ci est complètement endommagé mais pour laquelle reste à postuler une loi d'évolution. Sur la base de cette théorie, de nombreux modèles ont été développés. Selon l'objectif à atteindre lors de la modélisation et lors de l'établissement des hypothèses.

La mécanique de l'endommagement est appropriée pour représenter l'initiation de la fissuration à partir de microfissures mais aussi d'autres modes de ruine comme le fluage, par exemple.

L'application des modèles continus décrivant le comportement de ce matériau lors de calculs par éléments finis se heurte en général à des difficultés de dépendance du maillage lors de la discrétisation. L'analyse devient de ce fait inobjective. Un des procédés adoptés pour éviter cette difficulté consiste en l'utilisation d'approches dites non-locales [4]. Le concept de non-localité a permis d'ouvrir une nouvelle voie pour le développement de ces modèles.

1.5.2. APPROCHES CONTINUES

Pour le béton la progression de l'endommagement due à des coalescences des microfissures, se traduit le plus souvent par un comportement non-linéaire adoucissant. Alors, les approches continues permettent une modélisation non-linéaire de ce matériau, ici les macro-fissures ne sont pas considérées comme des discontinuités mais des zones totalement dégradées et les dégradations sont prises en compte par l'intermédiaire de variables internes. Ces variables agissent sur les caractéristiques mécaniques et par conséquent, sur le comportement du matériau à l'échelle macroscopique.

1.5.3. APPROCHES DISCONTINUES

Au contraire de l'approche continue, l'approche discontinue suppose l'existence d'une ou plusieurs macro-fissures présentes dans le matériau de part et d'autre où les déplacements, déformations et contraintes sont discontinus. Parmi ces modèles on trouve la mécanique de rupture qui remonte aux travaux de Griffith [5] (1921), et les modèles dits cohésifs qui sont considérés comme une amélioration de la théorie de Griffith remontant aux travaux de Dugdale [6] (1960).

1.5.4. La mécanique de la rupture

D'un point de vue macroscopique, on distingue deux modes principaux de rupture :

la rupture plane correspond à une surface de rupture globalement perpendiculaire à la direction de la contrainte principale maximale, et la rupture inclinée qui est inclinée dans le sens transversal par rapport à la direction de propagation s'accompagne souvent de grandes déformations. La fissuration se manifeste par la séparation irréversible d'un milieu continu en deux parties, appelées lèvres de la fissure, ce qui introduit une discontinuité au sens des déplacements. Les mouvements possibles des lèvres de chaque fissure sont des combinaisons de trois modes indépendants :

Le mode I est le plus important parce qu'il contrôle souvent la rupture. Irwin et Williams [7,8]

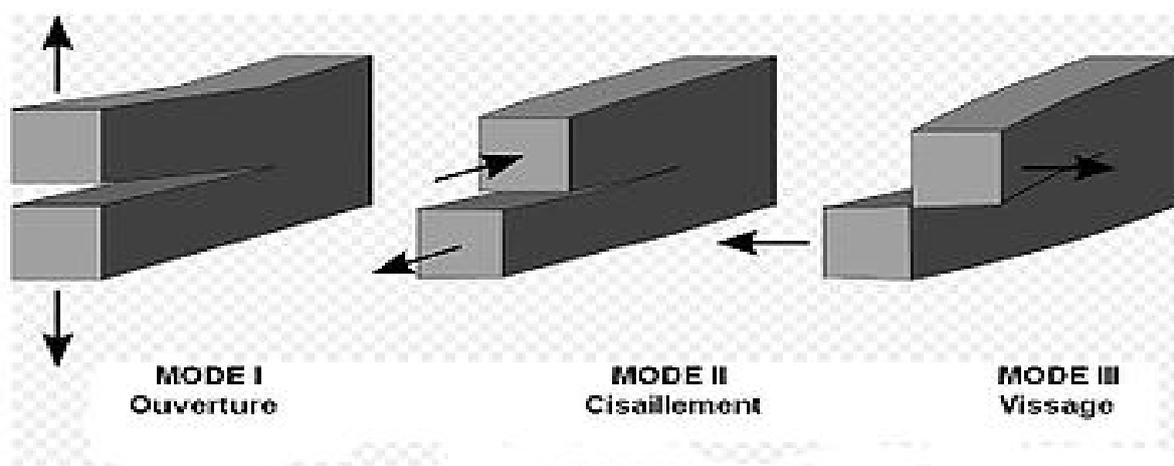


Fig1.1 Les trois modes fondamentaux de rupture.

Mode I : mode d'ouverture de la fissure, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont perpendiculaires à la direction de propagation.

Mode II : mode de cisaillement dans le plan, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles à la direction de propagation.

Mode III : mode de cisaillement hors du plan (anti-plan), où les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles fond de la fissure.

1.5.5. Approche d'intensité des contraintes

La solution de Westergaard-Irwin-Williams [7, 9] pour les contraintes et les déplacements au voisinage de la pointe de la fissure est donnée par :

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + \dots \quad (1.3)$$

Où σ_{ij} est le tenseur de contrainte, K est le facteur d'intensité de contrainte, Il dépend de la longueur de la fissure, de la géométrie et des forces appliquées, r est la distance radiale de la fissure, et f_{ij} est une fonction de θ , l'angle du plan de la fissure.

$$K_I = \sigma_{app} \sqrt{\pi a} \quad (1.4)$$

La figure 1.2 représente la variation de la contrainte devant la pointe de la fissure, la solution de Westergaard et al.[8] implique que les contraintes approchent l'infini si r tend vers zéro (la singularité), le facteur d'intensité de contrainte K est donc un constant qui permet de mesurer la singularité des contraintes à r et θ donnés.

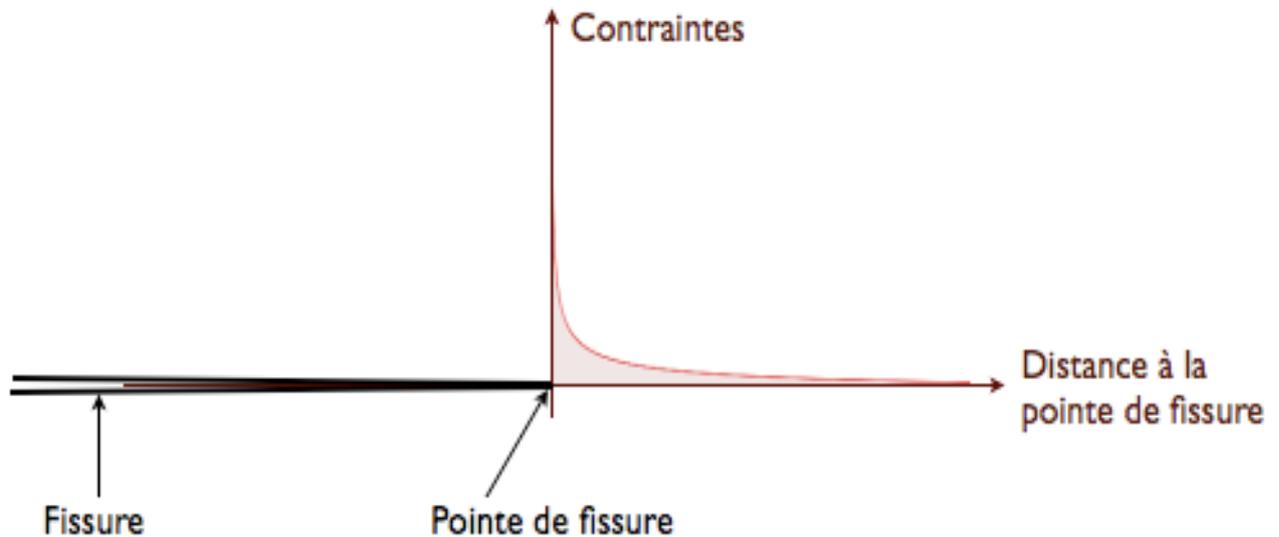


Fig.1.2. La variation de FIC.

La remarque la plus importante de l'analyse de Westergaard et al.[8, 6] c'est que toutes les neuf composantes du tenseur de contrainte, ainsi que toutes les composantes du tenseur des déformations, sont entièrement définies par un seul constant, K autrement dit, si K

est connu pour une situation donnée, toutes les contraintes et les déformations à la proximité de la pointe de la fissure peuvent être calculées à partir de l'équation (1.3).

1.5.6 Approche énergétique

La propagation de fissure est un phénomène d'énergie selon la théorie de Griffith [4]. L'énergie consommée c'est la différence entre l'état énergétique du système avant et après fissuration. Griffith [5] a postulé que c'était une caractéristique intrinsèque du matériau.

1.5.7. Le taux de restitution d'énergie

Noté G , le taux de restitution d'énergie [5] représente l'énergie nécessaire pour faire progresser la fissure d'une longueur unité, il correspond à la décroissance de l'énergie potentielle totale W_p pour passer d'une configuration initiale avec une longueur de fissure a à une autre où la fissure est propagée d'une longueur da :

$$\left\{ \begin{array}{l} G = \frac{\partial W_p}{\partial A} \quad (1.5) \\ W_p = W_e + W_{ext} \quad (1.6) \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} W_e = \int_{\Omega} \sigma : \varepsilon \quad (1.7) \\ W_{ext} = \int_{\Omega} f \cdot u \quad (1.8) \end{array} \right.$$

Où W_e représentent l'énergie de déformation élastique, W_{ext} l'énergie potentielle des forces extérieures f , et ∂A l'incrément de surface correspondant à l'extension de la fissure.

Irwin [7] a montré que les approches énergétiques et celles basées sur l'intensité de contrainte sont équivalentes, en utilisant le champ des contraintes dans la zone singulière et la loi de comportement élastique linéaire, il est possible de relier le taux de restitution d'énergie avec les

facteurs d'intensité de contrainte :

$$G = \frac{(K_I^2 + K_{II}^2)}{E'} \quad (1.9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E' = E \quad \text{en contrainte plane} \\ E' = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad \text{en déformation plane} \end{array} \right. \quad (1.10)$$

Où E est le module de Young et ν le coefficient de poisson. K_I et K_{II} sont les facteurs d'intensité de contrainte en mode mixte (I et II respectivement).

Toutes les analyses ci-dessus, pour la mécanique de la rupture ne sont strictement valables que pour des matériaux isotropes, qui se comportent d'une manière parfaitement linéaire élastique. Quand il y a une petite quantité de déformation plastique à la pointe de la fissure la mécanique linéaire de rupture (LEFM linear elastic fracture mechanics) donne une bonne approximation du comportement de ces matériaux.

1.6. L'intégrale de contour J

La singularité du champ des contraintes au voisinage de la pointe d'une fissure peut également être étudiée grâce à certaines intégrales de contour déduite de la loi de conservation de l'énergie Eshelby et al [10]. Ces intégrales ont la particularité d'être équivalentes au taux de restitution d'énergie, et d'être indépendantes du contour d'intégration choisi. Parmi les plus connus, on peut citer l'intégrale J de Rice [11].

Pour l'intégrale de Rice, on considère un milieu bidimensionnel fissuré, dont la fissure sera supposée rectiligne, le contour C est un contour ouvert (Fig.1.3), orienté dont les extrémités se trouvent sur les faces supérieure et inférieure de la fissure.

$$J = \int_r \left(W_e(\varepsilon)n_1 - \sigma_{ij}n_j \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) ds \quad (1.11)$$

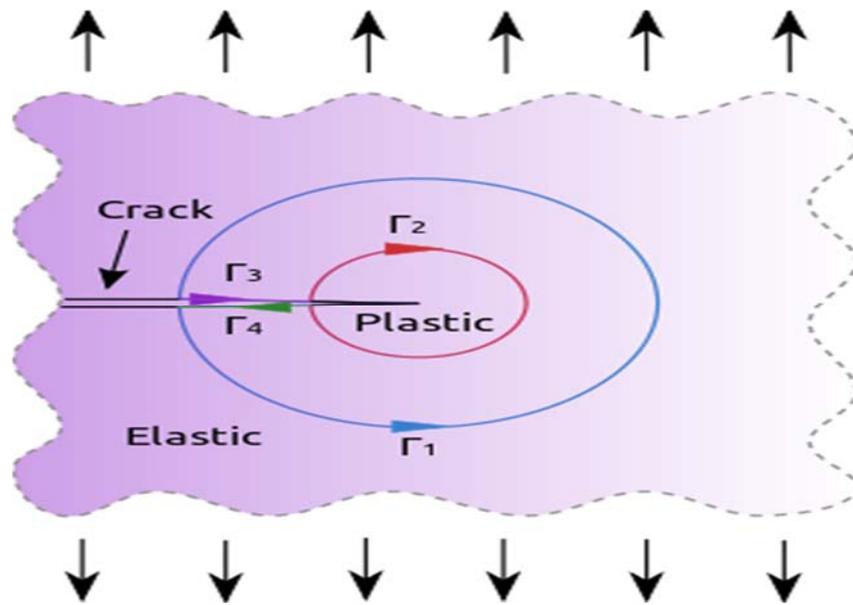


Fig.1.3 Contour-J d'intégration

Où W_e est la densité d'énergie de déformation élastique telle que $\sigma_{ij} = \frac{\partial W_e}{\partial \epsilon_{ij}}$, u est le vecteur déplacement en un point M du contour C avec la normale n tournée vers l'extérieur et σ représente le champ de contraintes.

L'intégrale-J représente le taux de décroissance de l'énergie potentielle (pour la LEFM) :

$$J = -\frac{\partial W_p}{\partial A} = G \quad (1.12)$$

1.7. MODÉLISATION NUMÉRIQUE DE LA FISSURATION

Le traitement et la modélisation de la fissuration a fait l'objet de plusieurs travaux spécifiques permettant de répondre aux deux difficultés posées par la propagation de fissure. La première, d'ordre technique, concerne les difficultés dues aux processus de maillage et de remaillage au cours de la propagation. Cette difficulté est induite par l'utilisation de la méthode des éléments finis qui reste aujourd'hui la méthode de simulation la plus répandue dans le milieu industriel. Elle provient du fait qu'une fissure ne peut se propager que le long des bords des éléments. En d'autres termes, le maillage doit être

conforme à la géométrie de la fissure. La deuxième difficulté concerne la description correcte des champs singuliers en pointe de fissure. Cette singularité est en effet difficile à représenter avec des éléments finis classiques. Néanmoins, les lois de propagation de fissure s'alimentent de données locales en pointe de fissure telles que les contraintes et les déformations pour prédire la direction de propagation. Mais malgré cela, et étant donné l'importance et la très large utilisation de la méthode des éléments finis, Les méthodes et approches qui sont utilisées pour l'analyse des fissures en sont issues. Il existe par ailleurs d'autres approches permettant de répondre à la question telle que la méthode des équations intégrales appliquée à la fissuration par (K, Hocine) en 1998 [12].

Globalement, 3 approches de philosophie différente sont présentées dans cette partie. La première approche est celle de Tong et Pian en 1973. Afin de mieux décrire la solution en pointe de fissure, ils proposent un élément fini hybride spécifique pour les problèmes plans de mécanique élastique linéaire de la rupture. Les deux autres approches sont basées sur un enrichissement de la cinématique du milieu continu qui permet d'introduire une discontinuité dans le champ de déplacement. Ainsi, la méthode de la partition de l'unité (PUM) introduite par Melenk et Babuska [13] propose une façon d'augmenter l'espace d'approximations de la solution et a donné lieu à la méthode des éléments finis étendus (X-FEM) Belytschko et Black 1999 [14], Moës et al. 1999 [15] et à celle des éléments finis généralisés (G-FEM) Strouboulis et al. 2000 - 2001. Enfin, l'approche des fortes discontinuités (SDA) Oliver et al [36] prend en compte un saut de déplacement au sein de chaque élément suivant le concept d'enhanced assumed strain [16].

1.8. MODÉLISATION de la FISSURATION par la MEF

La modélisation des discontinuités représente toujours un défi d'un point de vue numérique. Si on veut modéliser les fissures par la méthode des éléments finis classique (MEF), le maillage EF doit se conformer avec la géométrie de la fissure, de plus, afin de déterminer le vrai champ de contrainte et de déformation autour de la pointe de la fissure, on a besoin de raffiner le maillage dans cette zone. De nombreuses méthodes ont été proposées et développées pour surmonter cette difficulté :

1.8.1. Méthodes de remaillage

Une technique de remaillage est traditionnellement utilisée pour modéliser la fissuration dans le cadre de la méthode des éléments finis standard (Swenson et Ingraffea 1988 [17]), lorsque un remaillage se fait au voisinage de la fissure pour aligner les bords de l'élément avec les lèvres de la fissure, cela devient assez lourd dans le cas d'une évolution quasi-statique ou bien une propagation dynamique des fissures, où à chaque fois on a un nouveau maillage, alors tous les calculs doivent être répétés plusieurs fois, ces algorithmes de remaillage sont souvent complexes et délicats à mettre en œuvre.

1.8.2. Modèles de zones cohésives

Les modèles cohésifs ont d'abord été utilisés pour étendre la compréhension des processus de rupture. Ainsi ils ont été introduits par Dugdale [5] (description de la plasticité à proximité de la pointe de fissure (plasticité parfaite)) et par Barenblatt [18] (loi Traction vs. Ouverture pour la décohésion des réseaux atomiques) afin de caractériser les champs de contraintes et de déformations en pointe de fissure dans les solides élastiques linéaires. Hillerborg [19] fut le premier à proposer plusieurs formes de loi cohésive et à en étudier l'influence sur les résultats de calcul par éléments finis.

Les modèles de zone cohésive (CZM pour cohesive zone models) peuvent être considérés comme une amélioration de la théorie de Griffith (mécanique linéaire de la rupture) quant à son incapacité à décrire d'une part l'initiation de fissures (en l'absence de fortes singularités géométriques), et d'autre part à prendre en compte la présence des zones de microfissurations qui se développent en amont de la pointe de fissure. En effet dans le cas des matériaux quasi-fragiles comme le béton, cette zone (encore appelée fracture process zone) dans laquelle le matériau subit des dommages adoucissants, a une taille non négligeable par rapport aux dimensions de la structure considérée.

Les modèles cohésifs reposent sur l'hypothèse que la zone de microfissuration peut être décrite comme une interface fictive le long de laquelle le champ de déplacement peut admettre des discontinuités, tout en continuant à transmettre des efforts. Cette zone cohésive constitue alors une zone de transition entre le matériau sain et le matériau rompu (Fig.1.4).

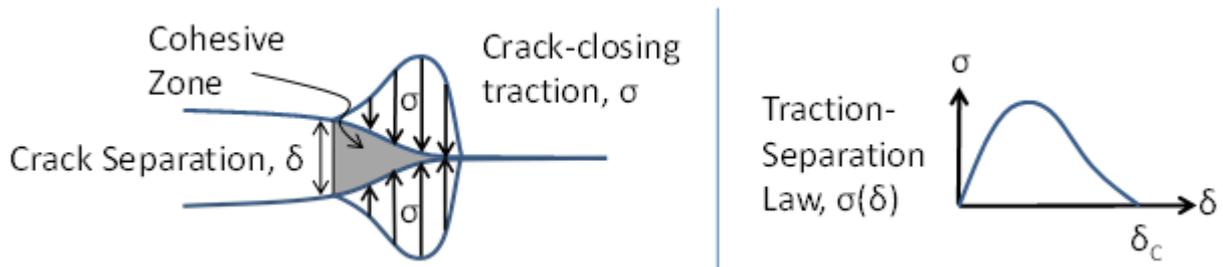


Fig.1.4. Représentation de la zone cohésive.

Parmi les modèles proposés, le modèle de Hillerborg et al [20], est le plus utilisé. Ce modèle prend en compte l'énergie dissipée par microfissuration au voisinage de la pointe de fissure. Nous en donnons une brève description dans ce qui suit.

Considérons une éprouvette soumise à la traction simple. Lors de la phase du début du chargement, le comportement est presque linéaire jusqu'à la résistance maximale f_t . Dans cette phase, les contraintes et les déformations sont uniformes dans l'éprouvette. La relation charge-déplacement peut donc être représentée par une courbe contrainte-déformation. Lors de la phase adoucissante, les déformations se localisent dans une zone où apparaissent les microfissures et dans laquelle se développera la fissure. La relation charge-déplacement peut être représentée par une relation entre la contrainte et l'ouverture de la fissure.

1.9. Propagation des fissures

Afin de prévoir le comportement du matériau fissuré, il reste à postuler une loi d'évolution pour la propagation de la fissure, tout comme il est nécessaire de postuler une loi d'évolution pour la variable d'endommagement D en mécanique de l'endommagement. Pour la mécanique de rupture, l'approche est toute différente de la mécanique de l'endommagement qui est continue et où la non-linéarité vient plus simplement de la dépendance de la loi d'évolution de D des déplacements et contraintes. Le modèle le plus commun pour la rupture instable est simplement de postuler qu'elle se produit quand le facteur d'intensité de contrainte k dépasse une certaine valeur critique k appelée ténacité (valeur expérimentale), qui dépend du matériau et de l'environnement.

Pour le cas ou le matériau est chargé en mode I, la propagation suit l'axe de la fissure. Alors que pour un chargement en mode mixte (mode I et mode II par exemple) en plus d'un critère de propagation de fissure il est nécessaire de déterminer la direction de propagation. Plusieurs critères sont proposés pour déterminer cette direction comme le critère de la contrainte circonférentielle maximale Erdogan et Sih [21]. Le principe de cette méthode dit que la fissure se propage dans la direction ou la contrainte tangentielle égale à Zéro.

La contrainte tangentielle au voisinage de la pointe de la fissure s'écrit comme suit :

$$\sigma_{r\theta} = \frac{k_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left[\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] + \frac{k_{II}}{4\sqrt{2\pi r}} \left[\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + 3 \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \quad (1.13)$$

Si on pose que $\sigma_{r\theta}=0$ on peut écrire :

$$\theta_c = 2 \arctan \frac{1}{4} \left(\frac{k_I}{k_{II}} + \sqrt{\frac{k_I}{k_{II}} + 8} \right) \quad (1.14)$$

θ_c C'est l'angle de la propagation de la fissure dans les coordonnées locales de la pointe de la fissure k_I Et k_{II} sont les facteurs d'intensité des contraintes en mod I et mode II respectivement.

Pour la modélisation par zone cohésive (MZC), deux approches peuvent être utilisées pour évaluer la propagation de la fissure. La première approche permet de mesurer la contrainte principale à la pointe de la fissure, La propagation de la fissure se passe alors quand la contrainte principale atteint la résistance à la traction du matériau. La deuxième approche consiste à utiliser un critère qui évalue le facteur d'intensité de contrainte pour le mode I (k_I), la fissure se propage alors dans les conditions de chargement qui fait k_{II} zéro à la pointe de la fissure [22].

1.10. Méthode d'élimination d'éléments

La méthode de l'élimination d'éléments est l'une des méthodes les plus simples pour simuler les problèmes de propagation des fissures. Dans cette méthode, les discontinuités ne sont pas modélisées explicitement, mais on attribue une valeur proche de zéro au module de Young des éléments satisfaisant un critère de rupture donné. Cette méthode dépend fortement de la taille de maillage (Beissel et al. [23], Song et al. [24]).

1.11. Méthode sans maillage

Afin d'améliorer les solutions fournies par la méthode des éléments finis, une méthode numérique appelée méthode sans maillage a été développée [25], Elle est basée sur la résolution de la forme faible des équations aux dérivées partielles par une méthode de Galerkin comme en éléments finis mais par contre l'approximation du champ de déplacement qui est construite pour être introduite dans la forme faible ne nécessite pas de maillage. Seul un ensemble de nœuds est réparti dans le domaine et l'approximation du champ de déplacement en un point ne dépend que de la distance de ce point par rapport aux nœuds qui l'entourent et non de l'appartenance à un certain élément fini. En mécanique de la rupture, la fissure se propage parmi cet ensemble de nœuds et la présence d'une fissure est simplement prise en compte en diminuant le poids que possède un nœud sur l'approximation du déplacement en un certain point si la ligne joignant ce nœud et ce point est coupée par la fissure.

1.12. Méthodes basées sur la partition de l'unité :

La partition de l'unité (PUM)

Le concept de partition de l'unité (Partition of Unity Method) a été introduit par Babuska et Melenk (26). Les auteurs cherchent à améliorer la qualité de la solution fournie par la méthode des éléments finis non pas en raffinant le maillage, mais en injectant dans la base de fonctions utilisée pour approximer le problème, des fonctions à priori proches de la solution attendue. Cette méthode s'applique donc particulièrement bien à tout problème présentant une singularité ou une couche limite dans sa solution.

Mathématiquement, une partition de l'unité de l'espace Ω est un ensemble de fonctions $\{N_i\}$ qui vérifie notamment la propriété essentielle rappelée par l'équation (1.15):

$$\sum_i N_i(x) = 1 \quad \forall x \in \Omega \quad (1.15)$$

Si $\{\Phi_{i,p}\}$ constitue une base de fonctions dont on espère être une bonne approximation locale, on peut construire et ajouter à l'approximation l'ensemble de fonctions $\{N_i \Phi_{i,p}\}$. Il faut toutefois être prudent car rien ne garantit que cet ensemble de fonctions soit une base, et l'existence de deux fonctions trop proches peut conduire à un mauvais conditionnement de la matrice à résoudre. Si cet ensemble constitue une base de fonctions indépendantes, alors on peut enrichir l'approximation de la manière suivante :

$$U(x) = \sum_i N_i(x) u_i + \sum_{i,p} N_i(x) \Phi_{i,p}(x) a_{i,p} \quad (1.16)$$

Cette équation (1.16) permet de se rendre compte que la fonction $\Phi(x)$ peut être exactement représentée grâce à la présence de la base de fonctions enrichis.

En pratique et pour des raisons de coût de calculs, on limite l'introduction de fonctions de la base d'enrichissement aux sous-domaines Ω_i , $i \in I_\phi$ où cela est nécessaire. I_ϕ représente par exemple l'ensemble des nœuds des éléments appartenant à la zone que l'on souhaite enrichir. Ainsi on crée une couche d'éléments de transition pour lesquels une partie seulement des nœuds est enrichie et qui ne vérifie donc plus vraiment la propriété de partition de l'unité. Chessa démontre que le traitement de cette zone de transition a des conséquences sur l'ordre de convergence de la méthode. L'auteur propose de masquer l'influence des fonctions d'enrichissement en éliminant les termes indésirables introduit par les fonctions d'enrichissement dans cette couche d'éléments de transition. Farhat propose également un moyen de s'affranchir de cette zone de transition. L'auteur sépare l'espace enrichi du reste du domaine et impose la continuité des champs aux frontières entre ces deux sous-domaines avec des multiplicateurs de Lagrange.

Conclusion

Cette étude bibliographique permet de fixer le cadre dans lequel s'inscrit notre sujet de mémoire. D'un point de vue historique, le développement de la mécanique de la rupture et les travaux suivis à l'issue de chaque période.

D'un point de vue théorique, nous avons pris une généralité sur les ruptures par fissuration, ensuite une définition sur la rupture par fissuration, les deux types de fissure et les deux modèles pour décrire la fissuration des structures et enfin les modes élémentaires (mode I, mode II et mode III) de la fissuration.

D'autre part, pour la modélisation des structures fissurées il est indispensable de discuter le côté numérique et les différentes méthodes déjà implémentées pour ce type d'analyse. Il y a plusieurs méthodes qui traitent la fissuration des structures, classées en deux groupes. Le premier groupe expose les méthodes classiques basées sur la méthode des éléments finis FEM qui contient le relâchement des nœuds, les méthodes de remaillage, l'élimination d'éléments et des méthodes des éléments cohésifs. Le deuxième groupe qui présente les méthodes basées sur la partition de l'unité PU FEM qui conduit à la méthode des éléments finis étendus X-FEM très utilisée actuellement pour l'analyse de la fissuration.

Chapitre 2 :

Méthode numérique pour l'analyse de la fissure

Introduction

Dans ce chapitre nous présentons les 2 approches numériques utilisées pour analyser une fissure : la FEM et la XFEM ainsi que leurs avantages et leurs inconvénients.

la MEF est apparue en premier et elle se base sur l'interpolation d'un champ de déplacement ou de force pour transformer un milieu continu en milieu discret par sous domaine ou élément fini. La partition du domaine en sous domaine de plus en plus serré permettait d'arriver à une solution acceptable. Elle a été utilisée en premier pour analyser la fissuration avec quelques difficultés. La 2eme méthode appelée éléments finis étendus (XFEM) basée comme son nom l'indique essentielle sur une modification de la MEF consistant à utiliser un enrichissement de la cinématique du milieu continu (des fonction de formes). Elle a permis de combler l'insuffisance de la MEF à analyser la propagation de la fissuration.

2.1. METHODE DES ELEMENT FINIS (MEF) :

La Méthode des Elément Finis, MEF (ou FEM ; Finite Element Method) est une technique numérique utilisée pour trouver des solutions numérique d'équations différentielles. Des difficultés surgissent en utilisant le MEF classique pour analyser la mécanique de rupture. En effet avec la MEF un maillage présentant une discontinuité dans la maille, exige qu'une nouvelle maille assure que les bords d'élément s'alignent sur la discontinuité [Abdelaziz et Hamouine, 2008]. Ainsi le processus devient est laborieux et difficile à gérer [Zienkiewicz et d'autres, 2005].

2.2 La modélisation des structures fissurées :

La méthode des Éléments Finis a été utilisée sous de nombreuses formes en mécanique de la rupture. Un des problèmes dans la modélisation des structures fissurées est la description géométrique de la fissure ; Dans le cadre de la méthode des Éléments Finis, elle est décrite explicitement et fait partie intégrante des frontières du maillage.

Suivant le type de fissure que l'on cherche à étudier, diverses solutions sont envisageables.

2.3 Modélisation des fissures par la méthode des éléments finis :

Avec cette méthode, le maillage doit tenir compte de la fissure : celle-ci doit être positionnée sur des interfaces entre les mailles, et le fond de fissure sur un nœud du maillage. Au voisinage du fond de fissure, la mécanique de la rupture prédit que le champ de contrainte tend vers l'infini. Cette description est peut-être discutable physiquement, mais mathématiquement cela implique que le déplacement devient singulier près du fond de fissure.

Le taux de convergence d'une méthode numérique dépend principalement du degré des fonctions de forme utilisées et de la régularité de la solution exacte. Signalons que la présence de cette singularité empêche généralement que le taux de convergence optimal de l'élément fini soit atteint. Par exemple, en élasticité bidimensionnelle, avec des éléments finis, une solution suffisamment régulière permet d'obtenir une erreur en norme de l'énergie homogène à $O(h)$ (où h désigne le pas de maillage). La présence d'une fissure fait descendre ce taux à $O(\sqrt{h})$.

Afin de représenter cette singularité le plus précisément possible, il faut raffiner le maillage autour du fond de fissure, ou utiliser un élément spécifique. Pour la deuxième alternative, l'élément de Barsoum (27) est considéré comme une bonne méthode. Il s'agit de construire une "boîte à fissure", constituée d'un carré contenant 8 éléments triangulaires ayant chacun une pointe sur le fond de fissure voir Fig.2.1. Sur ces triangles,

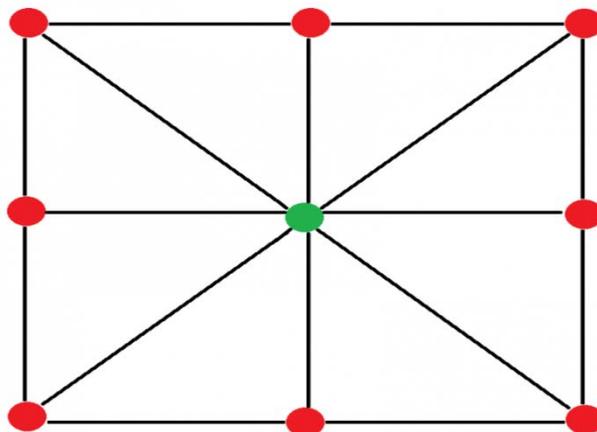


Fig. 2.1- Boîte à fissure : les 8 éléments ont un sommet sur le fond de fissure.

Dans un deuxième temps, le déplacement du domaine est calculé, et le taux de restitution d'énergie est déduit, en général au moyen d'un post-traitement. Si celui-ci dépasse l'énergie de cohésion, et que la fissure doit être propagée, alors cette opération est simulée de manière itérative.

Une loi de propagation indique de quelle longueur on prolonge la fissure (il peut aussi être question d'un changement de direction). Il faut ensuite recalculer le taux de restitution d'énergie. Ce qui nécessite de remailler le domaine, et de mettre à jour le raffinement près du fond de fissure ou les éléments spécifiques de fond de fissure. Cette opération de remaillage est coûteuse, et pas toujours facile à maîtriser. Ensuite, il faut recalculer le déplacement, puis le taux de restitution d'énergie. Tant qu'il est supérieur à l'énergie de cohésion on répète cette procédure.

2.4 Formulation de la méthode des éléments finis à la présence d'une fissure (cas de dédoublement des nœuds) :

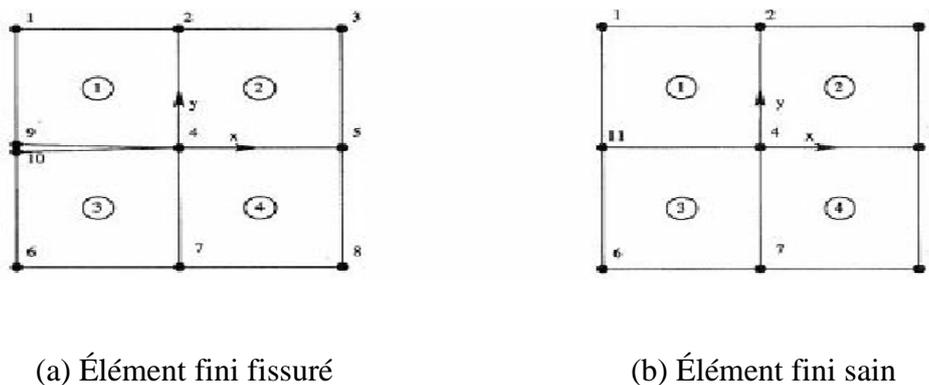


Fig. 2.2: Représentation des maillages avec et sans fissure

L'approximation élément fini associée au maillage de la figure 3 est :

$$U = \sum_{i=1}^{10} N_i U_i \quad (2.1)$$

Où les U_i sont les déplacements aux nœuds i et les N_i sont les fonctions de forme associées aux mêmes nœuds. On peut définir deux variables a et b par :

$$a = \frac{u_9 + u_{10}}{2} \quad (2.2)$$

$$b = \frac{u_9 - u_{10}}{2} \quad (2.3)$$

Qui représentent en fait la valeur moyenne et l'écart par rapport à cette valeur moyenne des déplacements u_9 et u_{10} de part et d'autre de la discontinuité. En faisant de même pour deux autres variables c et d relatives aux déplacements verticaux, nous pouvons exprimer u_9 , u_{10} et v_9 , v_{10} en fonction de a , b , c et d tel que :

$$u_9 = a + b \quad (2.4)$$

$$u_{10} = a - b \quad (2.5)$$

$$v_9 = c + d \quad (2.6)$$

$$v_{10} = c - d \quad (2.7)$$

Ensuite en remplaçant u_9 , u_{10} et v_9 , v_{10} en termes de a , b , c , d dans l'approximation éléments finis, on obtient :

$$u = \sum_{i=1}^8 u_i N_i + N_9(a + b) + N_{10}(a - b) \quad (2.8)$$

$$v = \sum_{i=1}^8 v_i N_i + N_9(c + d) + N_{10}(c - d) \quad (2.9)$$

Si on introduit une fonction de Heaviside telle que :

$$H(x, y) = \begin{cases} +1 & \text{pour } y > 0 \\ -1 & \text{pour } y < 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

On peut alors écrire :

$$u = \sum_{i=1}^8 u_i N_i + N_9(a + Hb) + N_{10}(a - Hb) \quad (2.11)$$

$$v = \sum_{i=1}^8 v_i N_i + N_9(c + Hd) + N_{10}(c - Hd) \quad (2.12)$$

Puisque la fonction de Heaviside sera positive pour les fonctions de forme situées dans les quadrants des y positifs, ce qui est le cas de la fonction de forme N_9 .

Ensuite, en regroupant les termes a , c , Hb et Hd on a :

$$u = \sum_{i=1}^8 u_i N_i + a(N_9 + N_{10}) + Hb(N_9 - N_{10}) \quad (2.13)$$

$$v = \sum_{i=1}^8 v_i N_i + c(N_9 + N_{10}) + Hd(N_9 - N_{10}) \quad (2.14)$$

Si l'on regarde maintenant de plus près l'allure des fonctions de forme aux nœuds 9 et 10, ainsi qu'aux nœuds 11 dans le cas du modèle sans fissure, on remarque une

chose intéressante : la fonction de forme N_{11} peut être remplacée par la somme des fonctions de forme N_9 et N_{10} du modèle "sain". On a alors comme expression pour les déplacements :

$$u = \sum_{i=1}^8 u_i N_i + u_{11} N_{11} + Hb N_{11} \quad (2.15)$$

$$v = \sum_{i=1}^8 v_i N_i + v_{11} N_{11} + H d N_{11} \quad (2.16)$$

Ou encore sous forme compacte :

$$u = \sum_{i \in I} u_i N_i(x) + \sum_{i \in L} H(x) a_i N_i(x) \quad (2.17)$$

Où I est l'ensemble des nœuds du domaine, et L l'ensemble des nœuds à enrichir le long de la discontinuité.

Cette forme est très proche de celle que l'on aurait prise pour étudier le modèle "sain".

La seule différence est l'ajout d'un degré de liberté en plus par dimension. C'est d'ailleurs ce degré de liberté qui par la suite permettra de prendre en compte la discontinuité dans le champ de déplacement.

2.5 La défaillance de la méthode des éléments finis standards dans le calcul des matériaux fissurés :

D'autre part, Pour le calcul numérique [28] de propagation de fissures, la méthode des éléments finis standard souffre de plusieurs défauts :

Le Problème de mise en œuvre, Le calcul par éléments finis d'un domaine fissuré nécessite un maillage conforme : la fissure doit être localisée sur les interfaces des éléments, et le fond de fissure doit coïncider avec un nœud du maillage. De plus, au niveau pratique, il faut raffiner le maillage près du fond de fissure afin de représenter correctement la singularité (à cause du taux de convergence en \sqrt{h}).

La simulation d'une propagation de fissure étant itérative, après une modification de la fissure il est nécessaire de remailler le domaine, ce qui est une opération coûteuse en temps de calcul et peut poser des problèmes de précision numérique.

– problème de précision : en raison de la singularité en fond de fissure, le taux de convergence n'est pas optimal.

Contraintes au niveau du maillage : celui-ci doit être conforme à la fissure, qui doit ainsi coïncider avec les interfaces entre les mailles. Le fond de fissure doit être situé sur un nœud du maillage.

Au niveau pratique, ces inconvénients conduisent les utilisateurs de la MEF à devoir définir des maillages très raffinés près du fond de fissure, afin de représenter la singularité le plus fidèlement possible. En cas de prolongement de la fissure, il faut alors mettre à jour le maillage, ce qui est une procédure lourde.

La méthode des éléments finis n'est donc pas bien adaptée à la modélisation de la propagation de fissure, puisque sa mise en œuvre nécessite des opérations de remaillage et de raffinement de maillage assez lourdes, qui peuvent être difficiles à maîtriser (le maillage automatique de domaines bidimensionnel complexes n'est pas évident).

2.6 METHODE DES ELEMENTS FINIS ETENDUS MEF-X : (extended finite element method : XFEM)

La méthode des éléments finis étendue, désignée par le sigle XFEM (Extended finite element method) développée par Moës & co. [22], permet de s'affranchir des contraintes liées à la méthode des éléments finis concernant la modélisation des fissures. En effet, dans cette méthode, la fissure est représentée indépendamment du maillage, par une représentation explicite.

Le domaine est donc maillé sans tenir compte de la fissure, qui est indépendante du maillage. On définit d'abord une méthode d'éléments finis classique sur le maillage. Sur les éléments touchés par la fissure, la base élément fini reçoit des degrés de liberté spécifiques pour représenter les effets de la fissure :

- le long de la fissure, pour représenter la séparation du matériau, on multiplie les fonctions de forme classiques par une fonction de Heaviside.
- Sur l'élément contenant le fond de fissure, les fonctions de forme classique sont multipliées par les singularités du modèle.

Signalons qu'un élément indispensable de la méthode XFEM est une connaissance précise et à priori des singularités du modèle résolu.

L'introduction de la singularité exacte permet d'éviter de raffiner près du fond de fissure. De plus, en cas de propagation, il n'est pas nécessaire de remailler le domaine, car le maillage n'est pas modifié : seuls les degrés de liberté spécifiques qui représentent la fissure et ses effets doivent être mis à jour.

Basée sur le concept de partition de l'unité présenté au paragraphe précédent, la méthode des éléments finis étendus est une idée originale de Moës et Black Belytschko T (14). Les champs asymptotiques solutions du problème d'une fissure dans un milieu élastique sont connus (2.18), et peuvent être exprimés comme une combinaison linéaire de la base F_j donnée par l'équation (2.19).

$$\begin{cases} U_1(x) = \frac{1}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[K_I \cos \frac{\theta}{2} (k - \cos \theta) + K_{II} \sin \frac{\theta}{2} (k - 2 + \cos \theta) \right] \\ U_2(x) = \frac{1}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[K_I \sin \frac{\theta}{2} (k - \cos \theta) + K_{II} \cos \frac{\theta}{2} (k - 2 + \cos \theta) \right] \\ U_3(x) = \frac{1}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} K_{III} \sin \frac{\theta}{2} \end{cases} \quad (2.18)$$

La constante de Kosovo est donnée par: $k = \begin{cases} 3 - 4\nu & \text{en déformation plane} \\ \frac{3-\nu}{1+\nu} & \text{en contrainte plane} \end{cases}$

$$U_i(x) = \sum_j F_j(x) u_{ij} \quad \text{ou} \quad F_j(x) = \sqrt{r} \begin{cases} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta) \\ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta) \end{cases} \quad (2.19)$$

Grâce à la méthode de partition de l'unité, ces enrichissements sont ajoutés au Champ de déplacement.

Ensuite, Moës et al (10) éliminent complètement les opérations de remaillage en ajoutant une fonction discontinue dans la base d'enrichissement (cf.équation (1.5)). Ainsi, le remaillage ne représente plus une contrainte lors de la modélisation par éléments fini de propagation de fissures.

$$H(x) = \begin{cases} +1 & \text{si } \phi > 0 \\ -1 & \text{si } \phi < 0 \end{cases} \quad (2.20)$$

Où Φ représente la seconde coordonnée du repère local attaché à la pointe de fissure. La généralisation de ce repère local est réalisée par Stolarska et al (29) en utilisant un couple de fonctions de niveau (Φ, Ψ) qui définissent implicitement la position du plan et du front de fissure comme cela est illustré par la Fig. 2.3 Gravouil et al (30) généralisent l'utilisation des fonctions de niveau au cas tridimensionnel et donnent un schéma numérique pour actualiser les fonctions de niveau basé sur la résolution d'équations de type Hamilton-Jacobi (cf. "Level Set method" de Sethian (31)).

L'enrichissement du champ de déplacement est réalisé de manière locale selon la position de l'élément par rapport au plan et au front de fissure, c'est à dire selon les valeurs des fonctions de niveau.

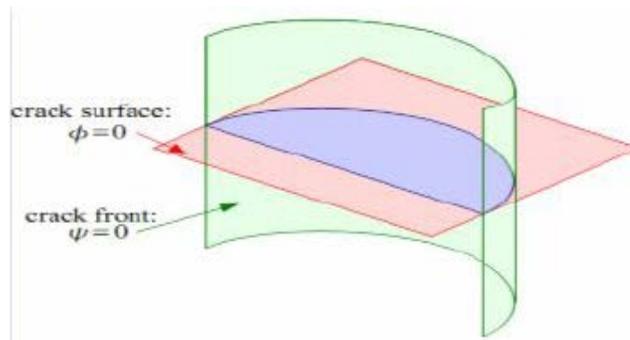
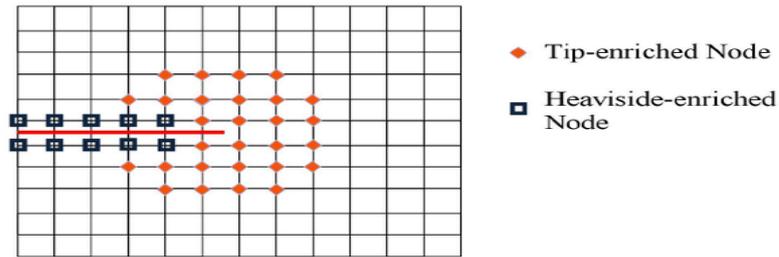


Fig. (2.3) Définition de la géométrie de la fissure depuis le couple de fonction de niveau.

La stratégie d'enrichissement peut être résumée par l'équation (2.21) et la Fig. 2.4

$$U(x) \cong \sum_i N_i(x) \cdot \left(u_i + H(x_i) \cdot a_i + \left(\sum_{k=1, \dots, 4} F_k(x_i) \cdot b_{i,k} \right) \right) \quad (2.21)$$

$$\text{soit } U(x) \cong \sum_i N_i(x) \cdot q_i \quad \text{ou } N_i = \{N_i, N_i H, N_i F_k\}$$



(2.4) Stratégie d'enrichissement des nœuds.

On remarque sur la Figure (2.4) que les nœuds de l'élément contenant la pointe de fissure ne sont pas enrichis par la fonction discontinue H . Cela n'empêche pas l'ouverture de cet élément puisque la fonction F_j présente une discontinuité entre $-\pi$ et π

On propose d'utiliser la méthode X-FEM [Belytschko et Black 1999 (14)] comme technique d'enrichissement local pour décrire la fissure à une échelle fine. La méthode permet de décrire correctement la solution singulière en pointe de fissure. L'introduction d'une fonction d'enrichissement discontinue autorise au maillage de ne plus être conforme à la géométrie de la fissure

2.6.1 Modélisation d'une fissure selon la X-FEM

Pour représenter une fissure, deux types de fonctions d'enrichissement sont utilisés pour modéliser d'une part la discontinuité du déplacement le long de la fissure et d'autre part, la solution en pointe de fissure.

Le champ de déplacement U est alors cherché sous la forme :

$$U(x) = \underbrace{\sum_{i \in N} N_i(x) u_i}_{\substack{\text{Approximation} \\ \text{classique élément} \\ \text{finis}}} + \underbrace{\sum_{i \in N_d} N_i(x) H(x) a_i}_{\substack{\text{Enrichissements} \\ \text{discontinus}}} + \underbrace{\sum_{i \in N_p} N_i(x) \left(\sum_{j=1}^4 F_j(x) b_i^j \right)}_{\substack{\text{Enrichissements} \\ \text{singulier}}} \quad (2.22)$$

Où

- N est l'ensemble des nœuds du maillage ;
- u_i est le degré de liberté classique au nœud i ;
- $N_i(x)$ sont les fonctions de forme éléments finis classique associée au nœud i ;

- $N_d \subset N$ est l'ensemble des nœuds enrichis par la discontinuité et les coefficients a_i sont les degrés de liberté correspondants. Un nœud appartient à N_d si son support est coupé par la fissure mais ne contient aucune de ses pointes. Ces nœuds sont entourés d'un carré sur la figure 2.5
- $N_p \subset N$ est l'ensemble des nœuds à enrichir pour modéliser le fond de fissure et les coefficients b_i sont les degrés de liberté correspondants. Un nœud appartient à N_p si son support contient la pointe de fissure. Ces nœuds sont entourés d'un triangle sur la figure 2.5.

Les fonctions F_j permettent de représenter les solutions asymptotiques en pointe de fissure. Elles valent en élasticité

$$\{F_j(x)\} = \left\{ \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \sin \theta, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta \right\} \dots \dots \dots (2.23)$$

Où (r, θ) sont les coordonnées polaires dans les axes locaux en fond de fissure (Figure 3.10). On remarquera que, parmi ces fonctions F_j , seule la fonction $\sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2}$ est discontinue. En accord avec Moës et al. (1999), on a :

$$H(x) = \begin{cases} +1 & \text{si } x \text{ est au dessus de la fissure} \\ -1 & \text{si } x \text{ est en dessous de la fissure} \end{cases}$$

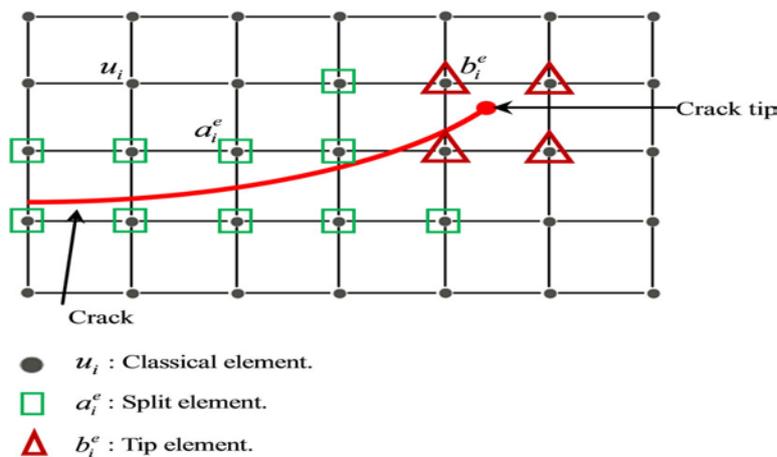


Fig.2.5 Fissure placée sur un maillage uniforme. Les nœuds entourés d'un carré sont enrichis par la discontinuité et les nœuds entourés d'un triangle sont enrichis par les bases de fonctions asymptotiques en pointe de fissure

On remarquera que cet enrichissement opéré suivant la méthode de la partition de l'unité est très local et ne concerne qu'un petit nombre de nœuds et un petit nombre de patches. Aussi si l'on souhaite que l'enrichissement soit efficace, la taille de cette zone enrichie doit être pertinente.

2.6.2. Les difficultés techniques de mise en œuvre

Les méthodes d'enrichissement basées sur la PUM donnent lieu à plusieurs difficultés en ce qui concerne leur implémentation. La grande flexibilité offerte par la X-FEM (le maillage n'a pas besoin de respecter la position de la fissure) a un prix qui se paie dans sa mise en œuvre.

2.6.3 Description de la fissure

Dans une approche éléments finis classique, la position des fissures est décrite par un ensemble de faces d'éléments. Dans l'approche X-FEM, elle est indépendante de la topologie du maillage et doit donc être fournie à part. En 2D, une fissure peut être représentée par une succession de segments de droite (Belytschko et Black 1999, Moës et al. 1999, Dolbow et al. 2000a) (14) (33) (32). Il faut noter que la seule opération où la représentation de la fissure intervient dans la X-FEM est l'évaluation des fonctions d'enrichissement $\{F_j(x)\}$ et $H(x)$. En un point d'intégration, il faut savoir si l'on se trouve d'un côté ou de l'autre de la fissure et connaître les coordonnées polaires (r, θ) de ce point dans les axes locaux en pointe de fissure. Ces évaluations peuvent se révéler ardues à implémenter et lentes si la géométrie de la fissure est complexe.

2.6.4 Intégration numérique

Sur les éléments finis coupés par une fissure, des fonctions discontinues doivent être intégrées. Afin de permettre l'intégration de part et d'autre de la fissure, on peut

proposer un découpage de ces éléments en sous-éléments (triangles en 2D et tétraèdres en 3D). La figure 2.6 montre un exemple d'une telle décomposition en 2D. Sur les sous triangles, en 2D, 3 points de Gauss sont utilisés. Insistons sur le fait que ces sous-éléments créés n'apportent aucun nouveau degré de liberté. Leur seule raison d'être est l'intégration.

Fig.2.6 Intégration numérique prenant en compte une fissure avec la X-FEM.

Les éléments coupés par la fissure sont décomposés en sous-triangles sur lesquels une intégration à 3 points de Gauss est utilisée. Pour les éléments quadrangulaires qui ne sont pas coupés par la fissure mais dont au moins un des degrés de liberté est enrichi par les fonctions asymptotiques ($i \in N_p$), une intégration à 16 points est effectuée.

Sur les éléments qui ne sont pas coupés par la fissure mais dont au moins un des degrés de liberté est enrichi par les fonctions asymptotiques F_j en fond de fissure présentant la singularité en \sqrt{r} , un nombre élevé de points de Gauss est utilisé : 12 pour les triangles, 16 pour les quadrilatères.

Enfin, sur les éléments non coupés par la fissure et pour lesquels tous les degrés de liberté sont classiques, le nombre de points de Gauss utilisé est standard : pour des éléments du premier degré, on prend 1 point pour les triangles, 4 pour les quadrilatères.

Conclusion :

Des deux méthodes présentées pour l'analyse de la propagation des fissures, la méthode XFEM semble être de loin la plus performante. Dans le cadre de ce travail qui est et reste une formation à la recherche, nous nous sommes donné deux objectifs. Un but initial de programmer cette méthode afin pouvoir la maîtriser et ensuite à tester ses performances en utilisant des programmes commerciaux ou cette approche est implémentée. La première partie concernant la programmation de cette méthode dans un but de formation n'a pas pu être réalisée car elle s'est avérée plus complexe et donc nécessitant beaucoup plus de temps que celui

Chapitre2 : Méthode numérique pour l'analyse de la fissure

prévue pour terminer dans les délais. Donc nous nous sommes concentré dans ce travail sur l'utilisation de l'approche XFEM en utilisant des codes de calcul très performant afin d'analyse sur des exemples tests les possibilité de cette approche. Ces exemples tests vont des plus simples (académiques) au plus compliqués et finir par à un test issues de cas réels de structure ayant subies de dégradations de fissuration et permettant de suivre la propagation de la fissuration.

Chapitre 3 :

Application sur des exemples Tests

Introduction :

Le but de ce travail est de comprendre et de pouvoir modéliser numériquement le comportement de la fissuration dans les structures par la méthode XFEM. La méthode XFEM apparaît comme la plus performante actuellement. Elle est implémentée dans plusieurs codes de calcul très performant (ABAQUS, ANSYS, CASTEM, CODE ASTER etc....).

Néanmoins la modélisation de la fissure reste quand même une analyse complexe. Cela passe d'abord par la maîtrise des codes de la modélisation par Elément finis en général. Vient ensuite la maîtrise avancée dans la modélisation de la fissuration dans ces mêmes codes.

. Le code de calcul utilisé est le code ABAQUS en raison de sa grande performance dans ce domaine et de son interface graphique simplifiant cette modélisation.

Ainsi, nous présentons un aperçu de la performance de la méthode XFEM dans l'analyse de la fissure et nous proposons dans un but de compréhension plusieurs tests (du plus simple au plus sophistiqué et un cas réel) d'analyse de la fissuration et en utilisant le code de calcul ABAQUS

Il s'agit de créer des modèles d'analyse sur des exemples simples pour maîtriser cette approche en augmentant au fur et à mesure la difficulté sur des tests plus complexes (2D, 3D), et enfin appliquer cette méthode pour suivre la fissuration sur un exemple réel.

3.1 Procédure sur ABAQUS pour modéliser une plaque fissurée:

En raison de difficulté de la modélisation d'une fissure sur le code en général, nous présentons dans cette partie la procédure utilisée dans ABAQUS pour introduire les données relatives à ce type d'analyse. La maîtrise de cette modélisation dans ABAQUS nous a nécessités beaucoup de temps sur plusieurs tests avant d'arriver à obtenir des résultats probants. Pour cette raison avons jugé utiles de présenter dans le premier exemple quelques détails de cette procédure du code ABAQUS.

L'exemple test utilisé est une plaque en traction. Cet exemple académique sert de test uniquement. Pour initier la fissuration, le chargement est en déplacement imposé du bord supérieur (voir figure) :

Une plaque 2D encasté à la base dont une partie rigide subit un déplacement imposé

Données :

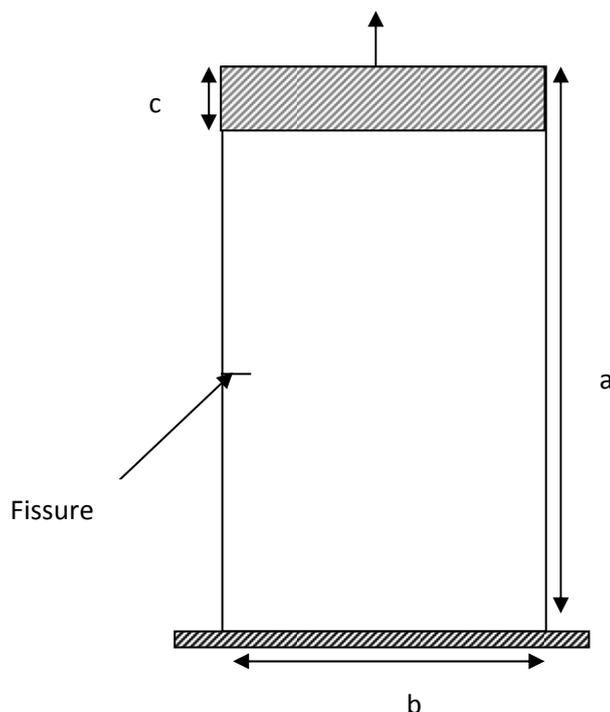
$a = 40 \text{ cm}$, $b = 20$,

$c = 4 \text{ cm}$: partie très rigide,

Avec E_1 : le module d'élasticité de la plaque : $E_1 = 2.1 \cdot 10^9 \text{ N/cm}^2$

Et E_2 le module d'élasticité de la partie rigide $E_2 = 1.5 \cdot 10^{15} \text{ N/cm}^2$

Fissure d' $e=1 \text{ cm}$



Avant de lancer les tests

- Création du modèle :

Plaque avec fissure sur le bord :

Les étapes à suivre sont :

- Choisir le module "create part"
 - >> Modeling "space 2D"
 - >> Type "Deformable"
 - >> Base feature "shell",
dessiner la plaque et cliqué sur "done"

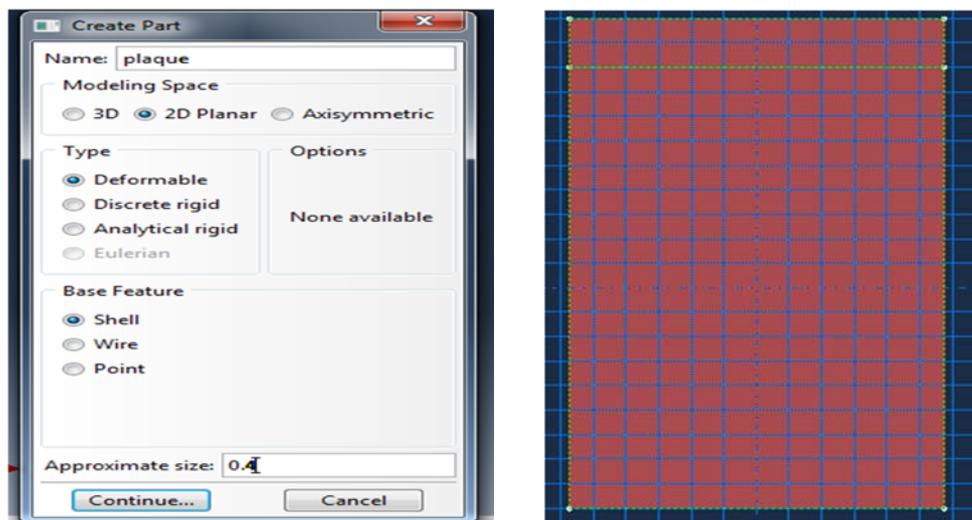


Fig.3.1 : les étapes du création de la plaque dans Abaqus

- les memes étapes de la que pour plaque sauf pour "base feature" on dessine la fissure en utiislant " Wire"" pour la fissure (position de la fissure)

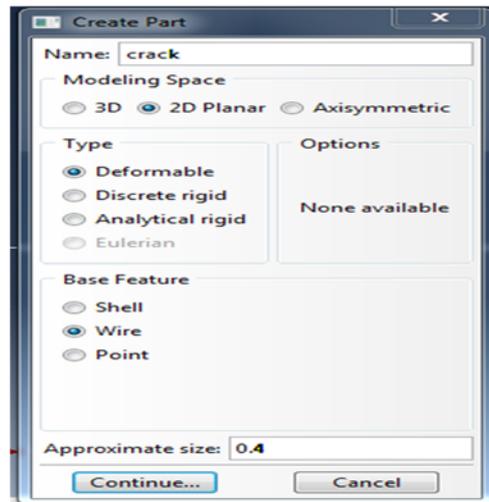


Fig. 3.2 : création de la fissure

➤ **Définition des propriétés du modèle :**

- clique sur l'icone "Material", "Mechanical", "Elasticity, elastic"
- >>> indiqué le module de young et le coefficient de poisson.

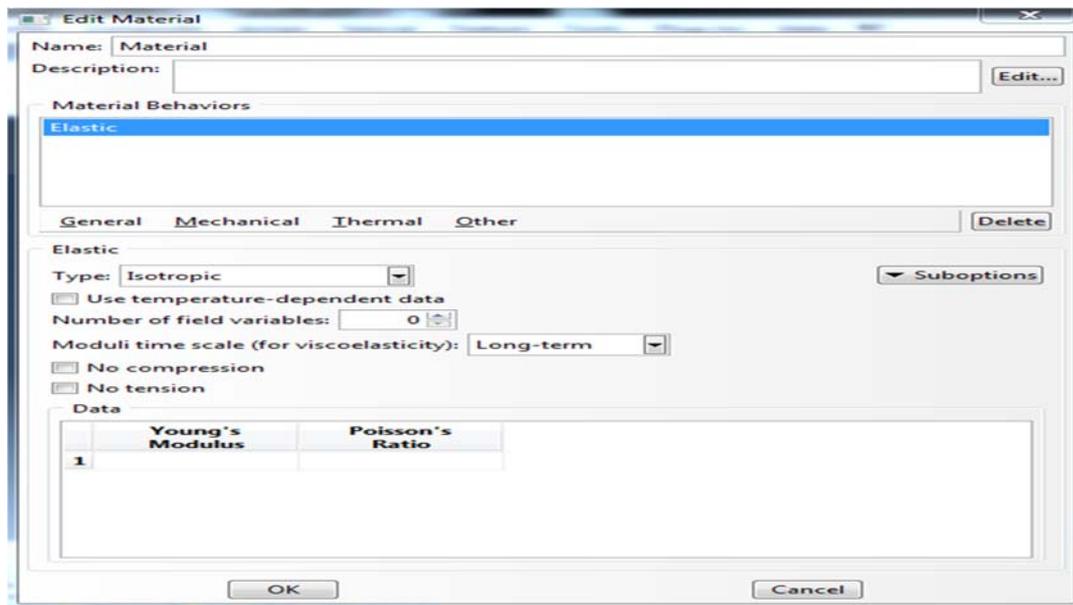


Fig. 3.3 : étape de définition du modèle

➤ **Affectation des propriétés :**

- cliqué sur "Section", "solide homogène", continue
- cliqué sur "assign" section, choisir la section cliquer sur " Done"

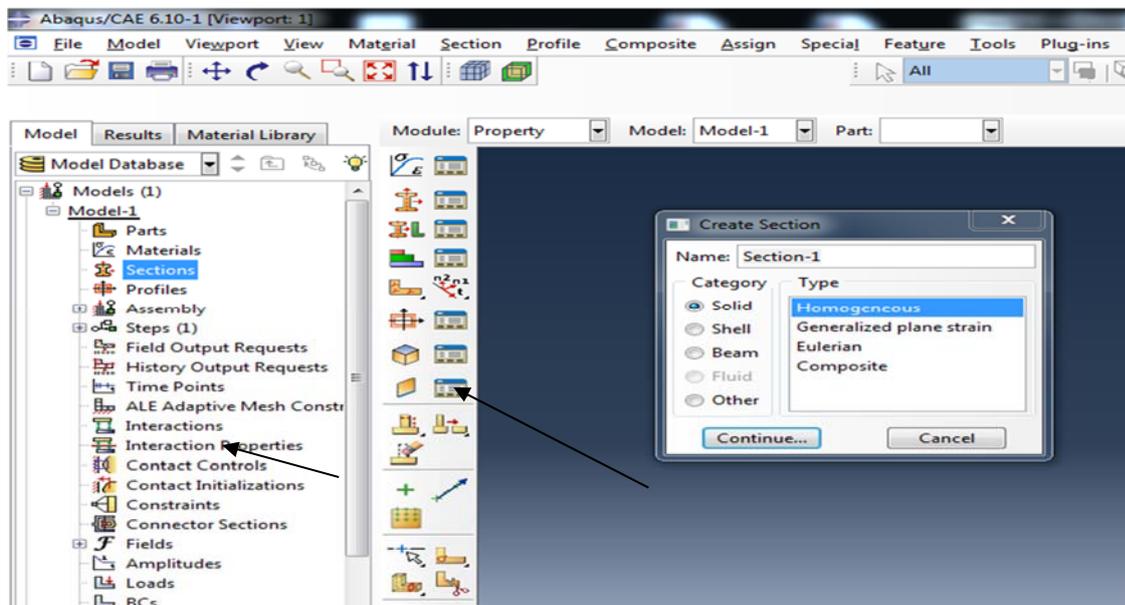


Fig.3.4 : création de la section et leur assignement

➤ **Création de l'assemblage :**

- cliqué instances, choisir les deux Part créée et cliqué "OK"

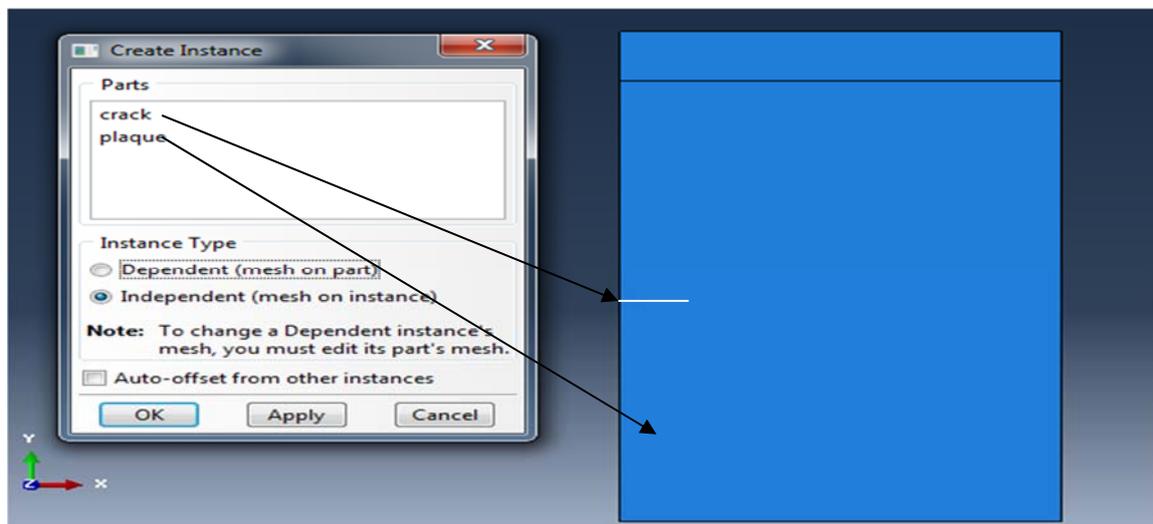


Fig.3.5 : assemblage

➤ **Définir type d'analyse (Step) :**

- Cliquez sur step , static, general, continue , ok

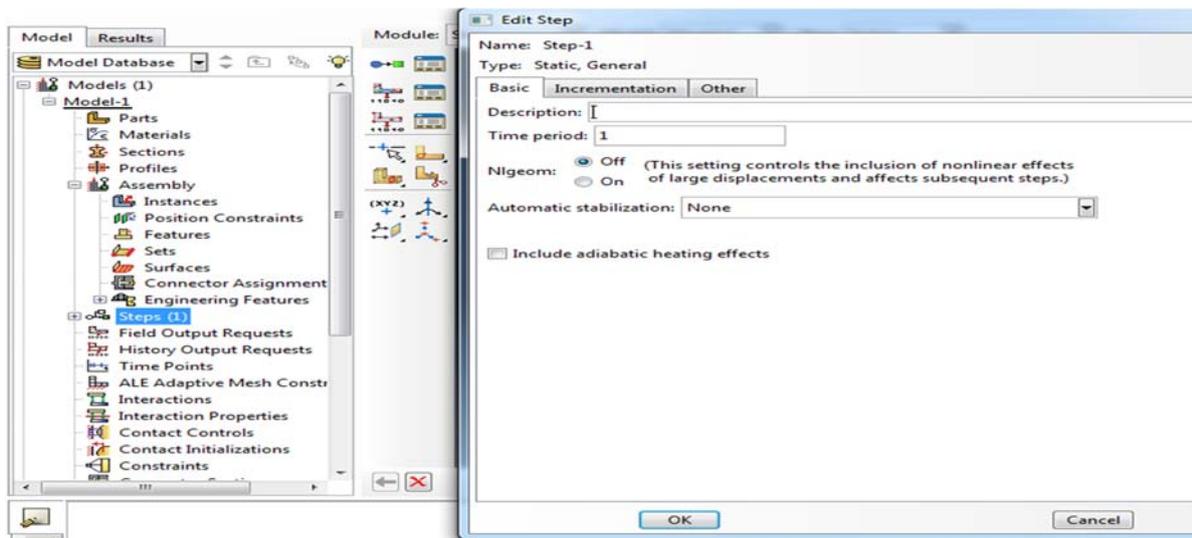


Fig.3.6 : définition d'étude "Step"

➤ **Création et définition du crack (fissure) :**

- cliqué sur interaction , special ,
- Name : crack , cliqué sur XFEM , continue
- choisir la région en cliquant deux fois sur le domaine , coché crack location, choisir "crack" , ok

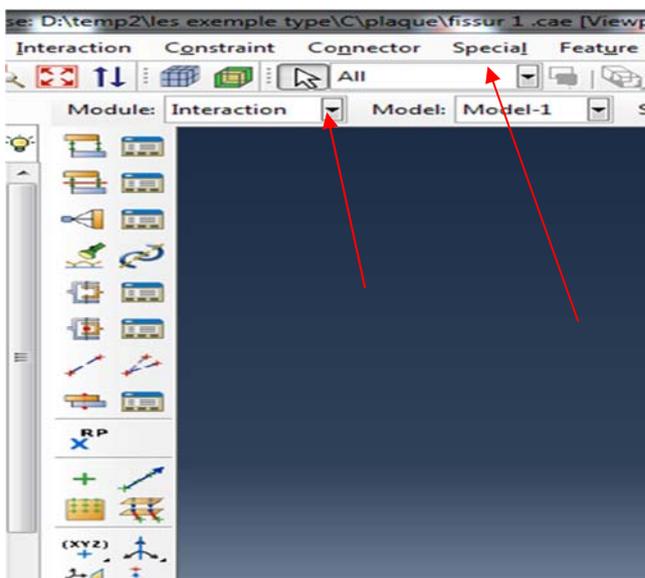


Fig.3.7 : creation de la fissure

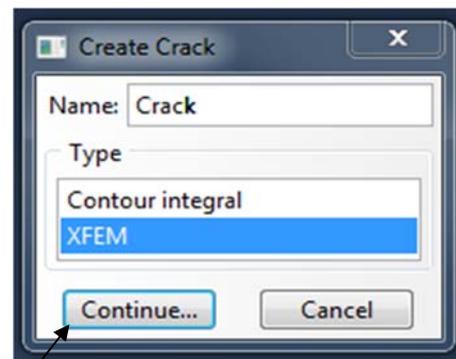


Fig.3. 8 : type de fissure

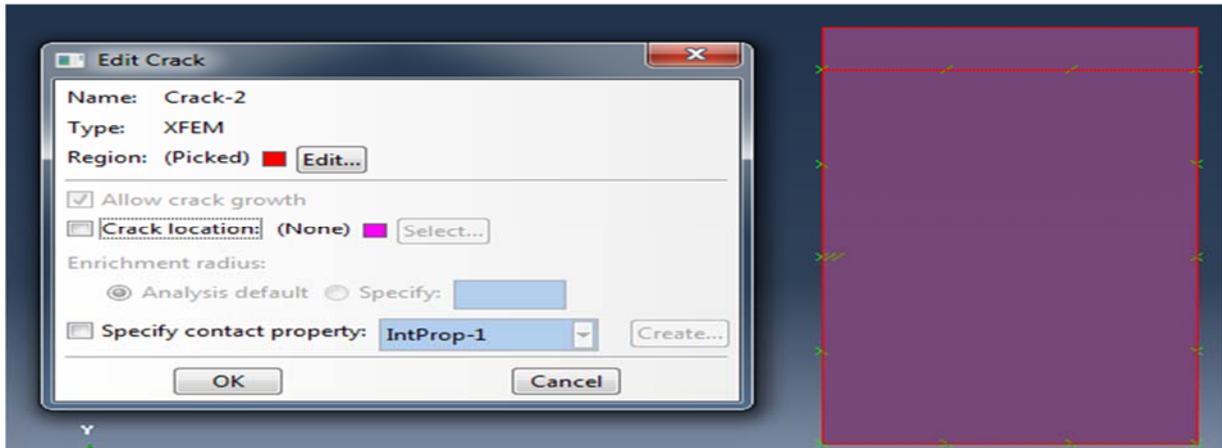


Fig.3. 9 : définition de la fissure



Fig.3. 10 : fissure définie

➤ **Application des conditions aux limites**

- cliqué sur BCs , Déplacement/ rotation , choisir le côté , bloqué les direction , ok

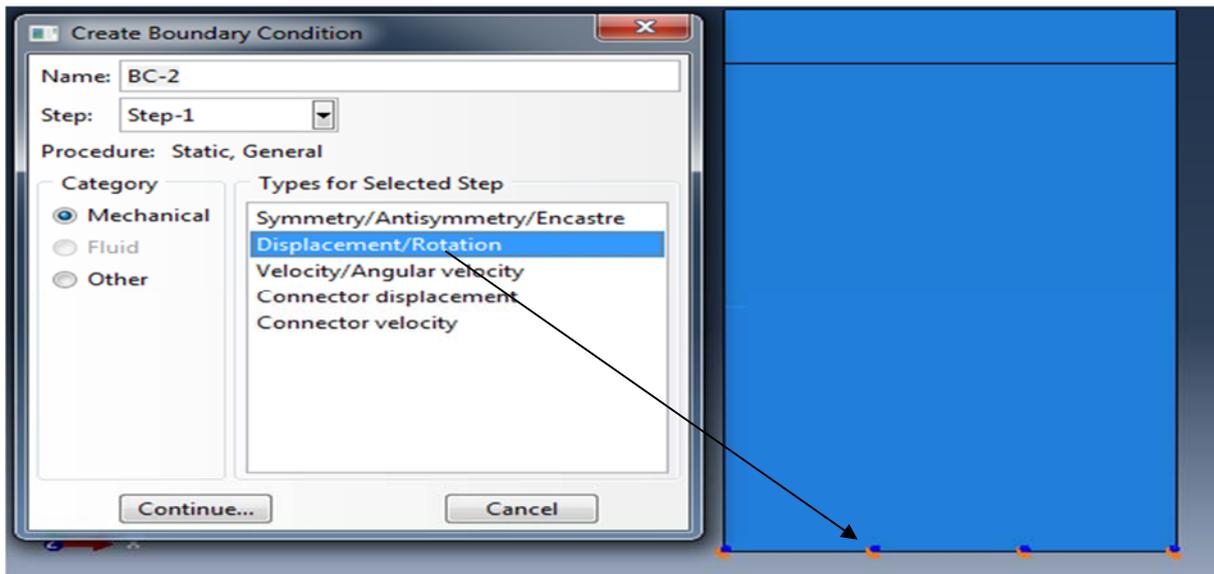


Fig.3. 11 : condition aux limites

- cliqué sur BCs , Diplacement/ rotation , choisir le point , bloqué les diriction U1 et U3, U2= 0.001cm (deplacement imposé) , " ok"

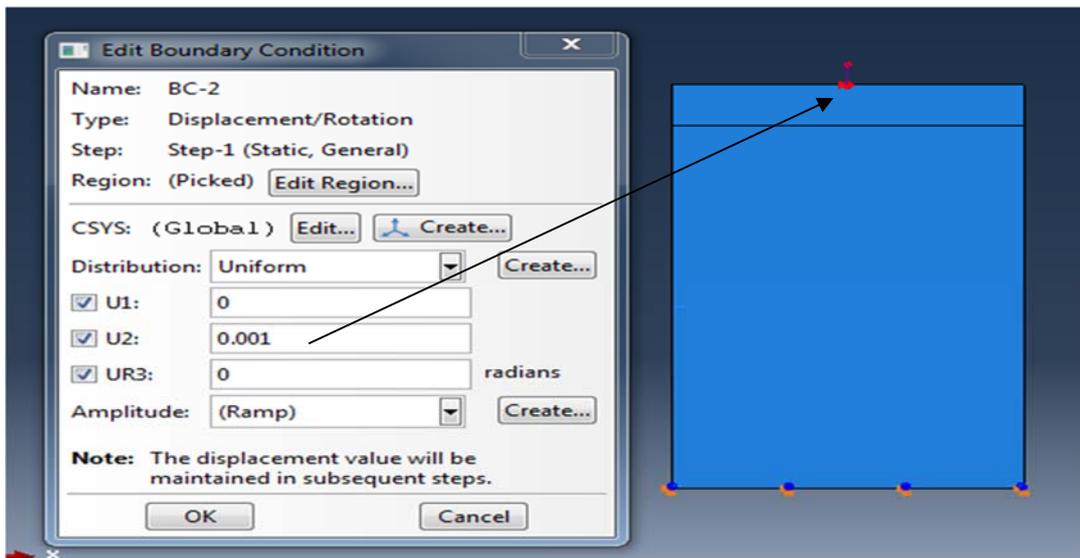


Fig.3.12 : définir la condition au limite

➤ **maillage :**

- cliqué sur mesh, seed part , donner la taille du maillage
- cliqué sur mesh part

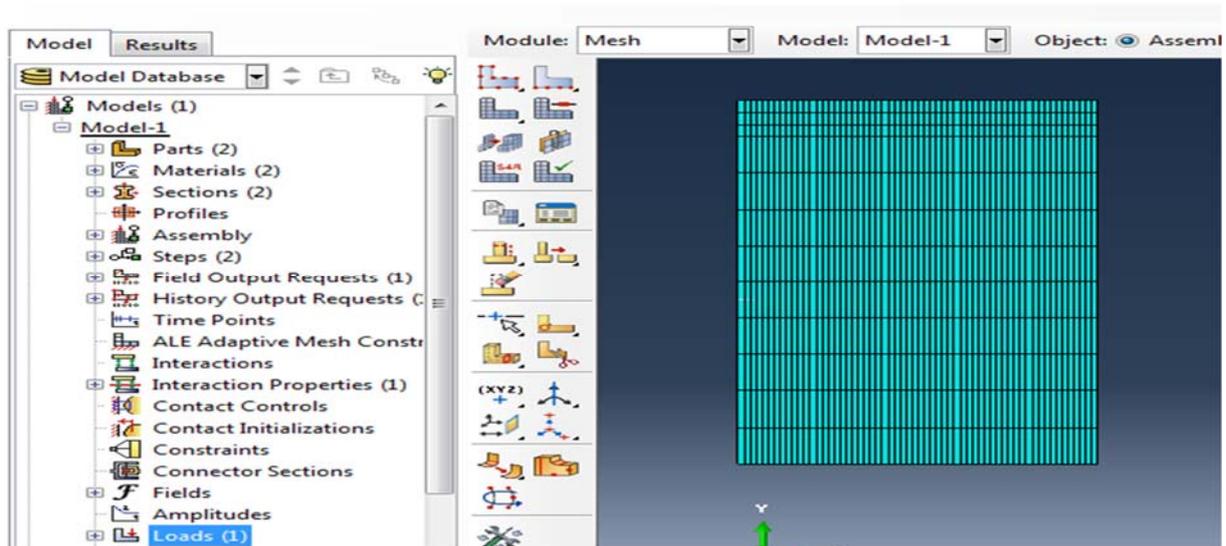


Fig.3.13 : maillage et model

➤ **Analyse du probleme « job »**

- cliquer sur job , continue , valider après submit
- lancement de calcul
- lire les resultas

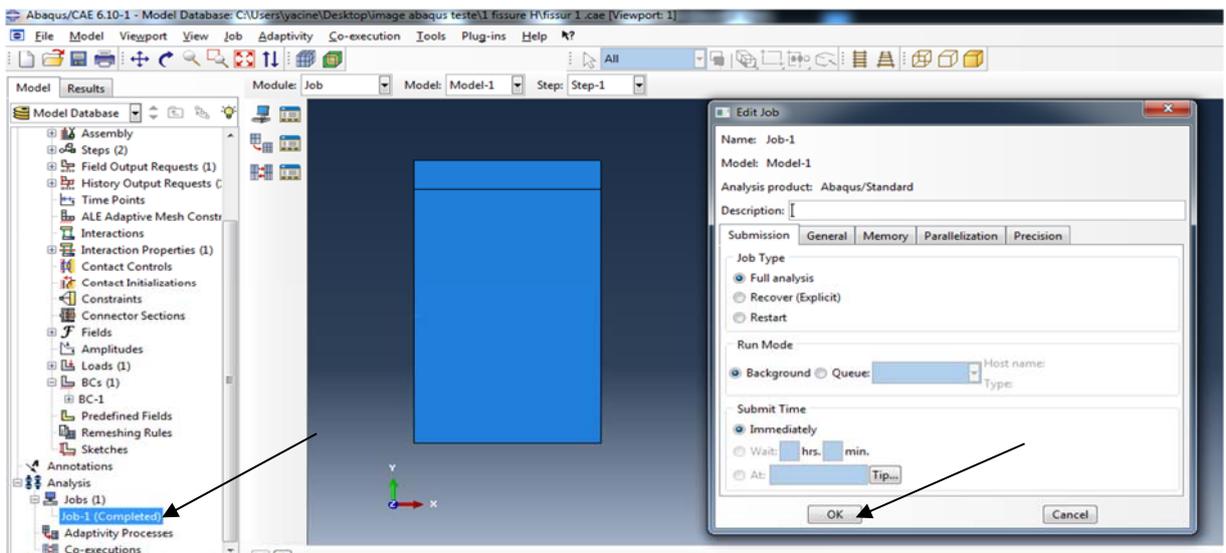
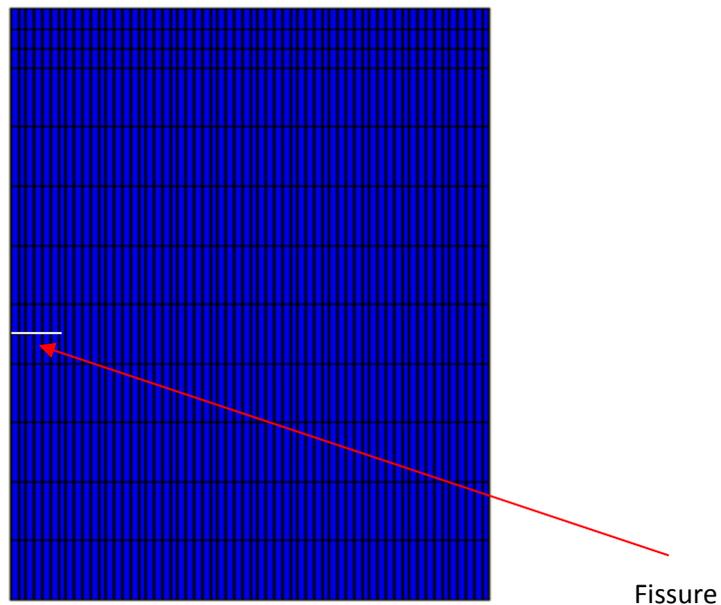


Fig.3.14 : exécution et calculs

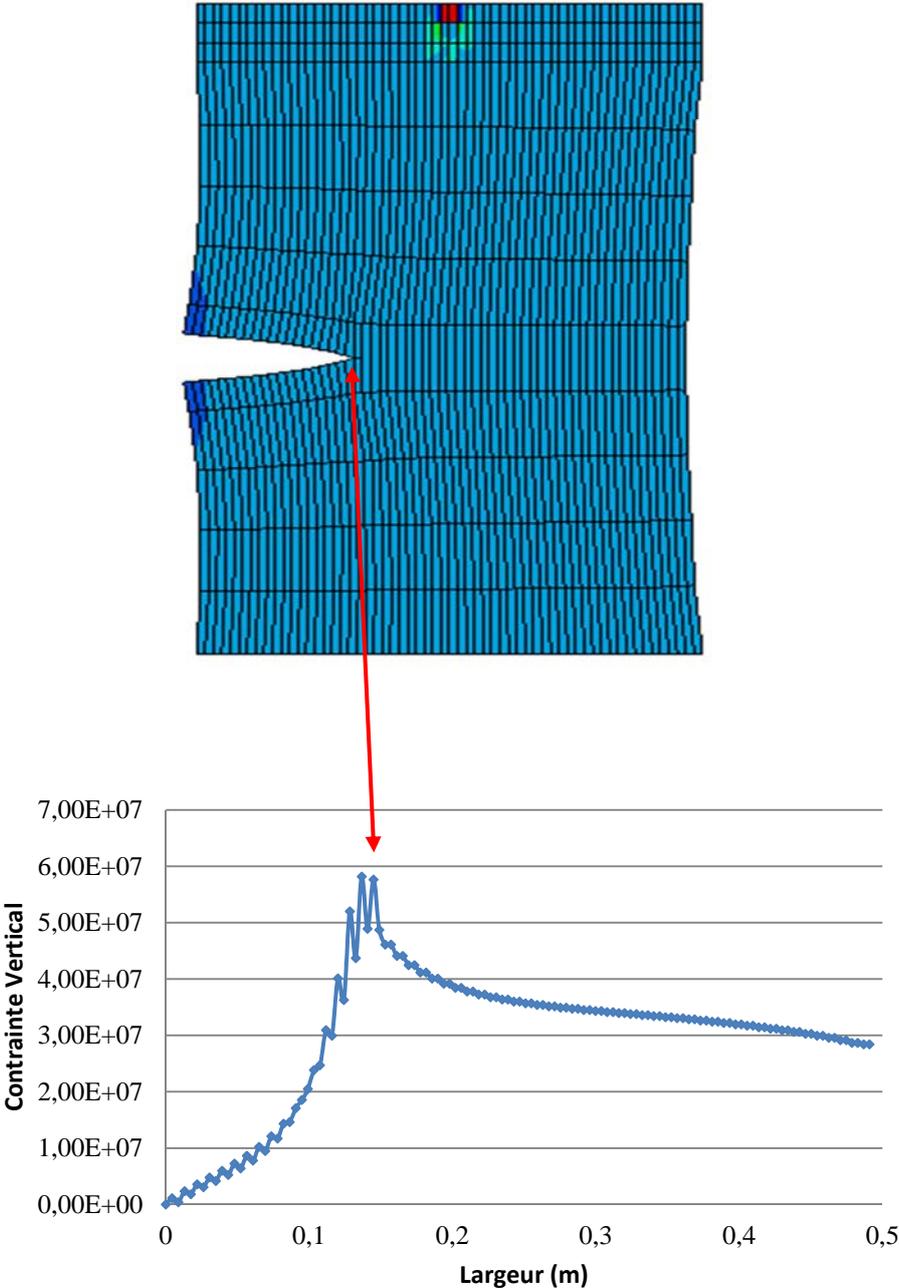
3.2 Simulation de la propagation de la fissure sur des exemples tests par Abaqus

3.2.1 plaque 2D avec une fissure au bord horizontal XFEM :

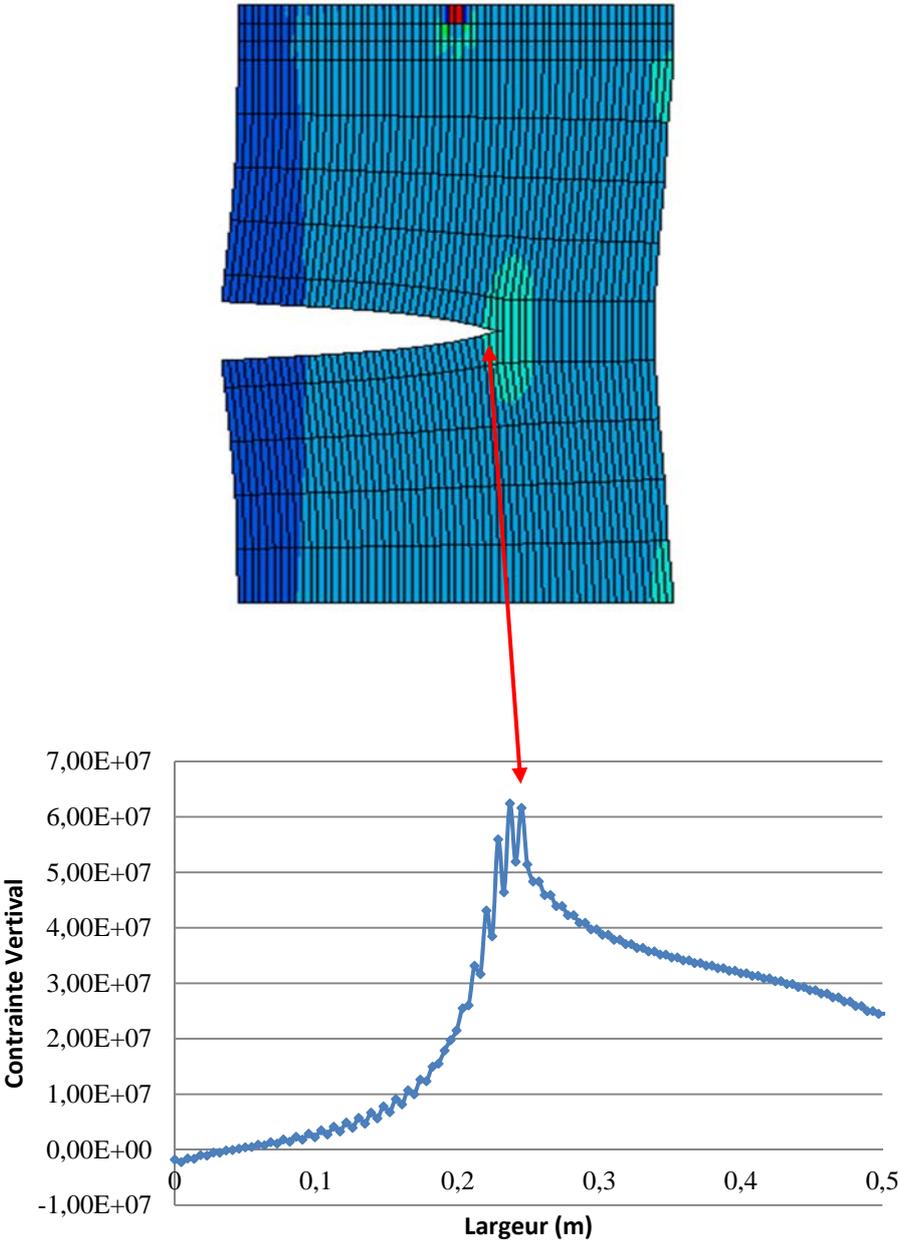
le premier test de (celui pris comme exemple de pour presenter la proceduer ABAQUS) est un exemple tres simple. L'idée et de montrer la capacite de XFEM a modeliser et a suivre la fissure. une representation de l'evolution des contraintes le long de la fissure est aussi présentée au lancement du calcul on voit progressivement l'évolution de la fissure. Une représentation des contraintes le long de cette fissure nous montre l'état de contrainte évoluant tout au long de l'évolution de la fissure jusqu'a la rupture parfaitement droite. Le chargement et la plaque étant homogène ce résultat est logique.



(a)



(b)



(c)

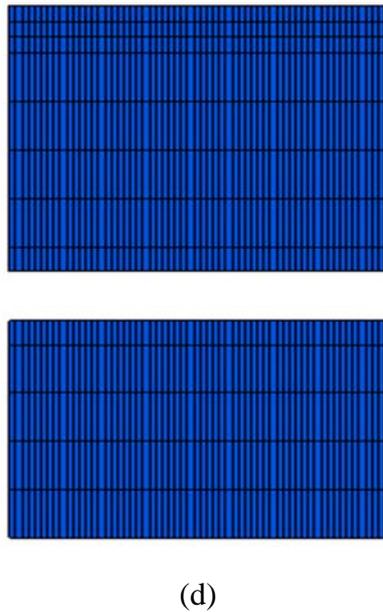
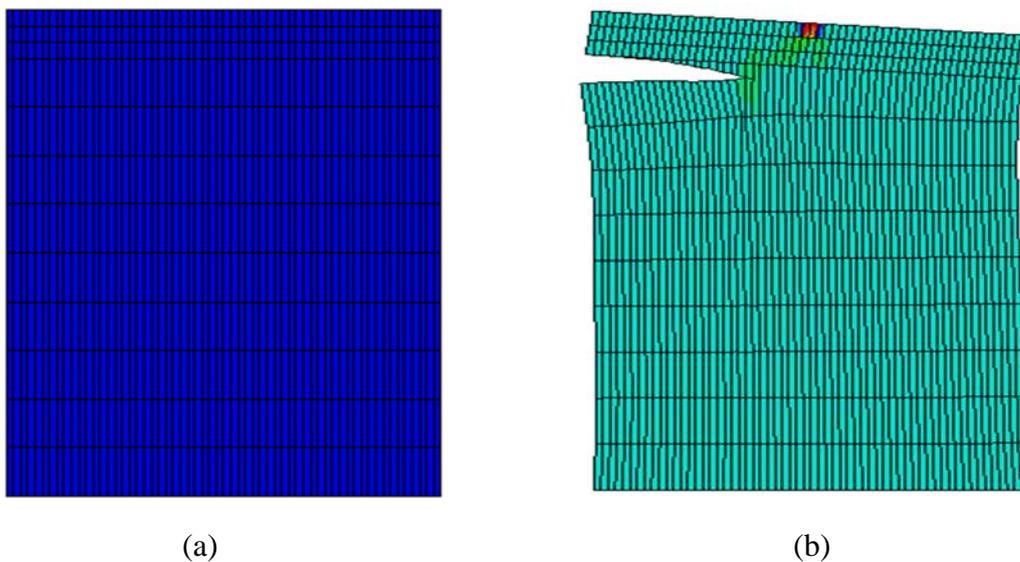


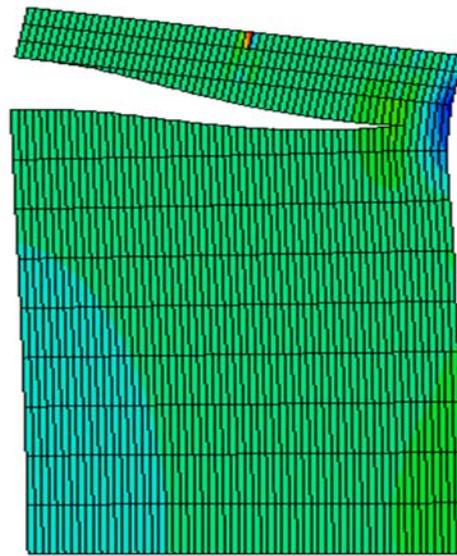
Fig.3.15 : .présentation de la plaque 2D fissuré (a) et la propagation dela fissure etape 1 (b), etape 2 (c) et (d) avec les courbe de concentration de contraintes

3.2.2 plaque 2D avec une fissure au bord horizontal décalé

Dans cette exemple la fissure est placé e entre deux matériaux de 2 rigidité différentes. Cette zone va constituer une zone fragile qui sera probablement le point de départ de la fissure.

L'idée est de voir la trajectoire et la propagation de la fissure.





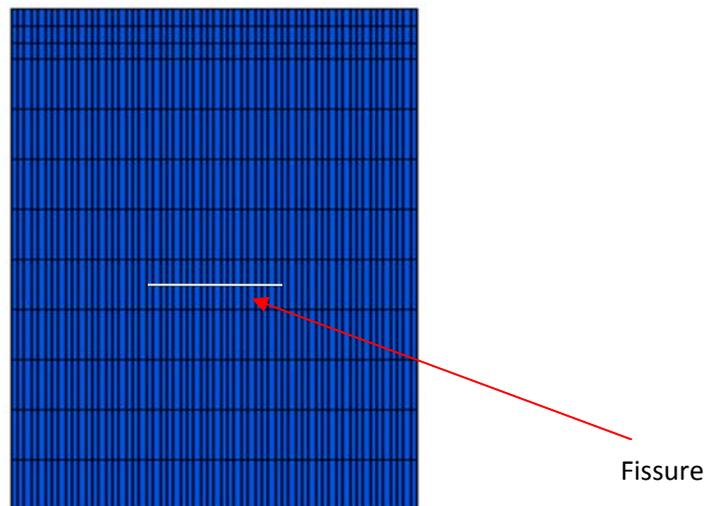
(c)

Fig.3.16 : présentation de la plaque 2D fissuré (a) et la propagation de la fissure étape 1 (b) et étape 2 (c)

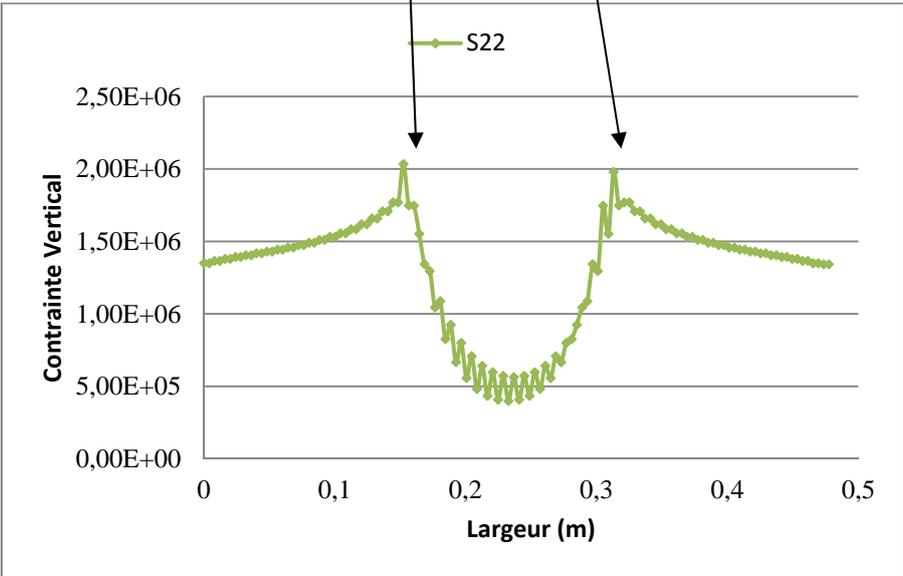
En remarque que la fissure a dévié et la fissure a évoluée vers la plaque la moins rigide est c'est logique. On en déduit que la méthode XFEM donne un comportement proche de la réalité

3.2.3 plaque 2D avec une fissure aux milieux :

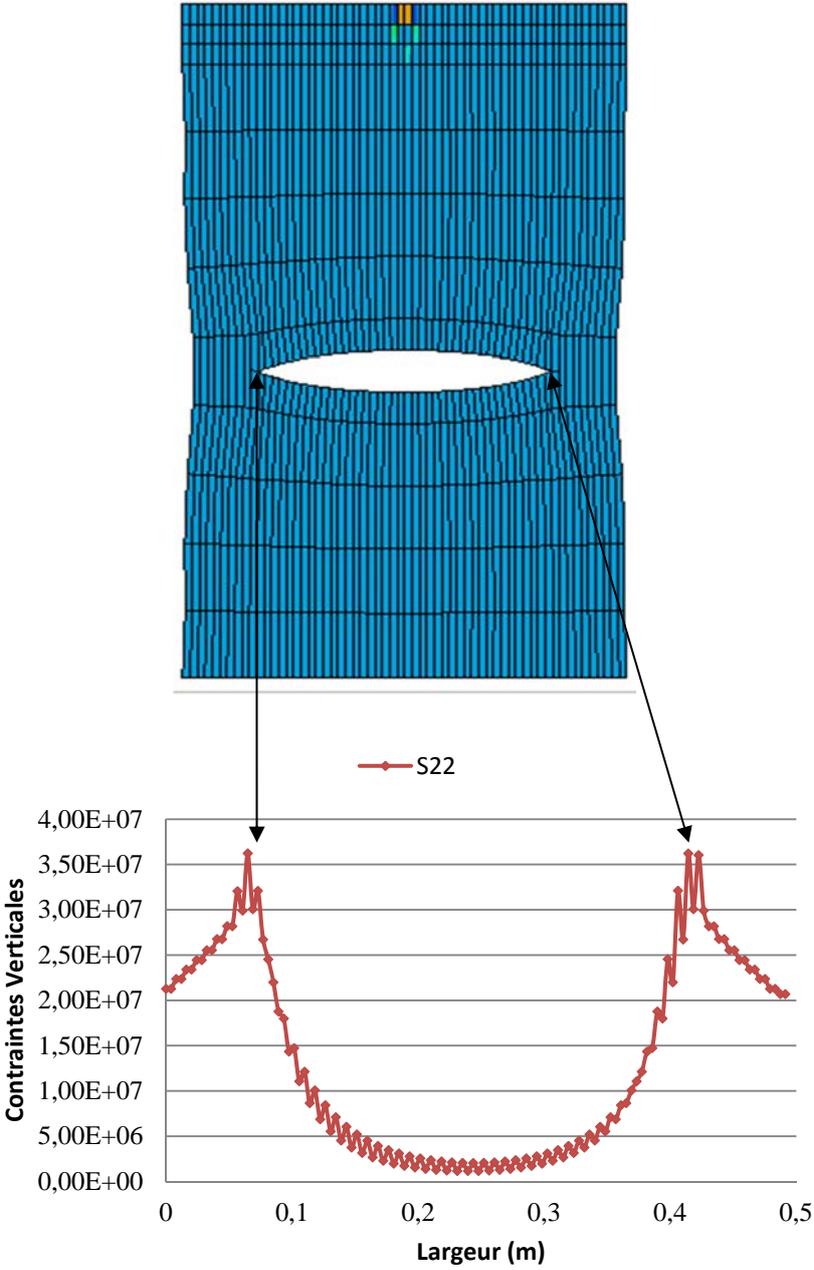
On a placé la fissure au milieu de la plaque pour voir comment elle va se propagé et mesuré les contraintes en point de fissure



(a)



(b)



(c)

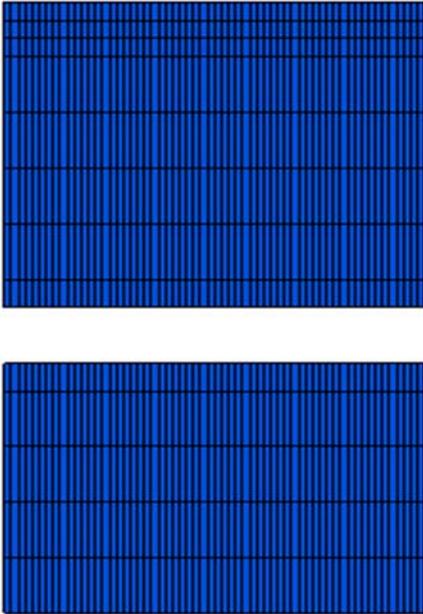
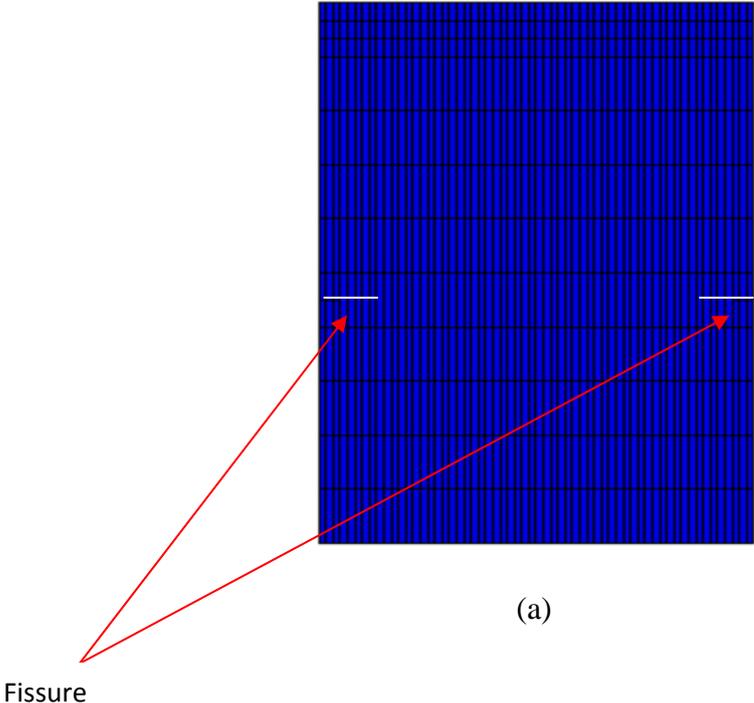
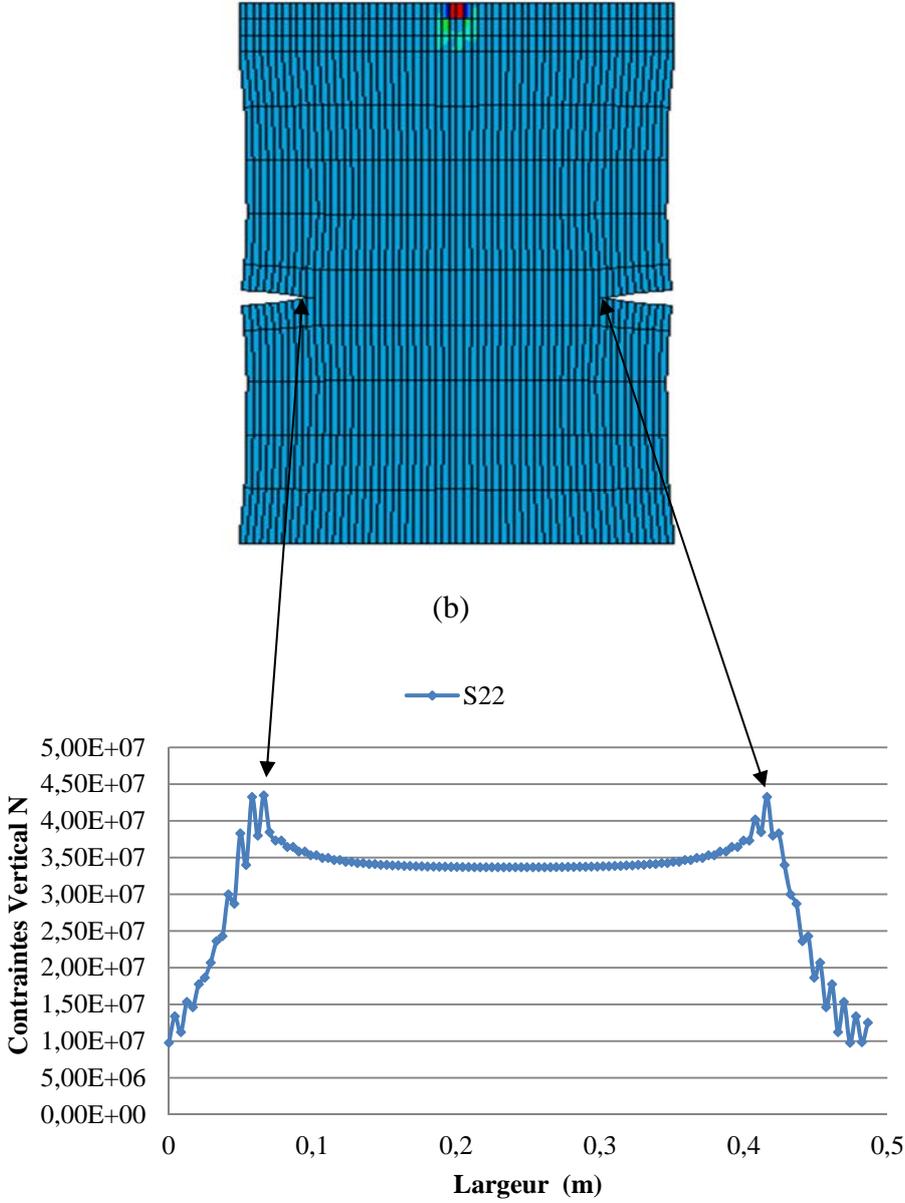


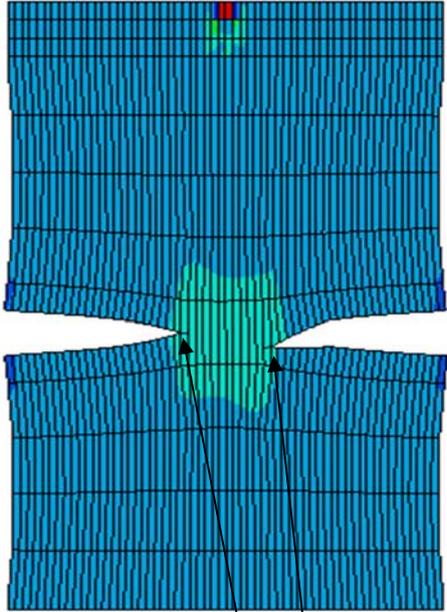
Fig.3.17presentation de la plaque 2D fissuré au milieu (a) et la propagation dela fissure etap 1 (b), etap 2 (c),et etapa 3 (d) avec les courbes de concentration de contrainte

On remarque que la fissure de propage de l'intérieure vers l'extérieur (symetriquement) et les courbes nous montrent que les contrainte changent au fur et à mesure de la propagation de la fissure

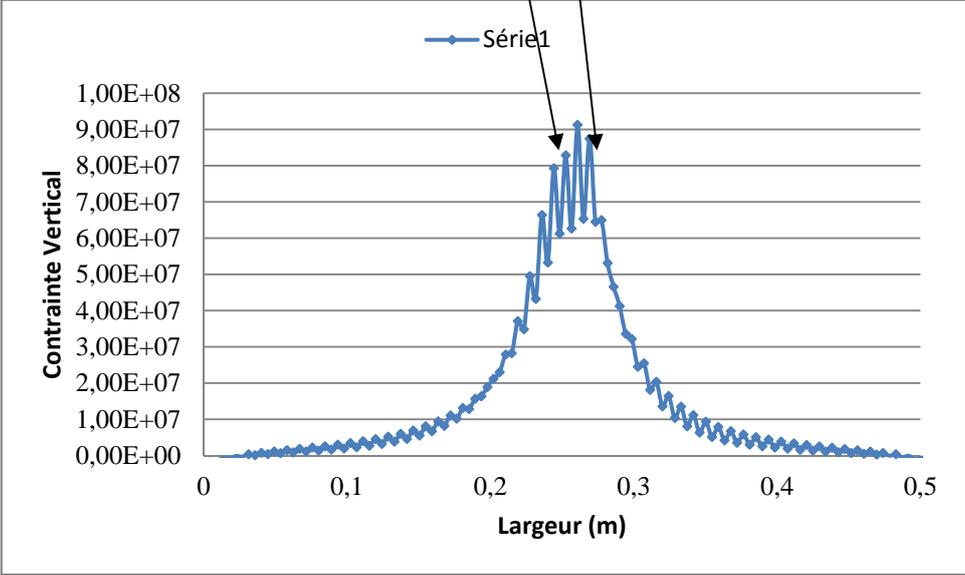
3.2.4 plaque 2D avec 2 fissures symétriques horizontales

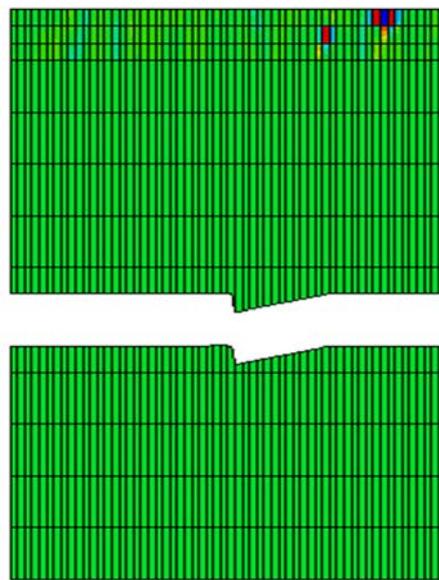






(c)





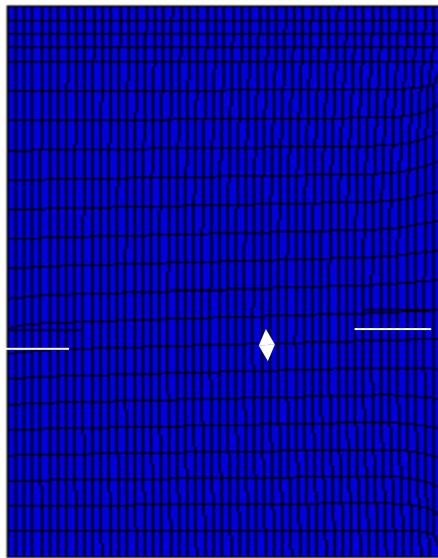
(d)

Fig.3.18 presentation de la plaque 2D avec deux fissure symetrique (a) et la propagation dela fissure etap 1 (b), etap 2 (c) et (d)

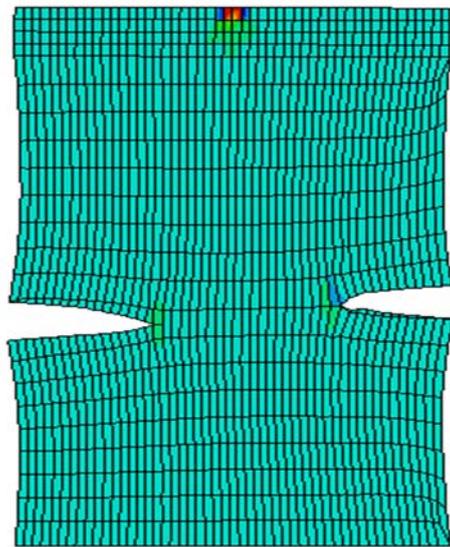
Dans cet exemple on a mis deux fissure symetrique au bord et l'aproche XFEM repond bien à notre prediction puisque les fissures demarrant au deux bords se rejoignent symetriquement jusqu'a la rupture.

3.2.5 plaque 2D avec 2 fissures symétriques horizontales décalées

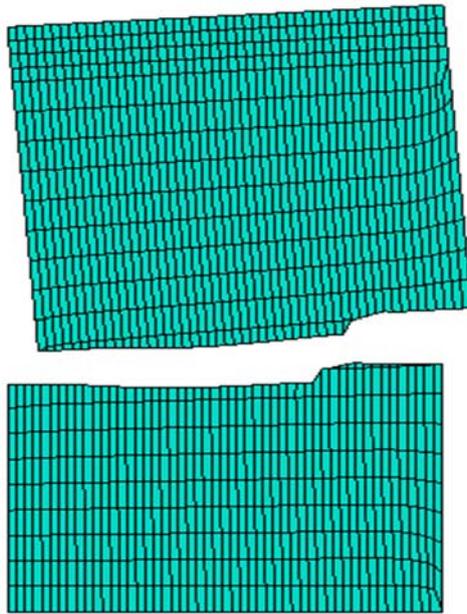
Dans cet exemple on a pris l'exemple précédent est décaler les fissure pour voir le comportement de l'approche XFEM dans la simulation de la propagation de la fissure non symétrique.



(a)



(b)



(d)

Fig.3.19 : présentation de la plaque 2D avec deux fissure symétrique décalé (a) et la propagation de la fissure étape 1 (b), étape 2 (c) et (d)

Nous remarquons que de l'évolution de la propagation des deux fissures évoluent l'une vers l'autre et elles se rejoignent au point de rupture comme cela peut être prédit théoriquement.

Dans les exemples précédents, nous avons présenté des tests qui nous ont permis en premier lieu de maîtriser la simulation sur ABAQUS de la fissure par la XFEM et en deuxième lieu de monter la performance de cette méthode dans la prédiction de l'évolution de la fissuration dans des structures planes (Plaque en 2D).

En effet la simulation a montré que comme cela peut être prédit logiquement, que la fissure évolue toujours vers la zone la plus fragile.

Dans ce qui suit, nous proposons de suivre l'évolution de la fissuration dans des structures 3D

3.3 Les exemples en 3D

3.3.1 cylindre 3D avec fissure vertical (charge de pression)

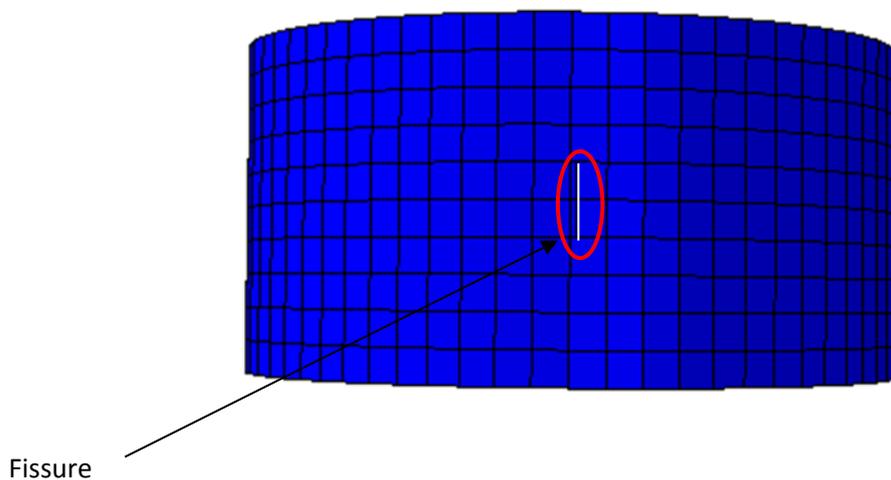
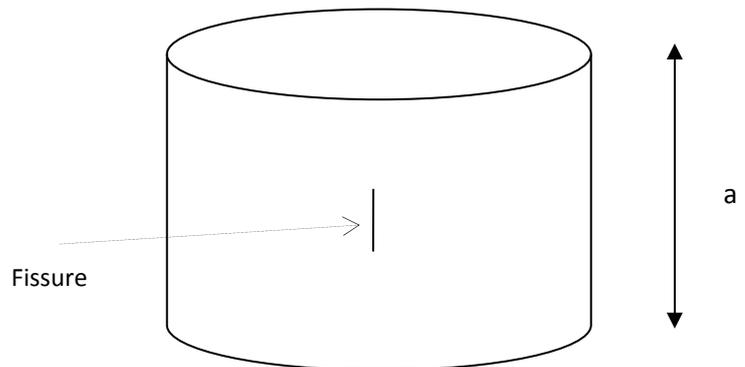
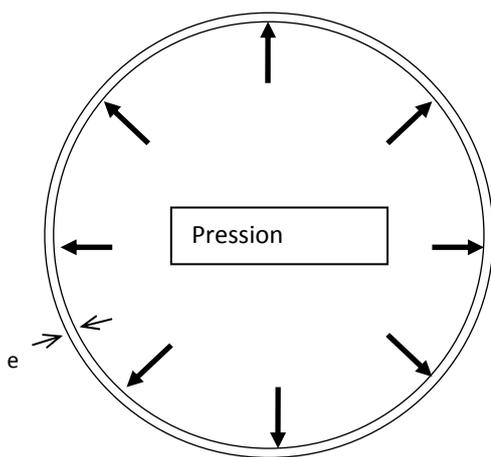
Dans cette partie, nous proposons de passer à des exemples en 3D. Dans ce cas la procédure sur ABAQUS est légèrement différente. En effet la structure doit être définie en Solide 3D , et pour prendre en compte l'épaisseur du solide, la fissure doit être définie sur une surface.

Concernant le test, il s'agit d'un cylindre 3D présentant une fissure vertical et soumis à une charge de pression interne

Donnée :

$a = 2\text{ m}$, $e = 0.02\text{ m}$, fissure = 0.01 m

$E = 2.5 \cdot 10^9\text{ N/m}^2$



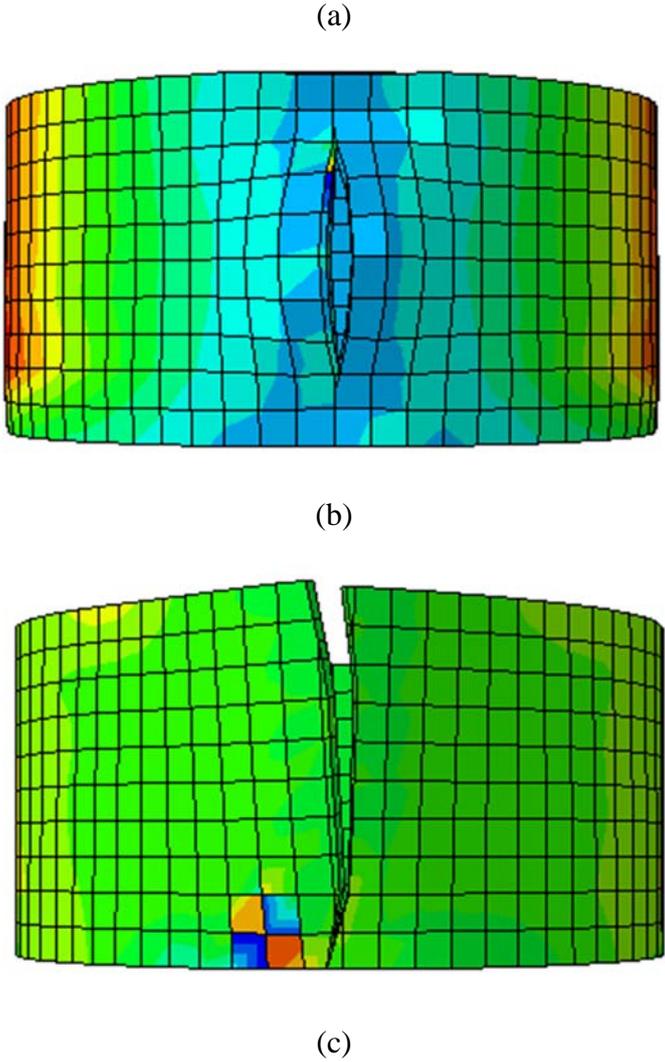
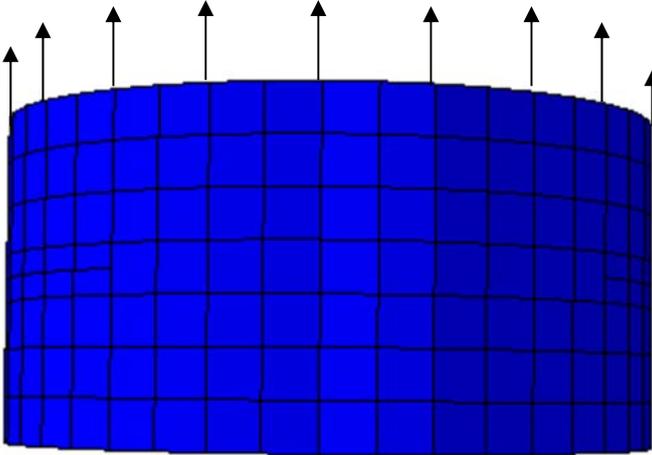


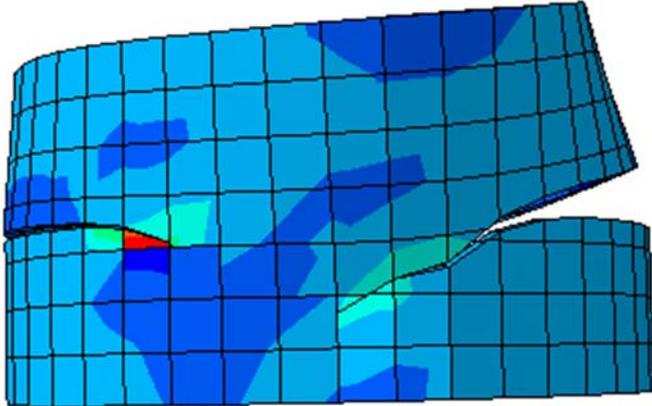
Fig.3.20 : presentation d'un cylindre 3D avec une fissure verticel (a) et la propagation de la fissure etape 1 (b), etape 2 (c)

3.3.2 cylindre 3D avec 2 fissures horizontales symétriques (charge vértical)

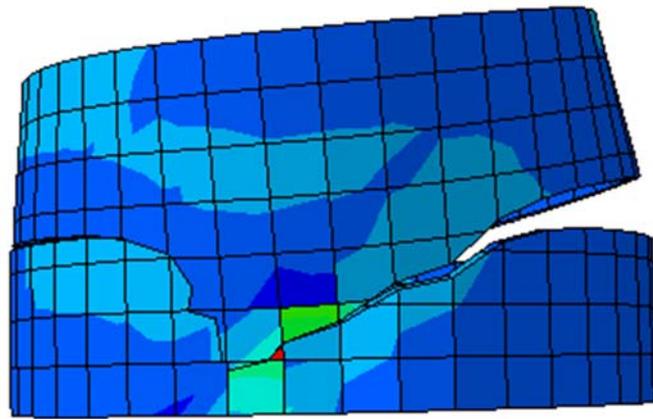
On prend le meme Cylindre presedent avec 2 fissure horizontal symetrique chargé verticalement pour but de montré que la propagation change avec le chengement de la fissure ou le chargement



(a)



(b)



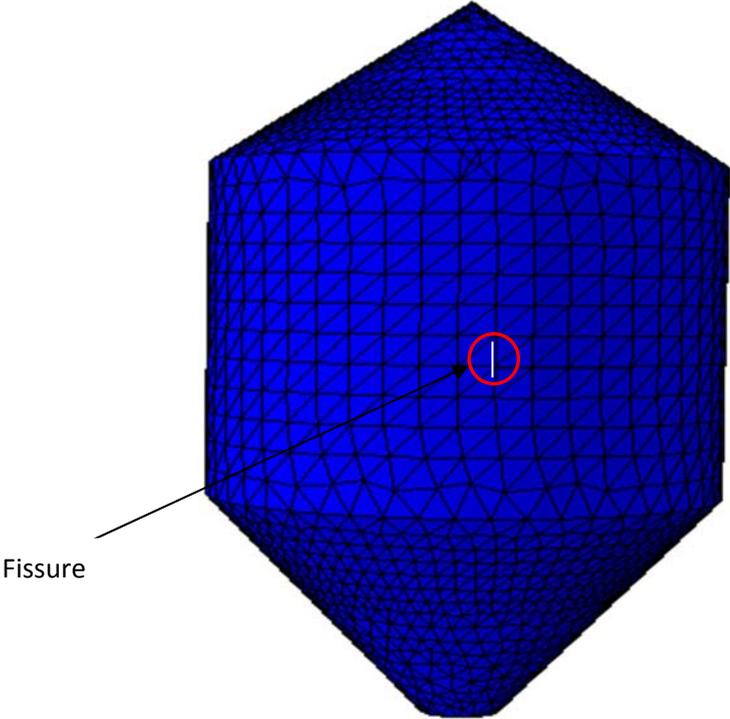
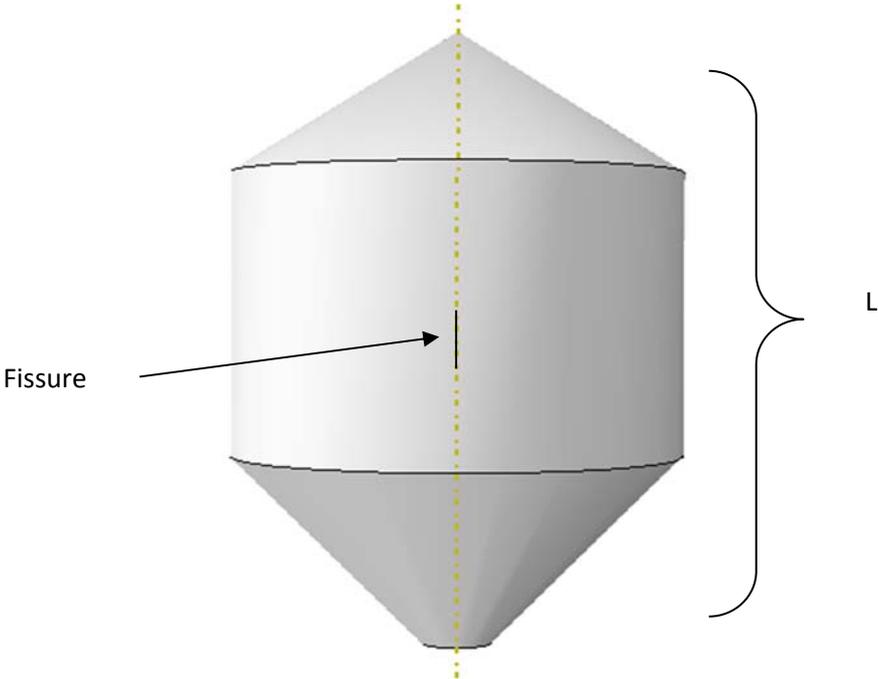
(c)

Fig.3.21 : présentation d'un cylindr 3D avec deux fissure horizontal symetrique (a) et la propagation dela fissure etape 1 (b), etape 2 (c)

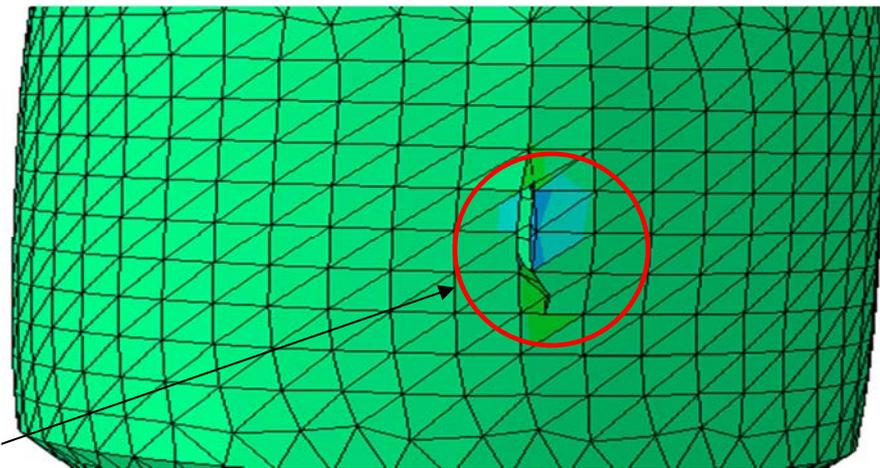
3.3.3 Silo avec fissure vertical charge pression

Dans cet exemple on a appliqué la méthode XFEM sur une structure de type silo pour voir le comportement d'une fissure et son évolution suite à une charge de pression simulant l'action de la matière ensilée. Dans cet exemple seul la partie cylindrique et la trémie sont modélisées. Le silo est supporté au niveau de la jonction cylindre / trémie. Une fissure est simulée en son centre. Cette fissure peut représenter un point faible causé par un début de rupture de la connexion entre deux viroles comme cela peut être aussi un point faible dû à une réduction de l'épaisseur de la tôle causé par une corrosion etc....

Le Silo pris comme test est un silo métallique inspirée d'un silo réel ayant une hauteur de 20 m et une épaisseur moyenne de la tôle de 10mm

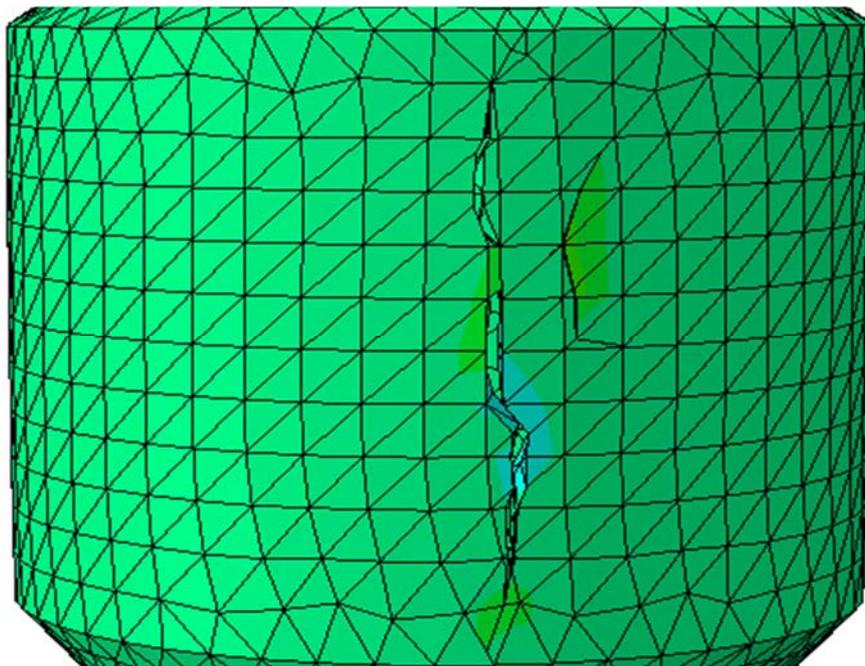


(a)



Evolution de la fissure

(b)



(c)

Fig.3.22 : présentation d'un silo 3D avec une fissure vertical (a) et la propagation de la fissure etape 1 (b), etape 2 (c)

Nous remarquons que la fissure sous l'action symétrique de la pression interne a tendance a déchirer la tôle verticalement. En effet la modélisation du silo ne tient pas réellement compte du fait que le silo est composé de viroles assemblées les unes aux autres mais considère la tôle comme une seule pièce. Ainsi la propagation de la fissure suit le sens verticale comme elle a été définie au de part ce qui conforte le comportement attendu.

3.4. Simulation de la propagation d'une fissure sur un silo réel avec Abaqus

En réalité, les actions de la matière ensilée sur les parois du silo sont plus complexes que la simple pression. En effet Les règles d'Eurocode définissent les charges à appliquer dans ce cas. A cet effet, nous avons pris l'exemple d'un silo réel pour lequel nous avons essayé d'appliquer la méthode XFEM pour simuler l'évolution et la propagation d'une fissure localisé dans une zone considéré comme point faible. Le silo en question est un silo à trémie de 10m de diamètre et de 18m de hauteur supporté par 8 poteaux circulaires métalliques Ce silo a subit des dommages résultant sur une diminution de son épaisseur. Cet état est la conséquence de son utilisation et de sa localisation. En effet ce silo sert à l'entreposage de ciment d'une utilisation intensif et il est situé à proximité du milieu marin agressif (localisé dans le port de Bejaia). Il subit deux types de sollicitations. Une pression interne horizontale et un frottement dû à la matière ensilée. Ces actions sont décuplées lors de la phase particulière de vidange (effet dynamique). Sons utilisation intensif (due à une demande sans cesse grandissante ciment) et sa corrosion augmente la probabilité d'usure et donc de réduction son épaisseur et finalement l'apparition de fissure

Nous nous proposons dans ce test de simuler numériquement une fissure et de voir l'évolution de la propagation de cette fissure dans les zones les plus sollicitées.

En réalité le silo est composé d'un assemblage de viroles boulonnées. Pour mener notre test nous supposons la localisation de la fissure et donc du point faible au milieu d'une virole (en dehors de la zone de l'assemblage boulonnée inter-viroles) car à notre niveau d'analyse nous ne pouvons pas encore tenir compte de ce genre comportement ou le risque d'arrachement de boulons est possible ce qui nous éloigne de notre analyse simplifié.



Fig.3.23 : image reel du silo testé

Nous avons modelisé sur abaqus le silo selon les dimension réel en tenant compte des épaisseurs réelle (reduites d'environ de 20% suite à la corrosion) et relevé sur site.

Son chargement réel est évalué selon le reglement Eurocode (pression, frottement sur le cylindre ainsi que sur la trémie)

nous avons supposé pour le test la localisation de la fissure évalué au depart a 1cm dans une zone fortement sollicitée situé sur une des viroles. (fig 1)

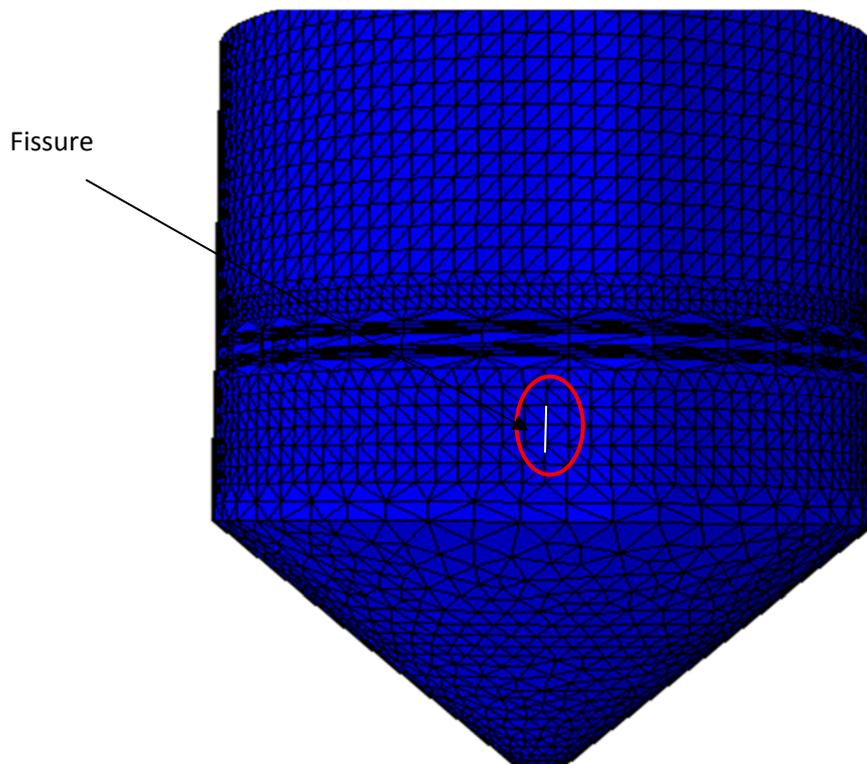
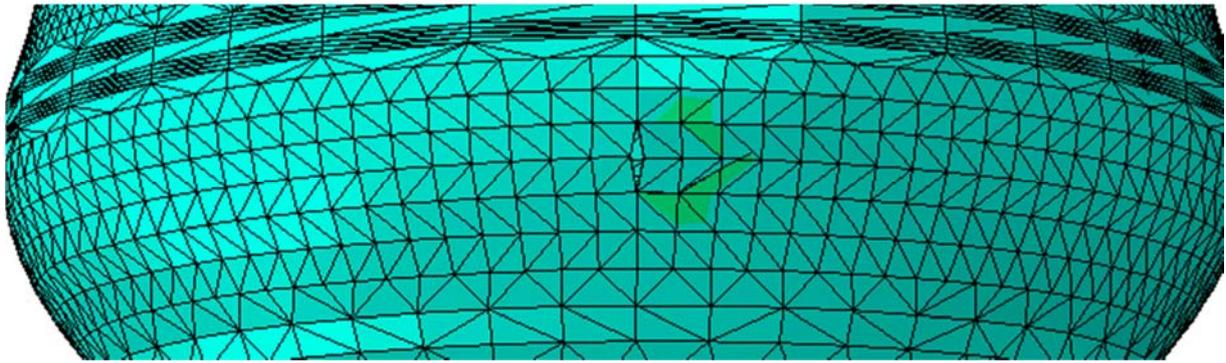
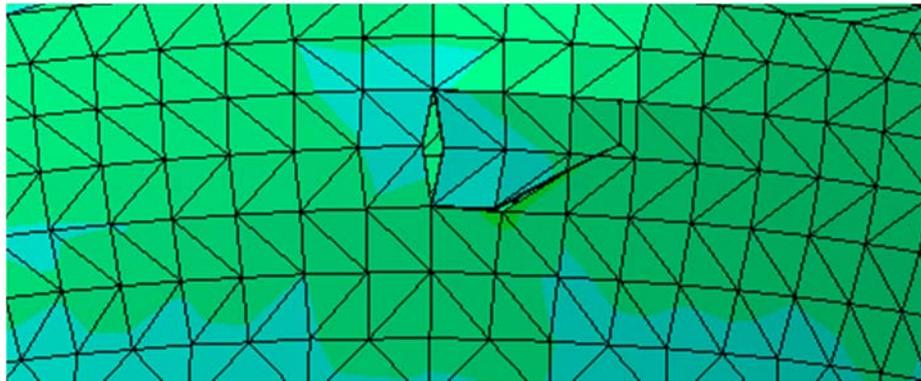


Fig 1- Localisation de la fissure



(b)



(c)

Fig.3.24 :Evolution de la fissuaon sur un silo réel) avec une fissure (a) et la propagation d ela fissure etape 1 (b), etape 2 (c)

Nous remarquons lors du calcul que le silo subit une evolution de la fissure qui s'est propagé selon les étapes (a) (b) et (c). mais son evolution s'est limité à la zone proche du point de départ . (fig b). Ainsi sous l'action du chargement réel , la fissure a effectivement evolué mais de maniere limité ce qui laisee donc au silo meme avec cette zone affaiblit assez de ressource pour resister encore à la ruine complete etape (c).

Iles evident que cette analyse qui reste simplicite car elle ne tient pas compte du fait que le silo est composé d'un assemblage de toles, ce qui , si cet aspect est pris compte, change completement son comportement et evidentement la maniere de propgation de la fissuration

Conclusion:

Dans ce travail notre but était de nous familiariser avec l'analyse et la simulation de la mécanique de la rupture. Il agissait de comprendre le traitement de ce problème et surtout utiliser cette technique avancée pour pouvoir modéliser des structures jusqu'à la rupture. Cette approche étant très complexe dans sa théorie, néanmoins plusieurs auteurs lui ont donnée ses premières bases théoriques (Möes, Babuska, Stolarska, al)

L'appariation par la suite des méthodes numérique et particulièrement la méthode des éléments finis à contribue beaucoup dans l'avancement dans le traitement de la prédiction de l'analyse de la fissuration. La méthode XFEM qui est apparu plus récemment a permit d'évaluer considérablement dans ce domaine. Nous nous sommes attelé dans ce travail à présenté cette dernière méthode et surtout à montrer ses performance dans l'analyse du problème de fissuration. Il s'avère que cette méthode qui évolue toujours à l'heure actuelle est sans doute la meilleure approche pour traiter ce problème. La complexité de cette méthode ne nous a pas permit d'assimiler entièrement cette approche. Mais par l'intermédiaire de code de calcul ou elle est implémenté (comme sur ABAQUS) nous avons pu apprécier au prix d'un apprentissage (assez complexes) la puissance de simulation de ce genre de problème de complexe de la mécanique de la rupture. Les exemples que nous avons présentés nous ont permit en plus de comprendre le fonctionnement de la méthode XFEM, de maitriser aussi sa modélisation par l'intermédiaire de code de calcul très puissant. En effet, nous arrivons avec ce genre d'outils à simuler des situation réelle de fissuration même si c'est sur des exemple test avec des résultats tres proche de la réalité.

Nous pensons néanmoins qu'au bout de ce travail (avec au départ beaucoup de difficulté pour assimiler des aspects théoriques complexes), nous nous sommes imprégné d'assez de connaissance pouvons aborder à l'avenir ce genre d'analyse avec plus de maitrise comme par exemple l'analyse de situation réelle de mécanique de la rupture.

Référence

- [1] Kachanovl. M. (1958). "Time of the Rupture Process under Creep Conditions, Bull". SSR Acad. Sci., Division of Technical Sciences, 8, pp. 26-31.
- [2] Kachanovl. M. (1958). "Time of the Rupture Process under Creep Conditions, Bull". SSR Acad. Sci., Division of Technical Sciences, 8, pp. 26-31
- [3] Lemaitre, J. and Chaboche J. L. (1990). "Mechanics of solid materials", Cambridge University Press, Cambridge.
- [4] Pijaudier-Cabot, G. et Bazant, Z. P. (1987). "Non-local damage theory", Jrn. of Eng. Mech. vol. 113, n° 10, p. 1512-1533.
- [5] A.A. Griffith, (1921). "The phenomena of rupture and flow in solids". Philosophical Transactions of the Royal Society of London A221, 163-198.
- [6] Dugdale, D. (1960). "Yielding of steel sheets containing slits". J. Mech. Phys. Solids, 8, 100 – 104. 3, 69, 70.
- [7] Irwin G.R. (1957). "Analysis of the Stresses and Strains near the End of Crack Traversing a Plate". ASME J. Appl. Mech., 24, pp. 361-364.
- [8] Williams M. L. (1957). "On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack". Journal of Applied Mechanics; 24: 109-114.
- [9] H. M. Westergaard (1939). "Bearing pressures and cracks". Trans. ASME, J. Appl. Mech., 6:49-53.
- [10] Eshelby, J.D. (1974). "Calculation of energy release rate. In: Prospect of Fracture Mechanics", pp.69–84, Nordhoff, UK.
- [11] Rice, J.R. (1968). "Path-independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks". Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME, 35 (2), 379–386.
- [12] K, Hocine. Approche déterministe et probabiliste de la prévision de la durée de vie de structure aéronautique à l'aide de la méthode des équations intégrales duales. Thèse de doctorat, UTC, 1998.
- [13] Babuska I, Melenk J. The partition of unity method. International Journal for Numerical Methods in Engineering 1997. Vol. 40:727–758.
- [14] Belytschko T, Black T. Elastic crack growth in finite element with minimal remeshing. International Journal of Numerical Methods in Engineering 1999. 45(5):601-620.
- [15] Moes N, Dolbow J, Belytschko T. A finite element method for crack growth without remeshing. Int J Numer Methods Eng 1999. 46:131-150.
- [16] J. Simo et M. Rifai. A class of mixed assumed strain methods and the methods of incompatible modes. International Journal for Numerical Methods in Engineering 1990. 29 : 1595–1638.

- [17] Swenson D., Ingraffea A. (1988). "Modeling mixed-mode dynamic crack propagation using finite elements: theory and applications". *Computational Mechanics* vol. 3, p. 381-397..
- [18] G. I. Barenblatt. (1959). "The formation of equilibrium cracks during brittle fracture: General ideas and hypothesis, axially symmetric cracks". *Applied Mathematics and Mechanics*, 23:622–636.
- [19] Hillerborg, A., Modéer, M. et Petersson, P. -E. (1976). "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements". *Cement and concrete research*, vol. 6, p. 773-782.
- [20] Hillerborg, A. (1983). "Analysis of a single crack, *Fracture Mechanics of concrete*", éd. F. H. Wittman, Elsevier Pubs, p. 223-249.
- [21] Erdogan, F. & Sih, G. (1963). "On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear". *Journal of Basic Engineering*, 85, 519 – 527. 72, 73.
- [22] Moës N, Belytschko T. (2002). "Extended finite element method for cohesive crack growth". *Eng Fract Mech*; 69:813–33.
- [23] S.R. Beissel, G.R. Johnson, and C.H. Popelar. (1998)." An element-failure algorithm for dynamic crack propagation in general directions". *Engng Fract. Mech.*, 61(3-4):407- 425..
- [24] J-H Song, H. Wang, and T. Belytschko. (2008). "A comparative study on finite element methods for dynamic fracture". *Comput Mech*, 42(2):239-250.
- [25] Belytschko, T., Krongauz, Y., Organ, D., Fleming, M., and Krysl, P. (1996). "Meshless methods: an overview and recent developments". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 139:3–47.
- [26] Babuska I, Melenk J. The partition of unity method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 1997. Vol. 40:727–758.
- [27] Barsoum, RS. On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics. *Int J Numer Meth Engng* 1976. 10:25–37.
- [28] LASRY, Jérémie. *Calculs de plaques fissurées en flexion avec la méthode des éléments finis étendue (XFEM)*. Toulouse, 2006.
- [29] Stolarska M, Chopp DL, Moes N, Belytschko T. Modelling crack growth by level sets in the extended finite element method. *International Journal of Numerical Methods in Engineering* 2001. 51: 943-960
- [30] Gravouil A, Moes N, Belytschko T. Non planar 3d crack growth by the extended finite element and level sets: Part ii: Level set update. *International Journal of Numerical Methods in Engineering* 2002. 53:2569-2586.
- [31] Sethian JA. *Level set methods and fast marching methods*. Cambridge UK : Cambridge University Press, 1999.
- [32] Moes N, Dolbow J, Belytschko T. A finite element method for crack growth without remeshing. *Int J Numer Methods Eng* 1999. 46:131-150

[33] Budyn E, Zi G, Moes N, Belytschko T. A method for multiple crack growth in brittle materials without remeshing. *International Journal of Numerical Methods in Engineering* 2004. 61: 1741-1770.